

**PENGGUNAAN PENDEKATAN PEMBELAJARAN PENDIDIKAN
MATEMATIKA REALISTIK (PMR) PADA POKOK BAHASAN PERKALIAN
BILANGAN BULAT DI KELAS III SEKOLAH DASAR NEGERI (SDN)
TIMBULHARJO YOGYAKARTA**

TESIS

Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat Memperoleh Gelar Magister
Pendidikan Program Studi Magister Pendidikan Matematika



Oleh
Nurhidayah
151442015

**PROGAM STUDI MAGISTER PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS SANATA DHARMA
YOGYAKARTA
2017**

**PENGGUNAAN PENDEKATAN PEMBELAJARAN PENDIDIKAN
MATEMATIKA REALISTIK (PMR) PADA POKOK BAHASAN PERKALIAN
BILANGAN BULAT DI KELAS III SEKOLAH DASAR NEGERI (SDN)
TIMBULHARJO YOGYAKARTA**

TESIS

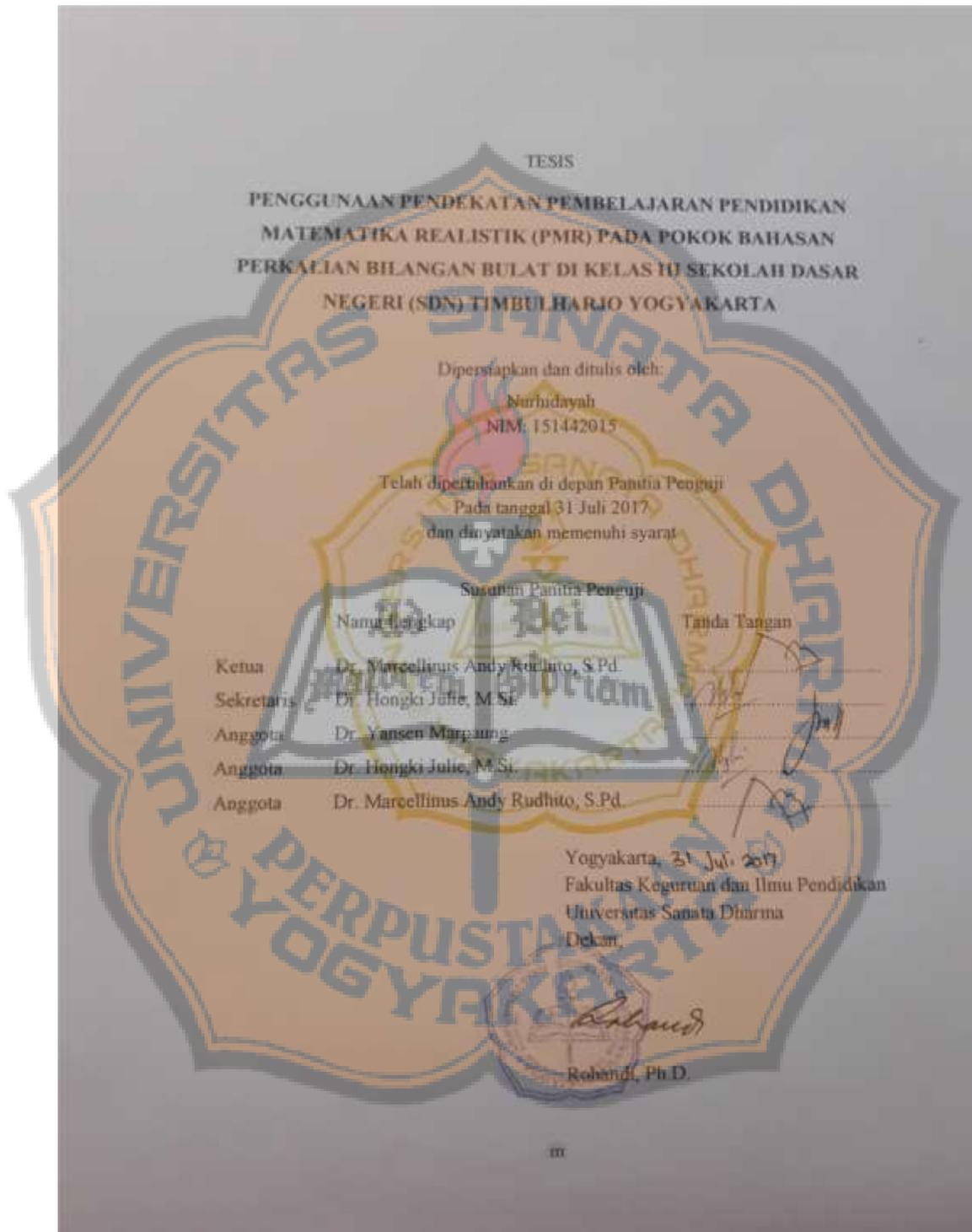
Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat Memperoleh Gelar Magister
Pendidikan Program Studi Magister Pendidikan Matematika

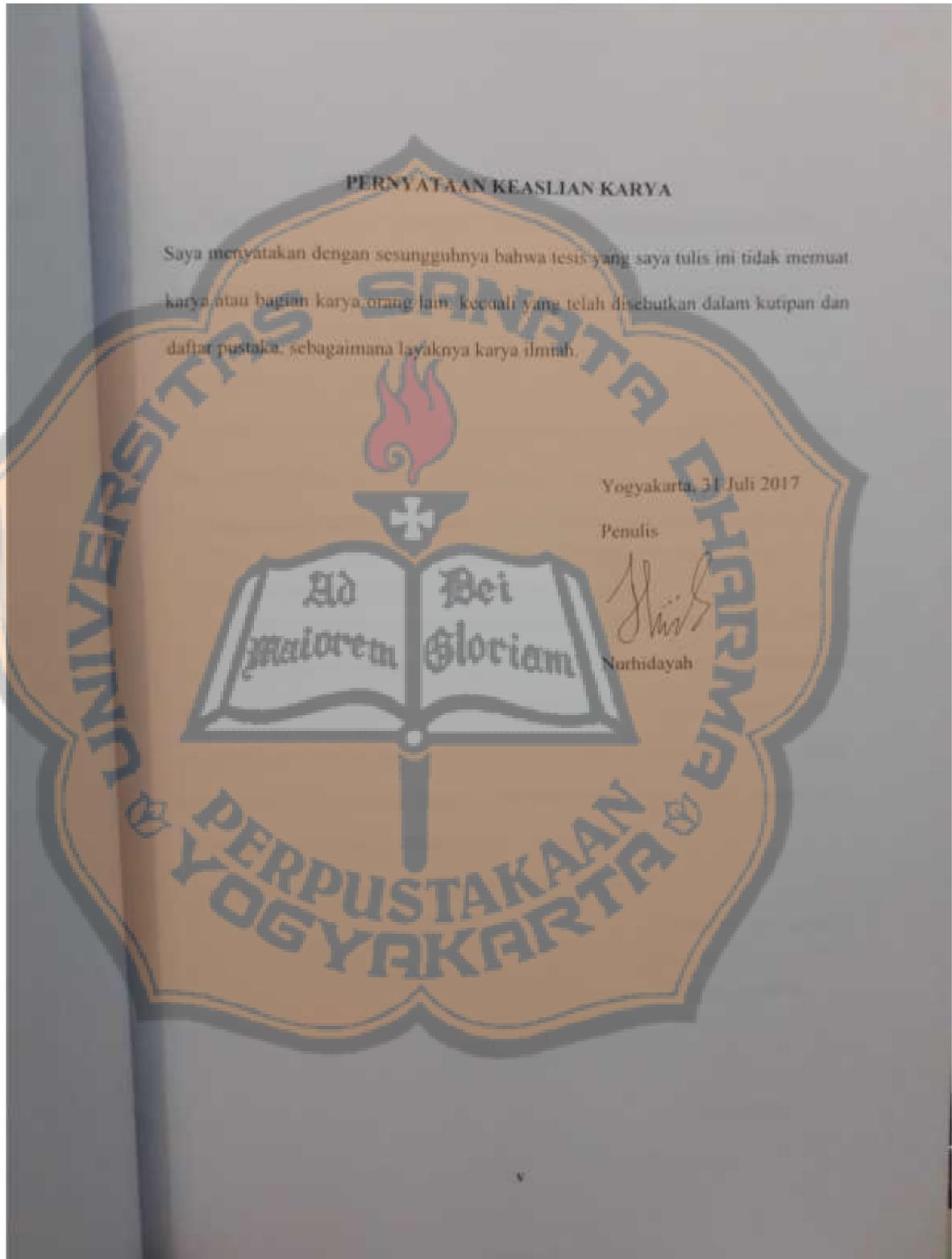


Oleh
Nurhidayah
151442015

**PROGAM STUDI MAGISTER PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS SANATA DHARMA
YOGYAKARTA
2017**







LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN
PUBLIKASI KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Yang bertandatangan di bawah ini, saya mahasiswa Universitas Sanata Dharma:

Nama : Nurhidayah

Nomor Mahasiswa : 151442015

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, saya memberikan kepada Perpustakaan Universitas Sanata Dharma karya ilmiah saya yang berjudul:

Penggunaan Pendekatan Pembelajaran Pendidikan Matematika Realistik (PMR) Pada Pokok Bahasan Perkalian Bilangan Bulat di Kelas III Sekolah Dasar Negeri (SDN) Timbulharjo Yogyakarta

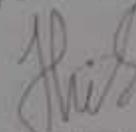
Dengan demikian saya memberikan kepada Perpustakaan Universitas Sanata Dharma hak untuk menyimpan, mengalih dalam bentuk media lain, mengelolanya dalam bentuk pangkalan data, mendistribusikan secara terbatas, dan mempublikasikannya di internet atau media lain untuk kepentingan akademis tanpa perlu meminta ijin dari saya maupun memberikan royalti kepada saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di Yogyakarta

Pada tanggal 31 Juli 2017

Yang menyatakan,



Nurhidayah

ABSTRAK

Nurhidayah, 2017. Penggunaan Pendekatan Pembelajaran Pendidikan Matematika Realistik (PMR) pada Pokok Bahasan Perkalian Bilangan Bulat di Kelas III Sekolah Dasar Negeri (SDN) Timbulharjo Yogyakarta.

Menurut Wijaya (2012) seorang pendidik dituntut mampu menyajikan materi matematika agar menjadi menarik, asyik, dan terkait dengan masalah kontekstual bagi peserta didik. Diduga proses pembelajaran belum menempatkan matematika sebagai bagian dari kehidupan atau siswa tidak memahami apa manfaat dari pembelajaran matematika dalam kehidupan sehari-hari. Proses pembelajaran akan terjadi jika pengetahuan yang dipelajari bermakna bagi peserta didik. Menurut Freudenthal, suatu ilmu pengetahuan akan bermakna bagi peserta didik jika proses belajar melibatkan masalah realistik, salah satu pendekatan pembelajaran yang dimaksud adalah Pendidikan Matematika Realistik (PMR). Rumusan masalah penelitian ini adalah Bagaimana Aktivitas Penggunaan Pendekatan Pembelajaran Pendidikan Matematika Realistik (PMR) pada Pokok Bahasan Perkalian Bilangan Bulat di Kelas III Sekolah Dasar Negeri (SDN) Timbulharjo Yogyakarta. Penelitian ini diadakan di Kelas III Sekolah Dasar Negeri (SDN) Timbulharjo, yang berjumlah sebanyak 32 orang siswa, penelitian ini merupakan penelitian kualitatif, metode pengumpulan data menggunakan tes dan observasi langsung. Penelitian ini berkesimpulan bahwa penggunaan pendekatan Pembelajaran Matematika Realistik (PMR) mempermudah siswa dalam proses penanaman konsep perubahan bentuk penjumlahan ke perkalian dan menarik minat siswa untuk terlibat aktif dalam proses pembelajaran, baik aktif dalam kelompok maupun aktif secara individu, strategi keragaman jumlah anggota pada setiap kelompok yang berdampak pada keragaman jumlah kerikil merupakan strategi yang sangat bagus untuk menanamkan konsep bahwa perkalian adalah penjumlahan berulang dari bilangan-bilangan yang memiliki nilai yang sama dan menghubungkan dunia matematika dengan dunia nyata membuat siswa penasaran dan menimbulkan rasa ingin tahu bagi mereka, sebagaimana pada penelitian ini, pemanfaatan kerikil sebagai media pembelajaran untuk mengenalkan konsep perkalian terhadap siswa membuat siswa terlibat aktif serta termotivasi mengikuti proses pembelajaran.

Kata Kunci: Pendidikan Matematika Realistik (PMR), Perkalian Bilangan Bulat

ABSTRACT

Nurhidayah, 2017. Implementation of the Realistic Mathematics Education (RME) Learning Approach on Integer Multiplication at Grade III State Primary School (SDN) Timbulharjo Yogyakarta.

According to Wijaya (2012) an educator is required to be able to present mathematical material to be interesting, fun, and associated with contextual problems for learners. Allegedly the learning process has not put mathematics as part of life or students do not understand what the benefits of learning mathematics in everyday life. Learning process will occur if the knowledge learned is meaningful for learners. According to Freudenthal, a science will be meaningful for learners if the learning process involves realistic problems, one of the learning approaches is Realistic Mathematics Education (RME). The formulation of this research problem is how the Activity of student if implementation Realistic Mathematics Education (RME) Learning Approach on Integer Multiplication at Grade III State Primary School (SDN) Timbulharjo Yogyakarta. This research was conducted in Grade III State Elementary School (SDN) Timbulharjo, which amounted to 32 students, this research is a qualitative research, data collection methods using tests and direct observation. This study concludes that implementation of Realistic Mathematics Education (RME) learning approach facilitates students in the process of planting the concept of summation to multiplication and attracts the students interest to be actively involved in the learning process, whether active in groups or individually active, which affects the diversity of pebbles is an excellent strategy for embedding the concept that multiplication is the recurrent sum of the same number of values and connecting the world of mathematics with the real world makes students curious and curiosity to them, as in this study , the use of gravel as a medium of learning to introduce the concept of multiplication to students to make students actively involved and motivated to follow the learning process.

Keywords: Realistic Mathematics Education (RME), Integer Multiplication

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL.....	i
HALAMAN PERSETUJUAN PEMBIMBING	ii
HALAMAN PENGESAHAN.....	iii
HALAMAN PERSEMBAHAN	iv
PERNYATAAN KEASLIAN KARYA	v
PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI KARYA ILMIAH	vi
ABSTRAK	vii
<i>ABSTRACT</i>	viii
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI.....	xii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR TABEL.....	xvi
BAB I PENDAHULUAN	
A. Latar Belakang	1
B. Tinjauan Pustaka	4
C. Rumusan Masalah	6
D. Tujuan Penelitian.....	6
E. Manfaat Penelitian.....	6

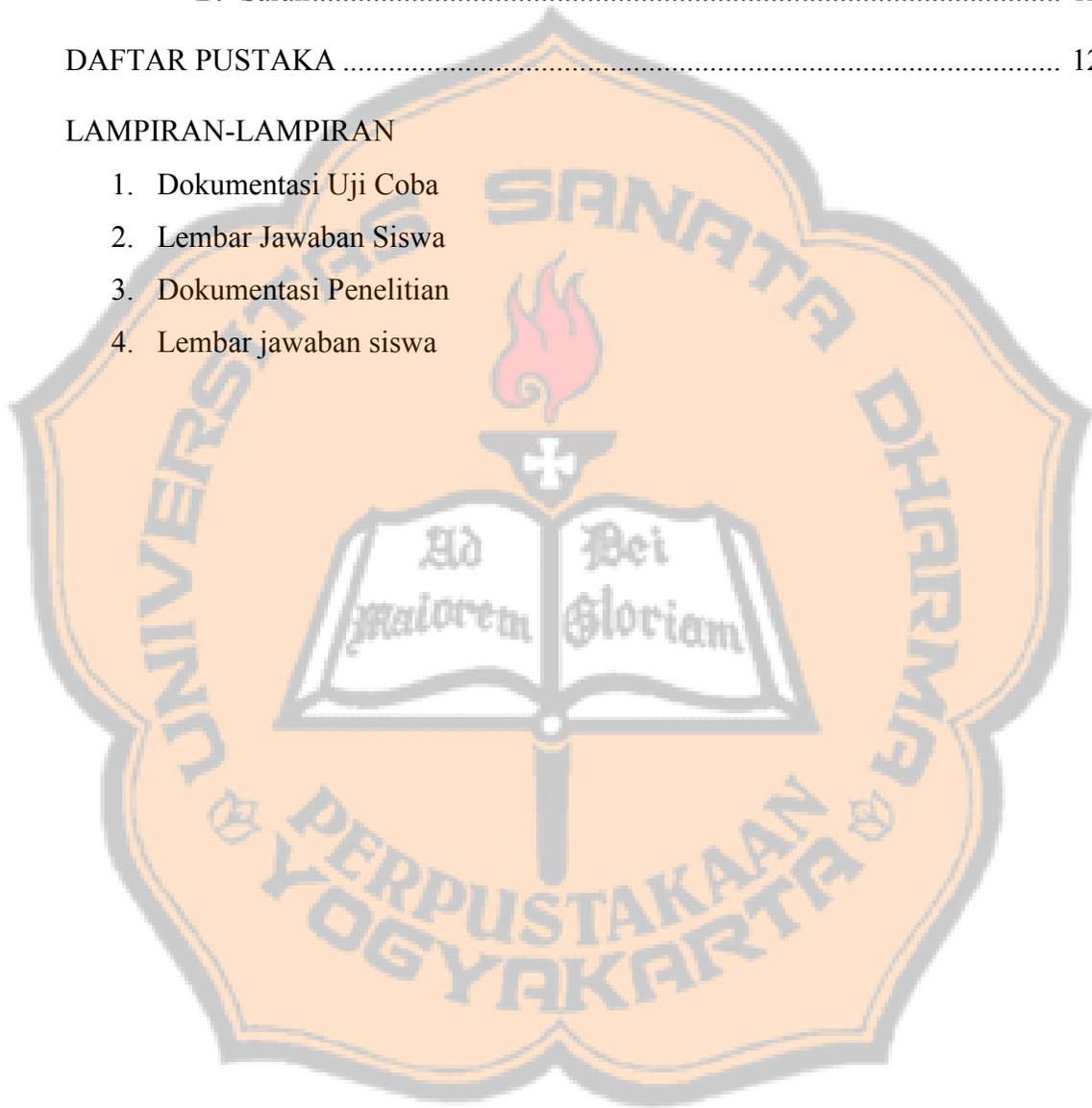
BAB II	KAJIAN PUSTAKA	
A.	Pendidikan Matematika Realistik (PMR).....	7
1.	Pengertian	8
2.	Karakteristik Pendidikan Matematika Realistik	10
B.	Pembelajaran Konstruktivisme	16
1.	Konstruktivisme	16
2.	Karakteristik Konstruktivisme	19
3.	Teori yang relevan	21
C.	Pembelajaran Penemuan (<i>Discovery Learning</i>)	25
1.	Pengertian	26
2.	Tujuan Pembelajaran <i>Discovery Learning</i>	28
3.	Karakteristik <i>Discovery Learning</i>	29
BAB III	METODOLOGI PENELITIAN	
A.	Metode Penelitian	33
B.	Subjek Penelitian	33
C.	Waktu dan Tempat Penelitian	34
D.	Prosedur Penelitian	34
E.	Instrumen Pengumpulan Data Penelitian	37
BAB IV	PEMBAHASAN	
A.	Perancangan Masalah Realistik	38
B.	Uji Coba Masalah	38
C.	Analisis Hasil Uji Coba	41
D.	Perbaikan Masalah	59
E.	Penelitian	60
F.	Analisis Data	61
G.	Kelebihan	118
H.	Kekurangan	119

BAB VI PENUTUP

A. Kesimpulan	120
B. Saran.....	121
DAFTAR PUSTAKA	122

LAMPIRAN-LAMPIRAN

1. Dokumentasi Uji Coba
2. Lembar Jawaban Siswa
3. Dokumentasi Penelitian
4. Lembar jawaban siswa



DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 1. Gunung es (<i>ice-berg</i>) dari proses penjumlahan.....	16
Gambar 2. Prosedur Penelitian.....	34



DAFTAR TABEL

	Halaman
Table 1. Perbedaan karakteristik antara pembelajaran tradisional (behavioristic) dengan pembelajaran konstruktivisme.....	20



BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Pendidikan merupakan kebutuhan sepanjang hayat. Dalam ajaran Islam pendidikan merupakan suatu keharusan, sebagaimana Sabda Nabi Muhammad saw. yang artinya “Tuntutlah ilmu dari buaian hingga liang lahat”. Dari sabda tersebut terdapat kata ‘Tuntutlah’ yang merupakan kalimat perintah. Hal ini menegaskan bahwa kita diperintahkan untuk berusaha keras agar mendapatkan ilmu dimulai dari kita dilahirkan ke dunia hingga akhir hayat kita kelak.

Pendidikan adalah usaha sadar dan terencana untuk mewujudkan suasana belajar dan proses pembelajaran agar peserta didik secara aktif mengembangkan potensi dirinya untuk memiliki kekuatan spiritual keagamaan, pengendalian diri, kepribadian, kecerdasan, akhlak mulia, serta keterampilan yang diperlukan dirinya, masyarakat, bangsa dan Negara (UU No. 20 tahun 2003).

Pendidikan identik dengan belajar, dimana dalam praktiknya pendidikan merupakan kegiatan belajar. Belajar adalah suatu aktivitas yang dilakukan oleh seseorang dengan sengaja dalam keadaan sadar untuk memperoleh suatu konsep, pemahaman, dan pengetahuan baru. Sedangkan pembelajaran adalah upaya membelajarkan peserta didik untuk belajar. Kegiatan pembelajaran akan melibatkan peserta didik mempelajari sesuatu dengan cara efektif dan efisien.

Untuk memenuhi tujuan pendidikan, pemerintah mengembangkan suatu kurikulum. Kurikulum pada pendidikan dasar dan menengah wajib memuat mata pelajaran-mata pelajaran, salah satunya adalah matematika. Matematika merupakan salah satu mata pelajaran yang memegang peranan sangat penting dalam pendidikan. Oleh karena itu, matematika selain dapat mengembangkan penalaran logis, rasional, dan kritis serta memberi keterampilan kepada kita, juga akan mampu menyelesaikan berbagai permasalahan dalam kehidupan sehari-hari maupun mempelajari ilmu-ilmu lain yang berkaitan dengan matematika.

Fakta dalam proses pembelajaran mengungkapkan bahwa pelajaran matematika masih menjadi momok yang menakutkan bagi sebagian besar peserta didik di sekolah. Banyak yang beranggapan bahwa belajar matematika itu sulit, membingungkan, tidak menyenangkan, dan membuat pusing. Peserta didik menganggap bahwa matematika merupakan mata pelajaran yang paling sulit, yang berhubungan dengan angka-angka dan rumus. Padahal seharusnya rumus bisa menjadi alat bantu dalam mempercepat perhitungan, bukan malah mempersulit.

Menurut Wijaya (2012) seorang pendidik dituntut mampu menyajikan materi matematika agar menjadi menarik, asyik, dan terkait dengan masalah kontekstual bagi peserta didik. Diduga proses pembelajaran belum menempatkan matematika sebagai bagian dari kehidupan atau siswa tidak memahami apa manfaat dari pembelajaran matematika dalam kehidupan sehari-hari. Proses pembelajaran akan terjadi jika pengetahuan yang dipelajari bermakna bagi peserta didik. Menurut

Freudenthal, suatu ilmu pengetahuan akan bermakna bagi peserta didik jika proses belajar melibatkan masalah realistik.

Dalam Evi (2011) menurut Van de Heuvel-Panhuizen, bila anak belajar matematika terpisah dari pengalaman mereka sehari-hari maka anak akan cepat lupa dan tidak dapat mengaplikasikan matematika. Proses belajar mengajar umumnya berlangsung di kelas dimana guru berinteraksi dengan siswa maka dapat dipastikan bahwa keberhasilan proses belajar mengajar sangat bergantung kepada apa yang dilakukan oleh guru serta model apa yang digunakan dalam proses pembelajaran. Sebagaimana pendapat Sukmadinata yang menyatakan bahwa "betapapun bagus kurikulum (*official*) hasilnya sangat bergantung pada apa yang dilakukan guru di dalam kelas (*actual*)". Salah satu model pembelajaran matematika yang berorientasi pada matematisasi pengalaman sehari-hari (*mathematize of everyday experience*) dan menerapkan matematika dalam kehidupan sehari-hari adalah Pendidikan Matematika Realistik (*Realistic Mathematics Education*).

Pembelajaran Pendidikan Matematika Realistik (PMR) yaitu suatu pendekatan pembelajaran yang diawali dengan masalah realistik untuk mengarahkan peserta didik memahami suatu konsep matematika. Soedjadi (2001) mengemukakan bahwa pembelajaran matematika dengan pendekatan realistik pada dasarnya adalah pemanfaatan realita dan lingkungan yang dipahami peserta didik untuk memperlancar proses pembelajaran matematika sehingga mencapai tujuan pendidikan matematika yang lebih baik daripada masa yang telah lalu. Yang dimaksud dengan realitas yaitu

hal-hal yang nyata atau konkrit yang dapat diamati atau dipahami peserta didik lewat membayangkan. Sedangkan yang dimaksud dengan lingkungan adalah tempat peserta didik berada, baik lingkungan sekolah, keluarga maupun masyarakat yang dapat dipahami peserta didik. Lingkungan ini disebut lingkungan sehari-hari.

Menurut pendekatan Pendidikan Matematika Realistik (PMR) ini, kelas matematika bukan tempat memindahkan matematika dari guru kepada siswa, melainkan tempat siswa menemukan kembali ide dan konsep matematika melalui eksplorasi masalah-masalah nyata. Hal ini sejalan dengan metode *discovery learning* (pembelajaran penemuan) yang dikemukakan oleh Jerome Bruner.

Berdasarkan permasalahan-permasalahan yang telah diungkapkan di atas peneliti tertarik untuk mengadakan penelitian yang berjudul “Penggunaan Pendekatan Pembelajaran Pendidikan Matematika Realistik (PMR) dengan Model Pembelajaran Penemuan (*Discovery Learning*) pada Pokok Bahasan Perkalian Bilangan Bulat di Kelas III Sekolah Dasar Negeri (SDN) Timbulharjo Yogyakarta”

B. Tinjauan Pustaka

1. Y. Marpaung dan Hongki Julie (2011)

Perlahan-lahan PMRI sebagai teori dikembangkan di Indonesia melalui penelitian-penelitian dan pengalaman-pengalaman dalam melakukan workshop pada guru-guru Sekolah Dasar (SD)/Madrasah Ibtidaiyah (MI) dan sekolah Menengah Pertama (SMP)/ Madrasah Tsanawiah (MTs) dan sebentar lagi juga pada guru-guru

Sekolah Menengah Umum (SMU)/Madrasah Aliyah (MA). Sebagai suatu gerakan, PMRI di mulai oleh 4 LPTK (UPI, UNY, USD dan UNESA) di Jawa dengan berkolaborasi dengan 12 Sekolah Dasar (SD)/Madrasah Ibtidaiyah (MI), dan sekarang sudah melibatkan 20 LPTK (di Sumatera, Jawa, Bali, Kalimantan, Sulawesi, Maluku, Kupang dan Mataram).

Di sekolah-sekolah dasar yang sejak awal pengembangan PMRI mengimplementasikan PMRI, telah tampak perubahan-perubahan antara lain dalam sikap siswa terhadap matematika, cara berpikir mereka menyelesaikan masalah-masalah yang berkaitan dengan matematika, keberanian mereka mengutarakan pendapat.

2. Rahmah Johar (2010)

Mengacu pada prinsip dan karakteristik PMRI disimpulkan bahwa pendekatan realistik sangat kontras dengan pendekatan konvensional yang pada umumnya dilaksanakan oleh guru-guru dewasa ini. Dalam pendekatan konvensional, guru mengajarkan kepada siswa “*ready made*” matematika, yaitu matematikanya ilmuwan, seperti definisi/pengertian, rumus, dan algoritma. Sebaliknya PMRI ingin membangun pemahaman konsep matematika siswa melalui pengetahuan informal yang mereka miliki. Siswa terlebih dahulu bekerja dengan soal-soal nyata (yang ‘dikenal’ siswa) yang selangkah demi selangkah akan menggiring mereka untuk menemukan definisi/pengertian, rumus, dan algoritma. Mengacu pada rambu-rambu KTSP, dapat disimpulkan bahwa PMRI sangat relevan untuk menerapkan KTSP di kelas.

C. Rumusan Masalah

Dari beberapa masalah yang telah diungkapkan di atas, peneliti menarik satu rumusan masalah yaitu Bagaimana Aktivitas Penggunaan Pendekatan Pembelajaran Pendidikan Matematika Realistik (PMR) pada Pokok Bahasan Perkalian Bilangan Bulat di Kelas III Sekolah Dasar Negeri (SDN) Timbulharjo Yogyakarta ?

D. Tujuan Penelitian

Sejalan dengan rumusan permasalahan penelitian yang telah diuraikan di atas, maka tujuan yang ingin dicapai pada penelitian ini yaitu untuk mengetahui Bagaimana Aktivitas Penggunaan Pendekatan Pembelajaran Pendidikan Matematika Realistik (PMR) pada Pokok Bahasan Perkalian Bilangan Bulat di Kelas III Sekolah Dasar Negeri (SDN) Timbulharjo Yogyakarta

E. Manfaat Penelitian

Peneliti berharap semoga penelitian ini memberikan manfaat kepada segenap pembaca, terutama pada bidang yang terkait, diantaranya:

1. Sebagai referensi bagi para pendidik dalam menerapkan Pembelajaran Pendidikan Matematika Realistik (PMR) pada proses pembelajaran terutama pada jenjang Sekolah Dasar.
2. Sebagai penunjang atau referensi bagi para peneliti lain yang akan melakukan penelitian yang serupa.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Pendidikan Matematika Realistik (PMR)

Koeno (1994) menyatakan bahwa lebih dari dua puluh tahun yang lalu terdapat proyek Wiskobas (gerakan reformasi pendidikan matematika di Sekolah Dasar) bagian dari sebuah institut bernama IOWO mulai mengembangkan apa yang sekarang kita sebut sebagai *Realistic mathematics education*. Gagasan Hans Freudenthal tentang pendidikan matematika mengilhami para ahli untuk menciptakan alternatif 'matematika baru', yang telah menyebar dari United States ke Eropa. Kelompok Wiskobas menyebarkannya di banyak daerah; Mereka mengembangkan materi untuk pelatihan guru dan konferensi terorganisir serta melayani kursus pelatihan guru. Semua kegiatan ini merupakan bagian dari strategi perluasan reformasi pendidikan, dengan fokus pada kemajuan keterampilan, pengembangan materi, dan pembentukan persetujuan bersama (mufakat).

Freudenthal adalah penemu pendidikan matematika realistik. Dialah yang menempatkan Wiskobas di jalur yang benar: jauh dari matematika baru yang formalistik, diarahkan pada kenyataan. Realisme didaktisnya diwarnai oleh idealisme. Gagasannya menekankan konteks tematik yang kaya, integrasi (penggabungan) matematika dengan mata pelajaran dan bidang realitas lainnya, diferensiasi dalam

proses belajar individu dan pentingnya bekerja sama dalam kelompok heterogen. (Freudenthal Institute: 1991s)

1. Pengertian

Realistic mathematics education, yang diterjemahkan sebagai pendidikan matematika realistik (PMR), adalah sebuah pendekatan belajar matematika yang dikembangkan sejak tahun 1971 oleh sekelompok ahli matematika di *Freudenthal Institute, Utrecht University* di Negeri Belanda. Pendekatan ini didasarkan pada anggapan Hans Freudenthal (1905 – 1990) bahwa matematika adalah kegiatan manusia. Menurut pendekatan ini, kelas matematika bukan tempat memindahkan matematika dari guru kepada siswa, melainkan tempat siswa menemukan kembali ide dan konsep matematika melalui eksplorasi masalah-masalah nyata. Karena itu, siswa tidak dipandang sebagai penerima pasif, tetapi harus diberi kesempatan untuk menemukan kembali ide dan konsep matematika di bawah bimbingan guru. (Yusuf: 2012)

Dalam Aryadi (2012), pernyataan Freudenthal bahwa “matematika merupakan suatu bentuk aktivitas manusia” melandasi pengembangan Pendidikan Matematika Realistik (*Realistic Mathematics Education*). Pendidikan Matematika Realistik merupakan suatu pendekatan dalam pembelajaran Matematika di Belanda. Kata “realistik” berasal dari bahasa Belanda yaitu “*zich realiseren*” yang berarti “untuk dibayangkan” atau “*to image*” (Van den Heuvel-Panhuizen, 1998). Menurut Van den

Heuvel-Panhuizen, penggunaan kata “*realistic*” tersebut tidak sekedar menunjukkan adanya sesuatu koneksi dengan dunia nyata (*real world*) tetapi lebih mengacu pada fokus Pendidikan Matematika Realistik dalam menempatkan penekanan penggunaan suatu situasi yang bisa dibayangkan (*imagineable*) oleh siswa.

Lebih lanjut Aryadi (2012) mengungkapkan pernyataan “matematika merupakan suatu bentuk aktivitas manusia” menunjukkan bahwa Freudenthal tidak menempatkan matematika sebagai suatu produk jadi, melainkan sebagai suatu bentuk aktivitas atau proses. Menurut Freudenthal matematika sebaiknya tidak diberikan kepada siswa sebagai suatu produk jadi yang siap pakai, melainkan sebagai suatu bentuk kegiatan dalam mengkonstruksi konsep matematika. Freudenthal mengenalkan istilah “*guided reinvention*” sebagai proses yang dilakukan siswa secara aktif untuk menemukan kembali suatu konsep matematika dengan bimbingan guru.

Freudenthal tidak menempatkan matematika sekolah sebagai suatu system tertutup (*closed system*) melainkan sebagai suatu aktivitas yang disebut matematisasi (Aryadi, 2011). Istilah matematisasi, yaitu proses *mematematikakan* dunia nyata. oleh Treffers (dalam van den Heuvel-Panhuizen, 1996) matematisasi dibedakan menjadi dua, yaitu matematisasi horizontal dan matematisasi vertical. (Yusuf: 2012)

Matematisasi horizontal berkaitan dengan proses generalisasi (*generalizing*). Proses matematisasi horizontal diawali dengan mengidentifikasi konsep matematika

berdasarkan keteraturan dan hubungan yang ditemukan melalui visualisasi dan skematisasi masalah. Matematisasi vertikal merupakan bentuk proses formalisasi (*formalizing*) di mana model matematika yang diperoleh pada matematisasi horizontal menjadi landasan dalam pengembangan konsep matematika yang lebih formal melalui proses matematisasi vertical.

Proses matematisasi horizontal dan matematisasi vertical tidak bisa langsung dipisahkan menjadi dua bagian besar secara berurutan, yaitu proses matematisasi vertical berlangsung setelah seluruh proses matematisasi horizontal terjadi secara utuh. Namun, kedua proses matematisasi tersebut dapat terbentuk seperti anak tangga yang sering kali keduanya terjadi bergantian secara berPada tahap. (Aryadi: 2012)

2. Karakteristik Pendidikan Matematika Realistik

Matematika merupakan aktivitas manusia (*human activities*) dan harus dikaitkan dengan realitas. Berdasarkan pemikiran tersebut menurut De Lange, PMR mempunyai ciri antara lain, bahwa dalam proses pembelajaran siswa harus diberikan kesempatan untuk menemukan kembali (*to reinvent*) matematika melalui bimbingan guru dan bahwa penemuan kembali (*reinvention*) ide dan konsep matematika tersebut harus dimulai dari penjelajahan berbagai situasi dan persoalan dunia riil. (Daryanto dan Tasrial: 2012)

Menurut Marpaung (2011), PMR bukan suatu proyek, tetapi suatu gerakan yang bertujuan untuk memperbaiki dan meningkatkan kualitas pendidikan

matematika di sekolah, khususnya di Indonesia dan mempersiapkan siswa menghadapi masalah-masalah kehidupan yang semakin kompleks di masa depan.

Untuk mencapai tujuan itu dirumuskan karakteristik PMR sebagai berikut:

- a. Siswa aktif dan guru pun aktif.
- b. Pembelajaran dimulai dengan menyodorkan pada siswa masalah-masalah kontekstual.
- c. Siswa diberi kesempatan menyelesaikan masalah dengan strategi sendiri.
- d. Guru memenej kelas sedemikian rupa sehingga interaksi dan negosiasi dapat berlangsung dengan tertib.
- e. Guru menciptakan suasana belajar yang menyenangkan (tidak tegang).
- f. Materi pelajaran diusahakan saling berkaitan satu sama lain.
- g. Guru bertindak sebagai fasilitator dengan mempraktekkan ‘tutwuri handayani’.
- h. Siswa dimotivasi untuk berani mengutarakan ide, bertanya tanpa rasa takut terhadap kesalahan.
- i. Dalam membantu siswa menyelesaikan masalah guru menggunakan pendekatan SANI (santun, terbuka dan komunikatif), empatik dan menghargai pendapat siswa dengan mempraktekkan “*tepa selira, ngewongké wong*”.

- j. Siswa diberi kebebasan memilih dan menggunakan modus representasi yang dapat membantunya mengkonstruksi konsep matematika atau menyelesaikan masalah.

Menurut Treffers dalam Aryadi (2011) terdapat lima karakteristik Pendidikan Matematika Realistik, yaitu:

- a. Penggunaan Konteks

Konteks atau permasalahan realistic digunakan sebagai titik awal pembelajaran matematika. Konteks tidak harus berupa masalah dunia nyata namun bisa dalam bentuk permainan, penggunaan alat peraga, atau situasi lain selama hal tersebut bermakna dan bisa dibayangkan dalam pikiran siswa.

Melalui penggunaan konteks, siswa dilibatkan secara aktif untuk melakukan kegiatan eksplorasi permasalahan. Hasil eksplorasi siswa tidak hanya bertujuan untuk menemukan jawaban akhir dari permasalahan yang diberikan, tetapi juga diarahkan untuk mengembangkan berbagai strategi penyelesaian masalah yang bisa digunakan. Manfaat lain penggunaan konteks di awal pembelajaran adalah untuk meningkatkan motivasi dan ketertarikan siswa dalam belajar matematika.

b. Penggunaan model untuk matematisasi progresif

Dalam Pendidikan Matematika Realistik, model digunakan dalam melakukan matematisasi secara progresif. Penggunaan model berfungsi sebagai jembatan (*bridge*) dari pengetahuan dan matematika tingkat kongkrit menuju pengetahuan matematika tingkat formal.

c. Pemanfaatan hasil konstruksi siswa

Mengacu pada pendapat Freudenthal bahwa matematika tidak diberikan kepada siswa sebagai suatu produk yang siap pakai tetapi sebagai suatu konsep yang dibangun oleh siswa maka dalam Pendidikan Matematika Realistik siswa ditempatkan sebagai subjek belajar.

Siswa memiliki kebebasan untuk mengembangkan strategi pemecahan masalah sehingga diharapkan akan diperoleh strategi yang bervariasi. Hasil kerja dan konstruksi siswa selanjutnya digunakan untuk landasan konsep matematika.

d. Interaktivitas

Proses belajar seseorang bukan hanya suatu proses individu melainkan juga secara bersamaan merupakan suatu proses social. Proses belajar siswa akan menjadi lebih singkat dan bermakna ketika siswa saling mengkomunikasikan hasil kerja dan gagasan mereka.

e. Keterkaitan

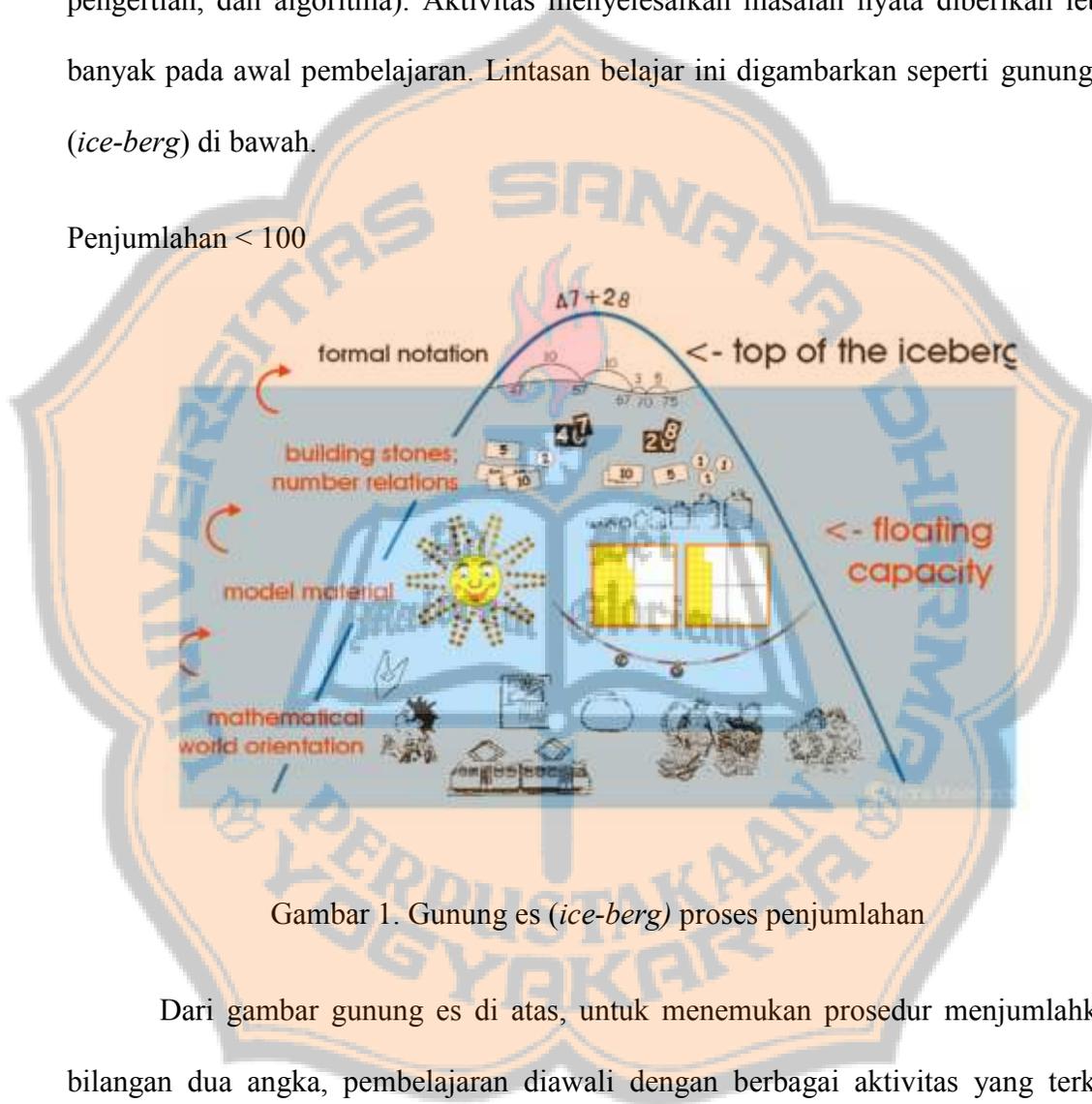
Konsep-konsep dalam matematika tidak bersifat parsial, namun banyak konsep matematika yang memiliki keterkaitan. Oleh karena itu, konsep-konsep matematika tidak dikenalkan kepada siswa secara terpisah atau secara terisolasi satu sama lain. Pendidikan Matematika Realistik menempatkan keterkaitan (*intertwinement*) antar konsep matematika sebagai hal yang harus dipertimbangkan dalam proses pembelajaran. Melalui keterkaitan ini, satu pembelajaran matematika diharapkan bisa mengenalkan dan membangun lebih dari satu konsep matematika secara bersamaan.

Menurut Rahman (2010) perbedaan yang mencolok antara pendekatan realistik dengan pendekatan lainnya adalah terletak pada adanya lintasan belajar (*learning trajectory*) yang harus dirancang guru dalam pembelajaran matematika. Lintasan belajar ini menggambarkan matematika bukan sebagai barang jadi (*ready-made*), melainkan sebagai kegiatan (*acted-out*). Dalam pembelajaran matematika yang umumnya dilakukan oleh para guru, diberikan terlebih dahulu materi matematika (rumus, pengertian, atau algoritma) setelah itu diberikan contoh penerapannya dalam masalah lain yang terkadang berbentuk soal cerita. Masalah tersebut sekedar substitusi, soal rutin, atau penerapan rumus

Johar (2007) menjelaskan bahwa pendekatan realistik justru sebaliknya, lintasan belajar dimulai dari masalah nyata, lalu siswa menemukan solusi informal

dari masalah nyata (berupa model/gambar/sketsa/pola), selanjutnya siswa memperoleh kemampuan matematika yang lebih tinggi/luas/rumit (seperti rumus, pengertian, dan algoritma). Aktivitas menyelesaikan masalah nyata diberikan lebih banyak pada awal pembelajaran. Lintasan belajar ini digambarkan seperti gunung es (*ice-berg*) di bawah.

Penjumlahan < 100



Gambar 1. Gunung es (*ice-berg*) proses penjumlahan

Dari gambar gunung es di atas, untuk menemukan prosedur menjumlahkan bilangan dua angka, pembelajaran diawali dengan berbagai aktivitas yang terkait langsung dengan kehidupan sehari-hari, selanjutnya melalui sajian visual atau tiruan benda nyata yang mengikuti struktur tertentu. Berikutnya penjumlahan bilangan yang dituliskan pada kartu bilangan yang menggunakan struktur sepuluh atau struktur lima,

dan satuan. Terakhir siswa menemukan cara menjumlahkan dengan bantuan garis bilangan (*number line*) dengan lompat sepuluh atau teknik puluhan dengan puluhan, satuan dengan satuan, dan sebagainya. Sehingga, untuk menyelesaikan $47 + 28$, dalam pembelajaran diharapkan muncul beberapa strategi siswa, seperti $47+20+8$, atau $40+20+7+8$, atau $47+10+10+3+5$, dan sebagainya.

B. Teori Pembelajaran Konstruktivisme

Menurut Robert (2009) salah satu prinsip terpenting psikologi pendidikan ialah bahwa guru tidak dapat hanya memberikan pengetahuan kepada siswa. Siswa harus membangun pengetahuan dalam pikiran mereka sendiri. Guru dapat memfasilitasi proses ini dengan cara-cara yang menjadikan informasi bermakna dan relevan bagi siswa, dengan memberikan kesempatan kepada siswa menemukan atau menerapkan sendiri gagasan-gagasan, dan siswa dengan sadar menggunakan strategi mereka sendiri untuk belajar. Guru dapat memberikan tangga menuju pemahaman yang lebih tinggi, namun siswa sendiri harus memanjat tangga ini.

1. Konstruktivisme

Konstruktivisme adalah perspektif psikologis dan filosofis yang memandang bahwa tiap-tiap individu membentuk atau membangun sebagian besar dari apa yang mereka pelajari atau pahami. Teori konstruktivisme memahami belajar sebagai proses pembentukan (konstruksi) pengetahuan oleh si belajar itu sendiri. Pengetahuan tidak

dapat dipindahkan begitu saja dari otak seseorang guru kepada orang lain (siswa). (Evelin dan Hartini: 2011)

Menurut Evelin dan Hartini (2011) dalam aliran konstruktivisme pengetahuan dipahami sebagai suatu pembentukan yang terus menerus oleh seseorang yang setiap saat mengalami reorganisasi karena adanya pemahaman-pemahaman baru. Pengetahuan bukanlah kemampuan fakta atau mutlak dari suatu kenyataan yang sedang dipelajari, melainkan sebagai konstruksi kognitif seseorang terhadap objek, pengalaman, maupun lingkungannya. Pengetahuan bukanlah suatu barang yang dapat dipindahkan dari pikiran seseorang yang telah mempunyai pengetahuan kepada pikiran orang lain yang belum memiliki pengetahuan. Lalu bagaimana proses mengkonstruksi pengetahuan itu terjadi? Manusia dapat mengetahui suatu dengan menggunakan inderanya melalui interaksinya dengan objek dan lingkungan, misalnya melihat, mendengar, menjamah, membau atau merasakan. Pengetahuan bukanlah sesuatu yang sudah ditentukan melainkan suatu proses pembentukan.

Menurut Daleh (2012) terdapat beberapa asumsi-asumsi dalam konstruktivisme. Asumsi utama dari konstruktivisme adalah, manusia merupakan siswa aktif yang mengembangkan pengetahuan bagi diri mereka sendiri (Geary, 1995). Untuk memahami materi dengan baik, siswa harus menemukan prinsip-prinsip dasar.

Asumsi konstruktivisme lainnya adalah guru sebaiknya tidak mengajar dalam artian menyampaikan pelajaran dengan cara tradisional kepada sejumlah siswa. Guru seharusnya membangun situasi-situasi sedemikian rupa sehingga siswa dapat terlibat secara aktif dengan materi pelajaran melalui pengolahan materi-materi dan interaksi social. Aktivitas-aktivitas pembelajaran konstruktivisme meliputi mengamati fenomena-fenomena, mengumpulkan data, merumuskan dan menguji hipotesis-hipotesis, dan bekerja sama dengan orang lain. Kegiatan lainnya adalah mengajak siswa mengunjungi lokasi-lokasi di luar ruang kelas.

Menurut pandangan konstruktivisme, belajar merupakan suatu proses pembentukan pengetahuan, pembentukan ini harus dilakukan oleh siswa. Ia harus aktif melakukan kegiatan, aktif berpikir, menyusun konsep dan memberi makna tentang hal-hal yang sedang dipelajari, tetapi yang paling menentukan terwujudnya gejala belajar adalah niat belajar siswa itu sendiri, sementara peran guru dalam belajar konstruktivisme berperan membantu agar proses pengkonstruksian pengetahuan oleh siswa berjalan lancar. Guru tidak mentransfer pengetahuan yang telah dimilikinya, melainkan membantu siswa untuk membentuk pengetahuannya sendiri dan dituntut untuk lebih memahami jalan pikiran atau cara pandang siswa dalam belajar. (Evelin dan Hartini: 2011)

Menurut Patma (2009) seorang guru dalam pembelajaran konstruktivisme dituntut dapat berlaku sebagai fasilitator bagi siswanya. Pembentukan pengetahuan menurut teori konstruktivisme ini memandang subyek (siswa) sebagai pelaku aktif

yang menciptakan struktur-struktur kognitif dalam interaksinya dengan lingkungan. Inti dari teori konstruktivisme, dalam proses pembelajaran, pembelajar yang harus mendapatkan porsi terbesar. Matematika merupakan disiplin ilmu yang mempunyai sifat khas dibandingkan dengan disiplin ilmu lain. Karena itu, kegiatan belajar dan mengajar matematika tidak dapat disamakan dengan ilmu lainnya. Pandangan matematika sebagai penemuan atau konstruksi oleh manusia, lebih baik daripada sebagai bagian kebenaran yang bebas atau sebagai sebuah kumpulan aturan yang abstrak dan penting.

Para penganut konstruktivisme percaya bahwa mengetahui adalah proses dan bahwa pelajar masing-masing harus dengan aktif menemukan dan mengubah informasi yang rumit untuk menjadikannya milik mereka sendiri. Pendekatan-pendekatan konstruktivisme menekankan pengolahan atas-bawah, dimana siswa mulai dengan soal-soal atau tugas-tugas yang rumit dan menemukan pengetahuan dan kemampuan dasar yang diperlukan untuk menyelesaikan soal-soal atau mengerjakan tugas-tugas. Pendekatan konstruktivisme juga menekankan pembelajaran kerja sama, strategi bertanya atau meneliti, dan kemampuan metakognitif lainnya. (Robert: 2009)

2. Karakteristik konstruktivisme

Menurut Eveline dan Hartini (2011) perbedaan karakteristik antara pembelajaran tradisional (behavioristic) dengan pembelajaran konstruktivisme adalah sebagai berikut.

No	Pembelajaran Tradisional	Pembelajaran Konstruktivisme
1	Kurikulum disajikan dari bagian-bagian menuju keseluruhan dengan menekankan pada keterampilan-keterampilan dasar.	Kurikulum disajikan mulai dari keseluruhan menuju kebagian-bagian, dan lebih mendekati pada konsep-konsep yang lebih luas.
2	Pembelajaran sangat taat pada kurikulum yang telah ditetapkan.	Pembelajaran lebih menghargai pada pemunculan pertanyaan dan ide-ide siswa.
3	Kegiatan kurikuler lebih banyak mengandalkan pada buku teks dan buku kerja.	Kegiatan kurikuler lebih banyak mengandalkan pada sumber-sumber data primer dan manipulasi bahan.
4	Siswa dipandang sebagai “kertas kosong” yang dapat digoresi informasi oleh guru, dan guru-guru pada umumnya menggunakan cara didaktik dalam menyampaikan informasi kepada siswa.	Siswa dipandang sebagai pemikir yang dapat memunculkan teori-teori tentang dirinya.
5	Penilaian hasil belajar atau pengetahuan siswa dipandang sebagai bagian dari pembelajaran, dan biasanya dilakukan pada akhir	Pengukuran proses dan hasil belajar siswa terjalin di dalam kesatuan kegiatan pembelajaran, dengan cara guru mengamati hal-hal yang sedang

	pembelajaran dengan cara testing.	dilakukan siswa, serta melalui tugas-tugas pekerjaan.
6	Siswa-siswi biasanya bekerja sendiri-sendiri, tanpa ada grup proses (kerja kelompok) dalam belajar.	Siswa-siswi banyak belajar dan bekerja di dalam grup proses (kerja kelompok).

3. Teori yang relevan

Perkembangan teori belajar konstruktivisme dipengaruhi pemikiran-pemikiran para tokohnya. Menurut Eveline dan Hartini (2011) dan Irham dan Ardy (2014) beberapa tokoh yang berpengaruh antara lain:

a. John Dewey

Teori pembelajaran yang sering dikemukakan oleh John Dawey adalah metode *konstruktivisme* dan *discovery learning*. Secara umum, ia mengemukakan bahwa proses belajar pada siswa tergantung pada pengalaman dan minat siswa itu sendiri serta adanya kurikulum yang terintegrasi atau mempunyai keterkaitan satu sama lain.

Proses pembelajaran dan pendidikan pada dasarnya bertujuan untuk membangun kesadaran social siswa. Oleh sebab itu, ia menekankan keterlibatan siswa secara aktif dalam proses pembelajaran dan bekerja sama

dalam tim atau kelompok belajar. Guru berperan sebagai fasilitator, sekaligus sebagai bagian dari kelompok belajar di kelas tersebut, dan aktif melakukan kegiatan diskusi bersama siswa.

b. Jean Piaget

Piaget memandang pengalaman sebagai factor yang sangat penting dan mendasari cara berpikir anak. Pengalaman berbeda dengan melihat yang hanya melibatkan mata, sedangkan pengamatan melibatkan seluruh indera sehingga akan menyimpan kesan yang lebih lama dan membekas

Menurut Piaget proses belajar terdiri dari tiga Pada tahapan, yakni asimilasi, akomodasi dan equilibrasi (penyeimbangan). Asimilasi adalah proses pengintegrasian informasi baru ke struktur kognitif yang sudah ada. Akomodasi adalah proses penyesuaian struktur kognitif ke dalam situasi yang baru. Sedangkan equilibrasi adalah penyesuaian kesinambungan antara asimilasi dan akomodasi.

c. Jerome Bruner

Teori belajar Bruner memunculkan aplikasi dalam dunia pendidikan dalam bentuk *discovery learning* (pembelajaran penemuan) dan kurikulum spiral. Teori *discovery learning* menjelaskan bahwa proses belajar akan berjalan dengan baik dan kreatif jika guru memberi kesempatan kepada siswa untuk menemukan suatu aturan (termasuk konsep, teori, definisi, dan

sebagainya) melalui contoh-contoh yang menggambarkan (mewakili) aturan yang menjadi sumbernya.

Dalam belajar matematika Bruner menekankan pendekatan dengan bentuk spiral. Pendekatan spiral dalam belajar mengajar matematika adalah menanamkan konsep dan dimulai dengan benda kongkrit secara intuitif, kemudian pada Pada tahap-Pada tahap yang lebih tinggi (sesuai kemampuan siswa) konsep ini diajarkan dalam bentuk yang abstrak dengan menggunakan notasi yang lebih umum dipakai dalam matematika. Penggunaan konsep Bruner dimulai dari cara intuitif ke analisis dari eksplorasi ke penguasaan. (Lisnawati: 1993)

d. Robert M. Gagne

Salah satu teori belajar menurut Gagne adalah teori pemrosesan informasi (*information processing theory*). Menurut teori ini, belajar dipandang sebagai proses pengolahan informasi dalam otak manusia. Pengolahan dalam otak manusia itu dapat dijelaskan sebagai berikut:

- 1) *Receptor* (alat-alat indera) menerima rangsangan dari lingkungan dan mengubahnya menjadi rangsangan neural, memberikan simbol-simbol informasi yang diterima dan kemudian diteruskan kepada *Sensory register*.

- 2) *Sensory register* (penampungan kesan-kesan sensoris) yang terdapat pada syaraf pusat, fungsinya menampung kesan-kesan sensoris dan mengadakan seleksi, sehingga terbentuk suatu kebulatan perseptual (persepsi selektif). Informasi-informasi yang masuk, sebagian diteruskan ke memori jangka pendek dan sebagian hilang dari *system*.
 - 3) *Short-term memory* (memori jangka pendek) menampung hasil pengolahan perseptual dan menyimpannya. Informasi tertentu disimpan lebih lama dan diolah untuk menentukan maknanya. Informasi dalam memori ini dapat ditransformasi dalam bentuk kode-kode dan selanjutnya diteruskan ke memori jangka panjang.
 - 4) *Long-term memory* (memori jangka panjang), menampung hasil pengolahan yang ada di memori jangka pendek. Informasi disimpan dalam jangka panjang dan bertahan lama, siap untuk dipakai jika diperlukan.
 - 5) *Response generator* (pencipta respons), menampung informasi yang tersimpan dalam memori jangka panjang dan mengubahnya menjadi reaksi jawaban.
- e. David P. Ausubel

Menurut Ausubel, siswa akan belajar dengan baik jika isi pelajaran (*instructional content*) sebelumnya didefinisikan dan kemudian dipresentasikan dengan baik dan tepat kepada siswa (*advance organizers*).

Dengan demikian, akan mempengaruhi pengaturan kemajuan siswa. *Advance organizers* dapat memberikan tiga manfaat; (1) menyediakan suatu kerangka konseptual untuk materi yang akan dipelajari, (2) berfungsi sebagai jembatan yang menghubungkan antara yang sedang dipelajari dan yang akan dipelajari, (3) dapat membantu siswa untuk memahami bahan belajar secara lebih mudah.

Dari beberapa pendapat para ahli di atas, dapat disimpulkan bahwa teori pembelajaran konstruktivisme menekankan bahwa proses belajar siswa tergantung pada pengalaman yang melibatkan seluruh indera sehingga siswa dapat memproses informasi tersebut menjadi pengetahuan baru yang dibangun atau diciptakan oleh mereka sendiri dengan bantuan dari guru. Sedangkan pendekatan pembelajaran Pendidikan Matematika Realistik (PMR) merupakan pembelajaran yang bersumber dari masalah realistik baik yang pernah mereka alami maupun yang bisa mereka bayangkan menjadi suatu pengetahuan atau konsep baru melalui proses penemuan kembali oleh mereka sendiri dengan melalui bimbingan guru.

C. Discovery Learning

Menurut Robert (2009) pembelajaran penemuan (*discovery learning*) adalah komponen penting pendekatan konstruktivisme modern yang mempunyai sejarah panjang dalam inovasi pendidikan. Bruner adalah pendukung metode *discovery learning*. Jerome Bruner adalah seorang psikolog berkebangsaan AS. Ia banyak

memberikan kontribusi pemikirannya pada perkembangan psikologi kognitif dan teori belajar kognitif (irham dan Novan: 2014). Bruner mengungkapkan “kita mengajarkan mata pelajaran bukan untuk menghasilkan perpustakaan-perpustakaan hidup kecil tentang mata pelajaran tersebut, melainkan lebih-lebih mengupayakan siswa berpikir bagi diri sendiri, mempertimbangkan persoalan sebagaimana sejarawan, mengambil bagian dalam proses perolehan pengetahuan. Pengetahuan adalah proses, bukan produk”.

1. Pengertian

Penemuan (*discovery*) merupakan suatu model pembelajaran yang dikembangkan berdasarkan pandangan konstruktivisme. Model ini menekankan pentingnya pemahaman struktur atau ide-ide penting terhadap suatu disiplin ilmu, melalui keterlibatan siswa secara aktif dalam proses pembelajaran. Menurut Wilcox (Hosnan, 2014) dalam pembelajaran dengan penemuan, siswa didorong untuk belajar sebagian besar melalui keterlibatan aktif mereka sendiri dengan konsep-konsep dan prinsip-prinsip, dan guru mendorong siswa untuk memiliki pengalaman dan melakukan percobaan yang memungkinkan mereka menemukan prinsip-prinsip untuk diri mereka sendiri. *Discovery* terjadi bila individu terlibat, terutama dalam penggunaan proses mentalnya untuk menemukan beberapa konsep dan prinsip. *Discovery* dilakukan melalui observasi, klarifikasi, pengukuran, prediksi dan penentuan. Proses tersebut disebut proses kognitif. (Hosnan: 2014)

Metode *Discovery Learning* adalah teori belajar yang didefinisikan sebagai proses pembelajaran yang terjadi bila pelajar tidak mendapatkan pelajaran dalam bentuk finalnya, tetapi diharapkan mengorganisasi sendiri. Sebagaimana pendapat Bruner, bahwa: “ *Discovery Learning can be defined as the learning that takes place when the student is not presented with subject matter in the final form, but rather is required to organize it him self*” (Lefancois dalam Emetembun, 1986:103). Dasar ide Bruner ialah pendapat dari Piaget yang menyatakan bahwa anak harus berperan aktif dalam belajar di kelas. (Kemendikbud, 2013)

Menurut sugiyonto dan Hariyanto (Irham dan Novan, 2014) proses *discovery learning* pada dasarnya adalah bagaimana guru membantu siswa mengorganisasikan bahan belajar yang dipelajarinya dengan bentuk akhir atau hasilnya yang berupa tingkat kemajuan berpikir siswa sesuai dengan tingkat perkembangannya. Karenanya, biarkan siswa menemukan arti setiap materi pelajaran bagi dirinya sendiri, mempelajari, dan memahami konsep materi pelajaran dalam bahasa mereka sendiri, biarkan siswa melakukan pemecahan masalah melalui berbagai kegiatan dan pengalaman. Dengan demikian, peran guru adalah mendampingi siswa dan menjamin proses pembelajaran berjalan sesuai dengan kebutuhan siswa serta guru membantu siswa mengurangi kemungkinan-kemungkinan kegagalan selama proses pembelajaran.

Menurut Bruner perkembangan kognitif seseorang terjadi melalui tiga Pada tahap yang ditentukan oleh bagaimana cara lingkungan, yaitu: *enactive*, *iconic*, dan

symbolic. Pada Pada tahap enactive, seseorang melakukan aktivitas-aktivitas dalam upaya untuk memahami lingkungan sekitarnya, artinya, dalam memahami dunia sekitarnya anak menggunakan pengetahuan motorik, misalnya melalui gigitan, sentuhan, pegangan, dan sebagainya. Pada tahap iconic, seseorang memahami objek-objek atau dunianya melalui gambar-gambar dan visualisasi verbal. Maksudnya, dalam memahami dunia sekitarnya anak belajar melalui bentuk perumpamaan (tampil) dan perbandingan (komparasi). Pada tahap symbolic, seseorang telah mampu memiliki ide-ide atau gagasan-gagasan abstrak yang sangat dipengaruhi oleh kemampuannya dalam berbahasa dan logika. Dalam memahami dunia sekitarnya anak belajar melalui simbol-simbol bahasa, logika, matematika, dan sebagainya.

Dalam Lisnawati (1993) menurut Bruner belajar matematika menekankan pendekatan dengan bentuk spiral. Pendekatan spiral dalam belajar mengajar matematika adalah menanamkan konsep dan dimulai dengan benda kongkrit secara intuitif, kemudian pada Pada tahap-Pada tahap yang lebih tinggi (sesuai kemampuan siswa) konsep ini diajarkan dalam bentuk yang abstrak dengan menggunakan notasi yang lebih umum dipakai dalam matematika. Penggunaan konsep Bruner dimulai dari cara intuitif ke analisis dari eksplorasi ke penguasaan.

2. Tujuan pembelajaran *discovery learning*

Menurut Bell (Hosnan, 2014) terdapat beberapa tujuan spesifik dari pembelajaran penemuan, sebagai berikut:

- a. Dalam penemuan siswa memiliki kesempatan untuk terlibat secara aktif dalam pembelajaran. Kenyataan menunjukkan bahwa partisipasi siswa dalam pembelajaran meningkat ketika metode penemuan digunakan.
- b. Melalui pembelajaran dengan penemuan, siswa belajar menemukan pola dalam situasi kongkrit maupun abstrak, juga siswa banyak meramalkan (*extrapolate*) informasi tambahan yang diberikan.
- c. Siswa juga belajar menemukan strategi tanya jawab yang tidak rancu dan menggunakan tanya jawab untuk memperoleh informasi yang bermanfaat dalam menemukan.
- d. Pembelajaran dengan penemuan membantu siswa membentuk cara kerja sama yang efektif, saling membagi informasi, serta mendengar dan menggunakan ide-ide orang lain.
- e. Terdapat beberapa fakta yang menunjukkan bahwa keterampilan-keterampilan, konsep-konsep dan prinsip-prinsip yang dipelajari melalui penemuan lebih bermakna.
- f. Keterampilan yang dipelajari dalam situasi belajar penemuan dalam beberapa kasus, lebih mudah ditransfer untuk aktivitas baru dan diaplikasikan dalam situasi belajar yang baru.

3. Karakteristik *discovery learning*

Discovery Learning merupakan bagian dari teori belajar konstruktivisme, menurut Hosnan (2014) karakteristik teori konstruktivisme adalah sebagai berikut:

- a. Menekankan pada proses belajar, bukan proses mengajar.
- b. Mendorong terjadinya kemandirian dan inisiatif belajar pada siswa.
- c. Memandang siswa sebagai pencipta kemauan dan tujuan yang ingin dicapai.
- d. Berpandangan bahwa belajar merupakan suatu proses, bukan menekankan pada hasil.
- e. Menghargai peranan pengalaman kritis dalam belajar.
- f. Mendorong siswa untuk mampu melakukan penyelidikan.
- g. Mendorong berkembangnya rasa ingin tahu secara alami pada siswa.
- h. Menilai belajar lebih menekankan pada kinerja dan pemahaman siswa.
- i. Mendasarkan proses belajarnya pada prinsip-prinsip kognitif.
- j. Banyak menggunakan terminologi kognitif untuk menjelaskan proses pembelajaran; seperti prediksi, inferensi, kreasi dan analisis.
- k. Menekankan pentingnya “bagaimana” siswa belajar.
- l. Mendorong siswa untuk berpartisipasi aktif dalam dialog atau diskusi dengan siswa lain dan guru.
- m. Sangat mendukung terjadinya belajar kooperatif.
- n. Menekankan pentingnya konteks dalam belajar.
- o. Memperhatikan keyakinan dan sikap siswa dalam belajar.
- p. Memberikan kesempatan kepada siswa untuk membangun pengetahuan dan pemahaman baru yang didasari pada pengalaman nyata.

Dari karakteristik konstruktivisme di atas, dapat diambil ciri utama belajar penemuan (*discovery learning*) yaitu:

- a. Mengeksplorasi dan memecahkan masalah untuk menciptakan, menggabungkan dan menggeneralisasi pengetahuan.
- b. Berpusat pada siswa dan guru berlaku sebagai fasilitator.
- c. Kegiatan untuk menggabungkan pengetahuan baru dan pengetahuan yang sudah ada sebelumnya.

Menurut Lorent dan Rani (2016) PMRI adalah pendekatan pembelajaran yang bertitik tolak dari hal-hal yang realistik baik yang rill atau pernah dialami oleh siswa maupun sesuatu yang bisa dibayangkan oleh siswa, menekankan keterampilan proses, berdiskusi, dan berkolaborasi dengan teman sekelas sehingga mereka dapat menemukan pengetahuan mereka sendiri dan pada akhirnya dapat menggunakan pengetahuan matematika itu untuk menyelesaikan masalah baik secara individu maupun kelompok dalam kehidupan sehari-hari. Sedangkan *discovery learning* adalah sebuah gagasan dimana guru menciptakan situasi belajar pada siswa, hingga akhirnya siswa dapat menemukan sendiri makna dan kesimpulan pada materi tersebut.

Pendekatan pembelajaran PMRI dan teori Bruner *discovery learning* saling berkaitan satu sama lain, dimana setiap langkah dalam pelaksanaan pembelajaran dengan pendekatan PMRI dapat digolongkan sebagai tahapan belajar menurut teori

Bruner yaitu *discovery learning*. Jadi, dapat kita simpulkan bahwa pendekatan PMR dan teori Bruner saling berkaitan satu sama lain.



BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

A. Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode penelitian kualitatif. Metode penelitian kualitatif adalah metode penelitian ilmu-ilmu social yang mengumpulkan dan menganalisis data berupa kata-kata (lisan maupun tulisan) dan perbuatan-perbuatan manusia. Akan tetapi jangan diartikan dalam penelitian kualitatif, peneliti tidak mengumpulkan dan menggunakan angka-angka (kuantitatif) dalam analisis data dan penulisan laporan penelitian. Para peneliti menggunakan metode penelitian kualitatif perlu mengumpulkan dan menganalisis data berbentuk angka-angka (kuantitatif) apabila diperlukan, akan tetapi angka-angka (kuantitatif) tersebut bukanlah data utama dalam penelitian (Frizal, 2015)

B. Subjek Penelitian

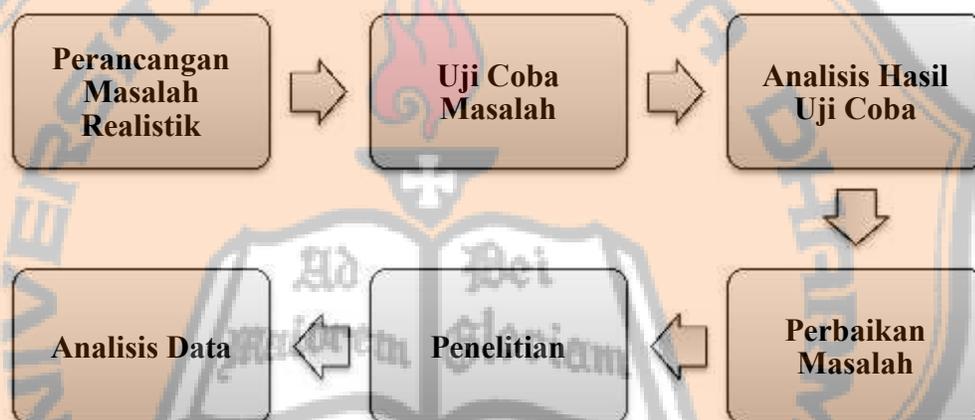
Yang dimaksud dengan sumber data penelitian adalah subjek darimana data dapat diperoleh. Suharsimin (2010) mengklarifikasi sumber data menjadi tiga, yaitu *person* (sumber data berupa orang), *place* (sumber data berupa tempat) dan *paper* (sumber data berupa symbol).

Subjek atau sumber data pada penelitian ini berupa *person* (sumber data berupa orang) yaitu siswa kelas III Sekolah Dasar Negeri (SDN) Timbulhardjo Yogyakarta, yang terdiri dari 32 orang siswa.

C. Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan sekitar kurang lebih selama lima bulan, mulai pada tanggal 22 Oktober 2016 sampai dengan tanggal 29 Maret 2017. Penelitian ini dilaksanakan pada kelas III di Sekolah Dasar Negeri (SDN) Timbulhardjo Yogyakarta tahun ajaran 2016/2017 yang jumlah siswanya terdiri dari 35 orang.

D. Prosedur Penelitian



Gambar 2. Prosedur Penelitian

1. Perancangan Masalah Realistik

Perancangan masalah realistik ini berkaitan dengan masalah yang berhubungan langsung dengan lingkungan sekitar siswa yang biasa mereka hadapi dalam kehidupan sehari-hari maupun masalah yang bisa dibayangkan oleh siswa.

Masalah realistik yang dirancang harus bisa mengorganisasikan serta merangsang siswa aktif dalam proses pembelajaran. Sehingga dengan

adanya masalah tersebut siswa bisa mengkonstruksi pengetahuan mereka sendiri tentang materi perkalian bilangan bulat.

2. Uji Coba Masalah

Langkah selanjutnya setelah merancang masalah realistik adalah uji coba masalah. Masalah realistik yang telah dirancang kemudian diuji coba kepada siswa lain yang tidak termasuk dalam subjek penelitian. Hal ini dilakukan untuk melihat keefektifan masalah yang telah dibuat. Apakah masalah tersebut efektif atau bisa mengorganisasikan siswa untuk mengkonstruksi pengetahuan mereka tentang materi perkalian bilangan bulat atau tidak.

3. Analisis Hasil Uji Coba

Setelah uji coba masalah, langkah selanjutnya adalah analisis hasil uji coba yang telah dilakukan. Analisis hasil uji coba ini dilakukan agar peneliti bisa mengetahui apa saja kekurangan-kekurangan yang masih harus diperbaiki, apakah masih terdapat hal-hal yang menjadi penghambat bagi siswa dalam mengkonstruksi pengetahuan mereka atau terdapat hal-hal yang menarik yang bisa menunjang siswa dalam memperlancar proses pembelajaran yang tetap harus dipertahankan atau harus ada pada tahap penelitian yang sesungguhnya.

4. Perbaiki Masalah

Setelah mengetahui kelebihan dan kekurangan pada saat analisis uji coba, langkah selanjutnya adalah perbaiki masalah. Pada tahap ini hanya

difokuskan pada kekurangan-kekurangan atau pada hal-hal yang menghambat pada saat penelitian. Kekurangan-kekurangan dapat diperbaiki sedemikian sehingga bisa membantu siswa dalam proses konstruksi pengetahuan mereka. Sedangkan hal-hal yang menjadi penghambat penelitian bisa dihilangkan atau ditiadakan.

5. Penelitian

Penelitian dilakukan setelah serangkaian tahap pembuatan masalah selesai baik dari tahap perancangan masalah hingga tahap perbaikan masalah. Pada tahap penelitian ini peneliti mengorganisasikan siswa dengan menggunakan masalah yang telah dirancang dengan menerapkan model pembelajaran penemuan (*discovery learning*) sehingga siswa bisa mengkonstruksi pengetahuan mereka tentang perkalian bilangan bulat.

6. Analisis Data

Analisis data dilakukan setelah mendapat data dari hasil penelitian dalam hal ini hasil kerja siswa dalam mengkonstruksi pengetahuan mereka tentang perkalian bilangan bulat, maupun hasil observasi yang telah dilakukan. Data yang telah diperoleh dari hasil penelitian dianalisis sehingga nantinya menjadi hasil dari penelitian penelitian ini.

E. Instrumen Pengumpulan Data Penelitian

Instrumen pengumpulan data yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah tes dan observasi.

1. Tes

Tes adalah serentetan pertanyaan atau latihan serta alat lain yang digunakan untuk mengukur keterampilan, pengetahuan intelegensi, kemampuan atau bakat yang dimiliki oleh individu atau kelompok.

Tes yang dimaksud dalam penelitian ini adalah penyajian masalah realistik. Penyajian masalah realistik terdiri dari beberapa pertanyaan yang bisa membantu siswa mengkonstruksi pengetahuan mereka yang berkaitan dengan materi perkalian bilangan bulat.

2. Observasi

Observasi adalah cara menghimpun bahan-bahan keterangan (data) yang dilakukan dengan mengadakan pengamatan atau pencatatan secara sistematis terhadap fenomena-fenomena yang sedang dijadikan sasaran pengamatan.

Observasi dilakukan pada saat pembelajaran berlangsung. Observasi dilakukan secara langsung untuk mengetahui cara peserta didik mengorganisasikan dan mengkonstruksi pengetahuan tentang perkalian bilangan bulat.

BAB IV

PEMBAHASAN

A. Perancangan Masalah Realistik

Berikut adalah masalah realistik yang dirancang pertama kali, yaitu:

- a. Peserta didik diarahkan untuk mengumpulkan masing-masing lima biji kerikil. Selanjutnya dari kerikil yang telah dikumpulkan, peserta didik disuruh menyelesaikan masalah berikut:
 - 1) Hitunglah banyaknya seluruh kerikil yang telah kalian kempulkan!
 - 2) Ubahlah proses penjumlahan yang telah kalian lakukan ke bentuk perkalian.
- b. Linda pergi ke mini market untuk membeli 8 bungkus permen. Tiap bungkus permen berisi 4 butir permen. Berapa butir jumlah seluruh permen milik Linda?

B. Uji Coba Masalah

Masalah realistik yang telah dirancang sebelumnya kemudian diuji cobakan kepada 7 orang peserta didik yang berumur 9-10 tahun setara dengan kelas 3 Sekolah Dasar (SD). Uji coba dilaksanakan di Jl. Kanigoro rt 09 rw 06 Maguwoharjo, Sleman Yogyakarta pada tanggal 22 Nopember 2016.

Proses pembelajaran berlangsung sebagai berikut:

1. Peserta didik diarahkan untuk keluar ruangan, kemudian pendidik meminta peserta didik untuk mengumpulkan masing-masing lima biji kerikil.

Selanjutnya pendidik mengarahkan peserta didik untuk kembali masuk ke dalam ruangan dan menginstruksikan bahwa dari kerikil yang telah mereka kumpulkan, selesaikan masalah berikut:

- a. Hitunglah banyaknya seluruh kerikil yang telah kalian kumpulkan!
- b. Ubahlah proses penjumlahan yang telah kalian lakukan ke bentuk perkalian.

Peserta didik aktif dalam menyelesaikan soal yang telah diberikan dengan menggunakan kerikil sebagai media pembelajaran. Kemudian peserta didik diminta untuk mempresentasikan hasil pekerjaannya di depan teman-temannya.

2. Untuk permasalahan kedua, pendidik menyuguhkan masalah sebagai berikut.
Linda pergi ke minimarket untuk membeli 8 bungkus permen. Tiap bungkus permen berisi 4 butir permen. Berapa butir banyaknya seluruh permen milik Linda?

Peserta didik aktif dalam menyelesaikan soal kedua yang telah diberikan dengan menggunakan kerikil sebagai media pembelajaran. Kemudian diminta beberapa peserta didik untuk mempresentasikan hasil pekerjaannya di depan teman-temannya sambil berdiri.

3. Langkah selanjutnya setelah peserta didik menyelesaikan masalah yang telah diberikan beserta mempresentasikannya, pendidik menjelaskan tentang Jawaban yang benar untuk permasalahan pertama dan kedua kepada peserta didik yaitu sebagai berikut:

a. Dari kerikil yang telah dikumpulkan, selesaikan masalah berikut:

1) Hitunglah banyaknya seluruh kerikil yang telah kalian kumpulkan!

Jawaban yang benar untuk poin pertama adalah $5+5+5+5+5+5+5=35$. Jadi, jumlah seluruh kerikil yang terdapat pada tujuh peserta didik adalah sebanyak 35 biji. Dan pendidik menjelaskan bahwa semua cara kerja yang telah mereka kerjakan adalah benar dengan syarat Jawabannya harus 35 biji kerikil.

2) Ubahlah proses penjumlahan yang telah kalian lakukan ke bentuk perkalian.

Jawaban untuk perubahan bentuk penjumlahan $5+5+5+5+5+5+5=35$ ke bentuk perkalian adalah $7 \times 5 = 35$, bukan $5 \times 7 = 35$.

3) Linda pergi ke minimarket untuk membeli 8 bungkus permen. Tiap bungkus permen berisi 4 butir permen. Berapa butir jumlah seluruh permen milik Linda?

Jawaban yang benar untuk pertanyaan ini adalah menggunakan penjumlahan $4+4+4+4+4+4+4+4=32$. Atau menggunakan perkalian $8 \times 4 = 32$. Jadi jumlah seluruh permen yang dimiliki oleh Linda adalah sebanyak 32 biji permen. Pendidik juga mempertegas bahwa cara yang digunakan oleh semua peserta didik merupakan cara yang benar asalkan Jawaban akhirnya adalah 32 biji.

- 4) Perubahan bentuk penjumlahan ke bentuk perkalian baik pada soal pertama maupun soal kedua yang seharusnya yaitu 7×5 dan 8×4 , rata-rata jawaban peserta didik adalah 5×7 dan 4×8 .

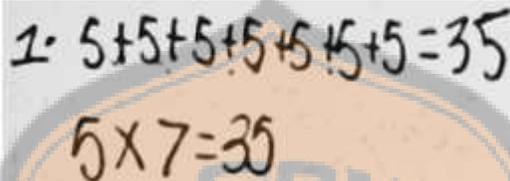
C. Analisis Hasil Uji Coba

Uji Coba dilakukan pada tanggal 22 Nopember 2016, hasil uji coba kemudian dianalisis. Hal yang dianalisis adalah setiap jawaban dan tanggapan para peserta didik terhadap masalah yang diberikan. Berikut adalah langkah-langkah serta hasil uji coba yang telah dilakukan, yaitu :

1. Peserta didik diarahkan untuk keluar ruangan, kemudian pendidik meminta peserta didik untuk mengumpulkan masing-masing lima biji kerikil. Selanjutnya peserta didik diarahkan kembali masuk ke dalam ruangan dan pendidik menginstruksikan bahwa dari kerikil yang telah dikumpulkan, selesaikan masalah berikut:
 - c. Hitunglah banyaknya seluruh kerikil yang telah kalian kempulkan!
 - d. Ubahlah proses penjumlahan yang telah kalian lakukan ke bentuk perkalian.

Hasil kerja peserta didik sebagai berikut :

1) Indri


$$5+5+5+5+5+5+5=35$$
$$5 \times 7 = 35$$

Menjawab soal pertama ini Indri menuliskan penjumlahan bilangan 5 sebanyak tujuh kali, karena terdapat tujuh peserta didik yaitu Poso, Musa, Ipan, Map, Atta, Indri dan Laila dan masing-masing peserta didik memiliki lima biji kerikil. Setelah menjumlahkan semuanya satu persatu menggunakan jari, Indri mendapat jawaban 35 seperti yang terlihat pada gambar di atas.

Menjawab pertanyaan poin kedua, Indri mengubah bentuk penjumlahan yang telah dilakukan yaitu $5+5+5+5+5+5+5=35$ ke bentuk perkalian menjadi $5 \times 7 = 35$. Berdasarkan wawancara langsung dan presentasi hasil pekerjaan, jawaban ini didapat karena Indri melihat terdapat bilangan 5 dan menuliskan bilangan 5 tersebut terlebih dahulu, kemudian mengalikannya dengan banyaknya bilangan tersebut yaitu sebanyak tujuh, sehingga bentuk perkaliannya menjadi $5 \times 7 = 35$.

Jawaban yang telah dituliskan oleh Indri pada poin pertama sudah benar, banyak seluruh kerikil yang terdapat pada tujuh orang peserta didik adalah sebanyak 35 biji. Kemudian untuk jawaban poin kedua Indri

memiliki jawaban yang salah. Bentuk perkalian dari $5+5+5+5+5+5+5=35$ adalah $7 \times 5=35$, bukan $5 \times 7=35$.

2) Laila



The image shows a student's handwritten work on a piece of paper. At the top, the equation $5+5+5+5+5+5+5=35$ is written. Below this, the number 10 is written under the first two 5s, and another 10 is written under the next two 5s. A horizontal line is drawn across the entire sum, and the number 35 is written to the right of the line. Below this, the equation $5 \times 7 = 35$ is written.

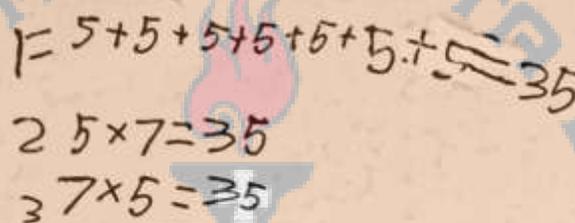
Laila menuliskan $5+5+5+5+5+5+5 = 35$ pada lembar jawabannya.

Dia mendapat jawaban 35 dengan menjumlahkan setiap dua suku yang berdekatan yaitu suku pertama dijumlahkan dengan suku kedua mendapat hasil 10, kemudian suku ketiga dijumlahkan dengan suku keempat mendapat hasil 10 dan suku kelima dijumlahkan dengan suku keenam mendapat hasil 10 juga. Selanjutnya dia menjumlahkan hasil penjumlahan sebelumnya yaitu $10+10+10+5 = 35$, sehingga banyaknya kerikil tersebut adalah 35 biji.

Menjawab pertanyaan poin kedua Laila menulis $5 \times 7=35$ pada lembar jawabannya. Hal ini karena terdapat bilangan 5 dan menuliskan bilangan 5 tersebut terlebih dahulu, kemudian mengalikannya dengan banyaknya bilangan tersebut yaitu sebanyak tujuh, sehingga bentuk perkaliannya menjadi $5 \times 7=35$.

Jawaban Laila untuk poin pertama sudah benar, dia mengelompokkan kerikil yang dimiliki oleh setiap dua orang temannya kemudian menjumlahkannya sehingga mendapat hasil 35. Untuk jawaban poin kedua Laila salah, dalam mengubah bentuk penjumlahannya yang seharusnya jawabannya adalah $7 \times 5 = 35$.

3) Musa



$$1 \quad 5+5+5+5+5+5+5=35$$

$$2 \quad 5 \times 7 = 35$$

$$3 \quad 7 \times 5 = 35$$

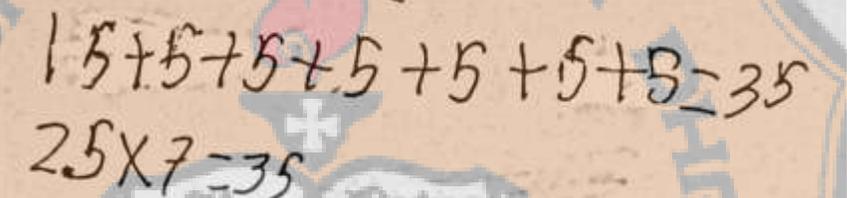
Menjawab soal pada poin pertama Musa menuliskan $5+5+5+5+5+5+5=35$ pada lembar jawabannya. Dan dengan menggunakan jari-jari tangan Musa menjumlahkan kerikil-kerikil tersebut, sehingga menurut Musa banyak seluruh kerikil yang terdapat pada tujuh peserta didik tersebut adalah sebanyak 37 biji kerikil.

Musa mengubah bentuk penjumlahan yang telah dilakukannya yaitu $5+5+5+5+5+5+5=35$ ke bentuk perkalian, dia menuliskan dua bentuk perkalian yaitu pertama $5 \times 7 = 35$ karena terdapat bilangan 5 dan dia menuliskan bilangan 5 tersebut terlebih dahulu kemudian mengalikan dengan banyaknya bilangan tersebut yaitu tujuh. Dan jawaban kedua

$7 \times 5 = 35$. Hal ini dilakukan oleh Musa karena hasil perkalian 5×7 dan 7×5 sama-sama menghasilkan bilangan 35.

Jawaban Musa untuk poin pertama sudah benar, karena banyak seluruh kerikil yang terdapat pada tujuh orang peserta didik adalah 35 biji. Sedangkan untuk jawaban poin kedua jawaban yang benar adalah $7 \times 5 = 35$ bukan $5 \times 7 = 35$.

4) Agus



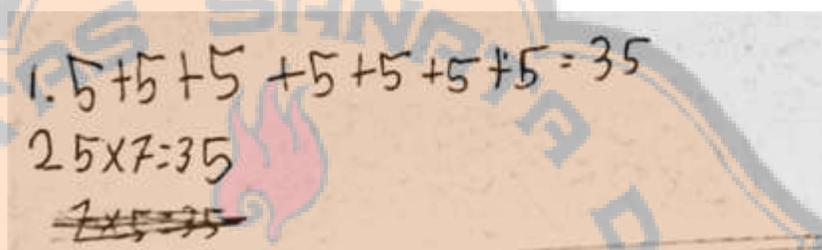
The image shows a piece of paper with handwritten mathematical work. The first line is a long addition: $5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 35$. The second line is a multiplication: $5 \times 7 = 35$. The paper is placed over a watermark of the Universitas Sanata Dharma logo.

Tidak berbeda dari jawaban teman-temannya, Agus menjawab $5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 35$ seperti yang terlihat pada lembar jawaban yang dituliskan oleh Agus di atas. Dengan melakukan penjumlahan menggunakan jari-jari tangan dan jari-jari kakinya dia mendapat jawaban jawaban 35.

Agus mengubah bentuk penjumlahan yang telah dilakukan pada poin pertama ke bentuk perkalian dengan menuliskan $5 \times 7 = 35$ seperti jawaban kebanyakan teman-temannya. Karena terdapat bilangan 5 dan dia menuliskan bilangan 5 tersebut terlebih dahulu kemudian mengalikan dengan banyaknya bilangan tersebut yaitu tujuh.

Jawaban Agus untuk poin pertama sudah benar, dengan proses penjumlahan menggunakan jari-jari tangan dan kaki dia mendapat jawaban 35. Selanjutnya untuk jawaban poin kedua dia menjawab salah, karena bentuk perkaliannya adalah $7 \times 5 = 35$ bukan $5 \times 7 = 35$.

5) Atta



$$1. 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 35$$

$$2. 5 \times 7 = 35$$

$$~~7 \times 5 = 35~~$$

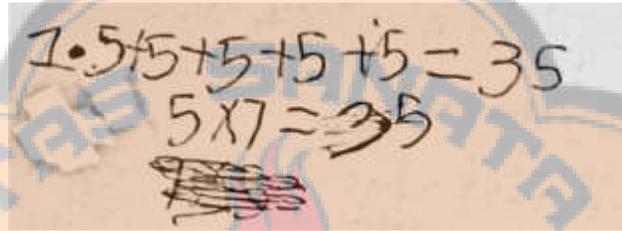
Atta memiliki jawaban yang tidak beda dengan teman-teman yang lainnya, dia menuliskan $5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 35$ pada lembar jawabannya seperti terlihat pada gambar di atas. Untuk mendapatkan jawaban 35, Atta langsung mencongak tanpa menghitung menggunakan jari-jari atau menggunakan penjumlahan bersusun seperti teman yang lainnya.

Mengubah bentuk penjumlahan $5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 35$ menjadi perkalian, awalnya Atta menuliskan dua jawaban yaitu $5 \times 7 = 35$ dan $7 \times 5 = 35$. Akan tetapi dia hapus jawaban yang kedua, dan ketika ditanya mengapa dia mengapus jawaban kedua tersebut, dia menjawab karena bentuk perkalian untuk tujuh orang yang masing-masing memiliki lima biji kerikil adalah 5×7 .

Jawaban Atta untuk poin pertama sudah benar, banyaknya seluruh kerikil yang terdapat pada tujuh orang dan masing-masing memiliki lima

kerikil adalah 35 biji. Sedangkan untuk jawaban poin kedua dia memiliki jawaban yang salah yaitu $5 \times 7 = 35$, sedangkan jawaban yang benar adalah $7 \times 5 = 35$.

6) Rehan

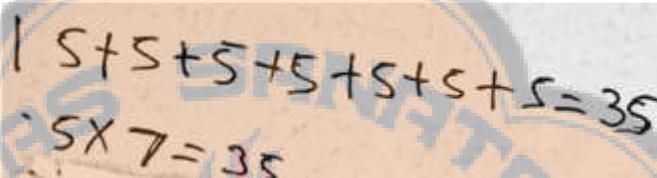

$$5+5+5+5+5=35$$
$$5 \times 7 = 35$$

Jawaban yang dituliskan Rehan adalah $5+5+5+5+5 = 35$, seperti yang terlihat pada gambar di atas. Sekilas, jawaban tersebut terlihat sama, akan tetapi ini sangat berbeda dari jawaban teman-teman lainnya. Seharusnya $5+5+5+5+5 = 25$, akan tetapi Rehan menuliskan $5+5+5+5+5 = 35$. Hal ini terjadi karena jawaban yang ditulis oleh Rehan bukan dari hasil pekerjaannya sendiri, dia selalu menengok kanan kiri dan jika ditanya tentang jawabannya Rehan tidak mau menjawab dan selalu menutup lembar jawabannya.

Untuk mengubah bentuk $5+5+5+5+5 = 35$ ke bentuk perkalian, Rehan menuliskan $5 \times 7 = 35$. Bentuk perkalian dari $5+5+5+5+5 = 35$, yang seharusnya $5 \times 5 = 25$ akan tetapi Rehan menuliskan $5 \times 7 = 35$. Hal ini meyakinkan bahwa Rehan hanya menirukan jawaban teman sekitarnya karena dia selalu menengok kanan dan kiri.

Rehan menuliskan jawaban yang salah baik untuk pertanyaan poin pertama maupun poin kedua. Kesalahan ini terjadi karena jawaban yang dia tulis bukan dari hasil pemikirannya sendiri.

7) Ipan



The image shows a student's handwritten work on a piece of paper. The first line is a long addition: $5+5+5+5+5+5+5=35$. The second line is a multiplication: $5 \times 7 = 35$.

Lembar jawaban Ipan diisi dengan $5+5+5+5+5+5+5 = 35$, seperti yang terlihat pada gambar di atas. Jawaban 35 didapat dari proses penjumlahan menggunakan jari-jari tangan.

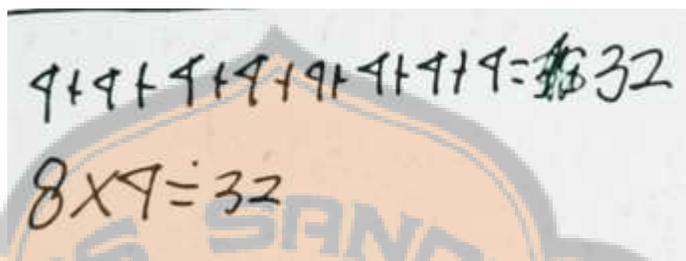
Mengubah bentuk penjumlahan $5+5+5+5+5+5+5 = 35$, ke bentuk perkalian Ipan menuliskan $5 \times 7 = 35$. Karena terdapat bilangan 5 dan dia menuliskan bilangan 5 tersebut terlebih dahulu kemudian mengalikan dengan banyaknya bilangan tersebut yaitu tujuh.

Jawaban Ipan untuk poin pertama sudah benar, karena banyaknya seluruh kerikil yang terdapat pada tujuh peserta didik tersebut adalah 35 biji. Sedangkan untuk poin kedua Jawaban Ipan salah, karena bentuk perkalian yang benar adalah $7 \times 5 = 35$.

2. Untuk permasalahan kedua, pendidik menyuguhkan masalah sebagai berikut.
Linda pergi ke minimarket untuk membeli 8 bungkus permen. Tiap bungkus permen berisi 4 butir permen. Berapa butir banyaknya seluruh permen milik Linda?

Hasil kerja peserta didik :

1) Indri

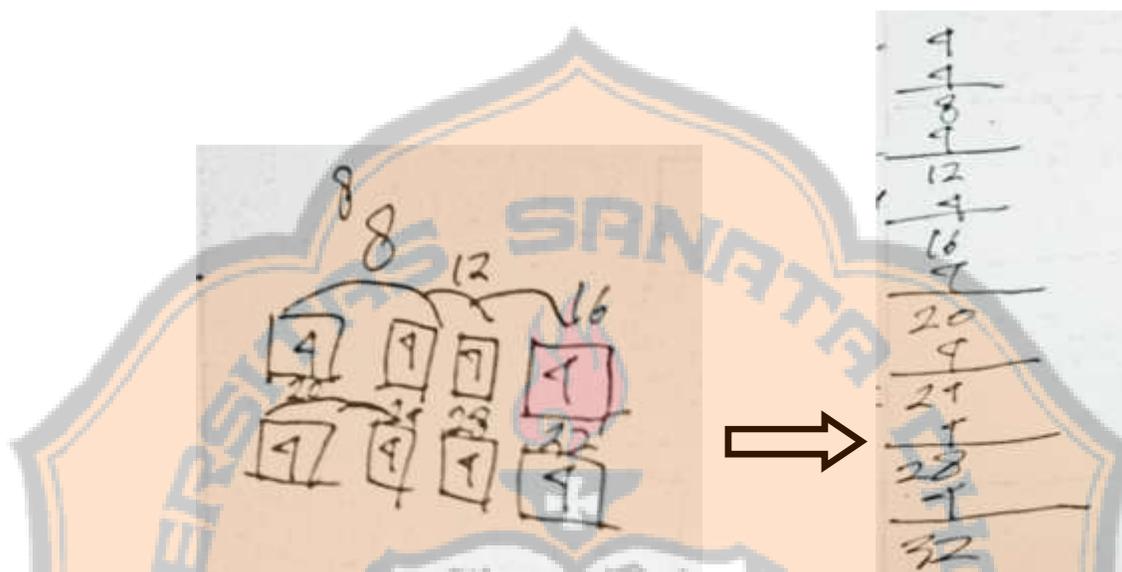


The image shows a student's handwritten work on a piece of paper. The first line shows the sum of eight 4s: $4+4+4+4+4+4+4+4=32$. The second line shows the multiplication method: $8 \times 4 = 32$. The background features a watermark of the Universitas Sanata Dharma logo.

Menjawab soal tersebut, Indri menuliskan $4+4+4+4+4+4+4+4=32$ pada lembar jawabannya seperti yang terlihat pada gambar di atas. Untuk mendapat jawaban 32, dia menghitung menggunakan cara sebagai berikut.

Cara pertama yang dia lakukan adalah mengurutkan semua bilangan 4 sebanyak delapan. Selanjutnya Indri menjumlahkan urutan pertama dan urutan kedua sehingga ia mendapat jawaban 8, kemudian hasil penjumlahan tersebut dijumlahkan dengan urutan ketiga yaitu $8+4$ sehingga dia dapatkan jawaban 12, selanjutnya hasil penjumlahan sebelumnya dijumlahkan lagi dengan urutan keempat yaitu $12+4$ menghasilkan bilangan 16, kemudian menjumlahkan hasil penjumlahan sebelumnya dengan urutan kelima yaitu $16+4$ menghasilkan jawaban 20, selanjutnya hasil penjumlahan sebelumnya dijumlahkan lagi dengan urutan keenam yaitu $20+4$ menghasilkan bilangan 24, kemudian hasil penjumlahan sebelumnya dijumlahkan lagi dengan urutan ketujuh yaitu $24+4$ menghasilkan bilangan 28, kemudian selanjutnya hasil penjumlahan

sebelumnya dijumlahkan lagi dengan urutan kedelapan sehingga menghasilkan bilangan 32.



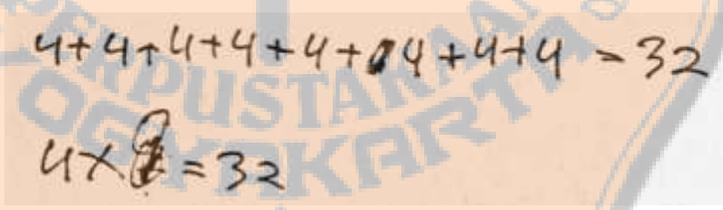
Cara kedua yang dilakukan oleh Indri adalah dengan penjumlahan bersusun. Cara kedua ini tidak berbeda jauh dari cara kerja yang pertama, karena pada prinsipnya Indri menjumlahkan setiap urutan bilangan kemudian hasil dari penjumlahan tersebut dijumlahkan lagi dengan urutan bilangan selanjutnya. Dimulai dengan penjumlahan bersusun suku pertama dan kedua yaitu $4+4$ menghasilkan bilangan 8, selanjutnya hasil penjumlahan sebelumnya dijumlahkan lagi dengan suku ketiga yaitu $8+4$ menghasilkan bilangan 12, kemudian hasil penjumlahan sebelumnya dijumlahkan lagi dengan suku keempat yaitu $12+4$ menghasilkan bilangan 16, selanjutnya hasil penjumlahan sebelumnya dijumlahkan lagi dengan suku kelima yaitu $16+4$ menghasilkan bilangan 20, kemudian hasil

penjumlahan sebelumnya dijumlahkan lagi dengan suku keenam yaitu $20+4$ menghasilkan bilangan 24, selanjutnya hasil penjumlahan sebelumnya dijumlahkan lagi dengan suku ketujuh yaitu $24+4$ menghasilkan bilangan 28, kemudian selanjutnya hasil penjumlahan sebelumnya dijumlahkan lagi dengan suku kedelapan sehingga menghasilkan bilangan 32.

Indri merubah bentuk penjumlahan $4+4+4+4+4+4+4+4=32$ ke dalam bentuk perkalian menjadi $8 \times 4 = 32$, diduga Jawaban ini muncul karena terdapat bilangan 4 sebanyak delapan kali.

Jawaban indri untuk penjumlahan bilangan sudah benar, kedua cara yang dia gunakan sudah benar dan konsisten. Selanjutnya untuk mengubah bentuk penjumlahan ke bentuk perkalian Indri mendapat jawaban yang benar pula yaitu $8 \times 4 = 32$.

2) Laila



Handwritten work showing the conversion of a sum of eight 4s to a multiplication problem:

$$4+4+4+4+4+4+4+4 = 32$$

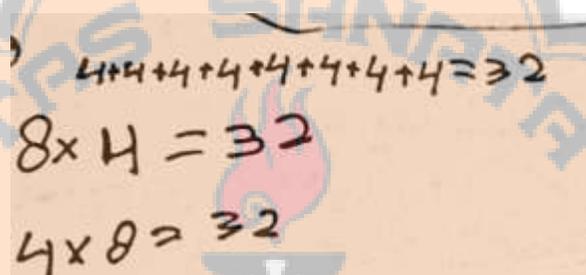
$$4 \times 8 = 32$$

Sebagaimana terlihat pada gambar di atas, jawaban Laila adalah $4+4+4+4+4+4+4+4=32$. Jawaban Laila tidak berbeda dari jawaban Indri, dia mengurutkan bilangan empat sebanyak 8 kali kemudian menjumlahkannya sehingga mendapatkan Jawaban 32.

Cara untuk mendapatkan hasil 32, Laila menggunakan penjumlahan bersusun. Menjumlahkan bilangan yang berdekatan kemudian hasil dari penjumlahan tersebut dijumlahkan lagi dengan urutan bilangan selanjutnya. Dimulai dengan penjumlahan bersusun suku pertama dan kedua yaitu $4+4$ menghasilkan bilangan 8, selanjutnya hasil penjumlahan sebelumnya dijumlahkan lagi dengan suku ketiga yaitu $8+4$ menghasilkan bilangan 12, kemudian hasil penjumlahan sebelumnya dijumlahkan lagi dengan suku keempat yaitu $12+4$ menghasilkan bilangan 16, selanjutnya hasil penjumlahan sebelumnya dijumlahkan lagi dengan suku kelima yaitu $16+4$ menghasilkan bilangan 20, kemudian hasil penjumlahan sebelumnya dijumlahkan lagi dengan suku keenam yaitu $20+4$ menghasilkan bilangan 24, selanjutnya hasil penjumlahan sebelumnya dijumlahkan lagi dengan suku ketujuh yaitu $24+4$ menghasilkan bilangan 28, kemudian hasil penjumlahan sebelumnya dijumlahkan lagi dengan suku kedelapan sehingga menghasilkan bilangan 32. selanjutnya hasil penjumlahan sebelumnya dijumlahkan lagi dengan suku ke Sembilan yaitu $32+4$ menghasilkan bilangan 36, dan yang terakhir hasil penjumlahan sebelumnya dijumlahkan dengan suku kesepuluh yaitu $36+4$ menghasilkan bilangan 40, seperti yang dapat dilihat pada gambar di bawah ini.

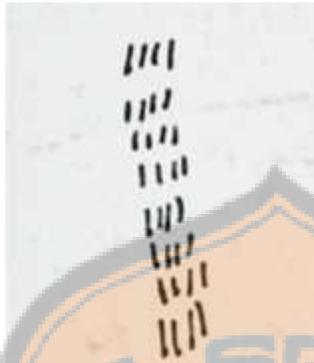
Jawaban Laila untuk operasi penjumlahan sudah benar hanya saja dia kurang teliti, dan untuk perubahan bentuk penjumlahan ke bentuk perkalian dia masih salah. Jawaban $4 \times 8 = 32$ merupakan jawaban salah, yang benar adalah $8 \times 4 = 32$.

3) Musa



The image shows a piece of paper with handwritten mathematical work. At the top, there is a long horizontal line. Below it, the first equation is $4+4+4+4+4+4+4+4=32$. The second equation is $8 \times 4 = 32$. The third equation is $4 \times 8 = 32$.

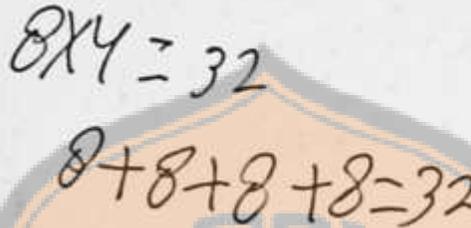
Terdapat 8 bungkus permen dan setiap bungkus permen terdapat 4 butir, maka Musa menuliskan $4+4+4+4+4+4+4+4=32$ seperti yang terlihat pada gambar di atas. Cara yang digunakan oleh Musa untuk mendapat jawaban 32 berbeda dari cara teman-teman lainnya. Cara yang Musa gunakan adalah dengan merepresentasikan bilangan 4 ke bentuk empat lidi yaitu I I I I, karena terdapat delapan bilangan 4, maka ia menggambarnya sebanyak 8 baris kemudian dia menghitung lidi tersebut satu persatu hingga mendapatkan jawaban 32, Seperti yang terlihat pada gambar di bawah ini.



Mengubah bentuk penjumlahan tersebut ke bentuk perkalian Musa menuliskan dua jawaban yaitu $8 \times 4 = 32$ dan $4 \times 8 = 32$. Dia menjawab 8×4 karena terdapat bilangan 4 sebanyak delapan, sedangkan jawaban 4×8 ditulis olehnya karena hasil perkalian dari dua bentuk tersebut yaitu 8×4 dan 4×8 memiliki jawaban yang sama yaitu 32.

Jawaban Musa untuk proses penjumlahan sudah benar, dan proses atau cara perhitungan yang dia lakukan terbilang unik. Dan dalam mengubah bentuk penjumlahan ke bentuk perkalian jawaban Musa juga sudah benar yaitu $8 \times 4 = 32$. Disinilah salah satu kelebihan dari PMR, karena peserta didik dapat mengeksplor kemampuan mereka dalam proses memecahkan masalah, sehingga peserta didik tidak merasa dibatasi dan terpaku pada satu cara yang monoton.

4) Agus



Handwritten work for Agus:

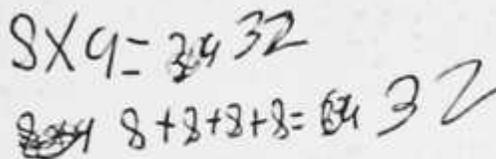
$$8 \times 4 = 32$$

$$8 + 8 + 8 + 8 = 32$$

Cara yang digunakan Agus untuk mengetahui jumlah permen yang dimiliki Linda adalah dengan menggunakan perkalian terlebih dahulu yaitu 8×4 , jika dilihat menurut soal jawaban 8×4 sudah benar karena terdapat empat biji permen dalam satu bungkus, sebanyak delapan bungkus. Cara berpikir Agus ini agak berbeda dari teman-teman sebelumnya. Dan untuk mengetahui hasil perkalian dari 8×4 , dia menuliskan $8 + 8 + 8 + 8$ dan menghitungnya satu persatu hingga mendapat jawaban 32.

Perubahan bentuk perkalian 8×4 ke bentuk penjumlahan yang Agus lakukan di atas merupakan perubahan yang salah, yang seharusnya yang benar adalah $4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 32$.

5) Atta



Handwritten work for Atta:

$$8 \times 4 = 32$$

$$8 + 8 + 8 + 8 = 32$$

Sebagaimana yang dilakukan oleh Agus, Atta juga melakukan hal yang sama. Untuk mengetahui banyaknya jumlah permen yang ada pada 8 bungkus dimana setiap bungkus terdiri dari 4 butir permen, Atta menjawab dengan menggunakan perkalian terlebih dahulu, dia menuliskan $8 \times 4 = 32$, jika dilihat dari soal jawaban 8×4 sudah benar karena terdapat empat biji permen dalam satu bungkus, sebanyak delapan bungkus. Kemudian selanjutnya Atta merubah bentuk perkalian 8×4 dalam bentuk penjumlahan yaitu $8 + 8 + 8 + 8 = 32$ seperti yang terlihat pada gambar di atas, dan ini merupakan jawaban yang salah. Bentuk penjumlahan yang benar menurut perkalian tersebut adalah $4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 32$.

6) Rehan

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 32$$

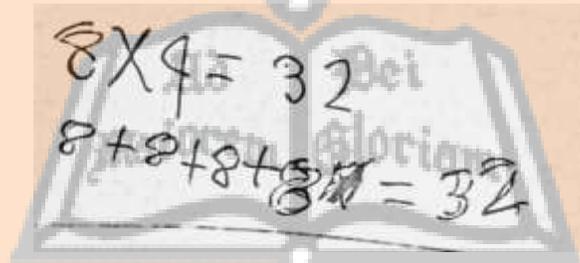
8 12 16 20

Langkah pertama, Rehan menuliskan bilangan 4 sebanyak 8 yaitu $4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$, kemudian mulai menjumlahkan bilangan-bilangan tersebut. Seperti yang terlihat pada gambar di atas, Rehan menjumlahkan dua suku pertama yaitu suku pertama dan kedua $4 + 4$ menghasilkan bilangan 8, kemudian menjumlahkan dua suku selanjutnya yaitu suku ketiga dan keempat menghasilkan 12, dan menjumlahkan dua suku selanjutnya yaitu suku kelima dan keenam didapat 16, serta menjumlahkan dua suku selanjutnya yaitu suku ketujuh dan suku

kedelapan menghasilkan bilangan 20, setelah menjumlahkan semua bilangan tersebut Rehan mendapat jawaban 23.

Jawaban 23 merupakan jawaban yang salah, menurut observasi langsung yang dilakukan oleh peneliti, Rehan sering tengok ke kanan dan ke kiri. Sehingga dapat disimpulkan bahwa jawaban yang ia tulis tersebut bukan dari hasil pemikiran dia sendiri melainkan hasil lirikan dari jawaban temannya yang lain. Ketika peneliti menanyakan kenapa jawabannya seperti itu, dia hanya diam.

7) Ipan



Cara untuk mengetahui banyaknya jumlah permen yang ada pada 8 bungkus dan setiap bungkus terdiri dari 4 butir permen, Ipan menggunakan perkalian terlebih dahulu, dia menuliskan 8×4 seperti yang terlihat pada gambar di atas. Jika dilihat menurut soal, jawaban 8×4 sudah benar karena terdapat empat biji permen dalam satu bungkus, sebanyak delapan bungkus. Dan untuk mengetahui hasil perkalian dari 8×4 , dia menuliskan $8 + 8 + 8 + 8$ dan menghitungnya satu persatu hingga mendapat jawaban 32.

Perubahan bentuk perkalian 8×4 ke bentuk penjumlahan yang Ipan lakukan di atas merupakan perubahan yang salah, perubahan yang seharusnya yang benar adalah $4+4+4+4+4+4+4+4=32$

D. Perbaiki Masalah

Masalah yang telah dianalisis memiliki kekurangan dan kelebihan, setelah dianalisis terdapat kekurangan pada masalah yang harus diperbaiki. Perbaiki masalah menjadi:

Dari kerikil yang masing-masing kalian miliki, jawablah pertanyaan berikut :

1. Hitunglah berapakah jumlah kerikil yang ada dalam kelompok kalian!
2. Ubahlah bentuk penjumlahan yang telah kalian kerjakan sebelumnya ke bentuk perkalian !
3. Hitunglah banyaknya kerikil yang ada pada seluruh kelompok tersebut!
4. Ubahlah bentuk penjumlahan yang telah kalian kerjakan pada soal no 3 di atas ke bentuk perkalian !

Berdasarkan metode pembelajaran penemuan (*discovery learning*), peneliti membagi siswa kedalam beberapa kelompok, dan setiap kelompok memiliki anggota yang beragam yaitu antara 3-5 orang siswa dalam satu kelompok. Hal ini akan berdampak pada soal nomor 4, karena dengan pembagian anggota kelompok yang berbeda maka siswa tidak bisa langsung mengubah bentuk penjumlahan ke bentuk perkalian, mereka harus membedakan bilangan yang memiliki nilai yang sama dan bilangan yang memiliki nilai yang berbeda. Dari masalah ini siswa akan paham

bahwa perkalian adalah penjumlahan berulang dari bilangan-bilangan yang memiliki nilai yang sama.

E. Penelitian

Penelitian dilaksanakan pada tanggal 8 Maret 2017, dengan siswa yang hadir sebanyak 32 orang. Prose penelitian berlangsung sebagai berikut:

1. Guru memberi salam dan menanyakan kabar para siswa
2. Guru mengecek kehadiran siswa, dengan bertanya siapa saja yang tidak hadir. Terdapat tiga orang siswa yang tidak hadir, sehingga jumlah seluruh siswa yang hadir adalah sebanyak 32 orang.
3. Guru bertanya apakah ada siswa yang tidak membawa kerikil seperti yang telah diinformasikan pada pertemuan sebelumnya pada saat observasi. Ternyata seluruh siswa membawa masing-masing 12 biji kerikil sesuai dengan informasi pada pertemuan sebelumnya.
4. Guru membagi siswa kedalam delapan kelompok. Karena jumlah seluruh siswa yang hadir adalah 32 orang, maka masing-masing kelompok terdiri dari 3-5 orang siswa. Sehingga terdapat satu kelompok yang beranggotakan 3 orang siswa, enam kelompok beranggotakan 4 orang siswa dan terdapat satu kelompok beranggotakan 5 orang siswa.
5. Guru mengorganisasikan proses pembelajaran dengan memberikan beberapa soal yang akan dibahas pada analisis data.

Dari media pembelajaran kerikil tersebut, siswa dan guru melakukan proses pembelajaran sebagai berikut:

- a. Hitunglah berapakah jumlah kerikil yang ada dalam kelompok kalian!
- b. Ubahlah bentuk penjumlahan yang telah kalian kerjakan sebelumnya ke bentuk perkalian !
- c. Hitunglah banyaknya kerikil yang ada pada seluruh kelompok tersebut!
- d. Ubahlah bentuk penjumlahan yang telah kalian kerjakan pada soal no 3 di atas ke bentuk perkalian !

F. Analisis Data

Penelitian yang telah dilakukan menghasilkan data, kemudian data yang telah didapat berupa hasil pekerjaan siswa dan data observasi langsung dan kedua data tersebut harus dianalisis. Proses analisis data sebagai berikut:

1. Pertemuan sebelumnya pada saat observasi peneliti menginformasikan kepada seluruh siswa bahwa untuk pertemuan selanjutnya diharapkan agar masing-masing siswa membawa kerikil sebanyak 12 biji. Dari media pembelajaran kerikil tersebut, siswa dan guru melakukan proses pembelajaran sebagai berikut:
 - a. Guru membagi siswa kedalam delapan kelompok, yang terdiri dari 3-5 orang siswa.
 - b. Guru mengorganisasikan proses pembelajaran dengan memberikan beberapa soal sebagai berikut:

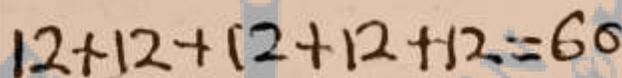
Dari kerikil yang masing-masing sudah kalian bawa :

- 1) Hitunglah berapakah jumlah kerikil yang ada dalam kelompok kalian!
- 2) Ubahlah bentuk penjumlahan yang telah kalian kerjakan sebelumnya ke bentuk perkalian !
- 3) Hitunglah banyaknya kerikil yang ada pada seluruh kelompok tersebut!
- 4) Ubahlah bentuk penjumlahan yang telah kalian kerjakan pada soal no 3 di atas ke bentuk perkalian !

a) Kelompok 1

Kelompok 1 beranggotakan lima orang siswa. Lima orang siswa tersebut terdiri dari Andhimy Gusvio Prasista, Alfiah Septiani, Siska Dwi Kartika, Mutiara Nooravitasari dan Lathifa Nasywa Dena.

- 1) Hitunglah berapakah jumlah kerikil yang ada dalam kelompok kalian!


$$12+12+(2+12+12)=60$$

Menjawab pertanyaan pertama ini, kelompok 1 memulai dengan menghitung kerikil yang masing-masing mereka miliki, kemudian menuliskan bilangan 12 sebanyak lima kali pada lembar jawaban mereka, karena kelompok tersebut beranggotakan lima siswa dan terdapat 12 kerikil pada masing-masing siswa yaitu $12+12+12+12+12=60$, seperti yang terlihat pada gambar di atas. Untuk mendapatkan hasil 60, kelompok 1 menghitung menggunakan beberapa cara, yaitu:

$$\begin{array}{r} 24 \quad 36 \quad 48 \quad 60 \\ 12 + 12 + 12 + 12 + 12 = 60 \end{array}$$

Cara pertama, mengurutkan bilangan 12 sebanyak 5 kali dan kemudian menjumlahkannya satu persatu seperti yang terlihat pada gambar di atas. Mereka menghitung dengan cara menggabungkan kerikil yang dimiliki oleh siswa pertama dan siswa kedua terlebih dahulu, kemudian banyaknya kerikil hasil penjumlahan tersebut digabungkan lagi dengan kerikil siswa ketiga, dan seterusnya hingga kerikil yang dimiliki oleh siswa kelima dan menghasilkan 60 biji kerikil.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 12 \\ \hline 24 \end{array} + \begin{array}{r} 24 \\ 24 \\ \hline 48 \end{array} + \begin{array}{r} 48 \\ 12 \\ \hline 60 \end{array}$$

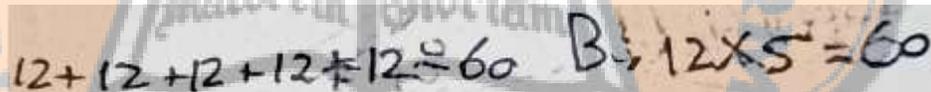
Cara kedua, kelompok 1 menjumlahkan setiap dua suku yang berdekatan dengan menggunakan penjumlahan bersusun. Pertama-tama mereka menggabungkan kerikil yang dimiliki oleh masing-masing dua orang yang berdekatan hingga mendapatkan hasil masing-masing 24 biji kerikil, kemudian menjumlahkannya sehingga menghasilkan 48 biji kerikil. Karena terdapat 5 suku sehingga terdapat satu suku yang tersisa seperti yang terlihat pada gambar di atas, banyaknya kerikil yang terdapat pada empat orang tersebut dijumlahkan lagi dengan kerikil yang dimiliki

siswa kelima, sehingga diperoleh jumlah seluruh kerikil pada kelompok tersebut adalah 60 biji.

Jadi, menurut kelompok 1 banyaknya seluruh kerikil yang dimiliki oleh lima orang anggota kelompok tersebut adalah sebanyak 60 biji kerikil. Jawaban tersebut sudah benar, dan cara mereka menjawabpun sudah bagus karena mereka menemukan dua cara yang berbeda untuk menemukan jawaban tersebut.

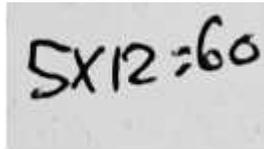
2) Ubahlah bentuk penjumlahan yang telah kalian kerjakan sebelumnya ke dalam bentuk perkalian !

Kelompok 1 memiliki dua jawaban untuk menjawab pertanyaan yang kedua ini, yaitu:



The image shows a handwritten note on a piece of paper. At the top, it reads 'ad Beati maiorem Gloriam'. Below this, there are two mathematical expressions: $12 + 12 + 12 + 12 + 12 = 60$ and $B: 12 \times 5 = 60$. The first expression is written in black ink, and the second is written in blue ink.

Jawaban yang pertama seperti yang terlihat pada gambar di atas, untuk mengubah bentuk penjumlahan dari $12+12+12+12+12=60$ kedalam bentuk perkalian, kelompok 1 menuliskan $12 \times 5 = 60$, hal ini dikarenakan bilangan-bilangan tersebut terdiri dari bilangan 12 sehingga mereka menulis bilangan 12 terlebih dahulu kemudian mengalikan dengan banyaknya bilangan tersebut yaitu lima sehingga bentuk perkaliannya menjadi 12×5 .


$$5 \times 12 = 60$$

Mengubah bentuk penjumlahan ke bentuk perkalian jawaban kedua dari kelompok 1 yaitu $5 \times 12 = 60$. Mengubah bentuk penjumlahan bilangan $12 + 12 + 12 + 12 + 12 = 60$ kedalam bentuk perkalian, siswa menuliskan $5 \times 12 = 60$, karena terdapat bilangan 12 sebanyak lima kali sehingga mereka menuliskan 5×12 .

Jawaban kelompok 1 untuk perubahan bentuk penjumlahan bilangan 12 sebanyak lima yaitu $12 + 12 + 12 + 12 + 12 = 60$ ke bentuk perkalian sudah benar yaitu 5×12 akan tetapi terdapat juga jawaban salah yaitu 12×5 .

3) Hitunglah banyaknya kerikil yang ada pada seluruh kelompok tersebut!

Pertama-tama kelompok 1 mengutus salah satu anggota kelompok mereka berkeliling ruangan kelas untuk mendaftarkan jumlah kerikil yang terdapat pada setiap kelompok. Kemudian untuk mengetahui jumlah seluruh kerikil yang terdapat pada delapan kelompok tersebut, kelompok 1 menggunakan cara sebagai berikut.

60	108	48
36		48
	84	
48	96	48
48	96	48

Cara pertama, kelompok 1 memulai dengan mendaftarkan jumlah kerikil yang terdapat pada masing-masing kelompok seperti yang terlihat pada gambar di atas. Karena dalam kelas tersebut terdapat 8 kelompok mereka menggambarkan dua kolom dan empat baris untuk mendaftarkan jumlah kerikil pada setiap kelompok. Dari gambar di atas, kelompok 1 memiliki 60 biji kerikil, kelompok 2 memiliki 48 biji kerikil, kelompok 3 memiliki 36 biji kerikil, kelompok 4 memiliki 48 biji kerikil, kelompok 5 memiliki 48 biji kerikil, kelompok 6 memiliki 48 biji kerikil, kelompok 7 memiliki 48 biji kerikil dan kelompok terakhir yaitu kelompok 8 memiliki 48 biji kerikil.

$$\begin{array}{r}
 60 \\
 48 \\
 \hline
 108 \\
 84 \\
 \hline
 192
 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 36 \\
 48 \\
 \hline
 84 \\
 224 \\
 \hline
 224
 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 48 \\
 48 \\
 \hline
 96 \\
 96 \\
 \hline
 96
 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 48 \\
 48 \\
 \hline
 96 \\
 96 \\
 \hline
 96
 \end{array}
 = 384$$

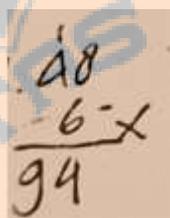
Langkah selanjutnya menghitung jumlah seluruh kerikil yang terdapat pada delapan kelompok tersebut mereka menjumlahkan setiap dua kelompok yang berdekatan seperti yg terdapat pada gambar di atas, sehingga didapat penjumlahan suku pertama dan kedua yaitu $60+48$ menghasilkan 108, kemudian penjumlahan suku ketiga dan keempat yaitu $36+48$ menghasilkan 84, selanjutnya penjumlahan suku kelima dan keenam yaitu $48+48$ menghasilkan 96 dan penjumlahan suku ketujuh dan kedelapan yaitu $48+48=96$.

$$\begin{array}{r}
 108 \\
 + 84 \\
 \hline
 192 \\
 + 96 \\
 \hline
 288 \\
 + 96 \\
 \hline
 384
 \end{array}$$

Selanjutnya mereka menjumlahkan hasil penjumlahan sebelumnya dengan menjumlahkannya satu persatu. Seperti yang terlihat pada gambar di atas, mereka menghitung dengan cara penjumlahan bersusun yaitu $108+84$ menghasilkan 192, kemudian $192+96$ menghasilkan 288 dan $288+96$ menghasilkan 384. Dari hasil penjumlahan tersebut didapat bahwa jumlah seluruh kerikil yang ada dalam kelas tersebut adalah 384 biji kerikil.

Jawaban kelompok 1 untuk masalah ketiga ini sudah benar, jadi banyaknya seluruh kerikil yang terdapat pada delapan kelompok tersebut adalah 384 biji.

- 4) Ubahlah bentuk penjumlahan yang telah kalian kerjakan pada soal no 3 di atas ke bentuk perkalian!


$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 6 \\ \hline 288 \end{array}$$

Mengubah bentuk penjumlahan $48+48+48+48+48+48+60+36$ ke bentuk perkalian, kelompok 1 mengalami kesulitan karena mereka melihat perbedaan nilai dari bilangan-bilangan tersebut, maka mereka memutuskan untuk bertanya kepada guru, guru memberikan sedikit bayangan 'jika kalian bedakan bilangan yang bernilai sama dengan bilangan yang bernilai berbeda, apakah mungkin untuk merubahnya menjadi bentuk perkalian?'. Dari sedikit arahan dari guru, mereka terlebih dahulu mengelompokkan bilangan yang sama yaitu bilangan 48 sebanyak enam dan menuliskan dalam bentuk perkalian yaitu 6×48 , kemudian menghitungnya dengan menggunakan perkalian bersusun seperti yang terlihat pada gambar di atas. Untuk mengetahui hasil perkalian tersebut kelompok 1 menggunakan cara sebagai berikut:

$$\begin{array}{cccccccc} \cancel{12} & \cancel{18} & \cancel{24} & \cancel{30} & \cancel{36} & \cancel{42} & \cancel{48} & 54 \\ \hline 6 & + & 6 & + & 6 & + & 6 & + & 6 & + & 6 & + & 6 & + & 6 \end{array}$$

Mereka terlebih dahulu mengurutkan bilangan 6 sebanyak delapan kali kemudian menjumlahkannya satu persatu seperti yang terlihat pada gambar di atas, akan tetapi mereka kurang teliti dalam proses penjumlahannya sehingga hasil penjumlahan yang mereka dapatkan 54 yang seharusnya penjumlahan bilangan 6 sebanyak 8 adalah 48. Kemudian selanjutnya, mengalikan bilangan 4 dengan bilangan 6 sehingga menghasilkan bilangan 24. Jadi, hasil perkalian 6×48 yang didapat oleh kelompok 1 adalah 94.

Setelah menghitung 6×48 , kelompok satu mengalikan hasil perkalian tersebut dengan bilangan yang masih tersisa yaitu 36 dan 60. Pertama mereka mengalikan hasil perkalian sebelumnya dengan bilangan 36 yaitu 94×36 menghasilkan 334, selanjutnya mengalikan hasil perkalian tersebut dengan bilangan 60 yaitu 334×60 menghasilkan bilangan 210.

$$\begin{array}{r} 94 \\ \times 36 \\ \hline 334 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3.34 \\ \times 60 \\ \hline 210 \end{array}$$

Kelompok 1 memiliki jawaban yang salah untuk soal keempat ini. Kesalahan pertama mereka yaitu hasil perkalian 6×48 adalah 288, akan tetapi mereka menuliskan 94. Kesalahan kedua adalah mereka mengalikan

bilangan yang memiliki nilai yang berbeda yaitu 36 dan 60, yang seharusnya hanya dijumlahkan sehingga menghasilkan bilangan 210. Kesalah ketiga terletak pada perkalian 6×8 , yang jika diubah ke bentuk penjumlahan menjadi $8+8+8+8+8+8$ bukan $6+6+6+6+6+6+6+6$ seperti yang mereka lakukan di atas, hal ini terjadi karena hal tersebut yang diajarkan oleh guru mereka sebelumnya.

b) Kelompok 2

Kelompok 2 beranggotakan empat orang siswa. Empat orang siswa tersebut terdiri dari Annisa Qothrunada Mutiara Sandy, Nur Afna, Intania Kinanthi Rizky dan Arbia Aqlauna Putri.

- 1) Hitunglah berapakah jumlah kerikil yang ada dalam kelompok kalian!

Jawab = 48

Kelompok 2 terdiri dari empat orang siswa, dan setiap siswa memiliki 12 biji kerikil. Jadi, seperti yang terlihat pada gambar di atas, jumlah kerikil yang terdapat pada kelompok 2 adalah sebanyak 48 biji.

$12 + 12 + 12 + 12 = 48$ Empat puluh delapan

Kelompok 2 mendapat jawaban 48 dengan cara menjumlahkan kerikil yang dimiliki oleh setiap anggota kelompok, dengan terlebih dahulu mendaftarkannya yaitu $12+12+12+12$, seperti yang terlihat pada gambar di atas. Selanjutnya mereka menjumlahkannya satu persatu yaitu,

kerikil yang dimiliki siswa pertama digabungkan dengan kerikil yang dimiliki oleh siswa kedua, banyaknya kerikil yang dimiliki oleh dua siswa pertama digabungkan dengan kerikil yang dimiliki oleh siswa ketiga dan seterusnya hingga siswa keempat hingga menghasilkan 48 biji kerikil. Jadi, banyaknya seluruh kerikil yang dimiliki oleh kelompok 2 adalah 48 biji kerikil.

Jawaban kelompok 2 untuk pertanyaan pertama sudah benar, karena jumlah anggota kelompok 2 sebanyak empat orang siswa dan masing-masing siswa memiliki 12 biji kerikil, berarti banyaknya kerikil yang terdapat pada kelompok 2 yaitu 48 biji.

2) Ubahlah bentuk penjumlahan yang telah kalian kerjakan di atas kedalam bentuk perkalian!

$$4 \times 12 = 48$$

Mengubah bentuk penjumlahan $12+12+12+12=48$ ke bentuk perkalian, kelompok 2 menuliskan $4 \times 12 = 48$. Hal ini karena terdapat bilangan 12 sebanyak empat kali pada bentuk penjumlahan tersebut.

Jawaban kelompok 2 untuk soal kedua ini sudah benar. Perubahan bentuk penjumlahan bilangan $12+12+12+12=48$ ke bentuk perkalian adalah $4 \times 12 = 48$.

3) Hitunglah banyaknya kerikil yang ada pada seluruh kelompok tersebut!

$$48+60+48+48+48+36+48+48=336$$

Menghitung banyaknya kerikil yang terdapat dalam delapan kelompok tersebut, kelompok 2 terlebih dahulu mengutus salah satu anggota kelompok untuk mendaftarkannya banyaknya kerikil yang terdapat pada setiap kelompok, didapat yaitu $48+60+48+48+48+36+48+48$. Selanjutnya mereka mulai melakukan proses penjumlahan berurut satu persatu yaitu dimulai dari $48+60$ menghasilkan 108, kemudian hasil penjumlahan tersebut dijumlahkan dengan suku ketiga yaitu $108+48$ menghasilkan 156, selanjutnya hasil penjumlahan tersebut dijumlahkan lagi dengan suku keempat $156+48$ menghasilkan 204, selanjutnya hasil penjumlahan tersebut dijumlahkan lagi dengan suku kelima yaitu $204+48$ menghasilkan 252, selanjutnya hasil penjumlahan sebelumnya dijumlahkan dengan suku keenam yaitu $252+36$ menghasilkan 288 dan hasil penjumlahan sebelumnya dijumlahkan lagi dengan suku ketujuh yaitu $288+48$ menghasilkan 336. Menurut kelompok 2 hasil penjumlahan dari seluruh kerikil yang ada pada delapan kelompok adalah sebanyak 336 biji.

Proses pengumpulan data yang dilakukan kelompok 2 sudah benar dan teliti, akan tetapi mereka agak keliru dalam proses penjumlahan. Mereka hanya menjumlahkan kerikil yang dimiliki oleh tujuh kelompok

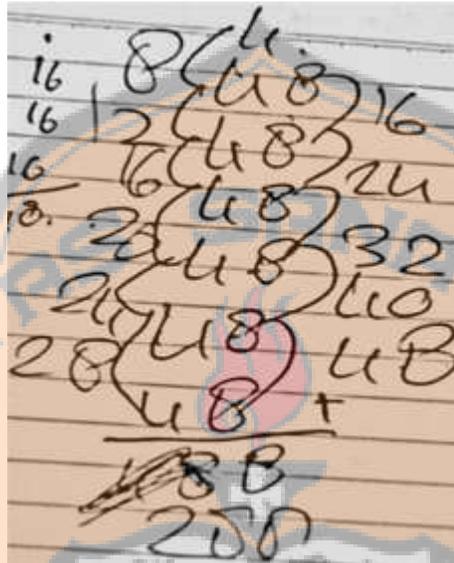
saja, padahal terdapat delapan kelompok. Menurut perhitungan kelompok 2, jumlah seluruh kerikil pada kelas tersebut adalah sebanyak 336 biji, yang seharusnya jumlah seluruh kerikil yang terdapat dalam delapan kelompok tersebut adalah sebanyak 384 biji.

- 4) Ubahlah bentuk penjumlahan yang telah kalian kerjakan pada soal no 3 di atas ke bentuk perkalian !


$$\text{jawab: } 6 \times 48 = 288 + 36 + 60 = 384$$

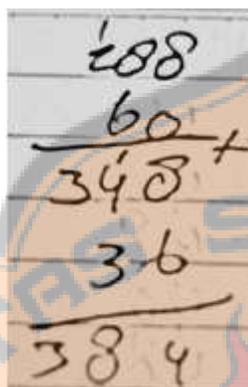
Mengubah bentuk penjumlahan yang telah dilakukan pada soal ketiga sebelumnya yaitu $48+60+48+48+48+36+48+48$ ke bentuk perkalian, kelompok 2 mengalami kesulitan karena mereka melihat perbedaan nilai dari bilangan-bilangan tersebut, maka mereka bertanya kepada guru, guru memberikan sedikit bayangan jika dibedakan bilangan yang bernilai sama dengan bilangan yang bernilai berbeda, apakah mungkin untuk merubahnya menjadi bentuk perkalian?. Kemudian mereka mulai mengelompokkan menjadi dua suku yaitu kelompok memiliki banyak kerikil yang sama yaitu bilangan 48 sebanyak 6, dan kelompok bilangan yang bernilai berbeda yaitu 36 dan 60. Kelompok pertama mengumpulkan bilangan yang bernilai sama yaitu 48 sebanyak enam, kemudian menuliskan kedalam bentuk perkalian yaitu 6×48 . Untuk

mengetahui hasil perkalian 6×48 , mereka menggunakan cara sebagai berikut.



Pertama-tama mereka menyusun bilangan 48 sebanyak enam kali kemudian menjumlahkannya. Seperti yang terlihat pada gambar di atas, kelompok 2 menjumlahkan bilangan satuan yang berada dibelakang terlebih dahulu yaitu bilangan 8 dengan menjumlahkan satu persatu $8+8$ menghasilkan 16, kemudian $16+8$ menghasilkan 24, kemudian $24+8$ menghasilkan 32, selanjutnya $32+8$ menghasilkan 40 dan yang terakhir $40+8$ menghasilkan 48 sehingga jumlah dari enam bilangan 8 adalah 48. Selanjutnya mereka menjumlahkan seluruh bilangan puluhan. Karena bilangan puluhannya adalah bilangan 4 sebanyak 7, maka $4+4$ menghasilkan 8, kemudian $8+4$ menghasilkan 12, kemudian $12+4$ menghasilkan 16, kemudian $16+4$ menghasilkan 20, selanjutnya $20+4$

menghasilkan 24 dan $24+4$ menghasilkan 28. Sehingga didapat bilangan 288. Jadi hasil perkalian 6×48 adalah 288.


$$\begin{array}{r} 288 \\ + 60 \\ \hline 348 \\ + 36 \\ \hline 384 \end{array}$$

Proses selanjutnya setelah mendapat hasil perkalian $6 \times 48 = 288$, kelompok 2 menjumlahkan hasil perkalian tersebut dengan bilangan yang bernilai yang berbeda sebelumnya yaitu bilangan 60 dan 36. Untuk proses penjumlahan tersebut, mereka memiliki dua cara, yaitu yang pertama seperti yang terlihat pada gambar di atas, bilangan 288 dijumlahkan dengan bilangan 60 terlebih dahulu dan menghasilkan 348. Selanjutnya menjumlahkan bilangan 348 dengan bilangan 36 menghasilkan bilangan 384. Sehingga didapat jumlah seluruh kerikil yang ada pada kelas tersebut adalah sebanyak 384 biji.

Cara kedua adalah dengan menjumlahkan bilangan 36 dan 60 terlebih dahulu, sehingga menghasilkan 96. Kemudian hasil penjumlahan tersebut dijumlahkan lagi dengan hasil perkalian dari 6×48 yaitu $288 + 96 = 384$, seperti yang terlihat pada gambar di bawah ini.

$$6 \times 48 = 288, \quad 288 + 96 = 384$$

Hasil perhitungan pada soal keempat dan hasil pada soal ketiga seharusnya memiliki jawaban yang sama, yaitu 384 biji kerikil. Akan tetapi kelompok 2 sedikit keliru pada jawaban soal ketiga karena hasil yang mereka dapatkan adalah 336 biji kerikil, yang seharusnya 384 biji kerikil.

c) Kelompok 3

Kelompok 3 beranggotakan tiga orang siswa. Tiga orang siswa tersebut terdiri dari Alifto Hafidz Adrianda, Ahmad Fadlali Nur R dan Musa Al Arafu.

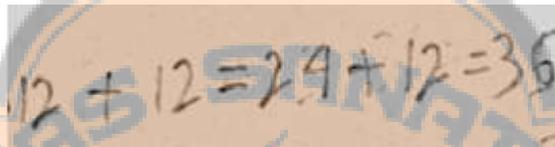
1) Hitunglah berapakah jumlah kerikil yang ada dalam kelompok kalian!

Menjawab soal yang pertama kelompok 3 menjawab 36. Jawaban tersebut didapat dengan menggunakan dua cara yaitu:

$$36 = \frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{12}{12}$$

Cara pertama yang mereka lakukan adalah dengan penjumlahan bersusun seperti yang terlihat pada gambar di atas. mereka memulai dengan menjumlahkan bilangan satuan yang berada di sebelah kanan yaitu

bilangan 2 sehingga menghasilkan bilangan 6, selanjutnya menjumlahkan bilangan puluhan yaitu bilangan 1 sehingga mendapat bilangan 3. Jadi dengan dengan penjumlahan bersusun mereka mendapat jawaban 36 tersebut.

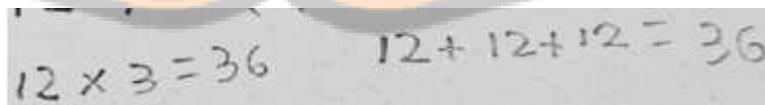


$$12 + 12 = 24 + 12 = 36$$

Sedikit berbeda dari cara perhitungan yang pertama di atas. cara kedua ini mereka menjumlahkan satu persatu kerikil yang berada pada masing-masing siswa, menggabungkan kerikil yang terdapat pada siswa pertama dan kedua sehingga menghasilkan 24 biji kerikil, kemudian banyaknya kerikil tersebut digabung lagi dengan kerikil yang terdapat pada siswa ketiga sehingga menghasilkan 36 biji kerikil.

Jawaban kelompok 3 untuk soal pertama sudah benar. Banyaknya seluruh kerikil yang terdapat pada tiga orang siswa jika setiap siswa masing-masing memiliki 12 biji adalah 36 biji.

2) Ubahlah bentuk penjumlahan yang telah kalian kerjakan di atas kedalam bentuk perkalian!



$$12 \times 3 = 36 \quad 12 + 12 + 12 = 36$$

Mengubah bentuk penjumlahan bilangan 12 sebanyak tiga yaitu $12+12+12$ ke bentuk perkalian, kelompok 3 menuliskan 12×3 , hal ini

dikarenakan bilangan-bilangan tersebut terdiri dari bilangan 12 sehingga mereka menulis bilangan 12 terlebih dahulu kemudian mengalikan dengan banyaknya bilangan tersebut yaitu tiga sehingga bentuk perkaliannya menjadi 12×3 .

Jawaban kelompok 3 untuk soal kedua ini keliru, karena perubahan bentuk penjumlahan $12+12+12=36$ ke bentuk perkalian adalah $3 \times 12=36$, bukan $12 \times 3=36$.

3) Hitunglah banyaknya kerikil yang ada pada seluruh kelompok tersebut!

Menjawab soal ketiga ini, kelompok 3 terlebih dahulu mengutus salah satu anggota kelompok mereka berkeliling ruangan kelas untuk mendaftarkan jumlah kerikil yang terdapat pada setiap kelompok. Kemudian kelompok 3 memiliki dua jawaban yang berbeda, yaitu:

$$12 \times 3 = 36$$

$$36 + 60 + 48 + 48 + 48 + 48 + 48 + 48 = 384$$

Seperti yang terlihat pada gambar di atas, pertama-tama kelompok 3 mendaftarkan semua kerikil yang terdapat pada setiap kelompok. Dalam kelas tersebut terdapat delapan kelompok yang masing-masing kelompok memiliki kerikil yaitu 36, 60, 48, 48, 48, 48, 48 dan 48. Selanjutnya mereka mulai menjumlahkan seluruh bilangan tersebut satu persatu yaitu $36+60+48+48+48+48+48+48$ sehingga menghasilkan bilangan 384.

Sedikit berbeda dari jawaban pertama, kelompok 3 menjumlahkan persuku seperti yang dapat dilihat pada gambar di bawah ini. Dimulai dari menjumlahkan suku pertama dan kedua yaitu $36+48$ menghasilkan 84, selanjutnya hasil penjumlahan tersebut dijumlahkan dengan suku ketiga yaitu $84+60$ menghasilkan 134, selanjutnya hasil penjumlahan sebelumnya dijumlahkan lagi dengan suku keempat yaitu $134+48$ menghasilkan 182, selanjutnya hasil penjumlahan yang terakhir kali dijumlahkan lagi dengan suku kelima yaitu $182+48$ menghasilkan 230, kemudian selanjutnya hasil penjumlahan yang terakhir kali dijumlahkan dengan suku keenam yaitu $230+48$ menghasilkan 278, selanjutnya hasil penjumlahan sebelumnya dijumlahkan lagi dengan suku ketujuh yaitu $278+48$ menghasilkan 328 dan yang terakhir adalah menjumlahkan hasil penjumlahan sebelumnya dengan suku kedelapan yaitu $328+48$ menghasilkan 376.

376) $36+48=84$
 $84+60=134$
 $134+48=182$
 $182+48=230$
 $230+48=278$
 $278+48=328$
 $328+48=376$

Kedua jawaban tersebut memiliki hasil akhir yang berbeda. Jawaban siswa pertama memiliki jawaban yang benar yaitu 384 biji kerikil, sedangkan jawaban siswa kedua memiliki jawaban yang salah yaitu 376. Kesalahan siswa kedua terletak pada proses penjumlahan dengan suku ketiga yaitu $84+60$, yang seharusnya jawabannya adalah 144

akan tetapi siswa tersebut menuliskan 134. Kesalahan selanjutnya terjadi pada proses penjumlahan dengan suku ketujuh yaitu $278+48$ yang seharusnya memiliki jawaban 326 akan tetapi mereka menjawab 328. Mereka kurang teliti dalam melakukan proses penjumlahan.

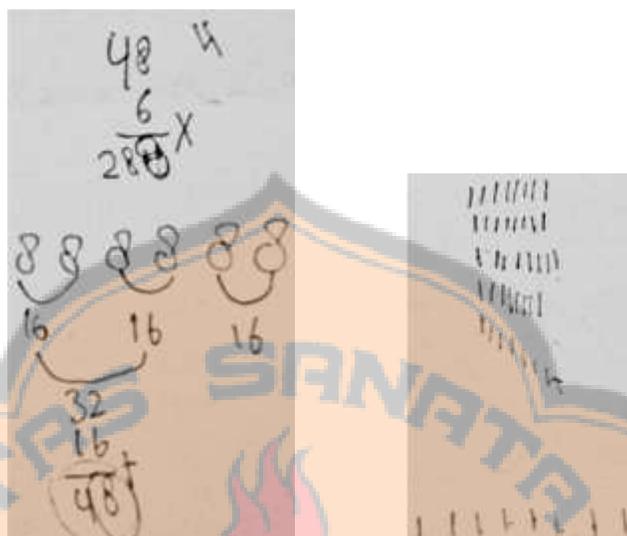
4) Ubahlah bentuk penjumlahan yang telah kalian kerjakan pada soal no 3 di atas ke bentuk perkalian !

Handwritten work showing the conversion of a sum to a product:

$$48 \times 6 = 288 + 32 + 60 = 380$$

Additional notes: $48 \times 6 = 5 + 0$ and 380

Mengubah bentuk penjumlahan dari seluruh kerikil yang ada pada kelas tersebut yaitu $36 + 60 + 48 + 48 + 48 + 48 + 48 + 48$ ke bentuk perkalian, kelompok 3 sedikit mengalami kesulitan karena mereka melihat perbedaan nilai dari bilangan-bilangan tersebut, maka mereka memutuskan untuk bertanya kepada guru, guru memberikan sedikit bayangan 'jika kalian bedakan bilangan yang bernilai sama dengan bilangan yang bernilai berbeda, apakah mungkin untuk merubahnya menjadi bentuk perkalian?', kemudian mereka mulai memisahkan antara bilangan yang bernilai sama dan bilangan yang bernilai berbeda. Terdapat satu bilangan 36, terdapat satu bilangan 60 dan terdapat enam bilangan 48. Kelompok 3 mengubah bentuk penjumlahan enam bilangan 48 ke dalam bentuk perkalian yaitu 48×6 terlebih dahulu. Untuk mendapatkan hasil kali 48×6 kelompok 3 menggunakan cara sebagai berikut.



Cara yang digunakan yaitu yang pertama menuliskan perkalian dari 48×6 seperti yang terlihat pada gambar di atas. Kemudian selanjutnya mengalikan bilangan 6 dengan 8 dan mengalikan bilangan 6 dengan bilangan 4. Untuk mendapat hasil perkalian 6×8 mereka memiliki dua cara yang berbeda. Cara pertama menuliskan bilangan 8 sebanyak enam yaitu 8 8 8 8 8 kemudian menjumlahkan perdua suku yang berdekatan sehingga didapat bilangan 16 sebanyak 3 yaitu 16 16 16 seperti gambar di atas sebelah kiri. Selanjutnya menjumlahkan ketiga bilangan tersebut satu persatu yaitu $16+16$ menghasilkan 32, kemudian $32+16$ menghasilkan 48.

Cara kedua yaitu dengan merepresentasikan bilangan 8 dengan menggambar delapan lidi perbaris sebanyak enam baris seperti yang terlihat pada gambar di atas sebelah kanan. Selanjutnya mereka menghitung lidi tersebut satu persatu dan mendapat hasil sebanyak 48 lidi. Setelah didapat hasil perkalian $6 \times 8 = 48$, kemudian dikalikan bilangan

$6 \times 4 = 24$. Dari perkalian dua suku tersebut yaitu 6×8 dan 6×4 , didapat hasil 288 seperti yang terlihat pada gambar di atas.

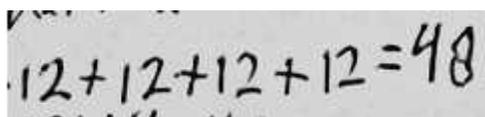
Hasil perkalian 48×6 didapat hasil 288 kemudian dijumlahkan dengan dua bilangan yang belum dioperasikan yaitu 36 (akan tetapi kelompok 3 menulis bilangan 32 padahal pada soal ketiga jelas adalah 36) dan 60. Penjumlahan bilangan $288 + 32 + 60$ menghasilkan 380, seperti yang terlihat pada gambar pertama.

Jawaban yang didapat oleh kelompok 3 yaitu 380 adalah jawaban yang salah, jawaban yang benar adalah 384. Kesalahan ini terjadi karena seharusnya jumlah seluruh kerikil yang terdapat pada kelas tersebut sebanyak 384, akan tetapi kelompok salah menuliskan jumlah kerikil pada kelompoknya sendiri yang seharusnya 36 biji kerikil akan tetapi mereka menulisnya 32 biji kerikil sehingga mereka mendapat banyak seluruh kerikil tersebut sebanyak 380 biji.

d) Kelompok 4

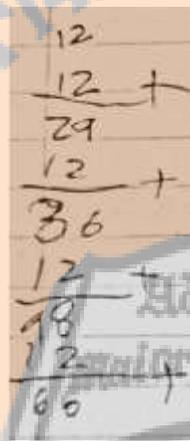
Kelompok 4 beranggotakan empat orang siswa. Empat orang siswa tersebut terdiri dari Muhammad Aril Ichwan, Dafa Rifki Satria Putra, Septia Indriana Saleha dan Sindi Ilana Putri.

1) Hitunglah berapakah jumlah kerikil yang ada dalam kelompok kalian!



$12 + 12 + 12 + 12 = 48$

Langkah pertama yang dilakukan kelompok 4 adalah menghitung jumlah anggota kelompok yaitu terdiri dari empat siswa, dan setiap siswa memiliki 12 biji kerikil, kemudian menuliskan bilangan 12 sebanyak empat ke bentuk penjumlahan yaitu $12+12+12+12$. Untuk menentukan hasil dari penjumlahan empat bilangan 12, kelompok 4 melakukan perhitungan dengan cara sebagai berikut:



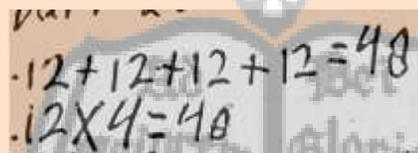
$$\begin{array}{r} 12 \\ 12 + \\ \hline 24 \\ 12 + \\ \hline 36 \\ 12 + \\ \hline 48 \end{array}$$

Penjumlahan bilangan $12+12+12+12$, kelompok 4 menghitung dengan cara menggabungkan kerikil yang dimiliki oleh siswa pertama dan siswa kedua terlebih dahulu, kemudian banyaknya kerikil hasil penjumlahan tersebut digabungkan lagi dengan kerikil siswa ketiga, dan seterusnya hingga kerikil yang dimiliki oleh siswa keempat menghasilkan 48 biji kerikil seperti yang terlihat pada gambar di atas.

Jawaban yang dimiliki oleh kelompok 4 sudah benar, jumlah seluruh kerikil yang terdapat pada kelompok mereka adalah sebanyak 48 biji.

- 2) Ubahlah bentuk penjumlahan yang telah kalian kerjakan di atas kedalam bentuk perkalian!

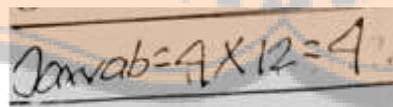
Kelompok 4 memiliki dua jawaban yang berbeda dari soal kedua ini, jawaban pertama dapat dilihat pada gambar di bawah ini. Perubahan bentuk penjumlahan $12+12+12+12=48$ ke bentuk perkalian menurut mereka adalah $12 \times 4=48$. Karena bilangan-bilangan tersebut terdiri dari bilangan 12 sehingga mereka menulis bilangan 12 terlebih dahulu kemudian mengalikan dengan banyaknya bilangan tersebut yaitu empat sehingga bentuk perkaliannya menjadi $12 \times 4=48$.



Handwritten student work showing two equations:

$$12+12+12+12=48$$
$$12 \times 4=48$$

Jawaban kedua, bentuk perkalian dari $12+12+12+12=48$ adalah 4×12 , seperti yang terlihat pada gambar di bawah ini. Jawaban 4×12 merupakan jawaban yang benar berdasarkan soal kedua ini. Untuk mengetahui hasil perkalian tersebut mereka menggunakan penjumlahan berikut.



Handwritten student work showing the equation:

$$\text{Jawab} = 4 \times 12 = 48$$

Cara untuk mengetahui hasil perkalian dari 4×12 , kelompok 4 mengurutkan bilangan 4 sebanyak dua belas kali, kemudian menjumlahkannya satu persatu seperti yang terlihat pada gambar di bawah

sehingga terdapat 48 biji kerikil dan kelompok terakhir kelompok 8 terdiri dari empat siswa sehingga terdapat 48 biji kerikil.



Langkah selanjutnya kelompok 4 mendaftarkan jumlah kerikil tersebut ke dalam persegi seperti pada gambar di atas. Terdapat 8 kelompok akan tetapi mereka menulis sebanyak 9 persegi dan kemudian mendaftarkan jumlah kerikil setiap kelompok dengan acak tanpa memperhatikan urutan.

$$\begin{aligned} \text{Jawab} &= 48 + 48 + 96 + 60 + 156 + 36 + 192 + 48 + 390 + 48 + 288 + 288 \\ &+ 48 + 336 + 48 = 389 \end{aligned}$$

Proses selanjutnya mengurutkan bilangan-bilangan tersebut seperti yang terlihat pada gambar di atas yaitu $48+48+36+60+48+48+48+48$. Dan untuk mengetahui hasil dari penjumlahan dari bilangan-bilangan tersebut, mereka menggunakan cara penjumlahan bersusun seperti yang terlihat pada gambar di bawah ini.

$$\begin{array}{r} 288 \\ 48 \\ \hline 336 \\ 48 \\ \hline 384 \\ 48 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18.1 \\ 48.2 \\ \hline 96 \\ 60 \\ \hline 156 \\ 36 \\ \hline 192 \\ 48 \\ \hline 240 \\ 48 \\ \hline 288 \end{array}$$

Proses penjumlahan bersusun yang dilakukan oleh kelompok 4 dengan menjumlahkan satu persatu setiap suku. Pertama menjumlahkan suku pertama dan suku kedua, selanjutnya hasil penjumlahan tersebut dijumlahkan lagi dengan suku ketiga dan seterusnya hingga suku terakhir dan menghasilkan bilangan 384. Jadi, jumlah kerikil yang ada pada kelas tersebut yang tersebar dalam 8 kelompok adalah sebanyak 384 biji kerikil.

Selain jawaban di atas, terdapat jawaban yang lain yang mereka tuliskan seperti yang terlihat pada gambar di bawah ini. Langkah pertama mereka mendaftarkan semua kerikil yang terdapat pada semua kelompok, kemudian menjumlahkannya dan mendapatkan jawaban 336.

$$98 + 48 + 60 + 36 + 48 + 48 + 48 + 48 + 48 = 336$$

Jawaban kedua dari kelompok 4 merupakan jawaban yang salah, kesalahan terjadi karena mereka tidak teliti dalam proses penjumlahannya. Mereka hanya menjumlahkan kerikil yang terdapat pada tujuh kelompok saja sehingga jawaban akhir dari proses penjumlahan tersebut 336. Sedangkan jumlah seluruh kelompok adalah sebanyak delapan kelompok, terdapat satu kelompok yang tidak dihitung oleh siswa tersebut yaitu kelompok yang memiliki kerikil yang berjumlah 48 biji, dan jawaban yang seharusnya adalah 384 biji kerikil.

- 4) Ubahlah bentuk penjumlahan yang telah kalian kerjakan pada soal no 3 di atas ke bentuk perkalian !

The image shows a student's handwritten work on a piece of paper. At the top, there is a faint watermark of the University of Padjadjaran logo. The student has written the equation $6 \times 48 = 288$ and a vertical addition problem: $36 + 96 = 132$. Below this, the student has written the number 288, followed by $96 +$, and then the final result 384.

Mengubah bentuk penjumlahan dari seluruh kerikil yang pada delapan kelompok tersebut yaitu $48+48+36+60+48+48+ 48+48$ ke bentuk perkalian kelompok 4 mengalami kesulitan karena mereka melihat perbedaan nilai dari bilangan-bilangan tersebut, maka mereka memutuskan untuk bertanya kepada guru, guru memberikan sedikit

bayangan 'jika kalian bedakan bilangan yang bernilai sama dengan bilangan yang bernilai berbeda, apakah mungkin untuk merubahnya menjadi bentuk perkalian?'. Kemudian mereka kedalam dua kelompok bilangan, yaitu pertama kelompok yang memiliki bilangan yang bernilai sama yaitu 48 sebanyak enam, kemudian merubahnya ke bentuk perkalian menjadi $6 \times 48 = 288$, kemudian hasil perkalian sebelumnya yaitu 288 dijumlahkan dengan kelompok kedua bilangan yang bernilai berbeda yaitu 60 dan 36. Disini kelompok 4 menjumlahkan bilangan 60 dan 36 terlebih dahulu sehingga menghasilkan 96, kemudian bilangan 96 tersebut dijumlahkan dengan bilangan hasil perkalian sebelumnya yaitu 288 sehingga menghasilkan bilangan 384.

Jawaban untuk soal keempat ini sudah benar, mereka mengubah bentuk penjumlahan bilangan yang bernilai sama yaitu bilangan 48 sebanyak enam ke bentuk perkalian terlebih dahulu menjadi $6 \times 48 = 288$. Selanjutnya hasil perkalian tersebut dijumlahkan dengan bilangan yang bernilai berbeda yaitu 36 dan 60 sehingga mendapat hasil 384.

e) Kelompok 5

Kelompok 5 beranggotakan empat orang siswa. Empat orang siswa tersebut terdiri dari Muhammad Agus Prasetia, Rajendra Aditya Nugraha, Irfan Saputra dan Bagus Azzam Pratama.

1) Hitunglah berapakah jumlah kerikil yang ada dalam kelompok kalian!

$$12+12+12+12=48$$

Menjawab soal yang pertama, jika terdapat satu kelompok yang beranggotakan empat orang siswa dan setiap siswa memiliki 12 biji kerikil, mereka menuliskan penjumlahan dari bilangan 12 sebanyak empat yaitu $12+12+12+12$, seperti yang terlihat pada gambar di atas. Kemudian untuk mendapatkan hasil dari penjumlahan tersebut, kelompok 5 menjumlahkan bilangan-bilangan tersebut sehingga didapat jawaban 48.

Selain cara kerja seperti yang yang telah dijelaskan di atas, kelompok 5 memiliki cara lain seperti yang terlihat pada gambar berikut ini. Cara untuk mengetahui hasil dari $12+12+12+12$, kelompok 5 menjumlahkannya satu persatu yaitu menjumlahkan suku pertama dan suku kedua $12+12$ menghasilkan 24, kemudian hasil penjumlahan sebelumnya dijumlahkan lagi dengan suku ketiga yaitu $24+12$ menghasilkan 36 dan selanjutnya menjumlahkan hasil penjumlahan sebelumnya dengan suku keempat yaitu $36+12$ menghasilkan 48 seperti yang bisa dilihat pada gambar di atas.

$$12+12=24+12=36+12=48$$

Jawaban kelompok 5 untuk pertanyaan pertama ini sudah benar, jika penjumlahan dari $12+12+12+12$ yang berarti jika dalam satu kelompok yang beranggotakan empat siswa dan setiap siswa memiliki 12 biji kerikil, maka jumlah semua kerikil yang berada pada kelompok tersebut adalah sebanyak 48 biji.

2) Ubahlah bentuk penjumlahan yang telah kalian kerjakan di atas kedalam bentuk perkalian!

$$12 \times 4 = 48$$

Mengubah bentuk penjumlahan yang telah dijawab pada soal pertama yaitu $12+12+12+12=48$ ke bentuk perkalian kelompok 5 menuliskan 12×4 . Hal ini dipengaruhi oleh bentuk penjumlahannya. Karena bilangan-bilangan tersebut terdiri dari bilangan 12 sehingga mereka menulis bilangan 12 terlebih dahulu kemudian mengalikan dengan banyaknya bilangan tersebut yaitu empat sehingga bentuk perkaliannya menjadi 12×4 .

3) Hitunglah banyaknya kerikil yang ada pada seluruh kelompok tersebut!

$$\begin{aligned} 48 + 48 &= 96 \\ 96 + 48 &= 144 \\ 144 + 48 &= 192 \\ 192 + 48 &= 240 \\ 240 + 48 &= 288 \\ 288 + 48 &= 336 \\ 336 + 48 &= 384 \end{aligned}$$

Menjawab soal ketiga ini kelompok 5 mengumpulkan data terlebih dahulu untuk mengetahui banyaknya kerikil yang ada pada setiap

kelompo. Dari delapan kelompok tersebut terdapat enam kelompok yang memiliki 48 biji kerikil dan terdapat satu kelompok yang memiliki 36 biji kerikil dan terdapat satu kelompok yang memiliki 60 biji kerikil. Selanjutnya mereka menggunakan penjumlahan persuku secara horizontal. Proses penjumlahan yang dilakukan seperti yang dapat dilihat di atas yaitu menjumlahkan suku pertama dan kedua yaitu $48+48$ menghasilkan 96, kemudian menjumlahkan hasil penjumlahan sebelumnya dengan suku ketiga yaitu $96+48$ menghasilkan 144, selanjutnya menjumlahkan hasil penjumlahan sebelumnya dengan suku keempat yaitu $144+48$ menghasilkan 192, kemudian menjumlahkan hasil penjumlahan sebelumnya dengan suku kelima yaitu $192+48$ menghasilkan 240, selanjutnya menjumlahkan hasil sebelumnya dengan suku keenam yaitu $240+48$ menghasilkan 288, selanjutnya menjumlahkan hasil sebelumnya dengan suku ketujuh yaitu $288+60$ menghasilkan 348 dan yang terakhir adalah menjumlahkan hasil sebelumnya dengan suku kedelapan yaitu $348+36$ menghasilkan 384, seperti yang terlihat pada gambar di atas.

Cara kedua dengan menggunakan penjumlahan bersusun, akan tetapi mereka keliru dalam melakukan operasi penjumlahannya. Kesalahan terjadi pada penjumlahan ketujuh yaitu $288+36$ menghasilkan 319 yang seharusnya 324. Bagian ini adalah bagian yang mengakibatkan kelirunya hasil akhir yang didapatkannya seperti yang dapat dilihat pada gambar di bawah ini.

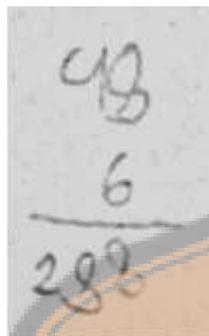
$$\begin{array}{r}
 48 \\
 48 \\
 \hline
 96 \\
 48 \\
 \hline
 144 \\
 48 \\
 \hline
 192 \\
 48 \\
 \hline
 240 \\
 48 \\
 \hline
 288 \\
 36 \\
 \hline
 314 \\
 60 \\
 \hline
 374
 \end{array}$$

Hasil perhitungan cara kedua adalah salah, kesalahan terletak pada proses penjumlahan keenam yaitu $288+36$ mereka menghasilkan 319, seharusnya 324. Hal ini karena mereka kurang teliti sehingga mengakibatkan hasil akhir yang mereka dapat salah yaitu 374 yang seharusnya 384.

- 4) Ubahlah bentuk penjumlahan yang telah kalian kerjakan pada soal no 3 di atas ke bentuk perkalian!

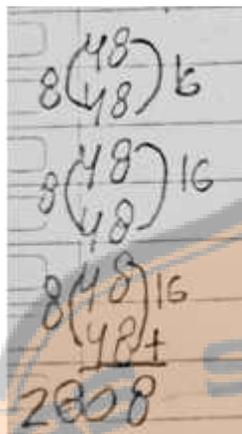
Menjawab pertanyaan keempat ini, kelompok 5 memiliki cara perhitungan sebagai berikut.

$$6 \times 48 = 288 + 60 = 348 + 36 = 384$$


$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 6 \\ \hline 288 \end{array}$$

Perubahan bentuk penjumlahan soal ketiga yaitu $48+48+48+48+48+48+60+36=384$ ke bentuk perkalian, dengan sedikit arahan dari guru kelompok 5 mengelompokkan menjadi dua kelompok yaitu bilangan yang bernilai sama yaitu 48 sebanyak enam dan bilangan bernilai berbeda yaitu 60 dan 36 masing-masing satu. Kemudian bilangan yang memiliki nilai yang sama yaitu 46 sebanyak enam mereka mengubahnya kedalam bentuk perkalian menjadi 6×48 . Untuk mendapatkan hasil 6×48 kelompok 5 menghitungnya dengan perkalian bersusun seperti yang terlihat pada gambar di atas.

Kelompok 5 memiliki beberapa cara untuk mendapatkan hasil perkalian dari 6×48 . Cara pertama dengan penjumlahan bersusun, seperti yang terlihat pada dua gambar di bawah ini.



Pertama-tama mereka menuliskan bilangan 48 secara bersusun sebanyak enam kali kemudian mulai menjumlahkannya. Mereka menjumlahkan setiap dua suku yang berdekatan dan memisahkan penjumlahan antara bilangan satuan dan puluhan. Dari bilangan 48, mereka menjumlahkan bilangan satuan terlebih dahulu yaitu dua bilangan 8 yang berdekatan menghasilkan bilangan 16, karena terdapat enam bilangan 8 maka didapat tiga bilangan 16 kemudian dengan penjumlahan bersusun mereka menjumlahkan bilangan 16 tersebut hingga didapat bilangan 48. kemudian menjumlahkan bilangan puluhan, karena terdapat enam bilangan 4 sehingga didapat tiga bilangan 8 seperti yang terdapat pada gambar di atas. Selanjutnya karena bilangan 8 bertempat pada puluhan maka ditulis 80 dan dengan penjumlahan bersusun mereka menjumlahkan bilangan-bilangan tersebut menghasilkan bilangan 240, bilangan 240 dijumlahkan lagi dengan sisa penjumlahan sebelumnya yaitu

40 sehingga hasil yang mereka dapat adalah 280. Jadi, hasil perkalian dari 6×48 adalah 288.

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 16 \\ \hline 32 \\ \times 16 \\ \hline 48 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 80 \\ \times 80 \\ \hline 160 \\ \times 80 \\ \hline 240 \\ + 40 \\ \hline 280 \end{array}$$

Selanjutnya, seperti yang terlihat pada gambar di bawah ini mereka menjumlahkan hasil dari perkalian bilangan yang bernilai sama yaitu bilangan 288 dengan yang bernilai beda yaitu bilangan 60 dan 36. Penjumlahan bilangan 288 dengan bilangan bilangan 60 menghasilkan 348 dan hasil penjumlahan tersebut dijumlahkan lagi 36 yaitu $348 + 36$ menghasilkan 384.

$$\begin{array}{r}
 288 \\
 60 + \\
 \hline
 348 \\
 36 + \\
 \hline
 384
 \end{array}$$

Jawaban kelompok 5 untuk permasalahan keempat ini sudah benar yaitu mereka mengubah bentuk penjumlahan bilangan yang bernilai sama terlebih dahulu yaitu $48+48+48+48+48+48$ ke bentuk perkalian menjadi $6 \times 48 = 288$. Selanjutnya menjumlahkan hasil perkalian tersebut dengan bilangan yang bernilai berbeda yaitu 36 dan 60 sehingga didapat bilangan 348.

f) Kelompok 6

Kelompok 6 beranggotakan empat orang siswa. Empat orang siswa tersebut terdiri dari Raihan Saputra, Bintang Zaudya Mahendra, Muhammad Prahanka Tora A dan Alan Wahyu Saputra.

- 1) Hitunglah berapakah jumlah kerikil yang ada dalam kelompok kalian!

$$12 + 12 + 12 + 12 = 48$$

Menjawab soal pertama, kelompok 6 mengurutkan bilangan 12 sebanyak 4 seperti yang terlihat pada gambar di atas. Kemudian cara

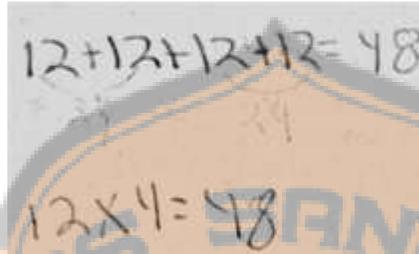
kelompok 6 menghitung jumlah kerikil yang ada pada kelompok mereka, pertama mereka menghitung dengan cara menggabungkan kerikil yang dimiliki oleh siswa pertama dan siswa kedua terlebih dahulu, kemudian banyaknya kerikil hasil penjumlahan tersebut digabungkan lagi dengan kerikil siswa ketiga, dan seterusnya hingga kerikil yang dimiliki oleh siswa keempat dan menghasilkan 48 biji kerikil.

$$\begin{array}{r} 12 + 12 + 12 + 12 = 48 \\ \text{---} \quad \text{---} \\ 24 \quad + \quad 24 \end{array}$$

Cara kedua yang mereka lakukan adalah mengurutkan bilangan 12 sebanyak empat yaitu $12+12+12+12$, kemudian menjumlahkan setiap dua suku yang berdekatan. Pertama-tama mereka menggabungkan kerikil yang dimiliki oleh masing-masing dua orang yang berdekatan hingga mendapatkan hasil masing-masing 24 biji kerikil, kemudian menjumlahkan hasil penggabungan tersebut hingga menghasilkan 48 biji kerikil.

Jawaban kelompok 6 untuk pertanyaan pertama sudah benar. Karena kelompok tersebut terdiri dari empat siswa dan setiap siswa memiliki 12 biji kerikil maka jumlah seluruh kerikil adalah sebanyak 48 biji.

- 2) Ubahlah bentuk penjumlahan yang telah kalian kerjakan di atas kedalam bentuk perkalian!



The image shows two lines of handwritten mathematical work. The first line is $12+12+12+12=48$. The second line is $12 \times 4 = 48$. The work is written in black ink on a light-colored background.

Mengubah bentuk penjumlahan $12+12+12+12=48$ ke bentuk perkalian, kelompok 6 menjawab $12 \times 4 = 48$, seperti yang terlihat pada gambar di atas. Bentuk perkalian 12×4 yang dijawab oleh kelompok 6 dikarenakan bilangan-bilangan tersebut terdiri dari bilangan 12 sehingga mereka menulis bilangan 12 terlebih dahulu kemudian mengalikan dengan banyaknya bilangan tersebut yaitu empat sehingga bentuk perkaliannya menjadi 12×4 .

Jawaban kelompok 6 untuk pertanyaan kedua ini salah. Perubahan bentuk penjumlahan $12+12+12+12=48$ ke bentuk perkalian adalah 4×12 bukan 12×4 .

- 3) Hitunglah banyaknya kerikil yang ada pada seluruh kelompok tersebut!

Menghitung jumlah seluruh kerikil yang ada pada kelas yang terbagi kedalam delapan kelompok, kelompok 6 terlebih dahulu mengurutkan jumlah kerikil yang ada pada setiap kelompok kemudian menjumlahkannya. Sehingga ketika diurutkan ke dalam bentuk

penjumlahan menjadi $60+48+36+48+48+48+48+48$. Langkah selanjutnya yang mereka lakukan adalah menjumlahkan setiap dua suku yang berdekatan seperti yang terlihat pada gambar di bawah ini, suku pertama dijumlahkan dengan suku kedua yaitu $60+48$ menghasilkan 108, kemudian suku ketiga dijumlahkan dengan suku keempat yaitu $36+48$ menghasilkan 84, selanjutnya suku kelima dijumlahkan dengan suku keenam yaitu $48+48$ menghasilkan 96 dan yang terakhir suku ketujuh dijumlahkan dengan suku kedelapan yaitu $48+48$ menghasilkan 96.

$$60 + 48 + 36 + 48 + 48 + 48 + 48 + 48$$

$$\underbrace{60 + 48}_{108} + \underbrace{36 + 48}_{84} + \underbrace{48 + 48}_{96} + \underbrace{48 + 48}_{96}$$

Langkah selanjutnya hasil penjumlahan setiap dua suku yang telah dilakukan di atas dijumlahkan lagi setiap suku berdekatan yaitu suku pertama dijumlahkan dengan suku kedua yaitu $108+84$ menghasilkan 192 dan selanjutnya menjumlahkan suku ketiga dan suku keempat yaitu $96+96$ menghasilkan 192. Seperti yang terlihat pada gambar di bawah ini, langkah selanjutnya yaitu $192+192$ menghasilkan 384. Jadi hasil dari penjumlahan seluruh kerikil yang terdapat dari delapan kelompok yang ada pada ruangan kelas tersebut adalah sebanyak 384 biji.

$$\begin{array}{r} 108 \\ + 84 \\ \hline 192 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 192 \\ + 192 \\ \hline 384 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 96 \\ + 192 \\ \hline 288 \end{array}$$

Jawaban kelompok 6 untuk pertanyaan ketiga ini sudah benar.

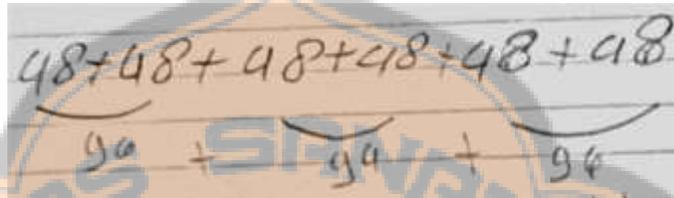
Jumlah seluruh kerikil yang terdapat pada delapan kelompok tersebut adalah sebanyak 384 biji.

- 4) Ubahlah bentuk penjumlahan yang telah kalian kerjakan pada soal no 3 di atas ke bentuk perkalian !

$$48 + 48 + 48 + 48 + 48 + 48 + 48 = 288 + 96 = 384$$

Pengubahan bentuk penjumlahan $60+48+36+48+48+48+48+48$ ke bentuk perkalian siswa mengalami kebingungan karena mereka tidak bisa langsung mengubah bentuk penjumlahan tersebut karena terdiri dari bilangan-bilangan yang memiliki nilai yang berbeda. Dengan sedikit arahan dari guru, kelompok 6 menjawab dengan membedakan bilangan yang bernilai sama dengan bilangan bernilai berbeda sehingga menghasilkan enam bilangan yang sama yaitu bilangan 48 dan dua bilangan yang berbeda yaitu bilangan 36 dan 60. Selanjutnya kelompok 6 menyatakan bahwa hanya bilangan yang sama yaitu $48+48+48+48+48+48$

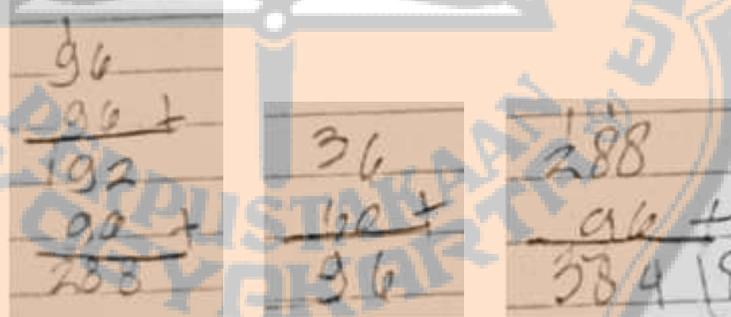
yang bisa diubah kedalam bentuk perkalian menjadi 48×6 kemudian bilangan yang berbeda tinggal dijumlahkan dengan hasil perkalian tersebut.



$$48 + 48 + 48 + 48 + 48 + 48$$

$$\underbrace{\quad}_{96} + \underbrace{\quad}_{96} + \underbrace{\quad}_{96}$$

Cara mendapatkan hasil dari perkalian 48×6 , kelompok enam menggunakan penjumlahan bilangan 48 sebanyak enam kali yaitu $48 + 48 + 48 + 48 + 48 + 48$, kemudian menjumlahkannya setiap dua suku yang berdekatan yaitu penjumlahan suku pertama dan suku kedua, suku ketiga dan suku keempat dan seterusnya hingga menghasilkan bilangan 288. 288 adalah jumlah dari penjumlahan bilangan 48 sebanyak enam kali.



$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 3 \\ \hline 108 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 2 \\ \hline 72 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 108 \\ + 72 \\ \hline 180 \end{array}$$

Selanjutnya kelompok 6 menjumlahkan kedua bilangan yang berbeda yaitu 36 dan 60 dan menghasilkan bilangan 96 seperti yang terlihat pada gambar di atas. Penjumlahan antara hasil perkalian dari

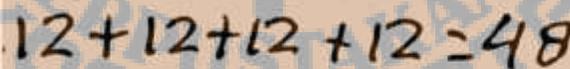
kelompok bilangan yang bernilai sama dengan bilangan yang bernilai berbeda yaitu 288 dijumlahkan dengan 96 menghasilkan 384.

Jawaban kelompok 6 untuk permasalahan keempat ini sudah benar yaitu mereka mengubah bentuk penjumlahan bilangan yang bernilai sama terlebih dahulu yaitu $48+48+48+48+48+48$ ke bentuk perkalian menjadi $6 \times 48 = 288$. Selanjutnya menjumlahkan bilangan yang bernilai berbeda yaitu 36 dan 60 menghasilkan bilangan 96. Kemudian selanjutnya menjumlahkan hasil penjumlahan tersebut dengan hasil perkalian bilangan yang bernilai sama yaitu $288+96$ sehingga menghasilkan 384.

g) Kelompok 7

Kelompok 7 beranggotakan empat orang siswa. Empat orang siswa tersebut terdiri dari Alfi Nur Arswinda, Vania Putri Ramadhani, Syifa Hafsa Zunariah dan Prahara Mayang Sita.

1) Hitunglah berapakah jumlah kerikil yang ada dalam kelompok kalian ?



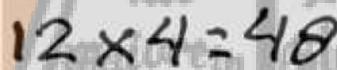
$$12 + 12 + 12 + 12 = 48$$

Menjawab pertanyaan pertama, kelompok 7 menuliskan $12+12+12+12$ seperti yang terlihat pada gambar di atas. Kelompok 7 memiliki empat anggota kelompok yang dimana setiap anggota kelompok memiliki 12 biji kerikil. Selanjutnya mereka mulai menjumlahkannya satu persatu bilangan-bilangan tersebut dengan cara menggabungkan kerikil

yang dimiliki oleh siswa pertama dan siswa kedua terlebih dahulu, kemudian banyaknya kerikil hasil penjumlahan tersebut digabungkan lagi dengan kerikil siswa ketiga, dan seterusnya hingga kerikil yang dimiliki oleh siswa keempat dan menghasilkan 48 biji kerikil.

Jawaban kelompok 7 untuk pertanyaan pertama sudah benar. Karena kelompok tersebut terdiri dari empat orang siswa dan setiap siswa memiliki 12 biji kerikil maka jumlah seluruh kerikil adalah sebanyak 48 biji.

2) Ubahlah bentuk penjumlahan yang telah kalian kerjakan di atas kedalam bentuk perkalian!



A photograph of a book cover with the handwritten equation $12 \times 4 = 48$ written in black ink. The book cover is white with a red and black design. The text 'UNIVERSITAS SAMPITAN' is visible on the left side, and 'KIPUSITAN' is visible on the right side. The book is open, showing the pages.

Bentuk penjumlahan yang didapat oleh kelompok 7 pada soal sebelumnya yaitu $12+12+12+12=48$, mereka mengubahnya kedalam bentuk perkalian menjadi $12 \times 4 = 48$ seperti yang terlihat pada gambar di atas. Mereka menjawab 12×4 karena bilangan-bilangan tersebut terdiri dari bilangan 12 sehingga mereka menulis bilangan 12 terlebih dahulu kemudian mengalikan dengan banyaknya bilangan tersebut yaitu empat sehingga bentuk perkaliannya menjadi 12×4 .

Jawaban kelompok 7 untuk pertanyaan kedua ini salah. Perubahan bentuk penjumlahan $12+12+12+12=48$ ke bentuk perkalian adalah 4×12 bukan 12×4 .

3) Hitunglah banyaknya kerikil yang ada pada seluruh kelompok tersebut!

$$48+48+36+48+48+48+60+48=384$$

Menjawab pertanyaan ketiga langkah pertama yang dilakukan oleh kelompok 7 mengutus salah satu anggota kelompok mereka berkeliling ruangan kelas untuk mendaftarkan jumlah kerikil yang terdapat pada setiap kelompok. Kemudian untuk mengetahui jumlah seluruh kerikil yang terdapat pada delapan kelompok tersebut, mereka menjumlahkan bilangan-bilangan tersebut satu persatu yaitu $48+48+36+48+48+48+60+48$ seperti yang terlihat pada gambar di atas, sehingga mendapatkan hasil 384.

Jawaban kelompok 7 untuk soal ketiga ini sudah benar. Banyaknya kerikil yang tersebar dalam delapan kelompok adalah sebanyak 384 biji.

4) Ubahlah bentuk penjumlahan yang telah kalian kerjakan di atas kedalam bentuk perkalian!

$$48 \times 6 = 288 + 60 + 36 = 384$$

Bentuk penjumlahan yang dilakukan oleh kelompok 7 pada soal sebelumnya yaitu $48+48+36+48+48+48+60+48$ tidak bisa langsung diubah ke bentuk perkalian, dengan bertanya kepada guru dan mendapat sedikit arahan dari guru kelompok 7 membaginya kedalam dua kelompok yaitu kelompok yang memiliki bilangan yang berjumlah sama yaitu $48+48+48+48+48+48$, dan kelompok yang memiliki nilai yang berbeda yaitu 60 dan 36. Selanjutnya mereka mengubah bentuk penjumlahan bilangan yang bernilai sama kedalam bentuk perkalian yaitu 48×6 , hal ini dikarenakan terdapat bilangan 48 sebanyak 6 kali, dan hasil kali dari $48 \times 6 = 288$. Selanjutnya hasil dari perkalian tersebut dijumlahkan dengan bilangan yang memiliki nilai yang berbeda yaitu 60 dan 36. Seperti yang terlihat pada gambar di atas yaitu $288+60+36=384$.

Jawaban kelompok 7 untuk permasalahan keempat ini sudah benar yaitu mereka mengubah bentuk penjumlahan bilangan yang bernilai sama terlebih dahulu yaitu $48+48+48+48+48+48$ ke bentuk perkalian menjadi $6 \times 48 = 288$. Selanjutnya menjumlahkan bilangan yang bernilai berbeda yaitu 36 dan 60 menghasilkan bilangan 96. Kemudian selanjutnya menjumlahkan hasil penjumlahan tersebut dengan hasil perkalian bilangan yang bernilai sama yaitu $288+96$ sehingga menghasilkan 384.

h) Kelompok 8

Kelompok 8 beranggotakan empat orang siswa. Empat orang siswa tersebut terdiri dari Novita Rizki Utami, Laila Nur Azizah, Maya Disto Nurlita dan Kiaraya Alda.

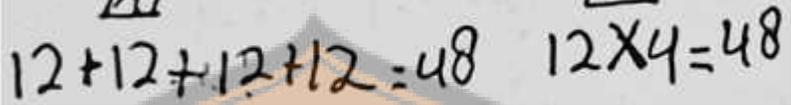
- 1) Hitunglah berapakah jumlah kerikil yang ada dalam kelompok kalian ?

$$12 + 12 + 12 + 12 = 48$$

Jika ingin mengetahui jumlah kerikil yang terdapat pada suatu kelompok yang beranggotakan empat orang, dan masing-masing memiliki 12 biji kerikil, kelompok satu mengerjakannya dengan cara menggabungkan kerikil yang dimiliki oleh siswa pertama dan siswa kedua terlebih dahulu, kemudian banyaknya kerikil hasil penjumlahan tersebut digabungkan lagi dengan kerikil siswa ketiga, dan seterusnya hingga kerikil yang dimiliki oleh siswa keempat sehingga menghasilkan 48 biji kerikil.

Jawaban kelompok 8 untuk pertanyaan pertama sudah benar. Karena kelompok tersebut terdiri dari empat siswa dan setiap siswa memiliki 12 biji kerikil maka jumlah seluruh kerikil adalah sebanyak 48 biji.

- 2) Ubahlah bentuk penjumlahan yang telah kalian kerjakan di atas kedalam bentuk perkalian!



The image shows a piece of paper with two mathematical equations written in black ink. The first equation is $12+12+12+12=48$ and the second equation is $12 \times 4 = 48$. There are some faint markings above the numbers, possibly indicating a correction or a specific step in the process.

Kelompok 8 mengubah bentuk penjumlahan yang telah mereka kerjakan pada soal pertama yaitu $12+12+12+12$ menjadi bentuk perkalian menjadi 12×4 . Jawaban 12×4 karena bilangan-bilangan tersebut terdiri dari bilangan 12 sehingga mereka menulis bilangan 12 terlebih dahulu kemudian mengalikan dengan banyaknya bilangan tersebut yaitu empat sehingga bentuk perkaliannya menjadi 12×4 .

Jawaban kelompok 8 untuk pertanyaan kedua ini salah. Perubahan bentuk penjumlahan $12+12+12+12=48$ ke bentuk perkalian adalah 4×12 bukan 12×4 .

- 3) Hitunglah banyaknya kerikil yang ada pada seluruh kelompok tersebut!

48 kel. 8	48 kel. 6	48 kel. 5
48 kel. 7	36 kel. 3	48 kel. 2
48 kel. 7	60 kel. 1	

Pertama-tama kelompok 8 mengutus salah satu anggota kelompok mereka berkeliling ruangan kelas untuk mendaftarkan jumlah kerikil yang terdapat pada setiap kelompok kemudian mereka membuat delapan tabel untuk mendaftarkan jumlah kerikil yang terdapat pada setiap kelompok. Seperti yang terlihat pada gambar tersebut, kelompok 8 memiliki 48 biji kerikil, kelompok 7 memiliki 48 biji kerikil, kelompok 6 memiliki 48 biji kerikil, kelompok 5 memiliki 48 biji kerikil, kelompok 4 memiliki 48 biji, kelompok 3 memiliki 36 biji kerikil, kelompok 2 memiliki 48 biji kerikil dan kelompok 1 memiliki 60 biji kerikil.

$$48 + 48 + 48 + 48 + 36 + 48 + 48 + 60 = 384$$

Kemudian mereka mengurutkan jumlah kerikil perkelompok yang ada pada tabel tersebut secara vertikal yaitu $48+48+48+48+36+48+ 48+60$

seperti yang dapat dilihat pada gambar di atas. Selanjutnya mereka mulai menjumlahkan bilangan-bilangan tersebut dengan cara sebagai berikut.

$$\begin{array}{r}
 48 \\
 48 \\
 \hline
 96 \\
 48 \\
 \hline
 144
 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 144 \\
 48 \\
 \hline
 192 \\
 36 \\
 \hline
 228 \\
 48 \\
 \hline
 276
 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 276 \\
 48 \\
 \hline
 324 \\
 60 \\
 \hline
 384
 \end{array}$$

Kelompok 8 menggunakan penjumlahan bersusun dengan menjumlahkan satu persatu yaitu $48+48$ didapat 96, selanjutnya hasil penjumlahan sebelumnya dijumlahkan lagi dengan kerikil yang ada pada kelompok 5 yaitu $96+48$ didapat 144, kemudian hasil penjumlahan tersebut dijumlahkan lagi dengan kerikil yang terdapat pada kelompok 7 yaitu $144+48$ didapat 192, selanjutnya hasil penjumlahan sebelumnya dijumlahkan lagi dengan kerikil yang ada pada kelompok 3 yaitu $192+36$ didapat 228, kemudian hasil penjumlahan sebelumnya dijumlahkan lagi dengan kerikil yang terdapat pada kelompok 2 yaitu $228+48$ didapat 276, kemudian selanjutnya hasil penjumlahan tersebut dijumlahkan lagi dengan kerikil yang ada pada kelompok 4 yaitu $276+48$ didapat 324 dan yang terakhir hasil penjumlahan sebelumnya dijumlahkan lagi dengan kerikil yang terdapat pada kelompok 1 yaitu $324+60$ didapat 384.

Jawaban kelompok 8 untuk pertanyaan ketiga ini sudah benar. banyaknya seluruh kerikil yang terdapat pada delapan kelompok tersebut adalah sebanyak 384 biji.

4) Ubahlah bentuk penjumlahan yang telah kalian kerjakan di atas kedalam bentuk perkalian!

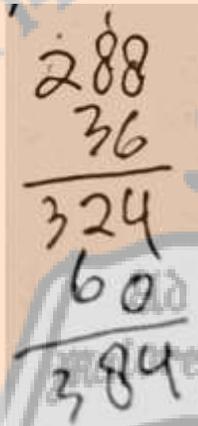
Mengubah bentuk penjumlahan $48+48+48+48+36+48+48+60$ kedalam bentuk perkalian, kelompok 8 mengalami kesulitan karena mereka melihat perbedaan nilai dari bilangan-bilangan tersebut, maka mereka memutuskan untuk bertanya kepada guru, guru memberikan sedikit bayangan 'jika kalian bedakan bilangan yang bernilai sama dengan bilangan yang bernilai berbeda, apakah mungkin untuk merubahnya menjadi bentuk perkalian?'. Kemudian kelompok 8 terlebih dahulu mengelompokkan bilangan yang memiliki nilai yang sama yaitu bilangan 48 sebanyak enam dan bilangan yang memiliki nilai yang berbeda yaitu 36 dan 60 masing-masing satu. Selanjutnya bilangan yang memiliki nilai yang sama diubah kedalam bentuk perkalian menjadi 48×6 karena bilangan-bilangan tersebut terdiri dari bilangan 48 sehingga mereka menulis bilangan 48 terlebih dahulu kemudian mengalikan dengan banyaknya bilangan tersebut yaitu enam.

$$48 \times 6 = 288 + 36 + 60 = 384$$

Untuk mengetahui hasil perkalian dari 48×6 , kelompok 8 menggunakan cara penjumlahan bersusun. Seperti yang terlihat pada gambar di dibawah. Dari gambar tersebut mereka mulai menjumlahkan satu persatu, yaitu 48 dijumlahkan dengan 48 menghasilkan 96, kemudian hasil penjumlahan tersebut dijumlahkan lagi dengan bilangan ketiga yaitu $96 + 48$ menghasilkan 144, selanjutnya hasil penjumlahan tersebut dijumlahkan dengan bilangan 48 yang keempat yaitu $144 + 48$ menghasilkan 192, kemudian hasil penjumlahan sebelumnya dijumlahkan dengan bilangan kelima yaitu $192 + 48$ menghasilkan 240, dan yang terakhir hasil penjumlahan yang sebelumnya dijumlahkan dengan bilangan keenam yaitu $240 + 48$ menghasilkan 288.

$$\begin{array}{r} 48 \\ 48 \\ \hline 96 \\ 48 \\ \hline 144 \\ 48 + \\ \hline 192 \\ 48 + \\ \hline 240 \\ 48 + \\ \hline 288 \end{array}$$

Langkah selanjutnya hasil perkalian $48 \times 6 = 288$ dijumlahkan dengan bilangan yang memiliki nilai yang berbeda sebelumnya yaitu 36 dan 60. Seperti yang terlihat pada gambar di bawah ini, hasil perkalian 288 dijumlahkan dengan bilangan pertama yaitu $288 + 36$ menghasilkan 324, dan hasil penjumlahan tersebut dijumlahkan lagi dengan bilangan yang terakhir yaitu $324 + 60$ mendapat hasil 384.


$$\begin{array}{r} 288 \\ + 36 \\ \hline 324 \\ + 60 \\ \hline 384 \end{array}$$

Jawaban kelompok 8 untuk permasalahan keempat ini sudah benar yaitu mereka mengubah bentuk penjumlahan bilangan yang bernilai sama terlebih dahulu yaitu $48 + 48 + 48 + 48 + 48 + 48$ ke bentuk perkalian menjadi $48 \times 6 = 288$, akan tetapi perubahan bentuk penjumlahan tersebut salah yang seharusnya $6 \times 48 = 288$. Selanjutnya menjumlahkan hasil perkalian tersebut dengan bilangan yang bernilai berbeda yaitu 36 dan 60, pertama dengan bilangan 36 yaitu $288 + 36$ menghasilkan 324, kemudian hasil penjumlahan tersebut dijumlahkan lagi dengan bilangan 60 yaitu $324 + 60$ menghasilkan bilangan 384.

2. Berikut terdapat beberapa percakapan dan komentar guru kelas terhadap jawaban siswa, diantaranya :

Keterangan : P : Peneliti, G : Guru

- a. Kesalahan perubahan bentuk perkalian ke bentuk penjumlahan.

P: kesalahan siswa, rata-rata terletak pada perubahan bentuk penjumlahan ke bentuk perkalian bu.

G: oh yah ?

yang seperti apa itu ?

P: misalkan seperti pada soal pertama. Jika bentuk penjumlahan $12+12+12+12+12$ diubah ke bentuk perkalian menjadi 5×12 , akan tetapi rata-rata siswa menjawab 12×5 bu.

G: yah iya, itukan sama saja mbak.

P: itu gak sama bu, yang benar seperti yang saya ungkapkan tadi bu.

G: setahu saya perubahan bentuk perkalian ke bentuk penjumlahan tidak memiliki patokan, jadi mau 12×5 atau 5×12 itukan sama saja Jawabanya benar.

P: gak bu, gak bisa sama. 12×5 itu Jawaban yang salah

G: saya malahan baru tahu mbak.

Melalui percakapan di atas, peneliti menyimpulkan bahwa rata-rata kesalahan siswa mengubah bentuk penjumlahan ke bentuk perkalian merupakan kesalahan konsep awal yang ditanamkan oleh para guru sebelumnya. Kesalahan konsep yang ditanamkan kepada siswa,

merupakan kesalahan yang fatal karena pengetahuan yang keliru tersebut akan selalu digunakan oleh para siswa selanjutnya. Sekilas bentuk perkalian 12×5 dan 5×12 terlihat sama, akan tetapi keduanya jauh berbeda, jika $12 \times 5 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5$ dan $5 \times 12 = 12 + 12 + 12 + 12 + 12$. Kesalahan yang dilakukan siswa terjadi karena sang guru kurang menguasai materi yang menandakan bahwa guru tersebut kurang profesional. Menurut Suyanto dan Asep (2002), guru profesional dituntut memiliki tiga kemampuan salah satunya adalah kemampuan kognitif, yang berarti guru harus menguasai materi, metode, media dan kemampuan merencanakan dan mengembangkan kegiatan pembelajarannya.

b. Sebab kesalahan yang dilakukan oleh siswa

P: kesalahan yang seperti ini adalah kesalahan konsep awal. Menurut ibu, selain kesalahan konsep awal, faktor apa saja yang mempengaruhi pengetahuan siswa?

G: selain konsep awal yang diajarkan oleh guru sebelumnya yang salah, pemahaman konsep yang berbeda antara guru yang satu dengan guru yang lain juga sangat mempengaruhi pengetahuan siswa.

P: pemahaman konsep yang berbeda yang seperti apa bu?

G: misalkan seperti yang mbak katakan sebelumnya, misalkan perubahan bentuk penjumlahan $5 + 5 + 5 + 5$ ke bentuk perkalian, salah satu guru berpendapat bahwa Jawaban yang benar adalah 5×4 , akan tetapi guru

lain berpendapat bahwa Jawaban yang benar adalah 4×5 . Hal ini sangat mempengaruhi pengetahuan siswa.

P: ada factor lain lagi bu, yang mempengaruhi pemahaman siswa dalam materi perkalian?

G: dalam materi perkalian (berpikir sejenak), jika seperti yang anda bilang tadi, kesalahan siswa terjadi mungkin dipengaruhi oleh bahasa Jawa. Dalam bahasa Jawa jika terdapat dua jeruk yang berdekatan seperti gambar sebelah kiri, biasa disebut loro ping siji (dua kali satu), sedangkan gambar sebelah kanan biasa disebut loro ping loro (dua kali dua), jika terdapat tiga kelompok disebut loro ping telu (tiga kali dua). Jadi orang Jawa menyebutkan banyaknya anggota pada setiap kelompok terlebih dahulu kemudian mengalikan dengan jumlah kelompoknya.



P: jadi, bahasa sangat berpengaruh yah bu?

G: tentu saja mbak, sangat berpengaruh, seperti yang telah saya jeaskan di atas.

Pengaruh budaya dalam pertumbuhan dan perkembangan siswa sangat kuat, seperti bahasa, keyakinan maupun sikap. Menurut Robert (2011) banyak perilaku yang terkait dengan pengasuhan budaya tertentu mempunyai konsekuensi penting bagi pengajaran di ruang kelas. Misalnya, sekolah mengharapkan siswa berbicara dalam bahasa Inggris standar, hal ini mudah dilakukan siswa dari keluarga yang menggunakan bahasa Inggris standar, tetapi sulit dilakukan siswa yang keluarganya menggunakan bahasa lain atau dialek bahasa Inggris yang cukup berbeda. Sejalan dengan yang diungkapkan oleh Robert di atas, pengaruh bahasa sangat kuat dalam proses pembelajaran di kelas, karena hampir seluruh siswa menggunakan bahasa Jawa dan kemungkinan jawaban siswa tersebut dipengaruhi oleh bahasa sehari-hari yang biasa mereka gunakan.

G. Kelebihan

Penggunaan Pendekatan Pembelajaran Matematika Realistik (PMR) yang dipadukan dengan Metode *Discovery Learning* (Pembelajaran Penemuan) memiliki beberapa kelebihan, diantaranya:

1. Siswa terlibat aktif dalam proses pembelajaran, baik aktif dalam bertanya maupun aktif dalam menghitung kerikil yang mereka gunakan sebagai media pembelajaran.
2. Proses pembelajaran berjalan aktif dan menyenangkan.

3. Siswa termotivasi dan antusias mengikuti pembelajaran karena pemberdayaan kerikil sebagai media pembelajaran merupakan hal yang menarik buat siswa serta ini merupakan hal baru bagi mereka.
4. Penggunaan model pembelajaran penemuan mempermudah siswa dalam memahami konsep perkalian.

H. Kekurangan

Setiap penelitian memiliki kekurangan, terdapat kekurangan dari penelitian ini, yaitu sebagai berikut:

1. Peneliti tidak terlalu mengenal serta tidak mengetahui kondisi siswa yang sesungguhnya walaupun sudah melakukan proses observasi terlebih dahulu, sehingga peneliti sedikit kewalahan dalam menghadapi para siswa, dan seharusnya peneliti membawa pendamping yang bisa membantu dalam proses penelitian sehingga penelitian berjalan maksimal.
2. Peneliti kurang maksimal dalam melakukan observasi dan wawancara langsung tentang kondisi siswa serta jawaban siswa, sehingga terdapat beberapa jawaban yang kurang bisa dijelaskan.

BAB V

PENUTUP

A. KESIMPULAN

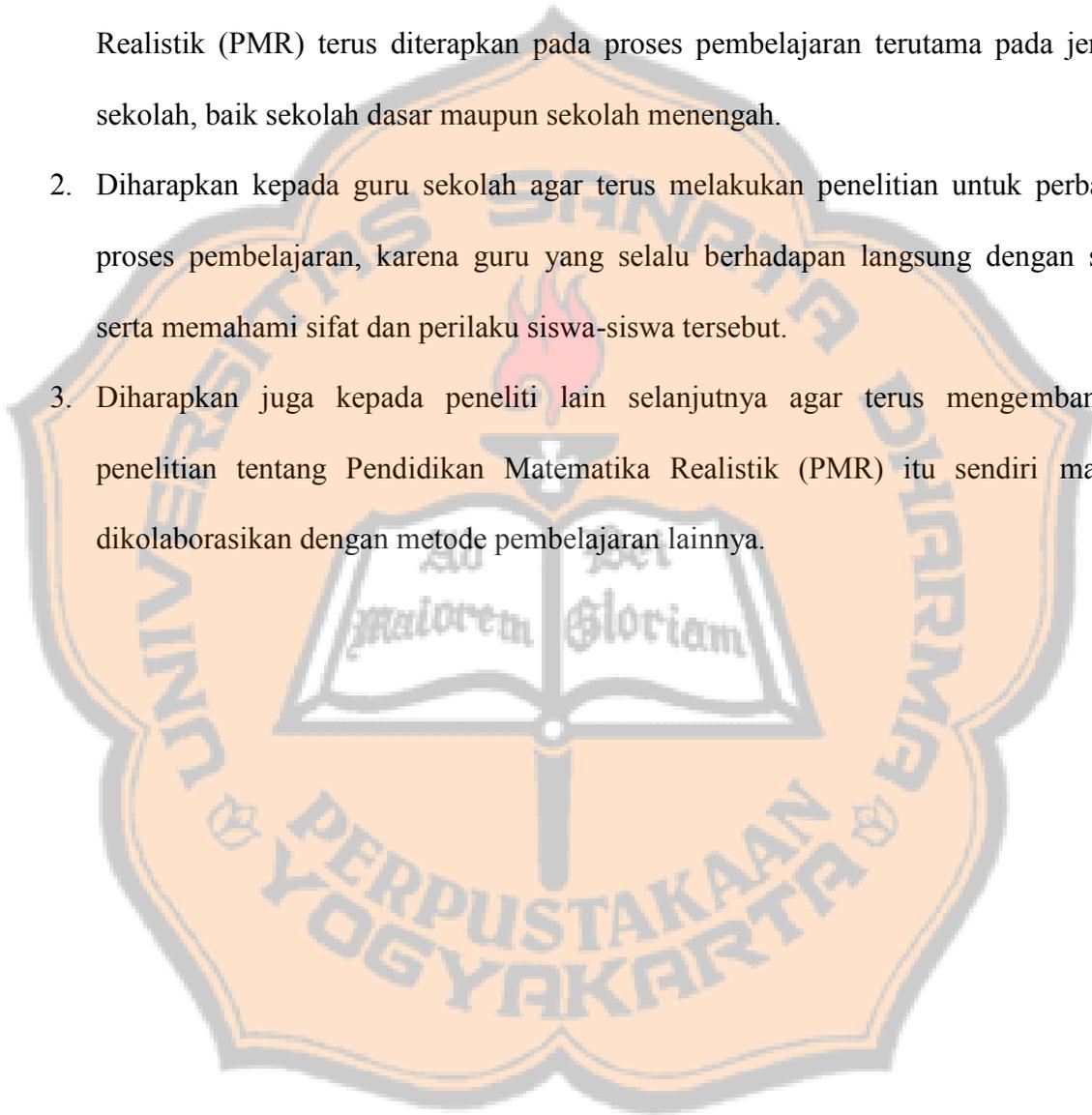
Setelah melakukan penelitian dan dibahas pada bab sebelumnya, peneliti menarik beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Penggunaan Pendekatan Pembelajaran Matematika Realistik (PMR) mempermudah siswa dalam proses penanaman konsep perubahan bentuk penjumlahan ke perkalian.
2. Penggunaan Pendekatan Pembelajaran Matematika Realistik (PMR) menarik minat siswa untuk terlibat aktif dalam proses pembelajaran, baik aktif dalam kelompok maupun aktif secara individu.
3. Penggunaan strategi keragaman jumlah anggota pada setiap kelompok yang berdampak pada keragaman jumlah kerikil merupakan strategi yang sangat bagus untuk menanamkan konsep bahwa perkalian adalah penjumlahan berulang dari bilangan-bilangan yang memiliki nilai yang sama.
4. Menghubungkan dunia matematika dan dunia nyata membuat siswa penasaran dan menimbulkan rasa ingin tahu bagi mereka, sebagaimana pada penelitian ini, pemanfaatan kerikil sebagai media pembelajaran untuk mengenalkan konsep perkalian terhadap siswa membuat siswa terlibat aktif serta termotivasi mengikuti proses pembelajaran.

B. SARAN

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan serta pembahasan pada tesis ini, peneliti memiliki beberapa harapan, sebagai berikut:

1. Diharapkan agar penggunaan pendekatan pembelajaran Pendidikan Matematika Realistik (PMR) terus diterapkan pada proses pembelajaran terutama pada jenjang sekolah, baik sekolah dasar maupun sekolah menengah.
2. Diharapkan kepada guru sekolah agar terus melakukan penelitian untuk perbaikan proses pembelajaran, karena guru yang selalu berhadapan langsung dengan siswa serta memahami sifat dan perilaku siswa-siswa tersebut.
3. Diharapkan juga kepada peneliti lain selanjutnya agar terus mengembangkan penelitian tentang Pendidikan Matematika Realistik (PMR) itu sendiri maupun dikolaborasikan dengan metode pembelajaran lainnya.



DAFTAR PUSTAKA

- Afrizal. 2015. *Metode Penelitian Kualitatif: Sebuah Upaya Mendukung Penggunaan Penelitian Kualitatif dalam Berbagai Disiplin Ilmu*. Jakarta: PT Rajawali Persada.
- Arikunto Suharsimin. 2010. *Prosedur Penelitian: Suatu Pendekatan Praktik*. Jakarta: PT Rineka Cipta.
- Copeland Richard W. 1979. *How Children Learn Mathematics*. New York: Macmillan Publishing.
- Daryanto dan Tasrial. 2012. *Konsep Pembelajaran Kreatif*. Yogyakarta: Penerbit Gava Media.
- Freudenthal Institute. 1991. *Realistic Mathematics Education in Pymary School: on The Occasion of the Opening of the Freudenthal Institute*. Utrecht: Technipress, Culemborg.
- Gravemeijer Koeno. 1994. *Developing Realistic Mathematics Education: Ontwikkelen Van Realistisch Reken/Wiskundeonderwijs (Met Een Semenvatting In Het Nederlands)*. Utrecht: Technipress, Culemborg.
- Hosnan M. 2014. *Pendekatan Saintifik dan Kontekstual dalam Pembelajaran Abad 21: Kunci Sukses Implementasi Kurikulum 2013*. Ciawi-Bogor: Penerbit Ghalia Indonesia.
- Irham Muhammad dan Ardy Wijaya Novan. 2014. *Psikologi Pendidikan: Teori dan Aplikasi dalam Proses Pembelajaran*. Jogjakarta: Ar-Ruzz Media.
- Johar Rahmah. 2010. *Pendekatan Matematika Realistic Indonesia (PMRI) dan Relevansinya dengan KTSP*. Universitas Serambi Mekah.
- Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan. 2013. *Model Pembelajaran Penemuan*.
- Marpaung Y. 2011. *Pendidikan Karakter Melalui Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI)*. Yogyakarta. Universitas Sanata Dharma.
- Marpaung Y dan Julie Hongki. 2011. *PMRI dan PISA: Suatu Usaha Peningkatan Mutu Pendidikan Matematika Di Indonesia*. Yogyakarta. Universitas Sanata Dharma.

- Schunk Dale H. 2012. *Learning Theories An Educational Perspective (Teori-teori Pembelajaran: Perspektif Pendidikan)*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.
- Silitonga Rani Sembilan dan Arisaanti Lorent Agustin. 2016. Kaitan Pendekatan Pmri dengan Teori Brunner pada Pembelajaran Matematika Materi Luas dan Keliling Lingkaran. Universitas Sriwijaya
- Siregar Evelin dan Nara Hartini. 2011. *Teori Belajar dan Pembelajaran*. Bogor: Penerbit Ghalia Indonesia.
- Slavin Robert S. 2009. *Psikologi Pendidikan Teori dan Praktik Edisi 8*. Jakarta Barat, Indonesia: PT Macanan Jaya Cemerlang.
- Slavin Robert S. 2011. *Psikologi Pendidikan Teori dan Praktik Edisi 9 jilid 1*. Jakarta Barat, Indonesia: PT Indeks.
- Soviawati Evi. 2011. Pendekatan Matematika Realistik (PMR) untuk Meningkatkan Kemampuan Berfikir Siswa di Tingkat Sekolah Dasar. ISSN 1412-565X.
- Sopamena Patma. 2009. Konstruktivisme dalam pendidikan matematika. Ambon. Institut Agama Islam Negeri (IAIN).
- Suyanto dan Jihad Asep. 2013. *Menjadi Guru Profesional (Strategi Meningkatkan Kualifikasi dan Kualitas Guru di Era Global)*: Penerbit Erlangga.
- Wijaya Ariyadi. 2012. *Pendidikan Matematika Realistik (suatu alternative pendekatan pembelajaran)*. Yogyakarta: Graha Ilmu.