ABSTRAK

Skripsi ini membahas tentang penggunaan Teorema Taylor dalam penyelidikan nilai ekstrem untuk fungsi dari satu dan dua variabel. Jika fungsi satu variabel $f(x)$ mempunyai turunan pertama sampai dengan turunan ke – n yang bernilai nol di titik c, dan $f^{(n+1)}(x)$ kontinu di c dengan $f^{(n+1)}(c) \neq 0$ maka terdapat bilangan θ dengan $0 < \theta < 1$ sehingga $f(c+h) - f(c) = \frac{h^{n+1}}{(n+1)!} f^{(n+1}(c+\theta h)$.

Apabila n gasal maka:

a. $f(x)$ mencapai maksimum di c jika $f^{(n+1)}(c) < 0$

b. $f(x)$ mencapai minimum di c jika $f^{(n+1)}(c) > 0$

Apabila n genap maka tidak terjadi ekstrem di c.

Untuk fungsi dua variabel $f(x, y)$ jika semua turunan parsialnya mulai order pertama sampai dengan order ke – n bernilai nol di titik (a,b), maka

$$f(a+h, b+k) - f(a,b) = R_{n+1}(a+\theta h, b+\theta k)$$

untuk suatu bilangan θ dengan $0 < \theta < 1$ dan

$$R_{n+1}(x, y) = \frac{1}{(n+1)!}\left[h\frac{\partial}{\partial x} + k\frac{\partial}{\partial y}\right]^{n+1} f(x, y).$$

Secara teoritis ada atau tidak adanya nilai ekstrem di titik (a,b) dapat diperiksa apabila untuk nilai-nilai $|h|$ dan $|k|$ cukup kecil dan tanda dari $R_{n+1}(a+\theta h, b+\theta k)$ tetap atau tidak tetap. Dalam praktek tidak mudah untuk mengadakan penyelidikan pada keadaan $R_{n+1}(a+\theta h, b+\theta k)$ untuk $n > 1$.

Dalam skripsi ini hanya dibahas untuk keadaan $n = 1$, yaitu untuk:

$$R_2(a+\theta h, b+\theta k) = \frac{1}{2!}\left[h^2 f_{xx} + 2hkf_{xy} + k^2 f_{yy}\right](a+\theta h, b+\theta k)$$

dengan f_{xx}, f_{xy} dan f_{yy} tidak semuanya bernilai nol di titik (a,b). Dalam hal ini tanda dari $R_2(a+\theta h, b+\theta k)$ ditentukan oleh tanda dari $R_2(a,b)$, karena pada pembahasan ini diasumsikan bahwa $R_2(x, y)$ kontinu di titik (a,b).

Jika $H(a,b) = f_{xx}(a,b) f_{yy}(a,b) - f_{xy}^2(a,b)$, maka :

i. Jika $H(a,b) > 0$ dan $f_{xx}(a,b) > 0$ terjadi minimum di (a,b)

ii. Jika $H(a,b) > 0$ dan $f_{xx}(a,b) < 0$ terjadi maksimum di (a,b)

iii. Jika $H(a,b) < 0$ tidak terjadi ekstrem di (a,b)

iv. Jika $H(a,b) = 0$ belum ada keputusan, mungkin terjadi atau mungkin tidak terjadi ekstrem di (a,b).

Dalam skripsi ini dibahas penyelidikan apakah ada ekstrem atau tidak untuk kasus $H(a,b) = 0$ dengan menggunakan contoh-contoh soal.

ABSTRACT

This thesis study concerning usage of Theorem of Taylor in investigation of value of extreme for function from one and two variabe. If function one variable $f(x)$ have first derivative up to *n*th derivative the valuableness zero at point of *c*, and $f^{(n+1)}(x)$ continuous at *c* with $f^{(n+1)}(c) \neq 0$, hence there are number θ with $0 < \theta < 1$ so that $f(c+h) - f(c) = \dfrac{h^{n+1}}{(n+1)!} f^{(n+1}(c+\theta h)$.

If *n* is odd then:

a. $f(x)$ achieve maximum at *c* if $f^{(n+1)}(c) < 0$.

b. $f(x)$ achieve minimum at *c* if $f^{(n+1)}(c) > 0$.

if n is even then $f(x)$ hasn't extreme at *c*.

For function with two variable $f(x, y)$, if all of the partial derivatives begin to first order up to *n*th order the valuableness zero at point of (*a*,*b*), then

$$f(a+h, b+k) - f(a,b) = R_{n+1}(a+\theta h, b+\theta k)$$

for a number θ with $0 < \theta < 1$ and

$$R_{n+1}(x, y) = \frac{1}{(n+1)!}\left[h\frac{\partial}{\partial x} + k\frac{\partial}{\partial y}\right]^{n+1} f(x, y)$$

Theoretically there is or inexistence extreme value at point of (*a*,*b*) can be checked if for values of $|h|$ and $|k|$ small enough and sign from $R_{n+1}(a+\theta h, b+\theta k)$ remain to or erratic. In practice do not easy to perform a to investigation in the situation $R_{n+1}(a+\theta h, b+\theta k)$ to $n > 1$.

In this thesis only studied for situation $n = 1$, that is to

$$R_2(a+\theta h, b+\theta k) = \frac{1}{2!}\left[h^2 f_{xx} + 2hkf_{xy} + k^2 f_{yy}\right](a+\theta h, b+\theta k)$$

with f_{xx}, f_{xy} and f_{yy} not all valuable zero at point of (*a*,*b*). In this case sign from $R_2(a+\theta h, b+\theta k)$ determined by sign from $R_2(a,b)$, because at this solution is assumed that continuous at point of (*a*,*b*).

If $H(a,b) = f_{xx}(a,b) f_{yy}(a,b) - f_{xy}^2(a,b)$, then:

i. If $H(a,b) > 0$ and $f_{xx}(a,b) > 0$, $f(x, y)$ has minimum at point of (*a*,*b*)

ii. If $H(a,b) > 0$ and $f_{xx}(a,b) < 0$, $f(x, y)$ has maximum at point of (*a*,*b*)

iii. If $H(a,b) < 0$, $f(x, y)$ hasn't extreme at point of (*a*,*b*)

iv. If $H(a,b) = 0$ there is no decision, happened possible or might not happened extreme at point of (*a*,*b*).

In this thesis is studied by investigation what is there extreme or not to case $H(a,b) = 0$ by using problem of examples.