# PROSIDING
## SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA 2017

## "MATEMATIKA DALAM ERA DIGITALISASI"

**14 OKTOBER 2017**

**UNS INN SURAKARTA**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

**UNIVERSITAS SEBELAS MARET**

# Prosing Seminar Nasional Matematika 2017

## Program Studi Matematika

## Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

## Universitas Sebelas Maret Surakarta


**ISBN : 978-602-51340-0-5**

**Penanggungjawab** : Supriyadi Wibowo, S.Si., M.Si.

***Steering Committee*** : Prof. Drs. Tri Atmojo Kusmayadi, M.Sc., Ph.D.
Drs. Pangadi, M.Si.
Dr. Sutanto, DEA

**Penyuntin*g*** : Dr. Diari Indriati, M.Si.

**Editor** : Melisa, S.Si., M.Sc.

***Layout* dan *Cover*** : Bowo Winarno, S.Si., M.Kom

**Cetakan Pertama** : Oktober 2017

## Penerbit

Program Studi Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Sebelas Maret Surakarta
Jalan Ir. Sutami 36 A Kentingan Surakarta 57126
Telp (0271) 669376, Fax. (0271) 663375

## TIM *REVIEWER*

Drs. Muslich, M.Si.
Dra. Purnami Widyaningsih, M.App.Sc.
Dra. Yuliana Susanti, M.Si.
Dr. Diari Indriati, M.Si.
Prof. Drs. Tri Atmojo Kusmayadi, M.Sc., Ph.D.
Drs. Pangadi, M.Si.
Dr. Siswanto, M.Si.
Dra Etik Zukhronah, M.Si.
Dra Respatiwulan, M.Si.
Dra. Sri Sulistijowati H., M.Si.
Supriyadi Wibowo, S.Si., M.Si.
Hasih Pratiwi, M.Si.
Dr. Sutanto, DEA
Dr. Dewi Retno Sari Saputro, S.Si.,M.Kom.
Titin Sri Martini, S.Si., M.Kom.
Vika Yugi Kurniawan, S.Si., M.Sc.
Ririn Setyowati, S.Si., M.Sc.
Triwik Jatu P., S.Si., M.Sc.
Melisa, S.Si., M.Sc.

# KATA PENGANTAR

Alhamdulillahi rabbil'alamin. Segala puji dan syukur kami panjatkan kehadirat Allah SWT, atas rahmat dan hidayah-Nya sehingga prosiding ini dapat terselesaikan dengan baik. Prosiding ini berisi kumpulan makalah yang telah dipresentasikan dan didiskusikan dalam Seminar Nasional Matematika 2017 yang diadakan oleh Program Studi Matematika FMIPA UNS Surakarta pada hari Sabtu, 14 Nopember 2017.

Seminar nasional ini bertemakan "Matematika dalam Era Digitalisasi" yang bertujuan sebagai sarana publikasi hasil-hasil penelitian dan karya tulis dalam bidang Analisis dan Geometri, Aljabar, Statistika dan aplikasinya, Matematika Keuangan dan Aktuaria, Kombinatorik, Komputasi, Optimisasi, Pemodelan Matematika dan Pendidikan Matematika. Selain itu, diharapkan prosiding ini dapat memberikan wawasan dan motivasi dalam peningkatan kompetensi sebagai peneliti.

Dalam penyelesaian prosiding ini, kami menyadari bahwa proses penyelesaiannya tidak terlepas dari bantuan pihak lain. Untuk itu, panitia seminar menyampaikan terima kasih kepada pembicara utama, yaitu Dr. Subiono, Dosen Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Ir. Beno K Pradekso M.Sc. E.E., CEO SOLUSI247 dan Dr. Dewi Retno Sari S. S.Si, M.Kom., Dosen Universitas Sebelas Maret Surakarta. Kami juga menyampaikan terima kasih kepada para pemakalah, peserta, Bapak/Ibu dosen beserta para pejabat instansi.

Atas nama panitia, kami mohon maaf yang sebesar-besarnya bilamana dalam prosiding ini masih terdapat kekurangan. Untuk itu, segala saran dan kritik kami harapkan demi perbaikan prosiding pada terbitan selanjutnya. Akhirnya kami berharap prosiding ini dapat bermaanfaat bagi para pembaca.

Surakarta, 14 Oktober 2017

Ketua Panitia

Bowo Winarno, S.Si., M.Kom.

# DAFTAR ISI

# ANALISIS PEMODELAN SISTEM PRODUKSI KAOS MENGGUNAKAN ALJABAR MAX PLUS

Mariani Dian[1)] Marcellinus Andy Rudhito[2)]
[1)]Mahasiswa Program Studi Magister PendidikanMatematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Sanata Dharma, Yogyakarta,
[2)] Program Studi Magister Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Sanata Dharma, Yogyakarta
[1)]marianidian6@gmail.com, [2)]arudhito@gmail.com

ABSTRAK. Bisnis konveksi merupakan salah satu jenis bisnis yang cukup populer di Indonesia, tetapi dengan banyaknya permintaan pembuatan kaos, terkadang pihak konveksi harus dapat memperkirakan berapa banyak waktu yang diperlukan untuk sekali produksi baju. Proses pengumpulan data dilakukan dengan wawancara dan observasi proses pembuatan kaos mulai dari pemotongan pola sampai proses pengemasan kaos yang sudah jadi. Dari data yang sudah diberikan serta asumsi-asumsi yang dibuat, diperoleh suatu model sistem produksi sederhana aljabar max-plus. Sistem tersebut kemudian dianalisis menggunakan asumsi bahwa sistem tersebut adalah sistem autonomous, dimana bahan baku pembuatan kaos dianggap selalu ada. Kesimpulan yang didapat dari hasil analisis tersebut adalah dengan menggunakan sistem produksi tersebut dalam sekali proses pembuatan kaos dengan hasil produksi 12 potong kaos memakan waktu paling cepat 5 jam 39 menit.

**Kata kunci**: *aljabar, aljabar max-plus, sistem produksi sederhana, produksi kaos*

## 1. PENDAHULUAN

Bisnis konveksi merupakan salah satu jenis bisnis yang cukup populer di Indonesia. Kepopuleran bisnis konveksi dikarenakan oleh dua hal. Pertama, karena produk yang dihasilkan oleh industri konveksi (berupa pakaian) merupakan salah satu kebutuhan dasar manusia. Kedua, bisnis konveksi menjadi populer karena *entry barrier* untuk bisa memulai bisnis ini dengan modal tidak terlalu besar. Salah satu tempat konveksi yang juga menerima berbagai macam pesanan pakaian, termasuk kaos adalah Wadah Kreatif, yang beralamat di Jalan Nusa Indah, nomor 27, Condongcatur, Depok, Sleman, Yogyakarta.

Dengan banyaknya permintaan pembuatan kaos, terkadang pihak konveksi harus memperkirakan batas waktu pengerjaan yang tepat, karena terkadang dari pihak yang memesan juga harus tahu kapan pengerjaan baju diperkirakan selesai. Hal ini cukup penting supaya baju tidak “terlambat” selesai. Oleh sebab itu perlu adanya target kapan proses pengerjaan baju selesai dilaksanakan.

Walaupun target pengerjaan sudah dipatok, ada kemungkinan kejadian diluar dugaan, tidak menutup kemungkinan bahwa pengerjaan baju selesai melewati batas yang sudah ditentukan. Oleh sebab itu, lebih aman jika target pengerjaan dipatok dari waktu terlama untuk menyelesaikan proses pembuatan baju. Untuk itu, diperlukan sistem yang dapat digunakan untuk memperkirakan waktu terlama dalam proses pembuatan baju, dengan asumsi-asumsi tertentu. Salah satu cara yang dapat digunakan yaitu membuat sistem aljabar max-plus. Permasalahan-permasalahan dalam jaringan (teori graf) yang terutama terkait dengan masalah sinkronisasi dapat dimodelkan dan diselesaikan dengan baik dengan aljabar max-plus (dalam Rudhito [3]).

## 2. LANDASAN TEORI

### 2.1. Definisi

**Definisi 2.1.** (Dalam Bacccelli dan Olsder [1] dan Purwitaningsih dan Putri [2] ) *Aljabar Max-plus terdiri dari dua operasi,* $\oplus$ *dan* $\otimes$ *yang didefinisikan pada himpunan* $\mathbb{R}_{max} = \mathbb{R} \cup \{-\infty\}, \forall a, b \in \mathbb{R}_{max}$:

$$a \oplus b = \max(a, b)$$
$$a \otimes b = a + b$$

*Operasi* $\oplus$ *disebut penjumlahan aljabar ax-plus dan operasi* $a \otimes b$ *disebut perkalian aljabar max-plus. Elemen netral penjumlahan max-plus adalah* $-\infty$ *yang dinotasikan dengan* $\varepsilon$. *Elemen netral perkalian adalah 0 yang dinotasikan dengan e.*

*Operasi* $\oplus$ *dan* $\otimes$ *pada* $\mathbb{R}_{max}$ *dapat diperluas untuk operasi-operasi matriks dalam* $\mathbb{R}_{max}^{m\times n}$.

$$\mathbb{R}_{max}^{m\times n} \coloneqq \{A = (A_{ij}) | A_{ij} \in \mathbb{R}_{max}, i = 1, 2, 3, \dots, m \text{ dan } j = 1, 2, 3, \dots, n\}.$$

**Definisi 2.2.** (Dalam Subiono [5]) *Penjumlahan matriks* $A, B \in \mathbb{R}_{max}^{m\times n}$, *didefinisikan oleh:*

$$[A \oplus B\,]_{i,j} = a_{i,j} \oplus b_{i,j} = \max\{a_{i,j}, b_{i,j}\}, \text{untuk } i \in n \text{ dan } j \in m.$$

**Definisi 2.3.** (Dalam Subiono [5]) *Untuk matriks* $A \in \mathbb{R}_{max}^{m\times p}$ *dan* $B \in \mathbb{R}_{max}^{p\times n}$ *perkalian matriks* $A \otimes B$ *didefinisikan sebagai:*

$$[A \otimes B]_{i,j} = \bigoplus_{k=1}^{l} a_{i,k} \otimes b_{k,j}$$
$$= max_{k\in p}\{a_{i,k} + b_{k,j}\}.$$

**Definisi 2.4.** (Rudhito [3] dan Schutter [6] ) *Sistem Linear Max-Plus Waktu-Invariant (SLMI) adalah Sistem Kejadian Diskrit yang dapat dinyatakan dengan pernyataan sebagai berikut:*

$$\boldsymbol{x}(k+1) = A \otimes \boldsymbol{x}(k) \oplus B \otimes \boldsymbol{u}(k+1)$$
$$\boldsymbol{y}(k) = C \otimes \boldsymbol{x}(k)$$

*untuk* $k = 1, 2, 3, \dots$, *dengan kondisi awal* $\boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x_0}, A \in \mathbb{R}_{max}^{n\times n}, B \in \mathbb{R}_{max}^{n\times m}, C \in \mathbb{R}_{max}^{1\times n}$. *Vektor* $\boldsymbol{x}(k) \in \mathbb{R}_{max}^{n}$ *menyatakan keadaan (state),* $\boldsymbol{u}(k) \in$

$\mathbb{R}_{max}^{m}$ *adalah vektor input, dan* $\boldsymbol{y}(k) \in \mathbb{R}_{max}^{i}$ *adalah vektor output sistem pada waktu ke-*$k$.

**Definisi 2.5.** (Dalam Rudhito [3]) *SLMI autonomous adalah SLMI yang mempunyai persamaan berikut:*

$$\boldsymbol{x}(k+1) = A \otimes \boldsymbol{x}(k)$$
$$\boldsymbol{y}(k) = C \otimes \boldsymbol{x}(k)$$

*untuk* $k = 1, 2, 3, \ldots,$ *dengan kondisi awal* $\boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x_0} \neq \boldsymbol{\varepsilon}$, $A \in \mathbb{R}_{max}^{n \times n}, B \in \mathbb{R}_{max}^{n}, C \in \mathbb{R}_{max}^{1 \times n}$.

**Definisi 2.6.** (Dalam Rudhito [3] dan Schutter [6]) *Diberikan* $A \in \mathbb{R}_{max}^{n \times n}$. *Skalar* $\lambda \in \mathbb{R}_{max}$*disebut nilai eigen max-plus matriks A jika terdapat suatu vektor* $\boldsymbol{v} \in \mathbb{R}$ *dengan* $\boldsymbol{v} \neq \boldsymbol{\varepsilon}_{n\times 1}$ *sehingga* $A \otimes \boldsymbol{v} = \lambda \otimes \boldsymbol{v}$. *Vektor* $\boldsymbol{v}$ *tersebut disebut vektor eigen max-plus matriks A yang bersesuaian dengan* $\lambda$.

## 2.2. Teori Graf

Suatu graf didefinisikan sebagai suatu pasangan (V, E) dengan V adalah suatu himpunan berhingga tak kosong yang anggotanya disebut titik (*vertices*) dan E adalah suatu himpunan pasangan (tak terurut) titik-titik. Anggota E disebut rusuk (*edges*). Suatu graf berarah didefinisikan sebagai suatu pasangan (V, A) dengan V adalah suatu himpunan titik-titik dan A adalah suatu himpunan pasangan terurut titik-titik. Anggota A disebut busur (*arc*). Untuk busur $(v, w) \in$ A, $v$ disebut titik awal busur dan $w$ disebut titik akhir busur. Suatu *loop* adalah busur $(v, v) \in$ A.

Jika suatu graf disajikan dengan gambar, titik digambarkan sebagai noktah yang diberi label dengan nama titik yang diwakilinya. Rusuk digambarkan sebagai kurva atau ruas garis yang menghubungkan noktah-noktah yang bersesuaian pada rusuk atau *loop*. Busur digambarkan sebagai kurva atau ruas garis berarah yang menghubungkan noktah-noktah yang bersesuaian dengan titik awal dan titik akhir busur, dengan tanda panah pada ujungnya yang menandakan arah busur (dalam Rudhito [3]).

**Definisi 2.7.** (Dalam Rudhito [3] dan Schutter [6]) *Diberikan* $A \in \mathbb{R}_{max}^{n \times n}$. *Graf bobot dari* $A$ adalah *graf beraraf berbobot* $G(A) =$ *(V, A) dengan V={1, 2,..., n} dan A ={(j,i)|w(i.j)=*$A_{ij} \neq \varepsilon$*}.*

# 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

## 3.1. Proses Pembuatan Bagan Produksi Kaos

Jumlah seluruh karyawan yang bekerja di konveksi Wadah Kreatif sebanyak 9 orang, 7 orang merupakan karyawan pada bagian produksi dan 2 orang lainnya pada bagian publikasi. Setiap karyawan yang bekerja pada bagian produksi memiliki tugasnya masing-masing. Karyawan yang bertugas di bagian pemotongan pola 1 orang, pada bagian produksi sablon 2 orang, pada bagian penjahitan 1 orang, pada bagian desain 1 orang, pada pengadaan bahan 1 orang dan marketing 1 orang.

Sebelum memotong pola, proses pertama yaitu menumpuk kain untuk mempermudah dan mempercepat dalam memotong pola. Kain yang dapat ditumpuk maksimal 10 lapis, dan mesin untuk memotong yang disediakan ada dua (satu untuk cadangan jika mesin potong pertama rusak). Proses ini memerlukan waktu 5 menit. Setelah ditumpuk, kain-kain tersebut dapat langsung dipotong sesuai dengan pola. Proses pemotongan pola meliputi pola badan dan pola lengan yang ukurannya sudah ditentukan (S, M, L, XL, atau ukuran lain yang disesuaikan) dengan waktu tiap-tiap proses adalah sama, 10 menit. Selain pola lengan dan pola badan, ada pula pola *rip* atau kerah untuk baju kaos. Proses pemotongan pola kerah ini memakan waktu 5 menit.

Pola lengan dan yang sudah digunting kemudian langsung dibawa ke tempat penjahitan. Dari tempat pemotongan ke tempat penjahitan memakan waktu 1 menit. Kemudian untuk tahap penyablonan, pola badan dibawa ke tempat sablon, kemudian langsung disusun di atas tempat sablon. Membawa dan menyusun pola diatas tempat sablon memakan waktu 5 menit. Sebelum dilakukan penyablonan, terlebih dahulu sudah disiapkan *screen* untuk penyablonan, yang sudah berisi gambar dengan desain yang diinginkan. Desain yang sudah dicetak dalam kertas tertentu ditempelkan pada *screen,* kemudian dikeringkan dengan *hair dryer* dan disinari dengan sinar lampu selama 10 menit. Setelah disinari, kemudian *screen* dimasukkan kedalam air dan disemprot menggunakan semprotan untuk burung. Proses keseluruhan untuk mencetak pola desain pada *screen* memakan waktu 13 menit(menempelkan pola 1 menit, memasukkan *screen* kedalam air dan penyemprotan 2 menit). *Screen* yang sudah siap digunakan kemudian dibawa ke tempat penyablonan. Waktu yang diperlukan dari tempat mencetak pola ke tempat penyablonan sekitar 1 menit. Kemudian dilakukan tahap penyablonan.

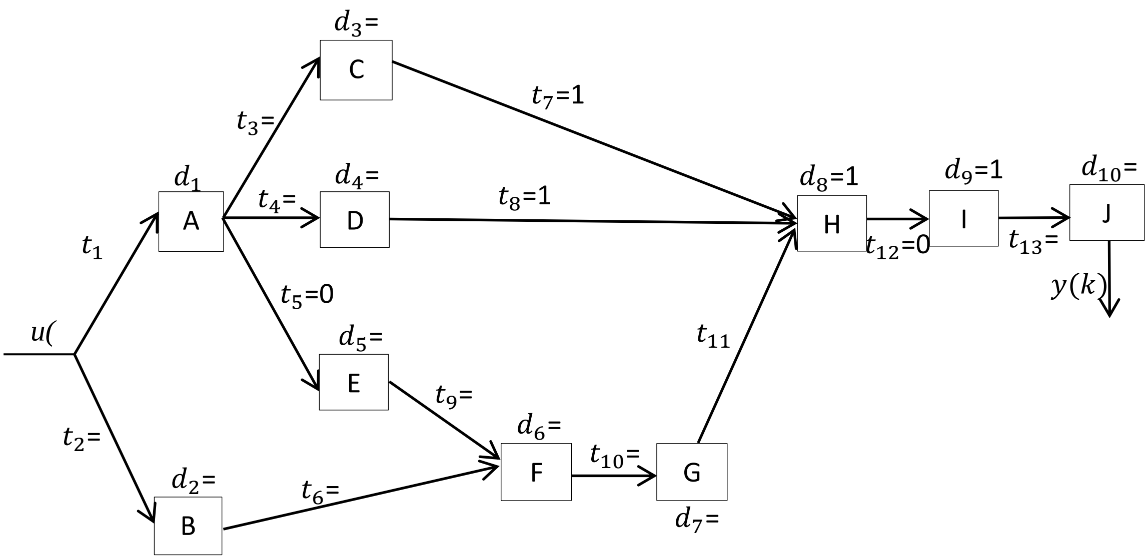
Proses penyablonan yang digunakan masih manual, sehingga pola badan yang sudah ditempelkan di meja sablon diwarnai satu persatu. Untuk mempercepat proses pengeringan, digunakan bantuan *hair dryer*. Dari waktu pengolesan warna sampai waktu pengeringan rata-rata memakan waktu 15 menit (untuk satu warna). Setelah proses sablon selesai, pola badan dilepas dan dibawa ketempat *press*. Proses ini memerlukan waktu 2 menit. Proses press dilakukan menggunakan mesin *hot press* agar hasil sablon benar-benar melekat pada baju. Pada tahap ini mesin yang digunakan satu dan karyawan yang mengerjakan tahap ini satu orang. Karena tahap ini merupakan bagian dari produksi sablon maka karyawan yang bekerja pada bagian ini juga merupakan karyawan pada bagian produksi sablon. Tahap ini memerlukan waktu paling lama 30 menit. Kemudian setelah melewati tahap *hot press* pola badan di bawa ke bagian penjahitan (ke tempat penjahitan memakan waktu 1 menit). Tahap terakhir adalah tahap penjahitan kaos yang memakan waktu 3 jam. Mesin jahit yang tersedia ada empat macam, yaitu mesin obras, rantai, *over deck* dan jarum 1.

Sesudah tahap penjahitan, langsung dilakukan pengecekan baju untuk melihat apakah ada cacat dalam produksi, yang menghabiskan waktu paling lama 10 menit. Setelah dicek, kaos kemudian di bawa ketempat selanjutnya untuk disetrika, dilipat dan dilakukan tahap packing. Dari tempat penjahitan sampai ke tempat *packing* waktu yang diperlukan 1 menit. Menyetrika dan melipat baju memerlukan waktu 12 menit. Kemudian tahap terakhir adalah memasukkan kaos kedalam plastik yang memerlukan waktu 8 menit.

Dalam membuat bagan, diasumsikan:

a. Baju yang dikerjakan berjenis kaos,
b. Jam kerja karyawan dimulai dari jam 09.00-17.00 WIB dengan waktu isirahat pada jam 12.00-13.00 WIB,
c. Kain sebagai bahan baku pembuatan kaos selalu ada,
d. Dalam sekali produksi diperoleh 12 potong baju kaos dengan ukuran berbeda-beda,
e. Proses penjahitan dilakukan oleh 4 orang, sehingga waktu penjahitan menjadi 180 menit,
f. Sablon menggunakan 5 warna.

Adapun bagan atau diagram dari tahap kerja ini adalah sebagai berikut:




Gambar 1. Bagan Produksi Kaos

Didefinisikan:

$u(k+1)$ : Waktu saat bahan baku dimasukkan ke sistem untuk pemrosesan pada waktu ke-$(k+1)$.
$x_i(k)$ : Waktu saat unit pemrosesan ke-*i* mulai bekerja untuk pemrosesan ke-*k*.
$y(k)$ : Waktu saat produk ke-*k* yang diselesaikan meninggalkan sistem.
$t_i$ : Waktu produksi pemindahan barang yang akan diproses.
$d_1$ : Waktu saat proses penumpukan kain.
$d_2$ : Waktu saat proses persiapan pola sablon.
$d_3$ : Waktu saat proses pemotongan pola rip.
$d_4$ : Waktu saat proses pemotongan pola lengan.
$d_5$ : Waktu saat proses pemotongan pola badan.

$d_6$ : Waktu saat proses penyablonan.
$d_7$ : Waktu saat proses *press.*
$d_8$ : Waktu saat proses penjahitan.
$d_9$ : Waktu saat proses pengecekan.
$d_{10}$ : Waktu saat proses *finishing* dan *packing.*

Setelah semua proses didefinisikan, barulah dibuat pemodelan serta perhitungan estimasi waktu selesai proses pembuatan baju kaos.

### 3.2. Model Sistem Produksi Kaos

Proses ke-$(k+1)$ akan dimulai di A pada waktu $t = u(k+1) + 0$, tetapi $d_1$ dapat mulai bekerja setelah pemrosesan ke-$k$ selesai. Waktu pemrosesan di A adalah $d_1 = 5$ menit, maka proses ke-$k$ akan meninggalkan tahap A pada saat $t = x_1(k) + 5$. Informasi ini dapat ditulis menjadi:

$x_1(k+1) = \max(u(k+1) + 0, x_1(k) + 5).$

Proses ke-$(k+1)$ juga akan dimulai di B pada waktu $t = u(k+1) + 0$, tetapi $d_2$ dapat mulai bekerja setelah pemrosesan ke-$k$ selesai. Karena waktu pemrosesan di B adalah $d_2 = 13$ menit, maka proses ke-$k$ akan meninggalkan tahap B pada saat $t = x_2(k) + 13$. Informasi ini dapat ditulis menjadi:

$x_2(k+1) = \max(u(k+1) + 0, x_2(k) + 13\ ).$

Kain yang sudah disusun pada proses A kemudian dibawa ke tahap C pada waktu $t = x_1(k+1) + 5$, tetapi tahap C dapat mulai bekerja setelah pemrosesan ke-$k$ selesai. Karena waktu pemrosesan di C adalah $d_3 = 5$ menit, maka proses ke-$k$ akan meninggalkan tahap C pada saat $t = x_3(k) + 5$. Informasi ini dapat ditulis menjadi

$$\begin{aligned}x_3(k+1) &= \max(x_1(k+1) + 5,\ x_3(k) + 5)\\ &= \max(\max(u(k+1) + 0, x_1(k) + 5) + 5, x_3(k) + 5)\\ &= \max(u(k+1) + 5, x_1(k) + 10, x_3(k) + 5.\end{aligned}$$

Sebagian kain yang sudah disusun kemudian dibawa ke tahap D pada waktu $t = x_1(k+1) + 5$, tetapi tahap D dapat mulai bekerja setelah pemrosesan ke$-k$ selesai. Karena waktu pemrosesan di D adalah $d_4 = 10$ menit, maka proses ke-$k$ akan meninggalkan tahap D pada saat $t = x_4(k) + 10$. Informasi ini dapat ditulis menjadi:

$$\begin{aligned}x_4(k+1) &= \max(x_1(k+1) + 5, x_4(k) + 10\\ &= \max(\max(u(k+1) + 0, x_1(k) + 5) + 5, x_4(k) + 10)\\ &= \max(u(k+1) + 5, x_1(k) + 10, x_4(k) + 10).\end{aligned}$$

Sebagian kain terakhir yang sudah disusun kemudian dibawa ke tahap E pada waktu $t = x_1(k+1) + 5$, tetapi tahap E dapat mulai bekerja setelah pemrosesan ke$-k$ selesai. Karena waktu pemrosesan di E adalah $d_5 = 10$ menit, maka proses ke-$k$ akan meninggalkan tahap E pada saat $t = x_5(k) + 10$. Informasi ini dapat ditulis menjadi:

$$\begin{aligned}x_5(k+1) &= \max(x_1(k+1), x_5(k) + 10)\\ &= \max(\max(u(k+1) + 0, x_1(k) + 5) + 5, x_5(k) + 10)\\ &= \max(u(k+1) + 5, x_1(k) + 10, x_5(k) + 10.\end{aligned}$$

Kain yang sudah dipotong menjadi pola badan pada tahap E kemudian dibawa ke tahap F pada waktu $t = x_5(k+1) + 15$, begitu pula dengan desain yang sudah di cetak di atas *screen* setelah melewati proses B, yang kemudian dibawa ke tahap F pada waktu

$t = x_2(k+1) + 14$, tetapi tahap F dapat mulai bekerja setelah pemrosesan ke$-k$ selesai. Karena waktu pemrosesan di F adalah $d_6 = 75$ menit, maka proses ke-$k$ akan meninggalkan tahap F pada saat $t = x_6(k) + 75$. Informasi ini dapat ditulis menjadi:

$x_6(k+1) = \max(x_2(k+1) + 14, x_5(k+1) + 15, x_6(k) + 75)$

$= \max(\max(u(k+1) + 0, x_2(k) + 13) + 14, \max(u(k+1) + 5, x_1(k) + 10, x_5(k) + 10) + 15, x_6(k) + 75)$

$= \max(u(k+1) + 14, x_2(k) + 27, u(k+1) + 20, x_1(k) + 25, x_5(k) + 25, x_6(k) + 75)$

$= \max(u(k+1) + 20, x_1(k) + 25, x_2(k) + 27, x_5(k) + 25, x_6(k) + 75)$.

Pola badan yang sudah melalui tahap sablon kemudian dibawa ke tahap G pada waktu $t = x_6(k+1) + 77$, tetapi tahap G dapat mulai bekerja setelah pemrosesan ke-$k$ selesai. Karena waktu pemrosesan di G adalah $d_7 = 30$ menit, maka proses ke-$k$ akan meninggalkan tahap G pada saat $t = x_7(k) + 30$. Informasi ini dapat ditulis menjadi:

$x_7(k+1) = \max(x_6(k+1) + 77, x_7(k) + 30)$

$= \max(\max(u(k+1) + 20, x_1(k) + 25, x_2(k) + 27, x_5(k) + 25, x_6(k) + 75) + 77, x_7(k) + 30)$

$= \max(u(k+1) + 97, x_1(k) + 102, x_2(k) + 104, x_5(k) + 102, x_6(k) + 152, x_7(k) + 30)$.

Pola badan yang sudah di press kemudian dibawa ke tahap H pada waktu $t = x_7(k+1) + 31$. Begitu juga dengan pola kerah dan pola lengan yang sebelumnya sudah melewati tahap C dan D, dengan waktu berturut-turut $t = x_3(k+1) + 6$ dan $t = x_4(k+1) + 11$ , tetapi tahap H dapat mulai bekerja setelah pemrosesan ke-$k$ selesai. Karena waktu pemrosesan di H adalah $d_8 = 90$ menit, maka proses ke-$k$ akan meninggalkan tahap H pada waktu $t = x_8\,(k) + 90$. Informasi ini dapat ditulis menjadi:

$x_8(k+1) = \max(x_3(k+1) + 6, x_4(k+1) + 11, x_7(k+1) + 31, x_8(k) + 90)$

$= \max(\max(u(k+1) + 5, x_1(k) + 10, x_3(k) + 5) + 6, \max(u(k+1) + 5, x_1(k) + 10, x_4(k) + 10) + 11, \max(u(k+1) + 97, x_1(k) + 102, x_2(k) + 104, x_5(k) + 102, x_6(k) + 152, x_7(k) + 30) + 31, x_8(k) + 90)$

$= \max(u(k+1) + 11, x_1(k) + 16, x_3(k) + 11, u(k+1) + 16, x_1(k) + 21, x_4(k) + 21, u(k+1) + 128, x_1(k) + 133, x_2(k) + 135, x_5(k) + 133, x_6(k) + 183, x_7(k) + 61, x_8(k) + 90)$

$= \max(u(k+1) + 128, x_1(k) + 133, x_2(k) + 135, x_3(k) + 11, x_4(k) + 21, x_5(k) + 133, x_6(k) + 183, x_7(k) + 61, x_8(k) + 180)$.

Setelah melalui proses penjahitan, kaos-kaos yang sudah jadi kemudian di bawa ke tahap I pada waktu $t = x_8(k+1) + 90$, tetapi tahap I dapat mulai bekerja setelah pemrosesan ke-$k$ selesai. Karena waktu pemrosesan di I adalah $d_9 = 10$ menit, maka proses ke-$k$ akan meninggalkan tahap I pada waktu $t = x_9(k) + 10$. Informasi ini dapat ditulis menjadi:

$x_9(k+1) = \max(x_8(k+1) + 180, x_9(k) + 10)$

$= \max(\max(u(k+1) + 128, x_1(k) + 133, x_2(k) + 135, x_3(k) + 11, x_4(k) + 21, x_5(k) + 133, x_6(k) + 183, x_7(k) + 61, x_8(k) + 180) + 180, x_9(k) + 10)$

$= \max(u(k+1)+308, x_1(k)+313, x_2(k)+315, x_3(k)+191, x_4(k)+201, x_5(k)+313, x_6(k)+363, x_7(k)+241, x_8(k)+360, x_9(k)+10).$

Setelah melalui tahap I kaos yang sudah di cek kemudian di bawa ke tahap J pada waktu $t = x_9(k+1)+11$, tetapi tahap J dapat mulai bekerja setelah pemrosesan ke-$k$ selesai. Karena waktu pemrosesan di J adalah $d_{10} = 20$ menit, maka proses ke-$k$ akan meninggalkan tahap J pada waktu $t = x_{10}(k)+20$. Informasi ini dapat ditulis menjadi:

$$x_{10}(k+1) = \max(x_9(k+1)+11, x_{10}(k)+20)$$
$$= \max(\max(u(k+1)+308, x_1(k)+313, x_2(k)+315, x_3(k)+91, x_4(k)+201, x_5(k)+313, x_6(k)+363, x_7(k)+241, x_8(k)+360, x_9(k)+10)+11, x_{10}(k)+20)$$
$$= \max(u(k+1)+319, x_1(k)+324, x_2(k)+326, x_3(k)+202, x_4(k)+212, x_5(k)+324, x_6(k)+374, x_7(k)+252, x_8(k)+371, x_9(k)+21, x_{10}(k)+20).$$

Maka $y(k) = x_{10}(k)+20$.

Jika operasi max dinotasikan dengan $\oplus$ dan operasi penjumlahan dengan $\otimes$ maka dapat dituliskan dalam sistem persamaan max-plus, sebagai berikut:

$$x_1(k+1) = 0 \otimes u(k+1) \oplus 5 \otimes x_1(k),$$

$$x_2(k+1) = 0 \otimes u(k+1) \oplus 13 \otimes x_2(k),$$

$$x_3(k+1) = 5 \otimes u(k+1) \oplus 10 \otimes x_1(k) \oplus 5 \otimes x_3(k),$$

$$x_4(k+1) = 5 \otimes u(k+1) \oplus 10 \otimes x_1(k) \oplus 10 \otimes x_4(k),$$

$$x_5(k+1) = 5 \otimes u(k+1) \oplus 10 \otimes x_1(k) \oplus 10 \otimes x_5(k),$$

$$x_6(k+1) = 20 \otimes u(k+1) \oplus 25 \otimes x_1(k) \oplus 27 \otimes x_2(k) \oplus 25 \otimes x_5(k) \oplus 75 \otimes x_6(k),$$

$$x_7(k+1) = 97 \otimes u(k+1) \oplus 102 \otimes x_1(k) \oplus 104 \otimes x_2(k) \oplus 102 \otimes x_5(k) \oplus 152 \otimes x_6(k) \oplus 30 \otimes x_7(k),$$

$$x_8(k+1) = 128 \otimes u(k+1) \oplus 133 \otimes x_1(k) \oplus 135 \otimes x_2(k) \oplus 11 \otimes x_3(k) \oplus 21 \otimes x_4(k) \oplus 133 \otimes x_5(k) \oplus 183 \otimes x_6(k) \oplus 61 \otimes x_7(k) \oplus 180 \otimes x_8(k),$$

$$x_9(k+1) = 308 \otimes u(k+1) \oplus 313 \otimes x_1(k) \oplus 315 \otimes x_2 \oplus 191 \otimes x_3(k) \oplus 201 \otimes x_4(k) \oplus 313 \otimes x_5(k) \oplus 363 \otimes x_6(k) \oplus 241 \otimes x_7(k) \oplus 360 \otimes x_8(k) \oplus 10 \otimes x_9(k),$$

$$x_{10}(k+1) = 319 \otimes u(k+1) \oplus 324 \otimes x_1(k) \oplus 326 \otimes x_2(k) \oplus 202 \otimes x_3(k) \oplus 212 \otimes x_4(k) \oplus 324 \otimes x_5(k) \oplus 374 \otimes x_6(k) \oplus 252 \otimes x_7(k) \oplus 371 \otimes x_8(k) \oplus 21 \otimes x_9(k) \oplus 20 \otimes x_{10}(k),$$

$$y(k) = 20 \otimes x_{10}(k).$$

### 3.3. Analisis Model Produksi Kaos

Dalam urutan pengoperasian produksi ini dapat diubah menggunakan operasi aljabar max-plus sehingga dapat diperoleh persamaan matriks:

$$x(k+1)=\begin{bmatrix} 5 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & 13 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 10 & \varepsilon & 5 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 10 & \varepsilon & \varepsilon & 10 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 10 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 10 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 25 & 27 & \varepsilon & \varepsilon & 25 & 75 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 102 & 104 & \varepsilon & \varepsilon & 102 & 152 & 30 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 133 & 135 & 11 & 21 & 133 & 183 & 61 & 180 & \varepsilon & \varepsilon \\ 313 & 315 & 191 & 201 & 313 & 363 & 241 & 360 & 10 & \varepsilon \\ 324 & 326 & 202 & 212 & 324 & 374 & 252 & 371 & 21 & 20 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \\ x_5(k) \\ x_6(k) \\ x_7(k) \\ x_8(k) \\ x_9(k) \\ x_{10}(k) \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 20 \\ 97 \\ 128 \\ 308 \\ 319 \end{bmatrix} \otimes u(k+1)$$

$$y(k)=[\varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad 20] \otimes x(k).$$

Selanjutnya bentuk aljabar max-plus diatas dapat ditulis menjadi:

$$x(k+1)=A \otimes x(k) \oplus B \otimes u(k+1),$$

$$y(k)=C \otimes x(k).$$

Dengan

$$A=\begin{bmatrix} 5 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & 13 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 10 & \varepsilon & 5 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 10 & \varepsilon & \varepsilon & 10 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 10 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 10 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 25 & 27 & \varepsilon & \varepsilon & 25 & 75 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 102 & 104 & \varepsilon & \varepsilon & 102 & 152 & 30 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 133 & 135 & 11 & 21 & 133 & 183 & 61 & 180 & \varepsilon & \varepsilon \\ 313 & 315 & 191 & 201 & 313 & 363 & 241 & 360 & 10 & \varepsilon \\ 324 & 326 & 202 & 212 & 324 & 374 & 252 & 371 & 21 & 20 \end{bmatrix}, \quad B=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 20 \\ 97 \\ 128 \\ 308 \\ 319 \end{bmatrix}$$

dan $C=[\varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad 20]$.

Kemudian dihitung menggunakan bantuan program yang disusun menggunakan *MATLAB* [3] dengan matriks keadaan awal $x_0=[0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$ sampai 10 kejadian, sehingga diperoleh:

Barisan vektor keadaan sistem untuk k = 0, 1, 2, ..., 10:

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 10 & 15 & 20 & 25 & 30 & 35 & 40 & 45 & 50 \\ 0 & 13 & 26 & 39 & 52 & 65 & 78 & 91 & 104 & 117 & 130 \\ 0 & 10 & 15 & 20 & 25 & 30 & 35 & 40 & 45 & 50 & 55 \\ 0 & 10 & 20 & 30 & 40 & 50 & 60 & 70 & 80 & 90 & 100 \\ 0 & 10 & 20 & 30 & 40 & 50 & 60 & 70 & 80 & 90 & 100 \\ 0 & 75 & 150 & 225 & 300 & 375 & 450 & 525 & 600 & 675 & 750 \\ 0 & 152 & 227 & 302 & 377 & 452 & 527 & 602 & 677 & 752 & 827 \\ 0 & 183 & 363 & 543 & 723 & 903 & 1083 & 1263 & 1443 & 1623 & 1803 \\ 0 & 360 & 543 & 723 & 903 & 1083 & 1263 & 1443 & 1623 & 1803 & 1983 \\ 0 & 374 & 554 & 734 & 914 & 1094 & 1274 & 1454 & 1634 & 1814 & 1994 \end{bmatrix}$$

dan barisan output sistem untuk k=1, 2, ...:

$$y = [20 \quad 394 \quad 574 \quad 754 \quad 934 \quad 1114 \quad 1294 \quad 1474 \quad 1654 \quad 1834 \quad 2014].$$

Hasil yang diperoleh belum sepenuhnya periodik sehingga perlu dicari nilai eigen dan vektor eigen dari matriks $A$. Menggunakan bantuan program yang disusun menggunakan *MATLAB* [3] diperoleh vektor eigen $\boldsymbol{v} = [\varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad 0 \quad 180 \quad 191]^T$ dengan nilai eigen $\lambda\max(A) = 180$. Tetapi untuk sistem yang bahan bakunya selalu tersedia, matriks keadaan awalnya tidak boleh $\varepsilon$, sehingga vektor eigen tidak dapat dijadikan matriks keadaan awal.

Dengan asumsi yaitu bahan baku dimasukkan kedalam sistem produksi setelah produk selesai di produksi $(u(k+1) = y(k))$ , diperoleh modifikasi dari keadaan sistem sebagai berikut (dalam Sari dan Pradanti [4]):

$$x(k+1) = A \otimes x(k) \oplus B \otimes u(k+1)$$

$$= A \otimes x(k) \oplus B \otimes y(k)$$

$$= A \otimes x(k) \oplus B \otimes C \otimes x(k)$$

$$= \mathring{A} \otimes x(k)$$

dengan $\mathring{A} = A \oplus B \otimes C$.

$\mathring{A}$ dihitung menggunakan bantuan program *MATLAB* [3] untuk menghitung hasil operasi perkalian max plus dan kemudian dilakukan operasi pertambahan max-plus diperoleh:

$$\mathring{A} = \begin{bmatrix} 5 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 20 \\ \varepsilon & 13 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 20 \\ 10 & \varepsilon & 5 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 25 \\ 10 & \varepsilon & \varepsilon & 10 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 25 \\ 10 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 10 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 25 \\ 25 & 27 & \varepsilon & \varepsilon & 25 & 75 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 40 \\ 102 & 104 & \varepsilon & \varepsilon & 102 & 152 & 30 & \varepsilon & \varepsilon & 117 \\ 133 & 135 & 11 & 21 & 133 & 183 & 61 & 180 & \varepsilon & 148 \\ 313 & 315 & 191 & 201 & 313 & 353 & 241 & 360 & 10 & 328 \\ 324 & 326 & 202 & 212 & 324 & 374 & 252 & 371 & 21 & 339 \end{bmatrix}.$$

Menggunakan matriks yang sudah diperoleh kemudian dihitung menggunakan bantuan program yang disusun menggunakan *MATLAB* yang sebelumnya sudah digunakan untuk mencari barisan vektor keadaan dan barisan output sistem, dengan matriks keadaan awal $x_0 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$ sampai 10 kejadian, sehingga diperoleh:

Barisan vektor keadaan sistem untuk k = 0, 1, 2, ...,10;

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 20 & 394 & 733 & 1072 & 1411 & 1750 & 2089 & 2428 & 2767 & 3106 \\ 0 & 20 & 394 & 733 & 1072 & 1411 & 1750 & 2089 & 2428 & 2767 & 3106 \\ 0 & 25 & 399 & 738 & 1077 & 1416 & 1755 & 2094 & 2433 & 2772 & 3111 \\ 0 & 25 & 399 & 738 & 1077 & 1416 & 1755 & 2094 & 2433 & 2772 & 3111 \\ 0 & 25 & 399 & 738 & 1077 & 1416 & 1755 & 2094 & 2433 & 2772 & 3111 \\ 0 & 75 & 414 & 753 & 1092 & 1431 & 1770 & 2109 & 2448 & 2787 & 3126 \\ 0 & 152 & 491 & 830 & 1169 & 1508 & 1847 & 2186 & 2525 & 2864 & 3203 \\ 0 & 183 & 522 & 861 & 1200 & 1539 & 1878 & 2217 & 2556 & 2895 & 3234 \\ 0 & 360 & 702 & 1041 & 1380 & 1719 & 2058 & 2397 & 2736 & 3075 & 3414 \\ 0 & 374 & 713 & 1052 & 1391 & 1730 & 2069 & 2408 & 2747 & 3086 & 3425 \end{bmatrix}$$

dan barisan output sistem untuk k = 1, 2,..:

$$y = [20 \quad 394 \quad 733 \quad 1072 \quad 1411 \quad 1750 \quad 2089 \quad 2428 \quad 2767 \quad 3106 \quad 3445].$$

Hasil yang diperoleh belum sepenuhnya periodik, sehingga perlu dicari nilai eigen dan vektor eigen yang bersesuaian dengan matriks Å. Menggunakan bantuan program yang disusun menggunakan *MATLAB*, diperoleh vektor eigen fundamental

$\boldsymbol{v} = [-319 \quad -319 \quad -314 \quad -314 \quad -314 \quad -299 \quad -222 \quad -191 \quad -11 \quad 0]^T$
dengan $\lambda \max(\text{Å}) = 319$. Agar realistis, maka keadaan awal sistem produksi tidak boleh negatif sehingga perlu dilakukan modifikasi terhadap vektor eigen $\boldsymbol{v}$ sedemikian sehingga semua komponennya tidak negatif.

$\boldsymbol{v}^* = \beta \otimes \boldsymbol{v}$ dengan $\beta = -\min(v_i)$ (Menggunakan vektor eigen fundamental didapatkan $\beta = 299$

Sehingga di peroleh $\boldsymbol{v}^* = [0 \quad 0 \quad 5 \quad 5 \quad 5 \quad 20 \quad 97 \quad 128 \quad 308 \quad 319]^T$. Kemudian dalam menghitung, matriks awal diganti dengan menggunakan vektor eigen, sehingga diperoleh:

Barisan vektor keadaan sistem untuk k = 0, 1, 2,...:

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 339 & 678 & 1017 & 1356 & 1695 & 2034 & 2373 & 2712 & 3051 & 3390 \\ 0 & 339 & 678 & 1017 & 1356 & 1695 & 2034 & 2373 & 2712 & 3051 & 3390 \\ 5 & 344 & 683 & 1022 & 1361 & 1700 & 2039 & 2378 & 2717 & 3056 & 3395 \\ 5 & 344 & 683 & 1022 & 1361 & 1700 & 2039 & 2378 & 2717 & 3056 & 3395 \\ 5 & 344 & 683 & 1022 & 1361 & 1700 & 2039 & 2378 & 2717 & 3056 & 3395 \\ 20 & 359 & 698 & 1037 & 1376 & 1715 & 2054 & 2393 & 2732 & 3071 & 3410 \\ 97 & 436 & 775 & 1114 & 1453 & 1792 & 2131 & 2470 & 2809 & 3148 & 3487 \\ 128 & 467 & 806 & 1145 & 1484 & 1823 & 2162 & 2501 & 2840 & 3179 & 3518 \\ 308 & 647 & 986 & 1325 & 1664 & 2003 & 2342 & 2681 & 2020 & 3359 & 3698 \\ 319 & 658 & 997 & 1336 & 1675 & 2014 & 2353 & 2692 & 2031 & 3370 & 3709 \end{bmatrix}$$

Dan barisan output sistem untuk k = 1, 2,...:

$$y = [339 \quad 678 \quad 1017 \quad 1356 \quad 1695 \quad 2034 \quad 2373 \quad 2712 \quad 3051 \quad 3390 \quad 3729].$$

Diperoleh keadaan sistem yang periodik dengan periode sama dengan nilai eigen, yaitu 339. Tabel berikut menunjukkan waktu terbaik untuk memulai masing-masing proses A, B, C sampai J.

| Proses | Kejadian (dalam menit) | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| A | 0 | 339 | 678 | 1017 | 1356 |
| B | 0 | 339 | 678 | 1017 | 1356 |
| C | 5 | 344 | 683 | 1022 | 1361 |
| D | 5 | 344 | 683 | 1022 | 1361 |
| E | 5 | 344 | 683 | 1022 | 1361 |
| F | 20 | 359 | 698 | 1037 | 1376 |
| G | 97 | 436 | 775 | 1114 | 1453 |
| H | 128 | 467 | 806 | 1145 | 1484 |
| I | 308 | 647 | 986 | 1325 | 1664 |
| J | 319 | 658 | 997 | 1336 | 1675 |

## 4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil pembahasan dan keadaan awal pada tabel, maka dapat disimpulkan bahwa proses ke-J dapat mulai aktif bekerja setelah $t = 319$ menit dan waktu pemrosesan di J adalah $d_{10} = 20$ menit (dapat dilihat pada Gambar. 1), sehingga diperoleh suatu jadwal dari setiap sistem aktif secara teratur dengan periode 339 menit. Dari uraian tersebut diperoleh informasi bahwa dalam sekali proses produksi kaos dengan hasil 12 potong kaos memerlukan waktu paling cepat 339 menit atau 5 jam 39 menit.

## 5. DAFTAR PUSTAKA

[1] Baccelli, F., Cohen, G., Olsder, G. J. & Quadrat, J. P. *Shynchronization and Linearity*. John Wiley & Sons. New York. 2001.

[2] Purwitaningsih, C. H & Putri, A. P. *Penjadwalan Proses Produksi Topeng Batik Menggunakan Aljabar Max-Plus.* Universitas Sanata Dharma. Yogyakarta. (2016). 216-217.

[3] Rudhito, M. A. *Aljabar Max-Plus dan Penerapannya*. Program Studi Pendidikan Matematika FKIP, Universitas Sanata Dharma. Yogyakarta. 2016.

[4] Sari, M. R. A. & Pradanti, P.. Penerapan Aljabar Max-Plus pada Sistem Produksi Sederhana Tas Kulit. *Prosiding Seminar Nasional Aljabar, Penerapan dan Pembelajarannya: Kontribusi Aljabar, Penerapan dan Pembelajarannya dalam Mencerdaskan Bangsa*. Universitas Sanata Dharma. Yogyakarta.(2016). 159 & 164.

[5] Subiono. *Aljabar Min-Max Plus dan Terapannya*. Jurusan Matematia Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember. Surabaya. 2015.

[6] Schutter, B. De. *Max-Algebraic System Theory for Discrete Event Systems*. PhD Thesis. Department of Electrical Engineering Katholike Universiteit Leuven. Leuven. 1996.