

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

**EKSPLORASI DAN PEMANFAATAN PROGRAM *JKGRAPH* UNTUK
MENDUKUNG PEMBELAJARAN MATEMATIKA DENGAN POKOK
BAHASAN INTEGRAL TENTU, KELAS XII SMA JURUSAN IPA
SEMESTER PERTAMA**

SKRIPSI

Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat

Memperoleh Gelar Sarjana Pendidikan

Program Studi Pendidikan Matematika



Disusun oleh :

Nama : Elizabeth Nurwanti

NIM : G11414016

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN IPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS SANATA DHARMA
YOGYAKARTA**

2006

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

**EKSPLORASI DAN PEMANFAATAN PROGRAM *JKGRAPH* UNTUK
MENDUKUNG PEMBELAJARAN MATEMATIKA DENGAN POKOK
BAHASAN INTEGRAL TENTU, KELAS XII SMA JURUSAN IPA
SEMESTER PERTAMA**

SKRIPSI

Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat

Memperoleh Gelar Sarjana Pendidikan

Program Studi Pendidikan Matematika



Disusun oleh :

Nama : Elizabeth Nurwanti

NIM : 011414016

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN IPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS SANATA DHARMA
YOGYAKARTA**

2006

SKRIPSI

**EKSPLORASI DAN PEMANFAATAN PROGRAM *JKGRAPH* UNTUK
MENDUKUNG PEMBELAJARAN MATEMATIKA DENGAN POKOK
BAHASAN INTEGRAL TENTU, KELAS XII SMA JURUSAN IPA
SEMESTER PERTAMA**

Oleh:

Elizabeth Nurwanti

NIM: 011414016

Telah Disetujui oleh:

Pembimbing,

M. Andy Rudhito, S.Pd., M.Si.

Tanggal..... 24 / 4 106

SKRIPSI

**EKSPLORASI DAN PEMANFAATAN PROGRAM *JKGRAPH* UNTUK
MENDUKUNG PEMBELAJARAN MATEMATIKA DENGAN POKOK
BAHASAN INTEGRAL TENTU, KELAS XII IPA SEMESTER PERTAMA**

Dipersiapkan dan ditulis oleh:

Elizabeth Nurwanti

NIM: 011414016

Telah dipertahankan di depan Panitia Penguji
pada tanggal 23 Maret 2006
dan dinyatakan telah memenuhi syarat

Susunan Panitia Penguji

	Nama Lengkap	Tanda Tangan
Ketua	Drs. Severinus Domi, M.Si.
Sekretaris	M. Andy Rudhito, S.Pd.,M.Si.
Anggota	M. Andy Rudhito, S.Pd., M.Si.
Anggota	Drs. A. Mardjono
Anggota	Drs. Al. Haryono

Yogyakarta, 23 Maret 2006

Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan

Universitas Sanata Dharma



Drs. T. Sarkim, M.Ed, Ph.D,

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI



*Jalan hidup tak selalu tanpa kabut yang pekat,
namun kasih Tuhan nyata*



pada waktu yang tepat.

Mungkin langit tak terlihat oleh awan yang tebal,

di atasnyalah membusur ...

pelangi kasih yang kekal.



Va Dove Ti Porta il Coure

Pergilah Ke mana Hati Membawamu



*Dengan penuh Syukur
Kupersembahkan Karyaku ini
untuk:*

- *Yesus dan Bunda Maria*
- *Bapak & Ibu tercinta*
- *Adikku: Ari dan Ambar*
- *Someone yang terkasih*
- *Sahabat-sahabatku*
- *Almamater-ku*



PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

PERNYATAAN KEASLIAN KARYA

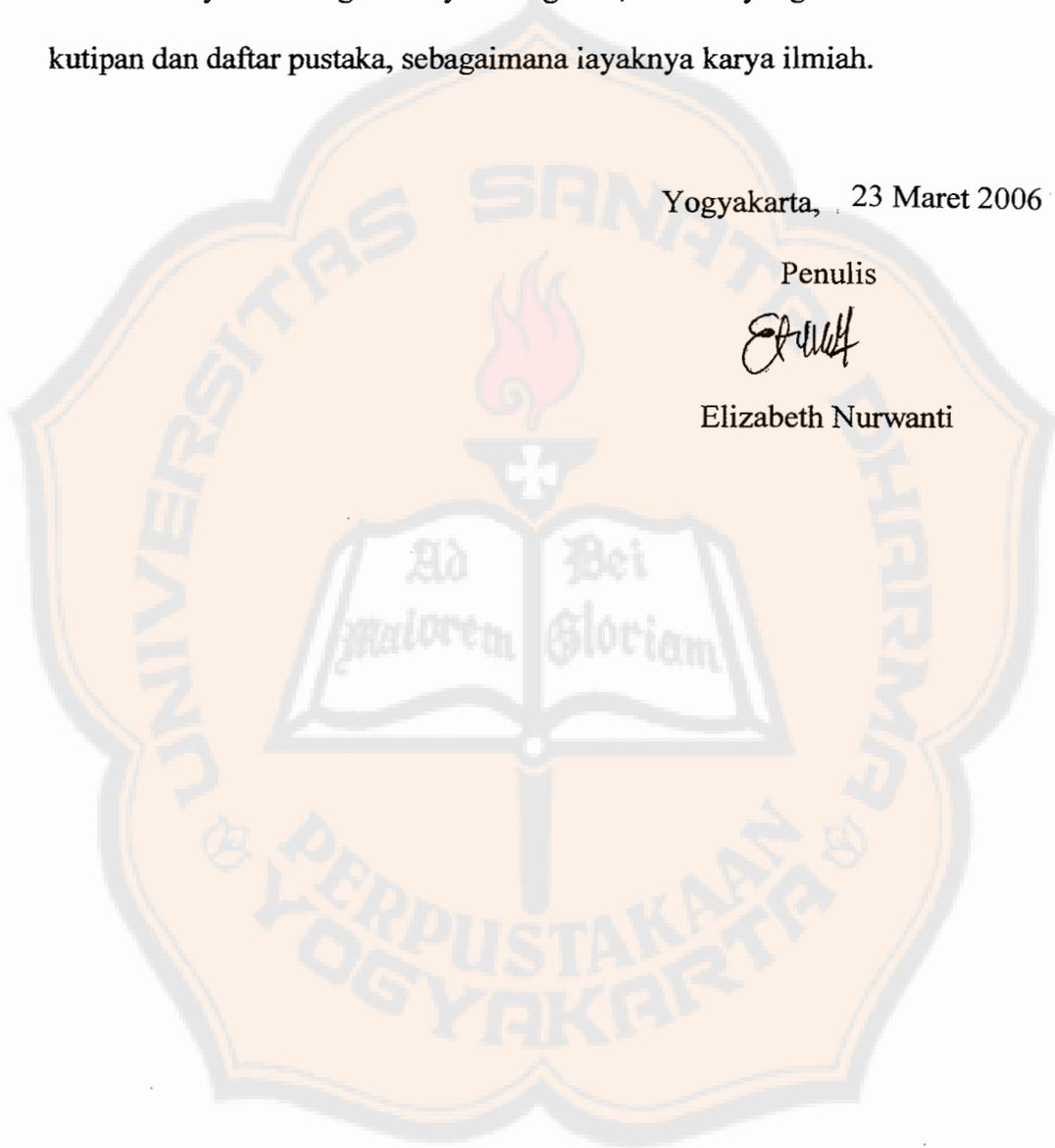
Saya menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang saya tulis ini tidak memuat karya atau bagian karya orang lain, kecuali yang telah disebutkan dalam kutipan dan daftar pustaka, sebagaimana iayaknya karya ilmiah.

Yogyakarta, 23 Maret 2006

Penulis



Elizabeth Nurwanti



ABSTRAK

Elizabeth Nurwanti (2006). Eksplorasi dan Pemanfaatan Program JKGRAPH Untuk Mendukung Pembelajaran Matematika Dengan Pokok Bahasan Integral Tentu, Kelas XII Jurusan IPA Semester Pertama.

Skripsi ini bertujuan untuk mengetahui dan mempelajari fasilitas program JKGRAPH yang dapat digunakan untuk membantu pembelajaran integral tentu di SMA, mengetahui bagaimana menyusun suatu rancangan pembelajaran berbantuan program JKGRAPH, mengetahui hasil uji coba *handout* pembelajaran integral tentu berbantuan program JKGRAPH di SMA, khususnya mengenai pencapaian tujuan pembelajaran dan tanggapan serta kesulitan siswa dalam pembelajaran menggunakan *handout* berbantuan program JKGRAPH.

Metode yang digunakan dalam penulisan skripsi ini adalah metode deskriptif eksploratif. Penulis melakukan eksplorasi terhadap program JKGRAPH khususnya fasilitas yang dapat mendukung pembelajaran integral tentu. Selanjutnya penulis mencoba menghubungkan antara kemampuan fasilitas yang tersedia dengan materi yang bisa dibantu pembelajarannya dengan program JKGRAPH, sehingga dapat disusun *handout* pembelajarannya. Setelah itu penulis mengadakan uji coba *handout* di SMA Pangudi Luhur Sedayu pada tanggal 21 dan 28 Nopember 2005 dan diikuti 21 siswa.

Dari hasil eksplorasi program JKGRAPH dapat diketahui fasilitas yang dapat dimanfaatkan; dari menu *Formula: Function Formula $Y=F(X)$, Function Formula $X=F(Y)$, Set Primary and Secondary Formula*. Dari menu *Domain: Integral Domain* dan *Intesection Domain*. Pada *Toolbar: Tombol Integral* dan *Tombol Intesection*. Dengan melakukan beberapa langkah yaitu perumusan tujuan, penentuan materi yang sesuai dengan fasilitas program JKGRAPH, perencanaan kegiatan untuk membantu siswa dalam mencapai tujuan pembelajaran dan penyusunan lembar evaluasi maka terbentuklah 2 *handout*. *Handout* tersebut adalah *handout* pembelajaran integral tentu dan *handout* pembelajaran penggunaan integral tentu. Hasil uji coba dengan menggunakan *handout* ini menunjukkan bahwa secara umum tujuan pembelajaran tercapai, hal ini tampak dari prosentase ketercapaiannya yaitu 52% tercapai dan 48 % cukup tercapai. Dengan melihat jawaban siswa dalam kuesioner juga dapat diketahui bahwa bahasa yang digunakan dalam *handout* serta isi dan kejelasan *handout* sudah jelas tetapi waktu yang disediakan masih kurang. Berdasarkan hasil penelitian di atas, maka dapat disimpulkan bahwa pembelajaran matematika berbantuan program JKGRAPH membuat siswa lebih mudah memahami materi pembelajaran integral tentu sehingga dapat membantu pencapaian tujuan pembelajaran yang telah ditetapkan.

ABSTRACT

Elizabeth Nurwanti (2006). Exploration and Use Of Program *JKGRAPH* To Facilitate The Mathematics Learning On The Topic Of Definite Integral For Grade 12 Senior High School Students, In The First Semester Of The Science Class.

The thesis aimed to know and study the program facility *JKGRAPH* that could be used to help definite integral learning in senior high school, know how to arrange a learning design using program *JKGRAPH*, know the result of handout's try out of definite integral learning using program *JKGRAPH* in senior high school, especially on the learning objectives achievement and responses and also the students difficulties in learning using handout with program *JKGRAPH*.

The methodology used in this study was descriptive explorative. The writer did exploration on the program *JKGRAPH* especially on the facility that supported definite integral learning. Then, the writer tried to relate between the facilities ability available and the materials that could be helped by using program *JKGRAPH*, so could be arranged the learning handout. After that, the writer conducted try out on the handout in Pangudi Luhur Sedayu Senior High School on November 21 and 28, 2005 followed by 21 students.

From the result of program exploration *JKGRAPH*, it could be obtained facilities that could be used; from menu formula: Function Formula $Y=F(X)$, Function Formula $X=F(Y)$, Set Primary and Secondary Formula. From the menu Domains: Integral Domain and Intersection Domain. On the toolbar: Integral toolbar and Intersection toolbar. By conducted several steps they were problem formulation, the determination of materials that were appropriate with the program facility *JKGRAPH*, activities planning to help students in achieving the learning objectives and the arrangement of evaluation sheets and then resulted 2 (two) handouts. Those handouts were definite integral learning and definite integral use learning handout. The result of try out by using this handout showed that in general, the learning objectives were achieved/attained, it can be seen from the achievement percentage, 52% achieved and 48% achieved enough. By looking on the students' answer in the questionnaire, can also be known that language used in the handout, the contents and also the handout clarity were clear but the time available was lack. Based on the result of the research, it can be concluded that mathematics learning using program *JKGRAPH* can make the students easier to understand the definite integral learning so it helps achieving the learning objectives stated.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kepada Tuhan atas Karunia dan Kasih-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Eksplorasi dan Pemanfaatan Program *JKGRAPH* Untuk Mendukung Pembelajaran Matematika dengan pokok bahasan integral tentu, kelas XII IPA semester pertama" sebagai salah satu syarat untuk mencapai gelar sarjana di Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Sanata Dharma.

Penulis menyadari bahwa keberhasilan penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari bantuan, dorongan dan dukungan segenap pihak yang terlibat langsung maupun tidak langsung. Penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak, M. Andy Rudhito, S.Pd., M.Si selaku Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Sanata Dharma.
2. Bapak M. Andy Rudhito, S. Pd., M.Si, selaku dosen Pembimbing yang telah dengan sabar dan penuh pengertian membimbing, mengarahkan, memberi masukan, serta memberikan dorongan selama penyusunan skripsi.
3. Bapak Drs. A Mardjono dan Drs. Al Haryono sebagai dosen penguji yang telah memberikan saran dan masukan kepada penulis.
4. Bapak Narjo dan Bapak Sugeng yang telah membantu administrasi penulis.
5. Bapak Markus Padmanegara selaku kepala sekolah SMA Pangudi Luhur dan Bapak Agus Purwaka selaku Guru matematika SMA Pangudi Luhur Sedayu atas ijin dan bantuannya sehingga uji coba dapat berjalan dengan lancar.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

6. Bapak dan Ibu tercinta yang telah memberikan doa, dukungan, semangat dan semuanya untuk menyelesaikan studi.
7. Adikku Ari dan Ambar, kalian adalah motivasi terbesarku.
8. Keluarga Bapak Madiyanto, Sr. Asumta, Mas Tono, Yosef dan Mba Yuni atas segala doa dan dukungan yang diberikan, terima kasih pula aku boleh menjadi bagian dari keluarga ini.
9. Teman-temanku P.Mat khususnya angkatan 2001: Heni, Atik, Sini, There, Ambar, Valent, Dewi, serta semua teman-teman yang tidak dapat disebutkan satu-persatu, terima kasih atas kebersamaan dan dukungannya.
10. Teman-teman yang telah membantu pelaksanaan uji coba: Heni, Sini, Topen, Mas Wiwid dan Mas Teddy terima kasih atas segala bantuannya.
11. Mas Deny terimakasih atas bimbingannya dan Mas Didik terimakasih atas dukungan dan doanya.
12. Teman-teman kost Banana Home: Ari, Kembaranku mbak Lilik, Mba Purba, Mbak Jeki, Heni, Adeth, Eta, Prita, Ria, Mekar, Dian, Wulan, Joe, Prima, Vita (Thanks Ujicobanya), Mbak Anggit, Mbak Sisca, Betty, Sisca, Ratih dan Dewi atas persahabatan dan canda tawa penghilang stress.
13. Sahabatku: Pincuk, Mama, Ian, Topen dan Mas Bariedz yang sudah membangkitkan semangatku untuk menyelesaikan skripsi ini.(Kapan kita berpetualang lagi?)
14. Teman-teman KSR USD yang tidak dapat aku sebutkan satu persatu yang telah memberikan banyak pelajaran untuk hidup.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

15. Teman-teman P3W Paingan: Robert, Ian, Mbak Titin, Nesty, Koko, Lini, Puji, Iin, Yoga, Mbak Dwi dan Dian terima kasih atas kerjasamanya selama ini.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu saran dan kritik dari berbagai pihak yang bersifat membangun sangat penulis harapkan.

Penulis





DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL.....	i
HALAMAN PERSETUJUAN PEMBIMBING.....	ii
HALAMAN PENGESAHAN.....	iii
HALAMAN PERSEMBAHAN.....	iv
PERNYATAAN KEASLIAN KARYA.....	v
ABSTRAK.....	vi
<i>ABSTRACT</i>	vii
KATA PENGANTAR.....	viii
DAFTAR ISI.....	xi
DAFTAR GAMBAR.....	xiv
DAFTAR TABEL.....	xvii
DAFTAR LAMPIRAN.....	xix
BAB I Pendahuluan.	
A. Latar Belakang Masalah.....	1
B. Perumusan Masalah.....	2
C. Tujuan Eksplorasi	3
D. Manfaat Penulisan	4
E. Metode Penulisan.....	4
F. Sistematika Penulisan.....	5

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

BAB II Landasan Teori.

A. Konsep Integral dalam pembelajaran Kelas XII SMA semester pertama.	6
B. Pengenalan Program JKGRAPH.....	23

BAB III Eksplorasi Program JKGRAPH dalam mendukung Pembelajaran Integral Tentu.

A. Fasilitas Program JKGRAPH.....	25
1. Batang Judul	25
2. Batang Menu.....	26
3. Batang Tool.....	43
B. Hasil Eksplorasi program <i>JKGRAPH</i> dalam mendukung Pembelajaran integral tentu.....	45
1. Memahami integral tentu sebagai luas daerah bidang datar.....	46
2. Penggunaan Integral Dalam menghitung luas daerah.....	49
3. Penggunaan Integral Dalam menghitung Volume Benda Putar.....	53

BAB IV Rancangan Pembelajaran Integral Tentu dengan Memanfaatkan Program *JKGRAPH*

A. Rancangan Penyusunan <i>Handout</i>	57
B. <i>Handout</i> untuk pembelajaran integral tentu	61
C. <i>Handout</i> untuk pembelajaran penggunaan Integral Tentu.....	86

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

BAB V Uji coba Penggunaan *Handout* Pembelajaran Berbantuan

Program *JKGRAPH*

A. Rancangan Uji coba.....	100
B. Pengamatan Proses Pembelajaran.....	105
C. Pencapaian Tujuan Pembelajaran.....	108
D. Tanggapan dan Kesulitan Siswa.....	121
E. Perbaikan <i>Handout</i>	126
F. Kekurangan Program <i>JKGRAPH</i>	127

BAB VI Penutup

A. Kesimpulan.....	128
B. Saran.....	139
Daftar Pustaka	131

DAFTAR GAMBAR

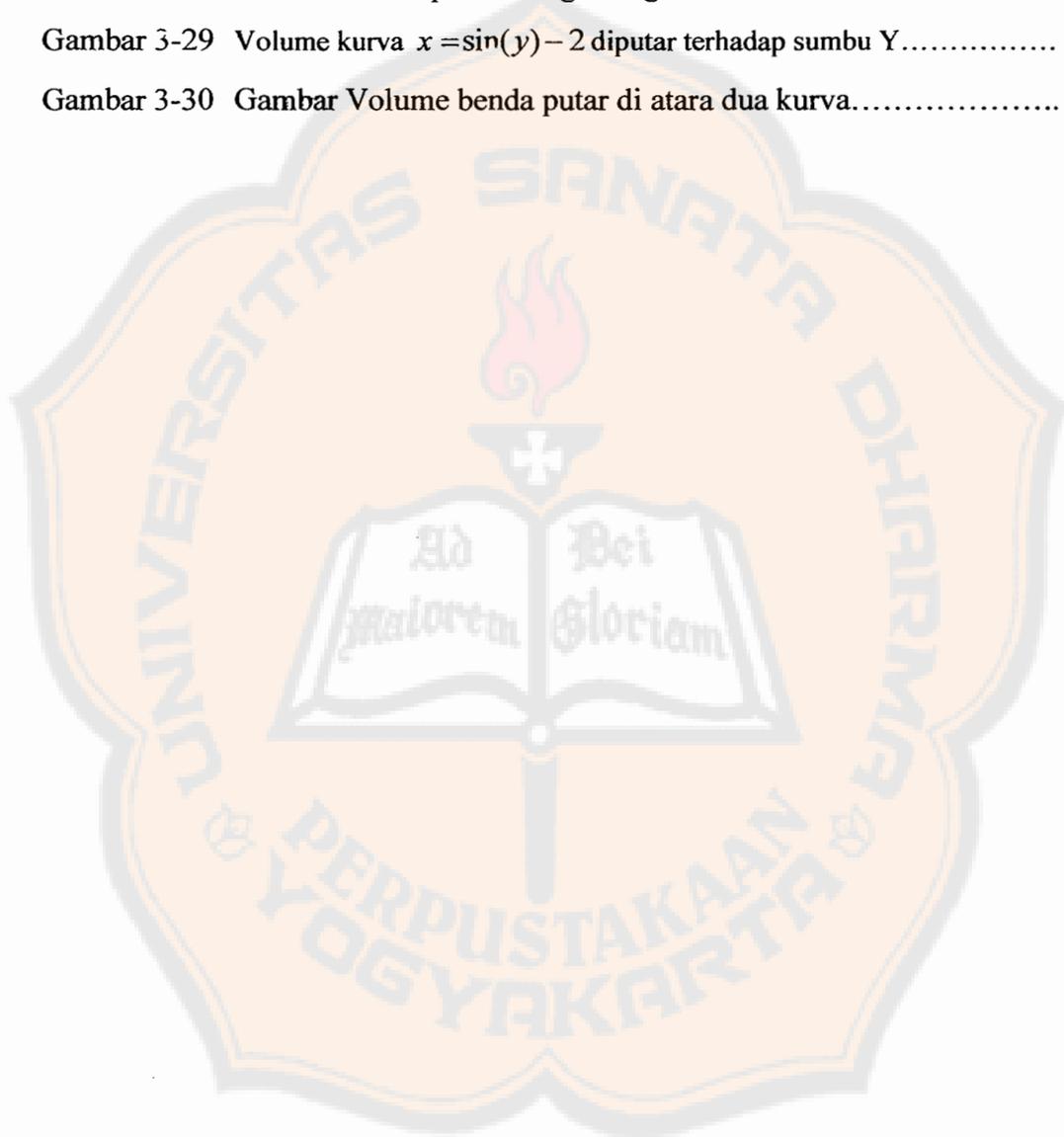
Gambar 2-1	Fungsi tidak kontinu.....	10
Gambar 2-2	Titik Partisi dan titik sampel.....	10
Gambar 2-3	Tafsiran dari jumlah Riemann.....	11
Gambar 2-4	Daerah yang dibatasi kurva $y=f(x)$, $x=a$, $x=b$ dan $y=0$ dengan $f(x) \geq 0$	17
Gambar 2-5	Daerah yang dibatasi kurva $y=f(x)$, $x=a$, $x=b$ dan $y=0$ dengan $f(x) \leq 0$	17
Gambar 2-6	Daerah yang dibatasi kurva $y=f(x)$, $x=a$, $x=b$ dan $y=0$ dengan $f(x) \geq 0$ pada $[a,c]$ dan $f(x) \leq 0$ pada $[c,b]$	17
Gambar 2-7	Daerah yang dibatasi kurva $y=f(x)$ dan $y=g(x)$, $x=a$, $x=b$ dan $y=0$	18
Gambar 2-8	Daerah yang dibatasi kurva $x=f(y)$, $y=c$, $y=d$ dan $x=0$ dengan $f(y) \geq 0$	18
Gambar 2-9	Daerah yang dibatasi kurva $x=f(y)$, $y=c$, $y=d$ dan $x=0$ dengan $f(y) \leq 0$	19
Gambar 2-10	Daerah yang dibatasi kurva $x=f(y)$, $y=c$, $y=d$ dan $x=0$ dengan $f(y) \geq 0$ pada $[c,e]$ dan $f(y) \leq 0$ pada $[e,d]$	19
Gambar 2-11	Daerah yang dibatasi kurva $x=f(y)$ dan $x=g(y)$, $y=c$, $y=d$ dan $x=0$	20
Gambar 2-12	Benda putar dengan memutar daerah yang dibatasi beberapa kurva mengelilingi sumbu X.....	20
Gambar 2-13	Benda putar dengan memutar daerah yang dibatasi beberapa kurva mengelilingi sumbu Y.....	21
Gambar 2-14	Volume benda putar dengan memutar daerah yang dibatasi beberapa kurva dengan $f(x) \geq g(x)$ mengelilingi sumbu X.....	21

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Gambar 2-15	Volume benda putar dengan memutar daerah yang dibatasi beberapa kurva dengan $f(y) \geq g(y)$ mengelilingi sumbu X.....	22
Gambar 2-16	Jendela <i>JKGRAPH</i>	24
Gambar 3-1	Bidang Kerja <i>JKGRAPH</i>	26
Gambar 3-2	Submenu <i>Formula</i>	27
Gambar 3-3	Jendela dialog <i>Function Formula Y=F(X)</i>	27
Gambar 3-4	Jendela dialog <i>Line& Color Style</i>	28
Gambar 3-5	Grafik $x = y^4$	29
Gambar 3-6	Submenu dari menu <i>Domains</i>	31
Gambar 3-7	Jendela dialog <i>Graph Background Domain</i>	31
Gambar 3-8	Cardioda dengan <i>background</i> polar grid.....	32
Gambar 3-9	Submenu dari menu <i>Modes</i>	33
Gambar 3-10	Garis singgung pada grafik $y = x^2 + 2x - 1$	33
Gambar 3-11	Submenu dari menu <i>Option</i>	35
Gambar 3-12	Submenu dari <i>Overlay Other Type Graph</i>	35
Gambar 3-13	Titik ekstrim pada grafik $y = 2 \sin(x) + 2$	36
Gambar 3-14	Submenu dari menu <i>Option</i>	39
Gambar 3-15	Jendela dialog <i>Drawing Extras</i>	40
Gambar 3-16	Pemanfaatan Menu <i>Drawing Extras</i>	40
Gambar 3-17	Submenu dari menu <i>Help</i>	42
Gambar 3-18	Jendela <i>About JKGRAPH</i>	42
Gambar 3-19	Tombol Pada <i>Toolbar</i>	43
Gambar 3-20	<i>Table of Function Value</i>	47
Gambar 3-21	Jendela dialog <i>Integral</i>	47
Gambar 3-22	Daerah yang dibatasi grafik $y = x$	48
Gambar 3-23	Daerah yang dibatasi $y = x^2 + 2x - 3$, garis $x = -2$, $x = 0$ dan $y = 0$	50

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Gambar 3-24	Daerah yang dibatasi $y = 2x - x^2$, garis $x = 0$, $x = 3$ dan $y = 0$	50
Gambar 3-25	Jendela dialog <i>Set Primary and Secondary Formula</i>	51
Gambar 3-26	Daerah yang dibatasi dua kurva.....	52
Gambar 3-27	Daerah yang dibatasi grafik $x = y + 2$, garis $y = 0$ dan $y = 2$	53
Gambar 3-28	Volume benda putar mengelilingi sumbu X.....	54
Gambar 3-29	Volume kurva $x = \sin(y) - 2$ diputar terhadap sumbu Y.....	55
Gambar 3-30	Gambar Volume benda putar di atara dua kurva.....	56

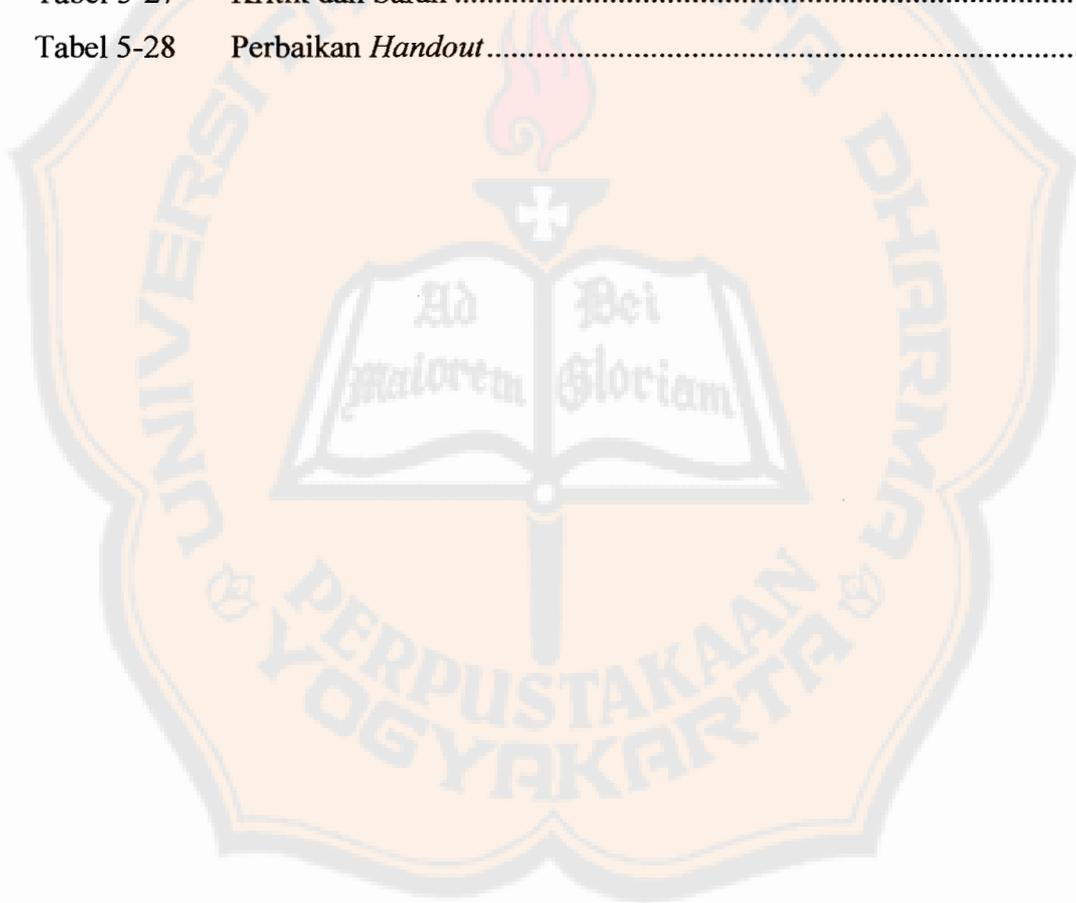


DAFTAR TABEL

Tabel 2-1	Kurikulum integral menurut KBK	6
Tabel 3-1	Menu <i>Formulas</i> pada <i>JKGRAPH</i>	29
Tabel 3-2	Menu <i>Domain</i> Pada Jendela <i>JKGRAPH</i>	32
Tabel 3-3	Menu <i>Modes</i> Pada Jendela <i>JKGRAPH</i>	34
Tabel 3-4	Menu <i>Action</i> Pada Jendela <i>JKGRAPH</i>	36
Tabel 3-5	Menu <i>Option</i> Pada Jendela <i>JKGRAPH</i>	41
Tabel 3-6	Menu <i>Help</i> Pada Jendela <i>JKGRAPH</i>	42
Tabel 3-7	Keterangan <i>Toolbar</i>	44
Tabel 5-1	Skor setiap siswa	101
Tabel 5-2	Klasifikasi nilai siswa.....	103
Tabel 5-3	Kriteria tanggapan untuk jawaban kuesioner	104
Tabel 5-4	Rangkuman jawaban siswa pada kegiatan 1	108
Tabel 5-5	Rangkuman jawaban siswa pada kegiatan 2.1	109
Tabel 5-6	Rangkuman jawaban siswa pada kegiatan 2.2	109
Tabel 5-7	Rangkuman jawaban siswa pada kegiatan 3	110
Tabel 5-8	Rangkuman jawaban siswa pada kegiatan 4 langkah1.....	112
Tabel 5-9	Rangkuman jawaban siswa pada kegiatan 4 langkah2.....	112
Tabel 5-10	Rangkuman jawaban siswa pada kegiatan 4 langkah 4... ..	113
Tabel 5-11	Rangkuman jawaban siswa pada kegiatan 4 langkah 5.....	113
Tabel 5-12	Rangkuman jawaban siswa pada kegiatan 4 langkah 6.....	114
Tabel 5-13	Rangkuman jawaban siswa pada kegiatan 4 langkah 7.....	114
Tabel 5-14	Rangkuman jawaban siswa pada kegiatan 4 langkah 8.....	115
Tabel 5-15	Rangkuman jawaban siswa pada kegiatan 4 langkah 9.....	115
Tabel 5-16	Rangkuman jawaban siswa pada kegiatan 5 langkah 4	117
Tabel 5-17	Rangkuman jawaban siswa pada kegiatan 5 langkah 5.....	117
Tabel 5-18	Rangkuman jawaban siswa pada kegiatan 5 langkah 6.....	118

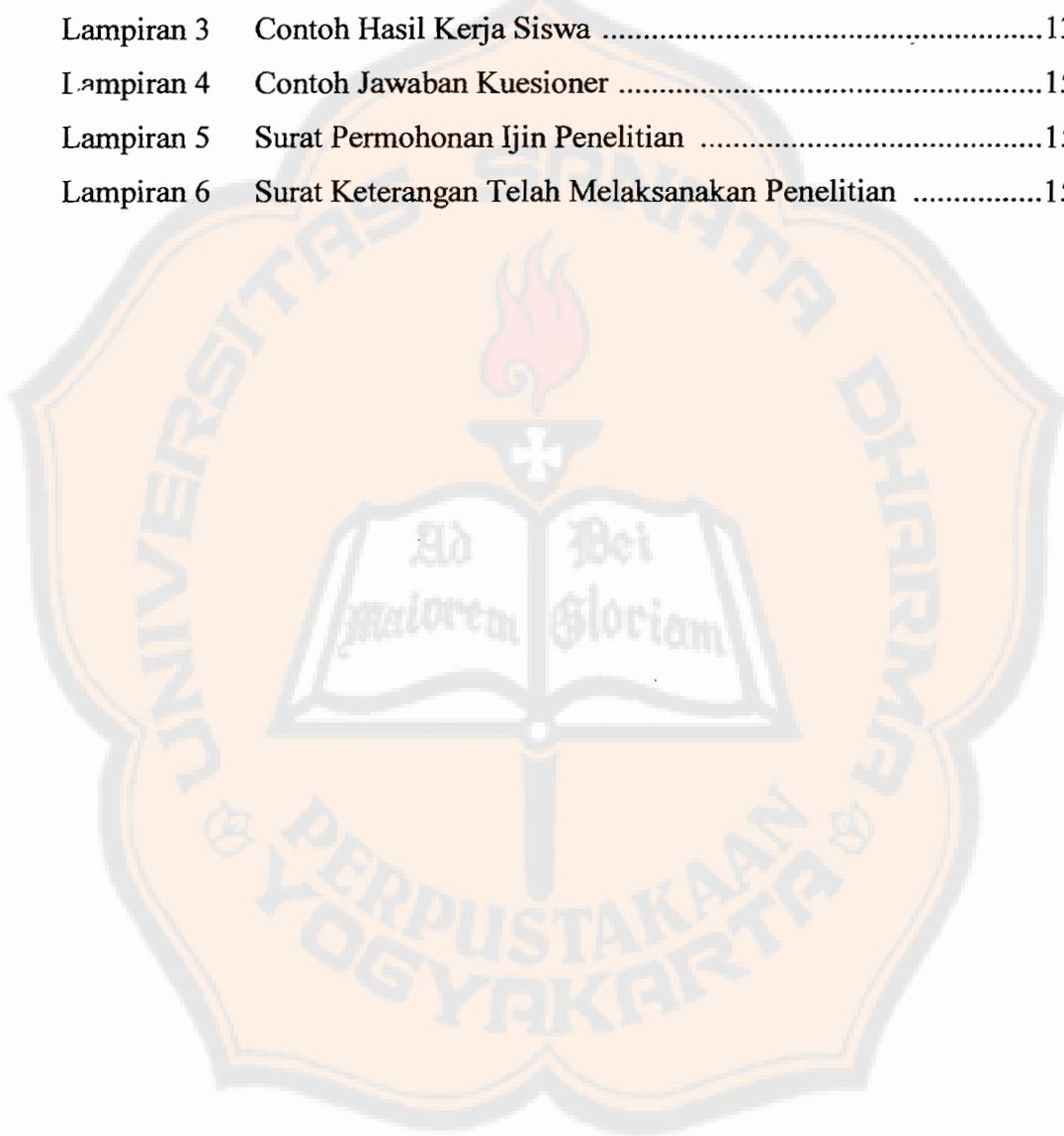
PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Tabel 5-19	Rangkuman skor pencapaian tujuan pembelajaran pada lembar kerja siswa.....	118
Tabel 5-20	Rangkuman skor pencapaian tujuan pada lembar evaluasi.....	119
Tabel 5-21	Pencapaian tujuan pembelajaran	120
Tabel 5-22	Klasifikasi keseluruhan pencapaian tujuan pembelajaran.....	120
Tabel 5-23	Rangkuman data tanggapan siswa.....	121
Tabel 2-24	Rangkuman hasil jawaban terbanyak dan hasil analisisnya.....	122
Tabel 5-25	Hambatan yang dialami siswa dalam pembelajaran	123
Tabel 5-26	Pendapat siswa tentang pembelajaran dengan komputer	124
Tabel 5-27	Kritik dan Saran	125
Tabel 5-28	Perbaikan <i>Handout</i>	126



DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1	Foto Proses Pembelajaran	133
Lampiran 2	Kuesioner Tanggapan Siswa	135
Lampiran 3	Contoh Hasil Kerja Siswa	138
Lampiran 4	Contoh Jawaban Kuesioner	151
Lampiran 5	Surat Permohonan Ijin Penelitian	153
Lampiran 6	Surat Keterangan Telah Melaksanakan Penelitian	154



BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Matematika sangat berperan dalam kemajuan ilmu pengetahuan dan teknologi sehingga peranan matematika sangat banyak dalam kehidupan manusia. Namun sayang saat ini masih banyak siswa menganggap matematika adalah pelajaran yang sangat sulit untuk dipelajari (Sujono,1988). Para pendidik matematika pada umumnya menyadari bahwa matematika bukanlah pelajaran yang mudah dipelajari oleh sebagian besar siswa. Persoalan ini rupanya memang bersifat universal dan sudah terjadi sejak dulu (Suwarsono,1982). Lebih lanjut Suwarsono mengungkapkan bahwa konsep, prinsip dan ketrampilan matematika sulit dikuasai siswa karena objek yang dipelajari bersifat abstrak. Integral tentu adalah salah satu konsep matematika yang bersifat abstrak. Oleh karena itu seorang guru diharapkan mampu merancang pembelajaran yang dapat mengaktifkan siswa dan mengurangi sifat abstrak dari integral tentu dengan memanfaatkan berbagai sumber belajar. Sifat abstrak dari integral tentu dapat dikurangi dengan representasi geometris atau representasi konkret berupa grafik-grafik. Selama ini guru menggambarkan grafik secara manual di papan tulis, cara ini memiliki beberapa kelemahan yaitu membutuhkan waktu yang lama dan dalam menggambarkan guru juga belum tentu teliti.

Dalam dunia pendidikan, perkembangan teknologi semakin dapat dirasakan dampaknya di lingkungan sekolah atau kampus. Sebagai contoh

yaitu; banyak sekolah menyediakan fasilitas komputer atau internet guna mendukung pembelajaran, munculnya alat hitung kalkulator, presentasi pembelajaran yang berbentuk VCD pembelajaran dan *software-software* pembelajaran (*wingeom, winmat, cabri, voronoi, dll*). Penggunaan teknologi dapat membantu guru dalam menggambar dan memberi peluang bagi siswa untuk mengalami proses belajar, di mana siswa didorong untuk membuat dugaan matematis berdasarkan eksplorasi yang dilakukan. Untuk membantu guru dalam menggambar dan membantu siswa memahami materi dapat digunakan teknologi komputer dengan perangkat lunaknya.

Salah satu perangkat lunak komputer yang dapat digunakan untuk membantu pembelajaran integral tentu adalah program *JKGRAPH* (http://homepage.smc.edu/kennedy_john). Program ini memiliki fasilitas atau kemampuan untuk menggambarkan dan menganalisa grafik fungsi dua dimensi. Program ini dapat dimanfaatkan oleh siswa yang sedang mempelajari kalkulus atau pra-kalkulus. Dengan pembelajaran berbantuan *JKGRAPH*, siswa diharapkan dapat melakukan eksplorasi dengan dipandu kegiatan yang tertuang dalam *handout*.

B. Perumusan Masalah

Masalah-masalah yang akan dibahas dalam skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Fasilitas apa saja pada program *JKGRAPH* yang dapat digunakan untuk membantu pembelajaran integral tentu?

2. Bagaimana merancang pembelajaran integral tentu dengan memanfaatkan program *JKGRAPH* dan menyajikan dalam bentuk *handout*?
3. Bagaimana hasil uji coba pembelajaran khususnya mengenai pencapaian tujuan pembelajaran menggunakan *handout* pembelajaran integral tentu berbantuan program *JKGRAPH* serta tanggapan dan kesulitan siswa dalam hal bahasa yang digunakan, isi dan kejelasan *handout* serta waktu yang dibutuhkan?

C. Tujuan Eksplorasi

Penulis melakukan eksplorasi program dan uji coba aplikasi program di sekolah dengan tujuan:

1. Mengetahui fasilitas program *JKGRAPH* yang dapat digunakan untuk membantu pembelajaran Integral tentu.
2. Mengetahui cara merancang pembelajaran integral tentu dengan memanfaatkan program *JKGRAPH* yang disajikan dalam bentuk *handout*.
3. Mengetahui hasil uji coba penggunaan *handout* pembelajaran Integral tentu berbantuan program *JKGRAPH*, dilihat dari pencapaian tujuan yang dirumuskan pada *handout* dan mengenai tanggapan dan kesulitan yang dihadapi siswa terhadap bahasa yang digunakan, isi dan kejelasan *handout* serta waktu yang dibutuhkan dalam pembelajaran ini.

D. Manfaat Penulisan

Manfaat penulisan skripsi ini adalah :

1. Bagi Universitas Sanata Dharma

Menambah referensi kepustakaan dan diharapkan dapat berguna bagi pihak-pihak yang memerlukan.

2. Bagi Calon Guru

- a. Sebagai sarana bagi calon guru untuk mengenal dan menggunakan perangkat lunak dalam melaksanakan pembelajaran matematika di sekolah.
- b. Sebagai sarana bagi calon guru untuk mengembangkan kemampuan, memiliki keberanian mengadakan penelitian dan pengembangan untuk memperbaiki mutu pembelajaran matematika.
- c. Memberi inspirasi bagi calon guru yang lain, agar mereka dapat membuat pembelajaran yang lebih menarik dan bermanfaat.

E. Metode Penulisan

Metode yang digunakan dalam penulisan skripsi ini adalah metode penulisan deskriptif eksploratif dengan mengkaji bagaimana pembelajaran matematika berbantuan *JKGRAPH* dapat disusun. Dalam proses eksplorasi program *JKGRAPH* untuk mendukung pembelajaran integral ini, penulis memperhatikan bagaimana mengembangkan aspek eksplorasi dalam diri siswa supaya memahami konsep-konsep yang terkait. Kemudian disusun *handout* untuk membantu siswa dalam pembelajaran integral tentu.

F. Sistematika Penulisan

Skripsi ini terdiri dari 6 bab yaitu :

BAB I skripsi ini merupakan bab pendahuluan yang berisi latar belakang masalah, perumusan masalah dan tujuan eksplorasi. Selain itu dikemukakan pula manfaat penulisan, metode penulisan dan sistematika penulisan.

Dalam Bab II dari skripsi ini dituliskan teori-teori yang digunakan sebagai landasan dalam penyusunan skripsi ini. Teori-teori yang dituliskan antara lain sebagai berikut: Konsep Integral untuk pembelajaran kelas III SMA semester pertama dan Pengenalan program *JKGRAPH*

BAB III. Bab ini berisi Eksplorasi program *JKGRAPH* dalam mendukung pembelajaran integral, meliputi Fasilitas Program *JKGRAPH* yang semuanya dibahas secara umum dan Hasil Eksplorasi program *JKGRAPH* Dalam Mendukung Pembelajaran Integral tentu.

BAB IV. Bab ini berisi Bagaimana merancang pembelajaran Integral Tentu dengan memanfaatkan program *JKGRAPH*, meliputi Rancangan *handout*, *Handout* Pembelajaran Integral Tentu dan *Handout* pembelajaran penggunaan Integral Tentu.

BAB V. Bab ini berisi Uji coba penggunaan program pembelajaran Integral berbantuan program *JKGRAPH*, meliputi Rancangan uji coba, Pengamatan proses pembelajaran, Pencapaian Tujuan Pembelajaran, Tanggapan dan kesulitan siswa, Perbaikan *Handout* dan Kekurangan program *JKGRAPH*.

BAB VI. Penutup berisi Kesimpulan dan Saran

BAB II

LANDASAN TEORI

A. Konsep Integral Dalam Pembelajaran Kelas XII SMA Semester Pertama

1. Kurikulum matematika dalam pokok bahasan kalkulus integral kelas XII

IPA

Tabel 2-1 Kurikulum Integral menurut KBK

Standar kompetensi : Memahami dan menggunakan konsep serta manipulasi aljabar pemecahan masalah integral.

Aspek : Kalkulus

Kompetensi Dasar	Indikator	Materi Pokok
1. Menggunakan konsep, aturan dan manipulasi aljabar dalam pemecahan masalah integral tak tentu, integral tentu, luas dan volume 1.1 Menggunakan konsep, sifat dan aturan dalam perhitungan integral tak tentu dan integral tentu	<ul style="list-style-type: none">• Merancang aturan integral tak tentu dari aturan turunan• Menghitung integral tak tentu dari fungsi aljabar dan trigonometri• Menjelaskan integral tentu sebagai luas daerah bidang datar• Menghitung integral tentu dengan menggunakan integral tak tentu• Menghitung integral dengan rumus integral substitusi• Menghitung integral dengan rumus integral parsial	Integral

<p>1.2 Menggunakan sifat limit fungsi untuk menghitung bentuk tak tentu fungsi aljabar dan trigonometri</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Menggambarkan suatu daerah yang dibatasi oleh beberapa kurva • Merumuskan integral tentu untuk luas suatu daerah dan menghitungnya • Merumuskan suatu integral tentu untuk volume benda putar dari daerah yang diputar terhadap sumbu koordinat dan menghitungnya 	
---	---	--

2. Materi Matematika dengan Pokok Bahasan Integral kelas XII IPA

a. Fungsi

Definisi:

Sebuah fungsi f adalah suatu aturan padanan yang menghubungkan tiap obyek x dalam satu himpunan, yang disebut daerah asal, dengan sebuah nilai unik $f(x)$ dari himpunan kedua. Himpunan nilai yang diperoleh secara demikian disebut daerah hasil.

b. Limit

Definisi

Mengatakan bahwa $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ berarti bahwa untuk tiap $\epsilon > 0$ yang diberikan (betapapun kecilnya), terdapat $\delta > 0$ yang berpadanan sedemikian sehingga $|f(x) - L| < \epsilon$ asalkan bahwa $0 < |x - c| < \delta$; yakni,

$$0 < |x - c| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \epsilon$$

c. Turunan

Definisi:

Turunan suatu fungsi f adalah fungsi lain f' (dibaca “f aksen”) yang nilainya pada sembarang bilangan c adalah :

$$f'(c) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h) - f(c)}{h}$$

asalkan limit ini ada.

d. Pengertian Integral

Matematika mempunyai banyak operasi balikan (invers): penambahan dan pengurangan, perkalian dan pembagian serta pemangkatan dan penarikan akar. Kita telah mempelajari penurunan balikkannya adalah anti turunan atau juga disebut integral.

Definisi :

Kita sebut F suatu anti turunan dari f pada interval I jika $DF = f$ pada I – yakni, jika $F'(x) = f(x)$ untuk semua x dalam I . (Jika x suatu titik ujung I , $F'(x)$ hanya perlu berupa turunan satu sisi)

e. Notasi Integral

Bila $\frac{dy}{dx}$ merupakan notasi turunan, maka notasi integral adalah $\int dx$.

Semua anti turunan dari fungsi f dinotasikan sebagai $\int f(x)dx$. (dibaca “integral $f(x)$ terhadap x ”). Notasi di atas disebut dengan notasi Leibniz.

f. Integral tak Tentu

Bila $F(x)$ anti turunan dari $f(x)$, maka $F(x) + c$ juga anti turunan dari $f(x)$, c suatu konstanta. Secara umum integral $f(x)$ terhadap x dapat ditulis:

$$\int f(x)dx = F(x) + c$$

Bila ditulis dalam notasi integral adalah sebagai berikut :

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c, \text{ dimana } n \text{ adalah bilangan rasional kecuali } -1$$

g. Beberapa penerapan integral tak tentu;

1) Integral tak tentu dapat digunakan untuk menentukan persamaan grafik

fungsi $y = f(x)$, jika diketahui $\frac{dy}{dx}$ dan sebuah titik pada grafik.

2) Penerapan integral tak tentu dalam Fisika

a) Andaikan persamaan kecepatan yang merupakan fungsi dari waktu ($v(t)$)

diketahui, maka persamaan jaraknya s dapat diperoleh sebagai berikut :

$$v = \frac{ds}{dt} \Leftrightarrow s = \int v dt$$

b) Andaikan persamaan kecepatan yang merupakan fungsi dari waktu ($a(t)$)

diketahui, maka persamaan kecepatan ($v(t)$) dapat diperoleh sebagai berikut:

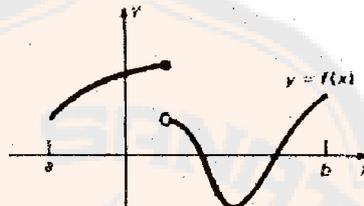
$$a = \frac{dv}{dt} \Leftrightarrow v = \int a dt$$

h. Integral Tentu

Dalam perumusan definisi integral tentu kita dipedomani oleh suatu gagasan yaitu jumlah Riemann.

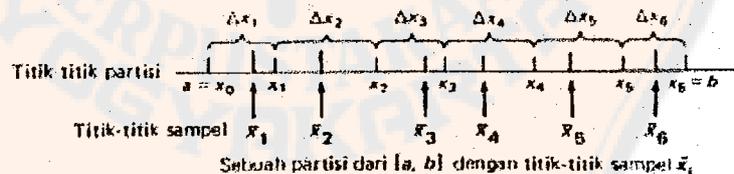
Jumlah Riemann

Pandang sebuah fungsi f yang didefinisikan pada interval tutup $[a,b]$. Ia boleh bernilai positif ataupun negatif pada interval tersebut. dan bahkan ia tidak perlu kontinu. Grafiknya dapat dilihat pada gambar 2-1.



Gambar 2-1 Fungsi tidak kontinu (Purcell, 1987:274)

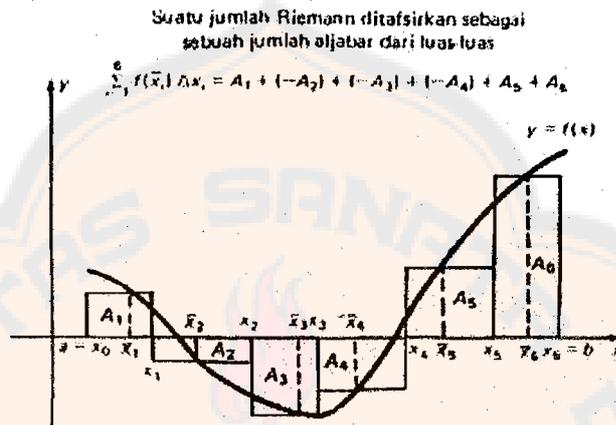
Pandang suatu partisi P dari interval $[a,b]$ menjadi n interval bagian (tidak perlu berpanjang sama) memakai titik-titik $P : a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1} < x_n = b$ dan andaikan $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$. Pada tiap interval bagian $[x_{i-1}, x_i]$, ambil sebuah titik sembarang \bar{x}_i (yang mungkin saja sebuah titik ujung); kita sebut ia titik sampel untuk interval bagian ke- i . Sebuah contoh dari konstruksi ini diperlihatkan dalam gambar 2-2 untuk $n=6$.



Gambar 2-2 Titik partisi dan titik sampel(Purcell, 1987:274)

Bentuklah perjumlahan:
$$R_p = \sum_{i=1}^n f(\bar{x}_i) \Delta x_i$$

Kita sebut R_p jumlah Riemann untuk f yang berpadanan dengan partisi P . Tafsiran geometrinya diperlihatkan dalam gambar 2-3. Perhatikan bahwa kontribusi dari persegi panjang di bawah sumbu- x adalah negatif luasnya.



Gambar 2-3 Tafsiran dari jumlah Rieman(Purcell,1987:275)

Definisi:

Andaikan f suatu fungsi yang didefinisikan pada interval tutup $[a,b]$. Jika

$\lim_{|P| \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x_i$ ada, kita katakan f adalah terintegralkan pada $[a,b]$. Lebih lanjut

$\int_a^b f(x) dx$, disebut integral tentu (atau integral Riemann) f dari a ke b , diberikan

oleh $\int_a^b f(x) dx = \lim_{|P| \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\bar{x}_i) \Delta x_i$

i. Teorema Dasar Kalkulus

Andaikan f kontinu (karenanya terintegralkan) pada $[a,b]$ dan andaikan F

adalah sembarang anti turunan f di sana maka $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

Bukti :

Andaikan $P : a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1} < x_n = b$ adalah partisi sembarang dari $[a, b]$ dengan n tak hingga. Maka akal “ kurangkan dan tambahkan “ memberikan

$$\begin{aligned} F(b) - F(a) &= F(x_n) - F(x_{n-1}) + F(x_{n-1}) - F(x_{n-2}) + \dots + F(x_1) - F(x_0) \\ &= \sum_{i=1}^n [F(x_i) - F(x_{i-1})] \end{aligned}$$

Menurut teorema nilai rata-rata untuk turunan yang diterapkan pada F pada interval $[x_{i-1}, x_i]$, $F(x_i) - F(x_{i-1}) = F'(\bar{x}_i)(x_i - x_{i-1}) = f(\bar{x}_i)\Delta x_i$

Untuk suatu pilihan \bar{x}_i dalam interval terbuka (x_i, x_{i-1}) . Jadi,

$$F(b) - F(a) = \sum_{i=1}^n f(\bar{x}_i)\Delta x_i$$

Pada ruas kiri kita mempunyai sebuah konstanta; pada ruas kanan kita mempunyai jumlah Riemann untuk f pada $[a, b]$. Bilamana kedua ruas diambil limitnya untuk $n \rightarrow \infty$ dengan syarat $|P| \rightarrow 0$, kita peroleh

$$F(b) - F(a) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(\bar{x}_i)\Delta x_i = \lim_{|P| \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\bar{x}_i)\Delta x_i = \int_a^b f(x) dx$$

j. Sifat-sifat integral tentu

Andaikan bahwa f dan g terintegralkan pada $[a, b]$ dan c adalah konstanta. Maka cf dan $f + g$ adalah terintegralkan

$$1). \int_a^b c f(x) dx = c \int_a^b f(x) dx$$

Bukti:

$$\begin{aligned} \int_a^b c f(x) dx &= \lim_{|p| \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n c f(x_i) \Delta x \\ &= c \lim_{|p| \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\bar{x}_i) \Delta x_i \\ &= c \int_a^b f(x) dx \end{aligned}$$

$$2). \int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$$

Bukti:

$$\begin{aligned} \int_a^b [f(x) + g(x)] dx &= \lim_{|p| \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n [f(\bar{x}_i) + g(\bar{x}_i)] \Delta x_i \\ &= \lim_{|p| \rightarrow 0} \left[\sum_{i=1}^n f(\bar{x}_i) \Delta x_i + \sum_{i=1}^n g(\bar{x}_i) \Delta x_i \right] \\ &= \lim_{|p| \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\bar{x}_i) \Delta x_i + \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n g(\bar{x}_i) \Delta x_i \\ &= \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx \end{aligned}$$

$$3). \int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$$

Bukti:

$$\begin{aligned} \int_a^b [f(x) - g(x)] dx &= \lim_{|p| \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n [f(\bar{x}_i) + (-g(\bar{x}_i))] \Delta x_i \\ &= \lim_{|p| \rightarrow 0} \left[\sum_{i=1}^n f(\bar{x}_i) \Delta x_i - \sum_{i=1}^n g(\bar{x}_i) \Delta x_i \right] \end{aligned}$$

$$= \lim_{|p| \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\bar{x}_i) \Delta x_i - \lim_{|p| \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n g(\bar{x}_i) \Delta x_i$$

$$= \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$$

4). Jika f terintegralkan pada suatu interval yang mengandung tiga titik a , b dan

$$c, \text{ maka } \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$$

Bukti:

Andaikan $P: a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{m-1} < x_m = c < x_{m+1} < \dots < x_{n-1} < x_n = b$

adalah sembarang partisi $[a, b]$ dengan m dan n tak hingga. Maka akal"kurangkan dan tambahkan " memberikan

$$F(c) - F(a) = F(x_m) - F(x_{m-1}) + \dots + F(x_1) - F(x_0)$$

$$F(b) - F(c) = F(x_n) - F(x_{n-1}) + F(x_{n-1}) - F(x_{n-2}) + \dots + F(x_{m+1}) - F(x_m)$$

Maka :

$$(F(c) - F(a)) + (F(b) - F(c)) = (F(x_m) - F(x_{m-1}) + \dots + F(x_1) - F(x_0)) +$$

$$(F(x_n) - F(x_{n-1}) + F(x_{n-1}) - F(x_{n-2})$$

$$+ \dots + F(x_{m+1}) - F(x_m))$$

$$= \sum_{i=1}^m [F(x_i) - F(x_{i-1})] + \sum_{i=m+1}^n [F(x_i) - F(x_{i-1})]$$

Menurut teorema nilai rata-rata untuk turunan yang diterapkan pada F pada

interval $[x_{i-1}, x_i]$, $F(x_i) - F(x_{i-1}) = F'(\bar{x}_i)(x_i - x_{i-1}) = f(\bar{x}_i) \Delta x_i$

Untuk suatu pilihan \bar{x}_i dalam interval terbuka (x_{i-1}, x_i) . Jadi

$$F(c) - F(a) + F(b) - F(c) = \sum_{i=1}^m f(x_i) \Delta x_i + \sum_{i=m+1}^n f(x_i) \Delta x_i$$

Pada ruas kiri kita mempunyai sebuah konstanta; pada ruas kanan kita mempunyai jumlah Riemann untuk f pada $[a,b]$. Bilamana kedua ruas diambil limitnya untuk $m \rightarrow \infty$ dan $n \rightarrow \infty$ dengan syarat $|P| \rightarrow 0$, kita peroleh

$$\begin{aligned} F(c) - F(a) + F(b) - F(c) &= \lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^m f(\bar{x}_i) \Delta x_i + \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=m+1}^n f(\bar{x}_i) \Delta x_i \\ &= \lim_{|P| \rightarrow 0} \sum_{i=1}^m f(\bar{x}_i) \Delta x_i + \lim_{|P| \rightarrow 0} \sum_{i=m+1}^n f(\bar{x}_i) \Delta x_i \\ -F(a) + F(b) &= \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \\ F(b) - F(a) &= \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \end{aligned}$$

Menurut teorema dasar kalkulus $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$, jadi

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

5). Jika f dan g terintegralkan pada $[a,b]$ dan jika $f(x) < g(x)$ untuk semua x

dalam $[a,b]$, maka $\int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx$

Bukti :

Andaikan $P : a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1} < x_n = b$ adalah partisi sembarang

dari $[a,b]$, dan untuk tiap i andaikan \bar{x}_i titik sampel pada interval bagian ke- i

$[x_{i-1}, x_i]$. Kita boleh menyimpulkan secara beruntun bahwa

$$f(\bar{x}_i) \leq g(\bar{x}_i)$$

$$f(\bar{x}_i) \Delta x_i \leq g(\bar{x}_i) \Delta x_i$$

$$\sum_{i=1}^n f(\bar{x}_i) \Delta x_i \leq \sum_{i=1}^n g(\bar{x}_i) \Delta x_i$$

$$\lim_{|p| \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\bar{x}_i) \Delta x_i \leq \lim_{|p| \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n g(\bar{x}_i) \Delta x_i$$

$$\int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx$$

6). Jika $m \leq f(x) \leq M$ untuk $a \leq x \leq b$, maka $m(b-a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq M(b-a)$

Bukti:

Untuk membuktikan ketaksamaan sebelah kanan, andaikan $g(x) = M$ untuk semua x dalam $[a, b]$. Maka menurut sifat 5

$$\int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx$$

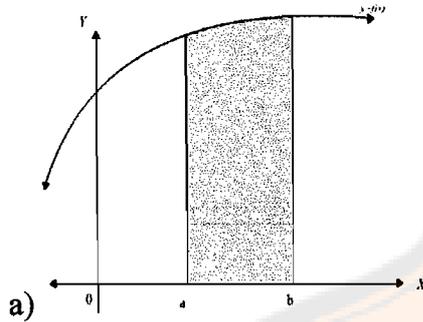
Tetapi

$$\int_a^b g(x) dx = \int_a^b M dx = [Mx]_a^b = M(b-a)$$

Ketaksamaan sebelah kiri dapat dibuktikan dengan jalan serupa.

k. Beberapa Penggunaan Integral Tentu

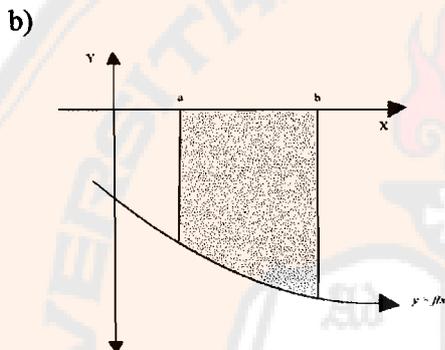
- 1) Luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = f(x)$, sumbu X, garis $x = a$ dan garis $x = b$



Gambar 2-4 Daerah dibatasi kurva $y=f(x)$, $x=a$, $x=b$ dan $y=0$ dengan $f(x) \geq 0$

Misalkan L adalah luas daerah yang dibatasi grafik fungsi f , sumbu X , garis $x = a$, dan garis $x = b$, dengan $f(x) \geq 0$ pada $[a,b]$, maka:

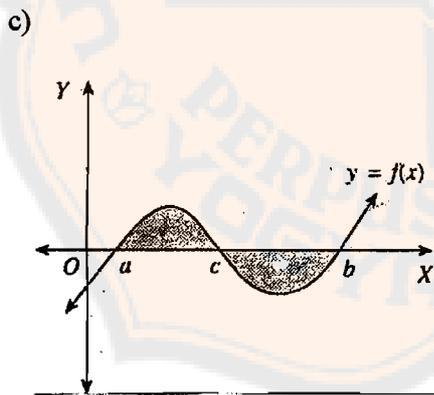
$$L = \int_a^b f(x) dx$$



Gambar 2-5 Daerah dibatasi kurva $y=f(x)$, $x=a$, $x=b$ dan $y=0$ dengan $f(x) \leq 0$

Misalkan L adalah luas daerah yang dibatasi grafik fungsi f , sumbu X , garis $x = a$, dan garis $x = b$, dengan $f(x) \leq 0$ pada $[a,b]$, maka:

$$L = - \int_a^b f(x) dx$$



Gambar 2-6 Daerah dibatasi kurva $y=f(x)$, $x=a$, $x=b$ dan $y=0$ dengan $f(x) \geq 0$ pada $[a,c]$, $f(x) \leq 0$ pada $[c,b]$

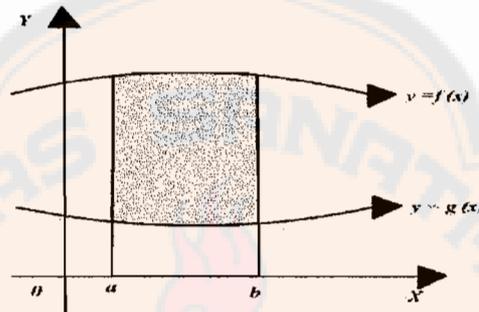
Misalkan L adalah luas daerah yang dibatasi grafik fungsi f , sumbu X , garis $x = a$ dan garis $x = b$, dengan $f(x) \geq 0$ pada $[a,c]$ dan $f(x) \leq 0$ pada

$$[c,b], \text{ maka: } L = \int_a^b |f(x)| dx$$

$$L = \int_a^c f(x) dx - \int_c^b f(x) dx$$

- 2) Luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = f(x)$, $y = g(x)$, sumbu X, garis $x=a$, dan garis $x = b$

Misalkan L adalah luas daerah yang di batasi grafik fungsi f , grafik fungsi g , garis $x = a$, dan garis $x = b$



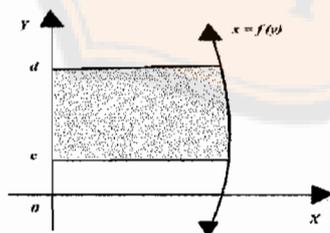
Gambar 2-7 Daerah yang dibatasi kurva $y=f(x)$, $y=g(x)$, $x=a$, $x=b$ dan $y=0$

a) Jika $f(x) \geq g(x)$ pada $[a,b]$, maka:
$$L = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$$

b) Jika $f(x) \leq g(x)$ pada $[a,b]$, maka:
$$L = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx$$

- 3) Luas daerah yang dibatasi oleh kurva $x=f(y)$, garis $y=c$ dan garis $y = d$ dan sumbu Y

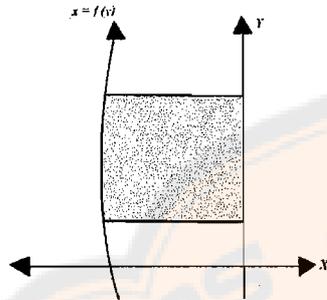
a)



Misakan L adalah luas daerah yang dibatasi grafik fungsi f , sumbu Y, garis $y = c$, dan garis $y = d$, dengan $f(y) \geq 0$ pada $[c,d]$,

maka :
$$L = \int_c^d f(y) dy$$

Gambar 2-8 Daerah yang dibatasi $x=f(y)$, $y=c$, $y=d$ dan $x=0$ dengan $f(y) \geq 0$

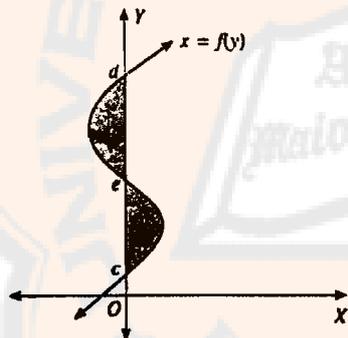


Gambar 2-9 Daerah yang dibatasi $x=f(y)$, $y=c$, $y=d$ dan $x=0$ dengan $f(y) \leq 0$

Misalkan L adalah luas daerah yang dibatasi grafik fungsi f , sumbu Y , garis $y = c$, dan garis $y = d$, dengan $f(y) \leq 0$ pada $[c,d]$ maka :

$$L = - \int_c^d f(y) dy$$

c)



Gambar 2-10 Daerah yang dibatasi $x=f(y)$ dan $x=g(y)$, $y=c$, $y=d$ dan $x=0$ dengan $f(y) \geq 0$ pada $[c,e]$ $f(y) \leq 0$ pada $[e,d]$

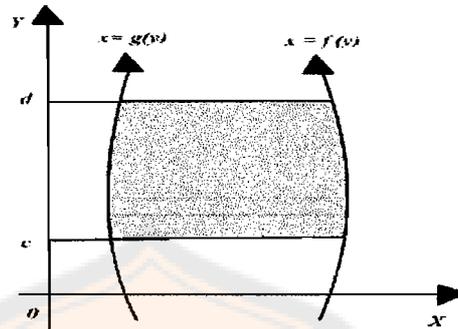
Misalkan L adalah luas daerah yang dibatasi grafik fungsi f , sumbu Y , garis $y = c$, dan garis $y = d$, dengan $f(y) \geq 0$ pada $[c,e]$ dan $f(y) \leq 0$ pada

$[e,d]$ maka : $L = \int_c^e |f(y)| dy$

$$L = \int_c^e f(y) dy - \int_e^d f(y) dy$$

4) Luas daerah yang dibatasi oleh kurva $x = f(y)$, $x = g(y)$, garis $y = c$ dan garis $y = d$

Misalkan L adalah luas daerah yang dibatasi grafik fungsi f , sumbu Y , garis $y = c$, dan garis $y = d$



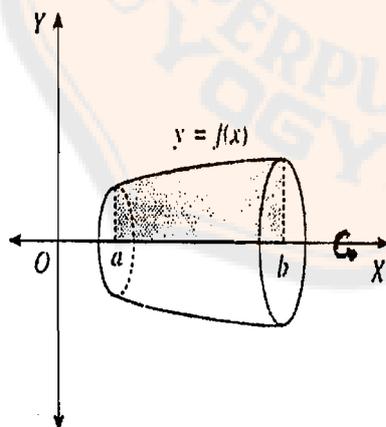
Gambar 2-11 Daerah yang dibatasi $x=f(y)$, $x=g(y)$, $y=c$, $y=d$ dan $x=0$ dengan $f(y) \geq 0$ pada $[c,e]$ $f(y) \leq 0$ pada $[e,d]$

a) jika $f(y) \geq g(y)$ pada $[c,d]$, maka
$$L = \int_c^d [f(y) - g(y)] dy$$

b) Jika $f(y) \leq g(y)$ pada $[c,d]$, maka:
$$L = \int_c^d [g(y) - f(y)] dy$$

5) Volume benda putar

a) Volume benda putar yang terjadi jika daerah yang dibatasi oleh kurva $y=f(x)$, sumbu X, garis $x=a$ dan garis $x=b$ yang diputar mengelilingi sumbu X

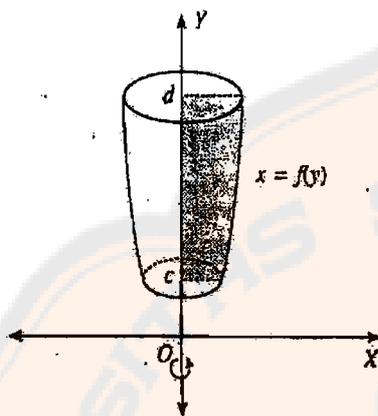


Misalkan D adalah daerah yang dibatasi oleh grafik fungsi f , sumbu X, garis $x=a$, dan garis $x=b$ dengan $a < b$, maka volume benda putar yang diperoleh dengan memutar daerah D mengelilingi sumbu X adalah:

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

Gambar 2-12 Benda putar dengan memutar daerah yang dibatasi beberapa kurva mengelilingi sumbu X

- b) Volume benda putar yang terjadi jika daerah yang dibatasi oleh kurva $x=f(y)$, sumbu Y, garis $y=c$ dan garis $y=d$ diputar mengelilingi sumbu Y

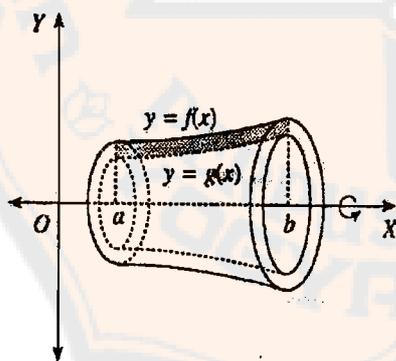


Gambar 2-13 Benda putar dengan memutar daerah yang dibatasi beberapa kurva mengelilingi sumbu Y

Misalkan D adalah daerah yang dibatasi oleh grafik fungsi $x=f(y)$, sumbu Y, garis $y=c$, dan garis $y=d$ dengan $c < d$, maka volume benda putar yang diperoleh dengan memutar daerah D mengelilingi sumbu Y

$$\text{adalah: } V = \pi \int_c^d [f(y)]^2 dy$$

- c) Volume benda putar yang terjadi jika daerah yang di batasi oleh kurva – kurva $y=f(x)$, $y=g(x)$, garis $x=a$, garis $x=b$ diputar mengelilingi sumbu X



Gambar 2-14 Benda putar dengan memutar daerah yang dibatasi beberapa kurva dengan $f(x) \geq g(x)$ mengelilingi sumbu X

Misalkan D adalah daerah yang dibatasi oleh grafik fungsi f , kurva fungsi g , garis $x=a$, dan garis $x=b$

(i) Jika $f(x) \geq g(x)$ pada $[a,b]$, maka volume benda putar yang diperoleh dengan memutar daerah D

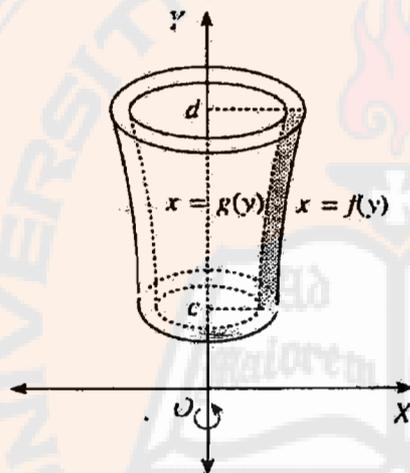
mengelilingi sumbu X adalah:

$$V = \pi \int_a^b [(f(x))^2 - (g(x))^2] dx$$

(ii) Jika $f(x) \leq g(x)$ pada $[a,b]$, maka volume benda putar yang diperoleh dengan memutar daerah D mengelilingi sumbu X adalah:

$$V = \pi \int_a^b [(g(x))^2 - (f(x))^2] dx$$

c) Volume benda putar yang terjadi jika daerah yang dibatasi grafik-grafik $x = f(y)$, $x = g(y)$, garis $y = c$, dan garis $y = d$ diputar mengelilingi sumbu Y



Misalkan D adalah daerah yang dibatasi oleh grafik fungsi f , kurva fungsi g , sumbu Y, garis $y=c$, dan garis $y=d$

(i) Jika $f(y) \geq g(y)$ pada $[c,d]$, maka volume benda putar yang di peroleh dengan memutar daerah

D mengelilingi sumbu Y adalah:

$$V = \pi \int_c^d [(f(y))^2 - (g(y))^2] dy$$

Gambar 2-15 Benda putar dengan memutar daerah yang dibatasi beberapa kurva dengan $f(y) \geq g(y)$ mengelilingi sumbu Y

(ii) Jika $f(y) \leq g(y)$ pada $[c,d]$, maka volume benda putar yang di peroleh dengan memutar daerah D mengelilingi sumbu Y adalah:

$$V = \pi \int_c^d [(g(y))^2 - (f(y))^2] dy$$

D. Pengenalan program JKGRAPH

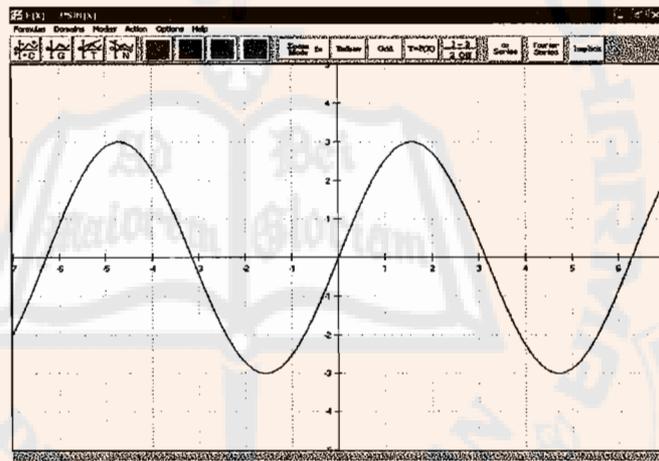
JKGRAPH adalah program yang diciptakan dan diproduksi oleh John Kennedy yaitu seorang pengajar di Mathematics Department, Santa Monica College. Program ini dapat diperoleh secara gratis melalui internet (http://homepage.smc.edu/kennedy_john) dan merupakan versi yang terbaru. Program ini *dicompiled* tanggal 08 Februari 2005. Program ini dapat dijalankan dengan menggunakan 32 bit windows 95/98/ME/XP/NT dan windows 2000. Program ini sangat mudah untuk diinstall dan di-copy, file program *JKGRAPH* ini berukuran 4,00 KB. Semua keterangan tentang cara-cara pengoperasian program *JKGRAPH* dapat dilihat pada menu *Help* di mana diberikan informasi yang lengkap tentang cara kerja masing-masing menu yang ada dalam program ini.

Program *JKGRAPH* ini dapat digunakan untuk menggambar dan menganalisa grafik fungsi dua dimensi yang dapat dibentuk dengan koordinat biasa, polar atau fungsi parameter. *JKGRAPH* juga mempunyai fasilitas untuk bekerja dengan infinite series, fourier series dan fungsi implisit dalam bentuk $f(x,y)=0$. Yang termasuk lima fungsi standar antara lain: fungsi koordinat dengan bentuk $Y=F(X)$, fungsi polar dalam bentuk $R=F(@)$, fungsi parameter dalam bentuk $X=F(T)$ dan $Y=G(T)$, fungsi polar parameter $R=F(T)$ dan $@=G(T)$ dan yang terakhir fungsi koordinat dalam bentuk $X=F(Y)$.

Selain itu program *JKGRAPH* juga dapat digunakan untuk menentukan titik koordinat yang ada pada layar kerja, menentukan garis singgung pada kurva dan persamaannya, menentukan garis normal pada kurva dan persamaannya, menemukan titik potong antara dua kurva, menyelesaikan persamaan $f(x)=0$,

menentukan nilai maximum dan minimum, menggambar turunan suatu fungsi dan integral suatu fungsi, menggambar serta menentukan luas suatu daerah dan volume benda putar dengan menggunakan perhitungan integral. Tetapi yang akan dibahas dalam skripsi ini adalah pemanfaatan program *JKGRAPH* untuk mendukung pembelajaran integral tentu yang berhubungan dengan penghitungan luas daerah di bawah kurva.

Untuk menjalankan *JKGRAPH*, dimulai dengan mengklik-*icon JKGRAPH* pada *program manajer windows*, kemudian akan muncul jendela *JKGRAPH*. Jendela tersebut dapat dilihat pada gambar di bawah ini:



Gambar 2-16 Jendela JKGRAPH

Dengan menggunakan jendela *JKGRAPH* tersebut kita siap menjalankan program *JKGRAPH*. Untuk lebih jelasnya mengenai program *JKGRAPH* akan dibahas pada BAB III yaitu tentang Eksplorasi Program *JKGRAPH* dalam Mendukung Pembelajaran Integral Tentu.



BAB III

EKSPLORASI PROGRAM *JKGRAPH*

DALAM MENDUKUNG PEMBELAJARAN INTEGRAL TENTU

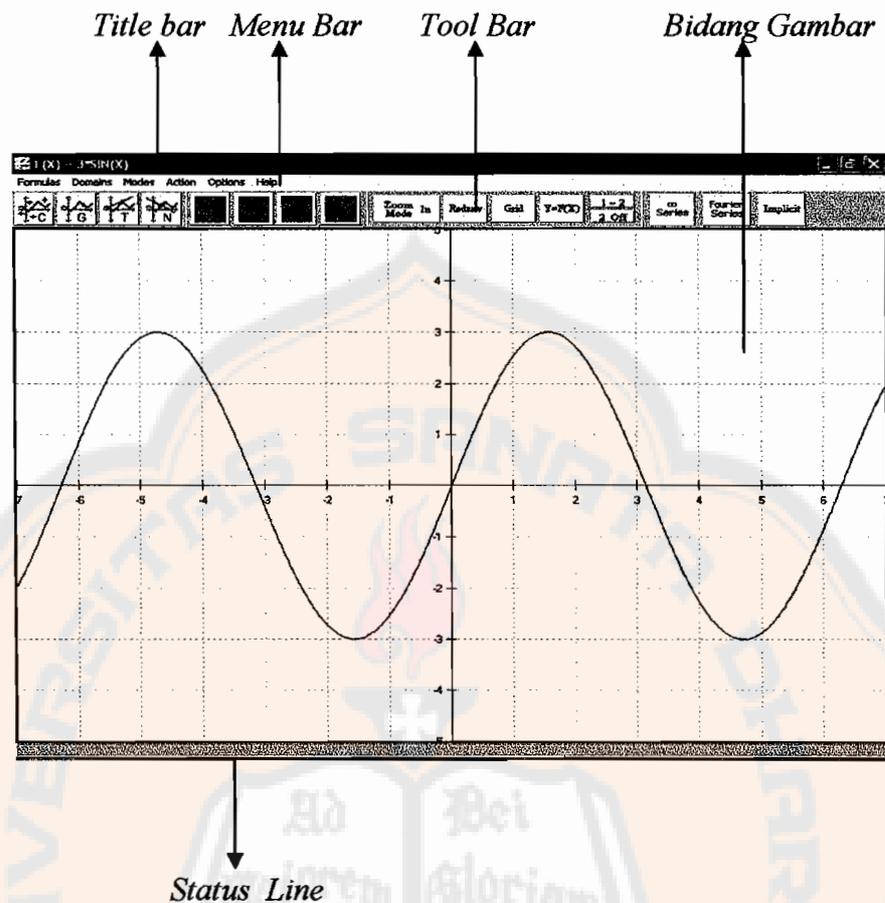
Dalam bab III ini akan berisi hasil eksplorasi program *JKGRAPH* sebagai salah satu data dalam penulisan skripsi ini. Dalam bab ini akan dibagi menjadi dua bagian. Bagian yang pertama berisi fasilitas yang ada pada program *JKGRAPH* dan semua fasilitas akan dibahas secara umum. Sedangkan pada bagian yang kedua penulis akan membahas fasilitas atau menu program *JKGRAPH* yang dapat dimanfaatkan dalam pembelajaran integral tentu kelas XII SMA semester pertama. Menu ini akan dibahas secara lebih terperinci dan akan disertai dengan contoh-contoh sehingga dapat membantu pembaca untuk memanfaatkan fasilitas tersebut.

A. FASILITAS PROGRAM *JKGRAPH*

Program *JKGRAPH* dimulai dengan meng-klik *icon JKGRAPH* pada *Program Manager Windows*, kemudian akan muncul jendela *JKGRAPH*. Pada jendela yang terbuka akan tampak grafik $3*\sin(X)$ dan tiga bagian penting pada layar yaitu : *Title Bar*, *Main Menu Bar* dan *Tool Bar*. Pada gambar 3-1 akan ditampilkan bidang kerja *JKGRAPH*.

1. Batang judul (*Title Bar*)

Title Bar berisi fungsi yang digambarkan dengan grafik yang ada pada layar *JKGRAPH*. Pada saat pertama kali kita membuka jendela *JKGRAPH* layar menampilkan grafik fungsi 3 kali sinus dari variabel X.



Gambar 3-1. Bidang kerja JKGRAPH

2. Batang Menu (Main Menu Bar)

Main Menu Bar berisi menu *Formulas*, *Domains*, *Modes*, *Action*, *Option* dan *Help*. Keterangan lebih lanjut mengenai sub menu dari masing-masing menu beserta kegunaannya akan dijelaskan di bawah ini:

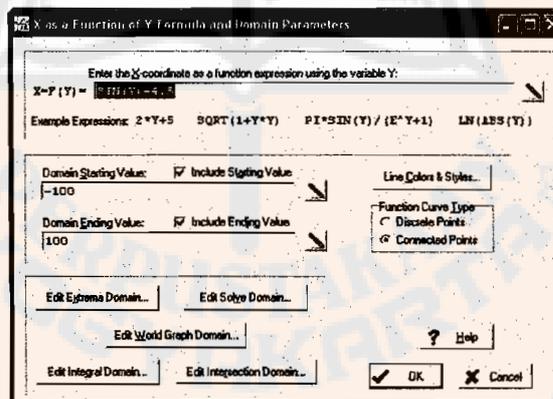
a. *Formulas*

Menu formula ini digunakan untuk mengatur formula fungsi, membuat *bitmap*, menyetak dan menyimpan. Di bawah ini akan ditampilkan submenu dari *Formulas*.

Function Formula: $Y=F(X)$...	Ctrl+K
Function Formula: $X=F(Y)$	
Polar Formula: $R=F(@)$...	
Parametric Formulas: $X=F(T)$ & $Y=G(T)$...	
Polar Parametrized Formulas: $R=F(T)$ & $@=G(T)$...	
Set Primary and Secondary Formulas...	Ctrl+S
Exchange Primary and Secondary Formulas	Ctrl+E
Turn Secondary Formula On/Off	Ctrl+T
Show Formula Tree Structure...	
Copy Graph To Clipboard (Metafile)...	
Copy Graph To Clipboard (Bitmap)...	
Printer Setup...	
Print The Graph...	Ctrl+P
Open Function Formula(s)...	
Save Function Formula(s)...	
Save Infinite Series Formula...	
Exit	Alt+X

Gambar 3-2. Sub menu *Formulas*

Pada menu di atas tampak bahwa menu *Formulas* terdiri dari 17 submenu yang masing-masing mempunyai fungsi yang berbeda. Jika *klik* salah satu menu misalnya, *Function Formula : X=F(Y)* maka akan muncul jendela dialog seperti pada gambar di bawah ini:



Gambar 3-3. Jendela dialog *Function Formula :X=F(Y)*

Dari jendela dialog tersebut kita dapat menuliskan fungsi yang ingin kita gambarkan, di sana juga diberikan contoh ekspresi fungsi (*Example Expressions*). Ekspresi fungsi yang digunakan adalah :

- i. Perkalian : *, contoh $y = 3x - 5$ ekspresinya: $3*X-5$

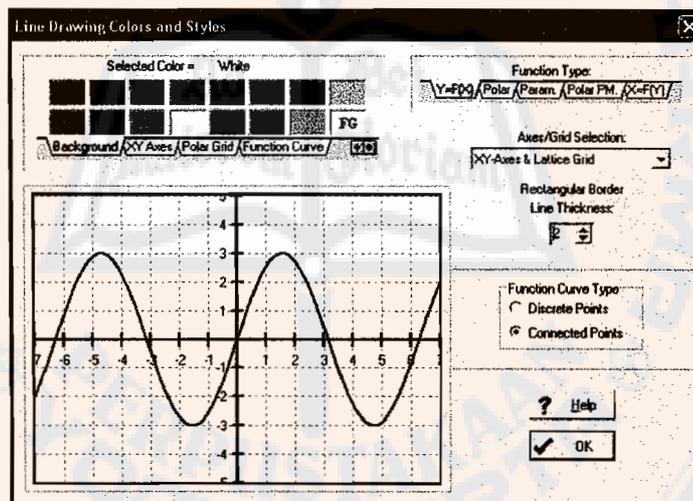
ii. Perpangkatan: ^, contoh $y = x^2 - 5$ ekspresinya X^2-5

iii. Pembagian : / , contoh $y = \frac{x^2 + 3x - 2}{2}$ ekspresinya $(X^2+3*X-2)/2$

iv. Akar : **SQRT**, contoh $y = \sqrt{x+4}$ ekspresinya **SQRT (X+4)**

Dalam menuliskan fungsi kita dapat menggunakan huruf kecil maupun besar dan program ini secara otomatis akan menampilkan dengan huruf besar.

Jika kita ingin menggambarkan grafik $x = y^4$ maka kita tuliskan fungsi tersebut dengan ekspresi y^4 . Melalui jendela di atas kita dapat memilih warna *background* serta warna garis sesuai dengan keinginan kita dengan *klik* pada *Line colors & Style...* maka akan muncul jendela seperti pada gambar di bawah ini:



Gambar 3-4. Jendela dialog *Line & Color Style*

Kemudian kita pilih warna *background* dengan cara klik *Background* / warna ungu. Untuk memilih warna sumbu koordinat *klik XY Axes* / warna biru dan untuk memilih warna kurva *klik Function Curve* / warna kuning. Selain digunakan untuk mengatur warna, pada jendela ini juga terdapat fasilitas untuk mengatur ketebalan garis pada sumbu koordinat dan kurva yaitu dengan cara pilih angka ketebalan

yang kita inginkan pada *XY Axes Line Thickness* untuk ketebalan pada sumbu koordinat. Setelah itu *klik OK* maka akan muncul gambar sebagai berikut:



Gambar 3-5. Grafik $x = y^4$

Gambar di atas adalah salah satu hasil dari pemanfaatan menu *Formulas*. Keterangan lebih lanjut mengenai menu *Formulas* tersebut akan disajikan dalam tabel di bawah ini :

Tabel 3.1 Menu *Formula* pada jendela *JKGRAPH*

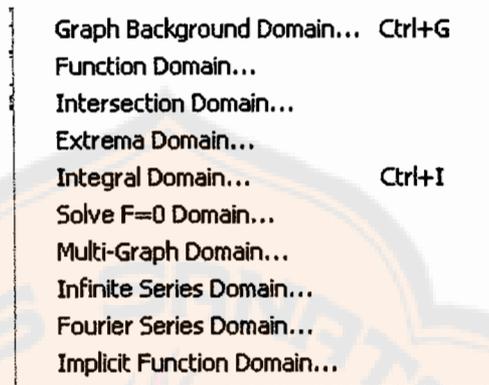
Sub Menu	Keterangan
<i>Function formula : Y = F(X)</i>	Meng- <i>edit</i> formula fungsi utama dengan tipe $Y=F(X)$
<i>Function formula : X = F(Y)</i>	Meng- <i>edit</i> formula fungsi utama dengan tipe $X=F(Y)$
<i>Polar Formula : R = F (@)</i>	Meng- <i>edit</i> formula fungsi utama dengan tipe polar $R=F(@)$
<i>Parametric Formula : X=F(T) & Y = G(T)</i>	Meng- <i>edit</i> formula fungsi utama dengan tipe parameter : $X=F(T) & Y = G(T)$
<i>Polar parametric Formula: R = F(T) & @ = G(T)</i>	Meng- <i>edit</i> formula fungsi utama dengan tipe polar parameter : $R=F(T) & @ = G(T)$

Sub Menu	Keterangan
<i>Set primary and secondary formulas</i>	Memilih dan tidak memilih formula fungsi primer dan fungsi sekunder
<i>Exchange Primary and Secondary Formulas</i>	Menukar formula yang mewakili fungsi primer dan fungsi sekunder
<i>Turn secondary formula on/off</i>	Mengaktifkan dan menonaktifkan penggunaan dari formula sekunder
<i>Show formula tree structure</i>	Menampilkan garis besar struktur dari formula fungsi yang ada.
<i>Copy graph to clipboard(Metafile)</i>	Meng-copy dokumen yang ada pada jendela <i>JKGRAPH</i> dan menyimpan dalam bentuk <i>metafile</i>
<i>Copy graph to clipboard(Bitmap)</i>	Meng-copy dokumen dalam jendela <i>JKGRAPH</i> dalam bentuk <i>Bitmap</i>
<i>Printer Setup</i>	Mengatur printer menjadi aktif
<i>Print the graph</i>	Mengatur ukuran grafik sebelum dikirim sebagai keluaran
<i>Open function formula(s)</i>	Membuka <i>file</i> fungsi atau informasi formula dalam bentuk teks
<i>Save function formula(s)</i>	Menyimpan fungsi atau informasi formula dalam bentuk teks
<i>Save infinite series formula</i>	Menyimpan informasi tentang <i>infinite series</i> dalam bentuk teks
<i>Exit</i>	Keluar dari program <i>JKGRAPH</i>

b. Domains

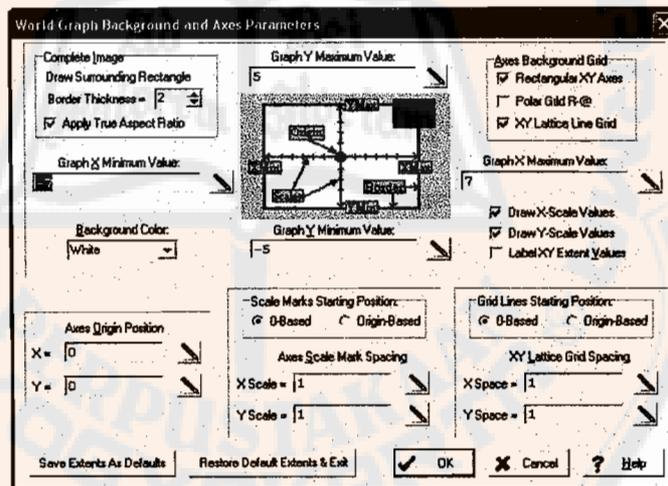
Menu ini digunakan untuk meng-*edit* berbagai bidang yang digunakan dalam program. Antara lain latar belakang grafik, titik potong antara dua kurva, titik ekstrim dan daerah integral. Semua itu dapat digunakan untuk lima jenis fungsi. Menu *Domains* terdiri atas 10 sub menu yang masing-masing mempunyai

fungsi yang berbeda. Di bawah ini akan ditampilkan gambar dari submenu pada menu *Domains*.



Gambar 3-6. Sub menu dari Menu *Domains*

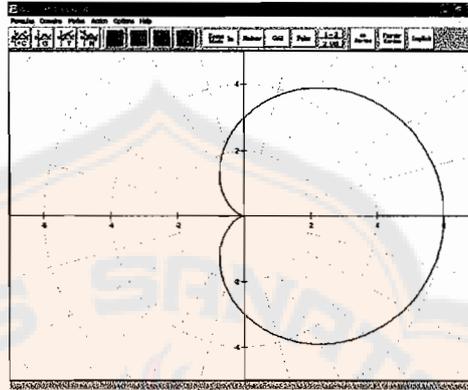
Jika kita *klik* salah satu submenu yaitu *Graph Background Domain* maka akan muncul jendela dialog sebagai berikut:



Gambar 3-7. Jendela dialog Sub menu *Graph Background Domain*

Dari jendela tersebut kita dapat menentukan warna *background*, Y maksimum, Y minimum, X maksimum, X minimum, skala sumbu koordinat dan masih ada hal lain yang bisa kita lihat dalam jendela di atas. Sebagai contoh jika kita memilih *Axes Background Grid : Polar Grid*, mengubah nilai maksimum dan minimum

dari sumbu X dan Sumbu Y serta mengubah skala pada sumbu menjadi berskala 2
maka diperoleh gambar berikut:



Gambar 3-8. Cardoida dengan *background Polar Grid*

Keterangan lebih lanjut mengenai menu *Domains* akan disajikan dalam tabel di bawah ini:

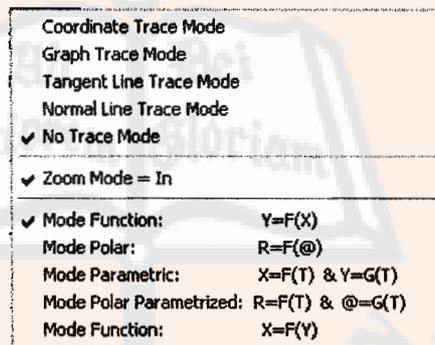
Tabel 3.2 Menu *Domain* Pada Jendela *JKGRAPH*

Sub Menu	Keterangan
<i>Graph Background Domain</i>	Meng- <i>edit</i> parameter dari latar belakang grafik
<i>Function Domain</i>	Meng- <i>edit</i> daerah fungsi
<i>Intersection Domain</i>	Meng- <i>edit</i> interval pencarian untuk menemukan titik potong
<i>Extrema Domain</i>	Meng- <i>edit</i> interval pencarian untuk menemukan titik maksimum dan minimum
<i>Integral Domain</i>	Meng- <i>edit</i> interval dan parameter untuk menghitung integral
<i>Solve F(X) = 0 Domain</i>	Meng- <i>edit</i> interval dan parameter untuk menemukan titik dimana $f(x)=0$
<i>Multi-Graph Domain</i>	Digunakan untuk membuat serangkaian beberapa grafik
<i>Infinite Series Domain</i>	Meng- <i>edit</i> semua formula dan parameter yang tergambar dalam <i>infinite series</i>

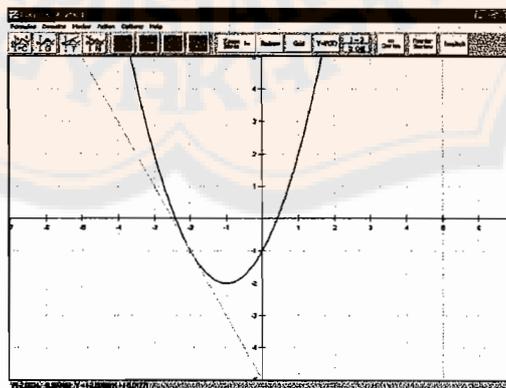
<i>Fourier Series Domain</i>	Meng-edit semua formula dan parameter yang tergambar dalam <i>fourier series</i>
<i>Implicit function Domain</i>	Meng-edit formula untuk fungsi implisit

c. Modes

Menu ini digunakan untuk mengatur berbagai jenis mode operasi pada program. Ada tiga jenis mode yaitu *Trace Mode*, *Zoom Mode* dan *Function Mode*. Pada gambar 3-9 akan di tampilkan Sub Menu dari Menu *Modes*. Jika kita klik salah satu menu misalkan adalah *Tangent Line Trace Mode* maka kita dapat melihat garis singgung yang melalui grafik tersebut. Sebagai contoh lihat gambar 3-10 di sana tampak salah satu garis singgung yang melalui grafik $y = x^2 + 2x - 1$.



Gambar 3-9. Sub menu dari menu *Modes*



Gambar 3-10. Gambar garis singgung pada grafik $y = x^2 + 2x - 1$

Keterangan lebih lanjut mengenai menu *Modes* akan disajikan dalam tabel di bawah ini:

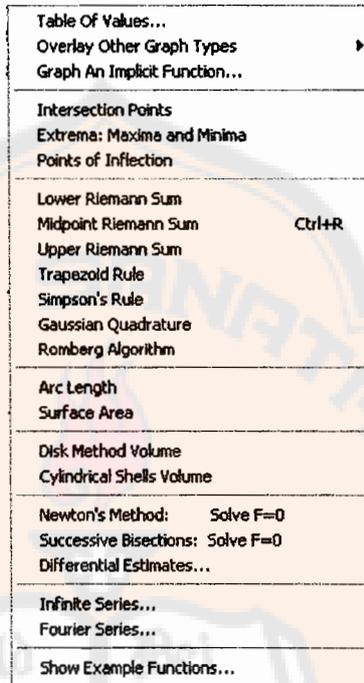
Tabel 3.3 Menu *Modes* pada jendela *JKGRAPH*

Sub Menu	Keterangan
<i>Coordinate Trace Mode</i>	Mode yang diaktifkan untuk melacak sembarang titik koordinat diluar grafik
<i>Graph Trace Mode</i>	Mode yang diaktifkan untuk melacak titik pada grafik
<i>Tangent Line Trace mode</i>	Mode yang diaktifkan untuk melacak gradient garis di sepanjang grafik
<i>Normal Line Trace mode</i>	Mode yang diaktifkan untuk melacak garis normal di sepanjang grafik
<i>No Trace Mode</i>	Me non aktifkan semua mode
<i>Zoom Mode</i>	Menjauhkan/mendekatkan tampilan grafik
<i>Mode Function: $Y = F(X)$</i>	Mengaktifkan koordinat untuk fungsi $Y=F(X)$
<i>Mode Polar: $R = F(@)$</i>	Mengaktifkan koordinat polar untuk fungsi $R=F(@)$
<i>Mode Parametric: $X = F(T) \& Y = G(T)$</i>	Mengaktifkan grafik fungsi parameter: $X = F(T) \& Y = G(T)$
<i>Mode Polar Parametrized: $R=F(T) \& @=G(T)$</i>	Mengaktifkan grafik fungsi Polar Parametrized: $R=F(T) \& @=G(T)$
<i>Mode Function : $X =F(Y)$</i>	Mengaktifkan koordinat fungsi $X=F(Y)$

d. Action

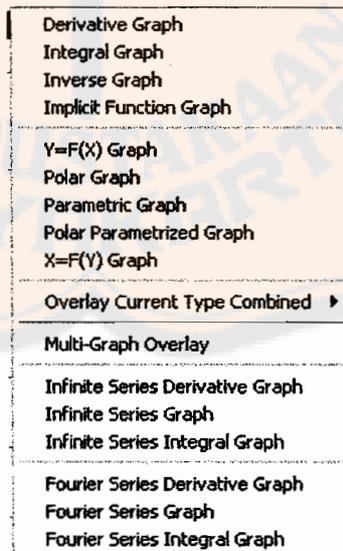
Pada Gambar 3-11 akan disajikan gambar sub menu dari menu *Action*, di sana tampak bahwa menu *Action* terdiri atas 23 sub menu. Jika kita jalankan salah satu menu misalkan *Extrema: Maxima and Minima* maka kita dapat menemukan titik maksimum dan minimum dari grafik. Sebagai contoh lihat gambar 3-13, pada

grafik $y = 2 \sin(x) + 2$ akan ditemukan titik minimumnya yaitu: $(-1,568, 0)$ dan titik maksimumnya $(1,568, 4)$.

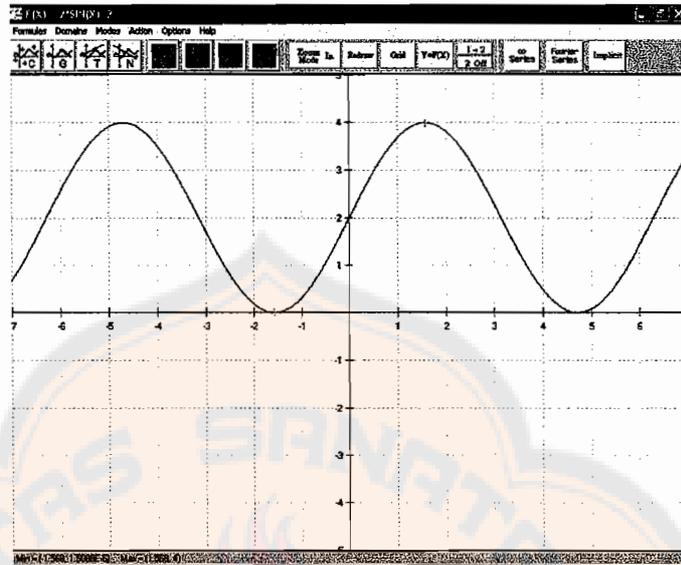


Gambar 3-11. Submenu dari menu *Action*.

Overlay other graph types masih dibagi lagi dalam beberap sub menu , menu-menu tersebut digambarkan di bawah ini:



Gambar 3.12 Sub menu dari *Overlay Other Graph Type*



Gambar 3-13. Titik ekstrim pada grafik $y = 2 \sin(x) + 2$

Keterangan lebih lanjut mengenai menu *Action* akan dijelaskan dalam tabel di bawah ini :

Tabel 3.4 Menu *Actions* pada jendela *JKGRAPH*

Sub Menu	Keterangan
<i>Table of values</i>	Menampilkan nilai fungsi dalam tabel
<i>Overlay other graph types</i> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Derivative graph</i> • <i>Integral Graph</i> • <i>Inverse Graph</i> • <i>Implicit Function Graph</i> • <i>Y=F(x) Graph</i> • <i>Polar Graph</i> 	Melapisi grafik fungsi yang ada dengan grafik derivatif Melapisi grafik fungsi yang ada dengan grafik integralnya Melapisi grafik fungsi yang ada dengan grafik invers Melapisi grafik yang ada dengan grafik fungsi implisit Melapisi grafik yang ada dengan grafik fungsi $Y = F(X)$ Melapisi grafik yang ada dengan grafik fungsi polar

<ul style="list-style-type: none"> • <i>Parametric Graph</i> • <i>Polar Parametrized Graph</i> • <i>X=F(Y) Graph</i> • <i>Overlay Current Type Combined</i> <ul style="list-style-type: none"> ♦ <i>Diference Graph (Primary - Secondary)</i> ♦ <i>Sum Graph (Primary + Secondary)</i> ♦ <i>Product Graph (Primary * Secondary)</i> ♦ <i>Quotient Graph (Primary / Secondary)</i> ♦ <i>Composition Graph (Primary (Secondary))</i> • <i>Multi Graph overlay</i> • <i>Infinite Series Derivative Graph</i> • <i>Infinite Series Graph</i> • <i>Infinite Series Integral Graph</i> • <i>Fourier Series Derivative Graph</i> • <i>Fourier Series Graph</i> • <i>Fourier Series Integral Graph</i> 	<p>Melapisi grafik yang ada dengan grafik fungsi parameter</p> <p>Melapisi grafik fungsi yang ada dengan grafik fungsi polar parameter</p> <p>Melapisi grafik yang ada dengan grafik fungsi $X=F(Y)$</p> <p>Melapisi grafik dengan grafik hasil operasi (Primer- sekunder)</p> <p>Melapisi grafik dengan grafik hasil operasi (Primer + sekunder)</p> <p>Melapisi grafik dengan grafik hasil operasi (Primer* sekunder)</p> <p>Melapisi grafik dengan grafik hasil operasi (Primer / sekunder)</p> <p>Melapisi grafik dengan grafik hasil operasi (Primer(sekunder))</p> <p>Membuat serangkaian grafik yang berkaitan dengan parameter M</p> <p>Melapisi grafik dengan grafik turunan dari deret infinitif</p> <p>Melapisi grafik dengan grafik deret infinitif</p> <p>Melapisi grafik dengan grafik integral dari deret infinitif</p> <p>Melapisi grafik dengan grafik turunan dari deret <i>fourier</i></p> <p>Melapisi grafik dengan grafik deret <i>fourier</i></p> <p>Melapisi grafik dengan grafik deret <i>fourier</i></p>
<i>Graph An Implicit Function</i>	Menyusun dan menggambarkan hubungan persamaan X dan Y
<i>Intersection point</i>	Mencari titik potong antara grafik primer dan grafik sekunder

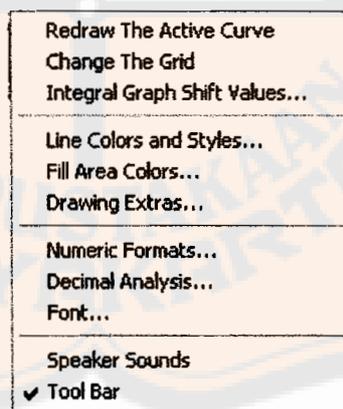
Sub Menu	Keterangan
<i>Extrema: maxima and minima</i>	Mencari titik ekstrim: maksimum / minimum
<i>Point of inflection</i>	Menemukan titik infleksi menggunakan max /min dan pencarian interval serta parameter
<i>Lower Rieman Sum</i>	Menghitung luas daerah dengan jumlahan Rieman di bawah kurva
<i>Midpoint Rieman Sum</i>	Menghitung luas daerah dengan jumlahan Rieman
<i>Upper Rieman Sum</i>	Menghitung luas integral dengan jumlahan Rieman di atas kurva
<i>Trapezoid Rule</i>	Menghitung daerah integral menggunakan aturan trapezium
<i>Simpson's Rule</i>	Menghitung daerah integral dengan aturan simpson
<i>Gaussian Quadrature</i>	Menghitung daerah integral dengan menggunakan kuadrat Gaussian
<i>Romberg Algoritm</i>	Menghitung daerah integral dengan menggunakan algoritma Romberg
<i>Arc Length</i>	Menghitung nilai integral untuk panjang busur lingkaran
<i>Surface Area</i>	Menghitung nilai integral untuk permukaan daerah
<i>Disk Method Volume</i>	Menghitung volume integral menggunakan <i>Disk Method</i>
<i>Cylindrical Shells Volume</i>	Menghitung volume integral menggunakan kulit tabung
<i>Newton's Method: solve $F=0$</i>	Aplikasi metode Newton untuk menemukan nilai fungsi=0
<i>Successive Bisections: solve $F = 0$</i>	Menggunakan metode pembagian dalam dua bagian yang berurutan untuk menemukan fungsi = 0

Sub Menu	Keterangan
<i>Diferential Estimate</i>	Menghitung dy dan delta-Y pada titik yang di pilih
<i>Infinite Series</i>	Digunakan untuk menggambar dan menghitung deret <i>infinite</i>
<i>Fourier Series</i>	Digunakan untuk menggambar dan menghitung deret <i>fourier</i>
<i>Show Example Function</i>	Menunjukkan suatu <i>file</i> fungsi

e. Option

Menu ini digunakan untuk mengatur berbagai jenis pilihan pada program dan sebagian besar berkaitan dengan tampilan pada layar. Antara lain warna yang digunakan dalam grafik dan ketebalan garis seperti juga format numerik dan font.

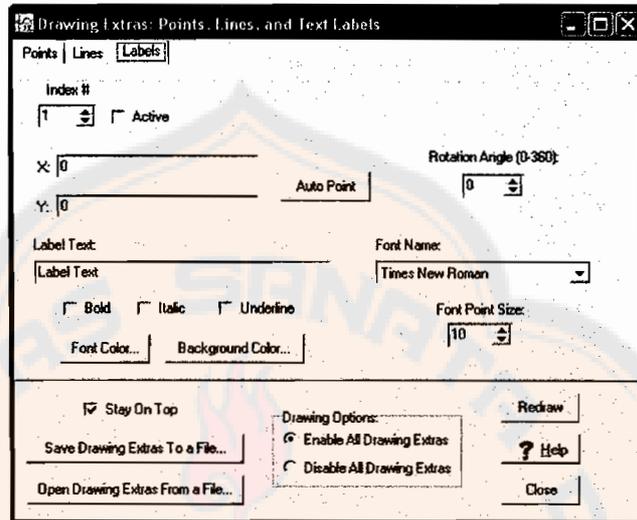
Di bawah ini akan ditampilkan gambar submenu dari menu *Option* yang terdiri dari 11 sub menu.



Gambar 3-14. Submenu dari menu *Option*

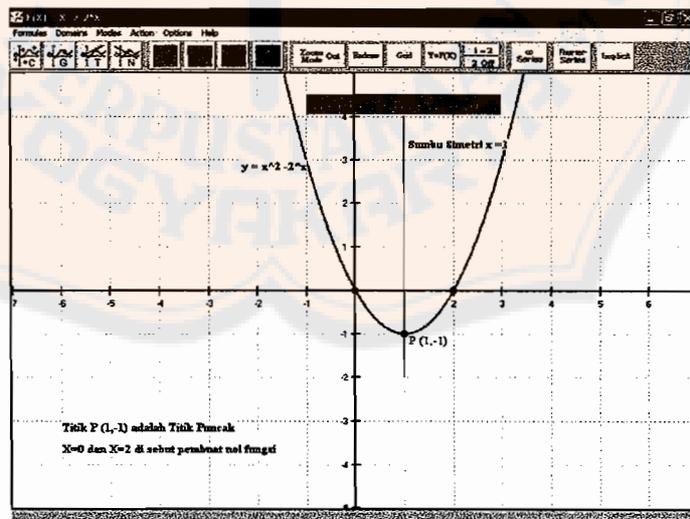
Jika kita memanfaatkan menu *Option* dengan cara klik *Drawing Extras*, maka akan muncul jendela dialog seperti pada gambar 3-15. Melalui jendela

tersebut kita dapat menambahkan label, garis serta titik pada grafik sehingga dapat diperoleh gambar 3-16



Gambar 3-15. Jendela dialog *Drawing Extras*

Jika kita memanfaatkan menu *Option* dengan cara klik *Drawing Extras*, maka akan muncul jendela dialog seperti pada gambar 3-15. Melalui jendela tersebut kita dapat menambahkan label, garis serta titik pada grafik sehingga dapat diperoleh gambar berikut:



Gambar 3-16. Gambar Pemanfaatan menu *Drawing extras*.

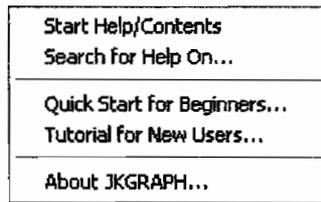
Keterangan lebih lanjut mengenai menu *Option* akan disajikan dalam tabel di bawah ini:

Tabel 3.5 Menu *Option* pada jendela *JKGRAPH*

Sub Menu	Keterangan
<i>Redraw The Active Curve</i>	Menggambarkan fungsi / kurva
<i>Change The Grid</i>	Merubah kombinasi <i>background</i>
<i>Integral Graph Shift Values</i>	Menetapkan nilai konstan untuk semua perhitungan integral
<i>Line Color And Styles</i>	Mengatur warna untuk semua gambar seperti garis
<i>Fill Area Colors</i>	Mengatur warna daerah dalam kurva
<i>Drawing Extras</i>	Menambah titik, garis, dan label berupa teks pada grafik
<i>Numerical Format</i>	Mengatur angka-angka sebagai keluaran dari proses
<i>Decimal Analysis</i>	Digunakan untuk membandingkan /menganalisa/menghitung sejumlah nilai decimal
<i>Font</i>	Memilih font untuk label bagian-bagian dari grafik
<i>Speaker Sound</i>	Memutar penggunaan speaker atau bunyi menjadi <i>on/off</i> pada saat melakukan operasi
<i>Tool Bar</i>	Mengatur pilihan warna, font dan format angka.

f. Help

Menu ini berkaitan dengan penggunaan *help* untuk program. Ini adalah *file help* standar yang menyertai *JKGRAPH*. Menu help ini terdiri atas 5 sub menu yang digambarkan dibawah ini:



Gambar 3-17 Submenu dari menu *Help*

Hal ini dimaksudkan sebagai sumber *online*, yang menyediakan tambahan *tutorial file*. Jika kita klik salah satu menu *Help* yaitu *About JKGRAPH* maka akan muncul jendela yang berisi keterangan singkat tentang program *JKGRAPH* dan pembuatnya seperti gambar 3-18 dan keterangan mengenai menu *Help* disajikan dalam tabel 3-6.



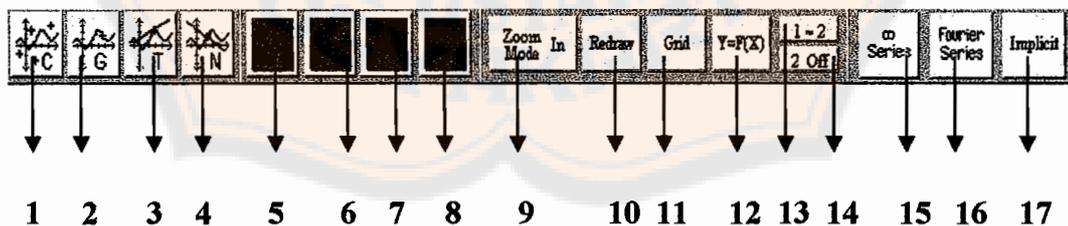
Gambar 3-18. Jendela *About JKGRAPH*

Tabel 3-6 Menu *Help* pada jendela *JKGRAPH*

Sub Menu	Keterangan
<i>Start Help /Contents</i>	Menunjukkan isi dari menu <i>help</i>
<i>Seach for Help on</i>	Menyediakan daftar <i>help</i> yang dapat dipilih oleh pemakai
<i>Quick Start for Beginners</i>	Panduan singkat untuk pemula dan siswa pra-kalkulus
<i>Tutorial for New Users</i>	Panduan untuk yang pertama kali menggunakan program <i>JKGRAPH</i>
<i>About JKGRAPH</i>	Ringkasan tentang program dan pembuatnya.

3. Batang Tool (*Tool Bar*)

Pada *toolbar* terdiri atas beberapa tombol, 4 tombol berwarna kuning, 4 tombol berwarna hijau, 5 tombol berwarna abu-abu dan 3 tombol berwarna putih. Empat tombol berwarna kuning mengendalikan 4 mode dari program tersebut. Dengan menggerakkan *mouse* pelan-pelan diatas tombol tersebut kita akan melihat tips kecil mengenai mode dari tombol tersebut. *Status Line* juga menyediakan lebih banyak informasi tentang kegunaan dari tiap-tiap tombol. Tombol *toolbar* merupakan salinan dari sebagian besar menu dan masing-masing menu melaksanakan fungsi yang berbeda. Pemanfaatan tombol tersebut tergantung pada *klik* yang kita lakukan yaitu *klik* kiri atau *klik* kanan. Jika kita menggunakan *windows* tradisional, *JKGRAPH* akan membuat kita lebih banyak menggunakan tombol *mouse* bagian kanan. Dalam panduan program ini kita akan menggunakan istilah *klik* kiri dan *klik* kanan. Yang berarti bahwa *klik* kiri/kanan manapun itu adalah benar. Jika kita hanya membicarakan *klik* saja itu berarti *klik* kiri pada tombol *mouse*. Dalam hal ini akan selalu spesifik dalam hal *klik* kiri atau *klik* kanan. Tombol-tombol *toolbar* dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3-19 Tombol pada *Toolbar*

Di bawah ini adalah tabel yang menunjukkan nama dari tombol-tombol pada *toolbar* dan kegunaannya.

Tabel 3-7 Keterangan *Toolbar*

Nomor	Nama Tombol	Keterangan
1	<i>Coordinate Trace Mode</i>	Menunjukkan titik koordinat dimana <i>mouse</i> ditahan pada sembarang tempat pada layar kerja
2	<i>Graph Trace Mode</i>	Menunjukkan titik koordinat dimana <i>mouse</i> ditahan pada sepanjang grafik
3	<i>Tangent Line Trace Mode</i>	Menunjukkan garis singgung pada sepanjang grafik
4	<i>Normal Line Trace Mode</i>	Menunjukkan garis normal pada sepanjang grafik
5	<i>Find Intersection Point</i>	Mencari titik potong antara dua grafik
6	<i>Find Max/Min Extrema</i>	Mencari titik maksimum dan minimum pada batas interval yang ditentukan
7	<i>Calculate An Integral</i>	Menghitung integral dan menggambarkan grafiknya
8	<i>Solve F=0</i>	Aplikasi dari metode Newton
9	<i>Change The Zoom Mode</i>	Mengubah <i>Zoom mode</i> menjadi <i>in/out</i>
10	<i>Draw The Active Function</i>	Membersihkan grafik pada layer kerja untuk menggambar grafik lain.
11	<i>Change The Axes/ Background Grid</i>	Mengubah kombinasi <i>background</i>
12	<i>Change The Function Type</i>	Mengubah tipe fungsi
13	<i>Exchange Primary and Secondary Formula</i>	Menukar fungsi primer dan fungsi sekunder
14	<i>Toggle The Secondary on/off</i>	Mengaktifkan/menonaktifkan fungsi sekunder
15	<i>Infinite Series</i>	Menghitung dan meng- <i>edit</i> parameter deret Infinitif
16	<i>Fourier Series</i>	Menghitung dan meng- <i>edit</i> parameter deret Fourier
17	<i>Graph Implicit Series</i>	Menggambar grafik dari deret implisit

B. HASIL EKSPLORASI PROGRAM JKGRAPH DALAM Mendukung PEMBELAJARAN INTEGRAL TENTU.

Dari sub bab sebelumnya tentang fasilitas program *JKGRAPH* terlihat bahwa banyak fasilitas yang dapat dimanfaatkan, tetapi *handout* yang akan dibuat untuk pembelajaran integral tentu tidak memanfaatkan semua fasilitas yang ada, melainkan menggunakan beberapa fasilitas saja.

Integral merupakan bagian dari kalkulus. Dua pemikiran terbesar kalkulus dimotivasi oleh dua masalah dalam geometri. Masalah garis singgung akan membawa kita pada turunan dan masalah luas daerah akan membawa kita pada integral tentu. Dua masalah di atas merupakan masalah yang abstrak karena berkaitan dengan gambar grafik yang sangat sulit dibayangkan apalagi dimengerti kalau siswa tidak diberikan gambar dari grafik tersebut. Dengan adanya gambar dari grafik fungsi tersebut diharapkan agar siswa dapat lebih mudah memahami, karena representasi yang konkret dari grafik-grafik tersebut dapat diamati sendiri oleh para siswa. Dengan demikian diharapkan agar siswa dapat memahami sendiri apa yang dimaksud dengan integral tentu berdasarkan grafik yang dilihat. Untuk itu program *JKGRAPH* dapat dimanfaatkan untuk membantu pembelajaran integral tentu karena dengan menggunakan program *JKGRAPH* siswa dapat mengeksplorasi, mengamati, dan memahami materi integral tentu dengan memanfaatkan tampilan visualnya.

Penulis tidak mengenalkan program *JKGRAPH* secara khusus namun akan menguraikan langkah-langkah penggunaan program tersebut dalam *handout* sehingga siswa dapat mengenal program tersebut dengan melakukan eksplorasi

secara langsung. *Handout* berisi petunjuk pemakaian program dan langkah-langkah pembelajaran beserta evaluasinya.

Eksplorasi program *JKGRAPH* dalam mendukung pembelajaran khususnya sub bab integral tentu dapat dilaksanakan melalui kegiatan-kegiatan di bawah ini:

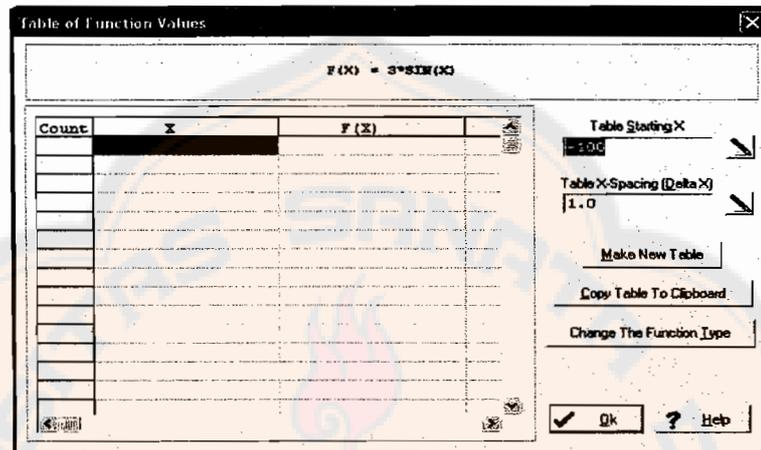
1. Memahami Integral tentu sebagai luas Bidang Datar

Program *JKGRAPH* dilengkapi dengan Fasilitas Integral sehingga dapat menampilkan grafik luas daerah. Fasilitas ini dapat digunakan untuk menjelaskan dan memahami bahwa suatu luas daerah adalah limit dari suatu jumlah. Agar siswa dapat memahami hal tersebut maka diajak untuk melaksanakan kegiatan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

Gambarlah daerah yang di batasi kurva $y=x$ dan dibatasi oleh garis $x=0$ dan $x=3$ dengan cara klik *Formula / Function Formula $Y=F(X)$* maka akan muncul jendela dialog seperti pada gambar 3-3. Isikan fungsi yang diinginkan ke dalam jendela dialog tersebut sehingga akan ditampilkan grafik yang diinginkan. Melalui jendela dialog ini kita juga dapat menentukan tipe kurva fungsi yaitu *Discrete Point* atau *Connected Point*. Selain itu juga dapat digunakan untuk mengatur warna garis dan ketebalannya Kemudian klik *OK* maka akan muncul grafik seperti yang kita inginkan.

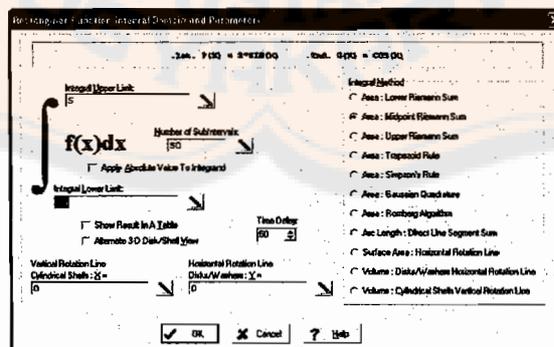
Grafik yang ditampilkan pada layar dapat kita jauhkan atau dekatkan tampilannya dengan menggunakan tombol *zoom*. Untuk menjauhkan kita pilih mode *Zoom* pada posisi *Zoom out* kemudian *double* klik pada bagian grafik yang ingin dijauhkan. Untuk mendekatkan kita pilih mode *Zoom* pada posisi *Zoom In* kemudian *double* klik pada bagian grafik yang ingin didekatkan. Kita juga dapat

menampilkan tabel yang menyatakan hubungan x dan y yaitu dengan cara klik *Option / Table of Function Value* sehingga akan muncul jendela dialog seperti pada gambar 3-20.



Gambar 3-20. Gambar Table of Function Value

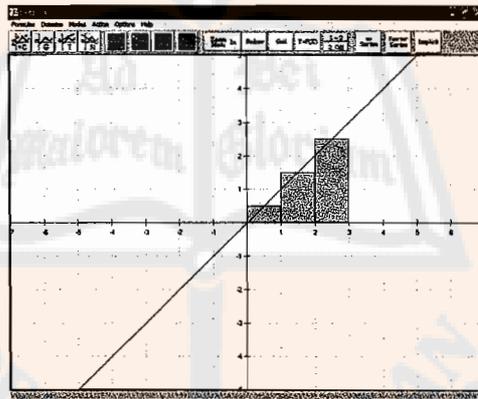
Dengan jendela dialog ini kita dapat mengatur nilai awal X (*Table starting X*) dan ΔX (*Table X spacing*), setelah semua itu diatur kemudian klik *Make a New Table* maka tabel akan ditampilkan. Tabel dapat di *copy* dalam bentuk *Clipboard* dengan cara klik *Copy To clipboard*. Untuk menggambarkan daerah, klik kanan pada tombol hijau yang ketiga, untuk berikutnya tombol ini disebut tombol integral sehingga akan muncul jendela dialog seperti dibawah ini:



Gambar 3-21. Jendela dialog integral

Dari jendela dialog ini kita dapat meng-edit batas bawah integral (*Integral Lower Limit*)=0, batas atas integral (*Integral Upper Limit*)=3 dan mengatur subinterval (*Number Of Sub Interval*)=3. Untuk menggambar luas daerah pastikan telah memilih option *Area: Midpoint Riemman Sum* kemudian klik *OK* maka akan ditampilkan grafik luas daerah seperti pada gambar 3-23. Dari grafik yang ditampilkan, siswa dapat mengamati bahwa daerah tersebut terbagi atas persegi panjang. Siswa dituntun dengan pertanyaan-pertanyaan berikut:

- a. Berapakah luas masing-masing persegi panjang pada daerah tersebut?
- b. Jumlahkan luas persegi tersebut? apakah sama dengan nilai luas yang di tampilkan pada *status line*?



Gambar 3-22. Gambar Daerah yang di batasi grafik $y=x$ $x=0$ $x=3$ dan $y=0$

Setelah siswa mengamati luas daerah yang dibatasi oleh garis lurus, selanjutnya siswa diajak untuk mengamati daerah yang dibatasi oleh kurva lengkung dengan persamaan $y=x^2$ yang di batasi sumbu X, garis $x=0$ dan $x=3$ dan banyaknya subinterval yang bervariasi. Siswa diminta untuk merubah subinterval dan mengamati perubahan delta x dan luas daerah. Dari kegiatan diatas diharapkan

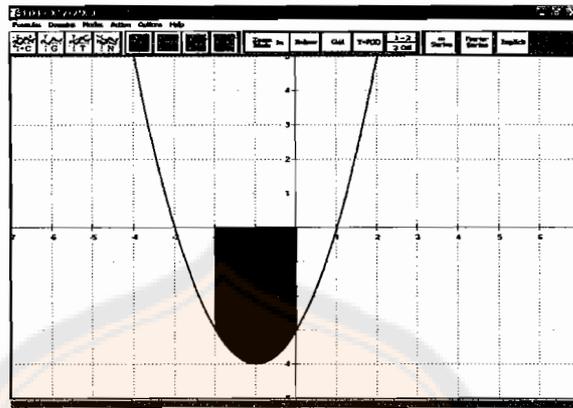
siswa dapat memahami bahwa luas daerah adalah limit dari suatu jumlah dan integral tentu sebagai luas daerah.

2. Penggunaan Integral Dalam menghitung luas daerah.

Dari eksplorasi sebelumnya kita tahu bahwa integral tentu dapat digunakan untuk menghitung luas daerah. Dengan fasilitas ini kita dapat menghitung dan menggambarkan bermacam-macam daerah. Di bawah ini akan kita bahas satu persatu.

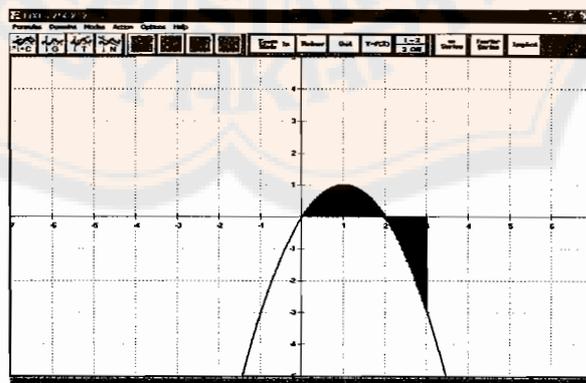
a. Luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y=f(x)$ dan sumbu X

Daerah yang dibatasi oleh kurva dan sumbu X ada beberapa jenis tergantung dari fungsi yang kita tuliskan dan batas-batas yang kita ambil. Daerah yang dibatasi oleh kurva dan berada di atas sumbu X akan menghasilkan nilai luas yang positif. Namun akan berbeda jika daerah tersebut dibatasi oleh kurva dan berada di bawah sumbu X karena ini akan menghasilkan nilai luas yang negatif. Kita tahu bahwa luas tidak mungkin negatif maka siswa diajak untuk berpikir bagaimana rumus integralnya untuk luas daerah tersebut sehingga akan menghasilkan nilai luas yang benar. Sebagai contoh yaitu daerah yang dibatasi oleh kurva $y=x^2+2x-3$ dan dibatasi garis $x=-2$, $x=0$ maka sesuai perhitungan pada program luasnya = -7,3336 dan daerahnya adalah sebagai berikut:



Gambar 3-23. Daerah yang di batasi $y = x^2 + 2x - 3$, $x = -2$, $x = 0$ dan $y = 0$

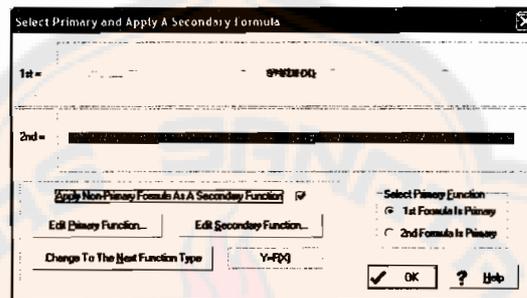
Selain dua macam daerah diatas ada daerah yang merupakan perpaduan dari keduanya yaitu daerah diatas sumbu X dan daerah dibawah sumbu X. Contohnya adalah daerah yang dibatasi oleh kurva $y = 2x - x^2$ dengan batas bawah $x = 0$ dan batas atas $x = 3$. Untuk menghitung luas daerah semacam ini harus memperhatikan aturan pengintegralan untuk yang di atas sumbu X dan di bawah sumbu X. Maka dalam mengisi jendela dialog integral kita harus benar-benar memperhatikannya yaitu dengan menambahkan tanda mutlak dengan cara *klik Apply Absolute Value To Integrand*. Daerah ini jika digambarkan adalah sebagai berikut:



Gambar 3-24. Daerah yang di batasi $y = 2x - x^2$, garis $x = 0$, $x = 3$ dan $y = 0$

b. Luas daerah di antara dua kurva

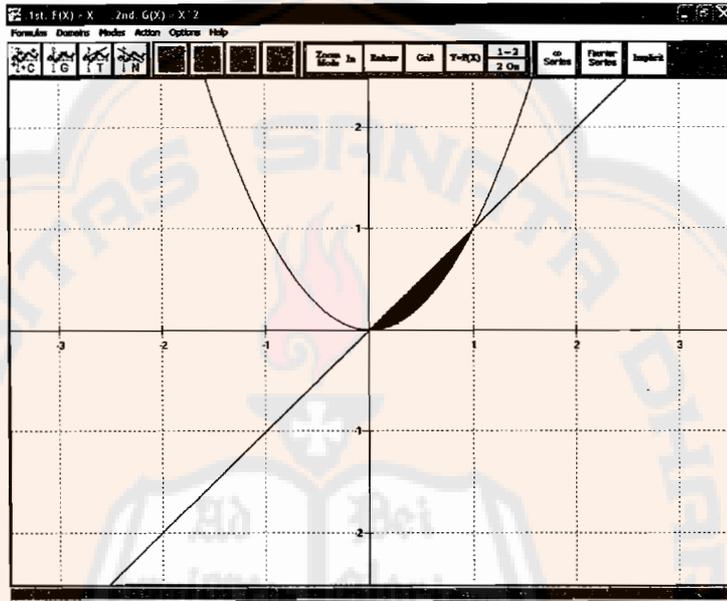
Untuk menggambar dua grafik sekaligus dalam satu layar yaitu dengan cara klik *Formula / Set Primary and Secondary Formula* maka akan muncul jendela dialog seperti di bawah ini:



Gambar 3-25. Gambar jendela dialog *Set Primary and Secondary Formula*

Dari jendela dialog tersebut klik *Apply Non-Primary Formula As A Secondary Formula*. Kemudian untuk menuliskan fungsi yang pertama klik *Edit Primary Function* dan akan muncul jendela dialog untuk menuliskan formula fungsi seperti pada cara menggambar grafik. Untuk menggambar grafik yang kedua klik pada *Edit Secondary Function* dan isilah jendela dialog dengan fungsi yang diinginkan maka pada layar akan ditampilkan grafik yang diinginkan. Sebagai contoh jika kita ingin menggambarkan daerah yang dibatasi grafik $y=x^2$ dan $y=x$, klik *Apply Non-Primary Formula As A Secondary Formula*. Kemudian untuk menuliskan fungsi yang pertama klik *Edit Primary Function* dan akan muncul jendela dialog untuk menuliskan formula fungsi kita tuliskan fungsi $y=x$ kemudian klik *OK*. Untuk menuliskan fungsi yang kedua klik pada *Edit Secondary Function* dan isilah jendela dialog dengan fungsi yang kedua yaitu $y=x^2$ kemudian klik *OK*. Maka akan dihasilkan grafik yang diinginkan. Untuk menggambarkan daerah diantara

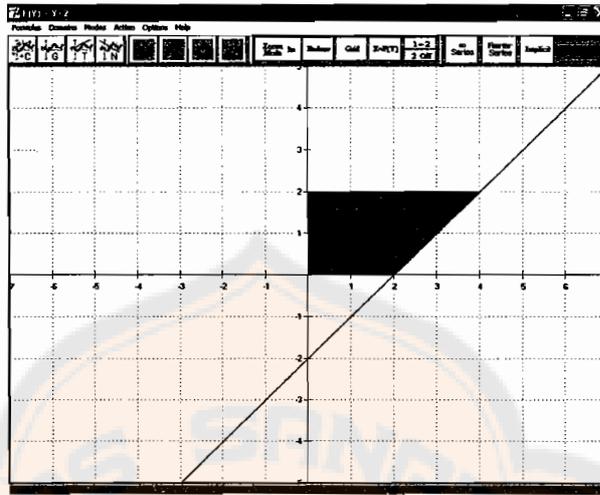
dua grafik tersebut *klik* kanan pada tombol integral. Batas-batas dari pengintegralan tersebut adalah titik-titik potong dari kedua grafik tersebut. Dalam grafik ini yaitu garis $x = 0$ dan $x = 1$ sehingga akan diperoleh gambar sebagai berikut:



Gambar 3-26. Daerah yang di batasi kurva $y = x^2$, $y = x$ garis $x = 0$ dan $x = 1$

c. Luas daerah yang di batasi kurva $x = f(y)$ dan sumbu Y

Untuk menggambarkan grafik fungsi $x = f(y)$ dilakukan dengan cara *klik Formulas / Function Formula : X = F (Y)* maka akan muncul jendela dialog, tuliskan fungsi yang diinginkan kemudian *klik OK*. Untuk menggambarkan daerah yang diinginkan maka *klik* kanan pada tombol integral maka akan muncul jendela dialog . Perhatikan jendela tersebut! Aturan pengintegralan akan berubah sesuai dengan fungsinya. Tuliskan batas-batas yang diinginkan. Maka akan muncul gambar yang diinginkan. Sebagai contoh perhatikan gambar berikut:



Gambar 3-27. Daerah yang di batasi kurva $x = y + 2$, garis $y = 0$ $y = 2$ dan $x = 0$
 Gambar diatas adalah gambar daerah yang di batasi oleh kurva $x = y + 2$ dan garis $y = 0$ dan garis $y = 2$. Amati gambar tersebut tentunya akan berbeda dengan daerah yang di batasi kurva $x = f(y)$. Seperti halnya daerah yang di batasi kurva $y = f(x)$ daerah yang di batasi kurva $x = f(y)$ ada beberapa jenis. Yaitu di sebelah kanan sumbu Y dan di sebelah kiri sumbu Y.

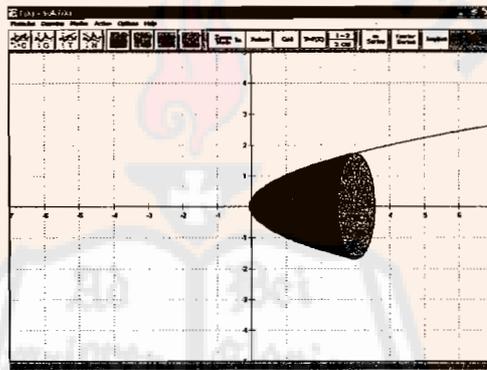
3. Penggunaan Integral dalam menghitung volume benda putar.

Dalam kehidupan sehari-hari kita sering menjumpai benda-benda putar seperti vas bunga, kap lampu, ember, kaleng dan sebagainya. Dapatkah kita menghitung volume benda-benda tersebut? Dengan metode integral yang kita pelajari di bawah ini akan menjawab pertanyaan tersebut.

a. Volume benda putar mengelilingi sumbu X

Selain digunakan untuk menghitung luas daerah integral juga dapat digunakan untuk menghitung volume benda putar. Untuk memahami hal tersebut dapat dilakukan langkah-langkah berikut:

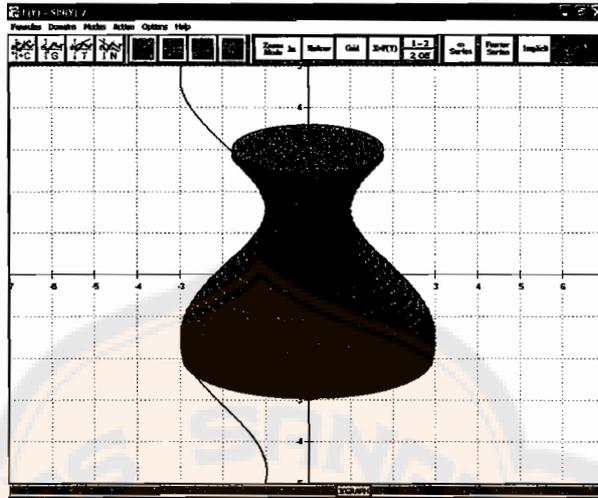
Gambarkan grafik $y=\sqrt{x}$ jika grafik tersebut diputar mengelilingi sumbu X sebesar 360° maka dapat digambarkan dengan cara sebagai berikut: *klik* kanan pada tombol integral, tentukan batas-batas pengintegralan: batas bawah=1 dan batas atas = 3, isilah subinterval sebesar mungkin misalnya 200. Pastikan telah memilih *Volume: Disk/washers horizontal Relation Line* kemudian klik *OK* maka akan muncul gambar hasil perputaran daerah tersebut mengelilingi sumbu X sebesar 360° .



Gambar 3-28. Benda putar dengan daerah yang dibatasi kurva $y = \sqrt{x}$, $x=0$, $x=3$ dan $y=0$ diputar terhadap sumbu X

b. Volume benda putar mengelilingi sumbu Y

Untuk menggambarkan kurva yang diputar mengelilingi sumbu Y dapat dilakukan dengan menggambarkan grafik fungsi $x = f(y)$ dan dibatasi garis $y = a$ dan $y = b$. Gambarkan fungsi dengan cara klik *Formula / Function Formula: $X = F(Y)$* . Tuliskan fungsi $x = \sin(y) - 2$ dengan batas-batas $y = -3$ dan $y = 2$ pastikan telah memilih *Volume : Disk/washers Horizontal Relation Line* maka akan muncul gambar seperti di bawah ini:



Gambar 3-29. Benda putar dengan daerah yang dibatasi kurva

$$x = \sin(y) - 2 \text{ diputar terhadap sumbu Y}$$

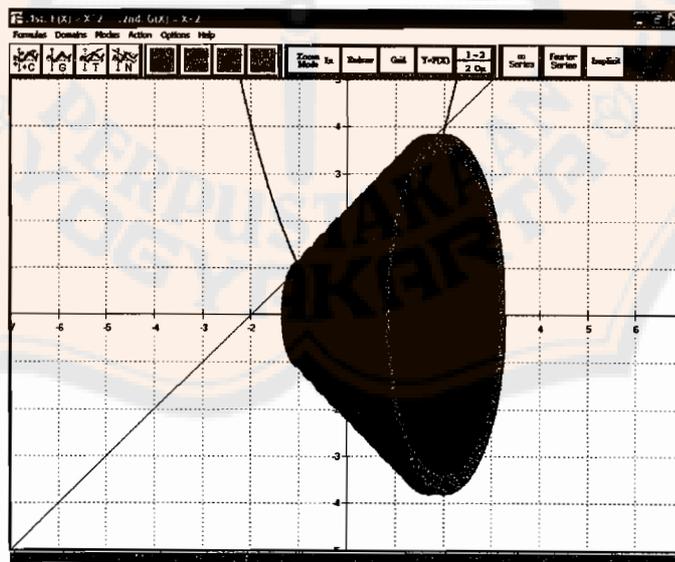
Setelah menggambar siswa diminta untuk menurunkan rumus integral untuk menghitung volume benda putar yang diperoleh dengan memutar grafik terhadap sumbu Y seperti pada kegiatan sebelumnya.

c. Volume benda putar di antara dua grafik

Fasilitas integral juga dapat digunakan untuk menggambar dan menghitung volume benda putar antara dua kurva. Caranya adalah sebagai berikut:

Gambarkan kedua kurva yang diinginkan dengan klik *Formula/Set Primary and Secondary Formula* maka akan muncul jendela dialog. Dari jendela dialog tersebut klik *Apply Non-Primary Formula As A Secondary Formula*. Kemudian untuk menuliskan fungsi yang pertama klik *Edit Primary Function* dan akan muncul jendela dialog untuk menuliskan formula fungsi seperti pada cara menggambar grafik. Untuk menggambar grafik yang kedua klik pada *Edit Secondary Function* dan isilah jendela dialog dengan fungsi yang diinginkan

maka pada layar akan ditampilkan grafik yang diinginkan. Sebagai contoh jika kita ingin menggambarkan daerah yang dibatasi grafik $y=x+2$ dan $y=x^2$, klik *Apply Non-Primary Formula As A Secondary Formula*. Kemudian untuk menuliskan fungsi yang pertama klik *Edit Primary Function* dan akan muncul jendela dialog untuk menuliskan formula fungsi kita tuliskan fungsi $y=x+2$ kemudian klik *OK*. Untuk menuliskan fungsi yang kedua klik pada *Edit Secondary Function* dan isilah jendela dialog dengan fungsi yang kedua yaitu $y=x^2$ kemudian klik *OK*. Maka akan di hasilkan grafik yang diinginkan. Untuk menggambarkan volume benda putar diantara dua grafik tersebut klik kanan pada tombol integral. Batas-batas dari pengintegralan tersebut adalah titik-titik potong dari kedua grafik tersebut. Dalam grafik ini yaitu garis $x=2$ dan $x=-1$ pastikan telah memilih *Volume:Disk/washers Horizontal Relation Line*. Dari kegiatan di atas akan diperoleh gambar sebagai berikut:



Gambar 3-30 Benda putar dengan daerah antara kurva $y=x^2$ dan $y=x-2$ diputar mengelilingi sumbu X

BAB IV

**RANCANGAN PEMBELAJARAN INTEGRAL TENTU
DENGAN MEMANFAATKAN PROGRAM *JKGRAPH***

A. Rancangan Penyusunan *Handout*

Matematika adalah obyek yang abstrak sehingga menyebabkan sulitnya seorang guru mengajarkan matematika sekolah. Seorang guru matematika harus berusaha untuk mengurangi sifat abstrak dari obyek matematika itu sehingga memudahkan siswa menangkap pelajaran matematika di sekolah. Untuk mengurangi sifat abstrak tersebut dan juga untuk membantu guru dalam mengajar maka penulis membuat suatu rancangan pembelajaran dengan memanfaatkan representasi visual yaitu dengan menggunakan program *JKGRAPH*.

Handout ini dirancang untuk pembelajaran secara mandiri di mana masing-masing siswa bekerja dengan menggunakan *handout* dan komputer. Dengan begitu siswa akan lebih leluasa untuk bereksplorasi sesuai dengan kemampuan masing-masing. Namun tidak menutup kemungkinan pada saat pembelajaran siswa bisa saling berdiskusi dengan siswa lain atau bertanya kepada guru yang mendampingi. Oleh karena itu pelaksanaan pembelajaran menuntut adanya fasilitas komputer yang mencukupi, namun bila sekolah yang akan melaksanakan pembelajaran dengan menggunakan program ini tidak mempunyai laboratorium yang memadai, program ini tetap dapat digunakan dengan cara 1 komputer untuk 2 atau 3 siswa.

1. Langkah-Langkah Penyusunan *Handout* Pembelajaran

Langkah-langkah yang ditempuh penulis dalam menyusun *handout* yaitu:

Langkah pertama yaitu perumusan tujuan. Tujuan yang dirumuskan didasarkan pada indikator-indikator yang harus dicapai siswa kelas XII IPA menurut kurikulum berbasis kompetensi. Penulis tidak mengambil semua indikator dalam pembelajaran integral tetapi hanya dipilih yang sesuai dengan integral tentu. Indikator-indikator tersebut antara lain:

- a. Menjelaskan integral tentu sebagai luas daerah bidang datar.
- b. Menggambar suatu daerah yang dibatasi oleh beberapa kurva.
- c. Merumuskan integral tentu untuk luas suatu daerah dan menghitungnya.
- d. Merumuskan suatu volume benda putar dari daerah yang diputar terhadap sumbu koordinat dan menghitungnya.

Dengan memperhatikan indikator yang harus dicapai siswa, penulis merumuskan tujuan yang jelas dalam bentuk kegiatan untuk siswa yang dapat diamati dan diukur. Tujuan yang dirumuskan oleh penulis adalah sebagai berikut:

- a. Bereksplorasi terhadap grafik suatu luas daerah sehingga siswa dapat memahami dan menjelaskan bahwa integral tentu sebagai luas bidang datar.
- b. Bereksplorasi terhadap perumusan dan penggunaan integral tentu dalam menghitung luas daerah dan volume benda putar.

Langkah yang kedua yaitu pemilihan materi. Setelah mengetahui fasilitas yang tersedia dalam program *JKGRAPH*, penulis memilih materi yang sesuai

dengan fasilitas tersebut maka dipilihlah materi integral tentu. Tidak semua materi integral tentu dapat dibantu pembelajarannya dengan menggunakan program ini karena program ini hanya dapat digunakan untuk menggambar grafik. Materi yang diajarkan adalah integral tentu sebagai luas daerah bidang datar, penggunaan integral tentu dalam menghitung luas daerah dan volume benda putar. Jadi misalnya untuk teorema dasar kalkulus dan penghitungan integral tentu harus tetap diajarkan secara lisan.

Langkah ketiga penulis merencanakan kegiatan belajar untuk membantu dan membimbing siswa agar mencapai kompetensi sesuai yang tercantum dalam tujuan. Kegiatan tersebut berupa eksplorasi, pengamatan dan menjawab pertanyaan yang dibuat untuk membantu siswa merumuskan atau menyimpulkan hasil eksplorasi dan pengamatan. Setelah itu penulis menyusun lembar evaluasi untuk mengukur hasil belajar siswa.

2. Isi Handout

Handout yang disusun terdiri atas dua berkas yaitu *handout* untuk guru dan *handout* untuk siswa.

1. *Handout* untuk guru terdiri atas: petunjuk untuk guru yang berisi: petunjuk umum yang memuat prasyarat tentang topik yang telah dipelajari dan dibutuhkan untuk membantu pembelajaran dengan *handout* ini. Petunjuk khusus memuat pokok bahasan, kelas dan semester, alokasi waktu, tujuan pembelajaran, prosedur pengajaran yang di dalamnya berisi tugas guru,

tugas siswa, alat dan bahan, evaluasi dan jawaban pertanyaan pada *handout*.

2. *Handout* untuk siswa berisi lembar kerja siswa yang terdiri atas kegiatan yang harus dilakukan dan pertanyaan yang harus dijawab agar tujuan pembelajaran dapat tercapai. Lembar evaluasi untuk mengukur hasil belajar siswa.

Dengan mengikuti kegiatan di atas penulis dapat menyusun dua *handout*, yang pertama *handout* untuk pembelajaran integral tentu dan penggunaannya dalam menghitung luas daerah dan yang kedua *handout* untuk pembelajaran penggunaan integral tentu dalam menghitung luas daerah antara dua kurva dan volume benda putar. Agar *handout* yang kedua dapat dimanfaatkan secara maksimal maka sebelum menggunakannya sebaiknya diajarkan cara penghitungan integral tentu terlebih dahulu.

B. Handout untuk Pembelajaran Integral Tentu

Handout untuk siswa

Nama Siswa :

Nomor Absent:

Topik : Integral Tentu

Kelas : XII IPA Semester Pertama

Waktu : 2 x 45 menit

Tujuan :

- Siswa dapat menjelaskan integral tentu sebagai luas daerah bidang datar
- Siswa dapat merumuskan integral tentu untuk luas daerah yang di batasi grafik fungsi $y = f(x)$, sumbu x , garis $x=a$ dan garis $x=b$

Petunjuk :

Pada pembelajaran kali ini kita akan belajar mengenai integral tentu dan penggunaan dari integral tentu dengan menggunakan program komputer yaitu program *JKGRAPH*. Dengan pembelajaran menggunakan komputer ini anda diharapkan mampu bereksplorasi secara maksimal sesuai dengan langkah yang ada dalam *handout* yang telah disediakan.

Lakukanlah langkah-langkah yang ada dengan seksama, rumuskanlah hal yang bisa kamu ambil dari pembelajaran berbantuan komputer ini, jangan terburu-buru ingin mengakhiri kegiatan yang dilakukan akan lebih baik bila anda mendapatkan suatu kesimpulan daripada apabila anda mengikuti semua

kegiatan sampai akhir tetapi tidak dapat menarik kesimpulan dari kegiatan yang telah dilakukan.

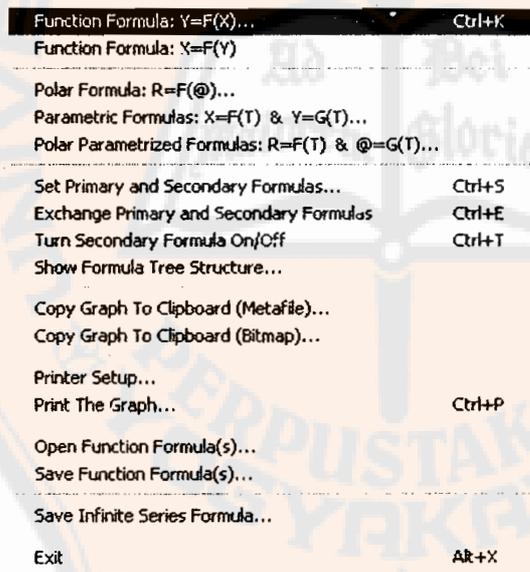
LEMBAR KERJA SISWA

KEGIATAN 1

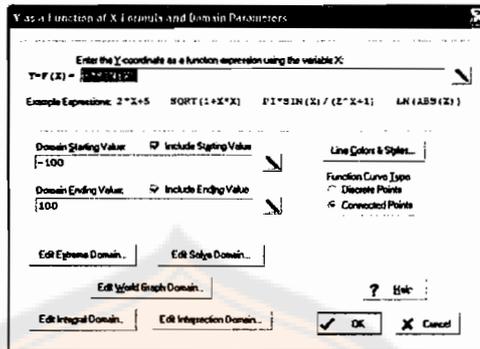
Memahami batas-batas suatu daerah bidang datar



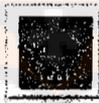
1. Carilah ikon **Jkgraph.ico** di dalam layar komputer di depanmu kemudian double klik pada ikon tersebut atau klik kanan kemudian pilih *open*, maka akan muncul jendela JKGRAPH.
2. Klik *Formulas* akan ditampilkan beberapa fasilitas:

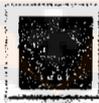


kemudian pilih *Function Formula* $y=f(x)$ maka akan muncul suatu jendela dialog. Perhatikan jendela dibawah ini.



3. Untuk menuliskan fungsi digunakan simbol-simbol antara lain :simbol " * " untuk perkalian, " ^ " untuk Pangkat, " / " untuk pembagian, "SQRT" untuk akar.
4. Isikan $x+2$ pada tempat yang di sediakan kemudian klik OK. Maka akan di tampilkan grafik $y=x+2$.



5. Klik kanan pada tombol  untuk selanjutnya tombol ini disebut tombol integral. Isikan *Integral Upper Limit* =3 dan *Integral Lower Limit* =1 pastikan telah memilih *Area: Midpoint Riemann Sum* pada jendela sebelah kanan kemudian klik OK, maka akan muncul daerah yang diinginkan
6. Amati gambar yang di dihasilkan ! Sebutkan persamaan garis-garis yang membatasi daerah yang di arsir tersebut!

7. Ubahlah *Integral Lower Limit* menjadi 0 dengan cara klik kanan pada tombol integral dan tuliskan 0 pada *Lower Limit Integral* kemudian klik OK. Amati gambar tersebut. Sebutkan batas-batas daerah itu sekarang!

8. Simpanlah gambar yang di hasilkan dengan cara tekan tombol *Print Screen* pada *keyboard* kemudian klik *Start* bukalah *Ms Word* kemudian klik *Paste*. *Ms Word* tersebut simpanlah ke *My document* dengan nama: JKGRAPH_Nama Anda setelah itu tutuplah file dengan klik *minimize*.

KEGIATAN 2

© Memahami pendekatan perhitungan luas daerah bidang datar

Untuk memahami pendekatan perhitungan luas daerah bidang datar, ikutilah kegiatan-kegiatan di bawah ini:

1. Klik *Formulas / Function Formula* $y=f(x)$ maka akan muncul jendela dialog. Isikan x kemudian klik *OK*, maka akan ditampilkan grafik $y=x$
2. Gambarkan daerah yang dibatasi grafik $y=x$, sumbu X , garis $x=0$, garis $x=3$ dengan cara klik kanan tombol integral. Akan muncul jendela dialog, isikan : Batas bawah Integral (*Integral Lower Limit*) = 0, Batas atas Integral (*Integral Upper Limit*) = 3, Banyaknya sub interval (*Number of subinterval*) = 100, pastikan telah memilih *Area: Midpoint Riemann Sum* kemudian klik *OK*. Berbentuk apakah daerah tersebut ?
3. Simpanlah gambar di atas dengan cara tekan tombol *printscreen* kemudian bukalah *file* yang sudah di buat yaitu JKGRAPH_Nama Anda kemudian klik *paste* kemudian tutuplah file dengan klik *minimize*.
4. klik kanan tombol integral ubahlah *Number Of Subinterval* menjadi 3 kemudian klik *OK*, maka akan tampak daerah jari fungsi tersebut. Amatilah gambar tersebut dan jawablah pertanyaan berikut :
 - a. Daerah tersebut terbagi atas beberapa bagian. Berbentuk bangun apakah bagian-bagian tersebut ?

- b. Hitunglah luas daerah-daerah kecil tersebut secara manual, kemudian jumlahkan! Apakah hasil penjumlahan tersebut sama dengan nilai luas daerah yang tercantum dalam *Status Line* yaitu batang berwarna hijau pada bagian bawah layar?

 Luas persegi panjang I =

Luas Persegi panjang II =

Luas Persegi Panjang III= _____ +

 Jumlah =

4. Berdasarkan kegiatan di atas, bagaimanakah cara untuk menghitung luas daerah segitiga ?

© Memahami pengaruh banyaknya potongan persegi panjang terhadap luas daerah.

1. Klik *Formulas / Function Formula* $y=f(x)$ isikan X^2 maka akan di tampilkan grafik $y = x^2$. Gambarkan daerah yang di batasi fungsi $y = x^2$, batas atas =3 batas bawah = 0 dengan cara klik kanan tombol integral dan tuliskan batas-batas di atas. Tampilkan pula tabel integral dengan *klik show result in a table* Kemudian klik OK.
2. Simpanlah gambar dengan cara tekan tombol print screen kemudian bukalah file JKGRAPH_ Nama Anda yang telah di buat pada kegiatan 1 kemudian klik *paste* tutuplah file tersebut dengan di mini mize.

3. Ubahlah banyaknya persegi panjang / sub interval dengan cara *klik* kanan pada tombol integral. Setelah muncul jendela dialog isikan *Number of Subinterval* sesuai dengan tabel di bawah ini. Amati setiap perubahan yang terjadi dan isilah tabel berikut:

<i>Number of Subinterval</i> (<i>Banyaknya Persegi Panjang</i>)	<i>Delta x (Δx)</i>	<i>Midpoint Riemann Sum</i> (<i>Luas daerah</i>)
10		
50		
200		
400		
500		



4. Amati tabel di atas! Bagaimanakah nilai Δx jika banyaknya persegi panjang semakin besar ?

.....

.....

5. Masih berdasarkan tabel, bagaimanakah luas daerah jika Δx semakin kecil ? Apakah luas daerah akan semakin mendekati nilai tertentu?

.....

.....

6. Bagaimana pengaruh perubahan banyaknya persegi panjang terhadap delta X dan luas daerah (*Midpoint Riemann Sum*) ?

.....

.....

KEGIATAN 3

Merumuskan Integral tentu untuk luas daerah yang di batasi grafik $y=f(x)$, sumbu x , garis $x=a$ dan garis $x=b$

1. Gambarkan daerah dengan Fungsi $Y=\sqrt{X}$ dengan cara klik *Formulas / Function Formula* $y = f(x)$. Setelah muncul jendela dialog tuliskan fungsi dengan ekspresi fungsi : **SQRT (x)** kemudian klik *OK*.
2. Gambarkan daerahnya dengan batas bawah = 0, batas atas = 4 serta subinterval =10 dan klik *show Result of Table* sehingga tabel integral tidak muncul lagi. Perhatikanlah gambar tersebut. Jika persegi-persegi pada daerah tersebut mempunyai lebar = Δx dan panjang = $f(x)_i$; $i = 1, 2, \dots, n$ ($n =$ banyaknya persegi panjang), Nyatakan luas masing-masing persegi dalam $f(x)$ dan Δx !

3. Jumlahkan luas semua persegi tersebut !

4. Apakah penjumlahan dapat di ubah kedalam notasi sigma ? (ingat notasi sigma) jika dapat ubahlah penjumlahan diatas dengan notasi sigma!

5. Berdasarkan kegiatan 2 perhitungan luas total akan mendekati kebenaran jika n mendekati tak hingga dan Δx sangat kecil hingga mendekati nol yaitu dalam sebuah limit. Ubahlah notasi sigma tersebut dalam bentuk limit !

6. Dari notasi diatas dapat diubah dalam bentuk integral tentu yaitu sebagai berikut :

$$L = \int_0^4 f(x_i) \Delta x = \int_0^4 f(x_i) dx = \int_0^4 \sqrt{x} dx$$

7. Jika ada daerah yang dibatasi oleh grafik fungsi $Y=f(x)$, sumbu X , garis $X= a$ dan garis $X = b$. Bagaimanakah bentuk integral dari daerah tersebut?
-
-

8. Kesimpulan apakah yang dapat kamu peroleh dari seluruh kegiatan di atas?
-
-

KEGIATAN 4

Memahami jenis-jenis luas daerah yang dibatasi grafik kurve $Y = f (x)$, sumbu X , garis $x=a$ dan $x=b$

1. klik *Formulas / Function Formula* $y=f(x)$ akan muncul jendela dialog. Isikan $4-2*x$ maka akan di tampilkan grafik fungsi $y=4-2x$. Gambarkan daerah yang di batasi grafik tersebut, batas bawah= 0 dan batas atasnya = 2. Amati daerah tersebut. Dimanakah letak daerah tersebut terhadap sumbu x ? panjang persegi panjang ($f(x)$) pada daerah tersebut bernilai positif atau negatif?
-
-

2. Nyatakan daerah tersebut dalam bentuk integral! Berapakah luas daerah yang tertera dalam Status line?
-
-

3. Simpanlah gambar diatas seperti cara yang kita ketahui!

4. Gambarkan daerah yang di batasi kurva $Y= 4-2x$, garis $X= 2$ dan $X= 4$ dengan cara klik kanan pada tombol integral maka akan muncul jendela dialog integral. Isikan batas-batas di atas. Kemudian *klik OK*. Amatilah gambar yang di hasilkan ! dimanakah letak daerah tersebut terhadap sumbu x ? Perhatikan panjang persegi panjang pada daerah tersebut bernilai negatif atau positif? Berapakah nilai luasnya? (Midpoint Riemann Sum)?

.....

.....

5. Mengapa luas daerah di atas bernilai negatif? Apakah benar jika luas bernilai negatif?

.....

.....

6. Dari langkah 4 kita tahu bahwa luas daerah bernilai negatif. Bagaimana bilangan negatif tersebut agar menjadi positif!

.....

.....

7. Berdasarkan hasil dari langkah 6, nyatakan luas daerah tersebut dengan rumus integral tentu sehingga bernilai positif?

.....

.....

8. Bagaimanakah Rumus integral tentu untuk luas daerah yang di batasi grafiki $y=f(x)$, sumbu x , garis $x=a$, garis $x=b$ dan berada dibawah sumbu x ?

.....

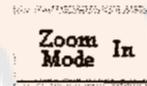
.....

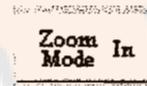
9. Gambarkanlah daerah yang di batasi grafik fungsi $Y=4-2x$, garis $X= 0$ dan garis $X=4$. Amati gambar tersebut. Bagaimanakah rumus luas untuk daerah tersebut dengan memperhatikan 2 kegiatan sebelumnya ? Berapakah luas daerah tersebut?
-
-

KEGIATAN 5

Memahami luas daerah yang dibatasi kurva $X = f (y)$, sumbu Y , garis $y=c$ dan $y=d$

1. klik *Formulas / Function Formula* : $X = F(Y)$ akan muncul jendela dialog isikan: $2*\text{SIN}(Y)$ maka akan di tampilkan grafik fungsi $X = 2 \text{ Sin } (y)$

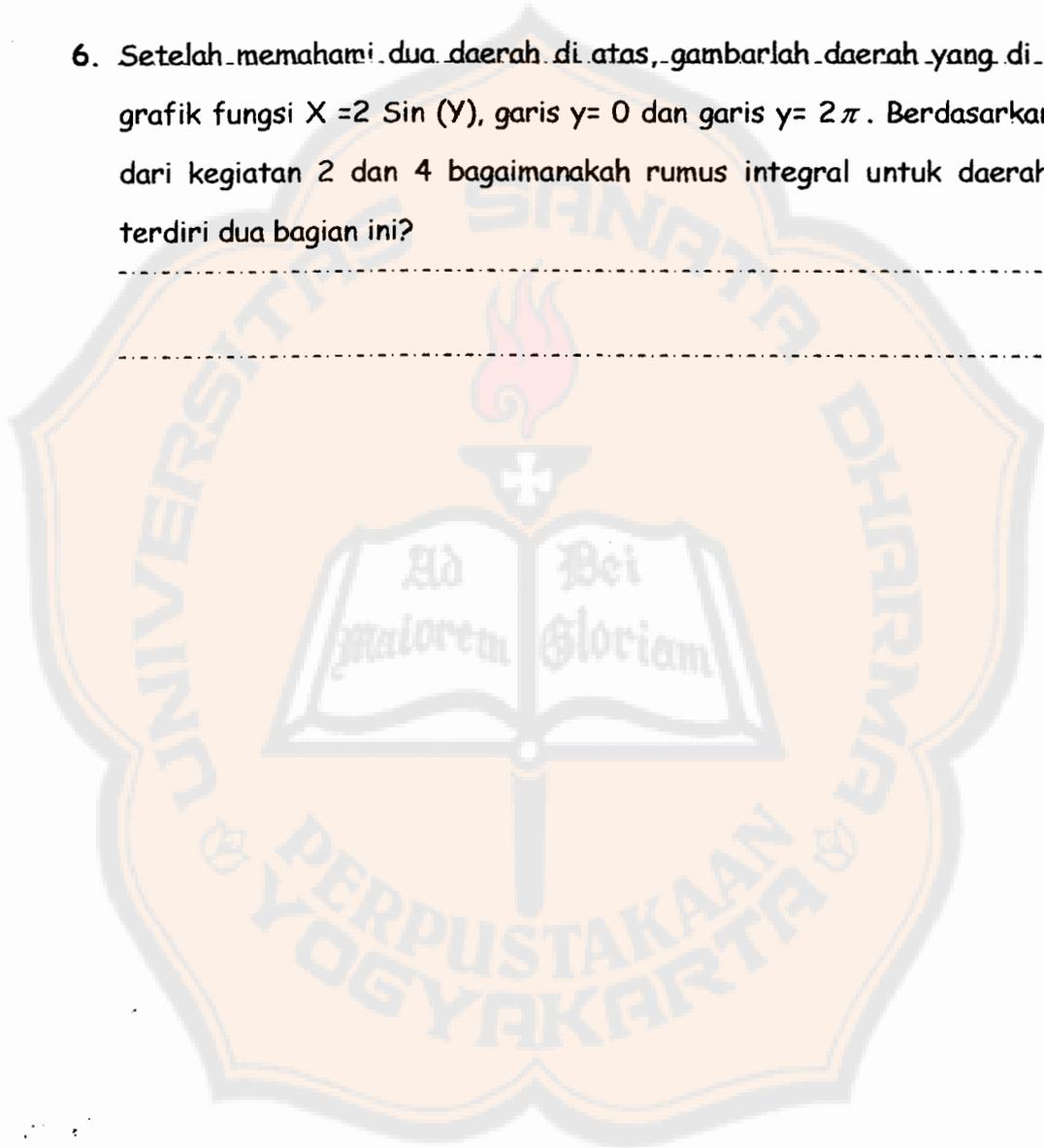


2. Untuk memperbesar gambar klik kiri tombol  kemudian *double* klik pada titik pusat sumbu koordinat.
3. Gambarkan daerah yang di batasi grafik $X =2 \text{ Sin } (y)$, garis $Y=0$ dan $Y= \pi$ dengan cara *klik* kanan pada tombol integral maka akan muncul jendela dialog integral. Isikan batas-batasnya yaitu batas atas = PI dan batas bawah= 0 , *Number of Subinterval* = 20 kemudian klik OK. Amati gambar tersebut. Nyatakan daerah tersebut dalam bentuk integral!
-
-

4. Lakukan kegiatan seperti kegiatan 2 untuk fungsi $X= 2 \text{ Sin } (y)$ yang di batasi garis $Y=\pi$ dan $Y = 2\pi$. Perhatikan gambar yang di dihasilkan. Bandingkan dengan grafik sebelumnya. Dimanakah letak daerah tersebut terhadap sumbu y ? Mengapa luas daerah ini bernilai negatif ?

.....
.....
5. Bagaimanakah rumus integral untuk daerah jenis ini agar bernilai positif?
.....

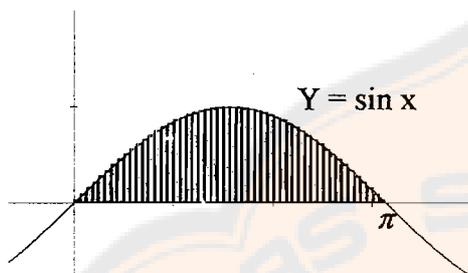
6. Setelah memahami dua daerah di atas, gambarkan daerah yang di batasi grafik fungsi $X = 2 \sin(Y)$, garis $y = 0$ dan garis $y = 2\pi$. Berdasarkan hasil dari kegiatan 2 dan 4 bagaimanakah rumus integral untuk daerah yang terdiri dua bagian ini?
.....
.....



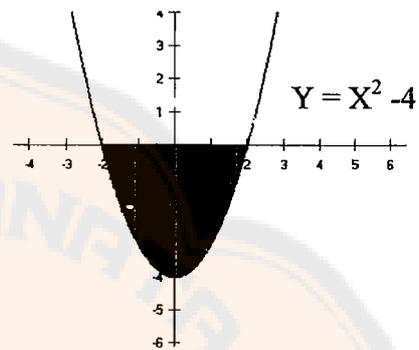
LEMBAR EVALUASI

1. Tuliskan bentuk integral yang nilainya sama dengan luas daerah yang di arsir pada tiap gambar berikut ini :

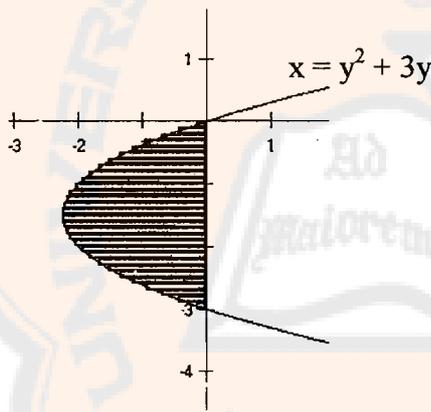
a.



b.



c.



2. Lukislah daerah yang dinyatakan dengan bentuk integral berikut, jika perlu gunakan program JKGRAPH

a. $\int_0^4 (3x) dx$

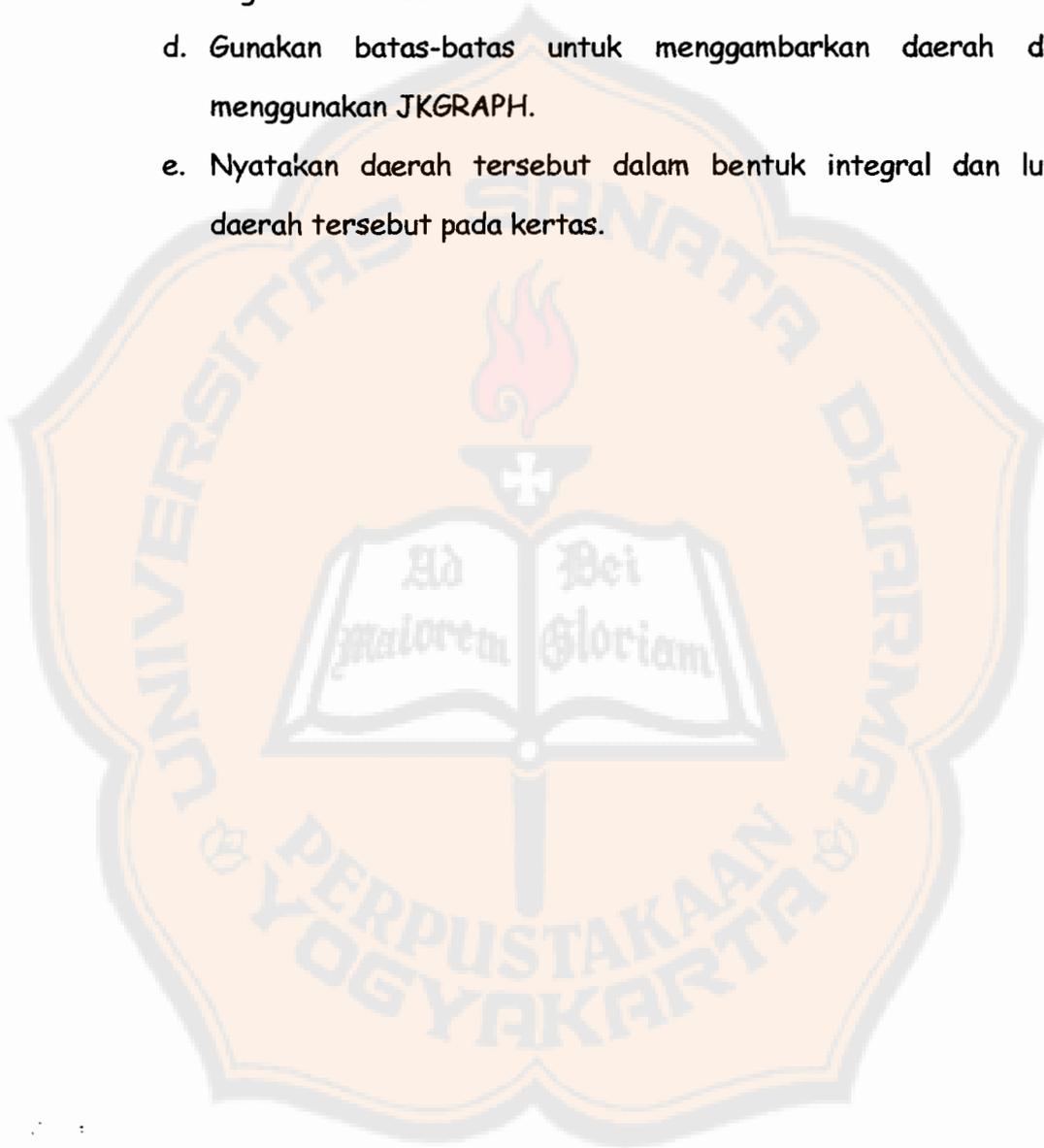
b. $\int_{-1}^1 (1+x^3) dx$

c. $\int_{-3}^0 \sqrt{y^2+5} dy$

3. Pak anton mempunyai sebuah rumah dan halaman rumah itu berbentuk setengah lingkaran. Jari-jari dari taman itu sepanjang 4 meter.

a. Buatlah persamaan dari lingkaran. Nyatakan persamaan tersebut dalam bentuk $y=f(x)$

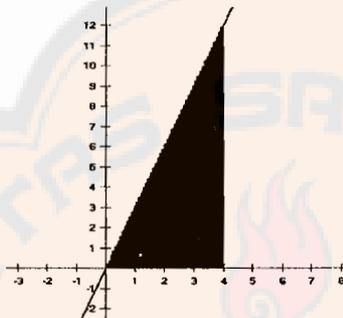
- b. Gambarkan setengah lingkaran tersebut dengan menggunakan Program JKGRAPH.
- c. Dengan mengamati gambar, tentukan batas-batas dari setengah lingkaran tersebut.
- d. Gunakan batas-batas untuk menggambarkan daerah dengan menggunakan JKGRAPH.
- e. Nyatakan daerah tersebut dalam bentuk integral dan lukislah daerah tersebut pada kertas.



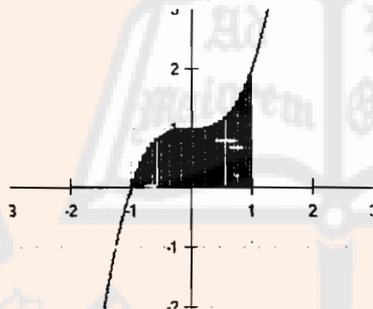
KUNCI JAWABAN LEMBAR EVALUASI

1. a. $\int_0^{\pi} \sin x \, dx$ b. $\int_{-2}^2 (x^2 - 4) \, dx$ c. $\int_{-3}^0 (y^2 + 3y) \, dy$

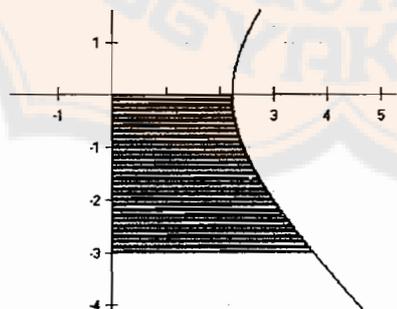
2. a. arsiran luas daerah yang dinyatakan dengan $\int_0^4 3x \, dx$



b. arsiran luas daerah yang dinyatakan dengan $\int_{-1}^1 (1 + x^3) \, dx$

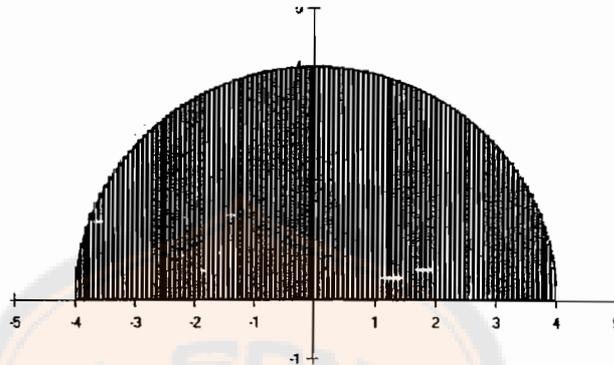


c. arsiran luas daerah yang dinyatakan dengan $\int_{-3}^0 (y^2 + 3y) \, dy$



3. Persamaan lingkaran tersebut yaitu $x^2 + y^2 = 16 \Leftrightarrow y = \sqrt{16 - x^2}$
 batas-batas dari setengah lingkaran tersebut = -4 dan 4

jika di gambarkan akan diperoleh daerah sebagai berikut:



Daerah tersebut jika dinyatakan dengan integral yaitu $\int_{-4}^4 \sqrt{16-x^2} dx$



Handout untuk Guru

PETUNJUK UNTUK GURU

Handout : Integral Tentu
Topik : Integral Tentu
Kelas : XII IPA Semester Pertama
Waktu : 2 x 45 menit

Petunjuk Umum:

Handout ini akan digunakan untuk memahami integral tentu sebagai luas daerah bidang datar dengan menggunakan media komputer yang di dalamnya telah diinstall program *JKGRAPH*. Setelah mempelajari *handout* ini siswa diharapkan dapat memahami integral tentu sebagai luas daerah bidang datar dan mampu merumuskan integral tentu untuk menghitung luas daerah. Sebelum menggunakan *handout* ini siswa diharapkan sudah memahami tentang notasi sigma, limit dan integral tak tentu.

Petunjuk Khusus:

1. Topik : Integral Tentu
2. kelas : XII IPA Semester Pertama
3. Waktu : 2 x 45 menit
4. Tujuan :
 - ♦ Siswa dapat menjelaskan integral tentu sebagai luas daerah bidang datar

- ♦ Siswa dapat merumuskan integral tentu untuk luas daerah yang di batasi grafik fungsi $y = f(x)$, sumbu x , garis $x = a$ dan garis $x = b$

5. Pokok Bahasan :

- a. Luas adalah limit suatu jumlah
- b. Penggunaan Integral Tentu dalam menghitung luas daerah

6. Prosedur Pengajaran

a. Tugas Guru

- ♦ Sebelum menggunakan *handout* ini sebaiknya siswa sudah pernah mempelajari notasi sigma, limit dan integral tak tentu.
- ♦ Sebelum menggunakan program *JKGRAPH* guru sebaiknya memperkenalkan terlebih dahulu program tersebut sehingga kegiatan dapat berjalan dengan lancar.
- ♦ Guru menyiapkan komputer yang akan digunakan dalam pembelajaran.
- ♦ Guru membantu siswa untuk mengingat kembali mengenai notasi sigma dan limit jika siswa mengalami kesulitan dalam hal ini pada kegiatan 3
- ♦ Menilai apakah tujuan pembelajaran dapat tercapai atau tidak. Hal ini dapat dilihat dari lembar kerja siswa dan lembar evaluasi.

b. Tugas Siswa

- ♦ Memahami tujuan pembelajaran
- ♦ Melakukan kegiatan sesuai dengan urutan kegiatan dan petunjuk yang ada pada *handout*.

- ♦ Mempelajari uraian dan menyimpulkan hasil kegiatan.
- ♦ Mengerjakan test yang terdapat pada lembar evaluasi.

c. Alat dan bahan yang diperlukan

- ♦ Alat : Komputer yang sudah diinstal program *JKGRAPH*
- ♦ Sumber : Buku Matematika

7. Evaluasi

a. Prosedur

- ♦ Pengisian lembar kerja siswa dan lembar evaluasi
- ♦ Pertanyaan lisan

b. Alat Evaluasi

- ♦ *Handout*
- ♦ Lembar evaluasi

PANDUAN PENGISIAN LEMBAR KERJA SISWA BAGI GURU

Lembar kerja siswa ini terdiri dari 5 kegiatan. Kegiatan yang pertama berisi kegiatan-kegiatan dan pertanyaan-pertanyaan yang membimbing siswa untuk menemukan batas-batas dari suatu daerah bidang datar, kegiatan kedua berisi kegiatan-kegiatan dan pertanyaan-pertanyaan yang diarahkan untuk membimbing siswa memahami pendekatan perhitungan luas daerah dengan memotong daerah menjadi persegi panjang-persegi panjang dan memahami pengaruh banyaknya persegi panjang terhadap nilai luas daerah. Kegiatan ketiga berisi kegiatan dan pertanyaan yang diarahkan untuk membimbing siswa untuk merumuskan integral

tentu untuk menghitung luas daerah. Kegiatan keempat berisi kegiatan dan pertanyaan yang diarahkan untuk membimbing siswa untuk memahami jenis-jenis daerah yang dibatasi oleh grafik $y = f(x)$, sumbu x , garis $x=a$ dan garis $x=b$ serta rumus integral tentu yang digunakan. Dan kegiatan ke 5 berisi kegiatan dan pertanyaan yang diarahkan untuk membimbing siswa memahami luas daerah yang dibatasi oleh grafik $x=f(y)$, sumbu Y , garis $y=c$ dan garis $y = d$.

Guru tidak harus memaksa siswa untuk menghasilkan jawaban seperti pada panduan ini. Diharapkan guru dapat menghargai pendapat siswa dan menanyakan alasan jawaban siswa. Dengan demikian proses yang dilakukan dapat benar-benar membimbing siswa untuk memahami konsep integral tentu.

Kegiatan 1: Memahami batas-batas suatu daerah bidang datar

6. Dalam langkah ini siswa diharapkan dapat menemukan garis-garis yang membatasi daerah pada gambar. Dimana daerah ini di batasi oleh 4 garis yaitu garis $y = x+2$, sumbu x , garis $x=1$ dan garis $x=3$
7. Setelah mengubah *Integral Lower Limit* menjadi 0 diharapkan siswa dapat menemukan batas daerah yang baru yaitu: $y = x+2$, sumbu x , garis $x=0$ dan garis $x=3$

Kegiatan 2

Bagian I: memahami pendekatan perhitungan luas daerah

2. Dengan melihat gambar siswa diharapkan mampu melihat bahwa daerah yang ada berbentuk segitiga.

3. a. Siswa diharapkan mampu melihat bahwa daerah segitiga tersebut di bagi atas beberapa bagian yaitu berbentuk persegi panjang.
- b. Dalam langkah ini siswa diharapkan mampu menghitung luas masing-masing persegi panjang secara manual.

$$\text{Luas persegi panjang I} = 0,5 \times 1$$

$$\text{Luas Persegi panjang II} = 1,5 \times 1$$

$$\text{Luas Persegi Panjang III} = 2,5 \times 1 \quad +$$

$$\text{Jumlah} = 4,5$$

Luas yang dihasilkan dari potongan-potongan persegi tersebut sama dengan luas segitiga yang tertera dalam *Status Line*.

4. Berdasarkan kegiatan di atas siswa diharapkan mampu menarik kesimpulan bahwa luas di bawah kurva dapat dihitung dengan membuat potongan-potongan berbentuk persegi panjang kemudian menjumlahkan luas persegi panjang tersebut.

Bagian II : Memahami pengaruh banyaknya potongan persegi panjang terhadap luas daerah

3. Dalam kegiatan ini siswa diminta untuk mengisi tabel sehingga tabel tersebut terisi sebagai berikut:

<i>Number of Subinterval (Banyaknya Persegi Panjang)</i>	<i>Delta x (Δx)</i>	<i>Midpoint Riemann Sum (Luas daerah)</i>
10	0,3	8,9775
50	0,06	8,9991
200	0,015	8,9999
400	0,0075	9
500	0,006	9

- Berdasarkan tabel di atas, siswa diharapkan mampu menganalisa bahwa nilai Δx akan semakin kecil jika persegi panjang semakin banyak.
- Siswa diharapkan mampu melihat bahwa jika nilai Δx semakin kecil maka luas daerahnya semakin besar dan mendekati nilai kebenarannya dalam hal ini luas akan mendekati 9
- Siswa diharapkan mampu melihat pengaruh banyaknya persegi panjang terhadap nilai Δx dan luas daerah yaitu bahwa semakin banyak persegi panjangnya maka Δx akan semakin kecil dan luasnya akan semakin mendekati kebenaran.

Kegiatan 3: Merumuskan integral tentu untuk luas daerah yang di batasi grafik $y=f(x)$, Sumbu x , garis $x = a$ dan garis $x = b$

- Dalam langkah ini siswa diminta untuk menyatakan luas persegi panjang dalam $f(x)$ dan Δx sebagai berikut:

$$\text{Luas persegi panjang 1} = f(x_1) \cdot \Delta x$$

$$\text{Luas persegi panjang 2} = f(x_2) \cdot \Delta x$$

$$\text{Luas persegi panjang 3} = f(x_3) \cdot \Delta x$$

.....

Luas persegi panjang 10 = $f(x_{10}) \cdot \Delta x$

4. Luas masing persegi tersebut di jumlahkan :

$$f(x_1) \cdot \Delta x + f(x_2) \cdot \Delta x + f(x_3) \cdot \Delta x + \dots + f(x_{10}) \cdot \Delta x$$

5. Karena siswa sudah mempelajari tentang notasi sigma diharapkan siswa dapat mengubah penjumlahan di atas menjadi notasi sigma yaitu sebagai

berikut:
$$\sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x = \sum_{i=1}^{10} f(x_i) \Delta x$$

6. Berdasarkan kegiatan 2 perhitungan luas total akan mendekati kebenaran jika n mendekati tak hingga dan Δx mendekati nol dalam sebuah limit. Dalam langkah ini siswa di harapkan dapat mengubah notasi sigma kedalam limit

sebagai berikut:
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(x_i)$$

6. Dengan melihat penjelasan pada langkah 5 siswa diharapkan mampu merumuskan integral tentu untuk daerah yang dibatasi grafik $y = f(x)$,

sumbu x, garis $x=a$ dan garis $x=b$ yaitu
$$L = \int_a^b f(x) dx$$

7. Dari seluruh langkah dari kegiatan 3 siswa diharapkan mampu mengambil kesimpulan bahwa integral tentu adalah suatu luas daerah bidang datar yang dibatasi oleh grafik $y = f(x)$, sumbu x, garis $x=a$ dan garis $x=b$. Siswa juga memahami langkah-langkah perumusan integral tentu tersebut.

Kegiatan 4: Memahami jenis-jenis daerah-daerah yang di batasi grafik

$y=f(x)$, Sumbu x , garis $x = a$ dan garis $x = b$

1. Dalam langkah ini siswa diminta untuk menggambar daerah kemudian mengamati daerah tersebut dengan dipandu pertanyaan-pertanyaan. Letak daerah terhadap sumbu x yaitu berada di atas sumbu x dan nilai luasnya adalah 4
2. Daerah ini berada di bawah sumbu x sehingga panjang persegi panjang atau $f(x)$ bernilai negatif dan akan mengakibatkan luasnya negatif yaitu -4
4. Dengan memperhatikan tampilan pada program siswa diharapkan mampu melihat bahwa daerah berada di bawah sumbu x , $f(x)$ atau panjang persegi panjang bernilai negatif. Luas daerah yang ditampilkan pada status line = -4
5. Luas tersebut negatif karena $f(x)$ negatif sehingga jika dikalikan Δx akan menghasilkan nilai negatif. Hal ini tidak benar karena luas harus positif.
6. Siswa diharapkan mampu mengoperasikan bilangan negatif agar menjadi positif dengan mengalikan -1 sehingga $-4 \times -1 = 4$
7. Dari hal di atas siswa diharapkan mampu menarik ke hal yang lebih umum yaitu dengan mengalikan integral tentu yang sudah kita peroleh dalam kegiatan 3 dengan -1 sehingga di peroleh

$$L = \int_2^4 (4 - 2x) dx \cdot (-1) = - \int_2^4 (4 - 2x) dx$$

8. Dengan melihat hasil pada langkah 7 diharapkan mampu menarik rumus secara umum dari luas daerah yang di batasi grafik $y = f(x)$, sumbu x , garis $x = a$ dan garis $x = b$ dan berada di bawah sumbu x yaitu :

$$L = - \int_a^b f(x) dx$$

9. Gambar yang dihasilkan oleh siswa dalam langkah ini berupa daerah yang terdiri dari dua bagian yaitu daerah di atas sumbu x dan daerah di bawah sumbu x . siswa di harapkan mampu merumuskan integral tentu untuk daerah ini berdasarkan 2 kegiatan sebelumnya yaitu:

$$L = \int_0^2 (4 - 2x) dx + \left(- \int_2^4 (4 - 2x) dx \right) = \int_0^2 (4 - 2x) dx - \int_2^4 (4 - 2x) dx$$

Kegiatan 5: Memahami luas daerah yang di batasi grafik $x = f(y)$, sumbu y , garis $y = c$ dan garis $y = d$

3. Siswa diharapkan mampu merumuskan integral tentu untuk daerah yang dibatasi grafik $x = 2 \sin y$, sumbu y , garis $y = 0$ dan garis $y = \pi$ yaitu

$$L = \int_0^{\pi} 2 \sin y dy$$

4. Dalam langkah ini siswa diminta untuk menggambar daerah yang dibatasi grafik $x = 2 \sin y$, sumbu y , garis $y = \pi$ dan garis $y = 2\pi$. Diharapkan siswa dapat melihat bahwa daerah tersebut berada di sebelah kiri sumbu y . dan luas daerah tersebut bernilai negatif karena $f(x)$ negatif dan Δx positif, sehingga luas pesegi panjang dalam daerah tersebut bernilai negatif dan luas seluruh daerah tersebut juga negatif.

5. Rumus daerah tersebut agar bernilai positif yaitu: $L = - \int_{\pi}^{2\pi} 2 \sin y \, dy$

6. Daerah tersebut terdiri dari dua bagian yaitu di sebelah kanan dan di sebelah kiri sumbu y . rumus integralnya yaitu:

$$L = \int_0^{\pi} 2 \sin y \, dy - \int_{\pi}^{2\pi} 2 \sin y \, dy$$



C. *Handout* untuk Pembelajaran Penggunaan Integral Tentu

Handout untuk siswa

Nama Siswa :

Nomor Absent:

Topik : Penggunaan Integral Tentu

Kelas : XII IPA Semester Pertama

Waktu : 2 x 45 menit

Tujuan : Siswa dapat merumuskan integral tentu untuk volume benda putar dari daerah yang diputar terhadap sumbu koordinat

LEMBAR KERJA SISWA

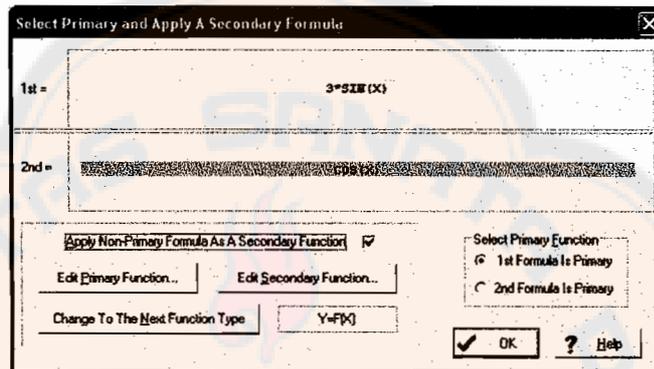
Untuk dapat memahami penggunaan integral tentu siswa diharapkan sudah memahami integral tentu dan perhitungannya. Siswa juga diharapkan untuk mampu menggambar grafik suatu fungsi secara manual pada kertas. Selain itu siswa diharapkan sudah dapat mengoperasikan program *JKGRAPH*.

KEGIATAN 1

Merumuskan integral tentu untuk luas daerah antara dua kurva

1. Klik *Formulas/ Function Formula $Y=F(X)$* maka akan muncul jendela dialog. Isikan x kemudian klik OK.
2. Klik kanan tombol Integral dan tuliskan batas bawah=0 dan batas atas=2 kemudian klik OK. Berapakah luas daerah tersebut?

3. Gambarlah daerah yang dibatasi kurva $Y=X^2$, garis $X=0$ dan $X=2$ dengan cara seperti pada langkah 1 dan 2. Berapakah luas daerah tersebut?
4. Gambarkan daerah yang dibatasi oleh dua kurva di atas dengan cara: klik *Formula/Set Primary and Secondary Formula* maka akan muncul jendela dialog seperti di bawah ini:



Dari jendela dialog tersebut klik *Apply Non-Primary Formula As A Secondary Formula*. Kemudian untuk menuliskan fungsi yang pertama klik *Edit Primary Function* dan akan muncul jendela dialog tuliskan fungsi yang pertama pada jendela tersebut. Untuk menggambar grafik yang kedua klik pada *Edit Secondary Function* dan isilah jendela dialog dengan fungsi yang kedua maka pada layar akan ditampilkan grafik yang diinginkan.

4. Carilah titik potong antara dua grafik tersebut. Dengan cara klik kanan



pada , kemudian klik *Show The Final Result in Table / OK*. Ambil pembulatan dari titik-titik tersebut.

5. Gambarkan daerah antara dua kurva tersebut dengan batas-batas adalah absis dari titik potong dari kedua kurva tersebut. Berapakah luas daerah antara dua kurva tersebut ?

6. Bagaimana hubungan luas daerah tersebut dengan luas daerah pada langkah 1 dan 2.

.....

.....

7. Buatlah rumus integral untuk daerah yang dibatasi oleh grafik tersebut berdasarkan luas daerah 1 dan 2.

.....

.....

KEGIATAN 2

Merumuskan integral tentu untuk volume benda Putar

Dalam kehidupan sehari-hari kita banyak menjumpai benda-benda putar seperti vas bunga, kap lampu, ember, kaleng dan sebagainya. Dapatkah kita menghitung volume benda putar tersebut? di bawah ini kita akan mempelajari bagaimana cara menghitung volume benda putar.

1. Volume benda putar mengelilingi sumbu X

- Gambarkan grafik fungsi $Y = \sqrt{X}$ dengan cara klik *Formulas/Function Formula Y=F(X)* tuliskan fungsi kedalam jendela dialog dengan ekspresi: ***SQRT (X)***
- Gambarkan benda putar yang di batasi grafik $Y = \sqrt{X}$, garis $X=1$, $X=3$ dan subinterval sebanyak 200. Dengan cara klik kanan pada tombol integral. Isikan batas-batas pada jendela dialog dan pastikan telah mengaktifkan *option:Volume Disk/Washers Horizontal Relation Line* kemudian klik *OK*.
- Untuk mencari pendekatan dari perhitungan volume benda tersebut ubahlah *Number of subinterval* menjadi 10. Apakah yang terjadi? Terdiri dari apakah benda putar tersebut?

- Jika tabung kecil tersebut mempunyai tebal = Δx dan jari-jari $f(x)$, Nyatakan volume salah satu tabung pada benda putar tersebut dalam Δx dan $f(x)$?

- Jumlahkan volume 10 tabung kecil tersebut dalam notasi sigma!

- Untuk Δx yang cukup kecil akan dihasilkan pendekatan volume yang sempurna. Maka ubahlah bentuk di atas ke dalam bentuk limit.

- Bentuk limit di atas dapat dinyatakan dengan menggunakan integral

sebagai berikut:
$$V = \pi \int_1^3 f(x)^2 \Delta x = \pi \int_1^3 f(x)^2 dx$$

- Jika batasnya diubah menjadi $X=a$ dan $X= b$ maka bagaimanakah rumusnya?

2. Volume benda putar di antara dua kurva

- Gambarkan Fungsi $Y=X+2$. Kemudian gambarkan benda putar yang dibatasi oleh kurva tersebut dan garis $X=-1$ dan Garis $X=2$. Berapakah volume benda tersebut.
- Gambarkan fungsi $Y= X^2$. Kemudian gambarkan benda putar yang dibatasi oleh kurva fungsi tersebut dan garis $X=-1$ dan $X=2$. Berapakah volume benda tersebut?

- Gambarkan volume benda putar di antara 2 kurva di atas dengan cara: Gambarkan kedua kurva yang diinginkan dengan klik *Formula/Set Primary and Secondary Formula* maka akan muncul jendela dialog. Dari jendela dialog tersebut, klik *Apply Non-Primary Formula As A Secondary Formula*. Kemudian untuk menuliskan fungsi yang pertama klik *Edit Primary Function* dan akan muncul jendela dialog untuk menuliskan formula fungsi kita tuliskan fungsi $Y=X+2$ kemudian klik *OK*. Untuk menuliskan fungsi yang kedua klik pada *Edit Secondary Function* dan isilah jendela dialog dengan fungsi yang kedua yaitu $Y = X^2$ kemudian klik *OK*. Maka akan di hasilkan grafik yang diinginkan.
- Carilah titik potong antara dua kurva tersebut seperti pada kegiatan 1 langkah 4
- Untuk menggambarkan volume benda putar diantara dua kurva tersebut klik kanan pada tombol integral. Batas-batas dari pengintegralan tersebut adalah titik-titik potong dari kedua kurva tersebut. Pastikan telah memilih *Volume:Disk / washers Horizontal Relation Line*. Berapakah volume benda putar antara dua grafik tersebut ?

-
- Rumuskan volume tersebut dengan notasi integral dengan memperhatikan volume benda putar yang dibatasi grafik fungsi pertama dan volume benda putar yang dibatasi oleh grafik fungsi kedua!
-
-

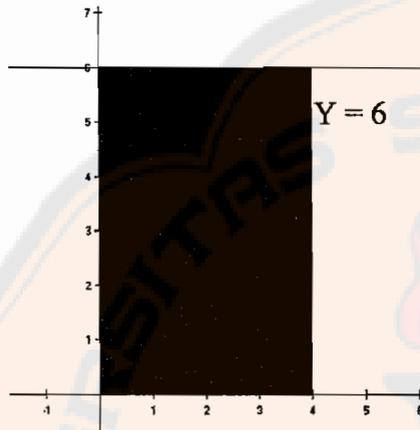
- Gambarkan volume benda putar di antara 2 kurva di atas dengan cara: Gambarkan kedua kurva yang diinginkan dengan klik *Formula/Set Primary and Secondary Formula* maka akan muncul jendela dialog. Dari jendela dialog tersebut, klik *Apply Non-Primary Formula As A Secondary Formula*. Kemudian untuk menuliskan fungsi yang pertama klik *Edit Primary Function* dan akan muncul jendela dialog untuk menuliskan formula fungsi kita tuliskan fungsi $Y=X+2$ kemudian klik *OK*. Untuk menuliskan fungsi yang kedua klik pada *Edit Secondary Function* dan isilah jendela dialog dengan fungsi yang kedua yaitu $Y = X^2$ kemudian klik *OK*. Maka akan di hasilkan grafik yang diinginkan.
- Carilah titik potong antara dua kurva tersebut seperti pada kegiatan 1 langkah 4
- Untuk menggambarkan volume benda putar diantara dua kurva tersebut klik kanan pada tombol integral. Batas-batas dari pengintegralan tersebut adalah titik-titik potong dari kedua kurva tersebut. Pastikan telah memilih *Volume:Disk / washers Horizontal Relation Line*. Berapakah volume benda putar antara dua grafik tersebut?

-
- Rumuskan volume tersebut dengan notasi integral dengan memperhatikan volume benda putar yang dibatasi grafik fungsi pertama dan volume benda putar yang dibatasi oleh grafik fungsi kedua!
-
-

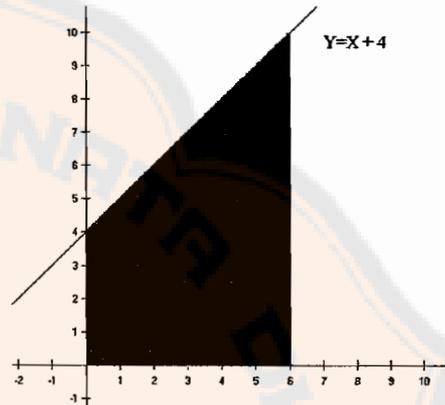
LEMBAR EVALUASI

1. Hitunglah luas daerah yang diarsir dengan menggunakan integral, kemudian cocokkan hasilmu jika luas tersebut dihitung dengan menggunakan rumus luas geometri yang bersangkutan.

a.



b.



2. Hitunglah luas daerah yang di batasi kurva $Y = x^3 - 3x^2 + 2x$ dengan sumbu X , garis $X = 0$ dan garis $X = 1$.
3. Hitunglah luas daerah yang di batasi oleh dua grafik yang di berikan:
 - a. $Y = 2X - X^2$ dan $Y = X^2$
 - b. $Y = 9 - X^2$ dan $Y = X - 3$
4. Hitunglah volume benda putar yang terjadi jika daerah yang di batasi oleh grafik-grafik yang diketahui diputar mengelilingi sumbu X sejauh 360° .
 - a. $Y = 6 - X$, garis $X = 0$ dan garis $X = 6$
 - b. $Y = X^2 - X$, garis $X = 0$ dan $X = 1$

KUNCI JAWABAN LEMBAR EVALUASI

1. a. Dengan menggunakan integral

$$L = \int_0^4 6 dx = [6x]_0^4 = 24$$

Dengan rumus luas geometri:

$$\begin{aligned} \text{Luas persegi panjang} &= \text{Panjang} \times \text{Lebar} \\ &= 6 \times 4 = 24 \end{aligned}$$

- b. Dengan menggunakan integral

$$L = \int_0^6 (x+4) dx = \left[\frac{1}{2}x^2 + 4x \right]_0^6 = 42$$

Dengan menggunakan rumus geometri

$$\begin{aligned} \text{Luas Trapesium} &= (\text{jumlah dua garis sejajar}) \times \text{setengah tinggi} \\ &= (4 + 10) \times 3 = 42 \end{aligned}$$

2. $L = \int_0^1 (x^3 - 3x^2 + 2x) dx$

$$= \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{3}x^3 + \frac{2}{2}x^2 \right]_0^1$$

$$= \frac{1}{4} - 1 + 1 = \frac{1}{4}$$

3. a. Luas daerah yang di batasi oleh dua kurva $Y = 2X - X^2$ dan $Y = X^2$ yaitu:
Tentukan terlebih dahulu titik potong antara dua kurva tersebut sebagai batas atas dan batas bawah:

$$2x - x^2 = x^2$$

$$2x - x^2 - x^2 = 0$$

$$2x - 2x^2 = 0$$

$$2x(1 - x) = 0$$

$$x=0 \text{ dan } x=1$$

Jadi batas-batasnya adalah $X = 0$ dan $X= 1$ maka luasnya:

$$L = \int_0^1 [(2x - x^2) - (x^2)] dx$$

$$= \int_0^1 (2x - 2x^2) dx$$

$$= \left[\frac{2}{2} x^2 - \frac{2}{3} x^3 \right]_0^1$$

$$= \left(1 - \frac{2}{3} \right) - (0) = \frac{1}{3}$$

- b. Luas daerah yang di batasi grafik $Y = 9 - X^2$ dan $Y = X + 3$ adalah tentukan terlebih dahulu titik potong kedua grafik tersebut, sebagaii batas atas dan batas bawahnya.

$$9 - x^2 = x + 3$$

$$9 - x^2 - x - 3 = 0$$

$$6 - x - x^2 = 0$$

$$(x + 3)(x - 2) = 0$$

$$x = -3 \text{ dan } x = 2$$

Jadi batas-batasnya adalah $x = -3$ dan $x = 2$ maka luasnya:

$$= \int_{-3}^2 [(9 - x^2) - (x + 3)] dx$$

$$= \int_{-3}^2 (6 - x - x^2) dx$$

$$= \left[6x - \frac{1}{2} x^2 - \frac{1}{3} x^3 \right]_{-3}^2$$

$$= \left(12 - 2 - \frac{8}{3} \right) - \left(-18 - \frac{9}{2} + 9 \right)$$

$$= 19 - \frac{8}{3} + \frac{9}{2} = \frac{114}{6} - \frac{16}{6} + \frac{27}{6} = \frac{125}{6} = 20\frac{5}{6}$$

4. a. Volume benda putar yang terjadi dari daerah yang di batasi kurva $Y = 6-X$, garis $X=0$ dan $X=6$ di putar mengelilingi sumbu X sejauh 360° adalah:

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_a^b f(x)^2 dx \\ &= \pi \int_0^6 (6-x)^2 dx \\ &= \pi \int_0^6 (36 - 12x + x^2) dx \\ &= \pi [36x - 12x^2 + x^3]_0^6 \\ &= \pi(216 - 216 + 72) = 72\pi \end{aligned}$$

- b. Volume benda putar yang terjadi jika daerah yang di batasi oleh kurva $Y = X^2 - X$, garis $X=0$ dan $X= 1$ diputar mengelilingi sumbu X sejauh 360° adalah:

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_a^b f(x)^2 dx \\ &= \pi \int_0^1 (x^2 - x)^2 dx \\ &= \pi \int_0^1 (x^4 - 2x^3 + x^2) dx \\ &= \pi \left[\frac{1}{5}x^5 - \frac{2}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 \right]_0^1 \\ &= \pi \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{30} \pi \end{aligned}$$

Handout untuk Guru

PETUNJUK UNTUK GURU

Handout : Penggunaan Integral Tentu

Topik : Penggunaan Integral Tentu

Kelas : XII IPA Semester Pertama

Waktu : 2 x 45 menit

Petunjuk Umum:

Handout ini akan digunakan untuk memahami penggunaan integral tentu dalam menghitung luas suatu daerah bidang datar dan volume benda putar dengan menggunakan media komputer yang di dalamnya telah diinstall program *JKGRAPH*. Setelah mempelajari *handout* ini siswa diharapkan dapat memahami dan mampu merumuskan integral tentu untuk menghitung luas daerah diantara dua grafik dan volume benda putar. Sebelum menggunakan *handout* ini siswa diharapkan sudah memahami dan menguasai perhitungan integral tentu.

Petunjuk Khusus:

1. Topik : Penggunaan Integral Tentu

2. Kelas : XII IPA Semester Pertama

3. Waktu : 2 x 45 menit

4. Tujuan :

- ♦ Siswa dapat merumuskan integral tentu untuk volume benda putar dari daerah yang diputar terhadap sumbu koordinat.

Kegiatan 1:

Merumuskan integral tentu untuk luas daerah di antara dua grafik

2. Luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = x$, garis $x = 0$ dan garis $x = 1$ adalah 0,5
3. Luas daerah yang dibatasi kurva $y = x^2$, garis $x = 0$ dan garis $x = 1$ adalah 0,3333
5. Titik potong antara kurva $y = x$ dan kurva $y = x^2$ adalah (0,0) dan (1,1) karena batas untuk dua daerah tersebut adalah absis dari titik potong tersebut maka batas-batas nya adalah 0 dan 1.
6. Hubungan luas daerah antara dua kurva tersebut dengan luas daerah 1 dan 2 adalah luas daerah antara dua kurva merupakan hasil dari luas daerah 1 dikurangi luas daerah 2.
7. Rumus dari luas daerah antara dua kurva yaitu: $L = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$

Kegiatan 2

Merumuskan integral tentu untuk volume benda putar yang diputar mengelilingi sumbu x

3. Untuk mencari pendekatan dalam perhitungan volume benda putar adalah dengan memotong benda tersebut menjadi potongan-potongan dalam bentuk tabung.
4. Volume tabung = $\pi r^2 t$ jika volume tersebut dinyatakan dalam $f(x)$ dan Δx menjadi $V = \pi f(x)^2 \Delta x$
5. Jumlah dari volume tabung-tabung tersebut dapat dinyatakan dalam notasi

sigma sebagai berikut: $V = \sum_{i=1}^n \pi f(x)^2 \Delta x$

6. Rumus integral tentu untuk volume benda putar dari grafik yang diputar terhadap sumbu x dan dibatasi garis $x=a$ dan $x=b$ adalah:

$$V = \pi \int_a^b f(x) dx$$

Kegiatan 3

Merumuskan volume benda putar antara dua kurva

1. Volume benda putar yang dibatasi kurva $y=x+2$ dan garis $x=-1$ dan garis $x=2$ adalah 65,971
2. Volume benda putar yang dibatasi kurva $y=x^2$ dan garis $x=-1$ dan garis $x=2$ adalah 20,718
4. Titik potong antara dua kurva tersebut adalah (-1,1) dan (2,4)
5. Volume benda putar antara dua kurva tersebut adalah 45,253
6. Rumus volume benda putar antara dua kurva tersebut adalah $V = V_1 - V_2$

$$V = \pi \int_a^b f(x)^2 dx - \pi \int_c^d g(x)^2 dx$$



BAB V

UJI COBA PENGGUNAAN *HANDOUT* PEMBELAJARAN

BERBANTUAN PROGRAM *JKGRAPH*

A. Rancangan Uji coba

Dalam rancangan uji coba ini akan membahas tentang instrumen uji coba, metode pengumpulan data dan tehnik analisa data yang akan diperoleh dalam uji coba.

1. Instrumen Uji coba

a. Handycam/ Video

Handycam ini digunakan untuk merekam proses pembelajaran yang dilaksanakan. Dari hasil rekaman ini penulis mengamati segala aktivitas yang dilakukan oleh siswa dari awal hingga akhir pembelajaran.

b. *Handout*

Handout digunakan untuk melihat sejauh mana tingkat keberhasilan siswa dalam menjawab pertanyaan-pertanyaan dan mencapai tujuan yang dirumuskan dalam *handout*. Bagian *handout* yang akan digunakan yaitu lembar kerja siswa dan lembar evaluasi. *Handout* dianalisis setiap pertanyaan dalam kegiatan apakah jawaban yang diberikan oleh siswa sesuai dengan yang diharapkan atau tidak. Penulis juga menganalisa faktor-faktor yang mempengaruhi mengapa siswa memberikan jawaban seperti itu. Setelah itu jawaban siswa juga dianalisa dengan sistem skoring hal ini bertujuan untuk mengetahui prosentase pencapaian tujuan

pembelajaran. Di bawah ini adalah sistem skoring yang digunakan dalam menilai lembar kerja siswa dan lembar evaluasi.

Tabel 5-1 Skor setiap siswa

Skor	Kriteria
5	<ul style="list-style-type: none"> ♦ Pengerjaan benar dan sesuai dengan langkah-langkah pengerjaannya ♦ Penjelasan atau alasan dipaparkan dengan jelas dan menjawab pertanyaan
4	<ul style="list-style-type: none"> ♦ Pengerjaan benar namun ada sedikit kekeliruan misalnya salah simbol ♦ Penjelasan atau alasan dipaparkan dengan jelas dan menjawab pertanyaan
3	<ul style="list-style-type: none"> ♦ Pengerjaannya sebagian besar benar namun belum selesai ♦ Penjelasan kurang jelas namun masih menjawab pertanyaan
2	<ul style="list-style-type: none"> ♦ Pengerjaan sebagian kecil benar namun tidak terselesaikan ♦ Menjawab pertanyaan namun penjelasan belum jelas
1	<ul style="list-style-type: none"> ♦ Pekerjaan sebagian besar tidak terselesaikan ♦ Penjelasannya tidak jelas ♦ Tidak menjawab pertanyaan
0	<ul style="list-style-type: none"> ♦ Pengerjaannya tidak benar sama sekali ♦ Penjelasan tidak tepat sama sekali

c. Kuesioner

Kuesioner terdiri dari 2 bagian yang digunakan untuk mengetahui tanggapan dan kesulitan siswa dalam menggunakan *handout* pembelajaran integral tentu berbantuan program *JKGRAPH*. Bagian pertama terdiri dari 10 pertanyaan yang bersifat tertutup. Untuk setiap pertanyaan memiliki empat jawaban kemungkinan fakta yang dirasakan siswa dalam menggunakan *handout* pembelajaran berbantuan program *JKGRAPH* dan dinyatakan dalam bentuk huruf a,b,c dan d. Huruf-huruf tersebut mewakili tanggapan sebagai berikut: a = Sangat Setuju, b = Setuju, c = Tidak Setuju dan d = Sangat Tidak Setuju. Bagian kedua terdiri dari 3 soal yang bersifat terbuka agar siswa dapat menuangkan hal-hal lain

yang yang belum terdapat pada kuesioner bagian pertama dengan harapan siswa mampu mengutarakan pendapat mereka.

2. Metode Pegumpulan Data

Pengumpulan data dalam uji coba, dilakukan dengan cara penulis mengikuti proses pembelajaran bersama siswa dengan menggunakan *handout* pembelajaran berbantuan program *JKGRAPH*. Pada tahap ini semua proses direkam dengan menggunakan *Handycam* dan observer membantu siswa yang mengalami kesulitan dan mencatat semua kesulitan-kesulitan yang dialami oleh siswa.

Kedua pemberian tes dalam bentuk lembar evaluasi yang harus dikerjakan oleh siswa. Soal tes berupa soal uraian yang terdiri dari 3 soal. Dalam mengerjakan soal tersebut siswa diperbolehkan untuk menggunakan komputer.

Ketiga mengetahui tanggapan dan kesulitan-kesulitan yang dihadapi siswa dalam menggunakan *handout* pembelajaran berbantuan program *JKGRAPH*, penulis memberikan kuesioner pada siswa. Lembar kuesioner ini terdiri dari 10 pertanyaan tertutup dan 3 pertanyaan terbuka.

3. Teknik Analisa Data

- a. Proses Pembelajaran dengan menggunakan *Handout* Pembelajaran berbantuan program *JKGRAPH*

Proses pembelajaran diamati dari rekaman menggunakan *handycamp*. Peneliti mengamati semua aktivitas yang dilakukan oleh siswa dari awal hingga akhir pembelajaran.

b. Pencapaian Tujuan pembelajaran yang dirumuskan dalam *handout*

Untuk mengukur ketercapaian tujuan oleh siswa dalam mempelajari pokok bahasan integral tentu ini dengan menggunakan *handout* dan lembar evaluasi. *Handout* dianalisis secara kualitatif yaitu dengan mengamati setiap jawaban siswa apakah sesuai dengan yang diharapkan atau tidak, penulis juga tetap memperhatikan jawaban-jawaban siswa yang tidak tepat serta menganalisa faktor-faktor yang mempengaruhi jawaban siswa tersebut. Kemudian jawaban siswa tersebut juga dianalisa dengan menggunakan skor berdasarkan kebenaran jawaban. Langkah selanjutnya menjumlahkan skor tersebut kemudian dibagi dengan skor tertinggi dan dikali 100%. Hasil tes dalam lembar evaluasi juga dianalisa dengan menggunakan skor. Hasil akhir skor pencapaian tujuan diperoleh dengan menghitung rata-rata dari skor pada *handout* dan skor dari lembar evaluasi. Untuk kriteria ketercapaiannya adalah sebagai berikut (KBK, 2002):

Tabel 5-2 Klasifikasi nilai siswa

Skor %	Klasifikasi
80%-100%	Tercapai
60%-79%	Cukup Tercapai
50%-59%	Kurang Tercapai
0-49%	Tidak Tercapai

c. Tanggapan dan kesulitan siswa dalam menggunakan *handout* pembelajaran berbantuan program *JKGRAI'H*.

Tanggapan dan kesulitan yang dihadapi siswa dalam pembelajaran menggunakan *handout* berbantuan program *JKGRAPH* ini dikelompokkan menjadi dua bagian. Bagian pertama dibagi lagi menjadi tiga kelompok. Kelompok pertama untuk mengetahui tanggapan siswa yang berhubungan dengan kejelasan bahasa yang dipakai dalam *handout* pembelajaran. Kelompok kedua untuk mengetahui tanggapan siswa yang berhubungan dengan kejelasan dan isi *handout* pembelajaran. Kelompok ketiga untuk mengetahui tanggapan siswa tentang waktu yang disediakan cukup atau tidak cukup. Kriteria tanggapan untuk bagian yang pertama adalah sebagai berikut:

Tabel 5-3 Kriteria tanggapan untuk jawaban kuesioner

Kelompok fakta yang dirasakan siswa	Kriteria
Bahasa	<ul style="list-style-type: none"> ♦ Jika lebih dari separuh siswa memilih A atau B dianggap bahasa yang digunakan dalam <i>handout</i> sudah jelas ♦ Jika lebih dari separuh siswa memilih C atau D dianggap bahasa yang digunakan dalam <i>handout</i> belum jelas
Isi dan Kejelasan	<ul style="list-style-type: none"> ♦ Jika lebih dari separuh siswa memilih A atau B dianggap Isi dan kejelasan yang digunakan dalam <i>handout</i> sudah jelas ♦ Jika lebih dari separuh siswa memilih C atau D dianggap isi dan kejelasan yang digunakan dalam <i>handout</i> belum jelas
Waktu	<ul style="list-style-type: none"> ♦ Jika lebih dari separuh siswa memilih A atau B dianggap waktu yang disediakan untuk mengerjakan <i>handout</i> sudah cukup ♦ Jika lebih dari separuh siswa memilih C atau D dianggap waktu yang disediakan untuk mengerjakan <i>handout</i> belum cukup

Bagian kedua terdiri dari tiga pertanyaan yang dimaksudkan untuk mengetahui kesulitan siswa dalam pembelajaran menggunakan *handout* berbantuan program *JKGRAPH*, tanggapan siswa mengenai pembelajaran matematika dengan memanfaatkan media komputer serta kritik dan saran dari

siswa terhadap pembelajaran menggunakan *handout* berbantuan program *JKGRAPH*.

B. Pengamatan Proses Pembelajaran

Uji coba ini dilaksanakan pada semester ganjil tahun ajaran 2005/2006 terhadap siswa kelas XII IPA SMA Pangudi Luhur Sedayu. Pelaksanaan uji coba ini sebanyak 2 kali yaitu pada hari senin tanggal 21 Nopember 2005 pukul 12.30 – 14.00 dan 28 Nopember 2005 pukul 12.00-13.00 di ruang laboratorium komputer SMA Pangudi Luhur Sedayu dengan fasilitas komputer sebanyak 30 unit. Pembelajaran ini diikuti oleh 21 siswa dengan komputer yang sudah diinstal program *JKGRAPH* sebanyak 20 unit maka harus ada 2 siswa yang menggunakan 1 komputer. Saat berlangsung pembelajaran siswa diminta untuk melakukan eksplorasi yaitu dengan memasukkan fungsi serta batas-batas pengintegralan, kemudian siswa diminta untuk mengamati gambar yang dihasilkan dan mencoba untuk membuat kesimpulan dari eksplorasi yang dilakukan.

Sebelum pembelajaran dimulai peneliti terlebih dahulu memberikan sedikit pengantar tentang pembelajaran yang akan dilakukan namun peneliti tidak memperkenalkan pengoperasian program dengan tujuan agar siswa bereksplorasi sendiri dengan bantuan *handout* yang dibagikan kepada siswa. Pada awal pembelajaran siswa tampak membuka-buka *handout* dan mencoba perintah yang ada (lihat gambar 1 dan 2 pada lampiran). Sebagian besar siswa dapat membuka program namun saat harus memasukkan fungsi ada beberapa siswa yang mengalami kebingungan sehingga harus dibimbing oleh peneliti.(lihat gambar 3

dan 4 pada lampiran) Siswa kelihatan sangat antusias dan senang dalam mengikuti pembelajaran, ini terbukti dengan aktifnya mereka dalam melaksanakan kegiatan yang ada dalam *handout* dan mengajukan pertanyaan kepada peneliti maupun berdiskusi dengan teman jika merasa kesulitan (lihat gambar 5 dan 6 pada lampiran). Pada kegiatan pertama siswa mengalami kesulitan pada saat menentukan garis-garis yang membatasi suatu daerah, hal ini disebabkan siswa sudah pernah mendapat materi integral sehingga mereka langsung menjawab batas-batas tersebut dalam bentuk integral. Siswa juga mengalami kesulitan dalam menyimpan grafik karena perintah yang kurang dipahami dan siswa juga tidak terbiasa dengan komputer.

Pada kegiatan kedua peneliti melihat beberapa siswa yang bereksplorasi dengan memasukkan nilai banyaknya persegi panjang lebih dari yang tertera dalam tabel. Mereka ingin melihat apakah dengan potongan persegi panjang yang sangat banyak nilai luas daerah akan semakin besar atau tetap. Dalam kegiatan ini siswa juga mengalami kesulitan dalam menentukan bilangan manakah yang lebih besar dan bilangan manakah yang lebih kecil dalam bentuk desimal. Pada kegiatan ketiga siswa merasa kesulitan saat harus mengubah suatu bentuk penjumlahan ke dalam notasi sigma sehingga peneliti harus mengingatkan kembali tentang notasi sigma.

Selain kesulitan-kesulitan di atas siswa juga mengalami kesulitan ketika harus membuat kesimpulan dari kegiatan yang dilakukan sehingga tidak jarang siswa mengajukan pertanyaan kepada peneliti. Pertanyaan yang diajukan oleh siswa kebanyakan adalah tentang beberapa perintah yang bagi mereka kurang

jelas, dalam membuat kesimpulan dan meyakinkan apakah kesimpulan yang mereka buat sudah tepat atau belum. Karena siswa bingung dalam membuat kesimpulan dan terlalu lama berdiskusi sehingga pada layar komputer muncul *screen saver*. Dalam waktu 2 jam pelajaran ternyata siswa tidak dapat menyelesaikan semua kegiatan yang ada yaitu hanya mampu menyelesaikan sampai kegiatan 4, walaupun kegiatan belum selesai penulis tetap meminta siswa untuk mengumpulkan pekerjaan mereka. Setelah itu siswa diminta untuk mengisi lembar kuesioner. Karena kegiatan belum selesai maka dilanjutkan pada tanggal 28 Nopember 2005 pada pukul 12.00-13.00. Pada kesempatan ini siswa melanjutkan kegiatan yang ada pada lembar kerja siswa dan mengerjakan soal evaluasi. Dalam uji coba yang kedua ini tidak banyak hal yang berbeda dengan kegiatan yang pertama karena siswa tetap aktif melakukan eksplorasi, menjawab pertanyaan dan bertanya kepada peneliti jika mengalami kesulitan. Dalam mengerjakan soal evaluasi, pertama siswa mengerjakan secara manual kemudian mereka memanfaatkan program *JKGRAPH* untuk menguji kebenaran dari jawaban mereka.

Dengan adanya pembelajaran dengan bantuan program *JKGRAPH* ternyata siswa merasa lebih mudah dalam memahami konsep integral tentu. Ini dikarenakan mereka dapat mengamati grafik secara langsung. Mereka juga merasa senang karena ini merupakan variasi pembelajaran sehingga siswa tidak merasa bosan dan lebih berkonsentrasi (lihat gambar 7 dan 8 pada lampiran).

C. Pencapaian tujuan pembelajaran.

Kegiatan I bertujuan agar siswa mampu memahami batas-batas daerah bidang datar maka dalam kegiatan ini siswa diajak untuk menganalisa grafik serta daerah yang ditampilkan oleh program *JKGRAPH* sehingga siswa dapat menemukan garis-garis yang membatasi suatu daerah. Daerah yang ditampilkan adalah daerah di bawah grafik fungsi $y = x + 2$ dan dibatasi oleh sumbu X, garis $x = 1$ dan $x = 3$. Jawaban yang diberikan oleh siswa dapat dirangkum sebagai berikut:

Tabel 5-4 Rangkuman jawaban siswa pada kegiatan 1

Banyaknya siswa	Jawaban
13 siswa	$y = x + 2, x = 1, x = 3, \text{sumbu X}$
6 siswa	$\int_1^3 (x + 2) dx$
1 siswa	$1 \geq x \leq 3 \int_1^3 (x + 2) dx$
1 siswa	$y = x + 2, y = x - 3$

Dari tabel diatas dapat dilihat bahwa ada 13 siswa sudah menjawab dengan benar dan 8 siswa yang tidak menjawab sesuai dengan pertanyaan, hal ini disebabkan karena siswa pernah mendapatkan materi integral sehingga mereka langsung menjawab dengan bentuk integral. $\int_1^3 (x + 2) dx$ bukan merupakan garis yang membatasi suatu daerah tetapi berupa bilangan.

Dalam kegiatan kedua bagian pertama siswa diajak untuk memahami bahwa untuk menghitung luas daerah di bawah kurva atau grafik dapat dilakukan dengan pendekatan yaitu dengan memotong daerah tersebut dalam persegi-persegi

kemudian menjumlahkan luas persegi tersebut. Namun sebagian besar siswa tidak dapat menjawab pertanyaan sesuai dengan yang diharapkan, yaitu dengan menjawab $L = \frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi}$ hal ini disebabkan oleh pertanyaan yang kurang jelas. Oleh sebab itu penulis akan memperbaiki pertanyaan dengan kalimat yang lebih tepat dan jelas. Jawaban siswa tersebut antara lain adalah sebagai berikut:

Tabel 5-5 Rangkuman jawaban siswa pada kegiatan 2.1

Banyak Siswa	Jawaban
10 siswa	$L = \frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi}$
6 siswa	Dengan cara menghitung luas tiap bagian kecil dalam kurva dan menjumlahkan

Dalam kegiatan kedua bagian kedua siswa diajak untuk memahami pengaruh banyaknya potongan persegi panjang terhadap luas daerah. Dari kegiatan ini siswa di harapkan mampu memahami bahwa dengan membuat potongan persegi panjang semakin banyak maka luas daerah akan semakin besar mendekati nilai kebenarannya. Jawaban yang di berikan oleh siswa adalah sebagai berikut:

Tabel 5-6 Rangkuman jawaban siswa pada kegiatan 2.2

Pertanyaan	Jawaban dan jumlah siswa		
Bagaimana Δx jika banyaknya persegi panjang semakin besar.	19 orang siswa menjawab: Semakin banyak persegi panjang maka Δx semakin kecil	1 siswa menjawab: Berbanding terbalik	1 orang siswa menjawab: $\Delta x = \frac{10}{B.Persegi\ panjang} \times 0,3$
Bagaimanakah luas daerah jika Δx semakin kecil? Apakah luas daerah akan mendekati nilai tertentu?	16 orang siswa menjawab: Luas daerah akan semakin besar dan semakin mendekati 9	3 orang siswa menjawab: Ya	2 orang siswa menjawab: Luas mendekati nilai tertentu yaitu 9

Pertanyaan	Jawaban dan jumlah siswa	
Bagaimana pengaruh perubahan banyaknya persegi panjang terhadap Δx dan luas daerah	20 orang siswa menjawab : Semakin banyak persegi panjang Δx semakin kecil dan luas daerah akan semakin besar mendekati nilai tertentu.	1 orang siswa menjawab: semakin besar

Dari tabel diatas dapat disimpulkan bahwa sebagian besar siswa dapat menjawab pertanyaan, sehingga siswa dapat mencapai tujuan dari kegiatan dua bagian kedua.

Kegiatan tiga mengajak siswa untuk merumuskan integral tentu untuk luas daerah yang dibatasi kurva $y=f(x)$, sumbu X, garis $x=a$ dan garis $x=b$. Dalam kegiatan ini siswa diajak untuk mengikuti perintah-perintah untuk merumuskan integral tentu . Setelah mengikuti perintah-perintah yang ada siswa diharapkan mampu mengambil kesimpulan bahwa integral tentu adalah limit dari suatu jumlah dan integral tentu adalah suatu luas daerah bidang datar yang dibatasi oleh grafik $y=f(x)$, sumbu X, garis $x=a$ dan garis $x=b$. Kesulitan siswa dalam langkah ini adalah pada saat mengubah penjumlahan ke dalam notasi sigma, mengubah notasi sigma ke dalam bentuk limit serta mengambil kesimpulan. Kesimpulan yang di peroleh siswa dari kegiatan ini adalah sebagai berikut :

Tabel 5-7 Rangkuman jawaban siswa pada kegiatan 3

Banyaknya siswa	Kesimpulan
4 orang siswa	Limit = Integral
2 orang siswa	Dengan menggunakan komputer kita dapat mengetahui luas daerah dalam kurva.
1 orang siswa	Bahwa dengan menggunakan komputer hasil menghitung luas persegi dapat menggunakan rumus $\int_b^a f(x)_i \Delta x$

Banyaknya siswa	Kesimpulan
1 orang siswa	Bahwa dengan menghitung luas persegi dengan integral dapat menggunakan rumus $L = \int_b^a f(x) \cdot \Delta x$
1 orang siswa	Dalam menghitung luas suatu bidang dapat digunakan integral. Contoh : $y = f(x)$, sumbu X, garis $x = a$ dan $x = b$ maka akan...
1 orang siswa	Dari kegiatan, kita bisa menghitung luas daerah suatu bangun dengan cara yang lebih sederhana yaitu integral apalagi jika medan bangun yang digunakan bukan garis lurus.
1 orang siswa	Menghitung luas persegi dengan integral lebih cepat
1 orang siswa	Menghitung luas daerah dengan integral lebih mudah
1 orang siswa	Dalam merumuskan integral tentu untuk luas daerah $y = f(x)$, sumbu X, garis $x = a$, garis $x = b$ kita harus melalui beberapa langkah.
1 orang siswa	Kita bisa menghitung luas dengan integral dan juga dengan mengamati gambar.

Dari tabel di atas dapat disimpulkan bahwa sebagian besar siswa tidak dapat membuat kesimpulan dengan tepat sehingga tujuan dari kegiatan tiga tidak tercapai hal ini disebabkan oleh pertanyaan yang kurang mengarahkan. Ada siswa yang menjawab bahwa integral sama dengan limit hal tersebut kurang tepat karena integral tentu adalah limit dari suatu jumlahan luas persegi panjang.

Kegiatan empat bertujuan untuk memahami jenis-jenis luas daerah yang dibatasi grafik fungsi $y = f(x)$, sumbu X, garis $x = a$ dan garis $x = b$. Daerah tersebut ada tiga jenis yaitu daerah yang berada di atas sumbu X, daerah yang berada di bawah sumbu X dan daerah yang terdiri dari dua jenis tersebut. Selain memahami jenisnya siswa juga diajak untuk merumuskan integral tentu untuk masing-masing jenis tersebut. Pertanyaan beserta jawaban siswa dari kegiatan empat dapat dilihat di bawah ini :

Jawaban siswa pada kegiatan 4 langkah ke-1 yaitu: "Dimanakah letak daerah tersebut terhadap sumbu X? Panjang persegi panjang ($f(x)$) pada daerah tersebut bernilai positif atau negatif?" adalah:

Tabel 5-8 Rangkuman jawaban siswa pada kegiatan 4 langkah 1

14 siswa	Di atas sumbu X dan bernilai positif
2 siswa	Positif
2 siswa	Berada di kuadran I dan positif
1 siswa	Kuadran I
1 siswa	Terhadap sumbu X (2,0) dan bernilai positif
1 siswa	Panjang positif, kanan sumbu X

Dari jawaban siswa pada tabel di atas tampak bahwa 14 siswa mampu menganalisa letak daerah terhadap sumbu X yaitu berada di atas sumbu X dan panjang persegi panjang pada daerah tersebut bernilai positif. Siswa lain ada yang menjawab bahwa daerah terletak pada kuadran I hal ini kurang tepat karena itu menunjukkan posisi terhadap sumbu koordinat yaitu sumbu X dan sumbu Y.

Jawaban siswa pada kegiatan 4 langkah ke-2 yaitu: "Nyatakan daerah tersebut dalam bentuk integral ! Berapakah luas daerah yang tertera dalam status line." Adalah:

Tabel 5-9 Rangkuman jawaban siswa pada kegiatan 4 langkah 2

12 siswa	$\int_0^2 (4 - 2x) dx$, luasnya 4
5 siswa	$\int_0^2 (4 - 2x)$
3 siswa	$\int_0^2 = (4 - 2x)$, luasnya 4
1 siswa	$\int_0^4 (4 - 2x) dx$, luasnya 4

Dari tabel di atas tampak bahwa 12 siswa telah mampu menuliskan luas suatu daerah dalam bentuk integral, siswa yang lain masih belum tepat dalam menuliskan integral karena tidak lengkap.

Jawaban siswa pada kegiatan 4 langkah ke-4 yaitu : *"Dimanakah letak daerah tersebut terhadap sumbu X? Perhatikan panjang persegi panjang pada daerah tersebut bernilai positif atau negatif? Adalah:*

Tabel 5-10 Rangkuman jawaban siswa pada kegiatan 4 langkah 4

10 siswa	Berada di bawah sumbu X, panjang persegi panjang negatif dan luasnya -4
7 siswa	Panjang persegi panjang negatif dan luasnya -4
3siswa	Berada di bawah sumbu X, panjang persegi panjang negatif dan luasnya -5
1 siswa	Terletak pada (4,2) dan luasnya -4

Dari jawaban siswa pada tabel diatas tampak bahwa siswa mampu menganalisa letak daerah terhadap sumbu X yaitu berada di bawah sumbu X dan panjang persegi panjang pada daerah tersebut bernilai negatif.

Jawaban siswa pada kegiatan 4 langkah ke-5 yaitu: *"Mengapa luas daerah di atas bernilai negatif? Apakah benar jika luas daerah bernilai negatif?"* adalah:

Tabel 5-11 Rangkuman jawaban siswa pada kegiatan 4 langkah 5

8 siswa	Karena terletak di bawah sumbu X, salah karena luas daerah selalu positif
4 siswa	$\int_2^4 (4 - 2x) dx = \int_2^4 4x - x^2 = -4$ (Benar)
4 siswa	Karena $f(x)$ nya bernilai negatif dan Δx positif, benar
1 siswa	Benar karena diagramnya terletak di bawah sumbu X
1 siswa	Panjang persegi panjang dalam kurva nilainya negatif Salah karena yang benar luas daerah selalu positif
1 siswa	Karena $f(x) = 4 - 2x$, luas tidak pernah bernilai negatif

Dari jawaban siswa tampak bahwa ada 4 siswa yang menjawab bahwa luas daerah dibawah kurva tersebut bernilai negatif karena terletak di bawah sumbu X dan 4 siswa menjawab bahwa luas daerah tersebut bernilai negatif karena nilai $f(x)$ negatif dan Δx positif sehingga luas persegi menjadi negatif. Ada pula siswa yang berpendapat bahwa luas daerah bernilai negatif adalah benar, hal tersebut sangat tidak tepat karena nilai luas daerah selai positif.

Jawaban siswa pada kegiatan 4 langkah ke-6 yaitu: "Dari langkah 4 kita tahu bahwa luas daerah bernilai negatif. Bagaimanakah bilangan negatif tersebut agar menjadi positif." Adalah:

Tabel 5-12 Rangkuman jawaban siswa pada kegiatan 4 langkah 6

16 siswa	Agar bernilai positif maka di kalikan -1
2 siswa	Batas atas dan batas bawah diubah
2 siswa	Dengan mengubah nilai $f(x)$ yang negatif menjadi positif
1 siswa	Dengan rumus

Dari tabel di atas ada 16 siswa yang mampu menjawab yaitu untuk mengubah nilai negatif menjadi positif dengan cara mengalikan -1. Sedangkan ada siswa yang berpendapat dengan cara mengubah batas atas dan batas bawah, hal ini bisa membuat daerah menjadi positif tetapi ini bukan cara yang tepat.

Jawaban siswa pada kegiatan 4 langkah ke-7 yaitu: "Nyatakan luas daerah tersebut dengan rumus integral sehingga bernilai positif". Adalah:

Tabel 5-13 Rangkuman jawaban siswa pada kegiatan 4 langkah 7

11 siswa	$L = - \int_2^4 (4 - 2x) dx$
6 siswa	$L = \int_2^4 (4 - 2x) dx$

2 siswa	$L = \int_0^2 (4 - 2x) dx$
1 siswa	$L = \int_b^a f(x)_i \Delta x$

Dari jawaban siswa di atas tampak bahwa sebagian besar siswa mampu merumuskan integral untuk daerah yang berada di bawah sumbu X. kesalahan yang dialami siswa yaitu tidak mengalikan dengan -1 dan kesalahan dalam menentukan batas-batas pengintegralan.

Jawaban siswa pada kegiatan 4 langkah ke-8 yaitu: "Bagaimana rumus integral tentu untuk luas daerah yang di batasi grafik $y = f(x)$, sumbu X, garis $x = a$ dan garis $x = b$ yang berada di bawah sumbu X?" adalah:

Tabel 5-14 Rangkuman jawaban siswa pada kegiatan 4 langkah 8

12 siswa	$L = - \int_a^b f(x) dx$
7 siswa	$L = \int_a^b f(x) dx$
1 siswa	$L = \int_a^b a dx$

Jawaban siswa pada kegiatan 4 langkah ke-9 yaitu: "Bagaimanakah rumus luas untuk daerah yang terdiri dari dua daerah tersebut?" adalah:

Tabel 5-15 Rangkuman jawaban siswa pada kegiatan 4 langkah 9

9 siswa	$L_1 = \int_0^2 (4 - 2x) dx, L_2 = - \int_2^4 (4 - 2x) dx$ maka $L = L_1 + L_2$
7 siswa	$L = \int_0^4 (4 - 2x) dx$
2 siswa	$L_1 = \int_0^2 (4 - 2x) dx, L_2 = \int_2^4 (4 - 2x) dx$ maka $L = L_1 + L_2$

2 siswa	$L = \Delta x \cdot f(x)_i$
---------	-----------------------------

Dari tabel diatas tampak bahwa ada 9 siswa yang mampu merumuskan dengan benar, sedangkan 7 siswa kurang memperhatikan bahwa daerah tersebut terdiri atas dua bagian dengan nilai yang berlawanan dan 2 siswa yang lain tidak memperhatikan bahwa daerah yang satu bernilai negatif sehingga harus dikalikan -1.

Kegiatan lima bertujuan untuk memahami jenis-jenis luas daerah yang di batasi kurva $x = f(y)$, sumbu Y, garis $y = c$ dan garis $y = d$. Daerah tersebut ada tiga jenis yaitu daerah yang berada disebelah kanan sumbu Y, daerah yang berada di sebelah kiri sumbu Y dan daerah yang terdiri dari dua jenis tersebut. Selain memahami jenisnya siswa juga diajak untuk merumuskan integral tentu untuk masing-masing jenis tersebut. Pertanyaan beserta jawaban siswa dari kegiatan lima dapat dilihat dalam tabel berikut:

Jawaban siswa pada kegiatan 5 langkah ke-3 yaitu: *“Nyatakan daerah tersebut dalam bentuk integral! (Daerah yang di batasi grafik $x = 2 \sin y$, garis $y = 0$ dan $y = \pi$).*”

adalah : $L = \int_0^{\pi} 2 \sin y dy$. Dari kegiatan ini semua siswa menjawab dengan benar jadi dapat disimpulkan bahwa siswa telah mampu menyatakan suatu daerah ke dalam bentuk integral.

Jawaban siswa pada kegiatan 5 langkah ke-4 yaitu: *“Dimanakah letak daerah tersebut terhadap sumbu Y? Mengapa luas daerah ini bernilai negatif? (Daerah yang dibatasi grafik $x = 2 \sin y$, garis $y = \pi$ dan $y = 2\pi$)”* adalah :

Tabel 5-16 Rangkuman jawaban siswa pada kegiatan 5 langkah 4

11 siswa	Disebelah kiri sumbu Y, karena di sebelah kiri sumbu Y
8 siswa	Letaknya di sebelah kiri sumbu Y, karena panjang negatif dan lebar positif jika dikalikan hasilnya negatif.
1 siswa	Letaknya di kuadran II, karena $f(y) = 2 \sin(y)$ dan daerah terletak di kiri sumbu Y
1 siswa	Sebelah kiri, letaknya di (3,6) sumbu Y. Karena berada di daerah negatif.

Dalam langkah ini siswa diajak untuk menganalisa letak daerah tersebut terhadap sumbu Y, kemudian mengapa daerah tersebut bernilai negatif. Siswa mampu melihat letak daerah tersebut berada di sebelah kiri sumbu Y namun beberapa siswa belum tepat dalam memberikan alasan mengapa luas daerah tersebut bernilai negatif.

Jawaban siswa pada kegiatan 5 langkah ke-5 yaitu: *“Bagaimanakah rumus luas daerah di atas agar bernilai positif?”* adalah:

Tabel 5-17 Rangkuman jawaban siswa pada kegiatan 5 langkah 5

18 siswa	$L = - \int_0^{\pi} 2 \sin y \, dy$
2 siswa	$L = \int_{2\pi}^{\pi} 2 \sin y \, dy$
1 siswa	$f(y) = 2 \sin y \, dy$

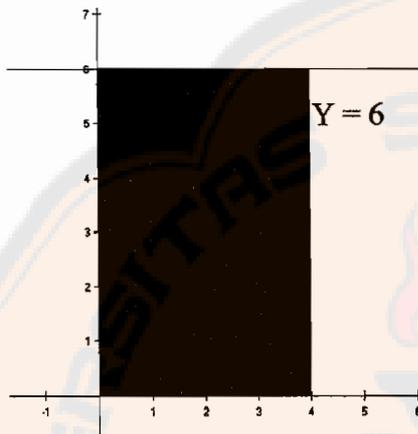
Dari tabel di atas nampak bahwa 18 siswa mampu menjawab dengan benar. Jadi dapat disimpulkan bahwa sebagian besar siswa telah memahami bahwa daerah yang berada di sebelah kanan nilai luasnya akan negatif maka agar luasnya menjadi benar yaitu bernilai positif maka harus dikalikan -1.

Jawaban siswa pada kegiatan 5 langkah ke 6 yaitu: *“Bagaimanakah rumus luas daerah yang terdiri dari 2 bagian tersebut?”* adalah :

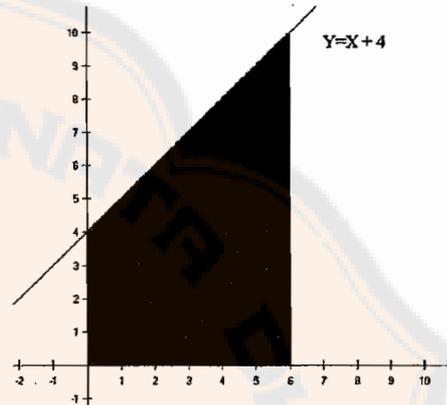
LEMBAR EVALUASI

1. Hitunglah luas daerah yang diarsir dengan menggunakan integral, kemudian cocokkan hasilmu jika luas tersebut dihitung dengan menggunakan rumus luas geometri yang bersangkutan.

a.



b.



2. Hitunglah luas daerah yang di batasi kurva $Y = x^3 - 3x^2 + 2x$ dengan sumbu X, garis $X = 0$ dan garis $X = 1$.
3. Hitunglah luas daerah yang di batasi oleh dua grafik yang di berikan:
 - a. $Y = 2x - x^2$ dan $Y = x^2$
 - b. $Y = 9 - x^2$ dan $Y = x - 3$
4. Hitunglah volume benda putar yang terjadi jika daerah yang di batasi oleh grafik-grafik yang diketahui diputar mengelilingi sumbu X sejauh 360° .
 - a. $Y = 6 - x$, garis $X = 0$ dan garis $X = 6$
 - b. $Y = x^2 - x$, garis $X = 0$ dan $X = 1$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Tabel 5-19 Rangkuman Skor Pencapaian Tujuan Pembelajaran Pada Lembar Kerja Siswa

Nama Siswa	Kegiatan 1		Kegiatan 2		Kegiatan 2.2			Kegiatan 3							Kegiatan 4						Kegiatan 5				Total	Nilai (%)	
	no.6	no.7	no.5	no.6	no.4	no.5	no.6	no.2	no.3	no.4	no.5	no.6	no.7	no.1	no.2	no.4	no.5	no.6	no.7	no.8	no.9	no.3	no.4	no.5			no.6
S ₁	2	0	0	0	5	5	3	2	4	0	3	1	4	5	3	3	2	5	1	0	0	5	2	5	5	65	52
S ₂	4	4	5	5	5	5	5	5	5	4	4	5	2	3	5	5	1	5	5	5	0	5	4	5	5	106	84.8
S ₃	1	1	5	0	5	5	5	4	0	5	4	4	0	4	5	2	4	0	0	4	0	5	5	5	5	78	62.4
S ₄	5	5	5	0	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4	5	5	5	5	4	5	5	5	5	118	94.4
S ₅	1	0	5	0	5	5	4	5	0	3	3	5	0	5	1	5	5	5	5	3	0	3	3	5	0	76	60.8
S ₆	1	0	5	0	5	5	5	5	0	1	4	4	0	5	4	4	4	0	0	0	0	2	4	5	5	68	54.4
S ₇	2	2	5	0	0	2	1	5	3	2	4	0	0	3	1	4	5	5	5	5	4	5	5	2	0	70	56
S ₈	3	4	5	0	4	4	4	5	1	3	3	4	2	4	5	4	0	3	5	5	0	5	5	5	5	88	70.4
S ₉	5	5	5	0	5	5	5	5	3	0	2	5	0	4	1	4	4	5	3	3	3	5	4	1	5	87	69.6
S ₁₀	0	0	5	0	5	5	4	5	5	1	1	5	3	3	5	3	0	0	5	5	4	5	4	5	5	83	66.4
S ₁₁	5	5	5	0	5	5	3	5	5	5	5	5	2	5	5	5	5	5	5	5	4	5	5	5	5	114	91.2
S ₁₂	5	4	5	5	5	4	4	5	5	5	3	4	3	5	4	5	5	3	5	5	0	5	3	5	1	103	82.4
S ₁₃	4	4	5	0	5	4	5	5	5	3	4	4	2	5	5	4	3	0	0	0	0	5	5	5	5	87	69.6
S ₁₄	3	5	5	3	4	5	4	5	4	2	5	5	1	4	5	5	5	5	5	5	4	5	5	1	5	105	84
S ₁₅	1	1	5	0	5	5	4	5	5	4	4	5	3	2	5	3	0	0	5	5	4	5	5	5	5	91	72.8
S ₁₆	5	5	5	0	4	1	2	5	5	5	5	5	3	3	5	3	0	0	0	5	4	5	2	5	5	87	69.6
S ₁₇	4	2	5	5	5	4	4	5	2	3	0	4	3	3	5	5	0	0	0	0	4	5	4	5	5	82	65.6
S ₁₈	5	4	5	5	5	4	5	5	5	5	3	2	3	5	5	5	5	3	5	5	0	5	4	5	1	104	83.2
S ₁₉	1	0	5	0	5	3	5	5	1	5	3	5	1	3	3	4	0	1	3	5	4	5	4	5	5	81	64.8
S ₂₀	3	3	5	0	5	5	5	5	4	2	2	5	2	1	1	4	2	5	1	5	3	5	3	0	0	76	60.8
S ₂₁	5	5	5	0	5	2	5	5	0	3	3	4	0	4	5	5	3	0	0	0	0	5	3	5	5	77	61.6

S ₁₉	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	50	100
S ₂₀	3	3	2	4	4	4	5	5	4	5	39	78
S ₂₁	5	5	5	4	4	4	0	5	4	3	39	78

Tabel 5-21 Pencapaian Tujuan Pembelajaran

Nama Siswa	Nilai LKS(%)	Nilai Evaluasi (%)	Nilai akhir (%)	Kriteria
S ₁	52	72	62	Cukup Tercapai
S ₂	84.8	84	84.4	Tercapai
S ₃	62.4	88	75.2	Cukup Tercapai
S ₄	94.4	100	97.2	Tercapai
S ₅	60.8	82	71.4	Cukup Tercapai
S ₆	54.4	90	72.2	Cukup Tercapai
S ₇	56	82	69	Cukup Tercapai
S ₈	70.4	80	75.2	Cukup Tercapai
S ₉	69.6	94	81.8	Tercapai
S ₁₀	66.4	94	80.2	Tercapai
S ₁₁	91.2	100	95.6	Tercapai
S ₁₂	82.4	78	80.2	Tercapai
S ₁₃	69.6	74	71.8	Cukup Tercapai
S ₁₄	84	88	86	Tercapai
S ₁₅	72.8	92	82.4	Tercapai
S ₁₆	69.6	92	80.8	Tercapai
S ₁₇	65.6	80	72.8	Cukup Tercapai
S ₁₈	83.2	92	87.6	Tercapai
S ₁₉	64.8	100	82.4	Tercapai
S ₂₀	60.8	78	69.4	Cukup Tercapai
S ₂₁	61.6	78	69.8	Cukup Tercapai

Di bawah ini tabel pencapaian tujuan keseluruhan siswa Terhadap pembelajaran integral tentu dengan menggunakan handout berbantuan program *JKGRAPH*.

Tabel 5-22 Klasifikasi keseluruhan pencapaian tujuan pembelajaran

Klasifikasi	Jumlah Siswa	Jumlah siswa (%)
Tercapai	11	52 %
Cukup Tercapai	10	48 %
Kurang Tercapai	-	-
Tidak Tercapai	-	-

Dari tabel di atas dapat dilihat bahwa 52 % siswa yang mempelajari Integral tentu dengan bantuan program *JKGRAPH* berhasil dan 48 % cukup

berhasil. Berdasarkan kriteria yang sudah ditentukan maka dari hasil tersebut dapat disimpulkan bahwa pencapaian tujuan pembelajaran siswa untuk pokok bahasan integral tentu dengan menggunakan *handout* berbantuan program *JKGRAPH* sudah tercapai.

D. Tanggapan dan Kesulitan Siswa.

Untuk melihat tanggapan siswa dalam menggunakan *handout* pembelajaran berbantuan program *JKGRAPH*, selain dari hasil lembar kerja dan lembar evaluasi dapat juga diperoleh dari jawaban lembar kuesioner yang telah diperiksa dan dilihat jawaban terbesar pada setiap butir soal berdasarkan kriteria yang telah ditentukan. Berikut adalah rangkuman tanggapan dan kesulitan siswa terhadap pembelajaran menggunakan *handout* berbantuan program *JKGRAPH*.

Tabel 5.23 Rangkuman data Tanggapan siswa

Nama Siswa	Jawaban Pertanyaan									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
S ₁	B	B	B	B	A	A	B	B	B	D
S ₂	A	B	B	B	B	B	B	B	B	C
S ₃	A	A	B	B	B	B	B	B	B	C
S ₄	B	B	B	B	B	B	B	B	C	D
S ₅	B	B	B	B	B	B	B	B	B	C
S ₆	B	A	A	A	A	B	B	A	B	C
S ₇	B	B	B	B	B	B	B	A	B	C
S ₈	B	C	B	B	B	B	B	B	C	C
S ₉	B	C	B	B	B	B	B	C	C	C
S ₁₀	B	B	B	B	B	B	B	A	B	C
S ₁₁	B	B	B	B	B	B	B	B	C	C
S ₁₂	B	B	B	B	B	B	B	B	C	C
S ₁₃	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
S ₁₄	B	B	B	B	B	B	C	A	C	D
S ₁₅	A	B	B	B	B	A	B	A	B	C
S ₁₆	A	B	A	A	B	B	B	A	B	C
S ₁₇	A	A	A	A	A	A	A	A	A	D
S ₁₈	B	B	B	B	B	B	A	A	B	C

S ₁₉	B	A	A	A	A	A	B	A	B	C
S ₂₀	B	C	C	B	B	C	B	C	C	D
S ₂₁	B	C	A	B	B	B	B	A	C	C

Tanggapan dan kesulitan siswa dalam pembelajaran dengan menggunakan *handout* berbantuan program *JKGRAPH* dikelompokkan menurut fakta yang di rasakan siswa saat menggunakan *handout* pembelajaran dapat dilihat pada tabel di bawah ini :

Tabel 5.24 Rangkuman hasil jawaban terbanyak dan hasil analisisnya

No	Fakta yang dirasakan Siswa	Nomor Soal	Jawaban				Jawaban Terbanyak	Hasil Analisis
			A	B	C	D		
1	Bahasa	1	6	15	0	0	B	Jelas
		2	5	12	4	0	B	Jelas
2	Isi <i>Handout</i> dan kejelasan	3	6	14	1	0	B	Jelas
		4	5	16	0	0	B	Jelas
		5	5	16	0	0	B	Jelas
		6	5	15	1	0	B	Jelas
		7	3	17	1	0	B	Jelas
		8	11	8	2	0	A	Jelas
3	Waktu	9	2	11	8	0	B	Cukup
		10	1	0	15	5	C	Kurang

Dari data di atas dapat disimpulkan bahwa lebih dari separo siswa menjawab jelas mengenai bahasa yang digunakan dalam *handout* pembelajaran. Untuk isi dan kejelasan *handout* sebagian besar siswa sudah menjawab dengan jelas. Untuk waktu sebagian besar siswa menjawab waktu yang disediakan masih kurang sehingga perlu ditambah lagi.

Data tentang tanggapan dan kesulitan siswa pada bagian kedua dilihat dari jawaban siswa berikut:

Jawaban siswa pada lembar kuesioner nomor 1 yaitu: *Hambatan \ kesulitan apa yang anda alami saat melakukan kegiatan pembelajaran integral tentu dengan bantuan program JKGRAPH? Adalah:*

Tabel 5.25 Hambatan yang dialami siswa dalam pembelajaran

Kesulitan/Hambatan siswa	Jumlah siswa
Kesulitan dalam mengoperasikan komputer karena tidak terbiasa dengan komputer	6 siswa
Beberapa perintah atau petunjuk dalam <i>handout</i> kurang jelas sehingga membuat bingung	7 siswa
Waktu yang disediakan kurang	3 siswa
Kesulitan dalam mengambil kesimpulan dari hasil yang ada.	2 siswa
Tidak dapat komputer sehingga harus satu komputer berdua dan kesulitan dalam menuliskan dan membaca notasi / bilangan	1 siswa
Kesulitan dalam mengaplikasikan / menghubungkan teori-teori yang pernah saya dapatkan dengan program <i>JKGRAPH</i>	1 siswa
Masih sulit mengubah kebiasaan menerima materi dari guru ke / langsung kerja kita	1 siswa

Kesimpulan : Dari pendapat siswa di atas dapat disimpulkan bahwa siswa mengalami kesulitan karena perintah-perintah yang ada dalam *handout* kurang jelas, siswa tidak terbiasa dengan komputer sehingga perlu dikenalkan programnya terlebih dahulu, siswa juga mengalami kesulitan saat harus mengambil kesimpulan dari kegiatan yang dilakukan dan waktu yang disediakan kurang banyak.

Jawaban siswa pada lembar kuesioner nomor 2 yaitu: *Menurutmu apakah pembelajaran dengan menggunakan program komputer baik jika digunakan lagi untuk mengajarkan materi-materi yang lain? Mengapa? adalah:*

Tabel 5-26 Pendapat siswa tentang pembelajaran dengan komputer

Pendapat Siswa	Jumlah Siswa
Baik, karena di jaman sekarang ini kita dituntut untuk menguasai teknologi dan setiap harinya teknologi mengalami kemajuan yang pesat dengan belajar menggunakan komputer kita tidak ketinggalan jaman.	7 siswa
Baik karena menurut saya pembelajaran dengan komputer akan akan membuat siswa lebih senang tertarik dan tidak jenuh dengan perasaan demikian siswa akan lebih mudah mengerti dan memahami.	4 siswa
Baik, karena kita dapat langsung melihat dalam layar monitor dan itu membuat kita lebih dong dan membuat kita aktif dan konsentrasi.	3 siswa
Baik, karena kita secara langsung bisa mengerti dari usaha/kerja kita sendiri. Selain itu kita akan lebih lama ingat apa yang kita kerjakan sendiri daripada menerima ceramah dari guru.	1 siswa
Program komputer sangat baik dan membantu untuk mengajarkan semua materi (tidak harus integral) tetapi jangan lalu meninggalkan pelajaran di kelas (model manual oleh guru).	2 siswa
Untuk beberapa waktu baik namun jika terlalu banyak akan membuat siswa malas menghitung dan tidak mengerti cara menggambar grafik secara manual.	1 siswa
Ya, karena kita dapat membandingkan materi-materi yang diajarkan dengan pembelajaran komputer dan teori (guru), sehingga pikiran lebih berkembang.	1 siswa
Baik karena dapat belajar dengan cara lain/sudut pandang lain.	1 siswa
Saya belum tahu karena belum mencoba.	1 siswa



Kesimpulan : Siswa setuju jika program komputer digunakan untuk membantu pembelajaran matematika karena dengan komputer siswa dapat melihat tampilannya secara langsung sehingga siswa akan lebih mengerti, selain itu siswa juga tidak hanya belajar matematika tetapi juga belajar komputer. Pembelajaran komputer lebih menarik dan menyenangkan sehingga siswa tidak mengantuk dan lebih konsentrasi. Namun ada beberapa siswa yang tidak setuju dengan pembelajaran menggunakan komputer karena akan membuat siswa malas menghitung dan menggambar secara manual.

Jawaban siswa pada lembar kuesioner nomor 3 yaitu: *Berikan saran dan kritik anda mengenai pembelajaran dengan menggunakan program JKGRAPH yang telah di laksanakan!* Adalah:

Tabel 5-27 Kritik dan saran

Kritik dan Saran	Jumlah siswa
Waktu yang disediakan kurang sehingga perlu ditambah lagi	7 siswa
Pengenalan program kurang baik, adakan suatu pengantar atau pembahasan mengenai program.	2 siswa
Sebaiknya program ini diajarkan pada tahap lanjutan untuk dasarnya diajarkan secara manual/ ceramah agar siswa dapat mengerti cara dan pola dasar integral.	1 siswa
Bimbingan tidak sebatas <i>handout</i> tetapi juga dari pembimbing, sehingga peran pembimbing (tutor) sangat dibutuhkan.	2 siswa
Kalo bisa ini dikerjakan di SMA ini dengan materi-materi yang lain dan sering-sering diajarkan	2 siswa
Sebaiknya diberikan penjelasan atau solusi tentang materi karena pemahaman setiap siswa berbeda-beda.	2 siswa
Program ini akan lebih cepat diterima apabila setiap langkahnya kita mendapatkan panduan dari guru bukan	1 siswa

dari <i>handout</i> .	
Menurut saya program <i>JKGRAPH</i> perlu dikembangkan lagi karena mudah untuk dimengerti oleh para siswa	1 siswa
Biarkan siswa berolah kreasi sendiri, karena dalam petunjuk sudah jelas tak ada penjelasan ulang pun tak apa. Besok lagi donk....	1 siswa

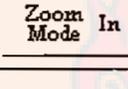
Kesimpulan : Dari pendapat siswa diperoleh beberapa kritik yaitu : waktu yang disediakan kurang dan pengenalan mengenai program *JKGRAPH* kurang baik. Sedangkan saran yang diberikan oleh siswa yaitu: Waktu sebaiknya ditambah lagi, Program *JKGRAPH* diperkenalkan terlebih dahulu , peran pembimbing sangat dibutuhkan dan sebaiknya diadakan pembahasan tentang materi karena pemahaman setiap siswa bisa berbeda.

E. Perbaikan *Handout*

Setelah melaksanakan uji coba, penulis menemukan beberapa kekurangan yang terdapat pada *handout*. Kekurangan tersebut berupa kesalahan ketik atau kalimat yang sulit dipahami atau menimbulkan kerancuan. Oleh karena itu penulis memperbaiki *handout* yang telah tersusun, perbaikan tersebut disajikan dalam tabel berikut:

Tabel 5-28 Perbaikan *handout*

No	Kegiatan/Langkah	Sebelum Perbaikan	Sesudah Perbaikan
1	waktu	Waktu : 2 x 45 menit	Waktu : 3 x 45 menit
2	2.1 / 4	Klik kanan tombol integral ubahlah <i>Number of Subinterval</i> menjadi 3....	Klik kanan tombol integral ubahlah <i>Number of Subinterval</i> menjadi 10, arnati. Kemudian ubahlah lagi menjadi 3.....
3	2.1/5	4. ...Bagaimana cara untuk	5. ...Bagaimana cara

No	Kegiatan/Langkah	Sebelum Perbaikan	Sesudah Perbaikan
		menghitung luas daerah segitiga?	menghitung luas daerah di bawah grafik fungsi tersebut?
4	2.2 / 1batas atas=0 batas bawah =3.....batas atas = 3, batas bawah = 0.....
5	3 / 6	$L = \dots = \int_0^4 f(x_i) dx = \int_0^4 \sqrt{x} dx$	$L = \int_0^4 f(x_i) \Delta x = \int_0^4 f(x_i) dx$
6	3 / 8	Kesimpulan apa yang kamu peroleh dari kegiatan di atas?	Setelah mengikuti kegiatan di atas apa yang kamu ketahui tentang integral tentu?
7	5 / 2klik tombol  kemudian.....	...klik kiri tombol zoom mode sehingga menjadi  kemudian.....
8	5 / 4	Lakukan kegiatan seperti kegiatan 2.....	Lakukan kegiatan seperti kegiatan 3

E. Kekurangan program JKGRAPH

Berdasarkan eksplorasi yang dilakukan oleh penulis ditemukan beberapa kekurangan dari program JKGRAPH. Kekurangan program tersebut adalah:

1. Menu untuk menyimpan yang tersedia dalam program hanya untuk menyimpan *formula* saja jadi hasil kerja tidak dapat disimpan dalam *file* dan jika hasil tersebut dibutuhkan siswa harus menggambar kembali.
2. Program hanya dapat digunakan untuk menggambar paling banyak dua grafik.
3. Adanya beberapa menu yang tidak dapat dijalankan.

BAB VI

KESIMPULAN DAN SARAN

Dalam bab ini diberikan beberapa kesimpulan dari skripsi ini dan beberapa saran yang bermanfaat.

A. Kesimpulan

Dari pembahasan pada bab-bab diatas dapat ditarik beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Fasilitas dari program *JKGRAPH* yang dapat dimanfaatkan untuk membantu pembelajaran integral tentu adalah dari menu Formula: *Function Formula* $Y=F(X)$, *Function Formula* $X=F(Y)$, *Set Prymary and Secondary Formula*. Dari menu Domain: *Integral Domain* dan *Intersection Domain*. Pada *Toolbar*: Tombol Integral dan Tombol Intesection.
2. Rancangan pembelajaran disusun dengan langkah-langkah: merumuskan tujuan pembelajaran, menentukan materi yang akan diajarkan yang sesuai dengan fasilitas program *JKGRAPH*, merencanakan kegiatan belajar untuk membantu dan membimbing siswa agar mencapai kompetensi sesuai yang tercantum dalam tujuan kemudian disusunlah lembar evaluasi untuk mengukur hasil belajar siswa. Rancangan tersebut dalam bentuk *handout* dan penulis dapat menyusun dua *handout*.
3. Berdasarkan hasil uji coba pembelajaran berbantuan program *JKGRAPH* ini siswa dapat mencapai tujuan pembelajaran. Hal ini dapat dilihat ada 52% siswa

dinyatakan tercapai dan 48 % siswa dinyatakan cukup tercapai dan berdasarkan kuesioner yang diisi oleh siswa dapat diketahui bahwa bahasa yang digunakan dalam *handout* sudah jelas, isi dan kejelasan *handout* cukup jelas tetapi waktu yang disediakan kurang jadi perlu penambahan waktu. Dapat diketahui pula beberapa hambatan yang dialami siswa pada saat pembelajaran yaitu siswa belum menguasai program *JKGRAPH* dan ada beberapa perintah dalam *handout* yang kurang jelas.

B. Saran

Bagian ini berisi saran yang dapat digunakan untuk mengembangkan pembelajaran dengan memanfaatkan program *JKGRAPH*.

1. Diadakan pengenalan program *JKGRAPH* secara khusus, sehingga saat pembelajaran siswa terfokus pada kegiatan eksplorasi dan tidak mengalami hambatan dalam pengoperasian program. Langkah yang bisa ditempuh yaitu pada pembukaan pembelajaran diadakan pengenalan beberapa fasilitas yang banyak digunakan dalam pembelajaran.
2. Diadakan pertemuan yang membahas tentang hasil eksplorasi atau diskusi kelas sehingga siswa dapat berbagi tentang hasil eksplorasinya kepada teman satu kelas dan ditanggapi oleh siswa lain sehingga pada akhirnya diperoleh kesimpulan yang sama dan tepat dengan bimbingan guru.
3. Fasilitas program *JKGRAPH* yang ada belum dimanfaatkan semuanya. Sehingga penelitian ini dapat ditindak lanjuti.

4. Bila sekolah tidak mempunyai laboratorium komputer, guru dapat menggunakan sebuah komputer dan sebuah proyektor atau *viewer* pada saat proses pembelajaran berlangsung, hanya saja *handout* yang telah ada perlu disesuaikan terlebih dahulu.



DAFTAR PUSTAKA

- Departemen Pendidikan Nasional, Pusat Kurikulum-Badan Penelitian dan Pengembangan (2003). *Standar Kompetensi Mata Pelajaran Matematika Sekolah Menengah Atas dan Madrasah Aliyah*. Jakarta
http://homepage.smc.edu/kennedy_john
- Noormandiri, B.K (2003). *Matematika SMU Untuk Kelas 3 Program IPA*. Jakarta: Penerbit Erlangga.
- Pusat Kurikulum. (2002). *Kurikulum dan Hasil Belajar*. Jakarta: Balitbang Departemen Pendidikan Nasional.
- Purcell, Edwin. J (1984). *Kalkulus dan Geometri Analitis jilid 1*. Jakarta: Penerbit Erlangga.
- Rudhito, Andy (2004). *Komputer, Partner Intelektual Pembelajaran Matematika*, BASIS
- Ruseffendi, (1990). *Pengajaran Matematika Modern dan Masa Kini untuk Guru dan PGSD D₂*. Bandung: Tarsito
- Soejdadi, R (2000) *Kiat Pendidikan matematika di Indonesia Konstataasi keadaan masa kini menuju harapan masa depan*. Jakarta: Dikjend DIKTI Departemen Pendidikan Nasional.
- Sudarman (2002). *Pembelajaran Matematika Berbantuan Komputer Berperspektif Konstrutivis*. Prosiding Konferensi Nasional Matematika XI, 577-581
- Sujono. (1988). *Pengajaran Matematika Untuk Sekolah Menengah.*, Jakarta: Dirjen DIKTI Departemen Pendidikan dan kebudayaan

Suwarsono, ST, (1998). *Peranan strategi visual dalam pembelajaran matematika, Pendidikan Matematika dan Sains: tantangan dan harapan,*

Yogyakarta: Universitas Sanata Dharma

Suwarsono, ST,(1982). *Penggunaan Metode Analisa Faktor Sebagai Suatu Pendekatan Untuk Memahami Sebab-Sebab Kognitif Kesulitan Belajar Anak Dalam Matematika.* Yogyakarta: Pidato Dies Natalis XXVII Ikip Sanata Dharma.

Tampomas, Husein (1999). *Seribu Pena Matematika SMU kelas 3.* Jakarta: Penerbit Erlangga

Wanty Widjaja (2003). *Penggunaan Spreadsheed Excel dalam Mendukung Paradigma Belajar Pada Topik Persamaan Garis Lurus.* Makalah disampaikan pada Seminar Nasional Pendidikan Matematika, Tanggal 27-28 Maret 2003, Universitas Sanata Dharma.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

LAMPIRAN



Foto Proses Pembelajaran



Gambar 1 Siswa membaca *handout*



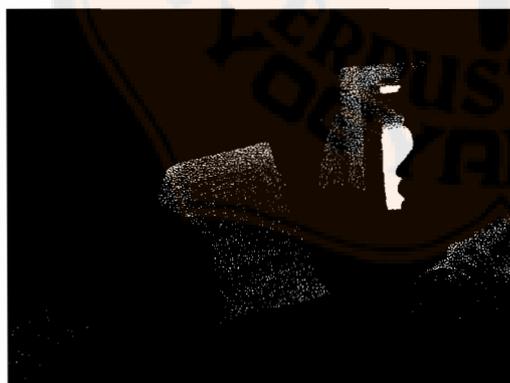
Gambar 2 Siswa mulai mencoba



Gambar 3 Bimbingan dari pendamping



Gambar 4 Bimbingan dari pendamping



Gambar 5 Siswa bertanya kepada penulis



Gambar 6 Siswa berdiskusi dengan teman



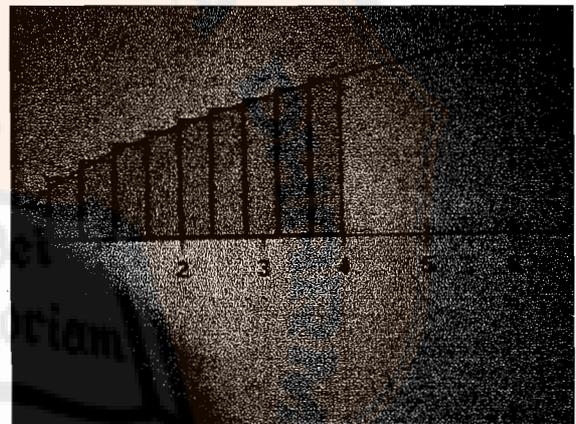
Gambar 7 Situasi pembelajaran



Gambar 8 Siswa serius bereksplorasi



Gambar 9 Tampilan pada layar



Gambar 10 Hasil kerja siswa dalam komputer



Gambar 11 Hasil kerja siswa dalam *handout*



Gambar 12 Siswa mengerjakan kuesioner

Kuesioner Tanggapan Siswa Terhadap Pembelajaran
Menggunakan *Handout* Berbantuan JKGRAPH
Untuk Pokok Bahasan Integral Tentu

KUESIONER A

Petunjuk menjawab kuesioner:

1. Pilih salah satu jawaban dari setiap pertanyaan yang paling sesuai menurut anda.
2. Berilah tanda silang (X) pada huruf di lembar jawab sesuai dengan jawaban yang anda pilih.

Dalam kuesioner ini tidak ada jawaban benar atau salah dan jawaban anda tidak mempengaruhi nilai pelajaran matematika. Oleh karena itu saya berharap agar kuesioner ini diisi dengan jujur sesuai dengan pendapat dan perasaan anda yang sebenarnya. Atas bantuan dan kesediaan para siswa saya ucapkan banyak terimakasih.

1. Saya merasa jelas dalam pembelajaran menggunakan *handout* pembelajaran berbantuan program *JKGRAPH* karena bahasa yang di gunakan dalam *handout* tidak terlalu sulit.
 - a. Sangat setuju
 - b. Setuju
 - c. Tidak Setuju
 - d. Sangat Tidak Setuju
2. Bahasa yang digunakan dalam *handout* tidak asing bagi kita.
 - a. Sangat setuju
 - c. Tidak Setuju

- b. Setuju
d. Sangat Tidak Setuju
2. Saya merasa jelas karena langkah-langkah pembelajaran yang disajikan dalam *handout* ini sangat runtut sehingga saya lebih mudah mempelajari dan memahaminya.
- a. Sangat setuju
c. Tidak Setuju
b. Setuju
d. Sangat Tidak Setuju
4. Saya merasa jelas karena pertanyaan-pertanyaan yang ada dalam *handout* membantu saya untuk memahami konsep integral tentu.
- a. Sangat setuju
c. Tidak Setuju
b. Setuju
d. Sangat Tidak Setuju
5. Perintah-perintah kegiatan yang ada dalam *handout* sangat jelas sehingga mudah untuk diikuti
- a. Sangat setuju
c. Tidak Setuju
b. Setuju
d. Sangat Tidak Setuju
6. Tampilan-tampilan visual atau gambar dalam program *JKGRAPH* sangat membantu untuk memahami konsep integral tentu
- a. Sangat setuju
c. Tidak Setuju
b. Setuju
d. Sangat Tidak Setuju
7. Tujuan yang dirumuskan dalam tiap kegiatan dapat mengarahkan kami pada konsep yang akan dipelajari dari kegiatan tersebut.
- a. Sangat setuju
c. Tidak Setuju
b. Setuju
d. Sangat Tidak Setuju

8. Dibandingkan dengan metode ceramah di dalam kelas pembelajaran dengan bantuan program *JKGRAPH* ini lebih menarik perhatian saya
- a. Sangat setuju
 - b. Setuju
 - c. Tidak Setuju
 - d. Sangat Tidak Setuju
9. Dengan menggunakan *handout* pembelajaran berbantuan program *JKGRAPH* dapat menghemat waktu saya dalam mempelajari integral tentu.
- a. Sangat setuju
 - b. Setuju
 - c. Tidak Setuju
 - d. Sangat Tidak Setuju
10. Bagi saya waktu yang di sediakan sudah cukup untuk mempelajari *handout* pembelajaran berbantuan program *JKGRAPH*
- a. Sangat setuju
 - b. Setuju
 - c. Tidak Setuju
 - d. Sangat Tidak Setuju

KUESIONER B

Jawablah pertanyaan di bawah ini sesuai dengan pendapatmu pada lembar yang di sediakan !

1. Hambatan/ kesulitan apa yang anda alami saat melakukan kegiatan pembelajaran integral tentu dengan bantuan program *JKGRAPH*?
2. Menurutmu apakah pembelajaran dengan menggunakan program komputer baik jika digunakan lagi untuk mengajarkan materi-materi yang lain? Mengapa?
3. Berikan saran dan kritik anda mengenai pembelajaran dengan menggunakan program *JKGRAPH* yang telah di laksanakan!

Handout untuk siswa

Nama Siswa : Bernardia P

Nomor Absent: 04

Topik : Integral Tentu

Kelas : XII IPA Semester Pertama

Waktu : 2 x 45 menit

Tujuan :

- Siswa dapat menjelaskan integral tentu sebagai luas daerah bidang datar
- Siswa dapat merumuskan integral tentu untuk luas daerah yang di batasi grafik fungsi $y = f(x)$, sumbu x , garis $x=a$ dan garis $x=b$

Petunjuk :

Pada pembelajaran kali ini kita akan belajar mengenai integral tentu dan penggunaan dari integral tentu dengan menggunakan program komputer yaitu program *JKGRAPH*. Dengan pembelajaran menggunakan komputer ini anda diharapkan mampu bereksplorasi secara maksimal sesuai dengan langkah yang ada dalam *handout* yang telah disediakan.

Lakukanlah langkah-langkah yang ada dengan seksama, rumuskanlah hal yang bisa kamu ambil dari pembelajaran berbantuan komputer ini, jangan terburu-buru ingin mengakhiri kegiatan yang dilakukan akan lebih baik bila anda mendapatkan suatu kesimpulan daripada apabila anda mengikuti semua kegiatan sampai akhir tetapi tidak dapat menarik kesimpulan dari kegiatan yang telah dilakukan.

LEMBAR KERJA SISWA

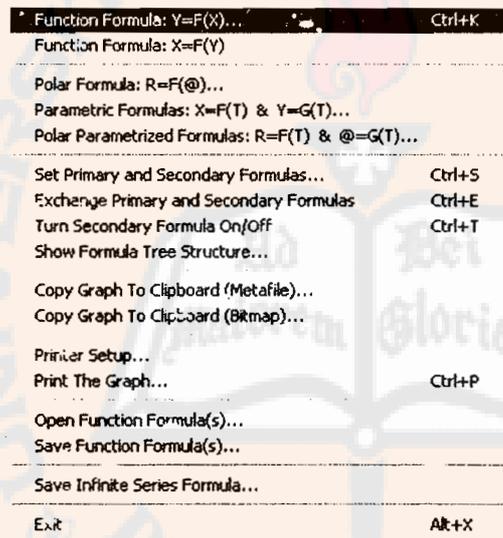
KEGIATAN 1

Memahami batas-batas suatu daerah bidang datar



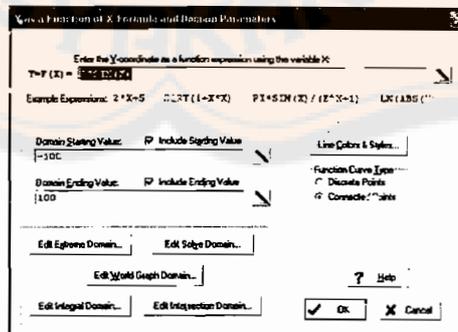
1. Carilah ikon *Jkgraph.ico* di dalam layar komputer di depanmu kemudian double klik pada ikon tersebut atau klik kanan kemudian pilih *open*, maka akan muncul jendela *JKGRAPH*.

2. Klik *Formulas* akan ditampilkan beberapa fasilitas:



kemudian pilih *Function*

Formula y=f(x) maka akan muncul suatu jendela dialog. Perhatikan jendela dibawah ini.



- Untuk memasukkan fungsi digunakan simbol-simbol antara lain :simbol " * " untuk perkalian, " ^ " untuk Pangkat, " / " untuk pembagian, "SQRT" untuk akar.
- Isikan $x+2$ pada tempat yang di sediakan kemudian klik OK. Maka akan di tampilkan grafik $y=x+2$.



- Klik kanan pada tombol  untuk selanjutnya tombol ini disebut tombol integral. Isikan *Integral Upper Limit* =3 dan *Integral Lower Limit* =1 pastikan telah memilih *Area: Midpoint Riemann Sum* pada jendela sebelah kanan kemudian klik OK, maka akan muncul daerah yang diinginkan
- Amati gambar yang di dihasilkan ! Sebutkan persamaan garis-garis yang membatasi daerah yang di arsir tersebut!

5 $y = x + 2 ; x = 1 ; x = 3 ; \text{sumbu } x (y = 0)$

- Ubahlah *Integral Lower Limit* menjadi 0 dengan cara klik kanan pada tombol integral dan masukkan 0 pada *Lower Limit Integral* kemudian klik OK. Amati gambar tersebut. Sebutkan batas-batas daerah itu sekarang!

5 $y = x + 2 ; x = 0 ; x = 3 ; \text{sumbu } x$

- Simpanlah gambar yang di dihasilkan dengan cara tekan tombol *Print Screen* pada *keyboard* kemudian klik *Start* bukalah *Ms Word* kemudian klik *Paste*. *Ms Word* tersebut simpanlah ke *My document* dengan nama: JKGRAPH_Nama Anda setelah itu tutuplah file dengan klik *minimize*.

KEGIATAN 2

© Memahami pendekatan perhitungan luas daerah bidang datar

Untuk memahami pendekatan perhitungan luas daerah bidang datar, ikutilah kegiatan-kegiatan di bawah ini:

1. Klik *Formulas / Function Formula* $y=f(x)$ maka akan muncul jendela dialog. Isikan x kemudian klik *OK*, maka akan ditampilkan grafik $y=x$
2. Gambarkan daerah yang dibatasi grafik $y=x$, sumbu X , garis $x = 0$, garis $x= 3$ dengan cara klik kanan tombol *integral*. Akan muncul jendela dialog, isikan : Batas bawah *Integral (Integral Lower Limit)* = 0, Batas atas *Integral (Integral Upper Limit)* = 3, Banyaknya sub interval (*Number of subinterval*) = 100, pastikan telah memilih *Area: Midpoint Riemann Sum* kemudian klik *OK*. Berbentuk apakah daerah tersebut? *Segitiga*
3. Simpanlah gambar diatas dengan cara tekan tombol *printscreen* kemudian bukalah *file* yang sudah di buat yaitu JKGRAPH_Nama Anda kemudian klik *paste* kemudian tutuplah file dengan klik *minimize*.
4. klik kanan tombol *integral* ubahlah *Number Of Subinterval* menjadi 3 kemudian klik *OK*, maka akan tampak daerah dari fungsi tersebut. Amatilah gambar tersebut dan jawablah pertanyaan berikut :
 - a. Daerah tersebut terbagi atas beberapa bagian. Berbentuk bangun apakah bagian-bagian tersebut? *persegi panjang*
 - b. Hitunglah luas daerah-daerah kecil tersebut secara manual, kemudian jumlahkan! Apakah hasil penjumlahan tersebut sama dengan nilai luas daerah yang tercantum dalam *Status Line* yaitu batang berwarna hijau pada bagian bawah layar? *Sama*

Luas persegi panjang I = $0,5 \times 1 = 0,5$

Luas Persegi panjang II = $1 \times 1 = 1$

Luas Persegi Panjang III = $1,5 \times 1 = 1,5$ +

Jumlah = $4,5$

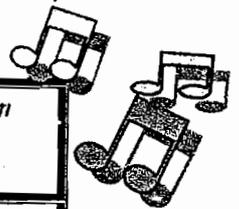
4. Berdasarkan kegiatan di atas, bagaimanakah cara untuk menghitung luas daerah segitiga ?

$$L_{\Delta} = \int_0^3 x \cdot 2x \quad L_{\Delta} = \frac{1}{2} a \cdot b$$

© Memahami pengaruh banyaknya potongan persegi panjang terhadap luas daerah.

1. Klik *Formulas / Function Formula* $y=f(x)$ isikan x^2 maka akan di tampilkan grafik $y=x^2$. Gambarkan daerah yang di batasi fungsi $y=x^2$, batas atas = 0 batas bawah = 3 dengan cara klik kanan tombol integral dan masukkan batas-batas di atas. Tampilkan pula tabel integral dengan klik *show result in a table* Kemudian klik OK.
2. Simpanlah gambar dengan cara tekan tombol print screen kemudian bukalah file JKGRAPH_ Nama Anda yang telah di buat pada kegiatan 1 kemudian klik *paste* tutuplah file tersebut dengan di mini mize.
3. Ubahlah banyaknya persegi panjang / sub interval dengan cara klik kanan pada tombol integral. Setelah muncul jendela dialog isikan *Number of Subinterval* sesuai dengan tabel di bawah ini. Amati setiap perubahan yang terjadi dan isilah tabel berikut:

<i>Number of Subinterval (Banyaknya Persegi Panjang)</i>	<i>Delta x (Δx)</i>	<i>Midpoint Riemann Sum (Luas daerah)</i>
10	0,3	8,9775
50	0,06	8,9991
200	0,015	8,9999
400	0,0075	9
500	0,006	9



4. Amati tabel di atas! Bagaimanakah nilai Δx jika banyaknya persegi panjang semakin besar ?

↳ Semakin banyak persegi panjang, Δx nya semakin kecil.

5. Masih berdasarkan tabel, bagaimanakah luas daerah jika Δx semakin kecil? Apakah luas daerah akan semakin mendekati nilai tertentu?

↳ Luas Daerah semakin besar

↳ Luas Daerah akan semakin mendekati 9

6. Bagaimana pengaruh perubahan banyaknya persegi panjang terhadap delta X dan luas daerah (*Midpoint Riemann Sum*) ?

↳ dgn Δx : Semakin banyak persegi panjang, Δx semakin kecil

↳ dgn Luas Daerah : Semakin banyak persegi panjang, luas Daerah semakin besar (mendekati nilai tertentu)

KEGIATAN 3

Merumuskan Integral tentu untuk luas daerah yang di batasi grafik $y=f(x)$, sumbu x, garis $x=a$ dan garis $x=b$

1. Gambarkan daerah dengan Fungsi $Y=\sqrt{X}$ dengan cara klik *Formulas / Function Formula* $y = f(x)$. Setelah muncul jendela dialog masukkan fungsi dengan ekspresi fungsi : *SQRT (x)* kemudian klik *OK*.
2. Gambarkan daerahnya dengan batas bawah = 0, batas atas = 4 serta subinterval =10 dan klik *show Result of Table* sehingga tabel integral tidak muncul lagi. Perhatikanlah gambar tersebut. Jika persegi-persegi pada daerah tersebut mempunyai lebar = Δx dan panjang = $f(x)_i$; $i = 1, 2, \dots, n$ ($n =$ banyaknya persegi panjang), Nyatakan luas masing-masing persegi dalam $f(x)$ dan Δx !

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

$$L_1 = f(x)_1 \cdot \Delta x_1 \quad ; \quad L_2 = f(x)_2 \cdot \Delta x_2 \quad ; \quad L_3 = f(x)_3 \cdot \Delta x_3$$

$$L_4 = f(x)_4 \cdot \Delta x_4 \quad ; \quad L_5 = f(x)_5 \cdot \Delta x_5 \quad ; \quad L_6 = f(x)_6 \cdot \Delta x_6$$

$$L_7 = f(x)_7 \cdot \Delta x_7 \quad ; \quad L_8 = f(x)_8 \cdot \Delta x_8 \quad ; \quad \dots \quad ; \quad L_{10} = f(x)_{10} \cdot \Delta x_{10}$$

3. Jumlahkan luas semua persegi tersebut!

$$L_{10} = L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_{10}$$
$$= \{ f(x)_1 \cdot \Delta x_1 + (f(x)_2 \cdot \Delta x_2) + (f(x)_3 \cdot \Delta x_3) + \dots + (f(x)_n \cdot \Delta x_n) \}$$

4. Apakah penjumlahan dapat di ubah kedalam notasi sigma ? (ingat notasi sigma) jika dapat ubahlah penjumlahan diatas dengan notasi sigma!

$$L_n = \sum_{n=1}^{10} f(x)_n \cdot \Delta x_n$$

5. Berdasarkan kegiatan 2 perhitungan luas total akan mendekati kebenaran jika n mendekati tak hingga dan Δx sangat kecil hingga mendekati nol yaitu dalam sebuah limit. Ubahlah notasi sigma tersebut dalam bentuk limit!

$$L_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^{10} f(x)_n \cdot \Delta x_n \quad ; \quad L_n = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{n=1}^{10} f(x)_n \cdot \Delta x_n$$

6. Dari notasi diatas dapat diubah dalam bentuk integral tentu yaitu sebagai berikut :

$$L = \int_0^4 f(x)_i \Delta x = \int_0^4 f(x)_i dx = \int_0^4 \sqrt{x} dx$$

7. Jika ada daerah yang dibatasi oleh grafik fungsi $Y=f(x)$, sumbu X, garis $X=a$ dan garis $X=b$. Bagaimanakah bentuk integral dari daerah tersebut?

$$L = \int_a^b f(x) dx$$

8. Kesimpulan apakah yang dapat kamu peroleh dari seluruh kegiatan di atas?

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

- Dari kegiatan, kita bisa menghitung luas daerah suatu bangun ¹⁴⁵

5 dengan cara yang lebih efektif, yaitu integral, analogi

KEGIATAN 4 jika medan di digambarkan oleh garis lurus.

Memahami jenis-jenis luas daerah yang dibatasi grafik kurva $Y = f(x)$, sumbu X , garis $x=a$ dan $x=b$

1. klik *Formulas / Function Formula* $y=f(x)$ akan muncul jendela dialog. Isikan $4-2x$ maka akan di tampilkan grafik fungsi $y=4-2x$. Gambarkan daerah yang di batasi grafik tersebut, batas bawah = 0 dan batas atasnya = 2. Amati daerah tersebut. Dimanakah letak daerah tersebut terhadap sumbu x ? panjang persegi panjang ($f(x)$) pada daerah tersebut bernilai positif atau negatif?

5

- daerah terletak atas sumbu x
- persegi panjang bernilai positif (+)

2. Nyatakan daerah tersebut dalam bentuk integral! Berapakah luas daerah yang tertera dalam Status line?

5 a) $L = \int_0^2 (4-2x) dx$ b) Luas = 4

3. Simpanlah gambar diatas seperti cara yang kita ketahui!
4. Gambarkan daerah yang di batasi kurva $Y = 4-2x$, garis $X = 2$ dan $X = 4$ dengan cara klik kanan pada tombol integral maka akan muncul jendela dialog integral. Isikan batas-batas di atas. Kemudian klik *OK*. Amatilah gambar yang di hasilkan! dimanakah letak daerah tersebut terhadap sumbu x ? Perhatikan panjang persegi panjang pada daerah tersebut bernilai negatif atau positif? Berapakah nilai luasnya? (Midpoint Riemann Sum)?

4

a) persegi panjang bernilai negatif

b) Luas = -4

5. Mengapa luas daerah di atas bernilai negatif? Apakah benar jika luas bernilai negatif? *ya luas bernilai negatif adalah SALAH*

6) Karena daerah terletak di bawah sumbu x (bangun)

6. Dari langkah 4 kita tahu bahwa luas daerah bernilai negatif. Bagaimana bilangan negatif tersebut agar menjadi positif? *ditopi tanda (-) /*

ditopi -1 ; dig mjd : $L = - \int_2^4 4 - 2x \, dx$

7. Berdasarkan hasil dari langkah 6, nyatakan luas daerah tersebut dengan rumus integral tentu sehingga bernilai positif?

$$L = - \int_2^4 4 - 2x \, dx$$

8. Bagaimanakah Rumus integral tentu untuk luas daerah yang di batasi grafi $y=f(x)$, sumbu x, garis $x=a$, garis $x=b$ dan berada dibawah sumbu x?

$$L = - \int_a^b f(x) \, dx$$

9. Gambarlah daerah yang di batasi grafik fungsi $Y=4-2x$, garis $X= 0$ dan garis $X=4$. Amati gambar tersebut. Bagaimanakah rumus luas untuk daerah tersebut dengan memperhatikan 2 kegiatan sebelumnya ? Berapakah luas daerah tersebut?

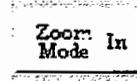
4) a) $L_1 = \int_0^2 4-2x \, dx$; $L_2 = - \int_2^4 4-2x \, dx$; $L_{total} = L_1 + L_2$

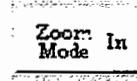
b) Luas = $-5.2042E-19$

KEGIATAN 5

Memahami luas daerah yang dibatasi kurva $X = f(y)$, sumbu Y, garis $y=c$ dan $y=d$

1. klik *Formulas / Function Formula* : $X = F(Y)$ akan muncul jendela dialog isikan: $2 \cdot \text{SIN}(Y)$ maka akan di tampilkan grafik fungsi $X = 2 \text{ Sin}(y)$



2. Untuk memperbesar gambar klik kiri tombol  kemudian *double* klik pada titik pusat sumbu koordinat.
3. Gambarkan daerah yang di batasi grafik $X = 2 \text{ Sin}(y)$, garis $Y=0$ dan $Y= \pi$ dengan cara *klik* kanan pada tombol integral maka akan muncul jendela dialog integral. Isikan batas-batasnya yaitu batas atas = π dan batas bawah= 0 , *Number of Subinterval* = 20 kemudian klik OK. Amati gambar tersebut. Nyatakan daerah tersebut dalam bentuk integrall

5

$$L_{\text{daerah}} = \int_0^{\pi} 2 \sin(y) dy$$

4. Lakukan kegiatan seperti kegiatan 2 untuk fungsi $X= 2 \text{ Sin}(y)$ yang di batasi garis $Y=\pi$ dan $Y = 2\pi$. Perhatikan gambar yang di dihasilkan. Bandingkan dengan grafik sebelumnya. Dimanakah letak daerah tersebut terhadap sumbu y ? Mengapa luas daerah ini bernilai negatif ?

a) di sebelah kiri sumbu y shg bernilai negatif

5 b) KRN panjang dipotongi panjang bernilai negatif (dikurangi dari sebelumnya)

5. Bagaimanakah rumus integral untuk daerah jenis ini agar bernilai positif?

5

$$L_{\text{daerah}} = - \int_{\pi}^{2\pi} 2 \sin(y) dy \text{ (Giberi tanda negatif (-))}$$

6. Setelah memahami dua daerah di atas, gambarlah daerah yang di batasi grafik fungsi $X = 2 \text{ Sin}(Y)$, garis $y= 0$ dan garis $y= 2\pi$. Berdasarkan hasil dari kegiatan 2 dan 4 bagaimanakah rumus integral untuk daerah yang terdiri dua bagian ini?

5

$$L_1 = \int_0^{\pi} 2 \sin(y) dy ; L_2 = - \int_{\pi}^{2\pi} 2 \sin(y) dy$$

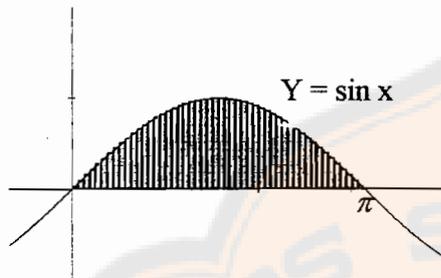
Luas total = $L_1 + L_2$

$$= \left(\int_0^{\pi} 2 \sin(y) dy \right) + \left(- \int_{\pi}^{2\pi} 2 \sin(y) dy \right)$$

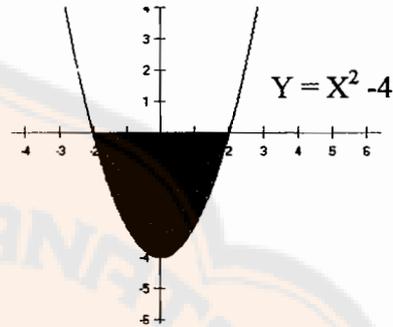
LEMBAR EVALUASI

1. Tuliskan bentuk integral yang nilainya sama dengan luas daerah yang di arsir pada tiap gambar berikut ini :

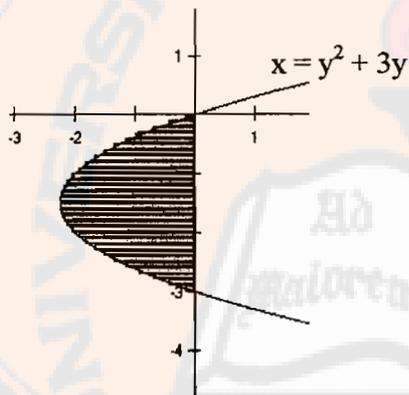
a.



b.



c.



2. Lukislah daerah yang dinyatakan dengan bentuk integral berikut, jika perlu gunakan program JKGRAPH

a. $\int_0^4 (3x) dx$

b. $\int_{-1}^1 (1+x^3) dx$

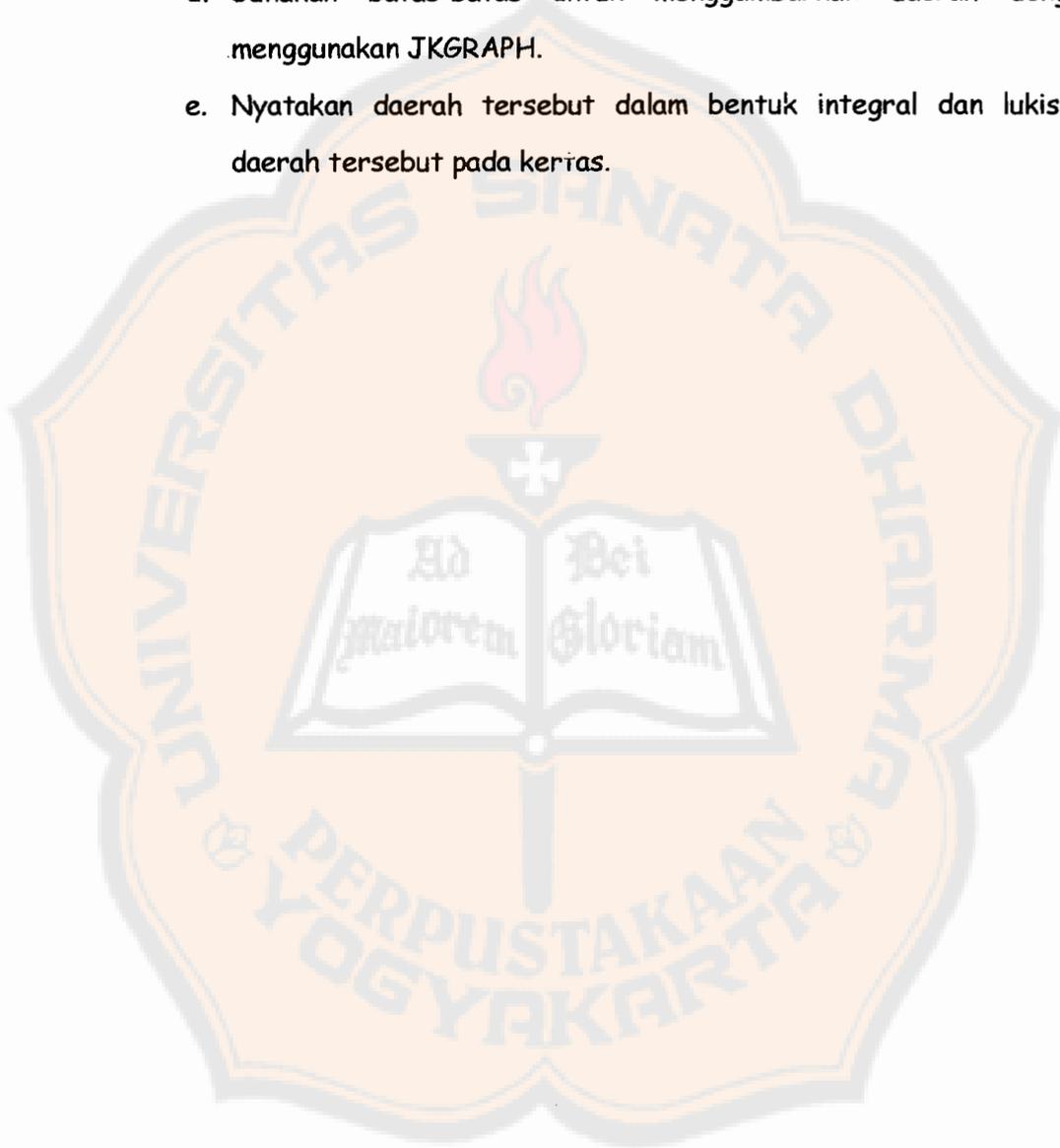
c. $\int_{-3}^0 \sqrt{y^2+5} dy$

3. Pak anton mempunyai sebuah rumah dan halaman rumah itu berbentuk setengah lingkaran. Jari-jari dari taman itu sepanjang 4 meter.

a. Buatlah persamaan dari lingkaran. Nyatakan persamaan tersebut dalam bentuk $y=f(x)$

4

- b. Gambarkan setengah lingkaran tersebut dengan menggunakan Program JKGRAPH.
- c. Dengan mengamati gambar, tentukan batas-batas dari setengah lingkaran tersebut.
- d. Gunakan batas-batas untuk menggambarkan daerah dengan menggunakan JKGRAPH.
- e. Nyatakan daerah tersebut dalam bentuk integral dan lukislah daerah tersebut pada kertas.



PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

LEMBAR JAWAB EVALUASI

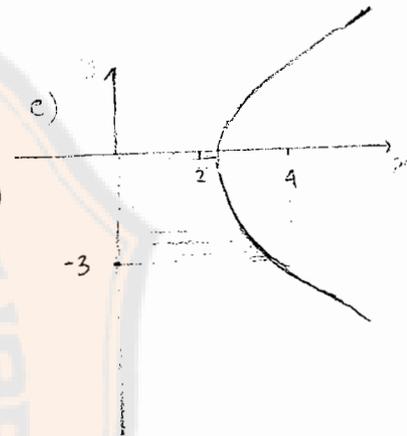
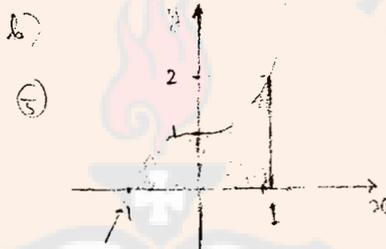
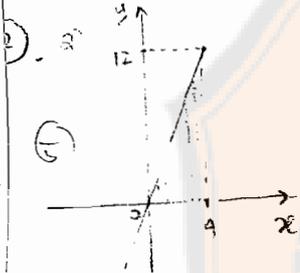
150

Nama : Bernardia P.
No. Absen : 04

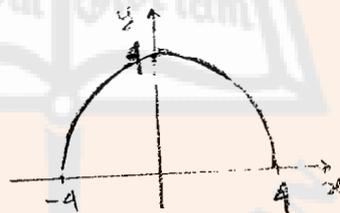
1) a) $L = \int_0^{\pi} \sin x \, dx$
5

b) $L = - \int_{-2}^2 x^2 - 4 \, dx$
5

c) $L = - \int_{-3}^0 (y^2 + 3y) \, dy$
5



a) $x^2 + y^2 = 4^2$; $y = f(x)$
 $y^2 = -x^2 + 4^2$
5 $y = \sqrt{16 - x^2}$

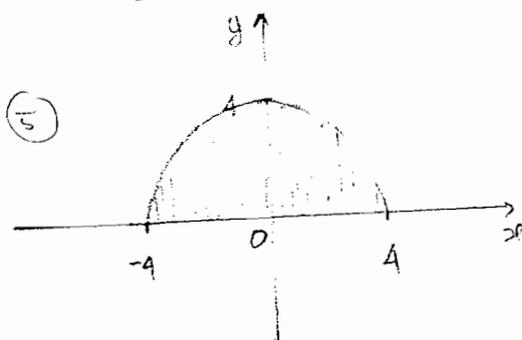


c) Batas-batas :

5 - batas bawah = -4
" atas = 4



g-e) Streis



Hasil :

5 $L = \int_{-4}^4 (\sqrt{16 - x^2}) \, dx$

Nama : A. Tebaqus N.O.T.P

Nomor: 20

LEMBAR JAWAB KUESIONER

KUESIONER A

- | | |
|--|---|
| 1. A <input checked="" type="checkbox"/> C D | 6. A B <input checked="" type="checkbox"/> D |
| 2. A B <input checked="" type="checkbox"/> D | 7. A <input checked="" type="checkbox"/> C D |
| 3. A B <input checked="" type="checkbox"/> D | 8. A B <input checked="" type="checkbox"/> D |
| 4. A <input checked="" type="checkbox"/> C D | 9. A B <input checked="" type="checkbox"/> D |
| 5. A <input checked="" type="checkbox"/> C D | 10. A B C <input checked="" type="checkbox"/> D |

KUESIONER B

- 1)
 - Karena baru pertamakali memakai maka saya masih merasa bingung
 - Saya kesulitan menghubungkan / mengaplikasikan teori \approx yg pernah saya dapat dgn progren JKGRAPH ini.
 - Hand out kurang memberi penjelasan secara mendalam, masih perlu diperjelas / detail atau peran tutor diperlukan.
 - waktu pembelajaran kurang sedangkan ini adalah ~~beton~~ suatu bentuk aplikasi yg baru jadi, waktu yg tersedia kurang.
- 2) Baik, sebab dpt belajar dr cara lain / sudut pembelajaran yg lain.
- 3) Para tutor kurang dirasakan. Handout kurang jelas, harusnya ada pengeralan dulu baru setelah itu aplikasi.



153
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS SANATA DHARMA

Kampus III USD, Paingan, Maguwoharjo, Depok, Sleman 55284 Telp. (0274) 883037; 883968

Nomor : 160/JPMIPA/SD/XI/05
Hal : Permohonan Ijin Penelitian

Kepada
Yth. Kepala Sekolah
SMU Pangudi Luhur Sedayu
Bantul

Dengan hormat,

Dengan ini kami memohonkan ijin untuk Penelitian di SMU Pangudi Luhur Sedayu, Bantul dalam rangka penyusunan skripsi untuk mahasiswa kami,

Nama : Elizabeth Nurwanti
Nomor Mhs. : 011414016
Program Studi : Pendidikan Matematika
Jurusan : PMIPA
Fakultas : KIP

dengan judul Skripsi:

PEMANFAATAN PROGRAM JKGRAPH UNTUK Mendukung Pembelajaran Matematika dengan Pokok Bahasan Integral Tentu, Kelas XII IPA Semester Pertama

Pelaksanaan Penelitian pada bulan Nopember 2005
Demikian permohonan kami. Terima kasih.

Yogyakarta, 15 Nopember 2005

Hormat kami,
Dekan FKIP USD,


Drs. T. Sarkim, M.Ed., Ph.D.



YAYASAN PANGUDI LUHUR

154

SMA PANGUDI LUHUR SEDAYU

STATUS : DISAMAKAN

Alamat: Jl.wates km.12, Sedayu, Bantul, DI Yogyakarta 55752 Telp.(0274) 749-1178; Fax (0274)7482228

SURAT KETERANGAN

NO. : 12.2/C/C.05/XI/2005

Yang bertanda tangan dibawah Kepala SMA Pangudi Luhur Sedayu Bantul DI Yogyakarta menerangkan dengan sesungguhnya bahwa Mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan Ilmu Pendidikan Universitas Sanata Dharma Yogyakarta ;

Nama : ELIZABETH NURWANTI
Tempat/tgl lahir : 17 Januari 1983
Alamat : Semagung, Banjaroya, Kalibawang, Kulon Progo
No. Mahasiswa : 01 1414 016

Telah melaksanakan Ujicoba Penelitian dalam rangka penyusunan Skripsi dengan judul *Pemanfaatan Program JKGRAPH dalam Pembelajaran Matematika untuk Pokok Bahasan Intergral Tentu Kelas XII IPA Semester Pertama* di SMA Pangudi Luhur Sedayu Bantul pada tanggal 21 dan 28 Nopember 2005.

Demikian surat keterangan yang kami buat dengan sesungguhnya, agar dapat dipergunakan sebagaimana mestinya.

Dikeluarkan di : Bantul, DIY

Tanggal : 28 Nopember 2005

Kepala Sekolah,



DRS. MARKOES PADMONEGORO
No. G. 11062

