

**PEMANFAATAN PROGRAM WINMAT
UNTUK MEMBANTU PEMBELAJARAN MATEMATIKA
DENGAN POKOK BAHASAN MATRIKS DI KELAS XII
JURUSAN IPA PADA SEMESTER PERTAMA**

SKRIPSI

Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Memperoleh Gelar Sarjana Pendidikan
Program Studi Pendidikan Matematika



Disusun oleh :
Anastasia Yenny Dwi Hartini
NIM: 001414002

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN IPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS SANATA DHARMA
YOGYAKARTA**

2005

SKRIPSI

**PEMANFAATAN PROGRAM WINMAT
UNTUK MEMBANTU PEMBELAJARAN MATEMATIKA
DENGAN POKOK BAHASAN MATRIKS DI KELAS XII
JURUSAN IPA PADA SEMESTER PERTAMA**

Oleh:

ANASTASIA YENNY DWI HARTINI

NIM: 001414002

Telah disetujui oleh

Pembimbing



M. Andy Rudhito, S.Pd., M.Si.

Tanggal **9** / **1** / **106**

SKRIPSI

PEMANFAATAN PROGRAM WINMAT
UNTUK MEMBANTU PEMBELAJARAN MATEMATIKA
DENGAN POKOK BAHASAN MATRIKS DI KELAS XII
JURUSAN IPA PADA SEMESTER PERTAMA

Dipersiapkan dan ditulis oleh:
Anastasia Yenny Dwi Hartini
NIM: 001414002

Telah dipertahankan di depan Panitia Penguji
pada tanggal 20 Desember 2005
dan dinyatakan telah memenuhi syarat

Susunan Panitia Penguji

	Nama Lengkap	Tanda Tangan
Ketua	Drs. Domi Severinus, M.Si.
Sekretaris	M. Andy Rudhito, S.Pd., M.Si.
Anggota	M. Andy Rudhito, S.Pd., M.Si.
Anggota	Drs. Th. Sugiarto, M.T.
Anggota	Drs. Al. Haryono

Yogyakarta, 20 Desember 2005
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Universitas Sanata Dharma



Dekan,
Drs. T. Sarkim, M.Ed., Ph.D

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

PERSEMBAHAN

Dengan penuh "*Kerendahan Hati*", penulis mempersembahkan skripsi ini sebagai "*Tanda bakti dan cinta*" nya kepada :

1. Tuhan Yang Maha Kasih, yang telah melimpahkan segala rahmat dan karunia-Nya dalam setiap langkah hidup penulis terutama selama menempuh kuliah di Universitas Sanata Dharma ini.
2. Ibu Maria Suhartini dan Antonius Hendro Gunawan yang selalu memberi dorongan baik material maupun spiritual.
3. Ignatius Tulus Irawan yang selalu memotivasi dan memberikan semangat untuk selalu berjuang dalam menjalani hidup.
4. Almamaterku Universitas Sanata Dharma Yogyakarta.

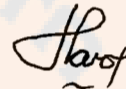
PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

PERNYATAAN KEASLIAN KARYA

Saya menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang saya tulis ini tidak memuat karya atau bagian karya orang lain, kecuali yang telah disebutkan dalam kutipan dan daftar pustaka, sebagaimana layaknya karya ilmiah.

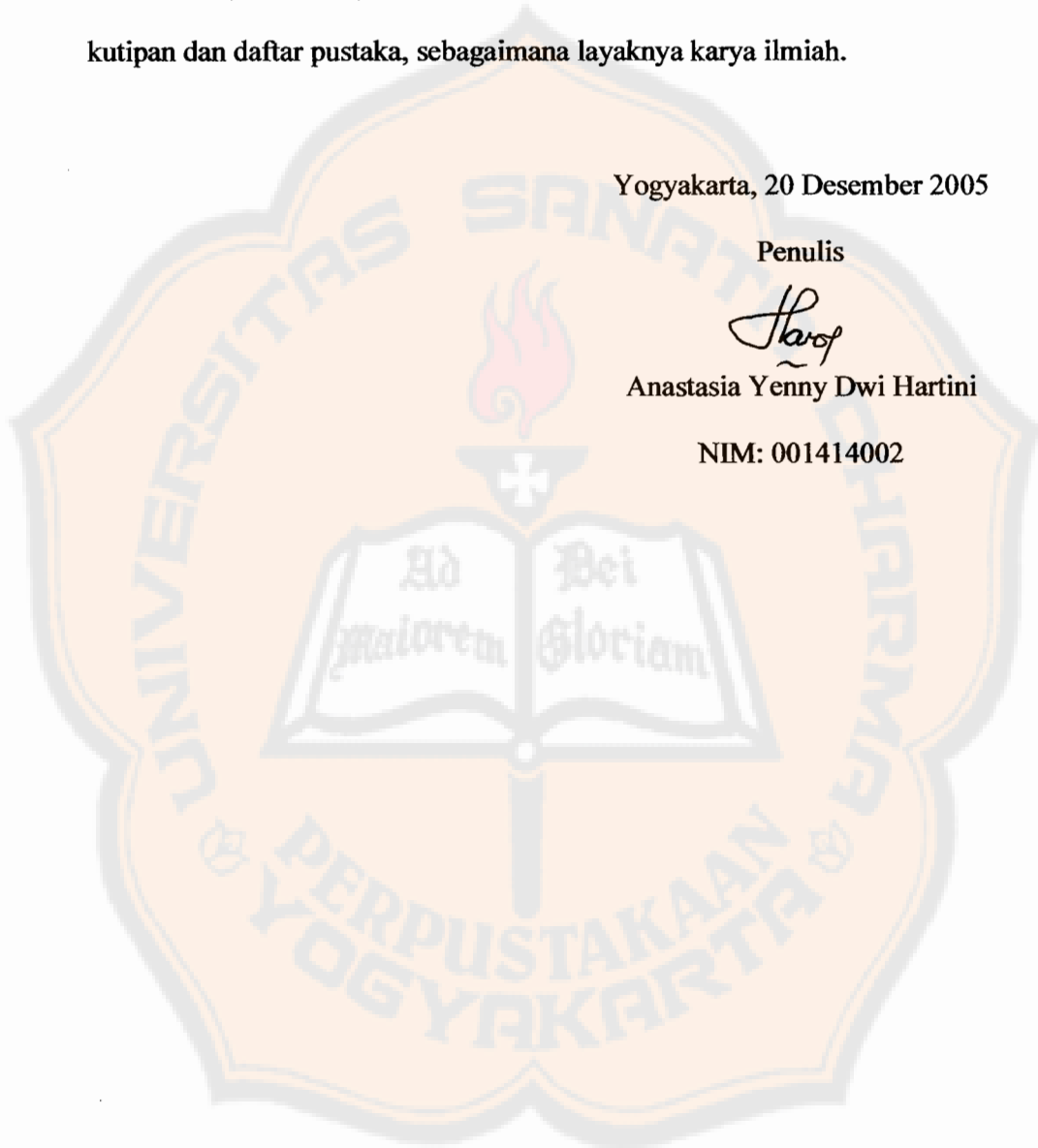
Yogyakarta, 20 Desember 2005

Penulis



Anastasia Yenny Dwi Hartini

NIM: 001414002



ABSTRAK

Skripsi ini ditulis dengan tujuan untuk mengenal dan mengetahui fasilitas-fasilitas yang disediakan oleh program *winmat* untuk membantu pembelajaran matriks, menemukan cara atau usaha yang tepat dalam mengaplikasikannya, mengetahui cara menyusun modul pembelajaran yang tepat, dan mengetahui berhasil atau tidaknya usaha mengaplikasikan program *winmat* tersebut pada pembelajaran matriks di kelas XII IPA SMA K. Sang Timur Yogyakarta.

Metode yang digunakan adalah eksplorasi tentang program *winmat* yang dapat diaplikasikan untuk membantu pembelajaran matematika dengan pokok bahasan sifat-sifat aljabar matriks. Penulis melakukan penelitian atau uji coba ke sekolah (SMA K. Sang Timur Yogyakarta) untuk menindaklanjuti hasil eksplorasi yang telah dilakukan sebelumnya, guna mengetahui benar atau tidaknya eksplorasi tersebut.

Dari hasil eksplorasi penulis menemukan fasilitas-fasilitas yang disediakan oleh program *winmat* untuk membantu pembelajaran matriks yaitu fasilitas untuk menyusun orde matriks dan elemen-elemennya, mengoperasikan matriks (penjumlahan, pengurangan, perkalian), menentukan determinan, menentukan inverse, dan menentukan transpose matriks. Penulis juga menemukan cara yang tepat dalam mengaplikasikan program *winmat* yaitu dengan memberi kesempatan siswa untuk mengeksplorasi program tersebut dengan bantuan modul pembelajaran. Penulis mengetahui cara menyusun modul pembelajaran yang tepat yaitu di dalam modul selain diberikan cara pengoperasian program *winmat* juga diberikan soal-soal yang harus dikerjakan oleh siswa untuk mengarahkannya dalam usaha menemukan sifat-sifat aljabar matriks. Dari hasil uji coba penulis menganalisis data-data yang telah dikumpulkan yaitu dari 16 siswa yang mengikuti uji coba terdapat 11 siswa yang mengalami peningkatan pemahaman dan 14 siswa yang memberikan tanggapan positif terhadap pembelajaran yang diberikan, sehingga secara keseluruhan pembelajaran dinyatakan cukup berhasil dan siswa merasa senang dengan pembelajaran tersebut.

ABSTRACT

The paper is written in order to recognize and understand the features provided by *winmat* to help matrices learning, and to find the right ways or efforts required to apply *winmat* in matrices learning. In addition to those intention, this paper also intended to studies how to write modul as learning guidance for students in order to explore *winmat* while studying matrices, and to know whether successful or not the idea of applying *winmat* in learning Math with subject matrices algebra or 12th grade science class student which were tested on SMA K. Sang Timur Yogyakarta.

The methode in used in this paper is explorative methode in *winmat* which can be applied in learning math with subject matrices algebra. The author conduct and experiment on SMA K. Sang Timur Yogyakarta as a follow up of previous experiment and to know whether that experiment really happen as expected.

From the result explorations, the author found that facilities provided by *winmat* to assits learning are arrangement of order, matrices operation (adding, subtracting, multiplying), determination of determinant, inverse, and transpose of a matrices. Author also found the right way to apply *winmat*, by giving chances to student to explore to program themselves with a modul. Author also found a way to write an affective module, which consists of problem to be solved by student in order to study matrices algebra. After conducting trials, author analiyzez the result and concludes that from 16 students, 11 students experience increasing to comprehensif and 14 students gave positive reaction. In conclusion the whole learning process are successful and students found the process enjoyable.

Kata Pengantar

Segala puji syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yesus atas anugerah dan kasih-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik.

Skripsi yang berjudul "*Pemanfaatan Program Winmat Untuk Membantu Pembelajaran Matematika Dengan Pokok Bahasan Matriks Di Kelas XII IPA Pada Semester Pertama*" merupakan prasyarat untuk menyelesaikan kuliah di Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Sanata Dharma Yogyakarta, pada jenjang studi Strata-1.

Berkat dukungan dari berbagai pihak Skripsi ini dapat terselesaikan, dan pada kesempatan ini penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Bapak M. Andy Rudhito, SPd, M.Si., selaku pembimbing skripsi yang telah dengan sabar membimbing dan mengarahkan penulis dari awal, pertengahan, hingga pada akhir penulisan.
2. Pihak SMA Sang Timur Yogyakarta yang telah mengizinkan dan membantu pelaksanaan uji coba pembelajaran.
3. Pihak Sekretariat JPMIPA yang telah membantu membuat surat ijin pelaksanaan uji coba dan segala urusan kearsipan yang diperlukan penulis.
4. Mas Wiwit yang telah membantu dokumentasi selama uji coba.
5. Ibu Maria Suhartini dan Antonius Hendro Gunawan yang selalu memberi dorongan baik material maupun spiritual.
6. Semua pihak yang telah membantu penulisan skripsi ini.
7. Teman-teman satu angkatan 2000 yang telah berbagi pengalaman dan pengetahuan yang sangat berharga.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

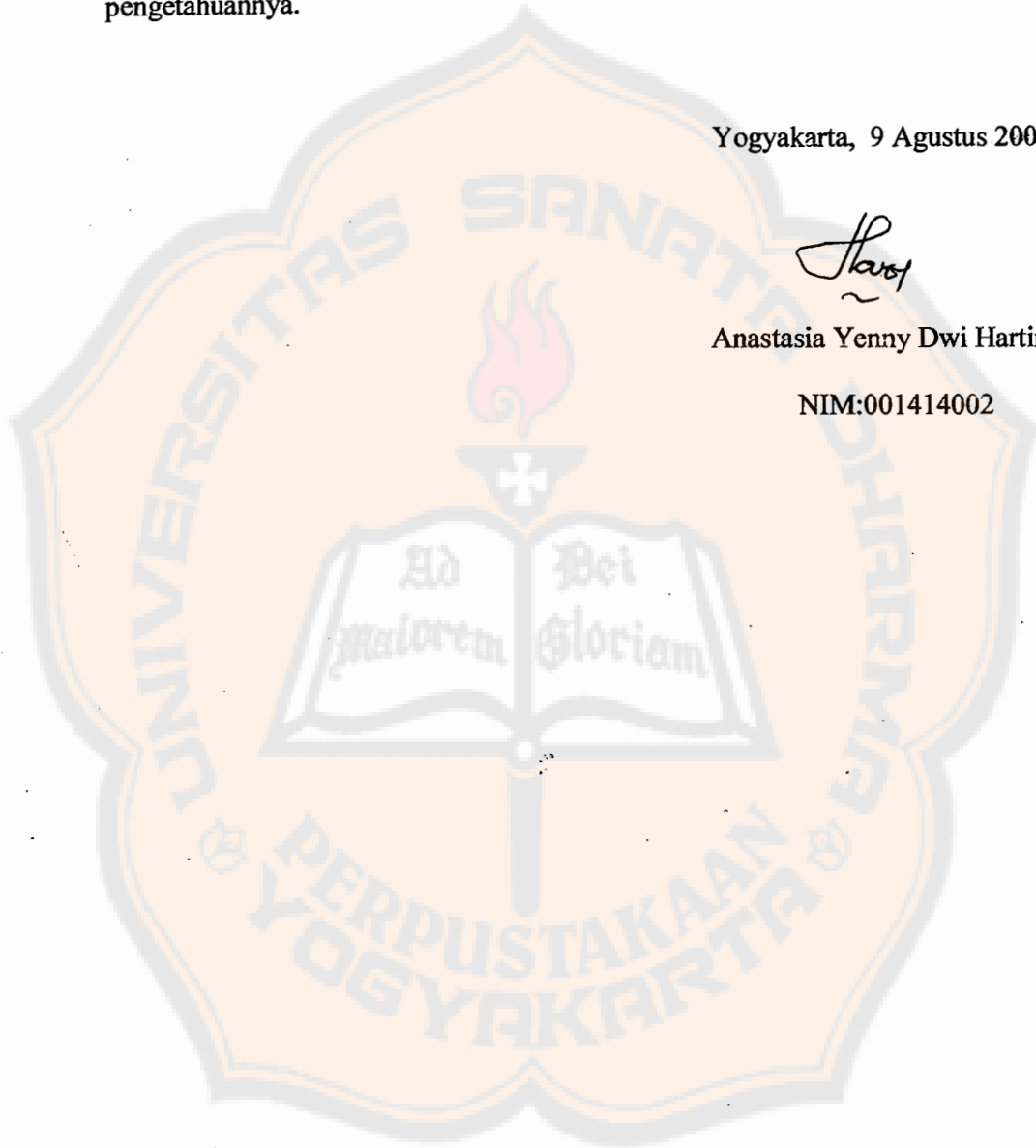
Kritik dan saran yang membangun untuk kesempurnaan skripsi ini sangat diharapkan oleh penulis. Akhir kata semoga skripsi ini berguna bagi semua pihak, baik instansi maupun personal sehingga dapat menambah koleksi pengetahuannya.

Yogyakarta, 9 Agustus 2005



Anastasia Yenny Dwi Hartini

NIM:001414002





DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL.....	i
HALAMAN PERSETUJUAN PEMBIMBING.....	ii
HALAMAN PENGESAHAN.....	iii
HALAMAN PERSEMBAHAN.....	iv
PERNYATAAN KEASLIAN KARYA.....	v
ABSTRAK.....	vi
<i>ABSTRACT</i>	vii
KATA PENGANTAR.....	viii
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR GAMBAR.....	xiii
DAFTAR TABEL.....	xv
BAB I Pendahuluan.	1
A. Latar Belakang Masalah.....	1
B. Perumusan Masalah.....	2
C. Tujuan Eksplorasi dan Penelitian.....	3
D. Pembatasan Masalah.....	3
E. Manfaat Penulisan.....	4
F. Metode Penulisan.....	4
G. Sistematika Penulisan.....	5

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

BAB II Landasan Teori.	7
A. Konsep Dasar Kurikulum Berbasis Kompetensi.....	7
B. Pembelajaran Berbantuan Komputer Dengan Menggunakan Modul.....	8
C. Konsep Matriks dan Operasi Matriks.....	12
D. Sifat-sifat Operasi Aljabar Matriks.....	32
BAB III Eksplorasi Winmat dan Pemanfaatannya Untuk Mendukung	39
Pembelajaran Matriks	
A. Fasilitas Winmat.....	39
B. Pembelajaran Matriks dengan Menggunakan Program Winmat.....	42
1. Menyusun Ordo Matriks Persegi dan Elemen-elemennya.....	43
2. Operasi Aljabar Matriks.....	46
3. Menentukan Determinan Suatu Matriks.....	50
4. Menentukan Invers Suatu Matriks.....	51
5. Menentukan Transpose Suatu Matriks.....	53
BAB IV Modul Pembelajaran	54
A. Rancangan Modul Pembelajaran.....	54
B. Modul Pembelajaran.....	56
BAB V Uji Coba dan Pembahasan	84
A. Subjek Penelitian.....	84
B. Tahapan Uji Coba.....	85

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

C. Hasil Uji Coba.....	92
D. Pembahasan.....	95
BAB VI KESIMPULAN DAN SARAN	100
A. Kesimpulan.....	100
B. Saran.....	101

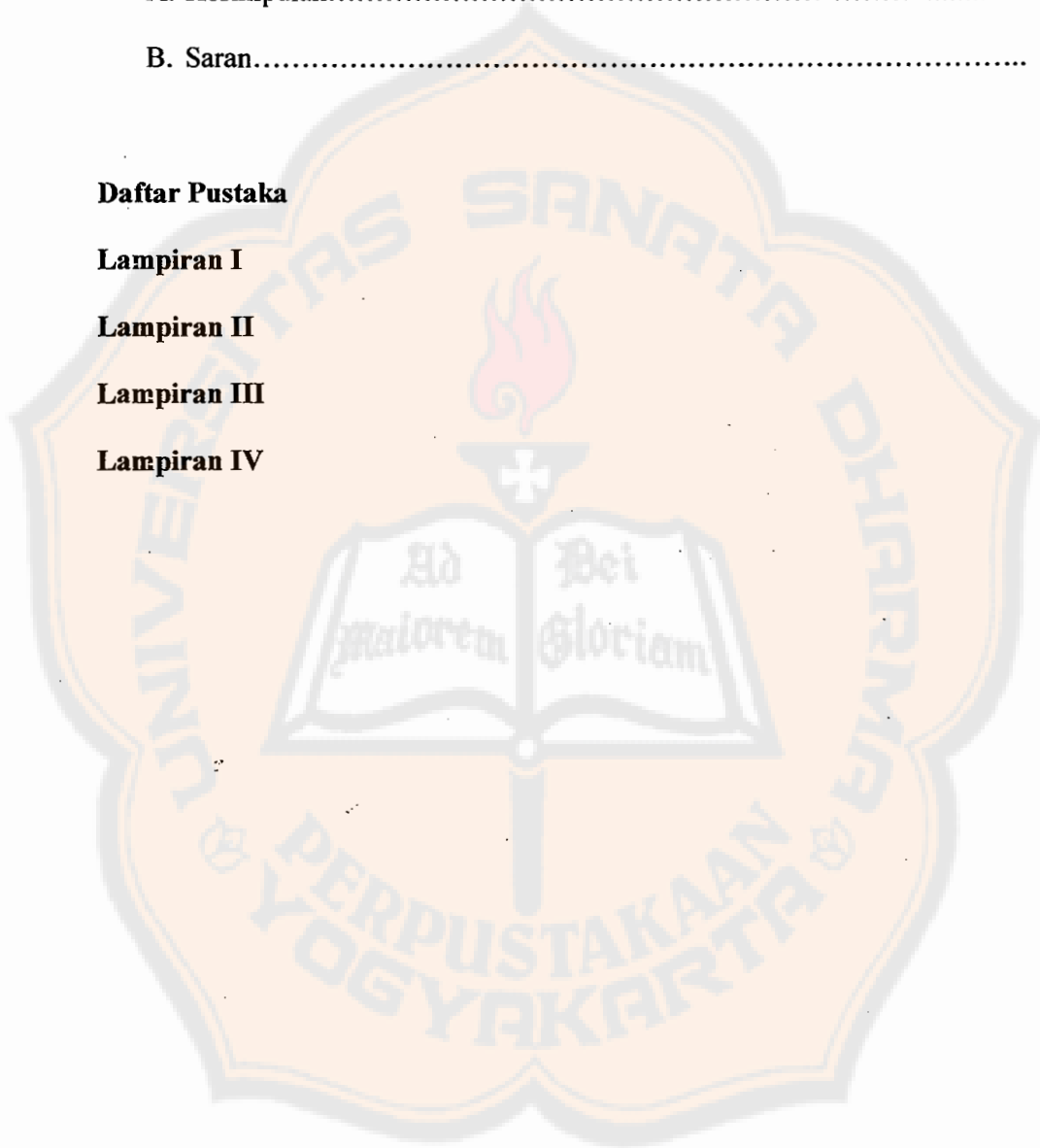
Daftar Pustaka

Lampiran I

Lampiran II

Lampiran III

Lampiran IV



DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 3.1 Tampilan jendela utama <i>winmat</i>	40
Gambar 3.2 Tampilan menu Matrix.....	40
Gambar 3.3 Tampilan menu Help.....	42
Gambar 3.4 Tampilan langkah memilih <i>winmat</i> untuk bilangan bulat	43
Gambar 3.5 Tampilan <i>winmat</i> untuk bilangan bulat.....	43
Gambar 3.6 Tampilan langkah 1 menentukan ordo matriks.....	44
Gambar 3.7 Tampilan langkah 2 menentukan ordo matriks.....	44
Gambar 3.8 Tampilan matriks berordo 2x2.....	45
Gambar 3.9 Tampilan matriks berordo 3x3.....	45
Gambar 3.10 Tampilan matriks berordo 2x2 setelah diganti elemennya....	46
Gambar 3.11 Tampilan matriks berordo 3x3 setelah diganti elemennya.....	46
Gambar.3.12 Tampilan matriks A dan matriks B.....	47
Gambar 3.13 Tampilan langkah penjumlahan 2 buah matriks.....	47
Gambar 3.14 Tampilan langkah pengurangan 2 buah matriks.....	48
Gambar 3.15 Tampilan langkah perkalian 2 buah matriks.....	48
Gambar 3.16 Tampilan hasil penjumlahan 2 buah matriks.....	49
Gambar 3.17 Tampilan hasil pengurangan 2 buah matriks.....	49
Gambar 3.18 Tampilan hasil perkalian 2 buah matriks.....	50
Gambar 3.19 Tampilan langkah menentukan determinan matriks ordo 2x2..	51

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Gambar 3.20 Tampilan langkah menentukan determinan matriks ordo 3×3 ..	51
Gambar 3.21 Tampilan langkah menentukan invers matriks ordo 2×2	52
Gambar 3.22 Tampilan langkah menentukan invers matriks ordo 3×3	52
Gambar 3.23 Tampilan langkah menentukan transpose matriks ordo 3×3	53
Gambar 3.24 Tampilan langkah menentukan transpose matriks ordo 3×3	53



DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 2.1 Tabel data soal untuk contoh 2.1.....	12
Tabel 2.2 Tabel data soal untuk contoh 2.2.....	12
Tabel 3.1 Tabel sub menu-sub menu dari menu Matrix.....	41
Tabel 3.2 Tabel sub menu-sub menu dari menu Help.....	41
Tabel 5.1 Tabel kriteria tingkat perubahan	89
Tabel 5.2 Tabel nilai tingkat perubahan.....	89
Tabel 5.3 Tabel kriteria keberhasilan pembelajaran.....	92
Tabel 5.4 Tabel data jawaban pretest dan posttest.....	93
Tabel 5.5 Tabel data jawaban kuisioner.....	94
Tabel 5.6 Tabel data skor dan nilai pretest dan posttest.....	95
Tabel 5.7 Tabel tingkat perubahan masing-masing siswa.....	96
Tabel 5.8 Tabel nilai tingkat perubahan masing-masing siswa.....	97
Tabel 5.9 Tabel tingkat perubahan seluruh siswa.....	97
Tabel 5.10 Tabel tanggapan masing-masing siswa.....	99

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Teknologi di Indonesia semakin berkembang seiring dengan perkembangan jaman yang semakin maju dan modern. Perkembangan teknologi ini mempengaruhi aspek-aspek kehidupan masyarakat kita, baik aspek politik, sosial, maupun budaya. Perkembangan teknologi juga mempengaruhi kegiatan-kegiatan dalam dunia pendidikan, kesehatan, industri; sebagai contoh yaitu meningkatnya fasilitas program-program komputer, munculnya alat-alat kesehatan yang bervariasi baik bentuk maupun fungsinya, juga dengan munculnya alat-alat industri yang lebih berkualitas dan lebih efisien waktu maupun tenaga.

Dalam dunia pendidikan, perkembangan teknologi semakin dapat dirasakan dampak positifnya di lingkungan-lingkungan sekolah; sebagai contoh yaitu banyak sekolah yang menyediakan fasilitas komputer guna mendukung pembelajaran. Penggunaan teknologi dalam pembelajaran di sekolah tidak dapat digunakan sebagai jaminan efektifitas hasil belajar, tetapi memberi kesempatan siswa untuk meraih hasil belajar yang baik menjadi semakin besar (dalam arti memotivasi belajar siswa).

Dalam bidang matematika, perkembangan teknologi dapat dilihat dari munculnya alat hitung kalkulator, media observasi, dan presentasi pembelajaran yang berupa VCD pembelajaran, dan penggunaan software-software pembelajaran (*mathlab, turbo pascal, maple, winggeom, winmat, winstat*).

Penulisan skripsi ini mengangkat topik “Matriks” dengan mengaplikasikan software pembelajaran “*Winmat*” untuk mendukung pembelajaran di sekolah khususnya kelas XII jurusan IPA. Pemilihan program *winmat* ini berdasarkan keterkaitan antara fasilitas-fasilitas program yang sesuai dengan topik matriks. Pembelajaran dengan program *winmat* diharapkan dapat memberi kesempatan kepada siswa untuk mengeksplorasi program dengan panduan belajar yang berupa “Modul Pembelajaran”.

B. Perumusan Masalah

Skripsi ini akan membahas tiga masalah yang berkaitan satu sama lain yaitu:

1. Fasilitas-fasilitas apa yang disediakan oleh program *winmat* dan bagaimana mengaplikasikan program *winmat* untuk membantu pembelajaran matematika dengan pokok bahasan sifat-sifat aljabar matriks yang dipelajari di kelas XII jurusan IPA pada semester pertama?
2. Bagaimana menyusun modul pembelajaran untuk panduan kegiatan belajar siswa dalam mengeksplorasi program *winmat* saat pembelajaran matematika dengan pokok bahasan sifat-sifat aljabar matriks.
3. Bagaimana tingkat perubahan pemahaman dan tanggapan siswa setelah mengikuti pembelajaran matriks dengan memanfaatkan program *winmat* yang diujicobakan di kelas XII jurusan IPA SMA K. Sang Timur Yogyakarta.

C. Tujuan Eksplorasi dan Uji Coba

Penulis melakukan eksplorasi program dan melakukan uji coba aplikasi program *winmat* di sekolah dengan tujuan sebagai berikut:

1. Mengetahui dan mengetahui fasilitas-fasilitas apa yang disediakan oleh program *winmat* dan bagaimana mengaplikasikan program *winmat* untuk membantu pembelajaran matematika dengan pokok bahasan sifat-sifat aljabar matriks yang dipelajari di kelas XII jurusan IPA pada semester pertama?
2. Mengetahui cara menyusun modul pembelajaran untuk panduan kegiatan belajar siswa dalam mengeksplorasi program *winmat* saat pembelajaran matematika dengan pokok bahasan sifat-sifat aljabar matriks.
3. Mengetahui bagaimana tingkat perubahan pemahaman dan tanggapan siswa setelah mengikuti pembelajaran matriks dengan memanfaatkan program *winmat* yang diujicobakan di kelas XII jurusan IPA SMA K. Sang Timur Yogyakarta.

D. Pembatasan Masalah

Skripsi ini membahas tentang pemanfaatan program *winmat* dalam pembelajaran matematika di SMA. Dalam penulisan skripsi ini penulis membatasi pembahasan pada permasalahan-permasalahan berikut ini:

1. Mengenai materi matriks yaitu konsep matriks, operasi matriks, dan sifat-sifat operasi penjumlahan dan perkalian matriks.

2. Mengenai eksplorasi program *winmat* yaitu fasilitas-fasilitas yang disediakan oleh program *winmat*, menyusun ordo matriks dan elemen-elemen matriks serta mengoperasikan matriks.
3. Mengenai modul pembelajaran yaitu pengenalan program *winmat*, menyusun matriks, mengoperasikan matriks (penjumlahan, pengurangan, dan perkalian matriks), dan sifat-sifat aljabar matriks (sifat komutatif dan asosiatif pada penjumlahan dan perkalian matriks).
4. Mengenai uji coba yaitu penulis akan mengamati keaktifan siswa dalam mengikuti pembelajaran matematika dengan komputer (program *winmat*) dan modul pembelajaran yang telah dipersiapkan, kemudian mengamati dan menganalisis data-data berdasarkan instrumen yang telah dipersiapkan.

E. Manfaat Penulisan

Manfaat yang dapat diambil dari penulisan skripsi ini adalah:

1. Sebagai sarana bagi guru dan calon untuk mengenal software pembelajaran *winmat* yang dapat digunakan untuk mendukung pembelajaran matematika di sekolah dan dapat mengaplikasikannya saat pembelajaran dan berlangsung.
2. Sebagai sarana bagi guru dan calon guru untuk mengembangkan keterampilan dan keahlian komputer dan aplikasinya untuk mengembangkan pembelajaran dan meningkatkan mutu pembelajaran khususnya pembelajaran matematika.

3. Sebagai sarana bagi siswa untuk mengembangkan kreativitas dan kemandirian dalam belajar (melalui eksplorasi program komputer yang dipandu dengan modul pembelajaran).

F. Metode Penulisan

Dalam penulisan skripsi ini penulis menggunakan metode eksplorasi tentang suatu software pembelajaran matematika program *winmat* yang dapat diaplikasikan untuk pembelajaran matematika dengan pokok bahasan sifat-sifat aljabar matriks. Penulis melakukan uji coba ke sekolah (SMA K. Sang Timur Yogyakarta) untuk mengetahui bagaimana tingkat perubahan pemahaman dan tanggapan siswa setelah mengikuti pembelajaran matriks dengan memanfaatkan program *winmat* yang diujicobakan di kelas XII jurusan IPA SMA K. Sang Timur Yogyakarta.

G. Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang disusun oleh penulis adalah sebagai berikut:

1. Bab I *Pendahuluan*: pada bab ini penulis akan memaparkan latar belakang pemilihan topik permasalahan, perumusan masalah-masalah yang akan dibahas pada skripsi ini, tujuan dari diadakannya eksplorasi program *winmat* dan uji coba di sekolah, manfaat dari penulisan skripsi ini, pembatasan masalah-masalah yang akan dibahas pada skripsi ini, serta sistematika penulisannya.

2. Bab II *Landasan Teori*: pada bab ini penulis akan memaparkan teori-teori yang melandasi penulisan skripsi ini. Penulis akan memaparkan tentang teori KBK, pembelajaran berbantuan komputer dengan menggunakan modul, konsep-konsep matriks, dan pengenalan *winmat*.
3. Bab III *Eksplorasi dan Pemanfaatan Winmat*: pada bab ini penulis akan memaparkan program *winmat* dalam mendukung pembelajaran matematika di sekolah terutama dalam pembelajaran dengan pokok bahasan matriks. Penulis akan memaparkan fasilitas-fasilitas yang disediakan oleh program *winmat*, cara menyusun matriks, operasi matriks, dan sifat-sifat aljabar matriks.
4. Bab IV *Modul Pembelajaran*: pada bab ini penulis akan memaparkan tentang modul pembelajaran yang akan digunakan pada saat uji coba di sekolah.
5. Bab V *Uji Coba dan Pembahasan*: pada bab ini penulis akan memaparkan tentang tahapan uji coba dan membahas hasil uji coba.
6. Bab VI *Penutup*: Pada bab ini penulis akan memaparkan kesimpulan-kesimpulan dari penulisan skripsi ini dan saran-saran bagi pembaca.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

BAB II

LANDASAN TEORI

A. Konsep Dasar Kurikulum Berbasis Kompetensi

Dalam rangka mempersiapkan lulusan pendidikan untuk memasuki era globalisasi dunia modern ini (yaitu dunia yang penuh dengan kecanggihan teknologi) yang penuh dengan tantangan dan ketidakpastian, diperlukan pendidikan yang dirancang berdasarkan kebutuhan nyata di lapangan. Berdasarkan kepentingan tersebut pemerintah memprogram Kurikulum Berbasis Kompetensi (KBK) atau Competency Based Curriculum sebagai acuan dan pedoman bagi pelaksanaan pendidikan untuk mengembangkan ranah pendidikan (pengetahuan, keterampilan, dan sikap) dalam seluruh jalur dan jenjang pendidikan sekolah. Hal ini terkait dengan "Gerakan Peningkatan Mutu pendidikan" yang dicanangkan oleh Menteri Pendidikan Nasional pada tanggal 2 Mei 2002 (Mulyasa, 2003).

Kompetensi merupakan perpaduan dari pengetahuan, keterampilan, nilai, dan sikap yang direfleksikan dalam kebiasaan berpikir dan bertindak. Mc. Hasan (1981:45) mengemukakan bahwa kompetensi : *"... is a knowledge, skills, and abilities or capabilities that a person achieves, which become part of his or her being to the extent he or she can satisfactorily perform particular cognitive, affective, and psychomotor behaviors"*. Cruncilton (1979:222) mengartikan kompetensi sebagai penguasaan suatu tugas, keterampilan, sikap, dan apresiasi yang perlu untuk menunjang keberhasilan. Gordon (1988:109) menjelaskan

bahwa aspek atau ranah yang terkandung dalam konsep kompetensi adalah pengetahuan, pemahaman, kemampuan, nilai, sikap, dan minat (Mulyasa,2003).

Berdasarkan pengertian-pengertian tersebut, Kurikulum Berbasis Kompetensi dapat diartikan sebagai suatu konsep kurikulum yang menekankan pada pengembangan kemampuan melakukan tugas-tugas dengan standar performansi tertentu, sehingga hasilnya dapat dirasakan oleh peserta didik berupa penguasaan terhadap seperangkat kompetensi tertentu. KBK memfokuskan pada perolehan kompetensi-kompetensi tertentu oleh peserta didik (Mulyasa,2003).

B. Pembelajaran Berbantuan Komputer Dengan Menggunakan Modul

Pembelajaran adalah suatu kombinasi yang tersusun dari unsur-unsur manusiawi, media, fasilitas perlengkapan, dan prosedur yang saling mempengaruhi dalam mencapai suatu tujuan pembelajaran. Unsur manusiawi merupakan pihak-pihak yang terkait dan saling mempengaruhi dalam pembelajaran yaitu siswa, guru, dan karyawan (misalnya karyawan laboratorium). Unsur media meliputi buku-buku, papan tulis dan kapur tulis, fotografi, slide, video, tape. Unsur fasilitas perlengkapan meliputi ruangan kelas, laboratorium, kalkulator, komputer. Unsur prosedur meliputi jadwal pelajaran, metode penyampaian pelajaran, evaluasi (Oemar, 2003).

Pembelajaran tidak hanya terbatas pada ruangan saja, pembelajaran juga dapat dilakukan di luar ruangan (misalnya di halaman sekolah). Pembelajaran dapat dilakukan dengan cara membaca buku-buku, berdiskusi, belajar di dalam kelas maupun di luar kelas (Oemar,2003).

1. Pembelajaran Matematika Berbantuan Komputer

Pada saat ini komputer berkembang sangat pesat artinya dengan teknologi yang terus berkembang menghasilkan komputer yang semakin canggih, salah satu buktinya adalah dengan munculnya berbagai ragam program komputer dengan berbagai fungsi dan tampilannya. Komputer mempunyai sifat yang menyerupai kalkulator yaitu sangat menarik sebagai alat bantu dalam pendidikan matematika. Komputer diprogram sedemikian sehingga untuk membimbing siswa dalam belajar seiring dengan perkembangan suatu topik matematika.

Pembelajaran menggunakan komputer bermanfaat untuk pengajaran individual maupun klasikal, hal tersebut tidak mempunyai maksud bahwa komputer sebagai pengganti guru tetapi seperti telah ditulis pada alinea sebelumnya bahwa komputer diprogram untuk membimbing siswa seiring dengan perkembangan suatu topik matematika. Keterampilan mengoperasikan komputer dapat menjadi sumber yang baik untuk mengembangkan keterampilan logic, dan memotivasi siswa untuk mempelajari program atau mengeksplorasi program (Sudjono,1988).

2. Pembelajaran Matematika Menggunakan Modul

Mengajar matematika merupakan suatu tantangan dan pengalaman yang menyenangkan, adakalanya berhasil, gagal, mendapat motivasi, atau mendapat hambatan. Keberhasilan dan kegagalan dalam mengajar biasanya timbul dari materi pelajaran, siswa, dan suasana kelas. Kepuasan dalam mengajar matematika ditimbulkan dari kenyataan bahwa kita menyukai mata pelajaran yang kita

ajarkan, kita merasa senang mendapat kesempatan untuk membimbing siswa-siswa yang kelak akan menjadi ilmuwan atau matematikawan dan juga menjadi warga negara yang baik. Kekecewaan yang kita alami ditimbulkan oleh keterbatasan waktu di sekolah, karena itu kita sebagai guru/calon guru perlu menyusun rencana pelaksanaan pengajaran di depan kelas (menyusun modul pembelajaran) untuk mengefektifkan penyajian materi, hal ini merupakan persyaratan dasar untuk berhasil dalam pembelajaran (Herman,1999).

Pembelajaran matematika menggunakan modul adalah pembelajaran matematika dengan pedoman rencana pelaksanaan pengajaran yang telah disusun dan terdiri dari skenario yang diperuntukkan guru dan lembaran kegiatan yang diperuntukkan siswa (Herman,1999).

Komponen-komponen yang termuat dalam lembaran kegiatan adalah:

- a. Tujuan kegiatan: berisi tentang rumusan tujuan khusus yang hendak dicapai oleh siswa dari pembelajaran yang akan dilakukan.
- b. Pokok bahasan: berisi tentang topik dari materi yang akan dibicarakan (mengacu pada tujuan yang hendak dicapai).
- c. Kelas: berisi tentang tingkat/jenjang pendidikan sekolah yang mempelajari pokok bahasan yang dimaksud.
- d. Bahan: berisi tentang buku-buku atau artikel-artikel termasuk juga program-program komputer yang memuat pokok bahasan yang akan dipelajari.
- e. Waktu pelaksanaan: berisi tentang waktu yang diperlukan untuk melakukan kegiatan dalam mencapai tujuan yang dimaksud.

f. Kegiatan: berisi tentang jenis kegiatan yang mendukung siswa untuk melangkah dalam usaha mencapai tujuan yang dimaksud.

g. Prosedur: berisi tentang langkah-langkah pelaksanaan yang harus diikuti oleh siswa untuk mencapai tujuan yang dimaksud (Herman, 1999)

Komponen-komponen yang termuat dalam skenario sajian adalah :

a. Pokok bahasan : berisi tentang topik dari materi yang akan dibicarakan (sesuai dengan point b pada lembaran kegiatan).

b. Fasilitas : berisi tentang buku-buku atau artikel-artikel termasuk juga program-program komputer yang memuat pokok bahasan yang akan dipelajari (sesuai dengan point d pada lembaran kegiatan).

c. Pembagian waktu : berisi tentang pembagian waktu yang diperlukan bagi guru untuk memberi informasi, berdiskusi dengan siswa, memberikan tugas-bugas untuk siswa, dan memberikan evaluasi untuk siswa (waktu yang ditentukan harus sesuai dengan point e pada lembaran kegiatan).

d. Aktivitas guru : berisi tentang kegiatan-kegiatan yang direncanakan akan dilakukan oleh guru saat pembelajaran berlangsung (misalnya memberi informasi, memperhatikan kegiatan siswa, memberikan bimbingan atau konsultasi, kegiatan harus sesuai point f pada lembaran kegiatan).

e. Aktivitas siswa : berisi tentang kegiatan-kegiatan yang direncanakan akan dilakukan oleh siswa saat pembelajaran berlangsung (misalnya mendengarkan penjelasan guru, mengerjakan tugas-tugas yang diberikan) (Herman, 1999).

C. Konsep Matriks dan Operasi Matriks

1. Pengertian Matriks dan Ordo Matriks

Dalam kehidupan sehari-hari kita sering menemukan informasi atau data-data yang disajikan dalam bentuk daftar atau tabel (Sartono,1995). Sebagai contoh, kita perhatikan informasi atau data-data berikut ini:

Contoh 2.1.

Dalam sebuah pertandingan bulutangkis diperoleh data-data yang disajikan dalam Tabel 2.1 berikut ini:

	Set I	Set II
Adi	8	9
Budi	11	10

Tabel 2.1 Data hasil pertandingan bulutangkis

Jika data-data pada Tabel 2.1 tersebut hanya ditulis bilangan-bilangannya saja maka akan diperoleh kelompok bilangan sebagai berikut:

8 9
11 10

Contoh 2.2.

Data absensi siswa kelas IA SMA 7 Yogyakarta pada semester 1 tahun ajaran 2003-2004 yang disajikan dalam Tabel 2.2 berikut ini:

Nama	Sakit	Ijin	Alpa
Ari	1	2	0
Bimo	0	1	0
Cherly	2	0	0
Dina	1	1	0

Tabel 2.2 Data Absensi Siswa Kelas IA SMA 7

Jika data-data pada Tabel 2.2 tersebut hanya ditulis bilangan-bilangannya saja maka akan diperoleh kelompok bilangan sebagai berikut:

1	2	0
0	1	0
2	0	0
1	1	0

Jika kita memperhatikan kelompok-kelompok bilangan dari Contoh 2.1 dan Contoh 2.2 maka kita akan menemukan beberapa aturan yang dimiliki oleh kedua kelompok bilangan itu, yaitu:

- 1) kelompok bilangan disusun dalam bentuk persegi panjang
- 2) kelompok bilangan disusun dalam bentuk baris dan kolom

Jika dari kedua aturan tersebut kita menambahkan satu aturan yaitu pada bagian tepi dari kelompok bilangan itu dibubuhi dengan tanda kurung (baik kurung biasa maupun kurung siku) agar tampak batas-batas antar kelompok-kelompok bilangan, maka susunan kelompok bilangan tersebut disebut *Matriks* (Sartono,1995).

Definisi 2.1.

Matriks adalah susunan yang berbentuk persegi panjang dari sekelompok bilangan yang diatur menurut baris dan kolom, dan diapit oleh sepasang tanda kurung baik kurung biasa maupun kurung siku (Ayres, 1989).

Contoh 2.3.

$A = \begin{pmatrix} 8 & 9 \\ 11 & 10 \end{pmatrix}$ atau $A = \begin{bmatrix} 8 & 9 \\ 11 & 10 \end{bmatrix}$ adalah matriks, karena susunan bilangan-

bilangannya berbentuk persegi panjang.

Contoh 2.4.

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ atau } B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ adalah matriks, karena susunan bilangan-}$$

bilangannya berbentuk persegi panjang.

Non contoh 2.1.

$$C = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \text{ atau } C = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \text{ bukan matriks, karena susunan bilangan-bilangannya}$$

tidak berbentuk persegi panjang tetapi segitiga.

Non contoh 2.2.

$$D = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 1 & 4 \end{pmatrix} \text{ atau } D = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 4 \end{bmatrix} \text{ bukan matriks, karena susunan bilangan-}$$

bilangannya tidak berbentuk persegi panjang tetapi segilima.

Kita dapat menentukan ordo atau jenis dari sebuah matriks dengan cara menghitung banyaknya baris dan banyaknya kolom dari matriks tersebut, oleh karena itu sebelum menentukan ordo atau jenis sebuah matriks kita harus mengetahui pengertian baris dan kolom dari sebuah matriks (Sartono,1995).

Baris dari sebuah matriks adalah bilangan-bilangan dari sebuah matriks yang disusun secara mendatar dari kiri ke kanan. Kolom dari sebuah matriks adalah bilangan-bilangan dari sebuah matriks yang disusun secara tegak dari atas ke bawah.

Contoh 2.5.

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 9 \\ 11 & 10 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \rightarrow \text{baris pertama} \\ \rightarrow \text{baris kedua} \end{array}$$

↓ ↓

↓ kolom kedua
kolom pertama

Setelah kita mengetahui pengertian baris dan kolom dari suatu matriks maka kita dapat menentukan ordo sebuah matriks. Ordo sebuah matriks (ordo matriks) ditentukan oleh banyaknya baris dan banyaknya kolom. Banyaknya baris dan banyaknya kolom ditulis sebagai subskrip dari nama matriksnya.

Contoh 2.6.

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 9 \\ 11 & 10 \end{pmatrix} \text{ banyaknya baris ada 2, dan banyaknya kolom ada 2}$$

Matriks A berordo 2x2 atau matriks A berjenis 2x2, ditulis $A_{2 \times 2}$ (2x2 ditulis sebagai subskrip dari A).

Contoh 2.7.

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ banyaknya baris ada 4, dan banyaknya kolom ada 3}$$

Matriks B berordo 4x3 atau matriks B berjenis 4x3, ditulis $B_{4 \times 3}$ (4x3 ditulis sebagai subskrip dari B).

Contoh 2.7.

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ banyaknya baris ada 4, dan banyaknya kolom ada 3}$$

Matriks B berordo 4x3 atau matriks B berjenis 4x3, ditulis $B_{4 \times 3}$ (4x3 ditulis sebagai subskrip dari B).

Secara umum kita dapat menyimpulkan bahwa jika diketahui sebuah matriks E tersusun atas m baris dan n kolom, maka matriks E tersebut berordo mxn atau matriks E berjenis mxn, ditulis $E_{m \times n}$ (mxn ditulis sebagai subskrip dari E).

2. Operasi-operasi Matriks

Operasi – operasi yang dikenal dalam matriks yaitu:

- a. penjumlahan
- b. pengurangan
- c. perkalian

a. Penjumlahan Antara Dua Matriks

Kita dapat melakukan operasi penjumlahan antara dua buah matriks bila ordo dari kedua matriks yang akan dijumlahkan itu sama. Jadi jika kita memiliki matriks $A_{m \times n}$ dan matriks $B_{m \times n}$ maka jumlah antara matriks A yang berordo mxn dan matriks B yang juga berordo mxn adalah matriks C berordo mxn atau dapat ditulis $C_{m \times n}$.

Definisi 2.2.

Jika diketahui $A_{mn} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$ dan $B_{mn} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix}$

Maka $A + B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix}$

$A + B = \begin{pmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & \cdots & a_{1n} + b_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} + b_{m1} & a_{m2} + b_{m2} & \cdots & a_{mn} + b_{mn} \end{pmatrix}$

Contoh 2.8.

Jika diketahui $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ berordo 3×2 , $D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ berordo 3×2

Maka $C + D = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

$C + D = \begin{pmatrix} 1+2 & 1+1 \\ 2+1 & 3+3 \\ 1+1 & 0+2 \end{pmatrix}$

$C + D = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 6 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ berordo 3×2

Non contoh 2.3.

Jika diketahui $E = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ berordo 2×2 , $F = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 6 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ berordo 3×2

Maka $E + F$ tidak dapat ditentukan karena ordo matriks E tidak sama dengan ordo matriks F .

b. Pengurangan Antara Dua Matriks

Kita dapat melakukan operasi pengurangan antara dua buah matriks bila ordo dari kedua matriks itu sama. Jadi jika kita memiliki matriks $A_{m \times n}$ dan matriks $B_{m \times n}$ maka selisih antara matriks A dan matriks B adalah matriks C berordo $m \times n$ atau dapat ditulis $C_{m \times n}$.

Definisi 2.3.

Jika diketahui $A_{mn} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$ dan $B_{mn} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix}$

Maka $A - B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix}$

$A - B = \begin{pmatrix} a_{11} - b_{11} & a_{12} - b_{12} & \dots & a_{1n} - b_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} - b_{m1} & a_{m2} - b_{m2} & \dots & a_{mn} - b_{mn} \end{pmatrix}$

Contoh 2.10.

Jika diketahui $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ berordo 3×2 , $D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ berordo 3×2

$$\text{Maka } C - D = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$C - D = \begin{pmatrix} 1-2 & 1-1 \\ 2-1 & 3-3 \\ 1-1 & 0-2 \end{pmatrix}$$

$$C - D = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \text{ berordo } 3 \times 2$$

Non contoh 2.4.

Jika diketahui $E = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ berordo 2×2 , $F = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 6 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ berordo 3×2

Maka $E - F$ tidak dapat ditentukan karena ordo matriks E tidak sama dengan ordo matriks F .

c. Perkalian Antara Dua Matriks

Kita dapat melakukan operasi perkalian antara dua buah matriks bila jumlah kolom pada matriks yang pertama sama dengan jumlah baris pada matriks yang kedua. Jadi jika kita memiliki matriks $A_{m \times n}$ dan matriks $B_{n \times l}$ maka hasil kali antara matriks A dan matriks B adalah matriks C berordo $m \times l$ atau dapat ditulis $C_{m \times l}$.

Definisi 2.4.

Jika diketahui $A_{mn} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$ dan $B_{nr} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nr} \end{pmatrix}$

Maka $A \times B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nr} \end{pmatrix}$

$A \times B = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + \cdots + a_{1n}b_{n1} & \cdots & a_{11}b_{1r} + \cdots + a_{1n}b_{nr} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}b_{11} + \cdots + a_{mn}b_{n1} & \cdots & a_{m1}b_{1r} + \cdots + a_{mn}b_{nr} \end{pmatrix}$

Contoh 2.12.

Jika diketahui $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ berordo 2×3 , $D = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ berordo 3×2

Maka $C \times D = \begin{pmatrix} 1.1+2.0+1.3 & 1.2+2.1+1.1 \\ 0.1+1.0+1.3 & 0.2+1.1+1.1 \end{pmatrix}$

$C \times D = \begin{pmatrix} 1+0+3 & 2+2+1 \\ 0+0+3 & 0+1+1 \end{pmatrix}$

$C \times D = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ berordo 2×2

Non contoh 2.5.

Jika diketahui $E = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ berordo 3×2 , $F = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 6 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ berordo 3×2

Maka $E \times F$ tidak dapat ditentukan karena jumlah kolom pada matriks E tidak sama dengan jumlah baris pada matriks F .

Operasi perkalian pada matriks tidak hanya dapat dilakukan antara dua matriks melainkan juga dapat dilakukan perkalian antara suatu bilangan real dengan sebuah matriks.

Dalam aljabar matematika kita mengetahui bahwa jumlah dari bilangan-bilangan yang sama dapat dinyatakan sebagai perkalian dari banyaknya suatu bilangan dengan bilangan itu sendiri.

Contoh 2.13.

$$X + X + X = 3X \text{ (perkalian 3 bilangan yang sama yaitu bilangan } X\text{)}$$

Contoh 2.14.

$$Y + Y + Y + Y = 4Y \text{ (perkalian 4 bilangan yang sama, bilangan } Y\text{)}$$

Cara perkalian bilangan seperti dua contoh di atas dapat juga dilakukan pada matriks yaitu perkalian suatu bilangan real dengan sebuah matriks.

Contoh 2.15.

Jika $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ maka berdasarkan aturan penjumlahan matriks kita dapat

$$\text{menentukan } A + A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A + A = \begin{pmatrix} 0+0 & 2+2 \\ 3+3 & 1+1 \end{pmatrix}$$

$$A + A = \begin{pmatrix} 2.0 & 2.2 \\ 2.3 & 2.1 \end{pmatrix}$$

$$A + A = 2 \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A + A = 2A$$

Contoh 2.16.

Jika $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ maka berdasarkan aturan penjumlahan matriks kita dapat

menentukan $B + B + B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$

$$B + B + B = \begin{pmatrix} 3+3+3 & 1+1+1 \\ 0+0+0 & 4+4+4 \end{pmatrix}$$

$$B + B + B = \begin{pmatrix} 3.3 & 3.1 \\ 3.0 & 3.4 \end{pmatrix}$$

$$B + B + B = 3 \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$B + B + B = 3B$$

3. Determinan Matriks dan Invers Matriks

Definisi 2.5.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & & & & & \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} & \dots & a_{in} \\ \vdots & & & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nj} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}, \text{ suatu matriks kuadrat}$$

Determinan dari matriks $A = \det(A) = |A| = \sum_{i_1, i_2, \dots, i_n} (-1)^I a_{1i_1} a_{2i_2} \dots a_{ni_n}$ dimana

$I =$ jumlah inversi dari indeks yang kedua i_1, i_2, \dots, i_n untuk urutan normal $1, 2, \dots, n$

(Supranto, 1974).

a. Determinan dari $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ adalah $\det(A) = ad - bc$

$$\det(A) = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

Contoh 2.17.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = 5 \cdot 1 - 4 \cdot 2 = 5 - 8 = -3$$

Contoh 2.18.

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\det(B) = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 3 \cdot 0 - 2 \cdot 1 = 0 - 2 = -2$$

b. Determinan dari $B = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ adalah

$$\det(B) = (a \cdot e \cdot i) + (b \cdot f \cdot g) + (c \cdot d \cdot h) - (g \cdot e \cdot c) - (h \cdot f \cdot a) - (i \cdot d \cdot b)$$

$$\det(B) = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = (a.e.i) + (b.f.g) + (c.d.h) - (g.e.c) - (h.f.a) - (i.d.b)$$

Contoh 2.19.

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\det(C) = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\det(C) = 3(-1)1 + 1.2.1 + 0.3(-2) - 1(-1)0 - (-2)2.3 - 1.3.1$$

$$\det(C) = -3 + 2 + 0 - 0 + 12 - 3$$

$$\det(C) = 8$$

Contoh 2.20.

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\det(D) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\det(D) = 1.0.1 + 1.1.2 + 0.0.1 - 2.0.0 - 1.1.1 - 1.0.1$$

$$\det(D) = 0 + 2 + 0 - 0 - 1 - 0$$

$$\det(D) = 1$$

Definisi 2.6.

Jika A dan B masing-masing adalah matriks persegi dan mempunyai ordo yang sama serta berlaku hubungan $A \bullet B = B \bullet A = I$ maka B adalah invers A dan A adalah invers B (Sartono,1995).

a. Jika diketahui $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ dan determinan A sama dengan satu maka invers dari adalah

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & d \end{pmatrix}$$

Contoh 2.21.

Jika diketahui $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, tentukan invers dari A

Invers dari A adalah $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

Contoh 2.22.

Jika diketahui $B = \begin{pmatrix} -1 & x \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, tentukan invers dari B

Langkah-langkah mencari invers dari B adalah :

a.) Mencari nilai x agar $\det(B) = 1$

$$\det(B) = \begin{vmatrix} -1 & x \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\det(B) = (-1)3 - 4x$$

$$\det(B) = -3 - 4x$$



$$\det(B) = -3 - 4x$$

$$\det(B) = 1, \text{ berarti } -3 - 4x = 1$$

$$(-4x) = 1 + 3$$

$$(-4x) = 4$$

$$x = \frac{4}{-4}$$

$$x = -1$$

b.) Masukkan nilai x pada matriks B kemudian cari inversnya

$$B = \begin{pmatrix} -1 & x \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}, \text{ maka inversnya adalah}$$

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}$$

b. Jika diketahui $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ dan determinan A tidak sama dengan satu maka

invers dari A adalah

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

Contoh 2.23.

$$\text{Jika diketahui } A = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\det(A) = 5(-2) - 4(-3)$$

$$\det(A) = -10 + 12$$

$$\det(A) = 2$$

karena $\det(A) = 2 \neq 1$ maka invers dari A adalah A^{-1}

$$A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{-2}{2} & \frac{3}{2} \\ \frac{-4}{2} & \frac{5}{2} \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & \frac{3}{2} \\ -2 & \frac{5}{2} \end{pmatrix}$$

Contoh 2.24.

Jika diketahui $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$

$$\det(B) = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\det(B) = 1 \cdot 2 - 5 \cdot 3$$

$$\det(B) = 2 - 15$$

$$\det(B) = -13$$

karena $\det(B) = -13 \neq 1$ maka invers dari B adalah B^{-1}

$$B^{-1} = \frac{1}{-13} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{2}{-13} & \frac{-3}{-13} \\ \frac{-5}{-13} & \frac{1}{-13} \end{pmatrix}$$

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{2}{13} & \frac{3}{13} \\ \frac{5}{13} & \frac{1}{13} \end{pmatrix}$$

Definisi 2.4.

Jika diketahui $A_{mn} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$ maka $A^t = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{m1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$

(Sartono, 1995).

Contoh 2.25.

Jika diketahui $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ maka transpose dari A adalah A^t

$$A^t = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$$

Contoh 2.26.

Jika diketahui $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ maka transpose dari B adalah B^t

$$B^t = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

4. Matriks dan Operasi Matriks Dalam Pemecahan Masalah Matematika

Contoh 2.27.

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

Contoh 2.28.

$$\begin{cases} 3x + y = 10 \\ 2x - 3y = -8 \end{cases}$$

Kita dapat menyelesaikan sistem persamaan linier tersebut dengan menggunakan berbagai macam metode, misalnya metode eliminasi, metode substitusi, dan metode determinan matriks. Pada subbab ini kita akan menyelesaikan sistem persamaan linier dengan menggunakan metode determinan matriks. Perhatikan penyelesaian sistem persamaan linier berikut ini:

Penyelesaian contoh 2.27.

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases} \text{ jika kita menyelesaikan sistem persamaan linier tersebut dengan}$$

menggunakan metode eliminasi atau metode substitusi maka kita akan

memperoleh nilai $x = 3$ dan nilai $y = 1$, dan bila nilai x dan y tersebut dinyatakan dalam bentuk pasangan terurut (x,y) menjadi $(3,1)$.

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases} \text{ jika kita menyelesaikan sistem persamaan linier tersebut dengan}$$

menggunakan metode determinan matriks, maka langkah-langkah penyelesaiannya adalah sebagai berikut:

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases} \text{ bila dinyatakan dalam bentuk matriks menjadi}$$

$$\begin{pmatrix} x + y \\ x - y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ bila dinyatakan dalam persamaan matriks menjadi}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Matriks $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ adalah matriks koefisien, kita harus menentukan inversnya

$$\text{yaitu } \frac{1}{-1-1} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{-2} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-1}{-2} & \frac{-1}{-2} \\ \frac{-1}{-2} & \frac{1}{-2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Langkah selanjutnya adalah sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} & \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} & \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+1 \\ 2-1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Jadi nilai $x = 3$ dan nilai $y = 1$.

Himpunan penyelesaiannya adalah $\{(3,1)\}$.

Penyelesaian contoh 2.28.

$$\begin{cases} 3x + y = 10 \\ 2x - 3y = -8 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 3x + y \\ 2x - 3y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -8 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -8 \end{pmatrix}$$

$$\text{Invers dari } \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} = \frac{1}{-9-2} \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{-11} \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{-3}{-11} & \frac{-1}{-11} \\ \frac{-2}{-11} & \frac{3}{-11} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{3}{11} & \frac{1}{11} \\ \frac{2}{11} & -\frac{3}{11} \end{pmatrix}$$

Langkah selanjutnya adalah:

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{11} & \frac{1}{11} \\ \frac{2}{11} & -\frac{3}{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{11} & \frac{1}{11} \\ \frac{2}{11} & -\frac{3}{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ -8 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{9}{11} + \frac{2}{11} & \frac{3}{11} - \frac{3}{11} \\ \frac{6}{11} - \frac{6}{11} & \frac{2}{11} + \frac{9}{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{30}{11} - \frac{8}{11} \\ \frac{20}{11} + \frac{24}{11} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{22}{11} \\ \frac{44}{11} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Jadi nilai $x = 2$ dan nilai $y = 4$

Himpunan penyelesaiannya adalah $\{(2,4)\}$

Langkah-langkah menentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan

linier dua variabel dengan menggunakan matriks adalah sebagai berikut:

Diketahui sistem persamaan linier $\begin{cases} ax + by = p \\ cx + dy = q \end{cases}$

Langkah 1. Nyatakan sistem persamaan linier yang telah diketahui ke dalam persamaan matriks.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$$

Langkah 2. Tentukan matriks koefisiennya.

$$K = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

Langkah 3. Tentukan invers dari matriks koefisiennya.

$$K^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}, \text{ dengan } ad-bc \neq 0$$

Langkah 4. Kalikan kedua ruas persamaan matriks yang diperoleh dari langkah 2

$$\begin{aligned} \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Langkah 5. Dari persamaan terakhir pada langkah 4, nilai x dan y dengan mudah dapat ditentukan.

D. Sifat-sifat Operasi Aljabar Matriks

1. Sifat operasi penjumlahan pada matriks

a. Setiap operasi penjumlahan antara dua buah matriks berlaku sifat komutatif.

Bukti: Misalkan $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{bmatrix}$

$$A + B = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & \cdots & a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & \cdots & a_{2n} + b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} + b_{m1} & a_{m2} + b_{m2} & \cdots & a_{mn} + b_{mn} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} b_{11} + a_{11} & b_{12} + a_{12} & \cdots & b_{1n} + a_{1n} \\ b_{21} + a_{21} & b_{22} + a_{22} & \cdots & b_{2n} + a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} + a_{m1} & b_{m2} + a_{m2} & \cdots & b_{mn} + a_{mn} \end{bmatrix}$$

(sifat komutatif penjumlahan bilangan real)

= B + A (definisi penjumlahan 2 buah matriks)

Jadi $A + B = B + A$

$$B + A = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} b_{11} + a_{11} & b_{12} + a_{12} & \cdots & b_{1n} + a_{1n} \\ b_{21} + a_{21} & b_{22} + a_{22} & \cdots & b_{2n} + a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} + a_{m1} & b_{m2} + a_{m2} & \cdots & b_{mn} + a_{mn} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & \cdots & a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & \cdots & a_{2n} + b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} + b_{m1} & a_{m2} + b_{m2} & \cdots & a_{mn} + b_{mn} \end{bmatrix}$$

(sifat komutatif penjumlahan bilangan real)

$$= A + B \text{ (definisi penjumlahan 2 buah matriks)}$$

$$\text{Jadi } B + A = A + B$$

Karena $A + B = B + A$ dan $B + A = A + B$ maka untuk setiap operasi penjumlahan antara dua buah matriks berlaku sifat komutatif telah terbukti.

b. Setiap operasi penjumlahan antara tiga buah matriks *berlaku sifat asosiatif*.

Bukti: Misalkan $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{bmatrix}$,

dan $C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{m1} & c_{m2} & \cdots & c_{mn} \end{bmatrix}$

$$(A+B)+C = \begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \cdots & a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & \cdots & a_{2n}+b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}+b_{m1} & a_{m2}+b_{m2} & \cdots & a_{mn}+b_{mn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{m1} & c_{m2} & \cdots & c_{mn} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11}+b_{11}+c_{11} & a_{12}+b_{12}+c_{12} & \cdots & a_{1n}+b_{1n}+c_{1n} \\ a_{21}+b_{21}+c_{21} & a_{22}+b_{22}+c_{22} & \cdots & a_{2n}+b_{2n}+c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}+b_{m1}+c_{m1} & a_{m2}+b_{m2}+c_{m2} & \cdots & a_{mn}+b_{mn}+c_{mn} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11}+c_{11} & b_{12}+c_{12} & \cdots & b_{1n}+c_{1n} \\ b_{21}+c_{21} & b_{22}+c_{22} & \cdots & b_{2n}+c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1}+c_{m1} & b_{m2}+c_{m2} & \cdots & b_{mn}+c_{mn} \end{bmatrix}$$

(sifat distributif penjumlahan bilangan real)

$$= A+(B+C) \text{ (definisi penjumlahan 2 buah matriks)}$$

$$\text{Jadi } (A+B)+C = A+(B+C)$$

$$A+(B+C) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} + c_{11} & b_{12} + c_{12} & \cdots & b_{1n} + c_{1n} \\ b_{21} + c_{21} & b_{22} + c_{22} & \cdots & b_{2n} + c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} + c_{m1} & b_{m2} + c_{m2} & \cdots & b_{mn} + c_{mn} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} + c_{11} & a_{12} + b_{12} + c_{12} & \cdots & a_{1n} + b_{1n} + c_{1n} \\ a_{21} + b_{21} + c_{21} & a_{22} + b_{22} + c_{22} & \cdots & a_{2n} + b_{2n} + c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} + b_{m1} + c_{m1} & a_{m2} + b_{m2} + c_{m2} & \cdots & a_{mn} + b_{mn} + c_{mn} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & \cdots & a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & \cdots & a_{2n} + b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} + b_{m1} & a_{m2} + b_{m2} & \cdots & a_{mn} + b_{mn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{m1} & c_{m2} & \cdots & c_{mn} \end{bmatrix}$$

(sifat distributif penjumlahan bilangan real)

$$= A+(B+C) \text{ (definisi penjumlahan 2 buah matriks)}$$

$$\text{Jadi } A+(B+C) = (A+B)+C$$

Karena $(A+B)+C = A+(B+C)$ dan $A+(B+C) = (A+B)+C$ maka untuk setiap operasi penjumlahan antara tiga buah matriks berlaku sifat asosiatif telah terbukti.

2. Sifat operasi perkalian pada matriks:

a. Operasi perkalian antara dua buah matriks *tidak berlaku sifat komutatif*

Bukti: Misalkan $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$\begin{aligned}
 A \times B &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} \\
 &= B \times A
 \end{aligned}$$

Karena ada matriks $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$ dan matriks $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ yang bila dijumlahkan akan berlaku $A+B = B+A$, maka operasi perkalian antara dua buah matriks *tidak berlaku sifat komutatif* terbukti.

b. Setiap operasi perkalian antara tiga buah matriks *berlaku sifat asosiatif*.

Misalkan $A_{mn} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, $B_{np} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{np} \end{pmatrix}$

$C_{pq} = \begin{bmatrix} c_{11} & \dots & c_{1q} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{p1} & \dots & c_{pq} \end{bmatrix}$ maka $Ax(BxC) = (AxB)xC$

Bukti:

- Jumlah baris dan kolom dari matriks sebelah kiri tanda persamaan yaitu $Ax(BxC)$ sama dengan jumlah baris dan kolom dari matriks sebelah kanan tanda persamaan yaitu $(AxB)xC$, masing-masing sebesar m dan q
- Elemen-elemen matriks A dari baris ke- i adalah sebagai berikut:

$a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}$ dengan $i = 1, 2, \dots, m$

Sedangkan elemen-elemen dari BC untuk kolom ke- j adalah sebagai berikut :

$$b_{1t}c_{tj}, b_{2t}c_{tj}, \dots, b_{nt}c_{tj} \text{ dengan } t = 1, 2, \dots, p$$

Jadi elemen baris ke- i dan kolom ke- j dari hasil kali matriks $Ax(BxC)$

$$\text{adalah } \sum_{s=1}^n a_{is} \left(\sum_{t=1}^p b_{st}c_{tj} \right)$$

Oleh karena dalam hal ini berhubungan dengan penjumlahan terbatas maka urutan penjumlahan diatas bisa berubah menjadi

$$\sum_{t=1}^p \left(\sum_{s=1}^n a_{is}b_{st} \right) c_{tj}$$

Penjumlahan tersebut adalah elemen matriks $(AxB)xC$ dari baris ke- i dan kolom ke- j .

Jadi karena dalam operasi perkalian antara tiga buah matriks memenuhi $Ax(BxC) = (AxB)xC$ maka pada operasi perkalian antara tiga buah matriks berlaku sifat asosiatif telah terbukti (Supranto, 1974)

BAB III

EKSPLORASI WINMAT DAN PEMANFAATANNYA UNTUK MENDUKUNG PEMBELAJARAN MATRIKS

A. Fasilitas Winmat

Winmat adalah salah satu program komputer yang diciptakan oleh Richard Parris, versi *compiled 10 January 1999*. Program *winmat* ini dapat diperoleh secara gratis dengan mengcopy dari internet dari Peanut Software. Program *winmat* ini mudah untuk diinstal atau dicopy dan menghabiskan ruang 297 KB.

Winmat adalah salah satu program komputer yang digunakan khusus untuk pembahasan matriks pada pelajaran matematika, atau dengan kata lain *winmat* adalah salah satu program komputer yang dapat digunakan sebagai media untuk menampilkan dan mengoperasikan matriks, serta dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linier dalam aljabar matematika.

Program *winmat* biasa dinyatakan dengan “ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ Winmat”. Tampilan jendela utama *winmat* dapat dibuka dengan cara klik icon “ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ Winmat” pada My Document. Tampilan jendela utama *winmat* (untuk matriks dengan elemen-elemennya bilangan bulat) dapat dilihat pada Gambar 3.1 berikut ini:



Gambar 3.1 Tampilan jendela utama *winmat*

Winmat dapat digunakan untuk mengoperasikan matriks dengan elemennya berupa bilangan real, bilangan kompleks, dan bilangan bulat. Dalam skripsi ini penulis hanya akan membahas tentang matriks dengan elemennya berupa bilangan bulat (*integer*).

Pada tampilan jendela utama *winmat* seperti pada Gambar 2.1 di atas, kita dapat melihat ada enam menu yang disediakan tetapi hanya terlihat dua menu yang aktif (perhatikan menu yang ditulis dengan huruf cetak tebal). Enam menu yang disediakan oleh *winmat* adalah *Matrix*, *Calc*, *Solve*, *LinPro*, *Other*, dan *Help*; pada jendela utama *winmat* yang terlihat aktif (dapat dioperasikan) adalah menu *Matrix* dan *Help*.

Tampilan menu *Matrix* dari jendela *winmat* dapat dilihat pada Gambar 3.2 berikut ini:



Gambar 3.2 Tampilan menu *Matrix*

Sub menu – sub menu dari menu Matrix dan keterangan mengenai fungsi dari sub menu – sub menu tersebut dapat dilihat pada Tabel 3.1 berikut ini:

Sub Menu	Keterangan
Open	Membuka file yang telah disimpan
Text in	Membuka file
Paste from clipboard	Menampilkan jendela winmat yang sama seperti yang telah ditampilkan sebelumnya
Numerical mode	Menentukan jenis bilangan yang akan menjadi elemen-elemen matriks (Real, Complex, Integer)
Zeros	Menentukan dimensi matriks nol yang akan dibentuk
Random matriks	Menentukan random dari suatu matriks
Geometric	Mengetahui proyeksi dari suatu matriks (item Projection), mengetahui refleksi dari suatu matriks (item Reflection)
Identity	Menentukan dimensi matriks identitas yang akan dibentuk
Unimodular	
White backgrounds	Menentukan warna layar.
Close all	Menutup semua tampilan matriks yang telah dibentuk

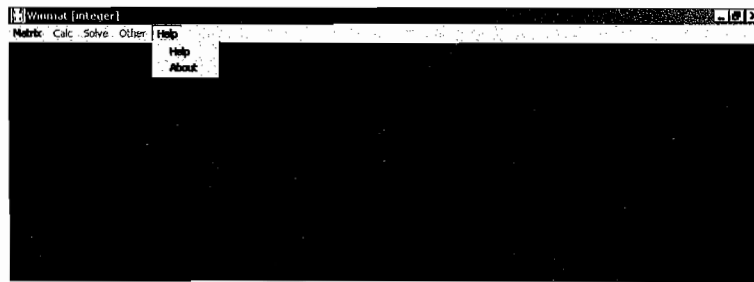
Tabel 3.1 Sub menu – sub menu dari menu Matrix

Sub menu – sub menu dari menu Help dan keterangan mengenai fungsi dari sub menu – sub menu tersebut dapat dilihat pada Tabel 3.2 berikut:

Sub menu	Keterangan
Help	Menyatakan cara-cara mengoperasikan winmat
About	Status winmat (mencakup versi, pencipta)

Tabel 3.2 Sub menu – sub menu dari menu Help

Tampilan menu Help dari jendela *winmat* dapat dilihat pada Gambar 3.3 berikut ini:



Gambar 3.3 Tampilan menu Help

Setelah melakukan eksplorasi tentang program *winmat*, penulis menemukan beberapa fasilitas yang disediakan oleh program *winmat* yang dapat digunakan untuk mendukung pembelajaran matematika di sekolah, khususnya dalam pembelajaran matematika dengan pokok bahasan sifat-sifat operasi matriks (penulis hanya akan membahas tentang sifat-sifat operasi penjumlahan dan perkalian matriks) yang diajarkan di kelas XII jurusan IPA. Fasilitas-fasilitas yang dimaksud adalah sebagai berikut:

1. Menyusun orde matriks dan elemen-elemennya
2. Mengoperasikan matriks secara aljabar (penjumlahan, pengurangan, perkalian)
3. Menentukan determinan suatu matriks
4. Menentukan inverse suatu matriks
5. Menentukan transpose suatu matriks

B. Pembelajaran Matriks dengan Menggunakan Program Winmat

Pada subbab ini penulis akan membahas tentang cara menyusun matriks dan mengoperasikannya dengan menggunakan program *winmat* (penulis hanya akan membahas khusus untuk matriks kuadrat atau matriks persegi).

1. Menyusun Ordo Matriks Persegi dan Elemen-elemennya

Langkah-langkah menyusun ordo matriks persegi dan elemen-elemennya dengan menggunakan program *winmat* adalah sebagai berikut:

a. Buka jendela utama *winmat* dengan klik icon “ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ Winmat” pada menu My

document, kemudian klik menu *Matrix* dan klik submenu *Numerical Mode*, kemudian pilih *Integer* untuk membuka jendela matriks dengan elemen-elemennya bilangan bulat. Tampilan tampak seperti pada Gambar 3.4 berikut ini:



Gambar 3.4 Tampilan langkah memilih *winmat* untuk bilangan bulat

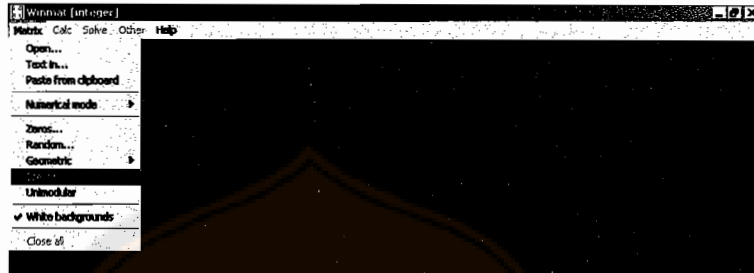
Tampilan jendela *winmat* untuk bilangan bulat tampak seperti pada Gambar 3.5 berikut ini:



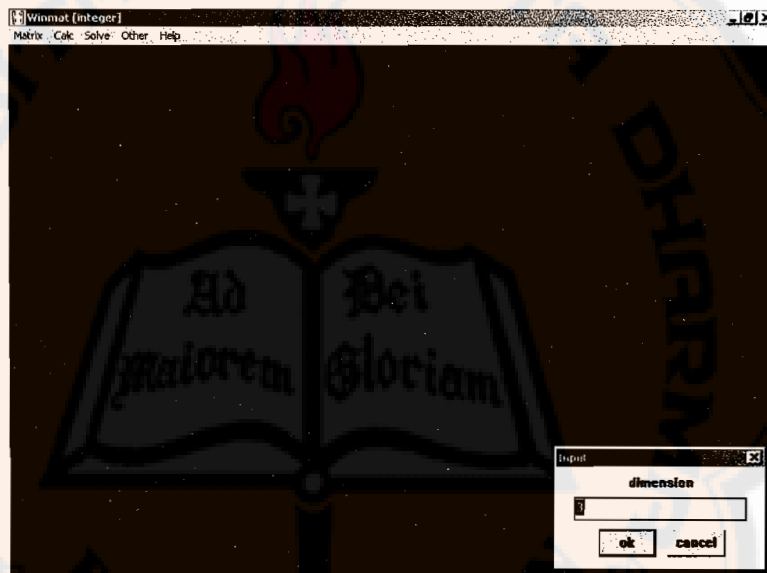
Gambar 3.5 Tampilan *winmat* untuk bilangan bulat

b. Pilih menu *Matrix*, kemudian klik *Identity* seperti tampak pada Gambar 3.6 dan berikan masukan atau ganti bilangan (yang berkedip) dengan bilangan yang diinginkan sebagai ordo matriks seperti tampak pada Gambar 3.7 (misalnya

ketik angka 2 untuk membentuk matriks berordo 2x2, angka 3 untuk membentuk matriks berordo 3x3), klik ok atau tekan enter.

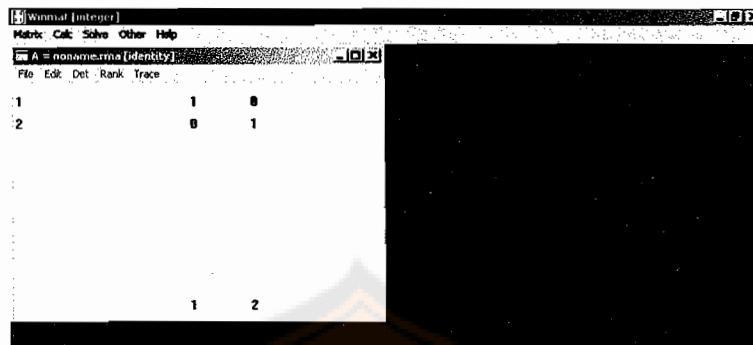


Gambar 3.6 Tampilan langkah 1 menentukan ordo matriks

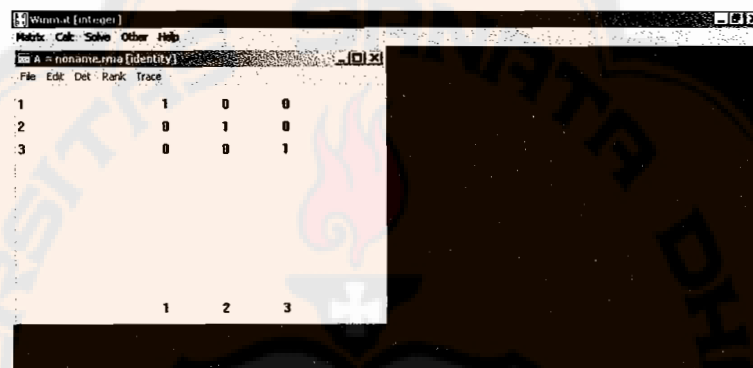


Gambar 3.7 Tampilan langkah 2 menentukan ordo matriks

Tampilan jendela *winmat* yang akan muncul setelah melakukan langkah-langkah tersebut tampak seperti pada Gambar 3.8 (jika pada kursor yang berkedip diketik angka 2) dan Gambar 3.9 (jika pada kursor yang berkedip diketik angka 3) berikut ini:



Gambar 3.8 Tampilan matriks berordo 2x2



Gambar 3.9 Tampilan matriks berordo 3x3

- c. Klik pada elemen-elemen matriks yang ingin diganti (untuk membentuk elemen-elemen matriks yang baru) kemudian ketik angka yang diinginkan untuk mengganti elemen-elemen matriks tersebut, kemudian tekan enter. Kegiatan mengganti elemen matriks ini dilakukan sampai tulisan “Esc stops autofeed” hilang dan muncul tampilan kelompok bilangan sesuai dengan elemen-elemen yang telah diketik tampak seperti pada Gambar 3.10 (untuk matriks berordo 2x2) dan Gambar 3.11 (untuk matriks berordo 3x3) berikut ini:



Gambar 3.10 Tampilan matriks berordo 2x2 setelah diganti elemen-elemennya



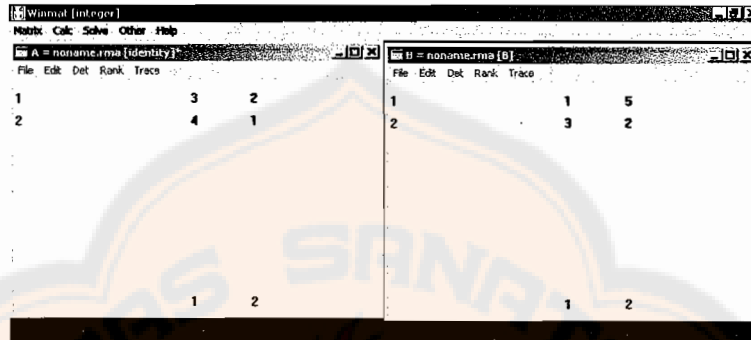
Gambar 3.11 Tampilan matriks berordo 3x3 setelah diganti elemen-elemennya

2. Operasi Aljabar Matriks

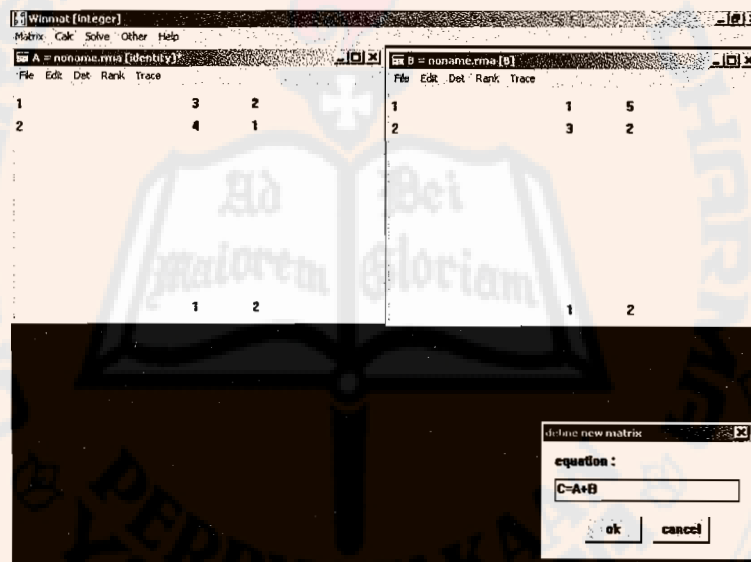
Langkah-langkah melakukan operasi aljabar antara dua matriks adalah sebagai berikut:

- Bentuk dua buah matriks yang berordo sama (sebut matriks A dan matriks B) seperti tampak pada Gambar 3.12.
- Pilih menu *Calc*, kemudian ketik operasi yang ingin dilakukan (penjumlahan, pengurangan, atau perkalian) seperti tampak pada Gambar 3.13 (untuk operasi penjumlahan), Gambar 3.14 (untuk operasi pengurangan), Gambar 3.15 (untuk operasi perkalian).

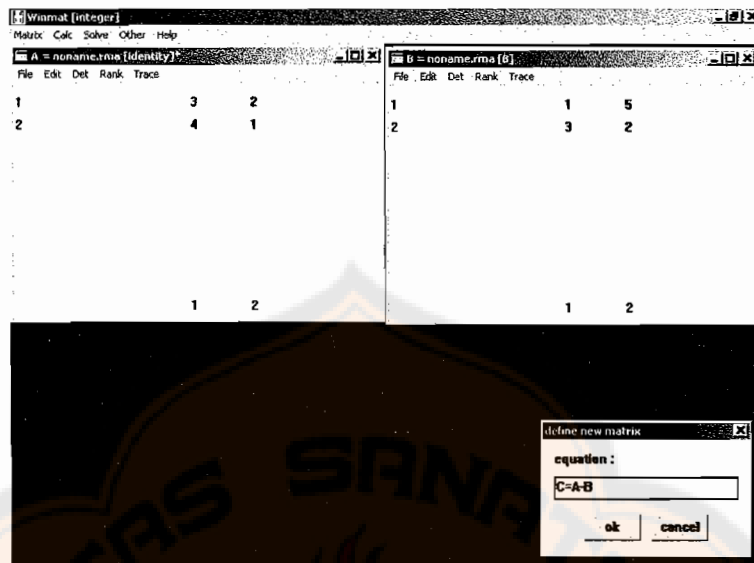
c. Klik ok atau tekan enter untuk melihat hasilnya. Tampilan hasil dapat dilihat pada Gambar 3.16 (untuk $A + B$), Gambar 3.17 (untuk $A - B$), dan Gambar 3.18 (untuk $A \times B$).



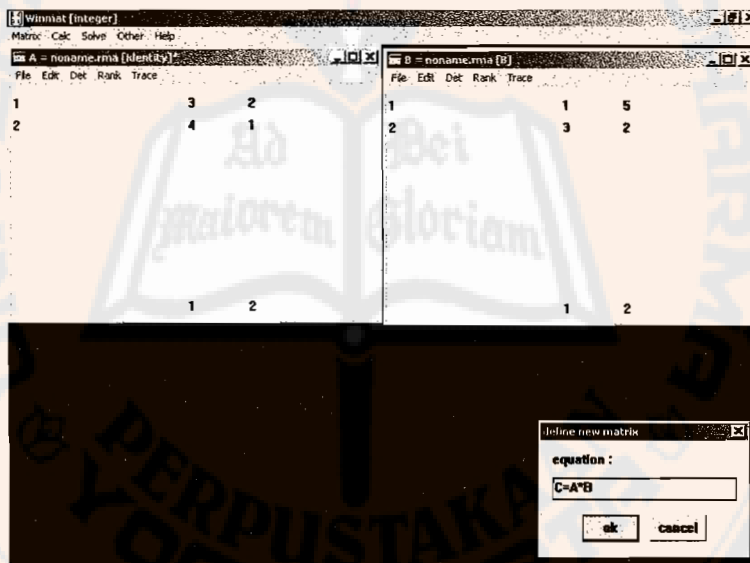
Gambar 3.12 Tampilan matriks A dan matriks B



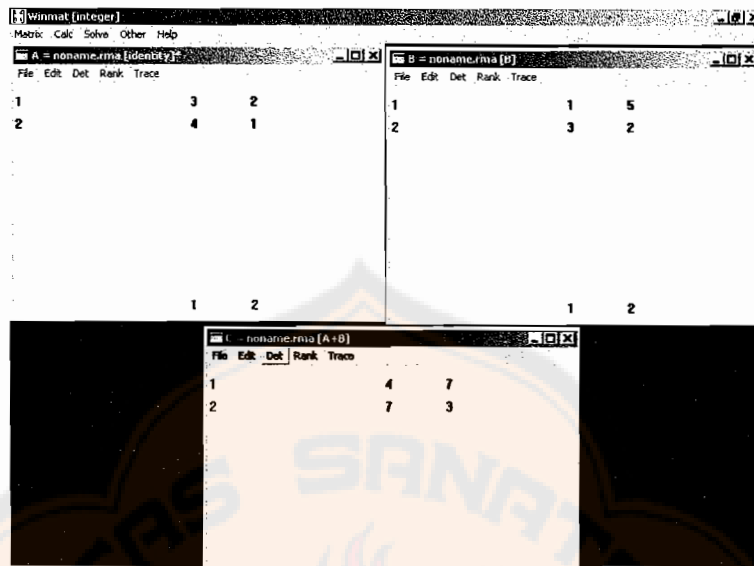
Gambar 3.13 Tampilan langkah penjumlahan 2 buah matriks



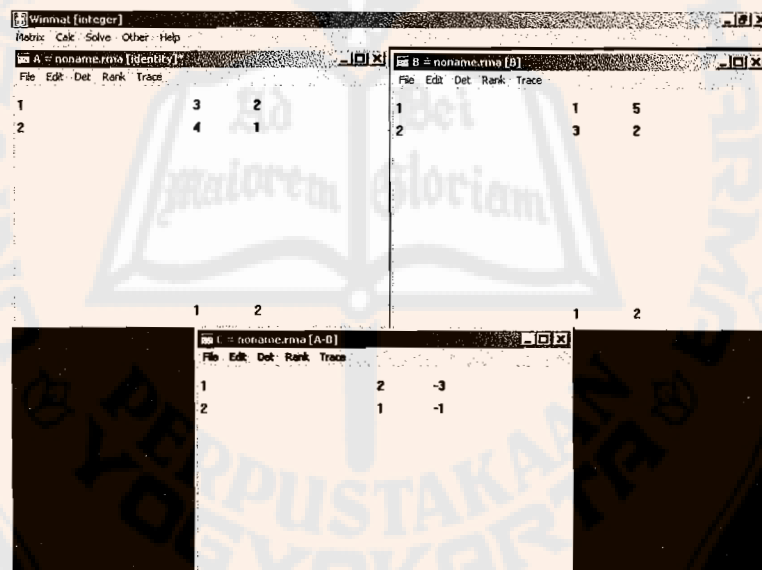
Gambar 3.14 Tampilan langkah pengurangan 2 buah matriks



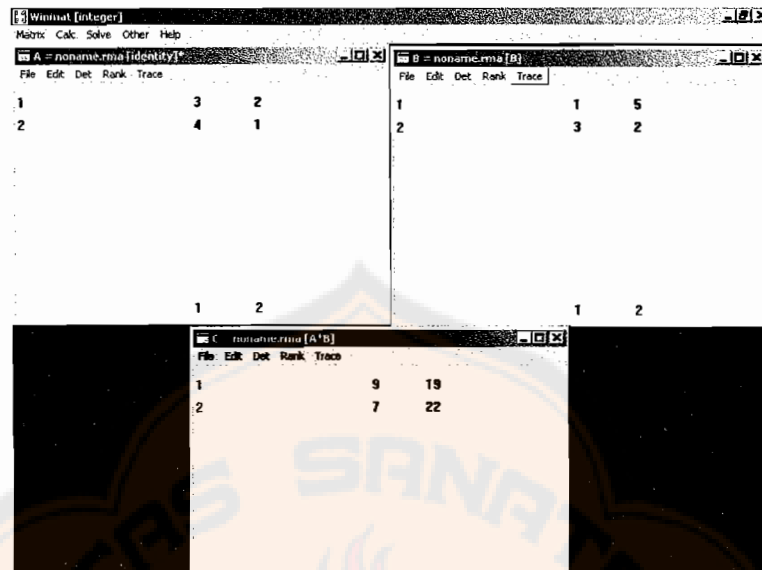
Gambar 3.15 Tampilan langkah perkalian 2 buah matriks



Gambar 3.16 Tampilan hasil penjumlahan 2 buah matriks



Gambar 3.17 Tampilan hasil pengurangan 2 buah matriks



Gambar 3.18 Tampilan hasil perkalian 2 buah matriks

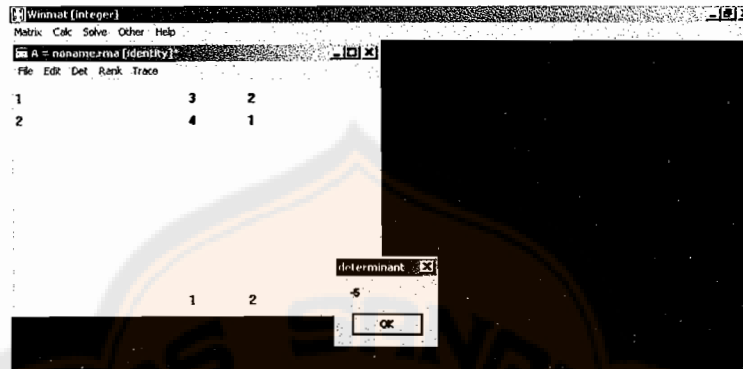
Penulis telah mengeksplorasi operasi aljabar matriks dengan menggunakan program *winmat* pada matriks persegi yang berordo 2x2 dan matriks yang berordo 3x3, tetapi pada bagian ini penulis hanya menampilkan contoh-contoh cara melakukan operasi aljabar matriks dan hasilnya pada matriks berordo 2x2; untuk matriks beordo 3x3 langkah-langkah dalam melakukan operasi aljabar matriksnya sama dengan langkah-langkah yang dilakukan dalam melakukan operasi aljabar matriks pada matriks beordo 3x3.

3. Menentukan Determinan Suatu Matriks

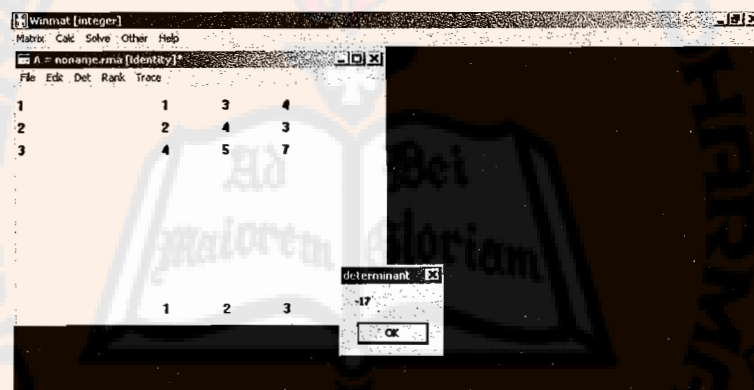
Langkah-langkah menentukan determinan dari suatu matriks dengan menggunakan program *winmat* adalah sebagai berikut:

- a. Bentuk sebuah matriks

- b. Pilih/klik menu *Det* seperti tampak pada Gambar 3.19 (untuk matriks 2x2) dan Gambar 3.20 (untuk matriks 3x3) berikut ini:



Gambar 3.19 Tampilan langkah menentukan determinan matriks beordo 2x2



Gambar 3.20 Tampilan langkah menentukan determinan matriks beordo 3x3

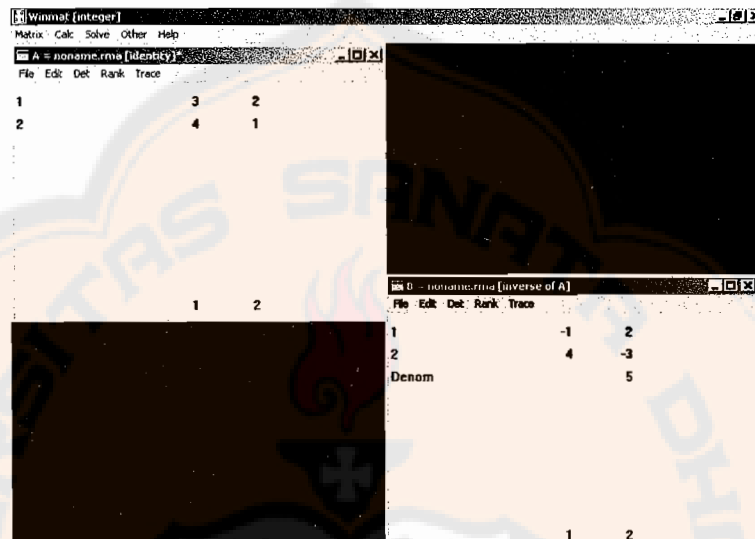
4. Menentukan Invers Suatu Matriks

Langkah-langkah menentukan invers suatu matriks dengan menggunakan program *winmat* adalah sebagai berikut:

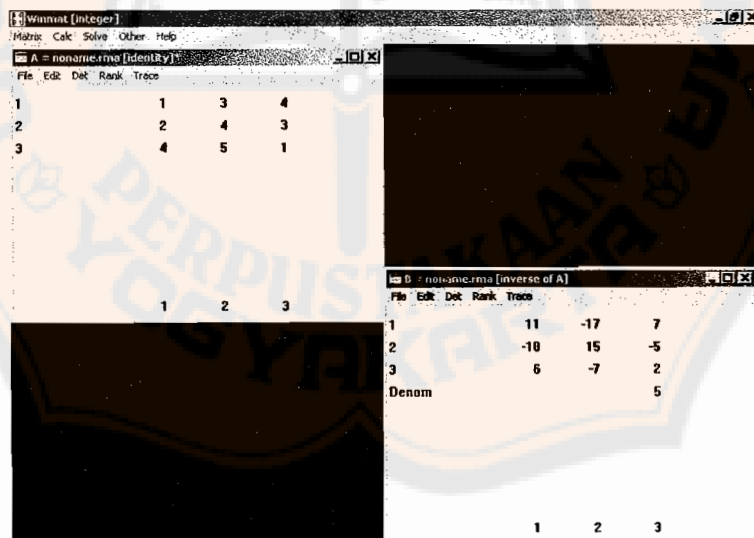
- a. Bentuk sebuah matriks
- b. Pilih menu *Other* kemudian klik submenu *Invert*.

c. Klik ok atau tekan enter untuk melihat hasilnya.

Tampilan dari langkah-langkah yang telah dilakukan tersebut dapat dilihat pada Gambar 3.21 (untuk matriks 2x2) dan Gambar 3.22 (untuk matriks 3x3) berikut ini:



Gambar 3.21 Tampilan langkah menentukan invers matriks berordo 2x2



Gambar 3.22 Tampilan langkah menentukan invers matriks beordo 3x3

5. Menentukan Transpose Suatu Matriks

Langkah-langkah menentukan transpose dari suatu matriks dengan menggunakan program *winmat* adalah sebagai berikut:

- a. Bentuk sebuah matriks
- b. Pilih menu *Other*, kemudian klik submenu *Transpose*
- c. Klik ok atau tekan enter untuk melihat hasilnya.

Tampilan dari langkah-langkah yang telah dilakukan tersebut dapat dilihat pada Gambar 3.23 dan Gambar 3.24 berikut ini:



Gambar 3.23 Tampilan langkah menentukan transpose matriks beordo 2x2



Gambar 3.24 Tampilan langkah menentukan transpose matriks beordo 3x3

BAB IV

MODUL PEMBELAJARAN

A. Rancangan Modul Pembelajaran

Rancangan modul pembelajaran merupakan rancangan dari rencana pelaksanaan pengajaran di depan kelas yang terdiri dari “Lembaran Kegiatan” yang diperuntukkan siswa dan “Skenario Sajian” yang diperuntukkan guru.

1. Lembaran Kegiatan

Lembaran kegiatan ini memberi petunjuk kepada siswa tentang cara mendapatkan pengalaman belajar; yang dimaksud dengan pengalaman belajar dalam pembahasan ini adalah kegiatan-kegiatan yang mendukung siswa dalam belajar misalnya membaca teori atau materi pelajaran dari buku-buku pelajaran, menambah pengetahuan tentang komputer, dan mengembangkan keterampilan mengoperasikan komputer beserta program-program yang disediakan oleh komputer.

Komponen-komponen yang termuat dalam lembaran kegiatan adalah:

- a. Tujuan kegiatan: berisi tentang rumusan tujuan khusus yang hendak dicapai oleh siswa dari pembelajaran yang akan dilakukan.
- b. Pokok bahasan: berisi tentang topik dari materi yang akan dibicarakan (mengacu pada tujuan yang hendak dicapai).
- c. Kelas: berisi tentang tingkat/jenjang pendidikan sekolah yang mempelajari pokok bahasan yang dimaksud.

- d. Bahan: berisi tentang buku-buku atau artikel-artikel termasuk juga program-program komputer yang memuat pokok bahasan yang akan dipelajari.
- e. Waktu pelaksanaan: berisi tentang waktu yang diperlukan untuk melakukan kegiatan dalam mencapai tujuan yang dimaksud.
- f. Kegiatan: berisi tentang jenis kegiatan yang mendukung siswa untuk melangkah dalam usaha mencapai tujuan yang dimaksud.
- g. Prosedur: berisi tentang langkah-langkah pelaksanaan yang harus diikuti oleh siswa untuk mencapai tujuan yang dimaksud.

2. Skenario Sajian

Skenario sajian ini merupakan alat bantu bagi guru dalam melaksanakan pengajaran di kelas (langkah-langkah pengajaran yang harus disampaikan kepada siswa). Skenario sajian harus mendukung tercapainya tujuan yang telah dinyatakan di lembar kegiatan. Skenario sajian memuat langkah-langkah yang akan dilakukan oleh guru pada saat pembelajaran berlangsung.

Komponen-komponen yang termuat dalam skenario sajian adalah :

- a. Pokok bahasan : berisi tentang topik dari materi yang akan dibicarakan (sesuai dengan point b pada lembar kegiatan).
- b. Fasilitas : berisi tentang buku-buku atau artikel-artikel termasuk juga program-program komputer yang memuat pokok bahasan yang akan dipelajari (sesuai dengan point d pada lembar kegiatan).

- c. Pembagian waktu : berisi tentang pembagian waktu yang diperlukan bagi guru untuk memberi informasi, berdiskusi dengan siswa, memberikan tugas-bugas untuk siswa, dan memberikan evaluasi untuk siswa (waktu yang ditentukan harus sesuai dengan point e pada lembaran kegiatan).
- d. Aktivitas guru : berisi tentang kegiatan-kegiatan yang direncanakan akan dilakukan oleh guru saat pembelajaran berlangsung (misalnya memberi informasi, memperhatikan kegiatan siswa, memberikan bimbingan atau konsultasi, kegiatan harus sesuai point f pada lembaran kegiatan).
- e. Aktivitas siswa : berisi tentang kegiatan-kegiatan yang direncanakan akan dilakukan oleh siswa saat pembelajaran berlangsung (misalnya mendengarkan penjelasan guru, mengerjakan tugas-tugas yang diberikan, mengikuti evaluasi, kegiatan harus sesuai point f dari lembaran kegiatan)

B. Modul Pembelajaran

Modul pembelajaran yang dimaksud oleh penulis pada pembahasan ini adalah pedoman yang digunakan secara langsung untuk memperlancar kegiatan belajar mengajar (pedoman yang digunakan penulis pada saat uji coba).

Penulis akan menyusun satu buah modul pembelajaran untuk pengajaran matriks dengan memanfaatkan program *winmat* dalam pembelajaran matematika di SMA kelas XII. Modul yang disusun oleh penulis adalah modul pembelajaran tentang “Sifat-sifat Aljabar Matriks”.

Berikut ini akan disajikan *rencana modul pembelajaran* tentang “Sifat-sifat Aljabar Matriks”:

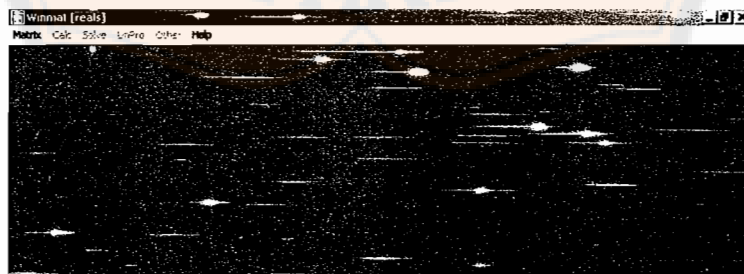
Lembaran Kegiatan (untuk siswa)

- a. Tujuan: siswa dapat menemukan sifat-sifat aljabar matriks melalui eksplorasi terhadap program *winmat*.
- b. Pokok bahasan: Sifat-sifat Aljabar Matriks.
- c. Kelas: XII
- d. Bahan: artikel-artikel tentang program *winmat* (sebagai referensi: <http://math.Exeter.edu/rparris/winmat.html>) dan buku-buku matematika untuk SMA kelas XII (sebagai referensi : Wirodikromo, Sartono., Matematika Untuk SMU Jilid 4, Erlangga, Jakarta, 1995); program aplikasi *winmat*.
- e. Waktu: 2 jam pelajaran (2 x 45 menit)
- f. Kegiatan: siswa mendengarkan penjelasan dari guru, kemudian siswa mengeksplorasi program *winmat* untuk menemukan sifat-sifat aljabar matriks dengan bantuan lembaran kegiatan ini (siswa mengikuti prosedur seperti yang dituliskan di bawah ini).
- g. Prosedur:

Menyusun matriks dan elemen-elemennya dengan menggunakan program winmat

- 1.) Buka jendela utama *winmat* dilakukan dengan cara klik icon $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ "Winmat"

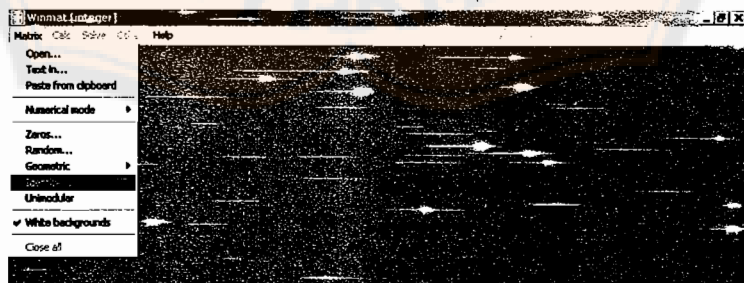
pada menu *My Document*, tampak seperti pada gambar berikut ini:



- 2.) Pilih *winmat* untuk matriks dengan elemen-elemennya bilangan bulat dilakukan dengan cara klik menu *Matrix*, kemudian klik submenu *Numerical Mode*, dan klik *Integer* atau perintah ini dapat ditulis *Matrix/Numerical Mode/Integer* (sebagai catatan: penulisan dengan cetak miring dan tebal seperti itu akan digunakan pada pembahasan-pembahasan selanjutnya untuk menunjukkan perintah-perintah yang harus dilakukan dan tanda garis miring [/] menunjukkan langkah selanjutnya yang harus dikerjakan) tampak seperti pada gambar di bawah ini:

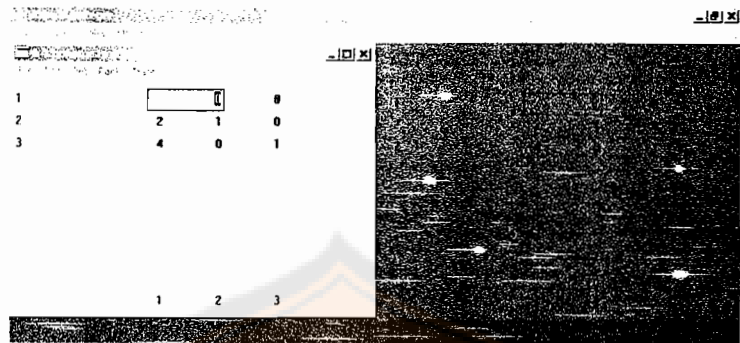


- 3.) Menentukan ordo suatu matriks dilakukan dengan cara klik *Matrix/Identity/ketik bilangan yang diinginkan/ok*, tampak seperti pada gambar di bawah ini:





- 4.) Mengganti elemen-elemen matriks dilakukan dengan cara *klik pada elemen matriks yang ingin diganti/ketik angka yang diinginkan untuk mengganti elemen yang dimaksud/tekan enter/lakukan sampai elemen terakhir atau tulisan Esc Stops autofeed hilang*, tampak seperti gambar di bawah ini:



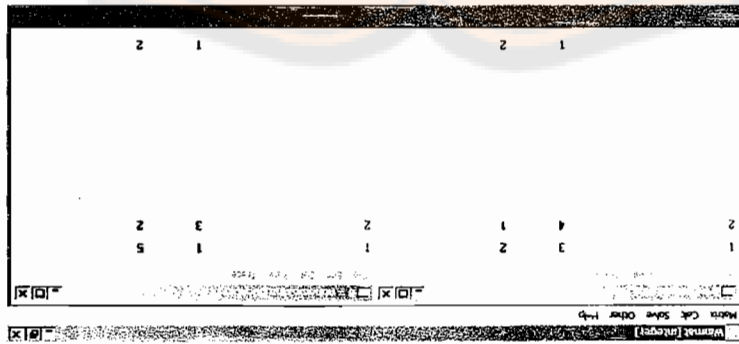
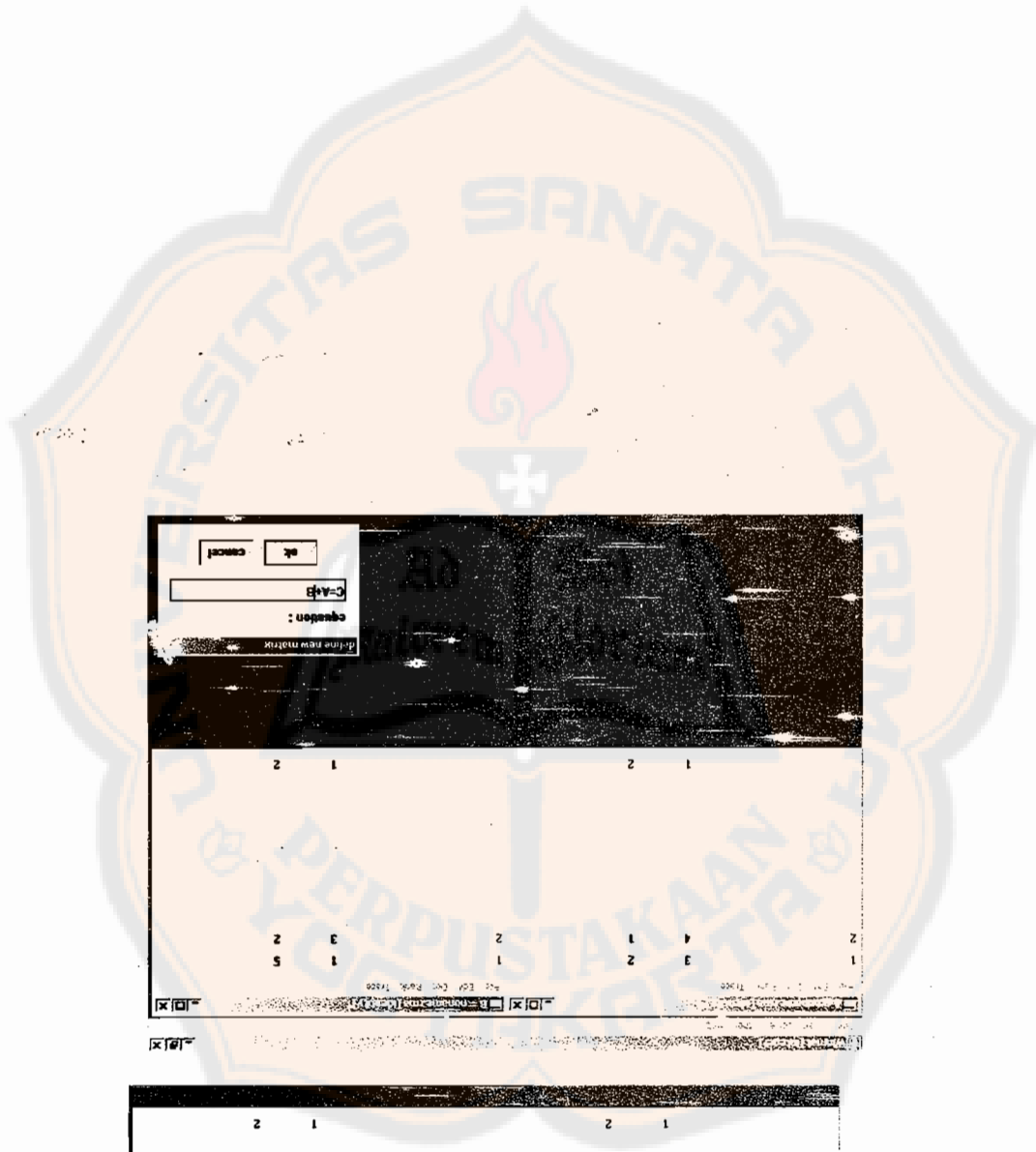
Melakukan operasi aljabar pada matriks

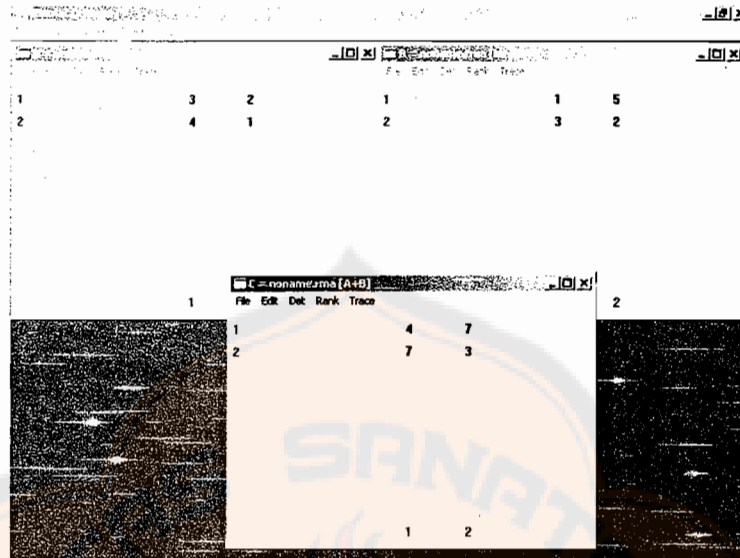
Bentuk dua buah matriks yang berbeda dengan ordo sama, misal matriks $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$

dan matriks $\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

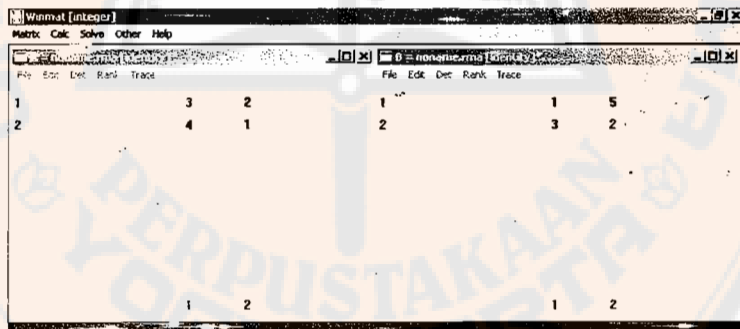
- 1.) Penjumlahan dua buah matriks dilakukan dengan cara *buat dua buah matriks yang berbeda dengan ordo yang sama/klik Calc/ketik C=A+B/ok atau tekan enter*, tampak seperti pada gambar berikut ini:

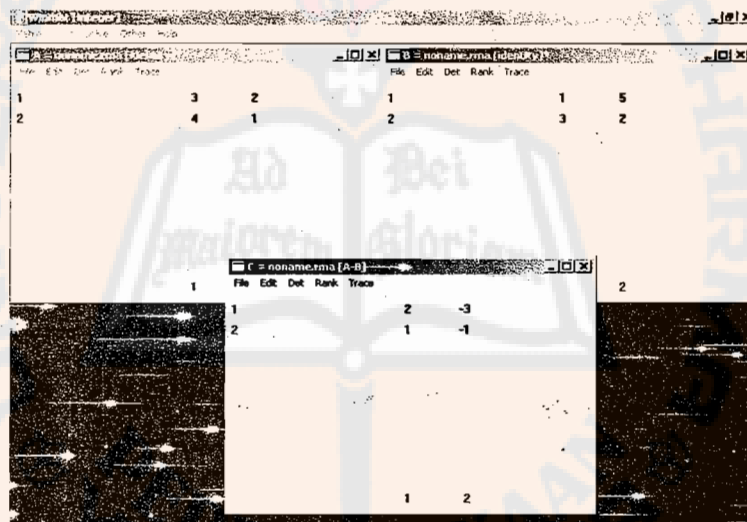
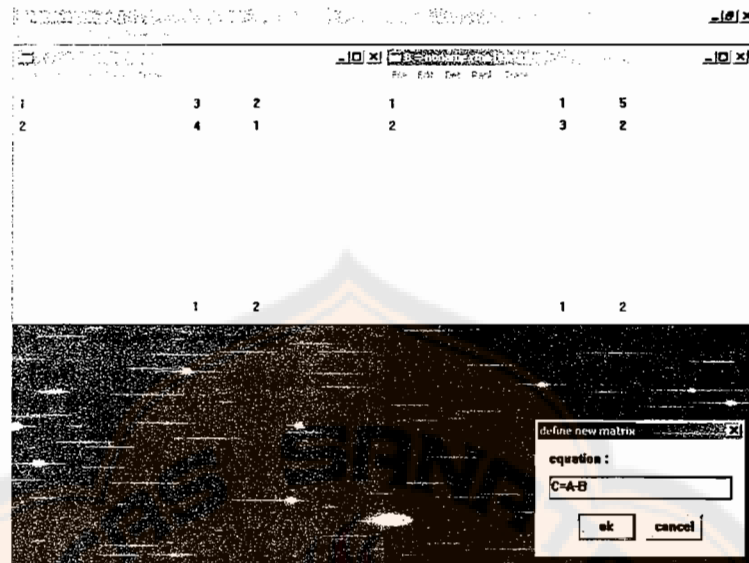
PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI





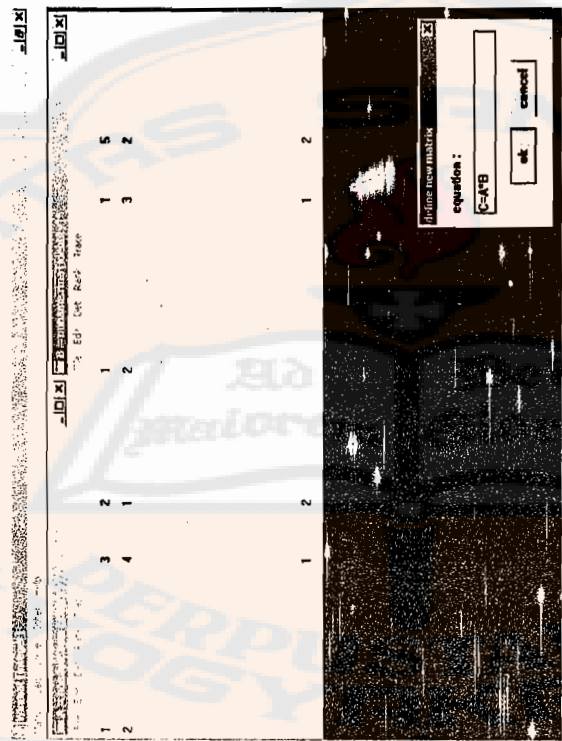
2.) Pengurangan dua buah matriks dilakukan dengan cara *buat dua buah matriks yang berbeda dengan ordo yang sama/klik Calc/ketik $C=A-B$ /ok atau tekan enter*, tampak seperti pada gambar di bawah ini:





- 3.) Perkalian dua buah matriks dilakukan dengan cara *buat dua buah matriks yang berbeda dengan ordo yang sama//klik Calc/ketik C=A*B/ok atau tekan enter,* tampak seperti pada gambar di bawah ini:

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI



The screenshot shows a software window titled "A. nonumama (A)" with a menu bar containing "File", "Edit", "Data", "Rank", "Trace", and "Help". The main area displays a matrix A and its inverse A⁻¹.

	1	2	3	4	5
1	5	2	1	1	5
2	4	1	2	3	2

	1	2
1	5	19
2	7	22

Menentukan determinan, inverse, dan transpose matriks

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 \\ 4 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

Bentuk sebuah matriks, misalkan matriks

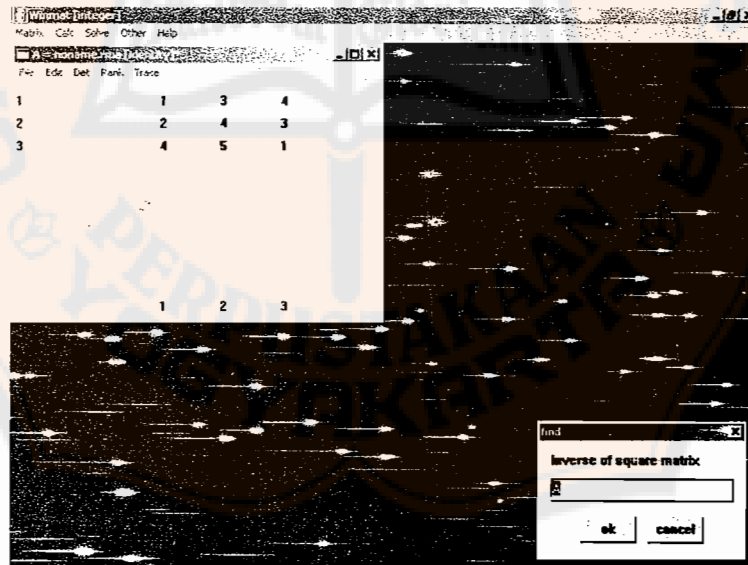
The screenshot shows a software window titled "A. nonumama (A)" with a menu bar containing "File", "Edit", "Data", "Rank", "Trace", and "Help". The main area displays a matrix A and its transpose A^T.

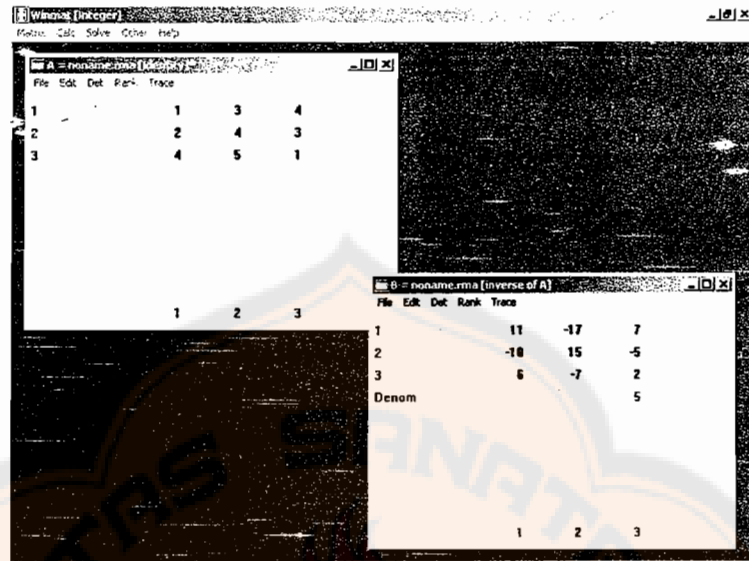
	1	2	3	4
1	1	3	4	3
2	2	4	3	1
3	4	5	1	1

1.) Menentukan determinan matriks dilakukan dengan cara klik *Det*, tampak seperti pada gambar di bawah ini:

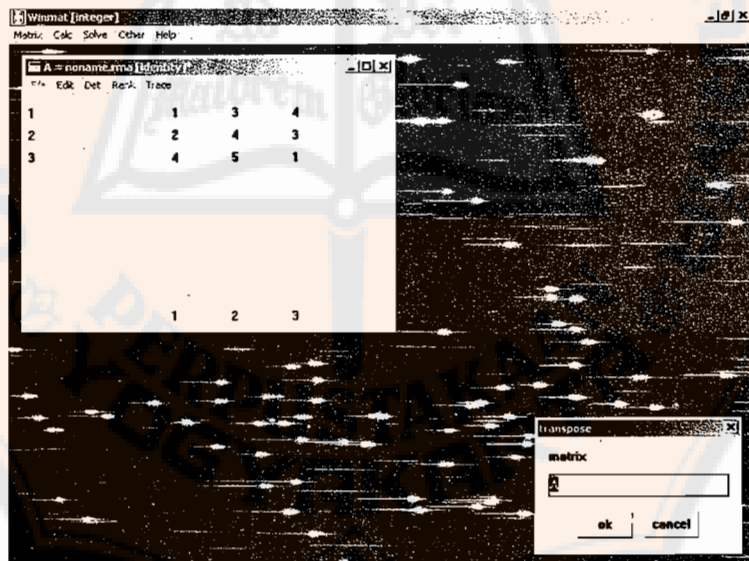


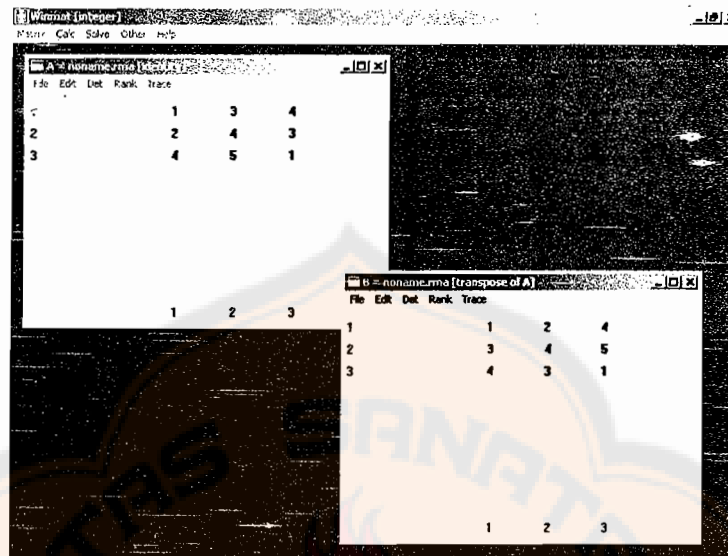
2.) Menentukan inverse matriks dengan cara klik *Other/Invert/ok* atau *enter*, tampak seperti pada gambar di bawah ini:





3.) Menentukan transpose matriks dengan cara klik *Other/Transpose/ok* atau tekan *enter*, tampak seperti pada gambar di bawah ini:





Eksplorasi tentang Sifat-sifat Operasi Matriks

1. Amati dan lengkapilah tabel berikut ini dengan bantuan program winmat!

Matriks A	Matriks B	A + B	B + A
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 5 & 2 \\ 5 & 6 & 8 \\ 4 & 8 & 8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 6 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$

Pertanyaan:

- a. Apakah $A+B = B+A$?
- b. Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi penjumlahan antara dua buah matriks persegi yang berbeda berlaku sifat komutatif? Sebutkan alasannya!

2. Amati dan lengkapilah tabel berikut ini dengan bantuan program *winmat*!

Matriks A	Matriks (- A)	A + (- A)	(- A) + A
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$

Pertanyaan:

- a. Apakah $A+(-A) = (-A)+A$?
- b. Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi penjumlahan antara dua buah matriks persegi yang berbeda ada unsur identitasnya? Jika ya, matriks apakah yang menjadi unsur identitas tersebut?

3. Amati dan lengkapilah tabel berikut ini dengan bantuan program *winmat*!

Matriks A	Matriks B	Matriks C	(A+B)	(B+C)	A+(B+C)	(A+B)+C
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 7 & 13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 5 & 13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8 & 10 \\ 8 & 17 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 13 & 10 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 10 \\ 11 & 12 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$

Pertanyaan:

- Apakah $A+(B+C)=(A+B)+C$?
- Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi penjumlahan antara tiga buah matriks persegi yang berbeda berlaku sifat asosiatif ?

Sebutkan alasannya!

4. Amati dan lengkapilah tabel berikut ini dengan bantuan program *winmat*!

Matriks A	Matriks B	A x B	B x A
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 12 & 10 \\ 26 & 24 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 20 & 17 & 13 \\ 29 & 27 & 23 \\ 22 & 20 & 15 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 6 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$
---	---	---	---

Pertanyaan:

- Apakah $A \times B = B \times A$?
- Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi perkalian antara dua buah matriks persegi yang berbeda berlaku sifat komutatif? Sebutkan alasannya!

5. Amati dan lengkapi tabel berikut ini dengan bantuan program *winmat!*

Matriks A	Matriks I	A x I	I x A
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$

Pertanyaan:

- a. Apakah $AxI = IxA$?
- b. Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi perkalian antara sebuah matriks persegi dengan matriks identitasnya berlaku sifat komutatif? Sebutkan alasannya!

6. Amati dan lengkapilah tabel berikut ini dengan bantuan program *winmat*!

Matriks A	Matriks B	Matriks C	(AxB)	(BxC)	Ax(BxC)	(AxB)xC
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$				
$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 6 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$				

Pertanyaan:

- a. Apakah $Ax(BxC) = (AxB)xC$?
- b. Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi perkalian antara tiga buah matriks persegi yang berbeda berlaku sifat asosiatif? Sebutkan alasannya!

Skenario Sajian (untuk guru)

- a. Pokok bahasan : Sifat-sifat Aljabar Matriks.
- b. Fasilitas : artikel-artikel tentang program *winmat* (sebagai referensi: <http://math.Exeter.edu/rparris/winmat.html>) dan buku-buku matematika untuk

SMA kelas XII (sebagai referensi : Wirodikromo, Sartono., Matematika Untuk SMU Jilid 4, Erlangga, Jakarta, 1995); komputer yang di dalamnya terdapat program aplikasi *winmat*.

- c. Pembagian waktu : pretest (10 menit), memberi informasi / menjelaskan pengetahuan sekilas tentang *winmat* kepada siswa + tanya jawab mengenai *winmat* (10 menit), eksplorasi siswa terhadap program *winmat* tentang sifat-sifat aljabar matriks (60 menit), posttest (10 menit).
- d. Aktivitas guru : pada awal dan akhir pelajaran guru memberikan test (pretest dan posttest), sebelum siswa melakukan eksplorasi program guru memberikan informasi tentang program yang akan dieksplorasi oleh siswa, pada saat siswa mengeksplorasi program guru berkeliling kelas untuk memantau kegiatan siswa dan membimbing siswa yang mengalami kesulitan dalam mengeksplorasi program.
- f. Aktivitas siswa : pada awal dan akhir pelajaran siswa mengikuti test (pretest dan posttest), siswa mendengarkan dan menanggapi penjelasan dari guru mengenai program yang akan dieksplorasi, siswa melakukan eksplorasi terhadap program *winmat* sesuai dengan prosedur yang terdapat pada "Lembaran Kegiatan".

Pada pelaksanaannya penulis akan menggunakan alat bantu viewer untuk menampilkan hasil setelah mengikuti atau melakukan langkah-langkah yang terdapat pada modul sehingga siswa-siswi dapat mencocokkan hasil pengerjaannya dengan apa yang ditampilkan oleh penulis. Berikut ini akan disajikan *modul pembelajaran* tentang "Sifat-sifat Aljabar Matriks":

Tujuan : Siswa dapat menjelaskan sifat-sifat matriks dengan menggunakan program *winmat*.

Pokok Bahasan : Operasi Matriks

Kelas : XII

Bahan : Buku matematika SMA untuk kelas XII dan Program *winmat*

Waktu : 2 jam pelajaran (2 x 45 menit)

A. Menyusun Matriks dan Elemen-elemen Matriks

1. Buka jendela utama *winmat*: klik My Document kemudian klik icon

“ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ Winmat”. Langkah ini dapat ditulis *My Document / $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ Winmat*

(sebagai catatan: cara penulisan tersebut akan digunakan untuk penulisan langkah-langkah selanjutnya). Perhatikan gambar berikut ini:



2. Pilih *winmat* untuk elemen-elemen matriksnya bilangan bulat:

Matrix/Numerical Mode/Integer. Perhatikan gambar berikut ini:





3. Menentukan ordo suatu matriks:

a. *Matrix/Zeros/ketik angka yang diinginkan sebagai jumlah baris dan jumlah kolom pada matriks/ok* (misalnya ketik angka 2 pada kotak *row* untuk menentukan jumlah baris matriksnya adalah dua, dan ketik angka 2 lagi pada kotak *col* untuk menentukan jumlah kolom matriksnya adalah dua, jadi matriks yang dibuat adalah matriks berordo 2x2)

b. *Matrix/Identity/ketik angka yang diinginkan sebagai ordo matriks/ok* (misalnya ketik angka 2 untuk membuat matriks berordo 2 x 2, atau ketik angka 3 untuk membuat matriks berordo 3 x 3).

4. Mengganti elemen-elemen matriks: *klik pada elemen yang ingin diganti/ketik angka pengganti/enter* (lakukan terus sampai tulisan Esc Stop autofeed hilang).

5. Menutup jendela *winmat*: *klik tanda x* pada sudut kanan atas dari setiap jendela yang dibuka.

B. Melakukan Operasi Aljabar Matriks

Buatlah 2 matriks yang berbeda dengan ordo yang sama dengan menggunakan

program *winmat!* (misalnya matriks $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ sebagai matriks A, dan $\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ sebagai

matriks B, nama matriks dilihat pada sudut kiri atas dari jendela *winmat* yang memuat matriks yang dioperasikan)

1. Penjumlahan matriks (A + B) : *Calc/ketik C=A+B/ok*

Hasilnya adalah $(A+B) = C = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$

2. Pengurangan matriks (A – B) : **Calc/ketik C=A-B/ok**

Hasilnya adalah (A – B) = C = $\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$

3. Perkalian matriks (A x B) : **Calc/ketik C=A*B/ok**

Hasilnya adalah (A x B) = C = $\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$

C. Menentukan Determinan, Invers, Traspose Matriks

Buatlah sebuah matriks! misalnya $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 \\ 4 & 5 & 1 \end{bmatrix}$

1. Menentukan determinan suatu matriks: **klik Det**

Hasilnya adalah Det = ...

2. Menentukan inverse suatu matriks: **Other/Invert/ok**

Hasilnya adalah matriks $\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$

3. Menentukan transpose suatu matriks: **Other/Transpose/ok**

Hasilnya adalah matriks $\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$

D. Eksplorasi tentang Sifat-sifat Operasi Matriks

1. Amati dan lengkapi tabel berikut ini dengan bantuan program *winmat*!

Matriks A	Matriks B	A + B	B + A
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 5 & 2 \\ 5 & 6 & 8 \\ 4 & 8 & 8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 6 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$

Pertanyaan:

- Apakah $A+B = B+A$?
- Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi penjumlahan antara dua buah matriks persegi yang berbeda berlaku sifat komutatif? Sebutkan alasannya!

Jawaban: ...

2. Amati dan lengkapi tabel berikut ini dengan bantuan program *winmat!*

Matriks A	Matriks (- A)	A + (- A)	(- A) + A
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$

Pertanyaan:

- Apakah $A+(-A) = (-A)+A$?
- Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi penjumlahan antara dua buah matriks persegi yang berbeda ada unsur identitasnya? Jika ya, matriks apakah yang menjadi unsur identitas tersebut?

Jawaban: ...

3. Amati dan lengkapilah tabel berikut ini dengan bantuan program *winmat*!

Matriks A	Matriks B	Matriks C	(A+B)	(B+C)	A+(B+C)	(A+B)+C
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 7 & 13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 5 & 13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8 & 10 \\ 8 & 17 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 13 & 10 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 10 \\ 11 & 12 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$

Pertanyaan:

- Apakah $A+(B+C) = (A+B)+C$?
- Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi penjumlahan antara tiga buah matriks persegi yang berbeda berlaku sifat asosiatif? Sebutkan alasannya!

Jawaban: ...

4. Amati dan lengkapilah tabel berikut ini dengan bantuan program *winmat*!

Matriks A	Matriks B	A x B	B x A
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 12 & 10 \\ 26 & 24 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 20 & 17 & 13 \\ 29 & 27 & 23 \\ 22 & 20 & 15 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 6 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$

Pertanyaan:

- Apakah $AxB = BxA$?
- Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi perkalian antara dua buah matriks persegi yang berbeda berlaku sifat komutatif?

Sebutkan alasannya!

Jawaban: ...

- Amati dan lengkapilah tabel berikut ini dengan bantuan program *winmat!*

Matriks A	Matriks I	$A \times I$	$I \times A$
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$

Pertanyaan:

- Apakah $AxI = IxA$?
- Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi perkalian antara sebuah matriks persegi dengan matriks identitasnya berlaku sifat komutatif? Sebutkan alasannya!

Jawaban: ...

6. Amati dan lengkapilah tabel berikut ini dengan bantuan program *wimat!*

Matriks A	Matriks B	Matriks C	(AxB)	(BxC)	Ax(BxC)	(AxB)xC
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$				
$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 6 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$				

Pertanyaan:

- a. Apakah $Ax(BxC) = (AxB)xC$?
- b. Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi perkalian antara tiga buah matriks persegi yang berbeda berlaku sifat asosiatif? Sebutkan alasannya!

Jawaban: ...

Soal-soal pretest (sebelum menggunakan program winmat):

1. Apakah pada operasi penjumlahan antara dua buah matriks yang berbeda berlaku sifat komutatif? Jelaskan alasannya!
2. Apakah pada operasi perkalian antara dua buah matriks yang berbeda berlaku sifat komutatif? Jelaskan alasannya!
3. Apakah pada operasi penjumlahan maupun pada operasi perkalian antara tiga buah matriks yang berbeda berlaku sifat asosiatif? Jelaskan alasannya!

Jawaban:

Soal-soal posttest (sesudah mempelajari winmat):

1. Apakah pada operasi penjumlahan antara dua buah matriks yang berbeda berlaku sifat komutatif? Jelaskan alasannya!
2. Apakah pada operasi perkalian antara dua buah matriks yang berbeda berlaku sifat komutatif? Jelaskan alasannya!
3. Apakah pada operasi penjumlahan maupun pada operasi perkalian antara tiga buah matriks yang berbeda berlaku sifat asosiatif? Jelaskan alasannya!

Jawaban:

Soal-soal Kuisisioner:

1. Adakah kesulitan yang anda alami saat mempelajari materi matriks di kelas (tanpa menggunakan program *winmat*)? Jika ya, sebutkan kesulitan-kesulitannya!
2. Adakah kesulitan yang anda alami saat materi matriks dengan menggunakan program *winmat*? jika ya, sebutkan kesulitan-kesulitannya!
3. Bagaimanakah pendapat anda mengenai pembelajaran matriks dengan menggunakan program *winmat*?

Jawaban:

BAB V

UJI COBA DAN PEMBAHASAN

A. Subjek Penelitian

Uji coba pembelajaran matriks dengan menggunakan program *winmat* ini dilaksanakan di SMA K. Sang Timur Yogyakarta, dengan mengambil sampel siswa-siswi kelas XII IPA yang berjumlah 16 orang terdiri dari 10 siswa laki-laki dan 6 siswa perempuan. Berdasarkan hasil wawancara dengan guru pengampu bidang studi matematika di kelas tersebut penulis mendapat pernyataan bahwa siswa-siswi kelas XII IPA ini mudah untuk diatur dan tidak banyak melakukan tindakan-tindakan yang aneh sehingga dapat mengganggu jalannya pembelajaran.

Uji coba dilakukan di laboratorium komputer yang cukup luas, bersih, dan banyak terdapat jendela sebagai ventilasi udara, dengan jumlah komputer yang tersedia sebanyak 13 unit, tetapi yang bisa dicopy atau diinstal program *winmat* hanya 10 unit. Pada saat pelaksanaan uji coba ternyata komputer yang bisa digunakan hanya 8 unit, karena 2 unit yang lain mengalami kerusakan sehingga untuk 1 unit komputer digunakan untuk 2 siswa. Pembelajaran matriks dengan menggunakan program *winmat* ini menjadi semakin lancar karena penyaji materi (dalam hal ini penulis) menggunakan viewer (yang tersedia di sekolah) untuk menampilkan tampilan-tampilan jendela *winmat* beserta langkah-langkah pengerjaannya pada komputer.

B. Tahapan Uji Coba

1. Persiapan

Pada tahap ini penulis mempersiapkan materi yang akan disajikan pada saat uji coba dan membuat modul pembelajaran yang akan dibagikan kepada siswa. Modul yang digunakan adalah modul pembelajaran dengan pokok bahasan sifat-sifat matriks. Penulis mempersiapkan soal-soal pretest dan posttest sebagai alat untuk mengetahui tingkat pemahaman siswa terhadap materi yang diajarkan (sifat-sifat aljabar matriks), juga soal-soal kuisisioner sebagai alat untuk mengetahui tanggapan siswa terhadap pembelajaran matriks dengan menggunakan program *winmat*.

a. Pretest dilakukan pada saat pembelajaran dimulai sebelum pembahasan materi. Pretest dilakukan dengan tujuan agar penulis sebagai peneliti mengetahui pemahaman siswa mengenai materi matriks (sifat-sifat aljabar matriks) sebelum mengikuti pembelajaran matriks dengan menggunakan program *winmat*.

b. Posttest dilakukan pada saat pembelajaran hampir berakhir setelah siswa melakukan kegiatan sesuai dengan prosedur yang termuat dalam "Lembaran Kegiatan" untuk siswa. Posttest dilakukan dengan tujuan agar penulis mengetahui pemahaman siswa mengenai materi matriks setelah mengikuti pembelajaran matriks dengan menggunakan program *winmat*.

Pretest dan posttest berisi pertanyaan-pertanyaan yang sama dan berhubungan dengan materi yang diajarkan pada pertemuan saat itu.

c. Kuisisioner diberikan kepada siswa pada akhir uji coba, hal ini dilakukan dengan tujuan agar penulis mengetahui tanggapan siswa mengenai pembelajaran

matriks di kelas (tanpa menggunakan komputer) dan pembelajaran matriks di laboratorium (dengan menggunakan komputer dan bantuan modul pembelajaran). Soal kuisioner ini diharapkan dapat mendorong siswa untuk memberikan pendapat, kritik, dan sarannya mengenai pembelajaran yang telah diuji cobakan (pembelajaran matriks di laboratorium).

Soal-soal pretest (sebelum menggunakan program winmat):

1. Apakah pada operasi penjumlahan antara dua buah matriks yang berbeda berlaku sifat komutatif? Jelaskan alasannya!
2. Apakah pada operasi perkalian antara dua buah matriks yang berbeda berlaku sifat komutatif? Jelaskan alasannya!
3. Apakah pada operasi penjumlahan maupun pada operasi perkalian antara tiga buah matriks yang berbeda berlaku sifat asosiatif? Jelaskan alasannya!

Soal-soal posttest (sesudah menggunakan winmat):

1. Apakah pada operasi penjumlahan antara dua buah matriks yang berbeda berlaku sifat komutatif? Jelaskan alasannya!
2. Apakah pada operasi perkalian antara dua buah matriks yang berbeda berlaku sifat komutatif? Jelaskan alasannya!
3. Apakah pada operasi penjumlahan maupun pada operasi perkalian antara tiga buah matriks yang berbeda berlaku sifat asosiatif? Jelaskan alasannya!

Soal-soal Kuisisioner:

1. Adakah kesulitan yang anda alami saat mempelajari materi matriks di kelas (tanpa menggunakan program *winmat*)? Jika ya, sebutkan kesulitan-kesulitannya!
2. Adakah kesulitan yang anda alami saat materi matriks dengan menggunakan program *winmat*? jika ya, sebutkan kesulitan-kesulitannya!
3. Bagaimanakah pendapat anda mengenai pembelajaran matriks dengan menggunakan program *winmat*?

Setelah penulis selesai menyusun soal-soal pretest, posttest, dan kuisisioner kemudian penulis mempersiapkan dan menyusun kriteria-kriteria penilaian dari soal-soal tersebut.

Kriteria-kriteria penilaiannya adalah sebagai berikut:

Cara pemberian skor untuk kriteria jawaban pretest dan posttest

- a. Skor untuk soal nomor 1 dan nomor 2

Skor 10, jika jawaban siswa ya dan alasan benar.

Skor 5, jika jawaban siswa ya dan alasan salah.

Skor 5, jika jawaban siswa tidak dan alasan benar.

Skor 1, jika jawaban siswa tidak dan alasan salah.

Skor 0, jika siswa tidak memberikan jawaban.

- b. Skor untuk soal nomor 3

Pada penjumlahan:

Skor 10, jika jawaban siswa ya dan alasan benar.

Skor 5, jika jawaban siswa ya dan alasan salah.

Skor 5, jika jawaban siswa tidak dan alasan benar.

Skor 1, jika jawaban siswa tidak dan alasan salah.

Skor 0, jika siswa tidak memberikan jawaban.

Pada perkalian:

Skor 10, jika jawaban siswa ya dan alasan benar.

Skor 5, jika jawaban siswa ya dan alasan salah.

Skor 5, jika jawaban siswa tidak dan alasan benar.

Skor 1, jika jawaban siswa tidak dan alasan salah.

Skor 0, jika siswa tidak memberikan jawaban.

Jumlah soal ada 3, dengan jawaban benar atau salah dan pertanyaan 'mengapa', jadi skor maksimum adalah 40 dan skor minimum adalah 0. Nilai siswa akan dihitung dengan rumus sebagai berikut:

$$\text{Nilai} = \frac{\text{jumlah skor} \times 10}{4}$$

Klasifikasi interval perubahan (peningkatan dan penurunan) nilai pretest dan posttest siswa yang diharapkan dapat menunjukkan perubahan (peningkatan atau penurunan) pemahaman siswa tentang materi yang diajarkan adalah dengan menggunakan tabel 5.1 berikut ini:

Tingkat Perubahan	0 – 25 (pretest)	26 – 50 (pretest)	51 – 75 (pretest)	76 – 100 (pretest)	Keterangan
1	< 0	< 0	< 0	< 0	Sangat Rendah
2	0 – 15	0 – 10	0 – 5	0 – 3	Rendah
3	16 – 30	11 – 20	6 – 10	4 – 6	Sedang
4	31 – 45	21 – 30	11 – 20	7 – 10	Tinggi
5	> 45	> 30	> 21	> 11	Sangat Tinggi

Tabel 5.1 Kriteria Tingkat Perubahan

Tingkat perubahan yang dimaksud adalah tingkat perubahan pemahaman siswa yang diperoleh dari selisih antara nilai posttest dengan nilai pretest. Tingkat perubahan yang kurang dari nol (< 0) disebut *penurunan*, dan tingkat perubahan yang lebih besar dari nol (> 0) disebut *peningkatan*. Kriteria tingkat perubahan masing-masing diberi nilai seperti yang dapat dilihat pada tabel 5.2 berikut ini:

Tingkat Perubahan	Keterangan	Nilai
1	Sangat Rendah	10
2	Rendah	30
3	Sedang	50
4	Tinggi	70
5	Sangat Tinggi	90

Tabel 5.2 Nilai Tingkat Perubahan

Pada tahap persiapan penulis juga mencari dan memilih sekolah yang bisa dan boleh digunakan untuk pelaksanaan uji coba, penulis memilih SMA K. Sang Timur Yogyakarta. Penulis menghubungi pihak sekolah yaitu guru pengampu bidang studi matematika dan kepala sekolah guna meminta ijin untuk

melaksanakan uji coba di sekolah tersebut. Setelah diberi ijin secara lisan oleh pihak sekolah, penulis meminta surat pengantar uji coba dari pihak kampus untuk diserahkan kepada pihak sekolah. Penulis memberikan surat pengantar dari pihak kampus kepada pihak sekolah dan kemudian membuat kesepakatan waktu dan tempat pelaksanaan uji coba, yaitu Senin, 21 Maret 2005 pukul 12.15 di laboratorium komputer lantai II.

Sebelum hari pelaksanaan uji coba penulis mempersiapkan program *winmat* dengan cara menginstal atau mengcopy program dari disket ke dalam komputer yang tersedia di laboratorium, dan meminjam viewer untuk menampilkan tampilan-tampilan *winmat* saat pembelajaran.

2. Pelaksanaan

Uji coba dilaksanakan di laboratorium komputer SMA K. Sang Timur Yogyakarta, pada hari Senin, tanggal 21 Maret 2005, pukul 12.15 – 13.45 dengan jumlah siswa sebanyak 16 orang terdiri dari 10 siswa laki-laki dan 6 siswa perempuan yang merupakan siswa-siswi kelas XII IPA. Pada saat pelaksanaan uji coba komputer yang bisa digunakan hanya 8 unit karena yang 2 unit sedang mengalami kerusakan sehingga 1 unit komputer digunakan oleh 2 orang.

Pelaksanaan uji coba berjalan dengan lancar walaupun 1 unit komputer digunakan untuk 2 orang suasana kelas tetap terkendali, siswa terlihat aktif melakukan kegiatan sesuai dengan petunjuk yang tertulis dalam modul, dan dalam mengisi atau melengkapi tabel saat eksplorasi siswa saling bekerja sama dengan teman sebangku sehingga pengisian tabel cepat terselesaikan.

Jika siswa mengalami kesulitan mengikuti langkah-langkah pada modul maka penulis (peneliti) memandu siswa dengan menampilkan langkah-langkah pengerjaan seperti yang tertera pada modul dan mengajak siswa melakukan langkah-langkah tersebut secara bersama-sama dan setelah itu mencocokkannya dengan tampilan pada layar (viewer).

Pretest dilakukan di awal pembelajaran kemudian posttest dan kuisisioner dilakukan di akhir pembelajaran. Pelaksanaan pretest, posttest, dan kuisisioner ini berjalan kurang lancar karena para siswa tidak membawa alat tulis sehingga waktu yang diperlukan menjadi lebih banyak atau dengan kata lain waktu menjadi mundur dari yang direncanakan (tertera pada modul pembelajaran pada bab IV).

3. Penarikan Kesimpulan

Penulis melakukan pembahasan tentang data-data yang diperoleh saat pelaksanaan uji coba dan menyimpulkan hasilnya sesuai dengan kriteria-kriteria yang telah dipersiapkan pada tahap persiapan. Data-data berupa hasil pengamatan penulis dan hasil pengerjaan pretest, posttest, dan kuisisioner siswa.

Penarikan kesimpulan mengenai *berhasil atau tidaknya* pembelajaran matriks dengan menggunakan program *winmat* ini dapat dilihat dari tabel 5.1 dan tabel 5.2 yaitu tentang tingkat perubahan pemahaman siswa terhadap materi yang dipelajari dengan cara perhitungan nilai rata-rata tingkat perubahan dari seluruh siswa adalah sebagai berikut:

$$NR = \frac{\sum \text{Nilai}}{\sum \text{Siswa}} = \frac{\sum N}{16}$$

Kriteria tingkat keberhasilan pembelajaran dapat dilihat pada tabel 5.3 berikut ini:

Nilai Rata-rata Tingkat Perubahan	Keterangan
0 – 20	Sangat Tidak Berhasil
21 – 40	Tidak Berhasil
41 – 60	Cukup Berhasil
61 – 80	Berhasil
81 - 100	Sangat Berhasil

Tabel 5.3 Kriteria Keberhasilan Pembelajaran

C. Hasil Uji Coba

1. Hasil Pengamatan

Pengamatan dilakukan oleh observer dan penguji coba, dengan hasil sebagai berikut:

Pengamatan oleh Observer: siswa terlihat aktif dan tidak mengalami kesulitan dalam pengoperasian program, tetapi siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikan soal-soal yang termuat dalam modul. Kurang adanya pembatasan waktu dari penyaji sehingga waktu untuk posttest menjadi berkurang.

Pengamatan oleh Penulis: siswa antusias mengikuti langkah-langkah yang ditulis dalam modul, siswa kreatif saat melengkapi tabel yaitu dengan cara bekerja sama dengan teman sebangku sehingga pengisian tabel menjadi lebih cepat, siswa mandiri dalam arti siswa tidak banyak mengalami kesulitan saat mengoperasikan program dengan menggunakan modul. Penulis merasa kurang waktu saat pelaksanaan uji coba karena pada saat pretest dan posttest siswa tidak membawa

pena jadi antara satu siswa dengan siswa yang lain harus saling bergantian dalam mengerjakan soal-soal test tersebut.

2. Hasil Pretest, Posttest, dan Kuisisioner

Data jawaban pretest dan posttest siswa dapat dilihat pada tabel 5.4 berikut:

No	Jawaban	Pretest	Posttest		
1.	Ya, dengan alasan	16 siswa	15 siswa		
	Ya, tanpa alasan				
	Tidak, dengan alasan				
	Tidak, tanpa alasan				
	Kosong			1 siswa	
2	Ya, dengan alasan	16 siswa	15 siswa		
	Ya, tanpa alasan				
	Tidak, dengan alasan				
	Tidak, tanpa alasan				
	Kosong			1 siswa	
3. (+)	Ya, dengan alasan	14 orang	12 orang		
	Ya, tanpa alasan				
	Tidak, dengan alasan				
	Tidak, tanpa alasan				
	Kosong			2 orang	4 orang
3. (x)	Ya, dengan alasan	5 orang	10 orang		
	Ya, tanpa alasan				
	Tidak, dengan alasan			10orang	5 orang
	Tidak, tanpa alasan				
	Kosong			1 orang	1 orang

Tabel 5.4 Data Jawaban Pretest dan Posttest

Keterangan untuk nomor 3 pada Tabel 5.4.

(+) berarti jawaban siswa untuk soal penjumlahan

(x) berarti jawaban siswa untuk soal perkalian

Beberapa contoh hasil pekerjaan siswa untuk pretest dan posttest dapat dilihat pada Lampiran III.

Data jawaban kuisisioner siswa dapat dilihat pada tabel 5.5 berikut ini:

No	Jawaban	Kuisisioner	
1.	Ada, dengan alasan	8 orang	
	Ada, tanpa alasan		
	Tidak, dengan alasan		
	Tidak, tanpa alasan		
	Kosong		
2.	Ada, dengan alasan	3 orang	
	Ada, tanpa alasan		
	Tidak, dengan alasan		
	Tidak, tanpa alasan		10 orang
	Kosong		3 orang
3.	Positif	14 orang	
	Negatif	1 orang	
	Kosong	1 orang	

Tabel 5.5 Data Jawaban Kuisisioner

Beberapa contoh hasil pekerjaan siswa untuk kuisisioner dapat dilihat pada Lampiran III.

Skor dan nilai pretest dan posttest yang dikerjakan oleh siswa dapat dilihat pada tabel 5.6 berikut ini:

Siswa	Skor Pretest	Nilai Pretest	Skor Posttest	Nilai Posttest
1	21	52,5	30	75
2	31	77,5	35	87,5

3	31	77,5	40	100
4	35	87,5	40	100
5	40	100	40	100
6	31	77,5	40	100
7	35	87,5	40	100
8	31	77,5	40	100
9	35	87,5	40	100
10	30	75	0	0
11	30	75	26	65
12	35	87,5	31	77,5
13	35	87,5	35	87,5
14	35	87,5	25	87,5
15	40	100	21	65
16	40	100	35	87,5

Tabel 5.6 Data Skor dan Nilai Pretest dan Posttest

D. Pembahasan

1. Pemahaman siswa terhadap materi yang diajarkan (sifat-sifat aljabar matriks)

Tingkat perubahan pemahaman masing-masing siswa terhadap materi yang diajarkan (sifat-sifat aljabar matriks) dapat dilihat pada tabel 5.7 berikut:

Siswa	Nilai Pretest	Nilai Posttest	Tingkat Perubahan	Kriteria
1	52,5	75	22,5	Sangat tinggi
2	77,5	87,5	10	Tinggi
3	77,5	100	22,5	Sangat Tinggi

4	87,5	100	12,5	Sangat Tinggi
5	100	100	0	Rendah
6	77,5	100	22,5	Sangat Tinggi
7	87,5	100	12,5	Sangat Tinggi
8	77,5	100	22,5	Sangat Tinggi
9	87,5	100	12,5	Sangat Tinggi
10	75	0	- 75	Sangat Rendah
11	75	65	- 10	Sangat Rendah
12	87,5	77,5	- 10	Sangat Rendah
13	87,5	87,5	0	Rendah
14	87,5	87,5	0	Rendah
15	100	65	- 35	Sangat Rendah
16	100	87,5	- 12,5	Sangat Rendah

Tabel 5.7 Tingkat Perubahan Masing-masing Siswa

Nilai tingkat perubahan dari masing-masing siswa dapat dilihat pada tabel

5.8 berikut ini:

Siswa	Kriteria	Nilai
1	Sangat Tinggi	90
2	Tinggi	70
3	Sangat Tinggi	90
4	Sangat Tinggi	90
5	Rendah	30
6	Sangat Tinggi	90
7	Sangat Tinggi	90
8	Sangat Tinggi	90
9	Sangat Tinggi	90
10	Sangat Rendah	10
11	Sangat Rendah	10
12	Sangat Rendah	10

13	Rendah	30
14	Rendah	30
15	Sangat Rendah	10
16	Sangat Rendah	10
	\sum Nilai	840

Tabel 5.8 Nilai Tingkat Perubahan Masing-masing Siswa

Nilai rata-rata tingkat perubahan pemahaman dari seluruh siswa adalah sebagai berikut:

$$NR = \frac{\sum \text{Nilai}}{\sum \text{Siswa}} = \frac{840}{16} = 52.5$$

Tingkat perubahan pemahaman seluruh siswa terhadap materi yang diajarkan (sifat-sifat aljabar matriks) dapat dilihat pada tabel 5.9 berikut:

Tingkat Perubahan	Jumlah Siswa	Jumlah Siswa (%)
Sangat Rendah	5	31,25
Rendah	3	18,75
Sedang	-	-
Tinggi	1	6,25
Sangat Tinggi	7	43,75

Tabel 5.9 Tingkat Perubahan Seluruh Siswa

Dari perhitungan tersebut dapat diamati bahwa ada 5 siswa (31,25%) yang mengalami tingkat perubahan "Sangat Rendah" (penurunan), ada 3 siswa (18,75%) yang mengalami tingkat perubahan "Rendah" (peningkatan), ada 1 siswa (6,25%) yang mengalami tingkat perubahan "Tinggi" (peningkatan), dan

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

ada 7 siswa (43,75%) yang mengalami tingkat perubahan “*Sangat Tinggi*” (peningkatan).

Dari 16 siswa terdapat 11 siswa yang mengalami peningkatan pemahaman sehingga penulis menarik kesimpulan bahwa pembelajaran matriks dengan menggunakan program *winmat* yang dilaksanakan pada hari Senin, tanggal 21 Maret 2005, pukul 12.15 – 13.45, di laboratorium komputer SMA K. Sang Timur Yogyakarta dinyatakan “*Cukup Berhasil*”.

2. Tanggapan siswa terhadap pembelajaran matriks dengan *winmat*.

Tanggapan masing-masing siswa mengenai pembelajaran matriks dengan menggunakan *winmat* dapat dilihat pada tabel 5.10 berikut ini:

Siswa	Tanggapan	Sifat
1	Enak, ga usah ngitung	Positif
2	Menyenangkan, kita lebih tau banyak dan dapat mencoba-coba supaya bisa	Positif
3	Mengasyikkan	Positif
4	Mudah, cepat, efisien	Positif
5	Mempermudah menghitung dengan cepat	Positif
6	Program yang cepat, akurat serta ekonomis	Positif
7	Susah-susah ngitungnya	Negatif
8	Membantu mempermudah dalam perhitungan matriks	Positif
9	Ga usah susah-susah menghitung	Positif
10	-	-

11	Lebih enak	Positif
12	Enak juga tuh	Positif
13	Lebih cepat dan mudah...so efisien gitu lho	Positif
14	Enak ga usah ngitung	Positif
15	Keren	Positif
16	enak	Positif

Tabel 5.10 Tanggapan Masing-masing Siswa

Dari tabel 5.10 terlihat bahwa dari 16 siswa yang mengikuti uji coba terdapat 14 siswa yang memberikan tanggapan positif, 1 siswa memberikan tanggapan negatif, dan 1 siswa tidak memberikan tanggapan. Jadi secara keseluruhan tanggapan siswa mengenai pembelajaran matriks dengan menggunakan program *winmat* bersifat positif, oleh karena itu penulis menyimpulkan bahwa pada umumnya siswa di kelas III IPA SMA K. Sang Timur Yogyakarta merasa senang dengan pembelajaran matriks dengan menggunakan program *winmat* yang telah diujicobakan pada hari Senin, tanggal 21 Maret 2005, pukul 12.15 – 13.45.

BAB VI
KESIMPULAN DAN SARAN



A. Kesimpulan

Setelah melakukan eksplorasi program *winmat* dan uji coba aplikasi program *winmat* di SMA K. Sang Timur Yogyakarta, penulis mengambil kesimpulan:

1. Fasilitas-fasilitas yang disediakan oleh program *winmat* guna membantu siswa-siswi kelas XII jurusan IPA mempelajari pokok bahasan sifat-sifat aljabar matriks dalam pelajaran matematika adalah menyusun orde matriks dan elemen-elemennya, mengoperasikan matriks (penjumlahan, pengurangan, perkalian), menentukan determinan suatu matriks, menentukan inverse suatu matriks, dan menentukan transpose suatu matriks. Penulis juga menemukan cara atau usaha yang tepat dalam mengaplikasikan program *winmat* untuk membantu pembelajaran matematika dengan pokok bahasan sifat-sifat aljabar matriks yang dipelajari di kelas XII jurusan IPA pada semester pertama, yaitu dengan memberi kesempatan siswa untuk mengeksplorasi program *winmat* dengan bantuan modul pembelajaran.
2. Penulis mengetahui cara menyusun modul pembelajaran yang tepat sebagai panduan kegiatan belajar siswa dalam mengeksplorasi program *winmat* saat pembelajaran matematika dengan pokok bahasan sifat-sifat aljabar matriks, yaitu di dalam modul selain diberikan cara pengoperasian program *winmat* juga diberikan soal-soal yang harus dikerjakan oleh siswa sebelum siswa tersebut pada akhirnya dapat menyebutkan sifat-sifat aljabar matriks dengan benar.

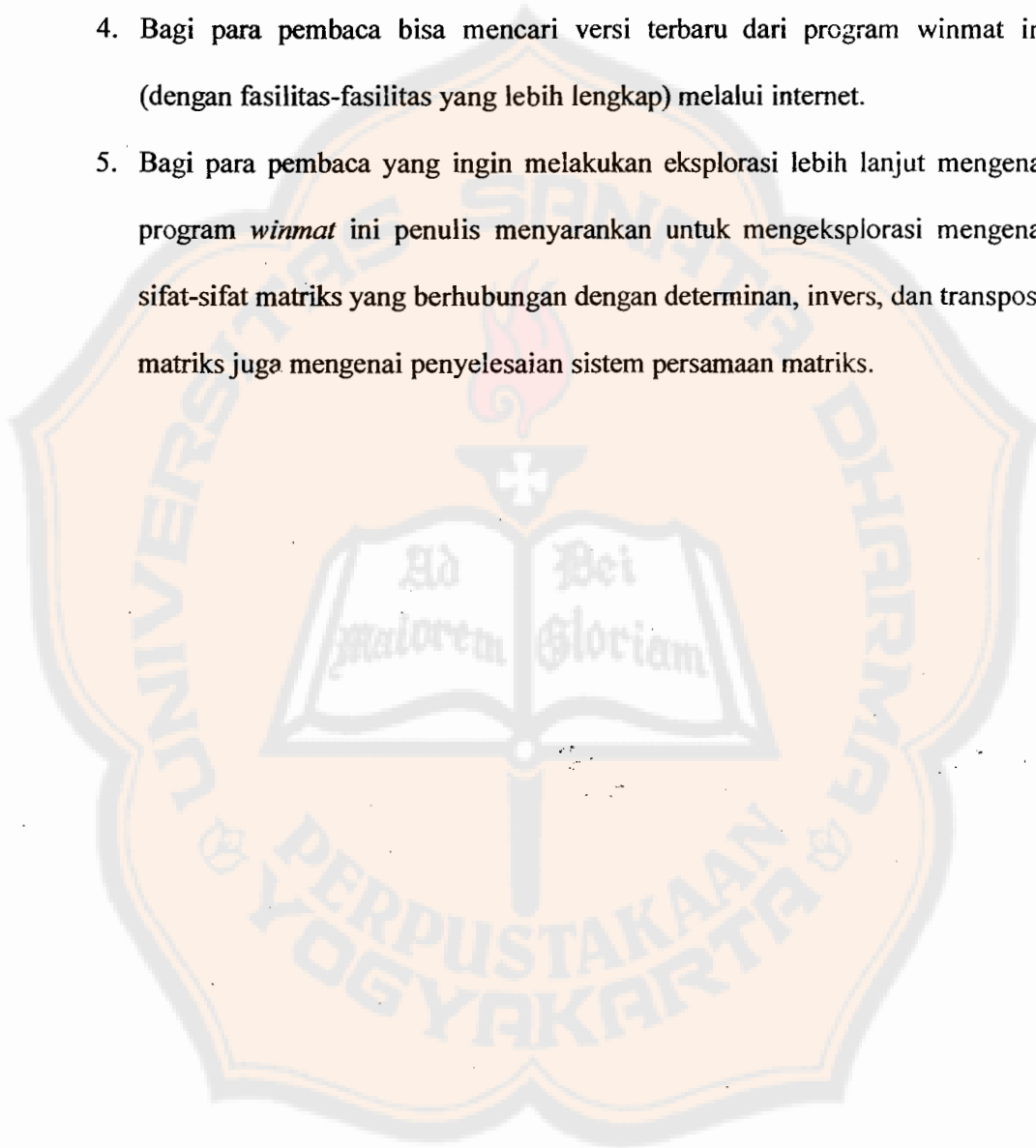
3. Penulis dapat mengetahui berhasil atau tidaknya usaha mengaplikasikan program *winmat* untuk membantu pembelajaran matematika dengan pokok bahasan sifat-sifat aljabar matriks kelas III IPA yang diujicobakan di SMA K. Sang Timur Yogyakarta dengan cara menganalisis data-data yang telah dikumpulkan. Dari 16 siswa yang mengikuti uji coba terdapat 11 siswa yang mengalami peningkatan pemahaman dan 14 siswa yang memberikan tanggapan positif terhadap pembelajaran yang diberikan, sehingga secara keseluruhan pembelajaran dinyatakan cukup berhasil dan siswa merasa senang dengan pembelajaran tersebut.

B. Saran

Penulis akan menuliskan saran untuk para pembaca skripsi ini, yaitu:

1. Bagi guru dan calon guru yang ingin mempraktekkan pemanfaatan program *winmat* ini pada saat pembelajaran matriks, penulis menyarankan untuk mempelajari dan menguasai terlebih dahulu mengenai materi yang akan disampaikan (baik mengenai materi matriks maupun materi *winmat*) setelah itu mempersiapkan pembelajaran dengan baik (mempersiapkan modul, menginstal komputer).
2. Bagi guru dan calon guru yang ingin mempraktekkan pemanfaatan program *winmat* ini pada saat pembelajaran matriks penulis menyarankan untuk lebih kreatif dalam memberikan soal-soal yang menuntun siswa mengarah pada tujuan yang hendak dicapai.

3. Bagi para guru dan calon guru yang akan melakukan uji coba pembelajaran matriks dengan menggunakan program *winmat* di sekolah, penulis menyarankan untuk melakukan uji coba lebih dari satu kali agar data yang diperoleh semakin akurat dan hasilnya semakin baik.
4. Bagi para pembaca bisa mencari versi terbaru dari program *winmat* ini (dengan fasilitas-fasilitas yang lebih lengkap) melalui internet.
5. Bagi para pembaca yang ingin melakukan eksplorasi lebih lanjut mengenai program *winmat* ini penulis menyarankan untuk mengeksplorasi mengenai sifat-sifat matriks yang berhubungan dengan determinan, invers, dan transpose matriks juga mengenai penyelesaian sistem persamaan matriks.



PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

DAFTAR PUSTAKA

- Ayres, Frank, JR, Ph.D (1989). *Matriks (Versi SI / Metrik)*. Jakarta: Erlangga.
- Mulyasa, E, Dr, M.Pd (2003). *Kurikulum Berbasis Kompetensi*. Bandung: PT. Remaja Rosdakarya.
- Hamalik, Oemar, Dr (2003). *Kurikulum dan Pembelajaran*. Bumi Aksara.
- Herman , Hudoyo, Drs, M.Ed (1979). *Pengembangan Kurikulum Matematika dan Pelaksanaannya Di Depan Kelas*. Jakarta: Usaha Nasional.
- Hill, David, R., Kolman, Bernard (2001). *Modern Matrix Algebra*. Prentice Hall International Inc.
- <http://math.exeter.edu/rparris/winmat.html>
- Fajar, Rini, Nanin (2003). *Penggunaan Simulasi Komputer Tentang Pokok Bahasan Probabilitas di Kelas I SMA Budya Wacana I Yogyakarta pada Semester 2 Tahun Ajaran 2002/2003. hasan Probabilitas di Kelas I SMA Budya Wacana I Yogyakarta pada Semester 2 Tahun Ajaran 2002/2003*. Yogyakarta: USD.
- Sujono, Drs (1988). *Pengajaran Matematika Untuk Sekolah Menengah*. Jakarta: Depdikbud.
- Supranto, M.A (1974). *Pengantar Matriks*. Jakarta: Lembaga Penerbit FE. UI.
- Wirodikromo, Sartono (1995). *Matematika Untuk SMU Jilid 4*. Jakarta: Erlangga.

Lampiran I



**MODUL PEMBELAJARAN MATRIKS MENGGUNAKAN
PROGRAM WINMAT**

Tujuan : Siswa dapat menjelaskan sifat-sifat matriks dengan menggunakan program *winmat*.

Pokok Bahasan : Operasi Matriks

Kelas : XII

Bahan : Buku matematika SMA untuk kelas XII dan Program *winmat*

Waktu : 2 jam pelajaran (2 x 45 menit)

A. Menyusun Matriks dan Elemen-elemen Matriks

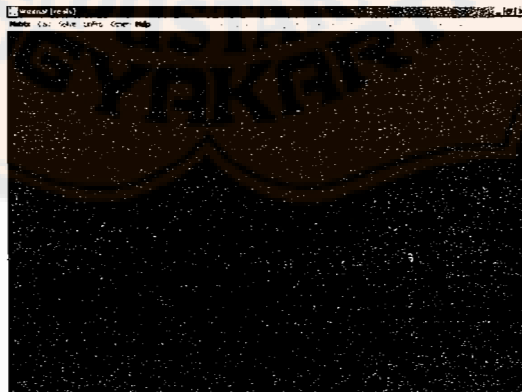
1. Buka jendela utama *winmat*: klik My Document kemudian klik icon

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ "Winmat". Langkah ini dapat ditulis *My Document /*

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ *Winmat* (sebagai catatan: cara penulisan tersebut akan digunakan

untuk penulisan langkah-langkah selanjutnya).

Perhatikan gambar berikut ini:



PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

2. Pilih *winmat* untuk elemen-elemen matriksnya bilangan bulat:

Matrix/Numerical Mode/Integer.

Perhatikan gambar berikut ini:



3. Menentukan ordo suatu matriks:

a. ***Matrix/Zeros/ketik angka yang diinginkan sebagai***

jumlah baris dan jumlah kolom pada matriks/ok

(misalnya ketik angka 2 pada kotak *row* untuk

menentukan jumlah baris matriksnya adalah dua, dan

ketik angka 2 lagi pada kotak *col* untuk menentukan

jumlah kolom matriksnya adalah dua, jadi matriks yang

dibuat adalah matriks berordo 2x2)

b. ***Matrix/Identity/ketik angka yang diinginkan sebagai***

ordo matriks/ok (misalnya ketik angka 2 untuk membuat

matriks berordo 2 x 2, atau ketik angka 3 untuk membuat

matriks berordo 3 x 3).

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

4. Mengganti elemen-elemen matriks: **klik pada elemen yang ingin diganti/ketik angka pengganti/enter** (lakukan terus sampai tulisan Esc Stop autofeed hilang).
5. Menutup jendela *winmat*: **klik tanda x** pada sudut kanan atas dari setiap jendela yang dibuka.

B. Melakukan Operasi Aljabar Matriks

Buatlah 2 matriks yang berbeda dengan ordo yang sama dengan menggunakan program *winmat*! (misalnya matriks $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ sebagai matriks A, dan $\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ sebagai matriks B, nama matriks dilihat pada sudut kiri atas dari jendela *winmat* yang memuat matriks yang dioperasikan)

1. Penjumlahan matriks (A + B) : **Calc/ketik C=A+B/ok**

$$\text{Hasilnya adalah } (A+B) = C = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$$

2. Pengurangan matriks (A - B) : **Calc/ketik C=A-B/ok**

$$\text{Hasilnya adalah } (A - B) = C = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

3. Perkalian matriks (A x B) : **Calc/ketik C=A*B/ok**

$$\text{Hasilnya adalah } (A \times B) = C = \begin{bmatrix} 9 & 19 \\ 7 & 12 \end{bmatrix}$$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

C. Menentukan Determinan, Invers, Traspose Matriks

Buatlah sebuah matriks! misalnya $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 \\ 4 & 5 & 1 \end{bmatrix}$

1. Menentukan determinan suatu matriks: *klik Det*

Hasilnya adalah $\text{Det} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 \\ 4 & 5 & 1 \end{vmatrix} = -5$

2. Menentukan inverse suatu matriks: *Other/Invert/ok*

Hasilnya adalah matriks $\begin{bmatrix} 11 & -17 & 7 \\ -10 & 15 & -5 \\ 6 & -7 & 2 \end{bmatrix}$

3. Menentukan transpose suatu matriks: *Other/Transpose/ok*

Hasilnya adalah matriks $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 1 \end{bmatrix}$

D. Eksplorasi tentang Sifat-sifat Operasi Matriks

1. Amati dan lengkapi tabel berikut ini dengan bantuan program *winmat!*

Matriks A	Matriks B	A + B	B + A
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 5 & 2 \\ 5 & 6 & 8 \\ 4 & 8 & 8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 5 & 2 \\ 5 & 6 & 8 \\ 4 & 8 & 8 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 6 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 8 & 3 \\ 5 & 11 & 11 \\ 7 & 4 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 8 & 3 \\ 5 & 11 & 11 \\ 7 & 4 & 2 \end{bmatrix}$

Pertanyaan:

- a. Apakah $A+B = B+A$? **YA**
- b. Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi penjumlahan antara dua buah matriks persegi yang berbeda berlaku sifat komutatif? Sebutkan alasannya! **YA**

Jawaban: ...

Berdasarkan pengamatan pada tabel
berlaku sifat komutatif penjumlahan
 $A+B = B+A$

2. Amati dan lengkapilah tabel berikut ini dengan bantuan program *winmat*!

Matriks A	Matriks (- A)	$A + (-A)$	$(-A) + A$
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 & -2 \\ -1 & -4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2 & -3 & -1 \\ -1 & -4 & -5 \\ -2 & -3 & -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 & -5 & -2 \\ -1 & -5 & -6 \\ -2 & -2 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Pertanyaan:

a. Apakah $A+(-A) = (-A)+A$? **YA**

b. Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi penjumlahan antara dua buah matriks persegi yang berbeda ada unsur identitasnya? **YA**

Jika ya, matriks apakah yang menjadi unsur identitas tersebut?

$O = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

Jawaban: ...

Unsur Identitas pada operasi penjumlahan adalah unsur atau matriks nol

atau

$O = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

3. Amati dan lengkapilah tabel berikut ini dengan bantuan program *winmat!*

Matriks A	Matriks B	Matriks C	(A+B)	(B+C)	A+(B+C)	(A+B)+C
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 7 & 13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 5 & 13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8 & 10 \\ 8 & 17 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8 & 10 \\ 8 & 17 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 13 & 10 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 10 \\ 11 & 12 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6 & 14 \\ 16 & 15 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6 & 14 \\ 16 & 15 \end{bmatrix}$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Pertanyaan:

- a. Apakah $A+(B+C)=(A+B)+C$? **YA**
- b. Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi penjumlahan antara tiga buah matriks persegi yang berbeda berlaku sifat asosiatif? Sebutkan alasannya! **YA**

Jawaban: ...

Berdasarkan pengamatan pada tabel berlaku sifat asosiatif perkalian

$$A + (B + C) = (A + B) + C$$

4. Amati dan lengkapi tabel berikut ini dengan bantuan program *winmat*!

Matriks A	Matriks B	A x B	B x A
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 12 & 10 \\ 26 & 24 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 14 & 20 \\ 14 & 22 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 7 & 18 \\ 14 & 26 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 9 & 22 \\ 13 & 24 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 20 & 15 & 17 \\ 29 & 35 & 43 \\ 22 & 20 & 23 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 10 & 20 & 15 \\ 16 & 29 & 20 \\ 21 & 44 & 30 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 6 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 36 & 43 & 30 \\ 52 & 45 & 32 \\ 17 & 20 & 13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 11 & 27 & 23 \\ 28 & 60 & 49 \\ 19 & 37 & 23 \end{bmatrix}$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Pertanyaan:

- a. Apakah $A \times B = B \times A$? **TIDAK**
- b. Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi perkalian antara dua buah matriks persegi yang berbeda berlaku sifat komutatif? Sebutkan alasannya! **TIDAK**

Jawaban: ...

Berdasarkan pengamatan pada tabel tidak berlaku sifat komutatif perkalian

$$A \times B \neq B \times A$$

5. Amati dan lengkapilah tabel berikut ini dengan bantuan program *winmat*!

Matriks A	Matriks I	A x I	I x A
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Pertanyaan:

- a. Apakah $AxI = IxA$? **YA**
- b. Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi perkalian antara sebuah matriks persegi dengan matriks identitasnya berlaku sifat komutatif? Sebutkan alasannya! **YA**

Jawaban: ...

Berdasarkan pengamatan pada tabel
berlaku sifat komutatif perkalian antara
matriks dengan matriks identitasnya

$$AxI = IxA$$

6. Amati dan lengkapilah tabel berikut ini dengan bantuan program winmat!

Matriks A	Matriks B	Matriks C	(AxB)	(BxC)	Ax(BxC)	(AxB)xC
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 12 & 24 \\ 28 & 54 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 18 & 32 \\ 21 & 44 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 60 & 120 \\ 138 & 272 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 60 & 120 \\ 138 & 272 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 6 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 36 & 43 & 38 \\ 52 & 45 & 38 \\ 17 & 20 & 17 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 11 & 24 & 21 \\ 26 & 54 & 46 \\ 14 & 26 & 17 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 64 & 394 & 327 \\ 225 & 450 & 353 \\ 88 & 182 & 151 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 64 & 394 & 327 \\ 225 & 450 & 353 \\ 88 & 182 & 151 \end{bmatrix}$

Pertanyaan:

- a. Apakah $Ax(BxC) = (AxB)xC$? **YA**
- b. Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi perkalian antara tiga buah matriks persegi yang berbeda berlaku sifat asosiatif? Sebutkan alasannya! **YA**

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Jawaban: ...

Berdasarkan pengamatan pada tabel
berlaku sifat asosiatif perkalian

$$A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$$

Soal-soal pretest (sebelum menggunakan program winmat):

1. Apakah pada operasi penjumlahan antara dua buah matriks yang berbeda berlaku sifat komutatif? Jelaskan alasannya!
2. Apakah pada operasi perkalian antara dua buah matriks yang berbeda berlaku sifat komutatif? Jelaskan alasannya!
3. Apakah pada operasi penjumlahan maupun pada operasi perkalian antara tiga buah matriks yang berbeda berlaku sifat asosiatif? Jelaskan alasannya!

Jawaban:

1. Ya, $A+B = B+A$
2. Tidak, $A+B \neq B+A$
3. Pada operasi + : Ya, $A+(B+C) = (A+B)+C$
Pada operasi x : Ya, $A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Soal-soal posttest (sesudah mempelajari winmat):

1. Apakah pada operasi penjumlahan antara dua buah matriks yang berbeda berlaku sifat komutatif? Jelaskan alasannya!
2. Apakah pada operasi perkalian antara dua buah matriks yang berbeda berlaku sifat komutatif? Jelaskan alasannya!
3. Apakah pada operasi penjumlahan maupun pada operasi perkalian antara tiga buah matriks yang berbeda berlaku sifat asosiatif? Jelaskan alasannya!

Jawaban:

1. Ya, $A+B = B+A$

2. Ya, $A \times B \neq B \times A$

3. Pada operasi + : Ya, $A+(B+C) = (A+B)+C$

Pada operasi \times : Ya, $A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$

Soal-soal Kuisisioner:

1. Adakah kesulitan yang anda alami saat mempelajari materi matriks di kelas (tanpa menggunakan program winmat)? Jika ya, sebutkan kesulitan-kesulitannya!
2. Adakah kesulitan yang anda alami saat materi matriks dengan menggunakan program winmat? jika ya, sebutkan kesulitan-kesulitannya!
3. Bagaimanakah pendapat anda mengenai pembelajaran matriks dengan menggunakan program winmat?

Jawaban:

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Lampiran II



**MODUL PEMBELAJARAN MATRIKS MENGGUNAKAN
PROGRAM WINMAT**

Tujuan : Siswa dapat menjelaskan sifat-sifat matriks dengan menggunakan program *winmat*.

Pokok Bahasan : Operasi Matriks

Kelas : XII

Bahan : Buku matematika SMA untuk kelas XII dan Program *winmat*

Waktu : 2 jam pelajaran (2 x 45 menit)

A. Menyusun Matriks dan Elemen-elemen Matriks

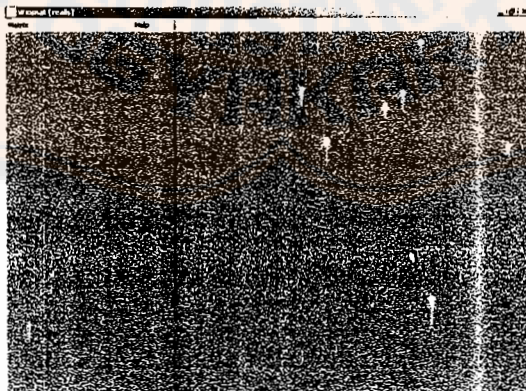
1. Buka jendela utama *winmat*: klik My Document kemudian klik icon

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ "Winmat". Langkah ini dapat ditulis *My Document /*

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ *Winmat* (sebagai catatan: cara penulisan tersebut akan digunakan

untuk penulisan langkah-langkah selanjutnya).

Perhatikan gambar berikut ini:

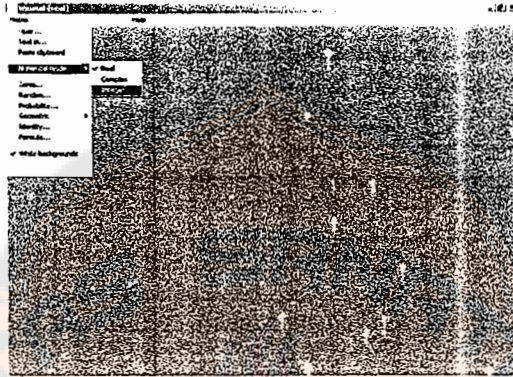


PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

2. Pilih *winmat* untuk elemen-elemen matriksnya bilangan bulat:

Matrix/Numerical Mode/Integer.

Perhatikan gambar berikut ini:



3. Menentukan ordo suatu matriks:

- a. ***Matrix/Zeros/ketik angka yang diinginkan sebagai jumlah baris dan jumlah kolom pada matriks/ok*** (misalnya ketik angka 2 pada kotak *row* untuk menentukan jumlah baris matriksnya adalah dua, dan ketik angka 2 lagi pada kotak *col* untuk menentukan jumlah kolom matriksnya adalah dua, jadi matriks yang dibuat adalah matriks berordo 2x2):
- b. ***Matrix/Identity/ketik angka yang diinginkan sebagai ordo matriks/ok*** (misalnya ketik angka 2 untuk membuat matriks berordo 2 x 2, atau ketik angka 3 untuk membuat matriks berordo 3 x 3).

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

4. Mengganti elemen-elemen matriks: *klik pada elemen yang ingin diganti/ketik angka pengganti/enter* (lakukan terus sampai tulisan Esc Stop autofeed hilang).
5. Menutup jendela *winmat*: *klik tanda x* pada sudut kanan atas dari setiap jendela yang dibuka.

B. Melakukan Operasi Aljabar Matriks

Buatlah 2 matriks yang berbeda dengan ordo yang sama dengan menggunakan program *winmat*! (misalnya matriks $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ sebagai matriks A, dan $\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ sebagai matriks B, nama matriks dilihat pada sudut kiri atas dari jendela *winmat* yang memuat matriks yang dioperasikan)

1. Penjumlahan matriks ($A + B$): *Calc/ketik C=A+B/ok*

$$\text{Hasilnya adalah } (A+B) = C = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$$

2. Pengurangan matriks ($A - B$): *Calc/ketik C=A-B/ok*

$$\text{Hasilnya adalah } (A - B) = C = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

3. Perkalian matriks ($A \times B$): *Calc/ketik C=A*B/ok*

$$\text{Hasilnya adalah } (A \times B) = C = \begin{bmatrix} 9 & 19 \\ 7 & 22 \end{bmatrix}$$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

C. Menentukan Determinan, Invers, Traspose Matriks

Buatlah sebuah matriks! misalnya $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 \\ 4 & 5 & 1 \end{bmatrix}$

1. Menentukan determinan suatu matriks: **klik Det**

Hasilnya adalah matriks ~~$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$~~ Det = -5

2. Menentukan inverse suatu matriks: **Other/Invert/ok**

Hasilnya adalah matriks $\begin{bmatrix} 11 & -1 & 7 \\ -10 & 15 & -1 \\ 5 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

3. Menentukan transpose suatu matriks: **Other/Transpose/ok**

Hasilnya adalah matriks $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 1 \end{bmatrix}$

D. Eksplorasi tentang Sifat-sifat Operasi Matriks

1. Amati dan lengkapi tabel berikut ini dengan bantuan program *winmat*!

Matriks A	Matriks B	A + B	B + A
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

	B_3	$A+B$	$B+A$
$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 5 & 2 \\ 5 & 6 & 8 \\ 4 & 8 & 8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 5 & 2 \\ 5 & 6 & 8 \\ 4 & 8 & 8 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 6 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 8 & 3 \\ 5 & 1 & 1 \\ 7 & 4 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 8 & 3 \\ 5 & 1 & 1 \\ 7 & 4 & 2 \end{bmatrix}$

Pertanyaan:

- a. Apakah $A+B = B+A$? ya
- b. Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi penjumlahan antara dua buah matriks persegi yang berbeda berlaku sifat komutatif? Sebutkan alasannya!

Jawaban: .../a

2. Amati dan lengkapi tabel berikut ini dengan bantuan program *winmat!*

Matriks A	Matriks (- A)	$A + (- A)$	$(- A) + A$
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 & -2 \\ -1 & -4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2 & -3 & -1 \\ -1 & -4 & -5 \\ -2 & -3 & -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 & -5 & -2 \\ -1 & -5 & -6 \\ -2 & -2 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Pertanyaan:

- a. Apakah $A+(-A) = (-A)+A$? Ya
- b. Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi penjumlahan antara dua buah matriks persegi yang berbeda ada unsur identitasnya? Jika ya, matriks apakah yang menjadi unsur identitas tersebut?

Jawaban: ...

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Amati dan lengkapi tabel berikut ini dengan bantuan program *winmat!*

Matriks A	Matriks B	Matriks C	(A+B)	(B+C)	A+(B+C)	(A+B)+C
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 7 & 13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 5 & 13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8 & 10 \\ 8 & 17 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8 & 10 \\ 8 & 17 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 13 & 10 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 10 \\ 11 & 12 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6 & 14 \\ 16 & 18 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6 & 14 \\ 16 & 15 \end{bmatrix}$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Pertanyaan:

- a. Apakah $A+(B+C)=(A+B)+C$? ya ✓
- b. Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi penjumlahan antara tiga buah matriks persegi yang berbeda berlaku sifat asosiatif?
Sebutkan alasannya!

Jawaban: ... ya, spt contoh ✓

4. Amati dan lengkapilah tabel berikut ini dengan bantuan program *winmat!*

Matriks A	Matriks B	A x B	B x A
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 12 & 10 \\ 26 & 24 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 19 & 20 \\ 19 & 22 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 9 & 22 \\ 13 & 24 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 7 & 18 \\ 9 & 26 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 20 & 17 & 13 \\ 29 & 27 & 23 \\ 22 & 20 & 15 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 10 & 20 & 15 \\ 16 & 29 & 27 \\ 22 & 20 & 15 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 6 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 36 & 43 & 30 \\ 52 & 65 & 32 \\ 17 & 20 & 13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 11 & 27 & 25 \\ 28 & 60 & 49 \\ 19 & 37 & 23 \end{bmatrix}$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Pertanyaan:

- a. Apakah $A \times B = B \times A$? Tidak
- b. Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi perkalian antara dua buah matriks persegi yang berbeda berlaku sifat komutatif? Sebutkan alasannya! Tidak

Jawaban: ...

Lihat contoh

5. Amati dan lengkapilah tabel berikut ini dengan bantuan program *winmat*!

Matriks A	Matriks I	$A \times I$	$I \times A$
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Pertanyaan:

- a. Apakah $AxI = IxA$? ya
- b. Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi perkalian antara sebuah matriks persegi dengan matriks identitasnya berlaku sifat komutatif? Sebutkan alasannya!

Jawaban: ...

Sesuai contoh

6. Amati dan lengkapi tabel berikut ini dengan bantuan program *winmat!*

Matriks A	Matriks B	Matriks C	(AxB)	(BxC)	Ax(BxC)	(AxB)xC
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 11 & 20 \\ 28 & 54 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 18 & 32 \\ 21 & 49 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 60 & 120 \\ 138 & 272 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 60 & 120 \\ 138 & 272 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 6 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 36 & 43 & 10 \\ 52 & 45 & 32 \\ 7 & 20 & 13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 21 & 19 \\ 24 & 51 & 47 \\ 19 & 26 & 17 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$

Pertanyaan:

- a. Apakah $Ax(BxC) = (AxB)xC$?
- b. Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi perkalian antara tiga buah matriks persegi yang berbeda berlaku sifat asosiatif? Sebutkan alasannya!

Ya lihat tabel

**MODUL PEMBELAJARAN MATRIKS MENGGUNAKAN
PROGRAM WINMAT**

Tujuan : Siswa dapat menjelaskan sifat-sifat matriks dengan menggunakan program *winmat*.

Pokok Bahasan : Operasi Matriks

Kelas : XII

Bahan : Buku matematika SMA untuk kelas XII dan Program *winmat*

Waktu : 2 jam pelajaran (2 x 45 menit)

A. Menyusun Matriks dan Elemen-elemen Matriks

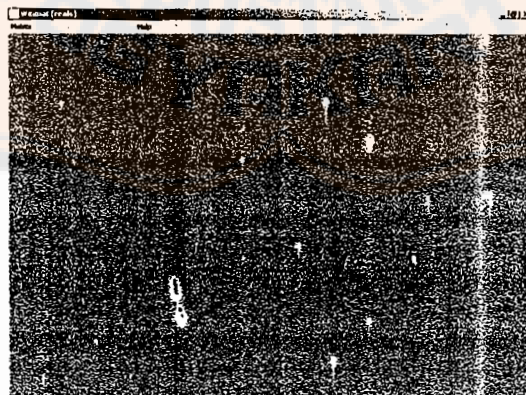
1. Buka jendela utama *winmat*: klik My Document kemudian klik icon

“ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ Winmat”. Langkah ini dapat ditulis *My Document /*

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ *Winmat* (sebagai catatan: cara penulisan tersebut akan digunakan

untuk penulisan langkah-langkah selanjutnya).

Perhatikan gambar berikut ini:

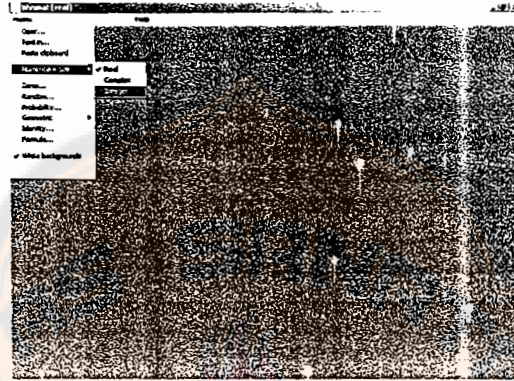


PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

2. Pilih *winmat* untuk elemen-elemen matriksnya bilangan bulat:

Matrix/Numerical Mode/Integer.

Perhatikan gambar berikut ini:



3. Menentukan ordo suatu matriks:

- a. ***Matrix/Zeros/ketik angka yang diinginkan sebagai jumlah baris dan jumlah kolom pada matriks/ok***

(misalnya ketik angka 2 pada kotak *row* untuk menentukan jumlah baris matriksnya adalah dua, dan ketik angka 2 lagi pada kotak *col* untuk menentukan jumlah kolom matriksnya adalah dua, jadi matriks yang dibuat adalah matriks berordo 2x2)

- b. ***Matrix/Identity/ketik angka yang diinginkan sebagai ordo matriks/ok***

(misalnya ketik angka 2 untuk membuat matriks berordo 2 x 2, atau ketik angka 3 untuk membuat matriks berordo 3 x 3).

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

4. Mengganti elemen-elemen matriks: *klik pada elemen yang ingin diganti/ketik angka pengganti/enter* (lakukan terus sampai tulisan Esc Stop autofeed hilang).
5. Menutup jendela *winmat*: *klik tanda x* pada sudut kanan atas dari setiap jendela yang dibuka.

B. Melakukan Operasi Aljabar Matriks

Buatlah 2 matriks yang berbeda dengan ordo yang sama dengan menggunakan program *winmat*! (misalnya matriks $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ sebagai matriks A, dan $\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ sebagai matriks B, nama matriks dilihat pada sudut kiri atas dari jendela *winmat* yang memuat matriks yang dioperasikan)

1. Penjumlahan matriks (A + B) : *Calc/ketik C=A+B/ok*

$$\text{Hasilnya adalah } (A+B) = C = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

2. Pengurangan matriks (A - B) : *Calc/ketik C=A-B/ok*

$$\text{Hasilnya adalah } (A - B) = C = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

3. Perkalian matriks (A x B) : *Calc/ketik C=A*B/ok*

$$\text{Hasilnya adalah } (A \times B) = C = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

C. Menentukan Determinan, Invers, Traspose Matriks

Buatlah sebuah matriks! misalnya $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 \\ 4 & 5 & 1 \end{bmatrix}$

1. Menentukan determinan suatu matriks: *klik Det*

Hasilnya adalah matriks  $\text{Det} = 1$

2. Menentukan inverse suatu matriks: *Other/Invert/ok*

Hasilnya adalah matriks $\begin{bmatrix} 11 & -17 & 7 \\ 10 & 15 & -5 \\ 6 & -7 & 2 \end{bmatrix}$

3. Menentukan transpose suatu matriks: *Other/Transpose/ok*

Hasilnya adalah matriks $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

D. Eksplorasi tentang Sifat-sifat Operasi Matriks

1. Amati dan lengkapi tabel berikut ini dengan bantuan program *winmat!*

Matriks A	Matriks B	A + B	B + A
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 5 & 2 \\ 5 & 6 & 8 \\ 4 & 8 & 8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 5 & 2 \\ 5 & 6 & 8 \\ 4 & 8 & 8 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 6 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 0 & 3 \\ 5 & 11 & 11 \\ 7 & 4 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 0 & 3 \\ 5 & 11 & 11 \\ 7 & 4 & 2 \end{bmatrix}$

Pertanyaan:

- a. Apakah $A+B = B+A$? *ya*
- b. Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi penjumlahan antara dua buah matriks persegi yang berbeda berlaku sifat komutatif? Sebutkan alasannya!

Jawaban: ...

2. Amati dan lengkapi tabel berikut ini dengan bantuan program *winmat!*

Matriks A	Matriks (- A)	$A + (- A)$	$(- A) + A$
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 & -2 \\ -1 & -4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2 & -3 & -1 \\ -1 & -4 & -5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 & -5 & -2 \\ -1 & -5 & -6 \\ -2 & -2 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Pertanyaan:

- a. Apakah $A+(-A) = (-A)+A$? ya
- b. Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi penjumlahan antara dua buah matriks persegi yang berbeda ada unsur identitasnya?
Jika ya, matriks apakah yang menjadi unsur identitas tersebut?

Jawaban: ...

3. Amati dan lengkapilah tabel berikut ini dengan bantuan program *winmat!*

Matriks A	Matriks B	Matriks C	(A+B)	(B+C)	A+(B+C)	(A+B)+C
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 7 & 13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 5 & 13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8 & 10 \\ 8 & 17 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8 & 10 \\ 8 & 17 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 13 & 10 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 10 \\ 11 & 12 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6 & 14 \\ 16 & 15 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6 & 14 \\ 16 & 15 \end{bmatrix}$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Pertanyaan:

- Apakah $A+(B+C)=(A+B)+C$?
- Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi penjumlahan antara tiga buah matriks persegi yang berbeda berlaku sifat asosiatif ?
Sebutkan alasannya!

Jawaban: ...

4. Amati dan lengkapilah tabel berikut ini dengan bantuan program *winmat*!

Matriks A	Matriks B	A x B	B x A
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 12 & 10 \\ 26 & 24 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 14 & 20 \\ 14 & 22 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 9 & 22 \\ 13 & 24 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 7 & 18 \\ 18 & 26 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 20 & 17 & 13 \\ 29 & 27 & 23 \\ 22 & 20 & 15 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 10 & 20 & 15 \\ 16 & 29 & 20 \\ 21 & 44 & 39 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 6 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 36 & 43 & 30 \\ 52 & 45 & 32 \\ 17 & 30 & 13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 11 & 27 & 23 \\ 28 & 60 & 40 \\ 19 & 37 & 23 \end{bmatrix}$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Pertanyaan:

- Apakah $A \times B = B \times A$?
- Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi perkalian antara dua buah matriks persegi yang berbeda berlaku sifat komutatif? Sebutkan alasannya!

Jawaban: ...

5. Amati dan lengkapilah tabel berikut ini dengan bantuan program *winmat*!

Matriks A	Matriks I	A x I	I x A
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Pertanyaan:

- a. Apakah $AxI = IxA$?
- b. Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi perkalian antara sebuah matriks persegi dengan matriks identitasnya berlaku sifat komutatif? Sebutkan alasannya!

Jawaban: ...

6. Amati dan lengkapi tabel berikut ini dengan bantuan program *winmat*!

Matriks A	Matriks B	Matriks C	(AxB)	(BxC)	Ax(BxC)	(AxB)xC
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 12 & 24 \\ 28 & 54 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 18 & 32 \\ 21 & 44 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 60 & 120 \\ 138 & 272 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 60 & 120 \\ 138 & 272 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 6 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix}$

Pertanyaan:

- a. Apakah $Ax(BxC) = (AxB)xC$?
- b. Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi perkalian antara tiga buah matriks persegi yang berbeda berlaku sifat asosiatif? Sebutkan alasannya!

**MODUL PEMBELAJARAN MATRIKS MENGGUNAKAN
PROGRAM WINMAT**

Tujuan : Siswa dapat menjelaskan sifat-sifat matriks dengan menggunakan program *winmat*.

Pokok Bahasan : Operasi Matriks

Kelas : XII

Bahan : Buku matematika SMA untuk kelas XII dan Program *winmat*

Waktu : 2 jam pelajaran (2 x 45 menit)

A. Menyusun Matriks dan Elemen-elemen Matriks

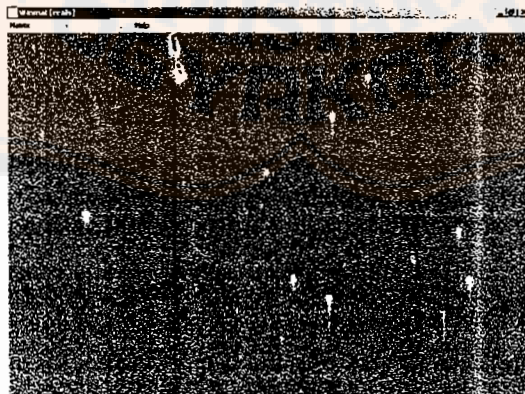
1. Buka jendela utama *winmat*: klik My Document kemudian klik icon

“ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ *Winmat*”. Langkah ini dapat ditulis *My Document /*

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ *Winmat* (sebagai catatan: cara penulisan tersebut akan digunakan

untuk penulisan langkah-langkah selanjutnya).

Perhatikan gambar berikut ini:

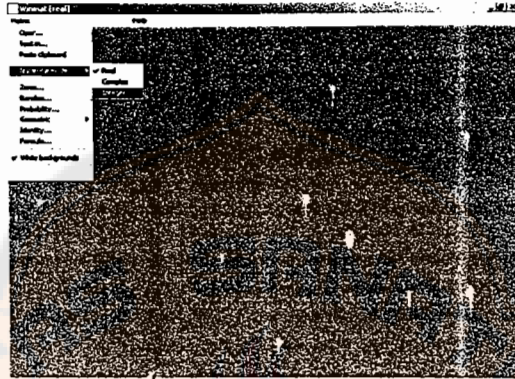


PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

2. Pilih *winmat* untuk elemen-elemen matriksnya bilangan bulat:

Matrix/Numerical Mode/Integer.

Perhatikan gambar berikut ini:



3. Menentukan ordo suatu matriks:

- a. ***Matrix/Zeros/ketik angka yang diinginkan sebagai***

jumlah baris dan jumlah kolom pada matriks/ok

(misalnya ketik angka 2 pada kotak *row* untuk menentukan jumlah baris matriksnya adalah dua, dan ketik angka 2 lagi pada kotak *col* untuk menentukan jumlah kolom matriksnya adalah dua, jadi matriks yang dibuat adalah matriks berordo 2x2)

- b. ***Matrix/Identity/ketik angka yang diinginkan sebagai***

ordo matriks/ok (misalnya ketik angka 2 untuk membuat matriks berordo 2 x 2, atau ketik angka 3 untuk membuat matriks berordo 3 x 3).

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

4. Mengganti elemen-elemen matriks: *klik pada elemen yang ingin diganti/ketik angka pengganti/enter* (lakukan terus sampai tulisan Esc Stop autofeed hilang).
5. Menutup jendela *winmat*: *klik tanda x* pada sudut kanan atas dari setiap jendela yang dibuka.

B. Melakukan Operasi Aljabar Matriks

Buatlah 2 matriks yang berbeda dengan ordo yang sama dengan menggunakan program *winmat!* (misalnya matriks $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ sebagai matriks A, dan $\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ sebagai matriks B, nama matriks dilihat pada sudut kiri atas dari jendela *winmat* yang memuat matriks yang dioperasikan)

1. Penjumlahan matriks (A + B) : *Calc/ketik C=A+B/ok*

$$\text{Hasilnya adalah } (A+B) = C = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$$

2. Pengurangan matriks (A - B) : *Calc/ketik C=A-B/ok*

$$\text{Hasilnya adalah } (A - B) = C = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

3. Perkalian matriks (A x B) : *Calc/ketik C=A*B/ok*

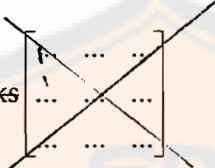
$$\text{Hasilnya adalah } (A \times B) = C = \begin{bmatrix} 9 & 11 \\ 7 & 22 \end{bmatrix}$$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

C. Menentukan Determinan, Invers, Traspose Matriks

Buatlah sebuah matriks! misalnya $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 \\ 4 & 5 & 1 \end{bmatrix}$

1. Menentukan determinan suatu matriks: *klik Det*

Hasilnya adalah matriks  $\text{Det} = \checkmark$

2. Menentukan inverse suatu matriks: *Other/Invert/ok*

Hasilnya adalah matriks $\begin{bmatrix} 11 & 17 & 2 \\ -10 & 15 & -5 \\ 6 & -7 & 2 \end{bmatrix}$ *denom 5*

3. Menentukan transpose suatu matriks: *Other/Transpose/ok*

Hasilnya adalah matriks $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 5 \\ 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

D. Eksplorasi tentang Sifat-sifat Operasi Matriks

1. Amati dan lengkapi tabel berikut ini dengan bantuan program *winmat*!

Matriks A	Matriks B	A + B	B + A
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 5 & 2 \\ 5 & 6 & 8 \\ 4 & 8 & 8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 5 & 2 \\ 5 & 6 & 8 \\ 4 & 8 & 8 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 6 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 5 & 2 \\ 5 & 6 & 8 \\ 4 & 8 & 8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 5 & 2 \\ 5 & 6 & 8 \\ 4 & 8 & 8 \end{bmatrix}$

Pertanyaan:

- a. Apakah $A+B = B+A$?
- b. Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi penjumlahan antara dua buah matriks persegi yang berbeda berlaku sifat komutatif? Sebutkan alasannya!

Jawaban: a) ya.

b) ya, karena $A+B = B+A$

2. Amati dan lengkapilah tabel berikut ini dengan bantuan program *winmat*!

Matriks A	Matriks (- A)	$A + (- A)$	$(- A) + A$
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 & -2 \\ -1 & -4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2 & -3 & -1 \\ -1 & -4 & -5 \\ -2 & -3 & -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 & -5 & -2 \\ -1 & -5 & -6 \\ -2 & -2 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Pertanyaan:

- a. Apakah $A+(-A) = (-A)+A$?
- b. Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi penjumlahan antara dua buah matriks persegi yang berbeda ada unsur identitasnya? Jika ya, matriks apakah yang menjadi unsur identitas tersebut?

Jawaban: ... a) ya

b) $(-A)$ ✓

3. Amati dan lengkapi tabel berikut ini dengan bantuan program *winmat!*

Matriks A	Matriks B	Matriks C	(A+B)	(B+C)	A+(B+C)	(A+B)+C
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 7 & 13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 5 & 13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8 & 10 \\ 8 & 17 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8 & 10 \\ 8 & 17 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 13 & 10 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 10 \\ 11 & 12 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6 & 14 \\ 16 & 15 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6 & 14 \\ 16 & 15 \end{bmatrix}$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Pertanyaan:

- Apakah $A+(B+C)=(A+B)+C$?
- Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi penjumlahan antara tiga buah matriks persegi yang berbeda berlaku sifat asosiatif ?
Sebutkan alasannya!

Jawaban: ya

ya

4. Amati dan lengkapilah tabel berikut ini dengan bantuan program *winmat!*

Matriks A	Matriks B	A x B	B x A
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 12 & 10 \\ 26 & 24 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 13 & 20 \\ 19 & 22 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 22 \\ 11 & 24 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 18 \\ 14 & 26 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 20 & 17 & 13 \\ 29 & 27 & 23 \\ 22 & 20 & 15 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 20 & 15 & 17 \\ 29 & 35 & 43 \\ 22 & 20 & 32 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 6 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 35 & 43 & 30 \\ 52 & 45 & 32 \\ 17 & 20 & 13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 11 & 27 & 23 \\ 28 & 60 & 49 \\ 19 & 37 & 23 \end{bmatrix}$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Pertanyaan:

- a. Apakah $A \times B = B \times A$?
- b. Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi perkalian antara dua buah matriks persegi yang berbeda berlaku sifat komutatif?
Sebutkan alasannya!

Jawaban: ...a) tidak
b) tidak

5. Amati dan lengkapi tabel berikut ini dengan bantuan program *winmat!*

Matriks A	Matriks I	$A \times I$	$I \times A$
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ✓	$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ✓
$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ ✓	$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ ✓
$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ ✓	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ ✓
$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ ✓	$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ ✓

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Pertanyaan:

- a. Apakah $AxI = IxA$?
- b. Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi perkalian antara sebuah matriks persegi dengan matriks identitasnya berlaku sifat komutatif? Sebutkan alasannya!

Jawaban: a) ya
b) ya

6. Amati dan lengkapilah tabel berikut ini dengan bantuan program *winmat!*

Matriks A	Matriks B	Matriks C	(AxB)	(BxC)	Ax(BxC)	(AxB)xC
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 6 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 20 & 43 & 30 \\ 52 & 45 & 31 \\ 17 & 20 & 13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 95 & 35 & 32 \\ 42 & 41 & 58 \\ 8 & 11 & 14 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 375 & 320 & 311 \\ 243 & 432 & 341 \\ 80 & 170 & 143 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 175 & 32 & 311 \\ 243 & 432 & 341 \\ 80 & 170 & 143 \end{bmatrix}$

Pertanyaan:

- a. Apakah $Ax(BxC) = (AxB)xC$?
- b. Dengan mengamati tabel di atas apakah pada operasi perkalian antara tiga buah matriks persegi yang berbeda berlaku sifat asosiatif? Sebutkan alasannya!

a) Tidak ✓
b) Tidak ✓

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Lampiran III



PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Lucia
3 IPA 109

Soal-soal pretest (sebelum menggunakan program winmat):

1. Apakah pada operasi penjumlahan antara dua buah matriks yang berbeda berlaku sifat komutatif? Jelaskan alasannya!
2. Apakah pada operasi perkalian antara dua buah matriks yang berbeda berlaku sifat komutatif? Jelaskan alasannya!
3. Apakah pada operasi penjumlahan maupun pada operasi perkalian antara tiga buah matriks yang berbeda berlaku sifat asosiatif? Jelaskan alasannya!

Jawaban:

1. Benar : contoh $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+2 & 2+1 \\ 3+3 & 4+5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 6 & 9 \end{bmatrix}$ ✓

$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+1 & 1+2 \\ 3+3 & 5+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 6 & 9 \end{bmatrix}$ ✓

$a+b = b+a$

2. Tidak ✓

contoh $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \cdot 1 & 3 \cdot 2 \\ 2 \cdot 1 & 2 \cdot 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ ✓

$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot 3 & 1 \cdot 1 \\ 3 \cdot 3 & 3 \cdot 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 9 & 3 \end{bmatrix}$ ✓

$a \cdot b \neq b \cdot a$

3. Tidak berlaku \times

$(a \cdot b) \cdot c \neq a \cdot (b \cdot c)$ ✓

\times + mana?

1

$\frac{210}{4} = 52,5$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

4
Lukas R.P.
3/PA/13

Soal-soal pretest (sebelum menggunakan program winmat):

1. Apakah pada operasi penjumlahan antara dua buah matriks yang berbeda berlaku sifat komutatif? Jelaskan alasannya!
2. Apakah pada operasi perkalian antara dua buah matriks yang berbeda berlaku sifat komutatif? Jelaskan alasannya!
3. Apakah pada operasi penjumlahan maupun pada operasi perkalian antara tiga buah matriks yang berbeda berlaku sifat asosiatif? Jelaskan alasannya!

Jawaban:

1. Berlaku ; $a+b = b+a$

bukti: $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix}$ \checkmark

2. tidak berlaku karena $a \cdot b \neq b \cdot a$ \checkmark

3. penjumlahan asosiatif berlaku $(a+b)+c = a+(b+c)$ \checkmark

perkalian asosiatif tdk berlaku; $(a \cdot b) \cdot c \neq a \cdot (b \cdot c)$ \times \checkmark

$\frac{350}{4} = 87.5$

\checkmark
 $\frac{15}{15}$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

✓

Soal-soal pretest (sebelum menggunakan program winmat):

Antok

31PA/PO

1. Apakah pada operasi penjumlahan antara dua buah matriks yang berbeda berlaku sifat komutatif? Jelaskan alasannya!
2. Apakah pada operasi perkalian antara dua buah matriks yang berbeda berlaku sifat komutatif? Jelaskan alasannya!
3. Apakah pada operasi penjumlahan maupun pada operasi perkalian antara tiga buah matriks yang berbeda berlaku sifat asosiatif? Jelaskan alasannya!

Jawaban:

1) Ya. , $A+B = B+A$.

2) Tidak , $A \cdot B \neq B \cdot A$.

3) Ya. $A+(B+C) = (A+B)+C$.

$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$.

$A \cdot (B+C) = A \cdot B + A \cdot C$.

$\frac{40 \cdot 10}{4} = 100$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Lucia

Soal-soal posttest (sesudah mempelajari winmat):

1. Apakah pada operasi penjumlahan antara dua buah matriks yang berbeda berlaku sifat komutatif? Jelaskan alasannya!
2. Apakah pada operasi perkalian antara dua buah matriks yang berbeda berlaku sifat komutatif? Jelaskan alasannya!
3. Apakah pada operasi penjumlahan maupun pada operasi perkalian antara tiga buah matriks yang berbeda berlaku sifat asosiatif? Jelaskan alasannya!

Jawaban:

1. Ya alasan $A + B = B + A$ 10
2. Tidak alasan $A \times B \neq B \times A$ 10
3. Ya alasan $A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$ 10
+ mana? 0

$\frac{300}{4}$ (75)

10

Lukas R.P

Soal-soal posttest (sesudah mempelajari winmat):

1. Apakah pada operasi penjumlahan antara dua buah matriks yang berbeda berlaku sifat komutatif? Jelaskan alasannya!
2. Apakah pada operasi perkalian antara dua buah matriks yang berbeda berlaku sifat komutatif? Jelaskan alasannya!
3. Apakah pada operasi penjumlahan maupun pada operasi perkalian antara tiga buah matriks yang berbeda berlaku sifat asosiatif? Jelaskan alasannya!

Jawaban:

1. ya; $a+b = b+a$ // 10

2. tdk; $a \cdot b \neq b \cdot a$ // 10

3. ya; $a+(b+c) = (a+b)+c$ // 20
 $a \cdot (b+c) = (a \cdot b) + c$ //

$\frac{400}{4} = 100$

Riyanto PN

31PA/10

Soal-soal posttest (sesudah mempelajari winmat):

1. Apakah pada operasi penjumlahan antara dua buah matriks yang berbeda berlaku sifat komutatif? Jelaskan alasannya!
2. Apakah pada operasi perkalian antara dua buah matriks yang berbeda berlaku sifat komutatif? Jelaskan alasannya!
3. Apakah pada operasi penjumlahan maupun pada operasi perkalian antara tiga buah matriks yang berbeda berlaku sifat asosiatif? Jelaskan alasannya!

Jawaban:

1) ya. karena $A+B = B+A$. ω

2) Tidak, karena $A \cdot B \neq B \cdot A$. ω

3) Penjumlahan \Rightarrow ya $\rightarrow A+(B+C) = (A+B)+C$ ω

Perkalian \Rightarrow tidak $\rightarrow A(B \cdot C) \neq (A \cdot B) \cdot C$. 5

$$\frac{35.40}{4} = 87.5$$

ω

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Soal-soal Kuisisioner:

1. Adakah kesulitan yang anda alami saat mempelajari materi matriks di kelas (tanpa menggunakan program *winmat*)? Jika ya, sebutkan kesulitan-kesulitannya!

Ada, krng teliti

W

Lucia

2. Adakah kesulitan yang anda alami saat materi matriks dengan menggunakan program *winmat*? jika ya, sebutkan kesulitan-kesulitannya!

Ada, komputer eror

S

3. Bagaimanakah pendapat anda mengenai pembelajaran matriks dengan menggunakan program *winmat*?

enak, ga' usah ngitung

W

Jawaban:

25

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Soal-soal Kuisisioner:

Lukas

1. Adakah kesulitan yang anda alami saat mempelajari materi matriks di kelas (tanpa menggunakan program *winmat*)? Jika ya, sebutkan kesulitan-kesulitannya! ~~ya~~ *ya* ; kurang efisien 10
2. Adakah kesulitan yang anda alami saat materi matriks dengan menggunakan program *winmat*? jika ya, sebutkan kesulitan-kesulitannya! *tdk* 10
3. Bagaimanakah pendapat anda mengenai pembelajaran matriks dengan menggunakan program *winmat*? *mudah, cepat, efisien,* 10

30

Jawaban:

Soal-soal Kuisisioner:

Antok

1. Adakah kesulitan yang anda alami saat mempelajari materi matriks di kelas (tanpa menggunakan program *winmat*)? Jika ya, sebutkan kesulitan-kesulitannya! tidak 5
2. Adakah kesulitan yang anda alami saat materi matriks dengan menggunakan program *winmat*? jika ya, sebutkan kesulitan-kesulitannya! tidak - 10
3. Bagaimanakah pendapat anda mengenai pembelajaran matriks dengan menggunakan program *winmat*? Enak 10

25

Jawaban:

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Lampiran IV





PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
(J P M I P A)

FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS SANATA DHARMA

Kampus III USD, Paingan, Maguwoharjo, Depok, Sleman 55284 Telp. (0274) 883037; 883968

Nomor: 035/JPMIPA/SD/III/05

Hal : Permohonan Ijin Penelitian

Kepada

Yth. Kepala Sekolah SMA Sang Timur
Yogyakarta.

Dengan hormat,

Dengan ini kami memohonkan ijin uji coba, penelitian dalam rangka penyusunan skripsi untuk mahasiswa kami,

Nama : Anastasia Yenny Dwi H.
Nomor Mhs. : 001414002
Program Studi : Pendidikan Matematika
Jurusan : PMIPA
Fakultas : KIP

dengan judul skripsi:

*PEMANFAATAN PROGRAM WINMAT GUNA MEMBANTU PEMBELAJARAN
MATEMATIKA DENGAN POKOK BAHASAN MATRIKS DI KELAS XII SMA JURUSAN
IPA PADA SEMESTER KEDUA.*

Pelaksanaan penelitian pada bulan Maret - April 2005
Demikian permohonan kami. Terima kasih.

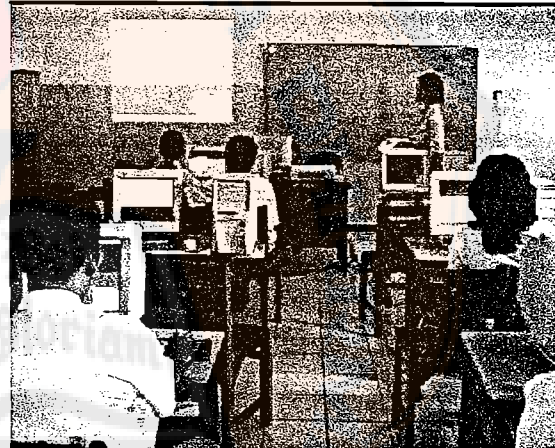
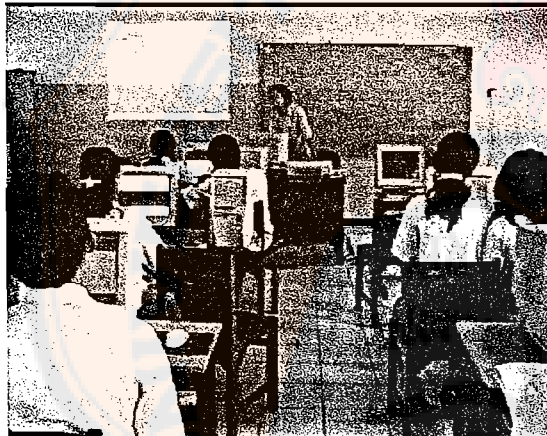
Yogyakarta, 18 Maret 2005

Hormat kami,
u.b. Dekan FKIP

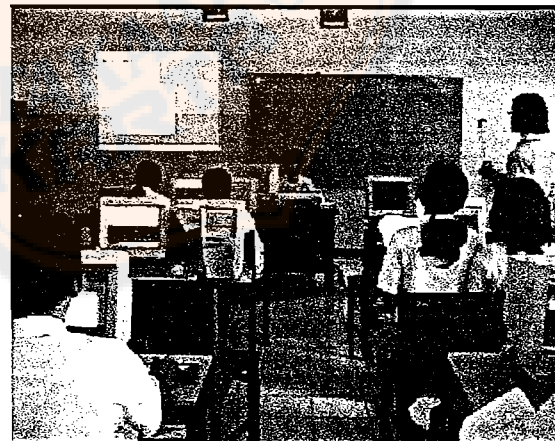
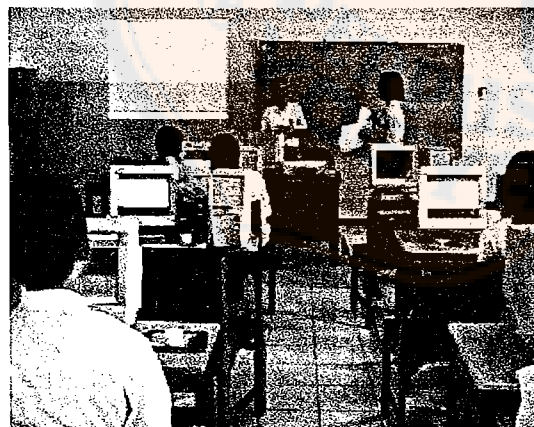
Drs. R. Rohandi, M.Ed.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

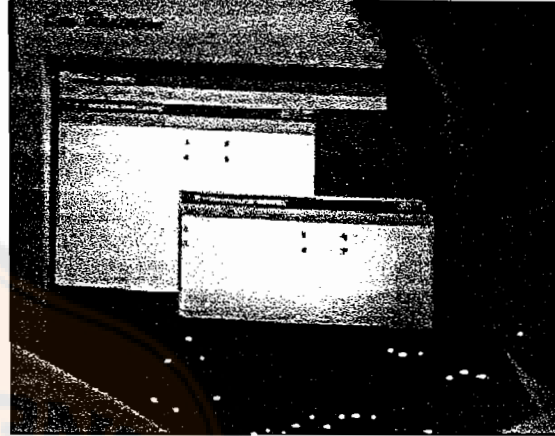
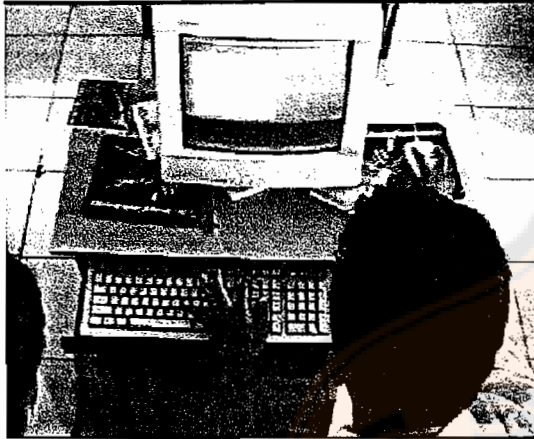
Penjelasan Guru



Kegiatan Siswa



PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI



Pretest-Posttest

