

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

**MATEMATISASI
DALAM PEMECAHAN MASALAH
YANG BERKAITAN DENGAN SISTEM PERSAMAAN LINEAR
(Studi Kasus terhadap 2 Siswa Kelas X SMA Sang Timur Yogyakarta)**

SKRIPSI

Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Memperoleh Gelar Sarjana Pendidikan
Program Studi Pendidikan Matematika



Oleh:

Bernadus Dwi Adiana

NIM: 06 1414 048

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN
ALAM
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS SANATA DHARMA
YOGYAKARTA
2011**

**MATEMATISASI
DALAM PEMECAHAN MASALAH
YANG BERKAITAN DENGAN SISTEM PERSAMAAN LINEAR
(Studi Kasus terhadap 2 Siswa Kelas X SMA Sang Timur Yogyakarta)**

SKRIPSI

Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Memperoleh Gelar Sarjana Pendidikan
Program Studi Pendidikan Matematika



Oleh:

Bernadus Dwi Adiana

NIM: 06 1414 048

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN
ALAM
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS SANATA DHARMA
YOGYAKARTA
2011**

SKRIPSI

MATEMATISASI

DALAM PEMECAHAN MASALAH

YANG BERKAITAN DENGAN SISTEM PERSAMAAN LINEAR

(Studi Kasus terhadap 2 Siswa Kelas X SMA Sang Timur Yogyakarta)

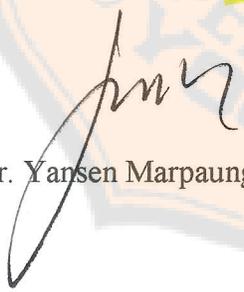
Oleh:

Bernadus Dwi Adiana

NIM: 06 1414 048

Telah disetujui oleh:

Pembimbing


Dr. Yansen Marpaung

tanggal 29 November 2011

SKRIPSI

MATEMATISASI

DALAM PEMECAHAN MASALAH

YANG BERKAITAN DENGAN SISTEM PERSAMAAN LINEAR

(Studi Kasus terhadap 2 Siswa Kelas X SMA Sang Timur Yogyakarta)

Dipersiapkan dan ditulis oleh:

Bernadus Dwi Adiana

NIM: 06 1414 048

Telah dipertahankan di depan Panitia Penguji

pada tanggal 15 Desember 2011

dan dinyatakan telah memenuhi syarat

Susunan Panitia Penguji

Nama Lengkap

Ketua

Drs. A. Atmadi, M.Si.

Sekretaris

Dr. M. Andy Rudhito, S. Pd.

Anggota

Dr. Yansen Marpaung

Anggota

Drs. Sukardjono, M. Pd.

Anggota

Dominikus Arif B. P., S. Si., M. Si.

Tanda Tangan

Yogyakarta, 15 Desember 2011

Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan

Universitas Sanata Dharma



Dekan

Rohandi, Ph. D.

MOTTO

“Orang yang melontarkan kritik bagi kita pada hakikatnya adalah pengawal jiwa yang bekerja tanpa bayaran.” - Corrie Ten Boom -

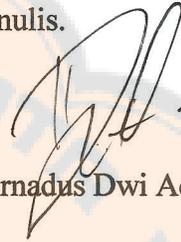
PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

PERNYATAAN KEASLIAN KARYA

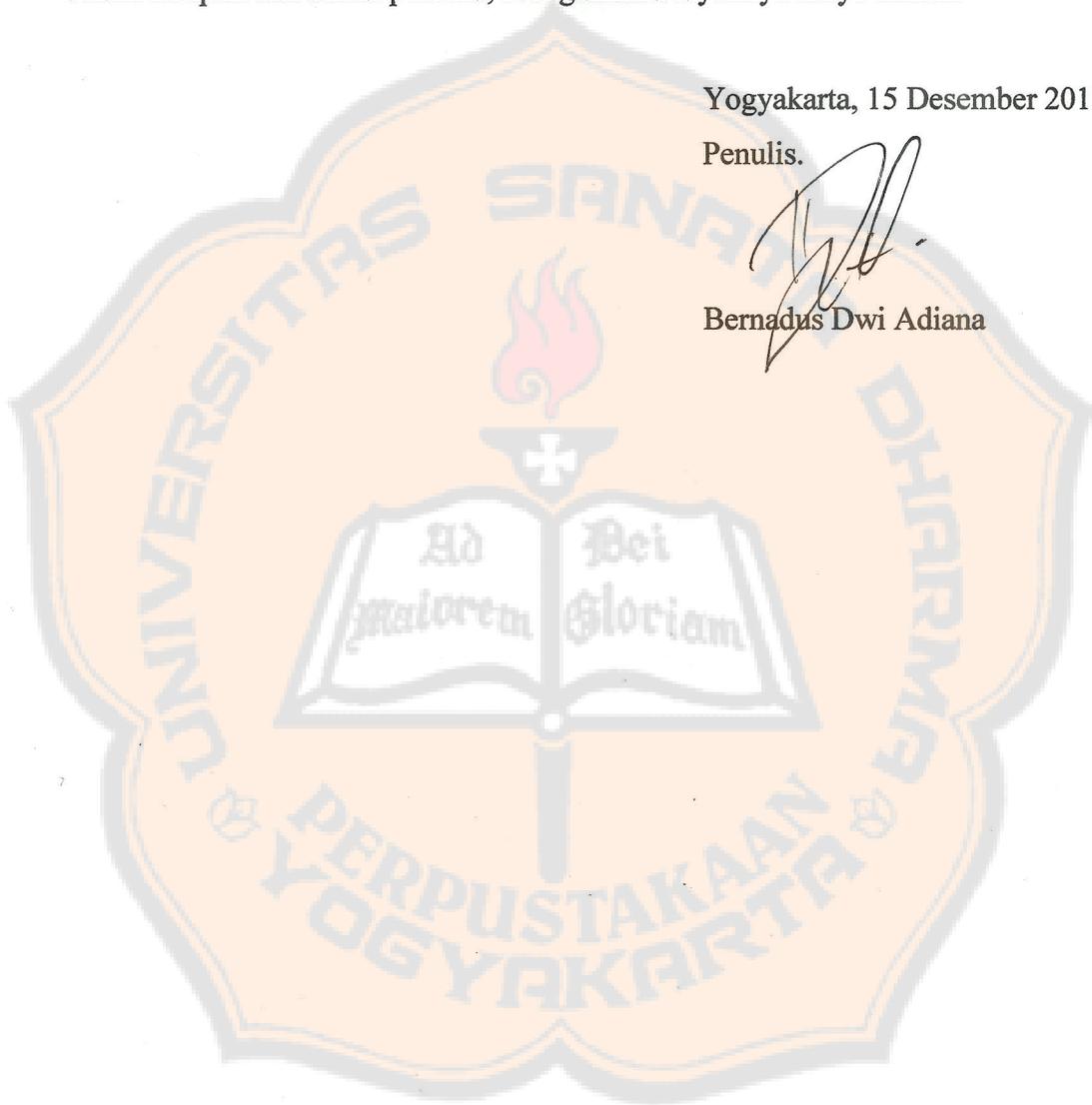
Saya menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang saya tulis ini tidak memuat karya atau bagian dari karya orang lain, kecuali yang telah disebutkan dalam kutipan dan daftar pustaka, sebagaimana layaknya karya ilmiah.

Yogyakarta, 15 Desember 2011

Penulis.



Bernadus Dwi Adiana



**LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN
PUBLIKASI KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS**

Yang bertandatangan di bawah ini, saya mahasiswa Universitas Sanata Dharma:

Nama : Bernadus Dwi Adiana

Nomor Mahasiswa : 06 1414 048

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, saya memberikan kepada Perpustakaan Universitas Sanata Dharma karya ilmiah saya yang berjudul:

**MATEMATISASI
DALAM PEMECAHAN MASALAH
YANG BERKAITAN DENGAN SISTEM PERSAMAAN LINEAR
(Studi Kasus terhadap 2 Siswa Kelas X SMA Sang Timur Yogyakarta)**

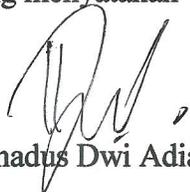
Dengan demikian, saya memberikan kepada Perpustakaan Universitas Sanata Dharma hak untuk menyimpan, mengalihkan dalam bentuk media lain, mengelolanya dalam bentuk pangkalan data, mendistribusikan secara terbatas dan mempublikasikannya di Internet atau media lain untuk kepentingan akademis tanpa perlu meminta izin dari saya maupun memberikan royalti kepada saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di Yogyakarta

Pada tanggal: 15 Desember 2011

Yang menyatakan



Bernadus Dwi Adiana

ABSTRAK

Bernadus Dwi Adiana. 2011. *Matematisasi dalam Pemecahan Masalah yang Berkaitan dengan Sistem Persamaan Linear (Studi Kasus terhadap 2 Siswa Kelas X SMA Sang Timur Yogyakarta)*. Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Sanata Dharma, Yogyakarta.

Tujuan penelitian ini adalah untuk memperoleh gambaran mengenai bagaimana matematisasi dalam pemecahan masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear oleh siswa SMA kelas X. Matematisasi merupakan suatu proses, di mana mula-mula situasi yang berasal dari dunia nyata direpresentasikan ke dunia matematika, selanjutnya situasi yang telah direpresentasikan ke dunia matematika tersebut diinterpretasikan (dengan menggunakan pengertian-pengertian, hubungan-hubungan, dan aturan-aturan, serta bahasa matematis) di dunia matematika, dan kemudian hasil penginterpretasian tersebut diterjemahkan kembali ke dunia nyata. Matematisasi dapat dibedakan antara matematisasi horizontal dan matematisasi vertikal. Matematisasi horizontal menunjuk pada penggunaan berbagai modus representasi (enaktif, ikonik, atau simbolik). Matematisasi vertikal menunjuk pada proses mencapai jenjang abstraksi yang lebih tinggi secara matematis. Untuk dapat belajar matematika ataupun membantu orang lain belajar matematika dengan baik, setidaknya kita memiliki gambaran tentang bagaimana matematisasi dalam belajar matematika. Gambaran tersebut dapat kita peroleh salah satunya melalui pengamatan secara mendalam terhadap kasus khusus mengenai bagaimana matematisasi dalam pemecahan masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear oleh siswa SMA kelas X.

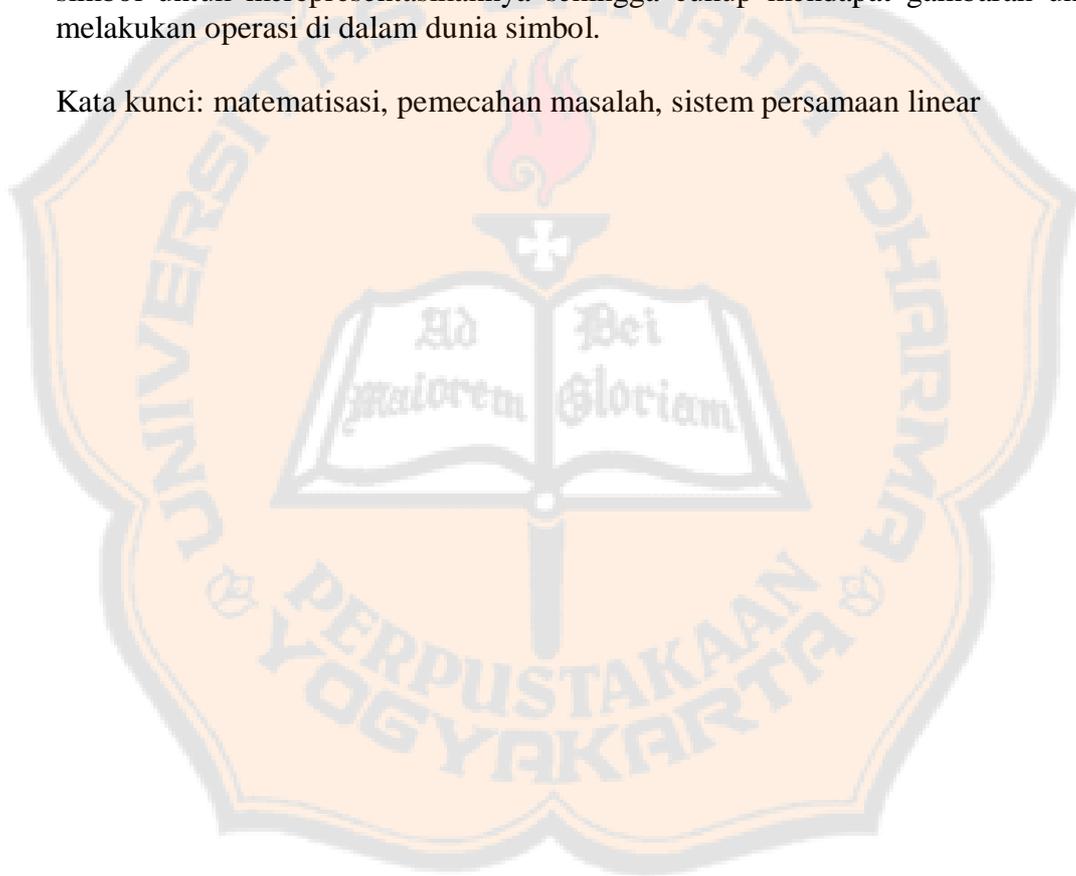
Penelitian ini tergolong penelitian deskriptif. Subyek dalam penelitian ini adalah 2 siswa kelas X SMA Sang Timur Yogyakarta pada semester gasal tahun ajaran 2011/2012. Kedua siswa tersebut berinisial V dan R. Metode pengumpulan data yang digunakan yaitu wawancara berbasis tugas, diberikan kesempatan kepada siswa mengerjakan suatu tugas yang diselingi percakapan terkait proses yang dilaluinya. Tugas yang diberikan berupa memecahkan masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear. Dengan mengamati proses siswa memecahkan masalah, peneliti dapat mengkaji matematisasi yang dilakukan siswa tersebut.

Hasil yang diperoleh dari penelitian ini yaitu bahwa melalui matematisasi horizontal dan vertikal, ketika memecahkan suatu masalah, siswa menjadikan pemecahan informal sebagai sumber inspirasi pemecahan formal. Pemecahan secara informal merupakan pemecahan masalah berdasarkan ide-ide matematika yang tergambar secara eksplisit dan realistis. Sedangkan pemecahan secara formal merupakan pemecahan masalah berdasarkan ide-ide matematika yang dikomunikasikan dengan simbol-simbol yang abstrak. Ketika siswa membuat ilustrasi, menduga, dan mencoba-coba, pada dasarnya ia telah berada pada situasi informal. Pemecahan informal ini direpresentasikan dengan menggunakan

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

berbagai modus representasi melalui matematisasi horizontal. Selanjutnya melalui matematisasi vertikal, dilakukan operasi matematis yang dapat menghasilkan suatu pemecahan yang diyakini benar. Matematisasi horizontal dan matematisasi vertikal antara siswa yang satu dan siswa yang lain tidak sama. Pemecahan informal yang dapat V representasikan melalui matematisasi horizontal kurang beragam. V cenderung menggunakan simbol hanya untuk menterjemahkan bentuk asli masalah. Ia kurang mampu menggunakan modus representasi lain untuk mengilustrasikan ide-idenya. Oleh karena itu, ia kurang mendapat gambaran untuk melakukan operasi matematis melalui matematisasi vertikal. Sedikit berbeda dengan V, pemecahan informal yang dapat R representasikan melalui matematisasi horizontal cukup beragam. R mampu menggunakan modus representasi lain untuk mengilustrasikan ide-idenya. Ia menggunakan ikon dan simbol untuk merepresentasikannya sehingga cukup mendapat gambaran untuk melakukan operasi di dalam dunia simbol.

Kata kunci: matematisasi, pemecahan masalah, sistem persamaan linear



ABSTRACT

Bernadus Dwi Adiana. 2011. *Mathematization in Problem Solving Related to the System of Linear Equations (Case Study of Two Students of Class X of SMA Sang Timur Yogyakarta)*. Study Program of Mathematics Educations, Department of Mathematics and Science Education, Faculty of Teacher Training and Education, Sanata Dharma University. Yogyakarta.

This research was aimed to obtain the description about how mathematization in problem solving related to the system of linear equations was conducted by students of Senior High School in grade X. Mathematization is a process, where the situation that comes from the real world is represented to the mathematics world, then the situation which has been represented to the mathematics world is interpreted (using definitions, relations, rules, and mathematics language) in the mathematics world, and then the results of the interpretation are retranslated to the real world. Mathematization can be divided into 2 types, namely horizontal mathematization and vertical mathematization. Horizontal mathematization refers to the use of various modes of representations (enactive, iconic, or symbolic) to help the problem solving in the real world. Vertical mathematization refers to the process of achieving the higher abstraction level mathematically. In order to be able to learn mathematics or to help other people in learning mathematics well, at least we have a description about how mathematization is conducted in learning mathematics. The description can be obtained by doing deep observation toward special cases about how mathematization in problem solving related to the system of linear equation is conducted by students of Senior High School in grade X.

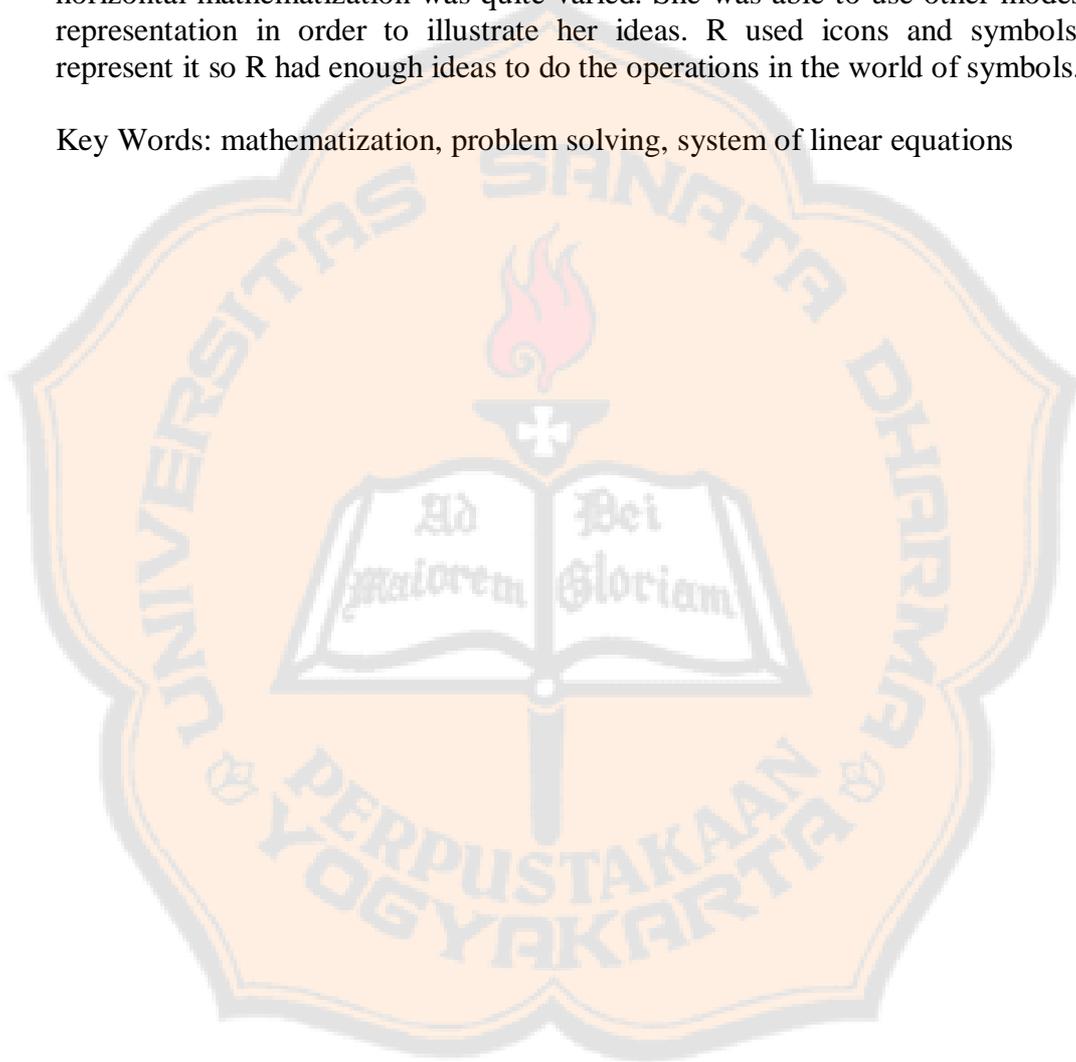
This research was classified as a descriptive research. The subjects of this research were 2 students in grade X of SMA Sang Timur Yogyakarta in Semester One of the Academic Year 2011/2012. Their initials were V and R. The data collecting method used was task-based interview. The students were given opportunity to do a task which was alternated by conversations related to the system of linear equations. By observing the process of problem solving done by the students, the researcher could analyze the mathematization conducted by those students.

The result of this research was that through horizontal and vertical mathematization, when solving a problem, the students considered informal problem solving as a source of inspiration of formal problem solving. Informal problem solving is problem solving based on mathematics ideas described explicitly and realistically. Meanwhile, formal problem solving is problem solving based on mathematics ideas communicated using abstract symbols. When the students made illustrations, conjectures, and experiments, basically he or she has been in an informal problem situation. This informal problem solving was represented by using modes of representation through horizontal mathematization. Furthermore, through vertical mathematization, the correct mathematical operation could be conducted to obtain a convincing problem solving. Horizontal

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

mathematization and vertical mathematization among students were not similar. Informal problem solving which was represented by V through horizontal mathematization was less varied. V tended to use the symbols only for translating the outhentic form of the problem. He had less ability in using other modes of representation in order to illustrate his ideas. Therefore, V understood less about the description to do mathematical operation through vertical mathematization. In as other different way, the informal problem solving that R represented through horizontal mathematization was quite varied. She was able to use other modes of representation in order to illustrate her ideas. R used icons and symbols to represent it so R had enough ideas to do the operations in the world of symbols.

Key Words: mathematization, problem solving, system of linear equations



KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Allah Bapa di surga yang telah melimpahi rahmat dan karunia-Nya sehingga skripsi ini dapat terselesaikan. Di tengah kebingungan mencari tongkat peyangga, Ia hadir menumbuhkan sayap kami. Pengorbanan dan usaha keras kami tidak berarti tanpa tuntunan-Nya.

Penulisan skripsi ini dapat selesai atas bantuan, bimbingan dan dorongan beberapa pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini kami mengucapkan terimakasih kepada:

1. Bapak Dr. Yansen Marpaung, selaku dosen pembimbing yang penuh kesabaran dan ketulusan hati memberikan arahan serta tuntunan selama penyusunan skripsi ini.
2. Bapak Prof. Dr. St. Suwarsono, selaku dosen yang penuh kemurahan hati membantu dalam penyusunan *abstract*.
3. Keluarga besar Bapak Paulinus Slamet, S. Pd., selaku keluarga tercinta sekaligus sebagai orang-orang terdekat yang selalu memberikan dukungan moral, spiritual, dan material selama penyusunan skripsi ini.
4. Maria Tyas Pranoto, S. Pd., selaku kekasih hati tersayang yang selalu menemani selama penyusunan skripsi ini baik disaat suka maupun duka, baik disaat untung maupun buntung.
5. Sr. Maria Helaria, PIJ, selaku kepala sekolah dan Ibu Dra. Agustin Rahayu, selaku guru matematika yang telah memperkenankan kami menggali dan menemukan berlian di SMA Sang Timur Yogyakarta.
6. Sr. Yohanna Maria, OSF, S. Ag., selaku kepala sekolah dan Bapak Drs. F. Sanusi Gozali, selaku guru matematika, yang telah memperkenankan kami menggali dan menemukan berlian di SMA Santa Maria Yogyakarta.
7. Drs. Marsudiyana, selaku kepala sekolah dan Ibu Dra. Wiwik Heruriyanti, M.M., selaku guru matematika yang telah memperkenankan kami menggali dan menemukan berlian di SMA N 1 Pajangan Bantul.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

8. Siswa-siswi SMA Sang Timur Yogyakarta, SMA Santa Maria Yogyakarta, dan SMA N 1 Pajangan Bantul yang bersedia dengan senang hati membantu kami dalam penyusunan skripsi ini.
9. Jack, Menir, teman-teman kelas A dan B Pendidikan Matematika angkatan 2006 Universitas Sanata Dharma, dan teman-teman mudika St. M. Regina Daratan III, selaku penambah gairah dan sumber inspirasi kami selama penyusunan skripsi ini.
10. Semua pihak yang tidak bisa kami sebutkan satu-persatu.

Tiada gading yang tak retak dan bukanlah gading jikalau tak retak. Kami menyadari sepenuhnya bahwa skripsi ini masih mengandung kelemahan-kelemahan. Oleh karena itu, kami akan menerima saran-saran perbaikan dengan senang hati.

Besar harapan kami semoga skripsi ini bermanfaat dan dapat memberikan sumbangan pemikiran bagi pembaca.

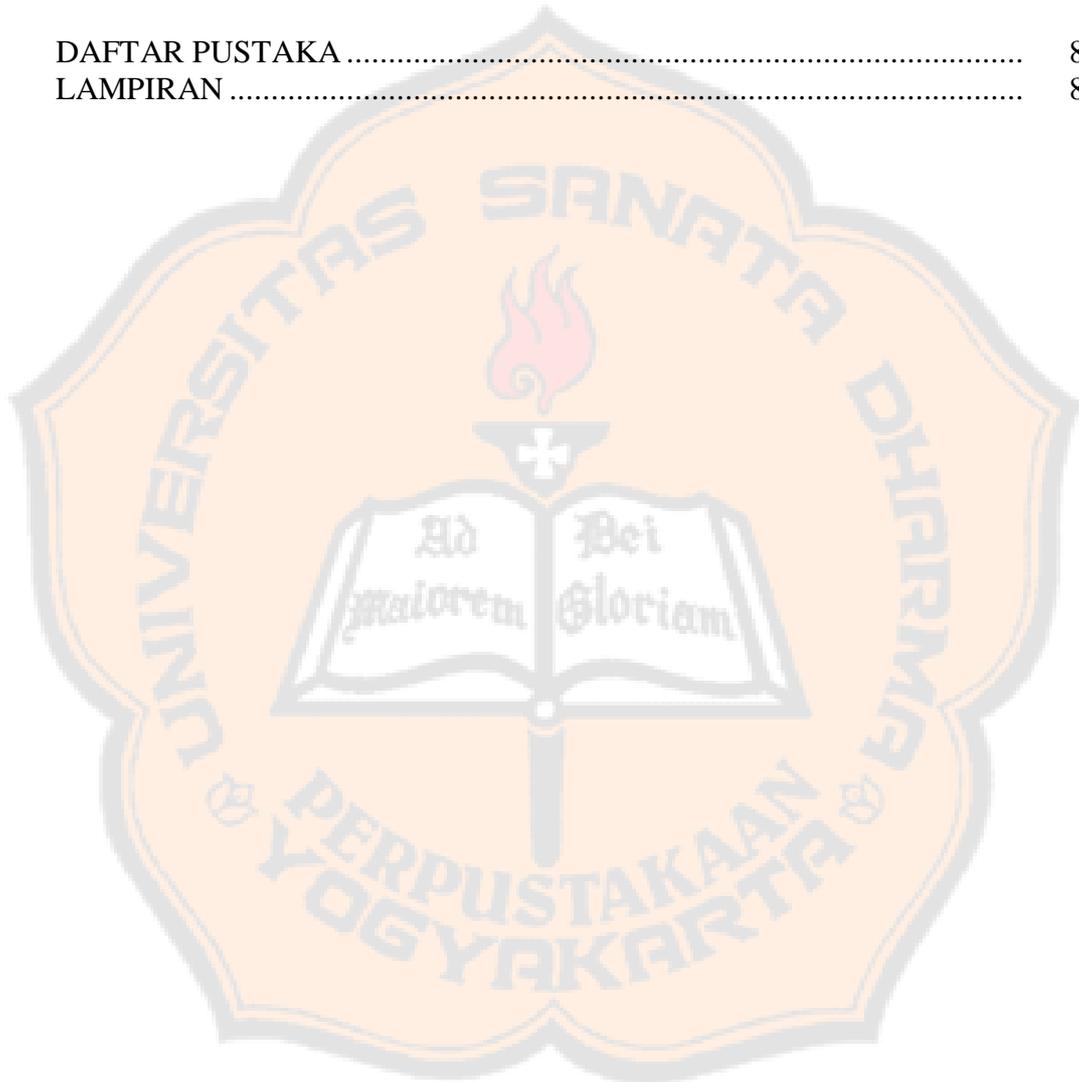
Yogyakarta, 15 Desember 2011
Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSETUJUAN PEMBIMBING.....	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iii
HALAMAN MOTTO.....	iv
LEMBAR PERNYATAAN KEASLIAN KARYA	v
LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS.....	vi
ABSTRAK	vii
ABSTRACT.....	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR GAMBAR	xvi
DAFTAR LAMPIRAN.....	xvii
BAB I PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang.....	1
B. Perumusan Masalah	3
C. Batasan Makna Istilah.....	3
D. Tujuan Penelitian.....	6
E. Manfaat Penelitian.....	6
BAB II LANDASAN TEORI	7
A. Teori Pengetahuan Piaget.....	7
B. Matematisasi.....	9
C. Pemecahan Masalah Matematika	15
D. Sistem Persamaan Linear	17
E. Kerangka Berpikir	20
BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....	21
A. Jenis Penelitian	21
B. Subyek dan Waktu Penelitian.....	21
C. Bentuk Data dan Metode Pengumpulan Data	22
D. Instrumen Penelitian	22
E. Keandalan dan Validitas Instrumen.....	24
F. <i>Setting</i> Penelitian	24
BAB IV ANALISIS DATA DAN HASIL PENELITIAN	26
A. Pelaksanaan Penelitian.....	26
B. Gambaran Pelaksanaan Wawancara	27
C. Rangkuman Seluruh Proses Wawancara.....	65

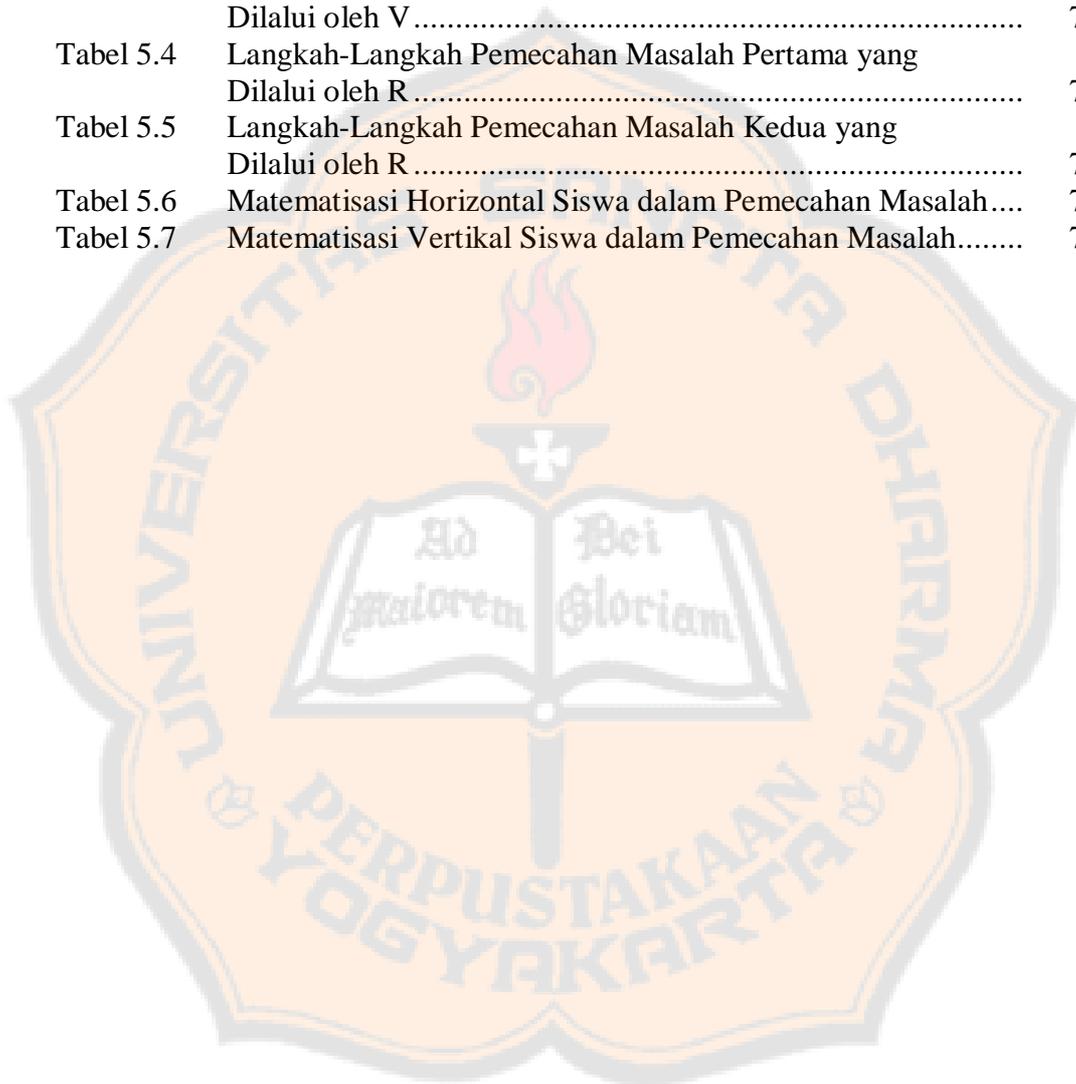
PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

BAB V PEMBAHASAN	67
A. Pembahasan Hasil Penelitian.....	67
B. Keterbatasan dan Kelebihan Penelitian	81
BAB VI KESIMPULAN DAN SARAN	83
A. Kesimpulan.....	83
B. Saran	84
DAFTAR PUSTAKA	86
LAMPIRAN	88



DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Contoh Matematisasi dalam Pemecahan Masalah	12
Tabel 5.1	Masalah-Masalah yang Dihadapkan pada Siswa	67
Tabel 5.2	Langkah-Langkah Pemecahan Masalah Pertama yang Dilalui oleh V	67
Tabel 5.3	Langkah-Langkah Pemecahan Masalah Kedua yang Dilalui oleh V	70
Tabel 5.4	Langkah-Langkah Pemecahan Masalah Pertama yang Dilalui oleh R	72
Tabel 5.5	Langkah-Langkah Pemecahan Masalah Kedua yang Dilalui oleh R	74
Tabel 5.6	Matematisasi Horizontal Siswa dalam Pemecahan Masalah....	78
Tabel 5.7	Matematisasi Vertikal Siswa dalam Pemecahan Masalah.....	79



DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1	Matematisasi (de Lange; 1996 dalam Marpaung; 2006).....	2
Gambar 3.1	Instrumen Wawancara Masalahan Kedua	23
Gambar 3.2	<i>Setting</i> Penelitian.....	24
Gambar 5.1	Contoh Pengolahan dan Pengembangan suatu Ide.....	78



DAFTAR LAMPIRAN

- Lampiran 1 Lembar Soal
- Lampiran 2 Lembar Kerja Siswa
- Lampiran 3 Panduan Wawancara
- Lampiran 4 Transkrip Wawancara



BAB I

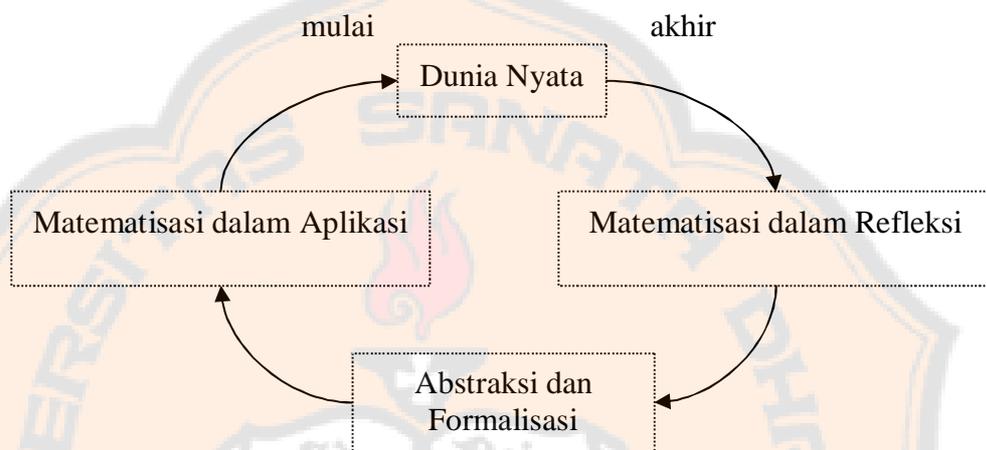
PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Teori belajar Piaget, menekankan bahwa pengetahuan itu dikonstruksi sendiri oleh siswa. Teori yang menekankan keaktifan siswa mengkonstruksi pengetahuannya sendiri tersebut, menurut Suparno (2001) telah mengubah model pengajaran di banyak bidang dan mempengaruhi pendidikan terlebih bidang sains dan matematika. Sejalan dengan itu, Winkel (2004) juga berpendapat bahwa teori ini dapat diterima dan mengandung implikasi praktis bagi guru yang mengajar di sekolah. Menurut Suparno (1997), banyak tantangan untuk menerapkan teori ini di Indonesia, membutuhkan waktu dan proses yang panjang untuk menyesuaikan seluruh sistem persekolahan yang mencakup sistem pengaturan sekolah, kurikulum, guru, siswa, kepala sekolah, evaluasi, prasarana, masyarakat, orang tua, dan sebagainya. Meskipun sulit untuk menerapkan teori ini secara penuh, akan tetap berguna dan dapat membantu kemajuan anak didik kita di kemudian hari bila kita para pendidik dapat membantu anak didik belajar mengkonstruksi pengetahuan mereka selama di bangku sekolah.

Hans Freudenthal; 1973 (dalam Marpaung; 2006) berpendapat bahwa matematika adalah aktivitas manusia yang berkaitan erat dengan dunia nyata. Gagasan ini sejalan dengan teori belajar Piaget. Dunia nyata tidak hanya sebagai tempat mengaplikasikan ide-ide matematika saja, melainkan

juga menjadi titik awal menuju matematika yang lebih abstrak dan formal. Matematisasi merupakan jembatan antara dunia nyata dan dunia matematika, yang oleh de Lange; 1996 (dalam Marpaung; 2006) digambarkan sebagai berikut:



Gambar 1.1 Matematisasi (de Lange; 1996 dalam Marpaung; 2006)

Dengan keadaan yang demikian, siswa juga diajak menemukan kembali ide-ide matematika melalui matematisasi sebagaimana yang para ahli lakukan.

Penelitian ini dilakukan karena peneliti memandang bahwa matematisasi penting dalam pembelajaran matematika. Untuk dapat belajar matematika ataupun membantu orang lain belajar matematika dengan baik, setidaknya kita memiliki gambaran tentang bagaimana matematisasi dalam belajar matematika. Gambaran tersebut dapat kita peroleh salah satunya melalui pengamatan secara mendalam terhadap kasus khusus mengenai bagaimana matematisasi dalam pemecahan masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear oleh siswa SMA kelas X.

B. Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah serta pembatasannya yang telah dikemukakan di atas, masalah yang hendak diteliti adalah “bagaimana matematisasi dalam pemecahan masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear oleh siswa SMA kelas X?”

C. Batasan Makna Istilah

Istilah-istilah berikut digunakan di dalam skripsi ini berdasarkan maknanya yang relevan:

1. Konstruksi pengetahuan menurut Piaget yaitu pembentukan pengetahuan melalui proses pencapaian keseimbangan antara asimilasi dan akomodasi yang berlangsung terus-menerus di dalam pikiran siswa (Suparno; 2001). Istilah-istilah lain yang terkait yaitu:
 - a. Skema adalah suatu struktur mental atau kognitif yang dengannya seseorang secara intelektual beradaptasi dan mengkoordinasi lingkungan sekitarnya.
 - b. Asimilasi adalah menempatkan dan mengklasifikasikan pengalaman baru ke dalam skema yang sudah ada sehingga skema tersebut menjadi lebih luas dan terperinci.
 - c. Akomodasi adalah modifikasi atau bahkan perubahan total skema yang sudah ada karena skema tersebut sudah tidak dapat menginterpretasikan pengalaman baru.

2. Dunia nyata atau realistik adalah sesuatu yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari atau setidaknya dapat dibayangkan atau digambarkan (Suherman; 2001).
3. Pemecahan matematis dapat dibedakan antara pemecahan matematis secara informal dan pemecahan matematis secara formal. Pemecahan matematis secara informal merupakan pemecahan masalah berdasarkan ide-ide matematika yang tergambar secara eksplisit dan realistik. Sedangkan pemecahan matematis secara formal merupakan pemecahan masalah berdasarkan ide-ide matematika yang dikomunikasikan dengan simbol-simbol yang abstrak.
4. Matematisasi merupakan suatu proses, di mana mula-mula situasi yang berasal dari dunia nyata direpresentasikan ke dunia matematika, selanjutnya situasi yang telah direpresentasikan ke dunia matematika tersebut diinterpretasikan (dengan menggunakan pengertian-pengertian, hubungan-hubungan, dan aturan-aturan, serta bahasa matematis) di dunia matematika, dan kemudian hasil penginterpretasian tersebut diterjemahkan kembali ke dunia nyata. Matematisasi dapat dibedakan antara matematisasi horizontal dan matematisasi vertikal. Matematisasi horizontal menunjuk pada penggunaan berbagai modus representasi (enaktif, ikonik, atau simbolik). Matematisasi vertikal menunjuk pada proses mencapai jenjang abstraksi yang lebih tinggi secara matematis.

2. Bagi kita sebagai pebelajar matematika

Mengembangkan proses berfikir dalam menunjang proses belajar matematika.



BAB II

LANDASAN TEORI

A. Teori Belajar Piaget

Teori belajar Piaget, menekankan bahwa pengetahuan itu dikonstruksi sendiri oleh siswa. Teori yang menekankan keaktifan siswa mengkonstruksi pengetahuannya sendiri tersebut, menurut Suparno (2001) telah mengubah model pengajaran di banyak bidang dan mempengaruhi pendidikan terlebih bidang sains dan matematika. Sejalan dengan itu, Winkel (2004) juga berpendapat bahwa teori ini dapat diterima dan mengandung implikasi praktis bagi guru yang mengajar di sekolah. Menurut Suparno (1997), banyak tantangan untuk menerapkan teori ini di Indonesia, membutuhkan waktu dan proses yang panjang untuk menyesuaikan seluruh sistem persekolahan yang mencakup sistem pengaturan sekolah, kurikulum, guru, siswa, kepala sekolah, evaluasi, prasarana, masyarakat, orang tua, dan sebagainya. Meskipun sulit untuk menerapkan teori ini secara penuh, akan tetap berguna dan dapat membantu kemajuan anak didik kita di kemudian hari bila kita para pendidik dapat membantu anak didik belajar mengkonstruksi pengetahuan mereka selama di bangku sekolah.

Seperti setiap organisme yang selalu beradaptasi dengan lingkungannya untuk dapat mempertahankan dan mengembangkan hidup, demikian juga struktur mental manusia. Berhadapan dengan tantangan, pengalaman, dan gejala yang baru, seseorang yang telah memiliki skema

pengetahuan ditantang untuk menanggapi. Skema adalah suatu struktur mental atau kognitif yang dengannya seseorang secara intelektual beradaptasi dan mengkoordinasi lingkungan sekitarnya. Dalam menanggapi pengalaman baru ini, dapat terjadi asimilasi atau dapat juga terjadi akomodasi. Asimilasi adalah menempatkan dan mengklasifikasikan pengalaman baru ke dalam skema yang sudah ada sehingga skema tersebut menjadi lebih luas dan terperinci. Sedangkan akomodasi adalah modifikasi atau bahkan perubahan total skema yang sudah ada karena skema tersebut sudah tidak dapat menginterpretasikan pengalaman baru. Harus ada keseimbangan antara asimilasi dan akomodasi. Bila tidak terjadi keseimbangan maka seseorang dipacu untuk mencari keseimbangan dengan jalan asimilasi atau akomodasi. Proses ini berlangsung terus dalam diri seseorang sehingga dapat menyatukan skema dan pengalaman luar, dengan demikian pengetahuan seseorang terbentuk dan selalu berkembang. Teori adaptasi kognitif inilah yang dimaksud dengan teori belajar Piaget.

Menurut Piaget sendiri (dalam Suparno; 2001), pengetahuan itu disebut benar apabila pengetahuan itu berfungsi untuk menjelaskan persoalan yang terkait. Karena pengetahuan adalah bentukan seseorang sendiri, sebenarnya tidak dapat dikatakan bahwa pengetahuan orang tersebut salah. Yang boleh dikatakan adalah bahwa barangkali pengetahuan orang tersebut tidak sesuai dengan pengetahuan para pakar di bidang itu. Yang perlu diperhatikan dalam hal ini adalah bahwa seringkali pengetahuan seseorang yang tampaknya “salah” ternyata berfungsi untuk memecahkan

persoalan yang ia hadapi. Dengan kata lain, pengetahuannya berfungsi meskipun mungkin terbatas.

Leo Semenovich Vygotsky (dalam Winkel; 2004) sangat jelas menekankan pengaruh lingkungan sosial dalam pembentukan pengetahuan. Menurutnya, dalam pembentukan pengetahuan, sangat penting hubungan dialektik dengan orang lain terlebih yang lebih ahli atau memiliki pengetahuan yang lebih baik dalam sistem yang secara kultural telah berkembang dengan baik. Berbeda dengannya, Jean Piaget (dalam Suparno; 2001) kurang memberikan penekanan pada segi sosial. Meskipun demikian, Piaget menerima bahwa orang yang lebih ahli membantu pembentukan pengetahuan anak sejauh orang yang lebih ahli tersebut tidak bersikap superior dan dapat berlaku sama untuk berdiskusi dan meneliti. Ia lebih menekankan interaksi intern kelompok daripada interaksi ahli-anak.

B. Matematisasi

Menurut Freudenthal; 1973 (dalam Marpaung; 2006), matematika adalah aktivitas manusia. Itu berarti bahwa ide-ide matematika ditemukan siswa melalui sinergi antara aktivitas mental (fungsi otak, abstrak) dan aktivitas fisik (jasmani, konkret atau riil). Freudenthal memandang bahwa matematika berkaitan erat dengan dunia nyata dan matematisasi (pematematikaan) sebagai strategi untuk membuat sesuatu lebih matematis (Keijzer; 2003, dalam Marpaung, 2006). Matematisasi itu dapat dibedakan antara matematisasi horizontal dan matematisasi vertikal. Mengenai

pengertian matematisasi horizontal dan matematisasi vertikal, van den Heuvel-Panhuizen; 1996 (dalam Suwarsono; 2007) menulis sebagai berikut:

In horizontal mathematization, the students come up with mathematical tools to help organize and solve a problem located in real-life situation. Vertical mathematization on other hand, is the process of a variety of reorganizations and operations within the mathematical system itself. Or, as Freudenthal (1991) put it, horizontal mathematization involves going from the world of life into the world of symbols, while vertical mathematization means moving within the world of symbols.

Dari tulisan di atas, dapat dibedakan antara matematisasi horizontal dan matematisasi vertikal. Matematisasi horizontal menunjuk pada penggunaan berbagai modus representasi (enaktif, ikonik, atau simbolik) untuk membantu pemecahan masalah dunia nyata. Sebagai contoh, mula-mula memperagakan ide dengan benda-benda konkrit sederhana (enaktif), kemudian menggambarkan atau membuat skema (ikonik), setelah itu menulis dalam bentuk lambang-lambang matematis atau dengan angka-angka (simbolik). Matematisasi vertikal menunjuk pada proses mencapai jenjang abstraksi yang lebih tinggi secara matematis. Sebagai contoh, suatu persamaan dapat dijabarkan dengan mengingat sifat asosiatif dan sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan.

Sejalan dengan itu, pandangan dari beberapa ahli yang lain terkait dengan matematisasi horizontal dan vertikal yaitu sebagai berikut:

1. Menurut Drijver; 1999 (dalam Marpaung; 2006), matematisasi horizontal menunjuk pada proses pemodelan suatu situasi masalah ke dalam matematika dan sebaliknya, sedangkan matematisasi vertikal

menunjuk pada proses mencapai jenjang abstraksi yang lebih tinggi secara matematis.

2. Menurut Gravemeijer; 1994 (dalam Marpaung; 2006), matematisasi horizontal sebagai suatu proses yang bertolak dari kehidupan nyata ke dunia simbol, sedangkan matematisasi vertikal merupakan proses membawa hal-hal yang matematis ke jenjang yang lebih tinggi.

3. Menurut De Lange; 1996 (dalam Marpaung; 2006), kegiatan-kegiatan dalam matematisasi horizontal dapat berupa:

- a. mengidentifikasi konsep matematika tertentu dalam suatu konteks umum,
- b. membuat suatu skema (bagan atau kerangka),
- c. merumuskan dan memvisualisasi suatu masalah dengan cara yang berbeda,
- d. menemukan relasi,
- e. menemukan keteraturan,
- f. mengenali aspek-aspek yang isomorphis dalam masalah yang berbeda,
- g. mentransfer masalah dunia nyata ke masalah matematika,
- h. mentransfer masalah dunia nyata ke model matematika yang sudah ada atau sudah dikenal,

dan kegiatan-kegiatan dalam matematisasi vertikal dapat berupa:

- a. mempresentasikan suatu relasi dalam bentuk formula (rumus),
- b. membuktikan regularitas (keteraturan),

- c. menghaluskan dan mengatur model,
- d. menggunakan model yang berbeda,
- e. menggabung atau mengintegrasikan model,
- f. merumuskan konsep matematika,
- g. melakukan generalisasi.

Contoh matematisasi horizontal dan vertikal dapat kita lihat pada salah satu kemungkinan pemecahan masalah berikut:

Contoh Masalah:

Isi cat dalam 1 kaleng besar sama dengan isi cat dalam 2 kaleng sedang dan 3 kaleng kecil. Bagaimana cara kamu menentukan isi cat dalam 1 kaleng besar jika diketahui isi cat dalam 1 kaleng sedang dan 1 kaleng kecil 9 liter?

Tabel 2.1 Contoh Matematisasi dalam Pemecahan Masalah

Bagian	Matematisasi dalam pemecahan masalah tersebut
1.	<p>Dibuat bagan dengan <input type="text"/> melambangkan isi cat dalam 1 kaleng kecil, <input type="text"/> melambangkan isi cat dalam 1 kaleng sedang, dan <input type="text"/> melambangkan isi cat dalam 1 kaleng besar, yaitu:</p> <p>karena diketahui sebagai berikut:</p> $\begin{matrix} \square & \square & = & 9 & \text{dan} & \square & \square & \square & \square & \square & = & \square \end{matrix}$ <p>ditemukan ide sebagai berikut:</p> $\begin{matrix} \square & \square & \square & \square & \square & = & \square \\ 9 & + & 9 & + & ? & = & \square \end{matrix}$

	<p><u>Matematisasi</u></p> <p>Situasi di atas disajikan dengan menggunakan gambar, yaitu <input type="checkbox"/> melambangkan isi cat dalam 1 kaleng kecil, <input type="checkbox"/> untuk melambangkan isi cat dalam 1 kaleng sedang, dan <input type="checkbox"/> untuk melambangkan isi cat dalam 1 kaleng besar. Di sini, penggunaan simbol “=” untuk menyatakan adanya kesamaan antara 2 atau lebih obyek dan simbol “+” untuk menyatakan penggabungan 2 atau lebih obyek. Oleh karena itu, dapat dikatakan dilakukan <i>matematisasi horizontal</i> pada langkah ini.</p>
<p>2.</p>	<p>Dapat disusun persamaan-persamaan $2y+3x=z$ dan $y+x=9$ yang membentuk sistem persamaan linear dengan 3 variabel, dengan x, y, dan z secara berturut-turut melambangkan isi cat dalam 1 kaleng kecil, isi cat dalam 1 kaleng sedang, dan isi cat dalam 1 kaleng besar. Sampai di sini, tujuan dari masalah adalah bagaimana menentukan nilai dari variabel z.</p> <p><u>Matematisasi</u></p> <p><i>Matematisasi horizontal</i> pada langkah ini terkait dengan penggunaan simbol-simbol matematika seperti “+”, “=”, lambang bilangan, dan lambang variabel untuk menyusun sistem persamaan linear dari apa yang diketahui dari masalah. Hal tersebut juga terkait dengan pengidentifikasian tujuan dari masalah, yaitu bagaimana menentukan nilai dari salah satu</p>

	<p>variabel sistem persamaan linear yang telah disusun. Berbeda dengan langkah sebelumnya, lambang “+” dan “=” di sini digunakan untuk menyatakan secara berturut-turut penjumlahan dan adanya kesamaan nilai.</p>
<p>3.</p>	<p>Ide-ide yang telah ditemukan selanjutnya dikembangkan sehingga dapat dilakukan manipulasi aljabar sebagai berikut:</p> <p>Disusun persamaan yang ekuivalen dengan persamaan $2y+3x=z$</p> $2y + 3x = z$ $\Leftrightarrow 2y + (2x + x) = z$ $\Leftrightarrow (2y + 2x) + x = z \dots \text{sifat asosiatif}$ $\Leftrightarrow 2(y + x) + x = z \dots \text{distributif perkalian trdp. penjumlahan}$ <p><u>Matematisasi</u></p> <p>Dengan menggunakan sifat asosiatif dan distributif perkalian terhadap penjumlahan, persamaan $2y+3x=z$ dapat dijabarkan menjadi $2(y+x)+x=z$. Oleh karena itu, dapat dikatakan bahwa dilakukan <i>matematisasi vertikal</i> pada langkah ini.</p>
<p>4.</p>	<p>Selanjutnya, substitusi $y + x = 9$ ke dalam $2(y + x) + x = z$</p> $2(y + x) + x = z$ $\Leftrightarrow 2(9) + x = z$ $\Leftrightarrow 18 + x = z \dots \text{sehingga diketahui bahwa } z=18+x$ <p><u>Matematisasi</u></p> <p><i>Matematisasi vertikal</i> pada langkah ini terkait dengan pensubstitusian nilai $y+x=9$ ke dalam persamaan $2(y+x)+x=z$</p>

	<p>sehingga terbentuk persamaan baru yaitu $z=18+x$. Sampai di sini masalah matematika telah terpecahkan.</p>
<p>5.</p>	<p>Berdasarkan temuan di atas, dapat diketahui bahwa isi cat dalam 1 kaleng besar adalah 18 liter atau lebih dari 18 liter dan lebihnya tersebut sebanyak isi cat dalam 1 kaleng kecil. Isi cat dalam 1 kaleng besar adalah 18 liter apabila kaleng kecil kosong.</p> <p><u>Matematisasi</u></p> <p>Variabel di sini menyatakan isi atau volume cat sehingga nilainya tidak mungkin negatif. Temuan $z=18+x$ diartikan kembali ke dalam dunia nyata yaitu bahwa isi cat dalam 1 kaleng besar adalah 18 liter atau lebih dari 18 liter dan lebihnya tersebut sebanyak isi cat dalam 1 kaleng kecil sehingga masalah awal terpecahkan. Oleh karena itu, dapat dikatakan bahwa dilakukan <i>matematisasi horizontal</i> pada langkah ini.</p>

C. Pemecahan Masalah Matematika

Pemecahan masalah sangat penting dalam belajar karena siswa dimungkinkan memperoleh pengalaman menggunakan pengetahuannya atau bahkan membentuk pengetahuan baru. Menurut Aebli; 1981 (dalam Marpaung; 1986), pembentukan pengetahuan dan pemecahan masalah

bukanlah dua hal yang saling asing. Belajar pemecahan masalah pada dasarnya adalah belajar menggunakan metode-metode ilmiah atau berpikir secara sistematis, logis, teratur, dan teliti. Tujuannya adalah untuk memperoleh kemampuan dan kecakapan kognitif untuk memecahkan masalah secara rasional, lugas, dan tuntas. Untuk itu, kemampuan siswa melakukan generalisasi dan menguasai konsep-konsep atau prinsip-prinsip amat diperlukan (Muhibbin; 1997). Pemecahan masalah juga dapat dipandang sebagai suatu proses mencari atau menemukan jalan yang menjembatani antara keadaan yang sedang dihadapi dengan keadaan yang diinginkan (Hayes; 1978, dalam Suharnan; 2005).

Seperti yang telah dibahas pada subbab sebelumnya, matematika berkaitan erat dengan dunia nyata. Keterkaitan ini juga dapat menunjukkan bahwa sumber masalah matematika tidak harus berasal dari masalah matematika yang abstrak tetapi bisa saja dari obyek lain yang lebih realistik. Dengan demikian, pemecahan matematis dapat dibedakan antara pemecahan matematis secara informal dan pemecahan matematis secara formal. Pemecahan matematis secara informal merupakan pemecahan masalah berdasarkan ide-ide matematika yang tergambar secara eksplisit dan realistik. Sedangkan pemecahan matematis secara formal merupakan pemecahan masalah berdasarkan ide-ide matematika yang dikomunikasikan dengan simbol-simbol yang abstrak. Pemecahan secara informal dapat menjadi inspirasi bagi pemecahan secara formal.

Marpaung (1986) mengungkapkan bahwa berpikir secara heuristik didasarkan pada induksi atau analogi, dan komponen-komponen lain dari berpikir heuristik ialah generalisasi, spesialisasi, pemecahan atas bagian bagian dan penyatuan kembali. Proses heuristik memegang peranan penting dalam pemecahan masalah. Menurut Polya dalam Marpaung (1986), secara global pemecahan masalah memuat empat langkah fase penyesuaian, yaitu memahami masalah, merencanakan penyelesaian masalah, menyelesaikan masalah sesuai rencana, dan melakukan pengecekan terhadap semua langkah yang dilakukan.

Dalam penelitian ini, cara pemecahan masalah dibatasi dengan mengkaji langkah-langkah yang dapat diamati, yang dilakukan siswa. Langkah-langkah tersebut terkait dengan matematisasi dalam pemecahan masalah yang berkaitan dengan topik sistem persamaan linear.

D. Sistem Persamaan Linear

Menurut Leon (2001), lebih dari 75% dari semua masalah matematika yang dijumpai dalam aplikasi ilmiah maupun industri melibatkan penyelesaian sistem persamaan linear hingga tahap tertentu. Dengan menggunakan metode-metode matematika modern, sering kali kita dapat mereduksi suatu masalah yang rumit menjadi suatu sistem persamaan linear. Sistem-sistem persamaan linear muncul dalam penerapan bidang-bidang seperti perdagangan, ekonomi, sosiologi, ekologi, demografi, genetika, elektronika, teknik, dan fisika. Karena memandang pentingnya sistem

E. Kerangka Berpikir

Ketika dihadapkan pada suatu masalah, siswa berusaha menemukan keterkaitan masalah tersebut dengan dunia nyata. Siswa memecahkan masalah sesuai gambaran dan bayangan yang ada di dalam pikirannya tentang masalah tersebut. Agar matematisasi tampak ketika siswa memecahkan masalah tersebut, masalah yang disajikan hendaknya mengandung ide-ide matematika yang merupakan dunia nyata siswa. Oleh karena itu, topik yang dipilih adalah sistem persamaan linear dan pada siswa di kelas X. Pada siswa, telah diperkenalkan topik sistem persamaan linear 2 variabel ketika di kelas VII dan baru akan diperkenalkan topik sistem persamaan linear 3 variabel. Diharapkan siswa dapat mengaitkan pengetahuan yang telah ia miliki untuk memecahkan masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear 3 variabel.

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

A. Jenis Penelitian

Penelitian ini mengenai matematisasi dalam pemecahan masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear oleh siswa SMA kelas X. Dengan mengamati proses siswa memecahkan suatu masalah, peneliti mengkaji matematisasi yang dilakukan siswa tersebut. Penelitian ini tergolong penelitian deskriptif karena bertujuan untuk memberikan gambaran atau uraian atas suatu keadaan sejernih mungkin. Secara khusus penelitian ini merupakan studi kasus. Dalam studi kasus, penyelidikan dilakukan secara mendalam terhadap seseorang individu atau suatu unit-sosial yang memiliki ciri-ciri tertentu. Oleh karena itu, yang menjadi dasar pertimbangan penarikan kesimpulan adalah ketajaman peneliti melihat pola dan arah berpikir siswa. Hasil penelitian ini hanya berlaku untuk sekolah tempat dilakukannya penelitian dan siswa yang menjadi subyek penelitian sehingga kesimpulan atas hasil yang diperoleh tidak dapat digeneralisasikan untuk sekolah lain atau siswa yang lain.

B. Subyek dan Waktu Penelitian

Subyek dalam penelitian ini adalah 2 siswa kelas X SMA Sang Timur Yogyakarta pada semester gasal tahun ajaran 2011/2012. Kedua siswa tersebut terdiri dari 1 siswa laki-laki dan 1 siswa perempuan yang dipilih

secara bebas, sejauh mereka mampu mengkomunikasikan jalan pikirannya kepada peneliti. Penelitian ini dilakukan pada bulan Agustus 2011.

C. Bentuk Data dan Metode Pengumpulan Data

Data yang diperoleh berupa pekerjaan tertulis atau coretan-coretan yang dibuat siswa dan rekaman wawancara yang ditranskrip dan dideskripsikan dalam bentuk kata-kata. Metode pengumpulan data yang digunakan yaitu wawancara berbasis tugas, dengan memberikan kesempatan kepada siswa mengerjakan suatu tugas yang diselingi percakapan terkait proses yang dilaluinya. Dengan cara demikian, dapat diketahui pola dan arah berpikir siswa sehingga dapat dikaji matematisasi yang dilakukannya. Oleh karena itu, subyek yang dipilih juga harus mampu mengkomunikasikan jalan pikirannya kepada peneliti.

D. Instrumen Penelitian

Instrumen penelitian adalah alat yang digunakan untuk membantu proses pengumpulan data. Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini yaitu lembar soal (lampiran 1), lembar kerja siswa (lampiran 2), dan panduan wawancara (lampiran 3). Kepada siswa diberikan tugas yaitu memecahkan masalah yang ada pada lembar soal. Masalah tersebut berkaitan dengan topik sistem persamaan linear dan telah disesuaikan dengan kurikulum 2006 untuk mata pelajaran matematika SMA kelas X.

Dengan demikian, masalah relevan untuk subyek pada tingkat SMA kelas

X. Masalah tersebut berupa dua butir soal sebagai berikut:

1. 1 buah durian lebih berat 2 kg dari 2 buah nenas. 1 buah durian sama beratnya dengan 2 buah melon. 2 buah nenas sama beratnya dengan 1 buah melon. Bagaimana cara kamu menentukan berat dari 1 buah durian?
2. Berdasarkan gambar di bawah ini, bagaimana cara kamu menentukan berapa liter isi cat dalam satu kaleng besar?



Gambar 3.1 Instrumen Wawancara Masalah Kedua

Pertanyaan-pertanyaan yang diajukan dalam wawancara dikembangkan berdasarkan jawaban yang diberikan siswa. Untuk itu, disiapkan panduan terkait kemungkinan-kemungkinan yang dilakukan siswa serta langkah yang dapat diambil peneliti untuk mengantisipasinya (lampiran 3). Digunakan *video recorder* untuk merekam jalannya wawancara.

E. Keandalan dan Validitas Instrumen

Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini diuji dengan menggunakan teknik “*Expert Justification*”, yaitu dengan mengkonsultasikan instrumen-instrumen tersebut kepada orang yang lebih berpengalaman, yang peneliti anggap lebih ahli. Dalam hal ini, instrumen-instrumen tersebut dikonsultasikan kepada beberapa guru SMP, guru SMA, serta dosen pembimbing. Berdasarkan kritik, saran, dan arahan yang diberikan, instrumen tersebut diperbaiki dan dinyatakan andal dan valid.

F. Setting Penelitian

Selama proses wawancara berlangsung, tidak ada interaksi dari pihak lain selain pewawancara dan siswa. Interaksi ini direkam secara utuh dengan menggunakan *video recorder*, kurang-lebih seperti tampak pada gambar berikut:



Gambar 3.2 *Setting* Penelitian

Peneliti mengamati proses siswa memecahkan masalah dan mengajukan pertanyaan di sela-sela proses tersebut terhadap hal-hal yang dirasa kurang jelas. Sedapat mungkin konsentrasi siswa tidak terpecah akibat peneliti

mengajukan pertanyaan. Wawancara dengan subyek yang satu dan wawancara dengan subyek yang lain dilakukan secara terpisah.



BAB IV

ANALISIS DATA DAN HASIL PENELITIAN

A. Pelaksanaan Penelitian

Peneliti melakukan pendekatan terhadap 1 siswa laki-laki dan 1 siswa perempuan kelas X SMA Sang Timur Yogyakarta pada semester gasal tahun ajaran 2011/2012. Pendekatan berupa memberikan bimbingan belajar terkait materi mata pelajaran matematika yang sedang dibahas di sekolah yaitu topik bentuk pangkat dan akar. Melalui pendekatan tersebut, peneliti menyimpulkan bahwa kedua siswa mampu mengkomunikasikan jalan pikirannya kepada peneliti sehingga dapat dipilih sebagai subyek penelitian. Dilakukan wawancara berbasis tugas di dalam penelitian ini, dengan memberikan kesempatan kepada siswa mengerjakan suatu tugas yang diselingi percakapan terkait proses yang dilaluinya. Tugas tersebut berupa memecahkan 2 masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear (lampiran 1). Peneliti mengamati proses siswa memecahkan masalah dan mengajukan pertanyaan di sela-sela proses tersebut terhadap hal-hal yang dirasa kurang jelas. Dengan mengamati proses siswa memecahkan masalah, peneliti mengkaji matematisasi yang dilakukan siswa tersebut. Wawancara dilakukan sebanyak 2 kali dengan tiap-tiap siswa. Siswa bersedia melakukan wawancara tanpa adanya beban dan tekanan.

B. Gambaran Pelaksanaan Wawancara

Selama proses wawancara berlangsung, tidak ada interaksi dari pihak lain selain pewawancara dan siswa. Untuk merahasiakan identitas subyek penelitian dan sekaligus untuk memudahkan penulisan, digunakan inisial P untuk peneliti, V untuk siswa laki-laki, dan R untuk siswa perempuan.

1. Wawancara dengan V terkait Matematisasi dalam Pemecahan Masalah Pertama

Wawancara dengan V terkait matematisasi dalam pemecahan masalah pertama dilakukan pada tanggal 5 Agustus 2011 di rumah tempat tinggalnya dan diperoleh gambaran sebagai berikut:

- 1 P : Ini masalahnya, coba dipahami dulu saja!
- K1 *P memberikan lembar soal yang berisi masalah berikut:
1 buah durian lebih berat 2 kg dari 2 buah nenas. 1 buah durian sama beratnya dengan 2 buah melon. 2 buah nenas sama beratnya dengan 1 buah melon. Bagaimana cara kamu menentukan berat dari 1 buah durian?*
- 2 V : Iya.
- K2 *V membaca lembar soal kemudian berpikir*
- 3 P : Bagaimana?
- 4 V : Harus dibuat persamaannya dulu.
- 5 P : Kenapa harus begitu?
- 6 V : Biar gampang mas.

Komentar

Ketika dihadapkan pada masalah dunia nyata yang tersaji dalam bentuk cerita atau kata-kata, V memandang bahwa perlu disusun representasi lain dari masalah tersebut. Dengan menggunakan simbol-

simbol matematika dalam representasi, masalah akan menjadi lebih mudah untuk dipahami sehingga menjadi lebih mudah pula dalam menentukan langkah selanjutnya.

K3 *V berpikir sambil membuat coretan-coretan berikut:*

<i>diket</i>	<i>catt</i>
$1d=2n+2$	$d=\text{durian}$
$1d=2m$	$m=\text{melon}$
$2n=1m$	$n=\text{nenas}$

7 P : Jadi, bagaimana maksudnya? $1d=2n+2$?

K4 *P menunjuk coretan-coretan yang telah dibuat oleh V (pada K3)*

8 V : 1 buah durian itu sama beratnya dengan 2 buah nenas ditambah 2 kg.

9 V : Jadi, 1 buah durian itu lebih berat dari 2 buah nenas.

10 P : Oke, berarti “d” itu melambangkan apa?

11 V : “d” itu durian, “m” itu melon, dan “n” itu nenas.

12 P : Kalau dari sini $1d=2n$, berarti 1 buah durian sama dengan 2 buah nenas.

13 P : Masak sih sama? Durian dan melon kan beda, rasanya saja beda.

K5 *P menunjuk coretan-coretan yang telah dibuat oleh V (pada K3)*

14 V : yang sama itu beratnya.

15 P : Jadi, “d” itu melambangkan apa?

16 V : beratnya 1 buah durian itu “d”.

17 P : Terus?

18 V : “n” itu lambang dari beratnya 1 buah nenas dan “m” itu beratnya 1 buah melon.

19 P : Terus, yang $1d=2m$?

K6 *P menunjuk coretan-coretan yang telah dibuat oleh V (pada K3)*

20 V : Berat 1 buah durian sama dengan berat 2 buah melon.

21 P : Yang $2n=1m$?

K7 *P menunjuk coretan-coretan yang telah dibuat oleh V (pada K3)*

22 V : Berat 2 buah nenas sama dengan berat 1 buah melon.

23 P : Selanjutnya bagaimana?

24 V : Mencari “d”, berat 1 buah durian.

Komentar

V menggunakan huruf n , m , dan d untuk melambangkan berat tiap-tiap buah, secara berurutan nenas, melon, dan durian. *Matematisasi horizontal* pada langkah ini terkait dengan penggunaan simbol-simbol matematika seperti “+”, “=”, lambang bilangan, dan lambang variabel untuk menyusun sistem persamaan linear dari apa yang diketahui dari masalah. Hal tersebut juga terkait dengan pengidentifikasian tujuan dari masalah, yaitu bagaimana menentukan nilai dari salah satu variabel sistem persamaan linear yang telah disusun. Dengan demikian, terbentuk model matematika dari masalah dunia nyata yang dihadapi.

- K8 *V berpikir sambil menulis kembali persamaan-persamaan yang diketahui pada coretan-coretan K3*
- 25 V : Berarti nenasnya paling ringan.
 26 P : Kok bisa?
 27 V : Karena 2 kali berat nenas saja sudah jadi berat 1 buah melon.
- K9 *V menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang telah ia buat sebelumnya, yaitu $2n=m$ (pada K8)*
- 28 P : Iya.
 29 V : Habis itu yang ini, 1 buah durian sama berat dengan 2 buah nenas ditambah 2 kg.
- K10 *V menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang telah ia buat sebelumnya, yaitu $d=2n+2$ (pada K8)*
- 30 V : Durian lebih berat dari nenas, melon juga lebih berat dari nenas.

Komentar

Temuan pada bagian ini yaitu bahwa 1 buah nenas lebih ringan dari 1 buah melon, dan juga lebih ringan dari 1 buah durian. Temuan ini

menyatakan relasi “lebih ringan dari” antara obyek-obyek dalam dunia nyata. Oleh karena itu, upaya menemukan relasi ini merupakan *matematisasi horizontal*.

- 31 P : Nah, sekarang yang dicari apa?
 32 V : Berat duriannya.

K11 V berpikir sambil melingkari dan membuat tanda-tanda pada coretan-coretan yang telah ia buat sebelumnya (pada K8) yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned} d &= 2n + 2 \\ d &= 2m \\ 2n &= 1m \end{aligned}$$

- 33 V : Kalau pakai pengandaian begitu, boleh nggak mas?
 34 P : Bagaimana?
 35 V : Berat nenas kan paling kecil, beri saja nilai satu, 1 kg.
 36 V : Terus, dimasukan ke sini.
 37 V : Habis itu, kita cari berat durian dan berat melon.

K12 V menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang telah ia buat sebelumnya (pada K8), dengan maksud:
 nilai dari “d” dan “m” dapat dicari dengan cara memberi nilai “n” pada persamaan $d=2n+2$ dan $2n=m$ yaitu $n=1$, nilai 1 untuk “n” merupakan permisalan

- 38 V : Cara begitu boleh apa nggak?
 39 P : Ya, coba saja.

Komentar

V mulai mengeksplorasi langkah-langkah yang mungkin dapat ditempuh untuk menentukan berat dari 1 buah durian. Ia memandang bahwa berat 1 buah durian dapat ditentukan dengan cara mengandaikan suatu sembarang bilangan sebagai nilai berat dari 1 buah nenas. V membuat suatu bagan dengan melihat persamaan-persamaan yang telah diketahui untuk melakukan eksplorasi dalam

dunia nyata. Oleh karena itu, dapat dikatakan dilakukan peralihan dari *matematisasi horizontal* ke *matematisasi vertikal*.

K13 V berpikir sambil membuat coretan-coretan berikut:

$$\begin{array}{l} n=1 \\ 2=m \qquad \qquad \qquad d=4 \\ d=2+2 \\ d=4 \end{array}$$

40 V : $2=m$.

K14 V kembali berpikir

41 P : Kok $2=m$?

42 V : Kan ini, kalau “n”nya tadi aku kasih nilai 1.

43 V : Berarti 2 dikali 1 sama dengan “m”

K15 V menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang telah dibuat sebelumnya, $n=1$ dan $2=m$ (pada K13) dan juga $2n=1m$ (pada K8) dengan maksud berikut:

$$\begin{array}{l} n=1, \\ n=1 \text{ disubstitusikan ke dalam persamaan } m=2n \\ m=2n \\ \Leftrightarrow m=2(n) \\ \Leftrightarrow m=2(1) \quad \dots \text{pensubstitusian} \\ \Leftrightarrow m=2 \quad \dots \text{penyederhanaan} \end{array}$$

Komentar

V membuat suatu pengandaian bahwa nilai dari variabel n adalah 1 atau ditulis dengan $n=1$. Ia menggunakan pengandaian tersebut dalam perhitungan. *Matematisasi vertikal* pada langkah ini terkait dengan pensubstitusian nilai $n=1$ ke dalam persamaan $m=2n$ sehingga diperoleh bentuk yang paling sederhana yaitu $m=2$.

44 P : Terus?

45 V : Kalau “d”nya, pakai yang ini saja ya?

46 V : 2 dikali 2 sama dengan 4, “d” sama dengan 4.

K16 V menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang telah dibuat sebelumnya, $d=4$ (pada K13 yang sebelah kanan) dan $d=2m$ (pada K8) dengan maksud berikut:

$$\begin{aligned}
 & m=2, \\
 & m=2 \text{ disubstitusikan ke dalam persamaan } d=2m \\
 & d=2m \\
 & \Leftrightarrow d=2(m) \\
 & \Leftrightarrow d=2(2) \quad \dots \text{pensubstitusian} \\
 & \Leftrightarrow d=4 \quad \dots \text{penyederhanaan}
 \end{aligned}$$

Komentar

Tampak manfaat dari temuan sebelumnya yaitu $m=2$ pada bagian ini.

V menggunakan temuan tersebut dalam perhitungan. *Matematisasi vertikal* pada langkah ini terkait dengan pensubstitusian nilai $m=2$ ke dalam persamaan $d=2m$ sehingga diperoleh bentuk yang paling sederhana yaitu $d=4$.

47 V : Kalau yang ini, yang di sini 2 dikali...

K17 V menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang telah dibuat sebelumnya, $d=2+2$ dan $d=4$ (pada K13 yang sebelah kiri) serta $d=2n+2$ (pada K8) dengan maksud berikut:

$$\begin{aligned}
 & n=1, \\
 & n=1 \text{ disubstitusikan ke dalam persamaan } d=2n+2 \\
 & d=2n+2 \\
 & \Leftrightarrow d=2(n)+2 \\
 & \Leftrightarrow d=2(1)+2 \quad \dots \text{pensubstitusian} \\
 & \Leftrightarrow d=2+2 \\
 & \Leftrightarrow d=4 \quad \dots \text{penyederhanaan}
 \end{aligned}$$

Komentar

Hampir serupa dengan langkah-langkah yang ia tempuh sebelumnya (pada dialog 40-46 dengan situasi K13-K16), V membuat suatu

pengandaian bahwa nilai dari variabel n adalah 1 selanjutnya menggunakan pengandaian tersebut dalam perhitungan. Ia mensubstitusikan nilai $n=1$ ke dalam persamaan $d=2n+2$ sehingga diperoleh bentuk yang paling sederhana yaitu $d=4$. Model ini telah V kenal sebelumnya. Oleh karena itu, dapat dikatakan dilakukan peralihan dari *matematisasi horizontal* ke *matematisasi vertikal*.

- 48 V : Pas semua.
 49 P : Maksudnya bagaimana?
 50 V : “n”nya itu 1, “m”nya itu 2, dan “d”nya itu 4, berarti “n”nya tadi kan 1.
 51 V : Untuk mencari “d”, kan $2 \times 1 + 2 = 4$.
 52 V : Dari sini, nilai “d” itu 4, juga didapat dari $2 \times m$ yaitu 2×2 .
 53 V : “m”nya itu kan sama dengan $2 \times n$.

K18 V menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang telah dibuat sebelumnya (pada K8) dengan maksud berikut:
 jika dimisalkan $n=1$,
 maka $m=2$ diperoleh dari substitusi $n=1$ ke dalam $2n=m$
 maka $d=4$ diperoleh dari substitusi $n=1$ ke dalam $d=2n+2$
 substitusi $m=2$ ke dalam $d=2m$ juga menghasilkan nilai $d=4$
 jadi, dengan mengandaikan $n=1$ maka tidak terjadi kontradiksi
 antara kesamaan-kesamaan yang terbentuk dari mensubstitusikan
 nilai $n=1$ ke dalam semua persamaan-persamaan yang diketahui,
 dengan kata lain “pas” atau “cocok”

Komentar

V melakukan penyelidikan, apakah pengandaian yang ia gunakan tepat. Ia menelusuri perhitungan-perhitungan yang telah dilakukan (pada dialog 31-47 dengan situasi K11-K17) sehingga dapat mengetahui bahwa pengandaian ini tidak menimbulkan kontradiksi dari apa yang diketahui. Penyelidikan apakah terdapat kontradiksi antara pernyataan-pernyataan yang terkandung dari kalimat

matematika (persamaan dan kesamaan) yang terbentuk ini merupakan *matematisasi vertikal*.

- 54 V : Jadi, 1 buah durian itu beratnya 4 kg jika 1 buah nenas beratnya 1 kg.
 55 P : Oke, berarti ada kemungkinan lain untuk berat 1 buah durian?
 56 V : Iya, mau berapa saja bisa.

Komentar

Berdasarkan perhitungan-perhitungan yang telah ia lakukan sebelumnya (pada dialog 31-53 dengan situasi K11-K18), V dapat mengetahui bahwa nilai berat dari 1 buah durian bisa jadi beraneka ragam tergantung sembarang bilangan yang dipilih untuk mengandaikan nilai berat dari 1 buah nenas. Oleh karena itu, dapat dikatakan bahwa dilakukan *matematisasi horizontal* pada langkah ini.

- 57 P : Apa saja itu?
 58 V : Kalau “n”nya 2 maka “m”nya 4, yang ini.
 59 V : Kalau “m”nya 4 berarti “d”nya 8, ini.
 60 V : Dari sini, $n=2$ maka $d=2 \times 2 + 2$ yaitu 6.
- K19 V menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang telah dibuat sebelumnya (pada K8) dengan maksud berikut:
 jika dimisalkan $n=2$,
 $m=4$ diperoleh dari substitusi $n=2$ ke dalam $2n=m$
 $d=8$ diperoleh dari substitusi $m=4$ ke dalam $d=2m$
 tapi, substitusi $n=2$ ke dalam $d=2n+2$ tidak menghasilkan nilai $d=8$, melainkan menghasilkan $d=6$
- 61 V : Lho?
 62 P : Lho, kok begitu?
 63 V : Sebentar-sebentar.
- K20 V berpikir sambil melihat coretan-yang telah dibuat sebelumnya (pada K8)

- 64 V : Kok nggak bisa?
 65 P : Kok nggak bisa ya?
 66 V : Hehehe
 67 V Kalau $n=2$ jadi beda.
 68 P : Bedanya bagaimana tho?
 69 V : Beda di “d”nya.
 70 V : Harusnya cocok lho.
 71 P : Kenapa harusnya cocok?

K21 *V mengalami kebingungan setelah menjelaskan, karena: adanya ketidakcocokan atau kontradiksi antara nilai d yang diperoleh dari substitusi $m=4$ ke dalam $d=2m$ dengan nilai d yang diperoleh dari substitusi $n=2$ ke dalam $d=2n+2$*

- 72 V : Berarti, salah untuk $n=2$.
 73 V : Coba “n”nya 3 ya?
 74 P : Oke, coba $n=3$.

K22 *V mengalami hal yang serupa (langkah yang serupa dan kebingungan yang serupa) dengan sebelumnya (percakapan 58-72 dengan situasi K19-K21) ketika ia mencoba mengandaikan nilai $n=3$ dan nilai $n=4$*

Komentar

V melakukan penyelidikan terhadap temuan (percakapan 54-56) yang telah didapatkan. Dari penyelidikan tersebut, tidak dapat ditentukan nilai berat dari 1 buah durian setelah dipilih beberapa sembarang bilangan (2, 3, dan 4) untuk mengandaikan nilai berat dari 1 buah nenas. Penyelidikan dilakukan dengan cara penelusuran apakah terdapat kontradiksi antara pernyataan-pernyataan yang terkandung dari kalimat matematika (persamaan dan kesamaan) yang terbentuk. Oleh karena itu, dapat dikatakan bahwa dilakukan *matematisasi vertikal* pada langkah ini.

- 75 P : Berarti bagaimana ini?

76 V : Harus mencari nilai yang benar-benar cocok untuk persamaan-persamaannya kalau dimasuk-masukin.

K23 *Maksud dari V yaitu bahwa nilai-nilai dari setiap variabel dalam sistem persamaan linear yang diketahui adalah nilai-nilai yang tidak menimbulkan kontradiksi antara kesamaan-kesamaan yang terbentuk dari mensubstitusikan nilai-nilai itu ke dalam persamaan-persamaan linear dalam sistem persamaan linear tersebut*

78 P : Nah, kamu tadi bagaimana?

79 V : Kebetulan langsung dapat, $n=1$

Komentar

Berdasarkan penyelidikan yang dilakukan (pada dialog 57-74 dengan situasi K19-K22), V menarik kesimpulan bahwa tidak sembarang pengandaian dapat digunakan dalam perhitungan karena terdapat syarat-syarat tertentu yang harus dipenuhi. Nilai-nilai dari setiap variabel dalam sistem persamaan linear yang diketahui adalah nilai-nilai yang tidak menimbulkan kontradiksi antara kesamaan-kesamaan yang terbentuk dari mensubstitusikan nilai-nilai itu ke dalam persamaan-persamaan linear dalam sistem persamaan linear tersebut. Generalisasi yang dilakukan ini merupakan *matematisasi vertikal*.

80 V : Berarti, yang benar berat duriannya 4 kg mas.

81 P : Oke.

Komentar

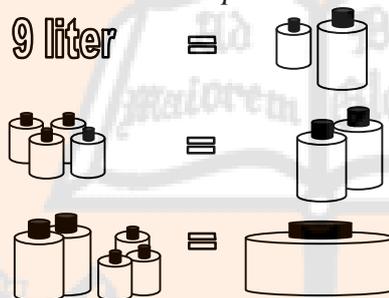
Temuan $d=4$ diterjemahkan kembali ke dalam situasi dunia nyata yaitu bahwa berat dari 1 buah durian adalah 4 kg. Dengan demikian, masalah awal telah terpecahkan. Kegiatan menterjemahkan model

matematika ke dalam situasi dunia nyata ini merupakan *matematisasi horizontal*.

2. Wawancara dengan V terkait Matematisasi dalam Pemecahan Masalah
Kedua

Wawancara dengan V terkait matematisasi dalam pemecahan masalah kedua dilakukan pada tanggal 11 Agustus 2011 di rumah tempat tinggalnya dan diperoleh gambaran sebagai berikut:

K24 P memberikan lembar soal yang berisi masalah berikut:
Berdasarkan gambar di bawah ini, bagaimana cara kamu menentukan berapa liter isi cat dalam satu kaleng besar?



82 P : Nah, bagaimana maksud dari masalah ini?

K25 V membaca lembar soal (pada K24) kemudian berpikir

83 V : 9 liter itu, isi cat dalam 2 kaleng ini.

K26 V menunjuk lembar soal (pada K24), pada bagian berikut:



84 V : Kalengnya kan ada yang kecil dan ada yang besar, dianggap sama atau bagaimana mas?

85 P : Ada berapa jenis ukuran kaleng dari semua ini?

K27 P menunjuk pada lembar soal (pada K24)

- 86 V : 3 ukuran.
 87 P : Ya, beda semua kan ukurannya?
 88 V : Berarti, isi cat dalam kaleng sedang dan kaleng kecil yaitu 9 liter.

K28 V menunjuk lembar soal (pada K24), pada bagian berikut:



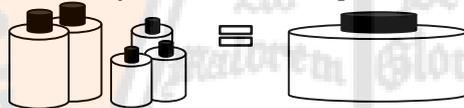
- 89 V : Habis itu, isi cat dalam 4 kaleng kecil sama dengan isi cat dalam 2 kaleng sedang

K29 V menunjuk lembar soal (pada K24), pada bagian berikut:



- 90 P : Terus?
 91 V : Terus, isi cat dalam 2 kaleng sedang dan 3 kaleng kecil sama dengan isi cat dalam 1 kaleng besar.

K30 V menunjuk lembar soal (pada K24), pada bagian berikut:



- 92 V : Yang dicari isi cat dalam 1 kaleng besar.

Komentar

V mencari makna dari petunjuk-petunjuk yang berupa gambar. Selanjutnya, makna yang ia peroleh dari petunjuk-petunjuk tersebut dideskripsikan dalam bentuk cerita atau kata-kata. Menurutnya, hal ini perlu dilakukan agar masalah yang dihadapi lebih mudah dipahami dan dikomunikasikan dengan orang lain. Kegiatannya menterjemahkan gambar yang memuat ikon-ikon dan simbol matematika (+, =, angka) ini merupakan *matematisasi horizontal*.

K31 *V berpikir sambil melihat lembar soal (pada K24)*

K32 *V membuat coretan-coretan berikut:*

$$9=k+s$$

$$4k=2s$$

$$b=2s+3k$$

93 P : “k”nya ini apa?

94 V : “k”nya itu isi cat dalam 1 kaleng kecil, kalau “s”nya itu isi cat dalam 1 kaleng sedang, yang “b”nya itu isi cat dalam 1 kaleng besar

95 P : Kenapa harus dibuat persamaan?

96 V : Biar mudah dikelompok-kelompokkan.

97 P : Oke, berarti yang dicari apa?

98 V : Mencari “b”nya.

Komentar

V menggunakan huruf k, s, dan b untuk melambangkan isi cat dalam tiap-tiap kaleng, secara berurutan kaleng kecil, kaleng sedang, dan kaleng besar. *Matematisasi horizontal* pada langkah ini terkait dengan penggunaan simbol-simbol matematika seperti “+”, “=”, lambang bilangan, dan lambang variabel untuk menyusun sistem persamaan linear dari apa yang diketahui dari masalah. Hal tersebut juga terkait dengan pengidentifikasian tujuan dari masalah, yaitu bagaimana menentukan nilai dari salah satu variabel sistem persamaan linear yang telah disusun. Dengan demikian, terbentuk model matematika dari masalah dunia nyata yang dihadapi.

99 V : Dari sini, untuk mencari “b”, harus dicari “s” dan “k”nya dulu

K33 *V menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang ia buat sebelumnya, $b=2s+3k$ (pada K32)*

Komentar

V mulai mengeksplorasi langkah-langkah yang mungkin dapat ditempuh. Ia memandang bahwa harus ditentukan terlebih dahulu nilai dari variabel s dan k untuk dapat menentukan nilai dari variabel b . V menemukan relasi antara nilai-nilai dari variabel dalam sistem tersebut yang selanjutnya direpresentasikan dalam bentuk rumus (pada K33). Oleh karena itu, dapat dikatakan dilakukan peralihan dari *matematisasi horizontal* ke *matematisasi vertikal*.

K34 V berpikir

100 V : “ s ” ditambah “ k ” sama dengan 9, padahal “ s ” sama dengan “ $2k$ ”.

K35 V menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang ia buat sebelumnya, $9=k+s$ (pada K32)

101 P : Oke, tapi “ s ” sama dengan “ $2k$ ” itu dari mana?

102 V : Yang ini.

103 V : “ $2s$ ” kan sama dengan “ $4k$ ”, maka “ $1s$ ”nya itu sama dengan “ $2k$ ”.

104 V : Jadi separuhnya.

K36 V menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang ia buat sebelumnya (pada K32) dengan maksud berikut:

$$2s=4k$$

$$\Leftrightarrow s=\frac{1}{2}(4k) \quad \dots \text{istilah yang V gunakan adalah "separuhnya"}$$

$$\Leftrightarrow s=2k \quad \dots \text{penyederhanaan}$$

Komentar

V menyederhanakan persamaan $2s=4k$ menjadi $s=2k$. Ia menyusun persamaan yang ekuivalen yang ia anggap paling sederhana dari persamaan yang diketahui. Langkah penyederhanaan ini merupakan *matematisasi vertikal*.

105 V : Habis itu, dimasukkan ke yang sini.

K37 V menunjuk coretan-coretan yang ia buat sebelumnya, $9=k+s$ (pada K32)

K38 Selanjutnya, ia membuat coretan-coretan berikut:

$$9=2k+k$$

$$9=3k$$

$$k=9/3$$

$$k=3$$

106 P : Begitu ya?

107 V : “3k” kan sama dengan 9, jadi “k”nya sama dengan 3, karena tadi “s”nya Sama dengan “2k”.

K39 V menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang telah ia buat sebelumnya (pada K38)

Komentar

Tampak manfaat dari temuan sebelumnya yaitu $s=2k$ pada bagian ini.

V menggunakan temuan tersebut dalam perhitungan. *Matematisasi vertikal* pada langkah ini terkait dengan pensubstitusian $s=2k$ ke dalam persamaan $9=k+s$ sehingga diperoleh bentuk yang paling sederhana yaitu $k=3$.

108 V : Berarti “1s”nya 6.

109 P : Dari mana?

110 V “s” kan sama dengan 2k, jadi 2×3 sama dengan 6.

K40 V menjelaskan dengan maksud berikut:

substitusi $k=3$ ke dalam $s=2k$

$$s=2k$$

$$\Leftrightarrow s=2(k)$$

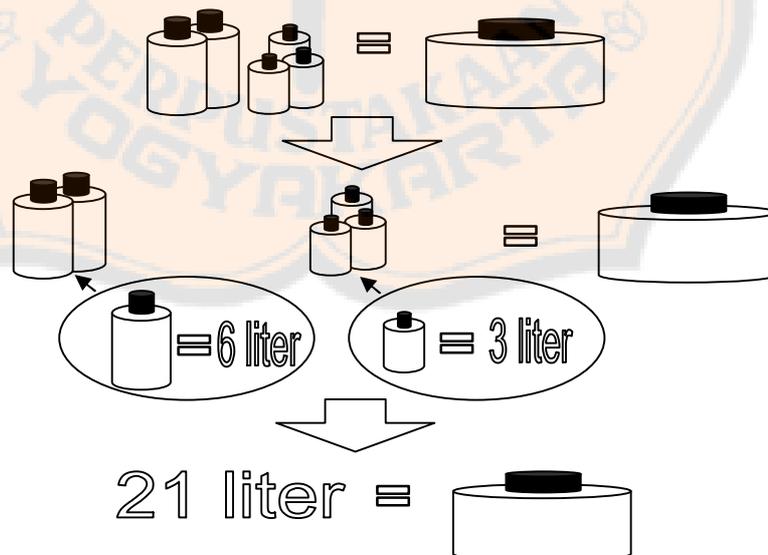
$$\Leftrightarrow s=2(3) \quad \dots \text{pensubstitusian}$$

$$\Leftrightarrow s=6 \quad \dots \text{penyederhanaan}$$

Komentar

Seperti halnya pada langkah sebelumnya (pada 105-107 dengan situasi K37-K39), langkah-langkah yang dilakukan V pada bagian ini hampir serupa. Ia menggunakan temuan sebelumnya yaitu $k=3$ dalam perhitungan. $k=3$ disubstitusikan ke dalam persamaan $s=2k$ sehingga diperoleh bentuk yang paling sederhana yaitu $s=6$. Model ini telah V kenal sebelumnya. Oleh karena itu, dapat dikatakan bahwa dilakukan peralihan dari *matematisasi horizontal* ke *matematisasi vertikal*.

- 111 P : Berarti, yang dicari apa tho?
 - 112 V : Yang dicari isi cat dalam 1 kaleng besar.
 - 113 V : Ya udah, kalau yang ininya tinggal...
 - 114 V : Isi dalam 1 kaleng kecilnya kan 3 liter, 3 liter dikali 3 kan 9 liter.
 - 115 V : Terus, dalam kaleng sedangnya, 2 dikali 6 itu 12.
 - 116 V : Ini sama ini, jadinya 21 liter.
- K41 V menjelaskan sambil menunjuk lembar soal (pada K24) dengan maksud berikut:



Komentar

Temuan yang diperoleh sebelumnya yaitu $k=3$ dan $s=6$ diterjemahkan kembali ke situasi dunia nyata, berarti bahwa isi cat dalam 1 kaleng kecil adalah 3 liter dan isi cat dalam 1 kaleng sedang adalah 6 liter. Dengan mengetahui isi cat dalam kaleng kecil dan dalam kaleng sedang, V dapat mengetahui isi cat dalam kaleng besar. Ia menggunakan gambar untuk menemukan relasi antara isi cat dalam 3 kaleng kecil, dalam 2 kaleng sedang, dan dalam 1 kaleng besar. Sampai di sini, masalah awal (situasi dunia nyata) telah terpecahkan. Kegiatan menterjemahkan model matematika ke dalam situasi dunia nyata dan menggunakan gambar untuk menemukan relasi di sini merupakan *matematisasi horizontal*.

117 P : Saya punya kotak segini.

118 P : Coba kamu jelaskan di dalam kotak ini, bagaimana langkah kamu menyelesaikan masalah ini dari awal sampai akhir!

K42 P membuat gambar persegi panjang dengan ukuran kurang lebih $6\text{ cm} \times 7\text{ cm}$

K43 V menulis di dalam gambar persegi panjang tersebut, yaitu sebagai berikut:

$2s=4k \Rightarrow s=2k$	
$9 = k+s$	$b = 2s+3k$
$9 = 3k$	$= 2.6+3.3$
$k = 9/3$	$= 12+9$
$k = 3$	$= \underline{\underline{21}}$
$s = 2k$	
$= 2.3$	
$= 6$	

- 119 V : Berarti, isi cat dalam 1 kaleng besar adalah 21 liter.
120 P : Oke.

Komentar

V secara ringkas menguraikan kembali langkah-langkah yang ia tempuh menyelesaikan masalah yang di berikan. Dilakukan matematisasi horizontal dan vertikal dalam pemecahan masalah ini (telah diberikan komentar secara rinci pada bagian-bagian sebelumnya). Sedikit berbeda dalam ringkasan yang ia buat, variabel b diperoleh dari substitusi $k=3$ dan $s=6$ ke dalam $b=2s+3k$, sedangkan dalam perencanaan sebelumnya bahwa variabel b (isi cat dalam 1 kaleng besar) diperoleh dalam situasi dunia nyata (pada 111-116 dengan situasi K41). Ia menggunakan simbol \rightarrow dan \Rightarrow untuk menerangkan pergerakan atau perpindahan langkahnya.

Kesimpulan dari proses wawancara dengan V terkait matematisasi dalam pemecahan masalah pertama dan kedua

Dengan mengamati proses V memecahkan kedua masalah yang diberikan, dapat disimpulkan bahwa pemecahan informal yang dapat direpresentasikan melalui matematisasi horizontal kurang beragam sehingga ia mengalami banyak kesulitan melakukan operasi matematis melalui matematisasi vertikal. Ketika V membuat ilustrasi, menduga, dan mencoba-coba, pada dasarnya ia telah berada pada situasi informal. Dalam situasi tersebut, ia ditantang untuk

mengelaborasi segala pengetahuannya dengan cara menggambarkan masalah secara lebih eksplisit dan realistik. V cenderung menggunakan simbol hanya untuk menterjemahkan bentuk asli masalah. Ia kurang mampu menggunakan modus representasi lain untuk mengilustrasikan ide-idenya. Oleh karena itu, ia kurang mendapat gambaran untuk melakukan operasi matematis melalui matematisasi vertikal.

3. Wawancara dengan R terkait Matematisasi dalam Pemecahan Masalah Pertama

Wawancara dengan R terkait matematisasi dalam pemecahan masalah pertama dilakukan pada tanggal 14 Agustus 2011 di asrama tempat tinggalnya dan diperoleh gambaran sebagai berikut:

121 P : Coba dipahami dulu saja!

122 P : Terus dijelaskan, maksudnya apa!

K44 *P memberikan lembar soal yang berisi masalah berikut:*

1 buah durian lebih berat 2 kg dari 2 buah nenas. 1 buah durian sama beratnya dengan 2 buah melon. 2 buah nenas sama beratnya dengan 1 buah melon. Bagaimana cara kamu menentukan berat dari 1 buah durian?

K45 *R membaca lembar soal tersebut dengan suara yang cukup keras.*

123 R : 1 buah durian lebih berat 2 kg dari 2 buah nenas.

124 R : Jadi, 1 buah durian itu sama beratnya dengan 2 buah nenas ditambah 2 kg lagi.

125 P : 2 buah nenas dan 1 buah durian itu lebih berat mana?

126 R : Lebih berat durian, 2 kg-nya lagi.

127 R : Terus, 1 buah durian dengan 2 buah melon itu sama beratnya.

128 R : 2 buah nenas sama beratnya dengan 1 buah melon.

129 P : Yang dicari itu apa?

130 R : Yang dicari itu, berat dari 1 buah durian.

Komentar

Dari sini kita dapat melihat bahwa R tidak mengalami kesulitan memahami masalah ini. Ia dapat dengan segera menjelaskan kembali maksud dari masalah setelah diberi kesempatan membaca lembar soal. Ia dapat memilih kata-kata atau kalimat-kalimat yang berbeda untuk memaparkan apa yang diketahui dan apa yang harus dicapai.

131 P : Nah, bagaimana cara mencarinya?

K46 R berpikir sambil melihat lembar soal (pada K44)

K47 R membuat coretan-coretan berikut:

$$1d=2n+2$$

$$1d=2m$$

$$2n=1m$$

132 P : “d” di sini apa?

K48 P menunjuk coretan-coretan yang R buat sebelumnya, $1d=2m$ (pada K47)

133 R : Durian.

134 P : “n”nya apa?

135 R : Nenas.

136 P : Berarti, durian sama dengan melon?

137 P : Masak sama, rasanya saja beda?

138 R : Beratnya mas.

139 P : Berarti, “d”nya itu apa?

K49 P menunjuk coretan-coretan yang telah dibuat oleh R (pada K47)

140 R : Beratnya 1 buah durian.

141 P : Terus, “m”nya?

142 R : Beratnya 1 buah melon.

143 P : Terus, “n”nya?

144 R : Beratnya 1 buah nenas.

145 P : Oke.

146 P : Terus, bagaimana?

K50 *R berpikir sambil melihat kembali coretan-coretan yang ia buat sebelumnya (pada K47)*

147 R : Kan, nyari “d” ya?

148 P : Heem.

Komentar

R menggunakan huruf n, m, dan d untuk melambangkan berat tiap-tiap buah, secara berurutan nenas, melon, dan durian. *Matematisasi horizontal* pada langkah ini terkait dengan penggunaan simbol-simbol matematika seperti “+”, “=”, lambang bilangan, dan lambang variabel untuk menyusun sistem persamaan linear dari apa yang diketahui dari masalah. Hal tersebut juga terkait dengan pengidentifikasian tujuan dari masalah, yaitu bagaimana menentukan nilai dari salah satu variabel sistem persamaan linear yang telah disusun. Dengan demikian, terbentuk model matematika dari masalah dunia nyata yang dihadapi.

K51 *R berpikir sambil melihat kembali coretan-coretan yang ia buat sebelumnya (pada K47)*

149 R : Kita harus nyari “n”nya dulu, karena nggak bisa langsung nyari “d”nya.

K52 *R menjelaskan sambil menulis kembali coretan-coretan yang telah ia buat sebelumnya, yaitu $1d=2n+2$ (pada K47)*

150 R : “2n” sama dengan “1m”

Komentar

R mulai mengeksplorasi langkah-langkah yang mungkin dapat ditempuh. Ia memandang bahwa untuk dapat menentukan nilai dari variabel d harus ditentukan terlebih dahulu nilai dari variabel n , dengan diketahui $2n=1m$. R menemukan relasi antara nilai-nilai dari variabel dalam sistem tersebut yang selanjutnya direpresentasikan dalam bentuk rumus (pada K52). Oleh karena itu, dapat dikatakan bahwa dilakukan peralihan dari *matematisasi horizontal* ke *matematisasi vertikal*.

151 R : Nah, terus caranya bagaimana?

K53 *R berpikir sambil membuat coretan-coretan berikut:*
 $1d=2n+2$
 $2m=1m+2$

152 P : “2m” ini tahu dari mana?

K54 *P bertanya sambil menunjuk coretan-coretan yang telah R buat sebelumnya, $2m=1m+2$ (pada K53)*

153 R : Tahu dari sini.

154 R : “1d” sama dengan “2m”.

K55 *R menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang telah ia buat sebelumnya, $1d=2m$ (pada K47)*

155 P : Nah, “m”nya ini dari mana?

K56 *P bertanya sambil menunjuk coretan-coretan yang telah R buat sebelumnya, $2m=1m+2$ (pada K53)*

156 R : Dari sini, “2n” sama dengan “1m”.

K57 *R menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang telah ia buat sebelumnya, $2n=1m$ (pada K47)*

- K58 Berdasarkan 152-156 dengan situasi K53-K57, dapat diketahui maksud R yaitu sebagai berikut:
 telah diketahui di awal bahwa $d=2m$ dan $2n=m$
 substitusi $d=2m$ ke dalam $d=2n+2$, menghasilkan: $2m=2n+2$
 selanjutnya,
 substitusi $2n=m$ ke dalam $2m=2n+2$, menghasilkan: $2m=m+2$

Komentar

Matematisasi vertikal pada langkah ini terkait dengan pensubstitusian nilai $d=2m$ dan $2n=m$ ke dalam persamaan $d=2n+2$ sehingga diperoleh bentuk $2m=m+2$. Persamaan yang terbentuk hanya memuat 1 variabel di dalamnya yaitu variabel m . Oleh karena itu, sangat jelas arah berpikir R bahwa ia ingin mencari nilai variabel m melalui langkah-langkah ini.

- 157 P : Oke.
 158 P : Terus?
 159 R : Coba ya?

- K59 R membuat coretan-coretan berikut:
- $$\begin{aligned} 2m &= 1m+2 \\ 2m-1m &= 2 \\ 1m &= 2 \\ m &= 2 \end{aligned}$$

Komentar

R menyederhanakan persamaan $2m=1m+2$ menjadi $m=2$. Ia menyusun persamaan yang ekuivalen yang ia anggap paling sederhana dari persamaan yang diketahui. Langkah penyederhanaan ini merupakan matematisasi vertikal. Melalui langkah demikian, nilai variabel m dapat ditentukan pada bagian ini.

- 160 P : Ya, berarti sudah selesai.
 161 R : Ini kan “m”nya.
 162 R : Harus cari “n”nya dulu.
 163 P : Biar apa cari “n”nya dulu?
 164 R : Biar bisa ketemu sama “d”nya.

K60 *R menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang telah ia buat sebelumnya, $1d=2n+2$ (pada K47)*

- 165 R : Iya apa nggak?
 166 P : Menurutmu iya apa nggak?

Komentar

Seperti halnya pada langkah sebelumnya (pada 149-150 dengan situasi K51-K52), R menemukan relasi antara nilai-nilai dari variabel dalam sistem tersebut yang selanjutnya direpresentasikan dalam bentuk rumus (pada K52). Oleh karena itu, dapat dikatakan bahwa dilakukan peralihan dari *matematisasi horizontal* ke *matematisasi vertikal*. Ia memandang bahwa untuk dapat menentukan nilai dari variabel d harus ditentukan terlebih dahulu nilai dari variabel n .

- 167 R : Sebentar-sebentar!
 K61 *R membuat coretan-coretan berikut:*

$$2n = 1m$$

$$2n = 2$$

$$1n = 2/2$$

$$n = 1$$

- 168 P : “n”nya kok bisa 1?
 169 R : 2 bagi 2 sama dengan 1.
 170 R : “1m”nya tadi kan 2.

K62 *R menjelaskan coretan-coretannya (pada K61) dengan maksud bahwa $n=1$ diperoleh dari substitusi $m=2$ ke dalam $2n=m$*

Komentar

Tampak manfaat dari temuan sebelumnya yaitu $m=2$ pada bagian ini. R menggunakan temuan tersebut dalam perhitungan. *Matematisasi vertikal* pada langkah ini terkait dengan pensubstitusian nilai $m=2$ ke dalam persamaan $2n=m$ sehingga diperoleh bentuk yang paling sederhana yaitu $n=1$.

171 P : Iya, terus?

172 R : “n”nya 1, terus $1d$ sama dengan “ $2n$ ” ditambah 2.

K63 R menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang telah ia buat sebelumnya, $1d=2n+2$ (pada K47)

173 R : 2 dikali 1, terus ditambah 2.

174 R : Jadi, 2 ditambah 2 sama dengan 4.

K64 R menjelaskan sambil membuat coretan-coretan berikut:

$$\begin{aligned} 1d &= 2n+2 \\ &= 2(1)+2 \\ &= 2+2 \\ &= 4 \end{aligned}$$

175 P : dikali 1?

176 R : kan kurung.

177 R : “n”nya tadi 1.

K65 R menjelaskan dengan maksud bahwa $d=4$ diperoleh dari substitusi $n=1$ ke dalam $d=2n+2$

Matematisasi

R menggunakan temuan sebelumnya yaitu $n=1$ dalam perhitungan. $n=1$ disubstitusikan ke dalam persamaan $d=2n+2$ sehingga diperoleh bentuk yang paling sederhana yaitu $d=4$. Oleh karena itu, dapat dikatakan bahwa dilakukan *matematisasi vertikal* pada langkah ini.

- 178 R : “d”nya 4.
 179 R : Berat duriannya 4 kg.

Komentar

Temuan $d=4$ diterjemahkan kembali ke dalam situasi dunia nyata yaitu bahwa berat dari 1 buah durian adalah 4 kg. Dengan demikian, masalah awal telah terpecahkan. Kegiatan menterjemahkan model matematika ke dalam situasi dunia nyata ini merupakan *matematisasi horizontal*.

- 180 R : Selesai ya?
 181 P : Belum.
 182 P : Tak kasih tempat segini.
- K67 *P membuat gambar persegi panjang dengan ukuran kurang lebih 4cm x 8cm*
- 183 R : Buat apa?
 184 P : Nah, kamu uraikan!
 185 P : Bagaimana cara kamu menentukan berat 1 buah durian?
 186 R : Lho, cuma segini?
 187 P : Ya, dicoba dulu!
 188 R : Tak kecil-kecilin tulisannya pokoknya.
- K68 *R menulis di dalam gambar persegi panjang tersebut, yaitu sebagai berikut:*

$2m$	$= 1m + 2$
$2m - 1m$	$= 2$
$1m$	$= 2$
$2n$	$= 1m$
$2n$	$= 2$
$1n$	$= 2/2$
n	$= 1$
$1d$	$= 2n + 2$
$1d$	$= 2 \cdot 1 + 2$
$1d$	$= 4$

- 189 R : Berat duriannya 4 kg.
 190 P : Oke.

Komentar

R secara ringkas menguraikan kembali langkah-langkah yang ia tempuh menyelesaikan masalah yang di berikan. Dilakukan matematisasi horizontal dan vertikal dalam pemecahan masalah ini (telah diberikan komentar secara rinci pada bagian-bagian sebelumnya).

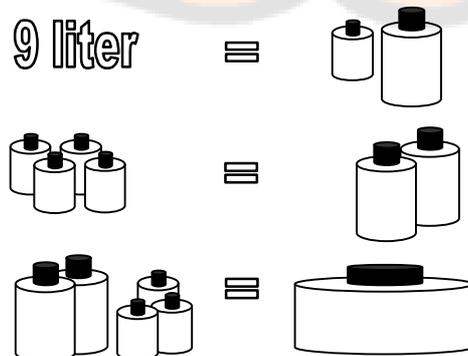
4. Wawancara dengan R terkait Matematisasi dalam Pemecahan Masalah

Kedua

Wawancara dengan R terkait matematisasi dalam pemecahan masalah kedua dilakukan pada tanggal 15 Agustus 2011 di asrama tempat tinggalnya dan diperoleh gambaran sebagai berikut:

- 191 P : Ini masalahnya, dibaca dulu!

K69 *P memberikan lembar soal yang berisi masalah berikut:
 Berdasarkan gambar di bawah ini, bagaimana cara kamu menentukan berapa liter isi cat dalam satu kaleng besar?*



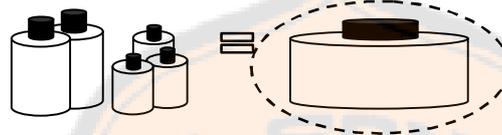
192 P : Terus dijelaskan maksudnya!

K70 R membaca lembar soal (pada K69) kemudian berpikir

193 R : Berarti, nyari berapa liter isi cat dalam ini.

194 R : Dalam kaleng besar ini.

K71 R menunjuk lembar soal (pada K69), pada bagian berikut:



195 P : Heem.

196 R : Terus, 9 liter itu isi cat dalam 1 kaleng kecil dan 1 kaleng sedang.

K72 R menunjuk lembar soal (pada K69), pada bagian berikut:



197 P : Terus?

198 R : Terus, yang ini.

199 R : Ini, itu, dalam 3 kaleng kecil dan 2 kaleng sedang, isi catnya sama dengan dalam 1kaleng besar.

K73 R menunjuk lembar soal (pada K69), pada bagian berikut:



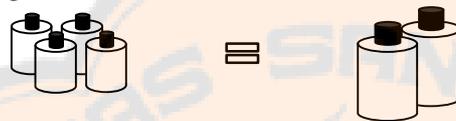
Komentar

R mencari makna dari petunjuk-petunjuk yang berupa gambar. Selanjutnya, makna yang ia peroleh dari petunjuk-petunjuk tersebut dideskripsikan dalam bentuk cerita atau kata-kata. Menurutnya, hal ini perlu dilakukan agar masalah yang dihadapi lebih mudah dipahami dan dikomunikasikan dengan orang lain. Kegiatannya

menterjemahkan gambar yang memuat ikon-ikon dan simbol matematika (+, =, angka) ini merupakan *matematisasi horizontal*.

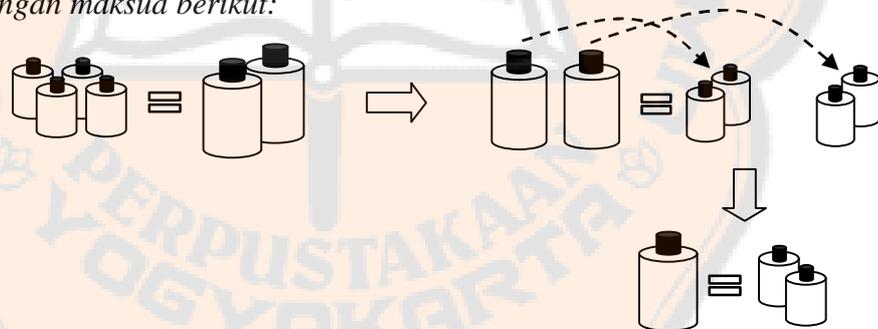
- 200 R : Terus, dalam 4 kaleng kecil ini,.. eh bukan.
 201 R : Sebentar-sebentar!

K74 R berpikir sambil menunjuk-nunjuk lembar soal (pada K69), pada bagian berikut:



- 202 R : Jadi, dalam setiap 2 kaleng kecil ini isi catnya sama dengan dalam 1 kaleng sedang.
 203 P : Itu tau dari mana?
 204 R : Kan dibagi 2.
 205 P : Mengapa?
 206 R : Dua ini kan ada empat.
 207 R : Jadi, satu-nya itu dua-dua.

K75 R menjelaskan sambil menunjuk-nunjuk lembar soal (pada K69) dengan maksud berikut:



- 208 P : Oke.

Komentar

Matematisasi horizontal di sini terkait dengan langkah yang dilakukan R menemukan relasi antara isi cat dalam 1 kaleng sedang dan isi cat dalam 2 kaleng kecil dengan menggunakan gambar.

209 P : Terus, bagaimana?

K76 R berpikir sambil melihat lembar soal (pada K69)

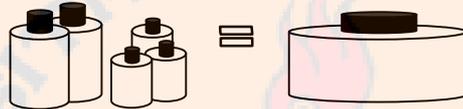
210 R : Nah, ini kan ada 9 liter.

K77 R menjelaskan sambil membuat coretan-coretan berikut:



211 R : Dari sini, kan ada 1 kaleng sedang dan 1 kaleng kecil.

K78 R menjelaskan sambil menunjuk lembar soal (pada K69), pada bagian berikut:

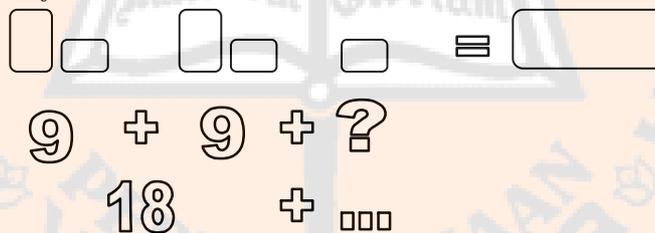


212 R : Ini kan ada sembilan-ada sembilan.

213 R : Sembilan ditambah sembilan kan 18.

214 R : Berarti, ini kan masih tanda tanya.

K79 R menjelaskan sambil membuat coretan-coretan berikut:



Komentar

Situasi di atas disajikan dengan menggunakan gambar, yaitu □ untuk melambangkan isi cat dalam 1 kaleng kecil, □ untuk melambangkan isi cat dalam 1 kaleng sedang, dan □ untuk melambangkan isi cat dalam 1 kaleng besar. Di sini, penggunaan simbol “=” untuk menyatakan adanya kesamaan antara 2 atau lebih obyek dan simbol “+” untuk menyatakan penggabungan 2 atau lebih obyek. Dapat

ditemukan relasi antara isi cat dalam kaleng kecil, dalam kaleng sedang, dan dalam kaleng besar. Oleh karena itu, dapat dikatakan dilakukan *matematisasi horizontal* pada langkah ini.

- 215 P : Berarti, isi cat dalam 1 kaleng besar itu berapa?
 216 R : Ada 18 liter lebih berapa begitu.
 217 R : 18 liter lebih 1 kaleng kecil.
 218 P : Kalau begitu, isi cat dalam 1 kaleng besar itu lebih banyak atau lebih sedikit dari 18 liter?
 219 R : Lebih banyak dari 18 liter.
 220 P : Lebih banyaknya seberapa?
 221 R : Lebih banyak se-1 kaleng kecil.
 222 R : Kan belum tahu isi cat dalam 1 kaleng kecilnya.

K80 *R berpikir sambil melihat coretan-coretan yang ia buat sebelumnya (pada K77 dan K79)*

- 223 P : Terus?
 224 R : Kita nyari isi cat dalam kaleng kecilnya dulu.

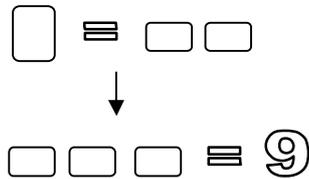
Komentar

Pada dasarnya, ide matematika yang ditemukan di sini merupakan pengembangan dari temuan relasi pada langkah sebelumnya (pada 209-214 dengan situasi K76-K79). Berdasarkan gambar yang telah ia buat, R memandang bahwa untuk menentukan isi cat dalam 1 kaleng besar terlebih dahulu harus ditentukan isi cat dalam 1 kaleng kecil. Oleh karena itu, juga dilakukan *matematisasi horizontal* pada bagian ini.

K81 *R berpikir sambil melihat lembar soal (pada K69)*

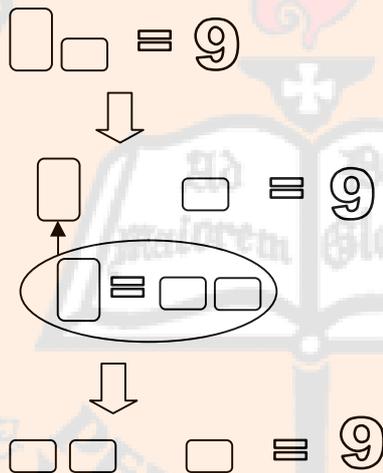
- 225 R : Berarti, begini.
 226 R : Isi cat dalam 1 kaleng sedang ini sama dengan dalam 2 kaleng kecil.
 227 R : Kalau ditambah dari 1 kaleng kecil maka jadi 9.

K82 R membuat coretan-coretan berikut:



- 228 P : Maksudnya gimana ini?
- 229 R : yang 2 ini kan segini.
- 230 R : Nah, kalau ditambah 1 kan 9.
- 231 P : Oke, 1 ini sama dengan berapa?
- 232 R : Isi cat dalam 2 kaleng kecil.
- 233 P : Ini kok 3?
- 234 R : Maksudnya dari sini, jadinya 9.

K83 Percakapan 225-234 dilakukan sambil menunjuk-nunjuk lembar soal (pada K69) dan coretan-coretan (pada K82), dengan maksud berikut:



- 235 R : Berarti, 3.
- 236 P : Oke.
- 237 P : Kalau begitu, segininya berapa liter?

K84 P bertanya sambil menunjuk coretan-coretan yang R buat sebelumnya (pada K82), pada bagian

238 R : 3 liter.

Komentar

Dengan bantuan gambar, R dapat mengetahui isi cat dalam 3 kaleng kecil adalah 9 liter karena diketahui sebelumnya bahwa isi cat dalam 1

kaleng sedang dan 1 kaleng kecil adalah 9 liter. Temuan tersebut diperoleh dengan mengingat bahwa isi cat dalam 1 kaleng sedang sama dengan isi cat dalam 2 kaleng kecil. Ia menggunakan simbol ↓ untuk menerangkan pergerakan atau perpindahan langkahnya. Dengan demikian, dapat ditentukan isi cat dalam 1 kaleng kecil yaitu 3 liter. *Matematisasi horizontal* di sini terkait dengan langkah yang dilakukan R menemukan relasi tersebut dengan menggunakan gambar.

239 P : Berarti sudah ketemu dari apa yang ditanyakan?

240 R : Berapa liter isi cat dalam 1 kaleng besar.

241 P : Berapa?

242 R : 21 liter.

243 R : Kan tadi, 18 ditambah 3.

K85 R menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang ia buat sebelumnya (K79)

Komentar

Temuan-temuan pada bagian sebelumnya yaitu:

1. isi cat dalam 1 kaleng besar lebih dari 18 liter, dan lebihnya tersebut sebanyak isi cat dalam 1 kaleng kecil (pada 215-224 dengan situasi K80),
2. isi cat dalam 1 kaleng kecil adalah 3 liter (pada 225-238 dengan situasi K81-K84).

Dengan cara mengaitkan kedua temuan tersebut, R dapat menentukan isi cat dalam 1 kaleng besar yaitu 21 liter. Menemukan keterkaitan

antara temuan-temuannya dalam situasi dunia nyata ini merupakan *matematisasi horizontal*.

244 P : Nah, tak kasih tempat.

K86 *P membuat gambar persegi panjang dengan ukuran kurang lebih 5cm x 7cm*

245 R : Wah, dikasih tempat kecil lagi.

246 R : Gimana ini?

247 P : Kalau pakai kotak-kotak pasti gak muat di sini.

248 P : Boleh pakai cara lain.

Komentar

R telah mampu memecahkan masalah ini hanya saja kurang jelas ketika memaparkan langkah-langkah yang ditempuhnya. Maka dari itu, P meminta R menguraikan kembali langkah-langkah yang ditempuh dari awal sampai akhir dalam memecahkan masalah ini.

249 R : Coba ya?

250 R : “s” ditambah “k” sama dengan “9”.

K87 *Di dalam gambar persegi panjang (pada K86) R membuat coretan-coretan berikut:*

$$s + k = 9$$

$$4k = 2s$$

251 R : Isi cat dalam kaleng sedang dan kaleng kecil itu 9 liter.

252 P : Iya.

253 R : Habis itu, kita mencari yang “b”, isi cat dalam 1 kaleng besar.

254 R : Berarti,.. “2s” ditambah “3k” sama dengan “1b”.

K88 *R berpikir sambil melihat lembar soal (pada K69)*

255 P : Nah, bagaimana caranya?

Komentar

R menggunakan huruf k, s, dan b untuk melambangkan isi cat dalam tiap-tiap kaleng, secara berurutan kaleng kecil, kaleng sedang, dan kaleng besar. *Matematisasi horizontal* pada langkah ini terkait dengan penggunaan simbol-simbol matematika seperti “+”, “=”, lambang bilangan, dan lambang variabel untuk menyusun sistem persamaan linear dari apa yang diketahui dari masalah. Hal tersebut juga terkait dengan pengidentifikasian tujuan dari masalah, yaitu bagaimana menentukan nilai dari salah satu variabel sistem persamaan linear yang telah disusun. Dengan demikian, terbentuk model matematika dari masalah dunia nyata yang dihadapi. Berbeda dengan langkah sebelumnya, lambang “+” dan “=” di sini digunakan untuk menyatakan secara berturut-turut penjumlahan dan adanya kesamaan nilai.

- K89 *R berpikir sambil melihat kembali coretan-coretan yang ia buat sebelumnya (pada K82)*
- 256 R : “k” ditambah “k” ditambah “k” itu 9 liter.
- K90 *Di dalam gambar (pada K86) R membuat coretan-coretan berikut:*

$$k + k + k = 9$$
- 257 P : Kok bisa?
- 258 R : Karena “k” ditambah “k” itu sama dengan “s”, isi cat dalam kaleng sedang.
- 259 P : Nah, kalau yang itu tau dari mana?
- 260 R : Dari sini.
- K91 *R menjelaskan sambil menunjuk lembar soal (pada K69), pada bagian berikut:*



261 R : Karena “4k” sama dengan “2s”.

K92 Di dalam gambar (pada K86) R membuat coretan-coretan berikut:
karena: $4k = 2s$

262 R : Kan dua-dua.

263 R : Terus, habis itu “3k”= 9, karena itu tadi.

K93 Sambil menjelaskan, R membuat coretan-coretan berikut:

$$k = 9/3$$

$$k = 3$$

264 R : Berarti k sama dengan 9 dibagi 3

265 R : Berarti “k” ini 3.

K94 Maksud dari percakapan 258-262 dengan situasi K91 dan K92 yaitu sebagai berikut:

diketahui $4k = 2s$

$$4k = 2s$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(4k) = s \quad \dots \text{istilah yang R gunakan adalah “dua-dua”}$$

$$\Leftrightarrow 2k = s$$

$$\Leftrightarrow s = 2k \quad \dots \text{penyederhanaan}$$

K95 Maksud dari percakapan 256-258 dengan situasi K90 dan percakapan 263-265 dengan situasi K93 yaitu sebagai berikut:

$s = 2k$ disubstitusikan ke dalam $s + k = 9$

$$s + k = 9$$

$$\Leftrightarrow 2k + k = 9 \quad \dots \text{pensubstitusian}$$

$$\Leftrightarrow 3k = 9$$

$$\Leftrightarrow k = 9/3$$

$$\Leftrightarrow k = 3 \quad \dots \text{penyederhanaan}$$

Komentar

R menyederhanakan persamaan $4k = 2s$ menjadi $s = 2k$. Ia menyusun persamaan yang ekuivalen yang ia anggap paling sederhana dari persamaan yang diketahui. Selanjutnya, $s = 2k$ disubstitusikan ke dalam persamaan $s + k = 9$ sehingga diperoleh bentuk yang paling sederhana

yaitu $k=3$. Melalui langkah demikian, nilai variabel k dapat ditentukan pada bagian ini. Langkah penyederhanaan dan pensubstitusian ini merupakan *matematisasi vertikal*.

266 P : Terus?

267 R : Sebentar-sebentar!

K96 R berpikir sambil melihat kembali lembar soal (pada K69)

268 R : “s” ditambah “k”, ditambah “s” ditambah “k”, ditambah “k”.

269 R : 9 ditambah 9 ditambah 3, sama dengan 21.

K97 R menjelaskan sambil membuat coretan-coretan berikut di dalam gambar (pada K86):

$$\begin{aligned} 2s + k &= b \\ (s+k) + (s+k) + k &= b \\ 9 + 9 + 3 &= b \\ 21 \end{aligned}$$

270 P : Lho, kok begini?

K98 P bertanya sambil menunjuk coretan-coretan yang R buat sebelumnya (pada K97) pada bagian $(s+k)+(s+k)+k=b$

271 R : Tak pecah dari “ $2s+k=b$ ”nya mas.

Komentar

R menjabarkan persamaan $2s+3k=b$ menjadi $(s+k)+(s+k)+k=b$. Ia menyusun persamaan tersebut untuk dapat memudahkan di dalam perhitungan. Selanjutnya, $s+k=9$ dan $k=3$ disubstitusikan ke dalam persamaan $(s+k)+(s+k)+k=b$ sehingga diperoleh bentuk yang paling sederhana yaitu $b=21$. Melalui langkah demikian, nilai variabel b dapat ditentukan pada bagian ini. Langkah penjabaran, pensubstitusian, dan penyederhanaan ini merupakan *matematisasi vertikal*.

- 272 P : Terus?
273 R : 21 liter, isi cat dalam 1 kaleng besar.
274 P : Oke.

Komentar

Temuan $b=21$ diterjemahkan kembali ke dalam situasi dunia nyata yaitu bahwa isi cat dalam 1 kaleng besar adalah 21 liter. Dengan demikian, masalah awal telah terpecahkan. Kegiatan menterjemahkan model matematika ke dalam situasi dunia nyata ini merupakan *matematisasi horizontal*.

Kesimpulan dari proses wawancara dengan R terkait matematisasi dalam pemecahan masalah pertama dan kedua

Dengan mengamati proses R memecahkan kedua masalah yang diberikan, dapat disimpulkan bahwa cukup beragam pemecahan informal yang dapat direpresentasikan melalui matematisasi horizontal sehingga hanya beberapa kesulitan saja yang dialaminya ketika melakukan operasi matematis melalui matematisasi vertikal. Ketika R membuat ilustrasi, menduga, dan mencoba-coba, pada dasarnya ia telah berada pada situasi informal. Dalam situasi tersebut, ia ditantang untuk mengelaborasi segala pengetahuannya dengan cara menggambarkan masalah secara lebih eksplisit dan realistik. R mampu menggunakan modus representasi lain untuk mengilustrasikan ide-idenya. Ia menggunakan ikon dan simbol untuk

merepresentasikannya sehingga cukup mendapat gambaran untuk melakukan operasi di dalam dunia simbol.

C. Rangkuman Seluruh Proses Wawancara

Dengan mengamati proses V dan R memecahkan kedua masalah yang diberikan, dapat disimpulkan bahwa melalui matematisasi horizontal dan vertikal siswa menjadikan pemecahan informal sebagai sumber inspirasi pemecahan matematis secara formal. Ketika siswa membuat ilustrasi, menduga, dan mencoba-coba, pada dasarnya ia telah berada pada situasi informal. Dalam situasi tersebut, ia ditantang untuk mengelaborasi segala pengetahuannya dengan cara menggambarkan masalah secara lebih eksplisit dan realistik. Pemecahan informal ini direpresentasikan dengan menggunakan berbagai modus representasi melalui matematisasi horizontal. Selanjutnya melalui matematisasi vertikal, dilakukan operasi matematis yang dapat menghasilkan suatu pemecahan yang diyakini benar.

Matematisasi horizontal dan matematisasi vertikal antara siswa yang satu dan siswa yang lain tidak sama. Pemecahan informal yang dapat V representasikan melalui matematisasi horizontal kurang beragam. V cenderung menggunakan simbol hanya untuk menterjemahkan bentuk asli masalah. Ia kurang mampu menggunakan modus representasi lain untuk mengilustrasikan ide-idenya. Oleh karena itu, ia kurang mendapat gambaran untuk melakukan operasi matematis melalui matematisasi vertikal. Sedikit berbeda dengan V, pemecahan informal yang dapat R representasikan

melalui matematisasi horizontal cukup beragam. R mampu menggunakan modus representasi lain untuk mengilustrasikan ide-idenya. Ia menggunakan ikon dan simbol untuk merepresentasikannya sehingga cukup mendapat gambaran untuk melakukan operasi di dalam dunia simbol.



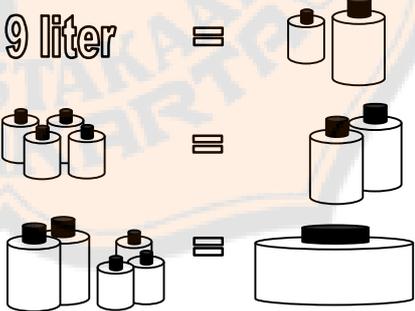
BAB V

PEMBAHASAN

A. Pembahasan Hasil Penelitian

Masalah yang dihadapkan pada siswa berkaitan dengan topik sistem persamaan linear dan dalam konteks kehidupan sehari-hari. Karena masalah berada dalam konteks kehidupan sehari-hari dan juga telah diperkenalkan kepada siswa mengenai topik sistem persamaan linear ketika di tingkat SMP, tidak sulit bagi siswa membayangkan situasi masalah. Dapat diidentifikasi langkah-langkah yang dilalui siswa memecahkan masalah tersebut, yaitu sebagai berikut:

Tabel 5.1 Masalah-Masalah yang Dihadapkan pada Siswa

Masalah Pertama	Masalah Kedua
1 buah durian lebih berat 2 kg dari 2 buah nenas. 1 buah durian sama beratnya dengan 2 buah melon. 2 buah nenas sama beratnya dengan 1 buah melon. Bagaimana cara kamu menentukan berat dari 1 buah durian?	Berdasarkan gambar di bawah ini, bagaimana cara kamu menentukan berapa liter isi cat dalam satu kaleng besar? 

Tabel 5.2 Langkah-Langkah Pemecahan Masalah Pertama yang Dilalui oleh V

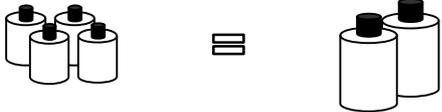
No	Langkah-Langkah Pemecahan Masalah	Wawancara
1	Menggali informasi-informasi dari masalah yang dihadapi	1-2; K1-K2

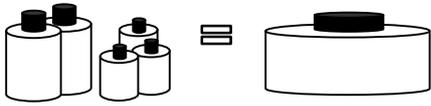
2	<p>Membuat persamaan dari apa yang diketahui, yaitu sebagai berikut:</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">diket</td> <td style="text-align: center;">catt</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$1d=2n+2$</td> <td style="text-align: center;">$d=\text{durian}$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$1d=2m$</td> <td style="text-align: center;">$m=\text{melon}$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$2n=1m$</td> <td style="text-align: center;">$n=\text{nenas}$</td> </tr> </table>	diket	catt	$1d=2n+2$	$d=\text{durian}$	$1d=2m$	$m=\text{melon}$	$2n=1m$	$n=\text{nenas}$	3-6; K3
diket	catt									
$1d=2n+2$	$d=\text{durian}$									
$1d=2m$	$m=\text{melon}$									
$2n=1m$	$n=\text{nenas}$									
3	<p>Melakukan evaluasi terhadap langkah 2, sehingga dapat dilakukan ralat sebagai berikut:</p> <p>d = berat dari 1 buah durian m = berat dari 1 buah melon n = berat dari 1 buah nenas</p>	7-22; K4-K7								
4	<p>Merumuskan apa yang akan dituju, yaitu bagaimana menentukan berat dari 1 buah durian atau dengan kata lain menentukan nilai dari variabel d.</p>	23-24								
5	<p>Dengan memandang $2n=m$, maka dapat diketahui bahwa 1 buah nenas lebih ringan dari 1 buah melon. Dengan memandang $d=2n+2$, maka dapat diketahui bahwa 1 buah nenas lebih ringan dari 1 buah durian. Dapat disimpulkan bahwa 1 buah nenas lebih ringan baik dari 1 buah melon maupun dari 1 buah durian.</p>	25-30; K8-K10								
6	<p>Menyusun perencanaan untuk langkah selanjutnya, yaitu bahwa nilai dari variabel d dan m dapat dicari dengan cara menentukan nilai 1 untuk variabel n pada persamaan $d=2n+2$ dan $2n=m$. Nilai 1 tersebut merupakan permisalan. Berdasarkan temuan pada langkah 5 yaitu nilai dari variabel n lebih kecil dibandingkan nilai dari variabel – variabel yang lain, maka dipandang lebih mudah jika variabel n digunakan di dalam permisalan.</p>	31-39; K11-K12								
7	<p>$n=1$, $n=1$ disubstitusikan ke dalam persamaan $m=2n$</p> $m=2n$ $\Leftrightarrow m=2(n)$ $\Leftrightarrow m=2(1)$ $\Leftrightarrow m=2$ <p>Dari sini dapat ditentukan nilai dari variabel m yaitu 2, dengan $n=1$ merupakan permisalan.</p>	40-43; K13-K15								
8	<p>$m=2$, $m=2$ disubstitusikan ke dalam persamaan $d=2m$</p> $d=2m$	44-46; K16								

	$\Leftrightarrow d=2(m)$ $\Leftrightarrow d=2(2)$ $\Leftrightarrow d=4$ Dari sini dapat ditentukan nilai dari variabel d yaitu 4, dengan $m=2$ merupakan temuan pada langkah 7.	
9	$n=1,$ $n=1$ disubstitusikan ke dalam persamaan $d=2n+2$ $d=2n+2$ $\Leftrightarrow d=2(n)+2$ $\Leftrightarrow d=2(1)+2$ $\Leftrightarrow d=2+2$ $\Leftrightarrow d=4$ Dari sini dapat ditentukan nilai dari variabel d yaitu 4, dengan $n=1$ merupakan permisalan.	47; K17
10	Menarik kesimpulan, jika dimisalkan $n=1$ maka: $m=2$ diperoleh dari substitusi $n=1$ ke dalam $2n=m$ $d=4$ diperoleh dari substitusi $n=1$ ke dalam $d=2n+2$ substitusi $m=2$ ke dalam $d=2m$ juga menghasilkan nilai $d=4$ Jadi, dengan mengandaikan $n=1$ maka tidak terjadi kontradiksi antara kesamaan-kesamaan yang terbentuk dari mensubstitusikan nilai $n=1$ ke dalam semua persamaan-persamaan yang diketahui, dengan kata lain “pas” atau “cocok”.	48-53; K18
11	Menarik kesimpulan berikut: Jika berat dari 1 buah nenas adalah 1 kg maka berat dari 1 buah durian adalah 4 kg, dan dapat dipilih sembarang nilai untuk berat dari 1 buah nenas.	54-56
12	Melakukan evaluasi terhadap langkah 11 dengan menyelidiki temuan yang diperoleh, yaitu sebagai berikut: Jika dimisalkan $n=2$ maka: $m=4$ diperoleh dari substitusi $n=2$ ke dalam $2n=m$ $d=8$ diperoleh dari substitusi $m=4$ ke dalam $d=2m$ tetapi substitusi $n=2$ ke dalam $d=2n+2$ tidak menghasilkan nilai $d=8$, melainkan menghasilkan $d=6$ Melihat adanya ketidakcocokan atau kontradiksi antara nilai d yang diperoleh dari substitusi $m=4$ ke dalam $d=2m$ dan nilai d yang diperoleh dari substitusi $n=2$ ke dalam	57-72; K19-K21

	$d=2n+2$	
13	<p>Melakukan penyelidikan yang serupa dengan penyelidikan pada langkah 12, di sini permisalan yang digunakan yaitu untuk $n=3$ dan untuk $n=4$.</p> <p>Temuan yang didapatkan serupa dengan temuan pada langkah 12, melihat adanya kontradiksi.</p>	73-74; K22
14	<p>Berdasarkan evaluasi terhadap langkah 11 melalui langkah 12 dan 13 maka dapat dilakukan ralat sebagai berikut:</p> <p>Berat dari 1 buah durian adalah 4 kg, yang ditentukan dengan cara memisalkan berat dari 1 buah nenas adalah 1 kg.</p> <p>Nilai-nilai untuk setiap variabel dalam sistem persamaan linear adalah nilai-nilai yang tidak menimbulkan kontradiksi antara kesamaan-kesamaan yang terbentuk dari mensubstitusikan nilai-nilai itu ke dalam persamaan-persamaan linear dalam sistem persamaan linear tersebut.</p>	75-81; K23

Tabel 5.3 Langkah-Langkah Pemecahan Masalah Kedua yang Dilalui oleh V

No	Langkah-Langkah Pemecahan Masalah	Wawancara
1	Menggali informasi-informasi dari masalah yang dihadapi	82-87; K24-K27
2	<p>Mendeskripsikan dalam bentuk cerita atau kata-kata makna dari petunjuk-petunjuk yang berupa gambar, yaitu sebagai berikut:</p> <p style="text-align: center;">  </p> <p>Makna dari gambar tersebut adalah isi cat dalam 1 kaleng sedang dan 1 kaleng kecil yaitu 9 liter</p> <p style="text-align: center;">  </p>	88-92; K28-K30

	<p>Makna dari gambar tersebut adalah isi cat dalam 4 kaleng kecil sama dengan isi cat dalam 2 kaleng sedang.</p>  <p>Makna dari gambar tersebut adalah isi cat dalam 2 kaleng sedang dan 3 kaleng kecil sama dengan isi cat dalam 1 kaleng besar.</p>	
3	<p>Membuat persamaan dari apa yang diketahui, yaitu sebagai berikut:</p> <p>diket</p> $9 = k + s$ $4k = 2s$ $b = 2s + 3k$ <p>k = isi cat dalam 1 kaleng kecil s = isi cat dalam 1 kaleng sedang b = isi cat dalam 1 kaleng besar</p>	93-96; K31-K32
4	<p>Merumuskan apa yang akan dituju, yaitu bagaimana menentukan isi cat dalam 1 kaleng besar atau dengan kata lain menentukan nilai dari variabel b.</p>	97-98
5	<p>Mengeksplorasi langkah yang mungkin dapat ditempuh, yaitu bahwa untuk dapat menentukan nilai dari variabel b maka harus ditentukan terlebih dahulu nilai dari variabel k dan s.</p>	99; K33
6	<p>Menyederhanakan persamaan $2s = 4k$ menjadi $s = 2k$, yaitu sebagai berikut:</p> $2s = 4k$ $\Leftrightarrow s = \frac{1}{2}(4k)$ $\Leftrightarrow s = 2k$	100-104; K34-K36
7	<p>Mensubstitusikan $s = 2k$ ke dalam $9 = s + k$, yaitu sebagai berikut:</p> $9 = s + k$ $\Leftrightarrow 9 = 2k + k$ $\Leftrightarrow 9 = 3k$ $\Leftrightarrow k = 9/3$ $\Leftrightarrow k = 3$ <p>Dari sini dapat ditentukan nilai dari variabel k yaitu 3.</p>	105-107; K37-K39
8	<p>Mensubstitusikan $k = 3$ ke dalam $s = 2k$, yaitu sebagai berikut:</p> $s = 2k$ $\Leftrightarrow s = 2(k)$ $\Leftrightarrow s = 2(3)$	108-110; K40

	$\Leftrightarrow s = 6$ Dari sini dapat ditentukan nilai dari variabel s yaitu 6.	
9	<p>k=3 dan s=6 (temuan pada langkah 7 dan 8) memberi arti bahwa isi cat dalam 1 kaleng kecil adalah 3 liter dan isi cat dalam 1 kaleng sedang adalah 6 liter. Karena diketahui di awal bahwa isi cat dalam 1 kaleng besar sama dengan isi cat dalam 2 kaleng sedang dan 3 kaleng kecil (temuan pada langkah 2), dapat ditentukan 21 liter sebagai nilai isinya. Ide tersebut digambarkan sebagai berikut:</p> <p style="text-align: center;">21 liter = </p>	111-116; K41
10	Menguraikan kembali secara ringkas mengenai langkah-langkah yang ditempuh dalam menyelesaikan masalah yang di berikan. Sedikit berbeda dalam ringkasan yang ia buat, variabel b diperoleh dari substitusi k=3 dan s=6 ke dalam $b=2s+3k$, sedangkan dalam perencanaan sebelumnya variabel b (isi cat dari 1 kaleng besar) diperoleh dalam situasi dunia nyata (langkah 9), namun kita ketahui bahwa ini memiliki maksud yang sama.	117-120; K42-K43

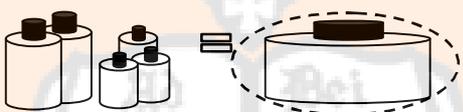
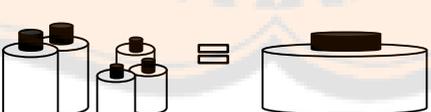
Tabel 5.4 Langkah-Langkah Pemecahan Masalah Pertama yang Dilalui oleh R

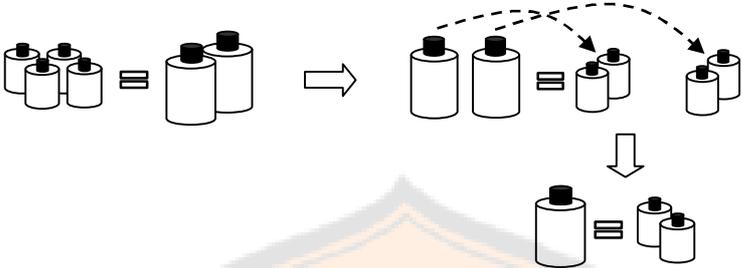
No	Langkah-Langkah Pemecahan Masalah	Wawancara
1	Menggali informasi-informasi dari masalah yang dihadapi	121-130; K44-K45
2	Membuat persamaan dari apa yang diketahui, yaitu sebagai berikut: diket $1d=2n+2$ $1d=2m$	131-135; K46-K48

	$2n=1m$ “n” melambangkan nenas, “d” melambangkan durian, dan “m” melambangkan melon.	
3	Melakukan evaluasi terhadap langkah 2 sehingga dapat dilakukan ralat sebagai berikut: $d =$ berat dari 1 buah durian $m =$ berat dari 1 buah melon $n =$ berat dari 1 buah nenas	136-145; K49
4	Merumuskan apa yang akan dituju, yaitu bagaimana menentukan berat dari 1 buah durian atau dengan kata lain menentukan nilai dari variabel d.	146-148; K50
5	Mengeksplorasi langkah yang mungkin dapat ditempuh, yaitu bahwa untuk menentukan nilai dari variabel d, terlebih dahulu harus ditentukan nilai dari variabel n karena diketahui $d=2n+2$ dan juga diketahui $2n=m$.	149-150; K51-K52
6	Telah diketahui di awal bahwa $d=2m$ dan $2n=m$, substitusi $d=2m$ ke dalam $d=2n+2$ menghasilkan $2m=2n+2$, selanjutnya substitusi $2n=m$ ke dalam $2m=2n+2$, menghasilkan $2m=m+2$	151-156; K53-K58
7	Dilakukan manipulasi aljabar terhadap temuan pada langkah 6, yaitu sebagai berikut: $\frac{2m}{2} = \frac{m+2}{2}$ $\Leftrightarrow 2m-m = 2$ $\Leftrightarrow m = 2$ Dari sini dapat ditentukan nilai dari variabel m yaitu 2.	157-159; K59
8	Mensubstitusikan $m=2$ (temuan pada langkah 7) ke dalam $2n=m$, yaitu sebagai berikut: $2n = m$ $\Leftrightarrow 2n = 2$ $\Leftrightarrow n = 2/2$ $\Leftrightarrow n = 1$ Dari sini dapat ditentukan nilai dari variabel n yaitu 1.	167-170; K61-K62
9	Mensubstitusikan $n=1$ (temuan pada langkah 8) ke dalam $d=2n+2$, yaitu sebagai berikut: $d = 2n+2$ $\Leftrightarrow d = 2(1)+2$ $\Leftrightarrow d = 2+2$ $\Leftrightarrow d = 4$ Dari sini dapat ditentukan nilai dari variabel d yaitu 4.	171-177; K63-K65

10	Dengan mengetahui nilai dari variabel d, dapat ditentukan berat dari 1 buah durian yaitu 4 kg.	178-179
11	Menguraikan kembali secara ringkas sekaligus melakukan evaluasi mengenai langkah-langkah yang ditempuh dalam menyelesaikan masalah yang di berikan.	180-190; K67-K68

Tabel 5.5 Langkah-Langkah Pemecahan Masalah Kedua yang Dilalui oleh R

No	Langkah-Langkah Pemecahan Masalah	Wawancara
1	Menggali informasi-informasi dari masalah yang dihadapi	191-192; K69-K70
2	<p>Merumuskan apa yang akan dituju yaitu bagaimana menentukan isi cat dalam 1 kaleng besar, dengan menunjuk gambar berikut:</p> 	193-195; K71
3	<p>Mendeskripsikan dalam bentuk cerita atau kata-kata makna dari petunjuk-petunjuk yang berupa gambar, yaitu sebagai berikut:</p> <p>9 liter = </p> <p>Makna dari gambar tersebut adalah isi cat dalam 1 kaleng sedang dan 1 kaleng kecil yaitu 9 liter</p>  <p>Makna dari gambar tersebut adalah isi cat dalam 2 kaleng sedang dan 3 kaleng kecil sama dengan isi cat dalam 1 kaleng besar.</p>	196-199; K72-K73
4	Memperoleh temuan bahwa isi cat dalam 1 kaleng sedang sama dengan isi cat dalam 2 kaleng kecil karena diketahui isi cat dalam 2 kaleng sedang sama dengan isi cat dalam 4	200-208; K74-K75

	<p>kaleng kecil, yaitu seperti tampak pada gambar berikut:</p> 	
<p>5</p>	<p>Membuat suatu bagan untuk memudahkan menemukan keterkaitan-keterkaitan antara apa yang diketahui dari masalah. Dalam bagan tersebut, termuat simbol-simbol sederhana, yaitu <input type="text"/> melambangkan isi cat dalam 1 kaleng sedang, <input type="text"/> melambangkan isi cat dalam 1 kaleng kecil, dan <input type="text"/> melambangkan isi cat dalam 1 kaleng besar. Bagan tersebut seperti tampak di bawah ini:</p> <p>Diketahui</p> $\begin{matrix} \text{[Medium]} & \text{[Small]} & = & 9 \end{matrix}$ <p>sehingga</p> $\begin{matrix} \text{[Medium]} & \text{[Medium]} & \text{[Small]} & = & \text{[Large]} \\ 9 & + & 9 & + & ? \\ 18 & + & \text{[Small]} & & \end{matrix}$	<p>209-214; K76-K79</p>
<p>6</p>	<p>Mengeksplorasi langkah yang mungkin dapat ditempuh, yaitu bahwa untuk menentukan isi cat dalam 1 kaleng besar terlebih dahulu harus ditentukan isi cat dalam 1 kaleng kecil.</p>	<p>215-224; K80</p>

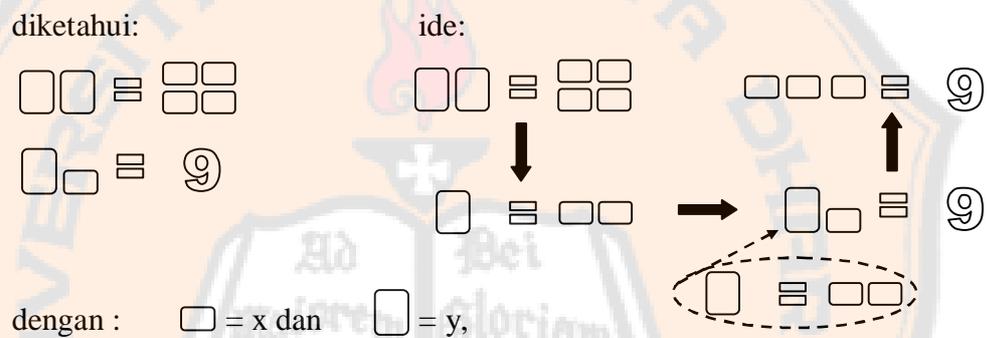
7		<p>Isi cat dalam 1 kaleng kecil sudah dapat ditentukan pada bagian ini yaitu 3 liter. Seperti tampak pada gambar di samping, langkah yang ditempuh masih dalam konteks dunia nyata namun telah menggunakan bagan dengan simbol-simbol sederhana sebagai alat bantu.</p>	225-238; K81-K84
8	<p>Berdasarkan temuan pada langkah-langkah sebelumnya, yaitu:</p> <ol style="list-style-type: none"> isi cat dalam 1 kaleng besar adalah 18 liter lebih, dan lebihnya sebanyak isi cat dalam 1 kaleng kecil, isi cat dalam 1 kaleng kecil adalah 3 liter <p>dapat ditentukan isi cat dalam 1 kaleng besar adalah 21 liter dengan cara mengaitkan kedua temuan tersebut.</p>	239-243; K85	
9	<p>Menguraikan kembali secara ringkas mengenai langkah-langkah yang ditempuh dalam menyelesaikan masalah yang di berikan. Digunakan simbol-simbol matematika dalam ringkasan. Ini berbeda ketika dalam perencanaan di mana langkah-langkah yang ditempuh dalam situasi dunia nyata.</p>	244-274; K87-K98	
8	<p>Membuat persamaan dari apa yang diketahui, yaitu sebagai berikut:</p> <p>diket</p> $9 = k + s$ $4k = 2s$ <p>k = isi cat dalam 1 kaleng kecil s = isi cat dalam 1 kaleng sedang</p>	249-252; K87	
9	<p>Merumuskan apa yang akan dituju, yaitu bagaimana menentukan isi cat dalam 1 kaleng besar atau dengan kata lain menentukan nilai dari variabel b, dengan diketahui $2s + 3k = b$.</p>	253-255; K88	
10	<p>Menyederhanakan persamaan $4k = 2s$ menjadi $s = 2k$, yaitu sebagai berikut:</p> <p>Diketahui $4k = 2s$</p> $4k = 2s$ $\Leftrightarrow \frac{1}{2}(4k) = s$ $\Leftrightarrow 2k = s$ $\Leftrightarrow s = 2k$	258-262; K91-K92	

11	<p>Mensubstitusikan $s=2k$ ke dalam $k+s=9$, yaitu sebagai berikut: Diketahui $s=2k$ (temuan pada langkah 10) dan $s+k=9$</p> $s + k = 9$ $\Leftrightarrow 2k + k = 9$ $\Leftrightarrow 3k = 9$ $\Leftrightarrow k = 9/3$ $\Leftrightarrow k = 3$ <p>Dari sini dapat ditentukan nilai dari variabel k yaitu 3.</p>	256-258; K90 dan 263-265; K93
12	<p>Diperoleh persamaan $(s+k)+(s+k)+k=b$ yang equivalen dengan persamaan $2s+3k=b$. Selanjutnya, $(s+k)=9$ dan $k=3$ disubstitusikan ke dalam $(s+k)+(s+k)+k=b$ yaitu sebagai berikut: Diketahui $s+k=9$ dan $k=3$ (temuan pada langkah 11)</p> $2s + k = b$ $\Leftrightarrow (s+k) + (s+k) + k = b$ $\Leftrightarrow 9 + 9 + 3 = b$ $\Leftrightarrow 21 = b$ <p>Dari sini dapat ditentukan nilai dari variabel b yaitu 21.</p>	266-271; K96-K98
13	<p>Dengan mengetahui nilai dari variabel b, dapat ditentukan isi cat dalam 1 kaleng besar yaitu 21 liter.</p>	272-274

Siswa melihat adanya keterkaitan antara isi cat dalam kaleng kecil, isi cat dalam kaleng sedang, dan isi cat dalam kaleng besar. Nilai variabel yang satu terikat dengan nilai variabel yang lain di dalam suatu sistem. Untuk menentukan nilai variabel yang satu, ditentukan terlebih dahulu nilai variabel yang lain. Inilah ide pokok yang siswa gunakan untuk memecahkan masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear yang dihadapi.

Melalui matematisasi horizontal dan vertikal, siswa menjadikan pemecahan informal sebagai sumber inspirasi pemecahan matematis secara formal. Ketika siswa membuat ilustrasi, menduga, dan mencoba-coba, pada dasarnya ia telah berada pada situasi informal. Dalam situasi tersebut, ia

ditantang untuk mengelaborasi segala pengetahuannya dengan cara menggambarkan masalah secara lebih eksplisit dan realistik. Pemecahan informal ini direpresentasikan dengan menggunakan berbagai modus representasi melalui matematisasi horizontal. Selanjutnya melalui matematisasi vertikal, dilakukan operasi matematis yang dapat menghasilkan suatu pemecahan yang diyakini benar. Misalnya salah satu ilustrasi siswa, dengan membayangkan situasi berikut:



Gambar 5.1 Contoh Ide Pemecahan Informal

sebagai Sumber Inspirasi Ide Pemecahan Matematis secara Formal

siswa dapat menyederhanakan $2y=4x$ menjadi $y=2x$ sehingga dapat disubstitusikan ke dalam $y+x=9$. Ia mengembangkan ide atau pengetahuannya dalam situasi dunia nyata menjadi ide matematika yang lebih abstrak. Dapat diidentifikasi matematisasi horizontal dan vertikal siswa ketika memecahkan masalah yang dihadapi, yaitu sebagai berikut:

Tabel 5.6 Matematisasi Horizontal Siswa dalam Pemecahan Masalah

No	Matematisasi Horizontal	Wawancara
1.	Membuat suatu skema (bagan	31-39 dengan situasi K11-K12

	atau kerangka)	
2.	Merumuskan dan memvisualisasi suatu masalah dengan cara yang berbeda	111-116 dengan situasi K41 200-208 dengan situasi K74-K75 209-214 dengan situasi K76-K79 225-238 dengan situasi K81-K84
3.	Menemukan relasi	25-30 dengan situasi K8-K10 99 dengan situasi K33 111-116 dengan situasi K41 149-150 dengan situasi K51-K52 160-166 dengan situasi K60 200-208 dengan situasi K74-K75 209-214 dengan situasi K76-K79 215-224 dengan situasi K80 225-238 dengan situasi K81-K84 239-243 dengan situasi K85
4.	Membuat model matematika dari masalah dunia nyata	7-24 dengan situasi K3-K7 93-98 dengan situasi K31-K32 131-148 dengan situasi K46-K50 249-255 dengan situasi K87-K88
5.	Menterjemahkan model matematika ke situasi dunia nyata	54-56 80-81 111-116 dengan situasi K41 178-179 272-274
6.	Mentransfer masalah dunia nyata ke model matematika yang sudah ada atau sudah dikenal	47 dengan situasi K17 108-110 dengan situasi K40

Tabel 5.7 Matematisasi Vertikal Siswa dalam Pemecahan Masalah

No	Matematisasi Vertikal	Wawancara
1.	Merepresentasikan relasi dalam bentuk rumus	99 dengan situasi K33 149-150 dengan situasi K51-K52 160-166 dengan situasi K60
2.	Menghaluskan dan mengatur model	40-43 dengan situasi K13-K15 44-46 dengan situasi K16 47 dengan situasi K17 100-104 dengan situasi K34-K36

		105-107 dengan situasi K37-K39 108-110 dengan situasi K40 157-159 dengan situasi K59 167-170 dengan situasi K61-K62 171-177 dengan situasi K63-K65 256-265 dengan situasi K89-K95 266-271 dengan situasi K96-K98
3.	Menggunakan model yang berbeda	57-74 dengan situasi K19-K22
4.	Menggabung atau mengintegrasikan model	40-43 dengan situasi K13-K15 44-46 dengan situasi K16 47 dengan situasi K17 105-107 dengan situasi K37-K39 108-110 dengan situasi K40 151-156 dengan situasi K53-K58 167-170 dengan situasi K61-K62 171-177 dengan situasi K63-K65 256-265 dengan situasi K89-K95 266-271 dengan situasi K96-K98
5.	Melakukan generalisasi	75-79 dengan situasi K23

Kita ketahui bahwa tidak sama tantangan, pengalaman, dan gejala yang dihadapi orang yang satu dan orang yang lain dalam hidupnya sehingga juga tidak sama struktur kognitif yang dimiliki. Karena perbedaan struktur kognitif, tiap-tiap orang mempunyai cara tersendiri menghadapi suatu masalah. Demikian halnya dengan V dan R ketika menghadapi masalah dalam penelitian ini, matematisasi horizontal dan matematisasi vertikal antara kedua siswa tersebut tidak sama. Pemecahan informal yang dapat V representasikan melalui matematisasi horizontal kurang beragam sehingga ia kurang mendapat gambaran untuk melakukan operasi matematis melalui matematisasi vertikal. Sedangkan pemecahan informal yang dapat R representasikan melalui matematisasi horizontal cukup beragam sehingga ia

cukup mendapat gambaran untuk melakukan operasi matematis melalui matematisasi vertikal.

B. Keterbatasan dan Kelebihan Penelitian

Kesiapan peneliti melakukan wawancara merupakan hal yang sangat penting, terlebih lagi wawancara di sini merupakan wawancara terbuka. Dalam wawancara terbuka, pertanyaan-pertanyaan yang diajukan dikembangkan berdasarkan jawaban siswa. Dalam penelitian ini, ketika wawancara berlangsung terdapat jawaban siswa di luar dugaan peneliti sebelumnya yaitu ketika V memecahkan masalah pertama. Peneliti kurang begitu memperhatikan bahwa langkah pemecahan yang demikian mungkin saja ditempuh oleh siswa. Agar pola dan arah berpikir siswa tetap dapat tergali, peneliti mengamati proses siswa memecahkan masalah dan mengajukan pertanyaan di sela-sela proses tersebut terhadap hal-hal yang dirasa kurang jelas.

Dari penelitian ini, kita memperoleh gambaran mengenai matematisasi siswa ketika memecahkan masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear. Melalui matematisasi horizontal dan vertikal, siswa menjadikan pemecahan informal sebagai sumber inspirasi pemecahan matematis secara formal. Hal ini sejalan dengan falsafah konstruktivisme yang memandang bahwa ide atau pengetahuan merupakan hasil konstruksi sendiri berdasarkan ide atau pengetahuan sebelumnya. Dengan demikian, akan bermanfaat bagi

kita dalam belajar matematika maupun dalam membantu orang lain belajar matematika apabila penelitian semacam ini dikembangkan.



BAB VI

KESIMPULAN DAN SARAN

A. Kesimpulan

Berdasarkan analisis data, hasil penelitian, dan pembahasan, dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

1. Melalui matematisasi horizontal dan vertikal, ketika memecahkan suatu masalah, siswa menjadikan pemecahan informal sebagai sumber inspirasi pemecahan matematis secara formal. Ketika siswa membuat ilustrasi, menduga, dan mencoba-coba, pada dasarnya ia telah berada pada situasi informal. Pemecahan informal ini direpresentasikan dengan menggunakan berbagai modus representasi melalui matematisasi horizontal. Selanjutnya melalui matematisasi vertikal, dilakukan operasi matematis yang dapat menghasilkan suatu pemecahan yang diyakini benar.
2. Matematisasi horizontal dan matematisasi vertikal antara siswa yang satu dan siswa yang lain tidak sama. Pemecahan informal yang dapat V representasikan melalui matematisasi horizontal kurang beragam. V cenderung menggunakan simbol hanya untuk menterjemahkan bentuk asli masalah. Ia kurang mampu menggunakan modus representasi lain untuk mengilustrasikan ide-idenya. Oleh karena itu, ia kurang mendapat gambaran untuk melakukan operasi matematis melalui matematisasi vertikal. Sedikit berbeda dengan V, pemecahan informal

yang dapat R representasikan melalui matematisasi horizontal cukup beragam. R mampu menggunakan modus representasi lain untuk mengilustrasikan ide-idenya. Ia menggunakan ikon dan simbol untuk merepresentasikannya sehingga cukup mendapat gambaran untuk melakukan operasi di dalam dunia simbol.

B. Saran

Berdasarkan keterbatasan dan kelebihan yang ada dalam penelitian ini, dapat dikemukakan saran sebagai berikut:

1. Bagi calon pendidik dan pendidik matematika

Hendaknya diberikan kesempatan dan keterbukaan bagi siswa untuk memecahkan masalah dengan cara atau langkah atau prosedur sendiri. Oleh karena itu, perlu dipilih masalah yang dapat menyediakan beragam prosedur pemecahan serta mengindikasikan rute belajar yang berangkat dari tingkat belajar matematika secara nyata ke tingkat belajar matematika secara formal melalui matematisasi. Strategi informal dapat dipahami untuk mengantisipasi prosedur pemecahan formal. Dengan demikian, siswa dapat mengkonstruksi sendiri pengetahuannya.

2. Bagi peneliti

Kesiapan peneliti melakukan wawancara merupakan hal yang sangat penting, terlebih lagi wawancara di sini merupakan wawancara terbuka. Dalam wawancara terbuka, pertanyaan-pertanyaan yang

diajukan dikembangkan berdasarkan jawaban siswa. Dengan demikian, hendaknya diperhatikan hal-hal yang perlu disiapkan agar proses wawancara berjalan sesuai dengan yang diharapkan.

3. Bagi Penelitian Terkait

Dari penelitian ini, kita memperoleh gambaran mengenai matematisasi siswa ketika memecahkan masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear. Melalui matematisasi horizontal dan vertikal, siswa menjadikan pemecahan informal sebagai sumber inspirasi pemecahan matematis secara formal. Hal ini sejalan dengan falsafah konstruktivisme yang memandang bahwa ide atau pengetahuan merupakan hasil konstruksi sendiri berdasarkan ide atau pengetahuan sebelumnya. Dengan demikian, akan bermanfaat bagi kita dalam belajar matematika maupun dalam membantu orang lain belajar matematika apabila penelitian semacam ini dapat dikembangkan.

DAFTAR PUSTAKA

- Imrona, M. (2009). *Aljabar Linear Dasar*. Jakarta: Erlangga.
- Howard, A. & Rorres, C. (2004). *“Elementary Linear Algebra” Application Version / Eight Edition*. Jakarta: Erlangga
- Kurnianingsih, S. dkk. (2007). *Matematika SMA dan MA untuk Kelas X Semester I*. Jakarta: Esis-Erlangga.
- Leon, S.J. (2001). *Aljabar Linear dan Aplikasinya edisi kelima*. Jakarta: Erlangga.
- Lipschutz, S., Lipson, M. (2004). *Aljabar Linear edisi ketiga*. Jakarta: Erlangga.
- Marpaung, Y. (2006). Makalah: *Pembelajaran Matematika dengan Model PMRI*. Yogyakarta: Universitas Sanata Dharma.
- Marpaung, Y. (1986). *Aspek-Aspek Kognitif yang Perlu Diketahui Guru-Guru Matematika Sebagai Bekal untuk Dapat Membantu Siswa dengan Lebih Baik*. Yogyakarta: Makalah disampaikan pada seminar pendidikan matematika se-DIY dan Jawa Tengah pada tanggal 23-24 Oktober 1986, Universitas Sanata Dharma.
- Marpaung, Y. (2007). *Pembelajaran Matematika Realistik Indonesia (PMRI)*. Yogyakarta: Makalah, FKIP Sanata Dharma.
- Muhibbin. (1997). *Psikologi Pendidikan dengan Pendekatan Baru*. Bandung: Remaja Rosdakarya.
- Sriyono, Y. (2008). *Perbandingan Implementasi PMRI dalam Proses Pembelajaran Matematika di Dua Sekolah Mitra Tim PMRI*. Yogyakarta: Skripsi, FKIP Sanata Dharma.
- Suharnan. (2005). *Psikologi Kognitif*. Surabaya: Srikandi.

Suherman, E., dkk. (2001). *Strategi pembelajaran kontemporer*. Bandung: JICA, Universitas Pendidikan Indonesia.

Sukirwan: *Menyusun Penyelesaian Matematika*. <http://arisdaku.blogspot.com/2007/11/menyusun-penyelesaian-matematika.html>. Diakses pada tanggal 19 Oktober 2011.

Suparno, P. (2001). *Teori Perkembangan Kognitif Jean Piaget*. Yogyakarta: Kanisius.

Suparno, P. (1997). *Filsafat Konstruktifisme dalam Pendidikan*. Yogyakarta: Kanisius.

Suwarsono, S. (2007). Makalah: Penerapan *Pembelajaran matematika Realistik (PMR/PMRI)* di SMP. Yogyakarta: Universitas Sanata Dharma.

Winkel, W.S. (2004). *Psikologi Pengajaran*. Yogyakarta: Media Abadi.

Yin, R.K. (2008). *Studi Kasus Desain dan Metode*. Jakarta: Rajawali Pers.



LAMPIRAN

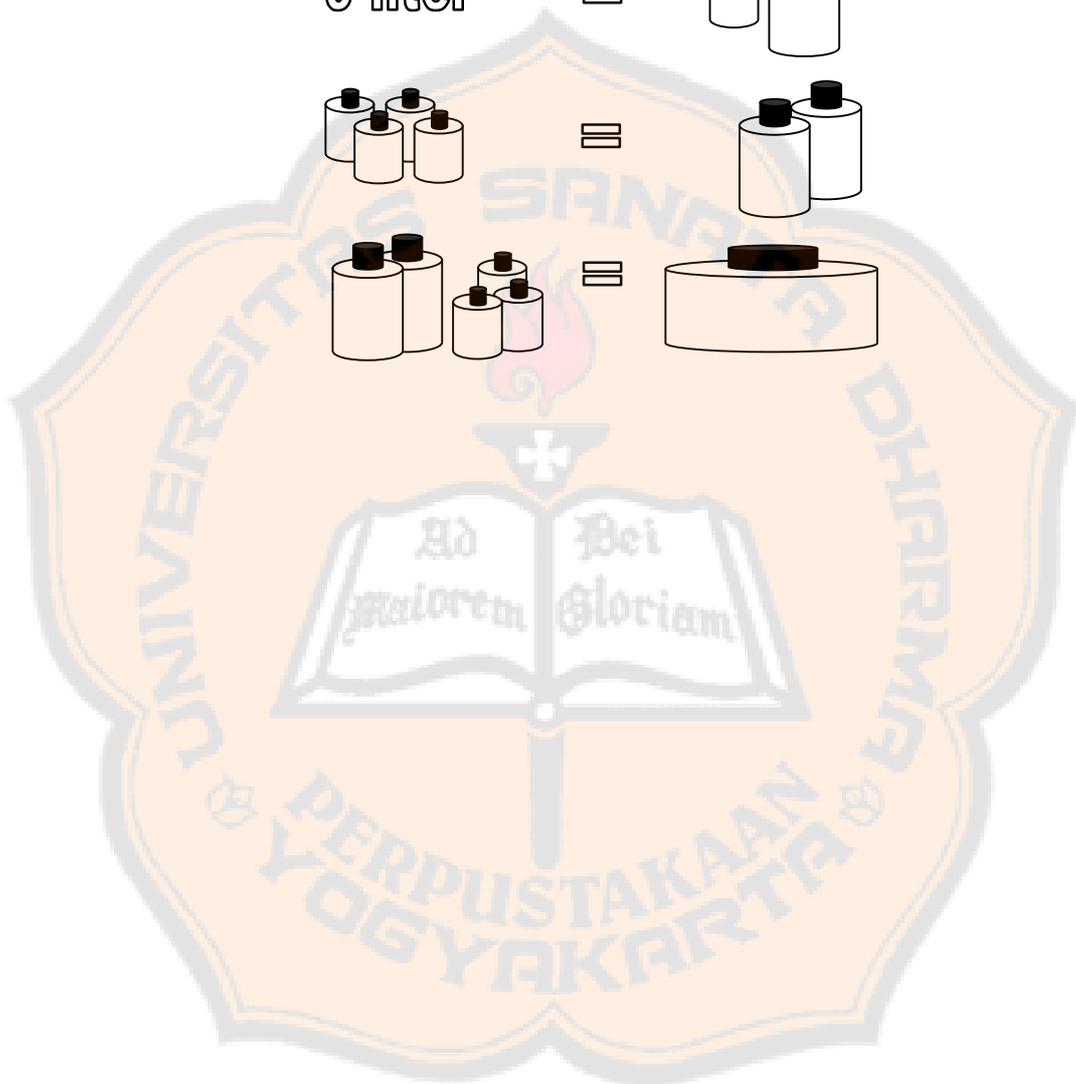
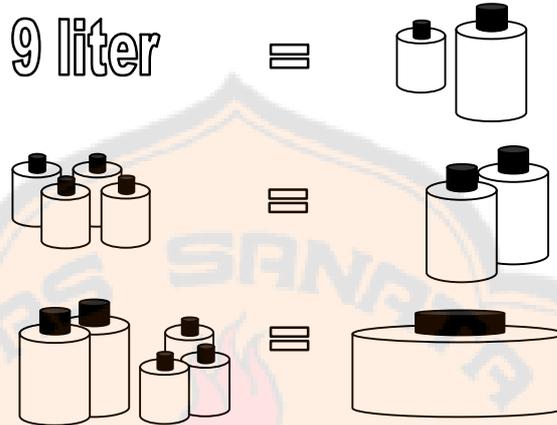
Masalah pertama

1 buah durian lebih berat 2 kg dari 2 buah nenas. 1 buah durian sama beratnya dengan 2 buah melon. 2 buah nenas sama beratnya dengan 1 buah melon. Bagaimana cara kamu menentukan berat dari 1 buah durian?



Masalah kedua

Berdasarkan gambar di bawah ini, bagaimana cara kamu menentukan berapa liter isi cat dalam satu kaleng besar?



PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI
 Lampiran 2. Lembar Kerja Siswa

Lembar kerja V ketika mengerjakan soal pertama

diket

$$d = 2n + 2$$

$$d = 2m$$

$$2n = 1m$$

cat

d = durian

m = melon

n = nenas

$$\begin{aligned} d &= 2n + 2 \\ d &= 2m \\ 2n &= m \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2}x + 2$$

$$n = 1$$

$$2 = m$$

$$d = 2 + 2$$

$$d = 4$$

$$d = 4$$

n=1, maka berat durian 4kg

$$\begin{aligned} n &= 1 \\ m &= 2 \\ d &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n &= 3 \text{ kg} \\ m &= 6 \text{ kg} \\ d &= 8 \text{ kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n &= 2 \\ m &= 4 \\ d &= 6 \end{aligned}$$

$$n = 3$$

$$n = 2$$

$$n = 1$$

Lembar kerja V ketika mengerjakan soal kedua

$$\begin{aligned} g &= k + s \\ 4k &= 2s \\ b &= 2s + 3k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2s &= 4k \\ s &= 2k \\ g &= 2k + k \\ g &= 3k \\ k &= g/3 \\ k &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2s &= 4k \Rightarrow s = 2k \\ g &= k + s & b &= 2s + 3k \\ g &= 3k & &= 2 \cdot 6 + 3 \cdot 3 \\ k &= g/3 & &= 12 + 9 \\ k &= 3 & &= 21 \\ s &= 2k & &= \\ &= 2 \cdot 3 & &= 6 \\ &= 6 & & \end{aligned}$$

Lembar kerja R ketika mengerjakan soal pertama

$$\begin{aligned} \cdot \underline{1d} &= 2n + 2 \\ \cdot \underline{1d} &= 2m \\ \checkmark 2n &= 1m \end{aligned}$$

$$\underline{1d = 2n + 2}$$

$$\begin{aligned} \underline{1d} &= 2n + 2 \\ \underline{2m} &= 1m + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2m &= 1m + 2 \\ 2m - 1m &= 2 \\ 1m &= 2 \\ m &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2n &= 1m \\ 2n &= 2 \\ 1n &= \frac{2}{2} \\ n &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1d &= 2n + 2 \\ &= 2(1) + 2 \\ &= 2 + 2 \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2m &= 1m + 2 \\ 2m - 1m &= 2 \\ 1m &= 2 \\ 2n &= 1m \\ 2n &= 2 \\ 1n &= \frac{2}{2} \\ n &= 1 \\ 1d &= 2n \\ 1d &= 2 \cdot 1 + 2 \\ 1d &= 4 \end{aligned}$$

Lembar kerja R ketika mengerjakan soal kedua

$$00 = 9$$

$$000 = 9$$

$$9 + 9 + 9$$

$$18 + \dots$$

$$00 = 9$$



$$000 = 9$$

3 liter

$$s + k = 9$$

$$4k = 2s$$

$$k + k + k = 9$$

$$\text{karena: } 9k = 2s$$

$$k = \frac{9}{3}$$

$$k = 3$$

$$2s + k = b$$

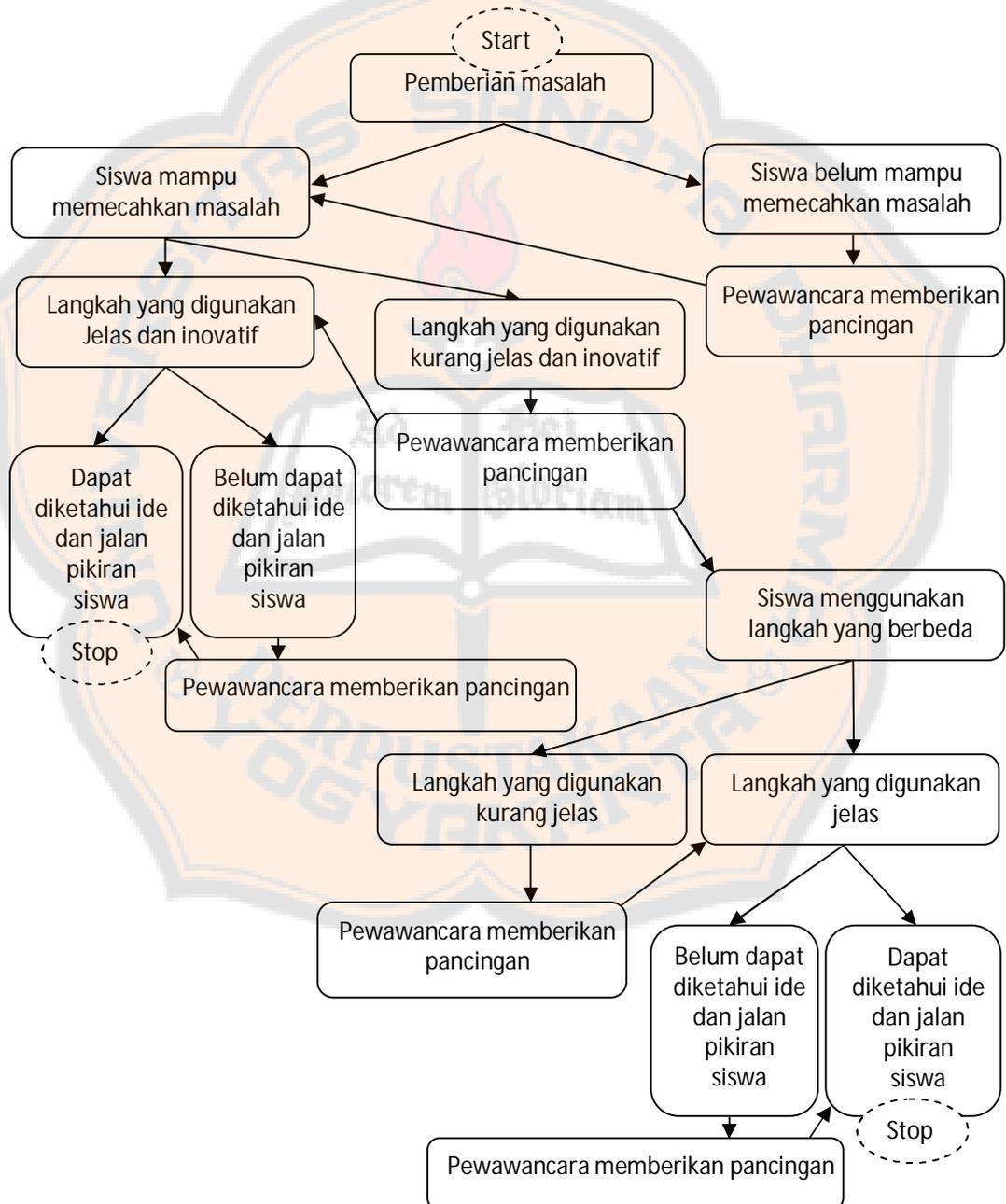
$$(s+k) + (s+k) + k = b$$

$$9 + 9 + 3 = b$$

21

Panduan Wawancara

Wawancara yang dilakukan bertujuan mengetahui ide dan jalan pikiran siswa sehingga dapat dikaji matematisasi yang dilakukan. Rancangan alur wawancara seperti digambarkan pada diagram berikut:



Beberapa kemungkinan langkah pemecahan masalah dari soal yang diberikan kepada siswa yaitu sebagai berikut:

Soal 1

1 buah durian lebih berat 2 kg dari 2 buah nenas. 1 buah durian sama beratnya dengan 2 buah melon. 2 buah nenas sama beratnya dengan 1 buah melon. Bagaimana cara kamu menentukan berat dari 1 buah durian?

Pemecahan

Cara 1

1. Kita misalkan:

x : berat (kg) dari sebuah nenas,

y : berat (kg) dari sebuah melon,

z : berat (kg) dari sebuah durian,

sehingga terbentuk:

$$z = 2x + 2$$

$$z = 2y$$

$$y = 2x$$

Yang harus kita tentukan adalah berapa berat (kg) dari sebuah durian, dengan kata lain yang harus dicari adalah nilai dari variabel z .

2. Perhatikan sistem berikut!

$$\left. \begin{array}{l} z = 2x + 2 \\ z = 2y \\ y = 2x \end{array} \right\}$$

Terdapat 3 buah variabel di sini, agar menjadi lebih sederhana kita dapat memandangnya dalam 2 variabel saja

- a. Karena diketahui nilai dari variabel y sama dengan 2 kali nilai dari variabel x , dapat kita substitusikan $y = 2x$ ke dalam $z = 2y$

$$z = 2y$$

$$\Leftrightarrow z = 2(2x)$$

$$\Leftrightarrow z = 4x$$

$$\Leftrightarrow z - 4x = 0$$

- b. Sistem menjadi tampak sebagai berikut:

$$\left. \begin{array}{l} z = 2x + 2 \\ z - 4x = 0 \end{array} \right\}$$

3. Untuk a , b , c , dan d sebarang bilangan real, berlaku jika $a = b$ dan $c = d$ maka $a - c = b - d$.

Bukti:

$$a - c = a - c$$

$$\Leftrightarrow a - c = a - d \quad (\text{karena } c = d)$$

$$\Leftrightarrow a - d = b - d \quad (\text{karena } a = b)$$

Jadi terbukti untuk a , b , c , dan d sebarang bilangan real, jika $a = b$ dan $c = d$ maka $a - c = b - d$.

4. a. Dibentuk persamaan yang ekuivalen dengan $z = 2x + 2$

$$z = 2x + 2$$

$$\Leftrightarrow z - 2x = 2x + 2 - 2x$$

$$\Leftrightarrow z - 2x = 2$$

- b. Dari $z - 2x = 2$ dan $z - 4x = 0$ dapat ditentukan nilai dari variabel x dengan menggunakan sifat pada nomor 3 yang telah kita buktikan

$$z - 2x = 2$$

$$z - 4x = 0 \quad -$$

$$2x = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x}{2} = \frac{2}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

5. Untuk dapat menentukan nilai dari variabel z , substitusikan $x = 1$ ke dalam

$$z - 4x = 0$$

$$\Leftrightarrow z - 4(1) = 0$$

$$\Leftrightarrow z - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow z - 4 + 4 = 0 + 4$$

$$\Leftrightarrow z = 4$$

6. Telah dapat ditentukan nilai dari variabel z yaitu 4, sehingga dapat diketahui berat dari sebuah durian adalah 4 kg.

Cara 2

Langkah-langkah yang lebih singkat juga dapat ditempuh untuk menentukan nilai dari variabel z setelah terbentuk sistem berikut:

$$\left. \begin{array}{l} z = 2x + 2 \\ z - 4x = 0 \end{array} \right\}$$

Langkah-langkah tersebut yaitu sebagai berikut:

1. a. Dibentuk persamaan yang ekuivalen dengan $z = 2x + 2$

$$z = 2x + 2$$

$$\Leftrightarrow z - 2x = 2x + 2 - 2x$$

$$\Leftrightarrow z - 2x = 2$$

$$\Leftrightarrow 2(z - 2x) = 2(2)$$

$$\Leftrightarrow 2z - 4x = 4$$

- c. Dari $2z - 4x = 4$ dan $z - 4x = 0$ dapat ditentukan nilai dari variabel z dengan menggunakan sifat pada yang telah kita buktikan di atas

$$2z - 4x = 4$$

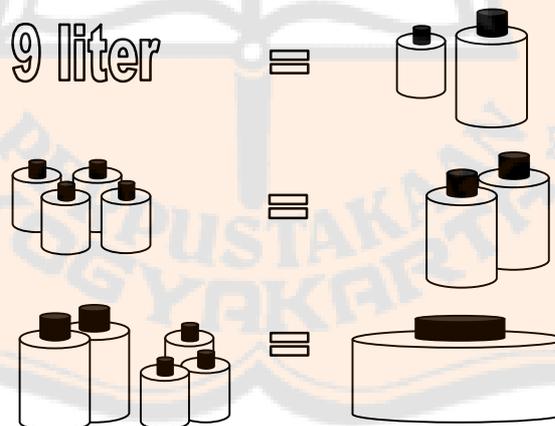
$$\underline{z - 4x = 0 \quad -}$$

$$z = 4$$

2. Telah dapat ditentukan nilai dari variabel z yaitu 4, sehingga dapat diketahui berat dari sebuah durian adalah 4 kg.

Soal 2

Berdasarkan gambar di bawah ini, bagaimana cara kamu menentukan berapa liter isi cat dalam satu kaleng besar?



Pemecahan

Cara 1

1. Dapat kita ketahui bahwa:
 - a. isi cat dalam 1 kaleng kecil dan 1 kaleng sedang adalah 9 liter,

- b. isi cat dalam 4 kaleng kecil sama dengan isi cat dalam 2 kaleng sedang,
- c. isi cat dalam 2 kaleng sedang dan 3 kaleng kecil sama dengan isi cat dalam 1 kaleng besar.

2. Kita misalkan:

x : isi cat (liter) dalam 1 kaleng kecil,

y : isi cat (liter) dalam 1 kaleng sedang,

z : isi cat (liter) dalam 1 kaleng besar,

maka diperoleh:

$$x + y = 9$$

$$4x = 2y$$

$$3x + 2y = z$$

Yang harus kita tentukan adalah isi cat (liter) dalam 1 kaleng besar, dengan kata lain nilai dari variabel z .

3. Kita ketahui bahwa isi cat dalam 2 kaleng sedang dan 3 kaleng kecil sama dengan isi cat dalam 1 kaleng besar. Jadi, untuk menentukan isi cat dalam 1 kaleng besar terlebih dahulu kita harus menentukan isi cat dalam 1 kaleng sedang dan isi cat dalam 1 kaleng kecil. Dengan memandang $3x + 2y = z$, kita dapat mengetahui bahwa untuk dapat menentukan nilai z terlebih dahulu kita harus menentukan nilai x dan y .

4. Untuk menentukan nilai x dan y kita dapat menggunakan cara berikut:

a. Dibentuk persamaan yang ekuivalen dengan $4x = 2y$

$$4x = 2y$$

$$\Leftrightarrow \frac{4x}{2} = \frac{2y}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2x = y$$

$$\Leftrightarrow y = 2x$$

- b. Substitusikan $y = 2x$ ke dalam $x + y = 9$

$$x + y = 9$$

$$\Leftrightarrow x + 2x = 9$$

$$\Leftrightarrow 3x = 9$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x}{3} = \frac{9}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = 3$$

- c. Substitusikan $x = 3$ ke dalam $x + y = 9$

$$x + y = 9$$

$$\Leftrightarrow 3 + y = 9$$

$$\Leftrightarrow 3 + y - 3 = 9 - 3$$

$$\Leftrightarrow y = 6$$

5. Selanjutnya, dengan cara mensubstitusikan $x = 3$ dan $y = 6$ ke dalam

$3x + 2y = z$, kita dapat menentukan nilai z

$$3x + 2y = z$$

$$\Leftrightarrow 3(3) + 2(6) = z$$

$$\Leftrightarrow 9 + 12 = z$$

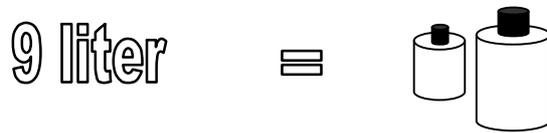
$$\Leftrightarrow 21 = z$$

$$\Leftrightarrow z = 21$$

6. Dengan demikian, kita memperoleh nilai z yaitu 21, yang berarti bahwa isi cat dalam 1 kaleng besar adalah 21 liter.

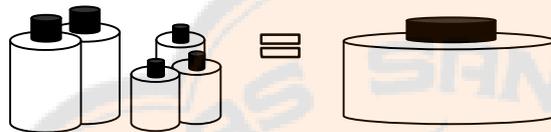
Cara 2

1. Kita ketahui



bahwa isi cat dalam 1 kaleng kecil dan 1 kaleng sedang adalah 9 liter.

Kita ketahui juga



bahwa isi cat dalam 2 kaleng sedang dan 3 kaleng kecil sama dengan isi cat dalam 1 kaleng besar.

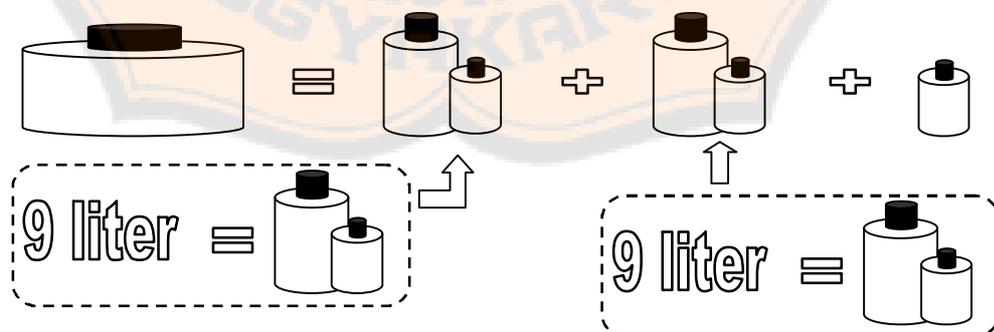
2. Apabila kita pandang



maka dapat kita ketahui



karena



bahwa isi cat dalam 1 kaleng besar lebih dari 18 liter, dan lebihnya tersebut sebanyak isi cat dalam 1 kaleng kecil.

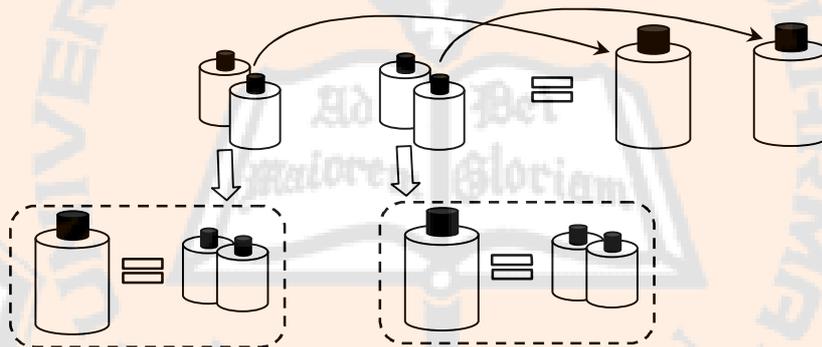
3. Berdasarkan temuan di atas, untuk menentukan isi cat dalam 1 kaleng besar terlebih dahulu kita harus menentukan isi cat dalam 1 kaleng sedang dan isi cat dalam 1 kaleng kecil.

4. Kita ketahui

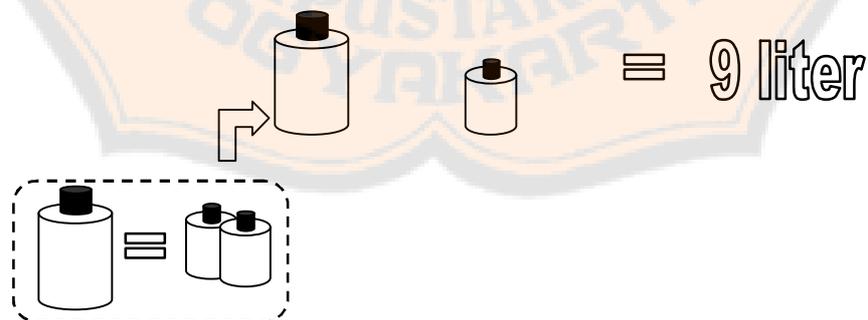


bahwa isi cat dalam 4 kaleng kecil sama dengan isi cat dalam 2 kaleng sedang.

5. Dapat kita ketahui bahwa isi cat dalam 1 kaleng sedang sama dengan isi cat dalam 2 kaleng kecil karena



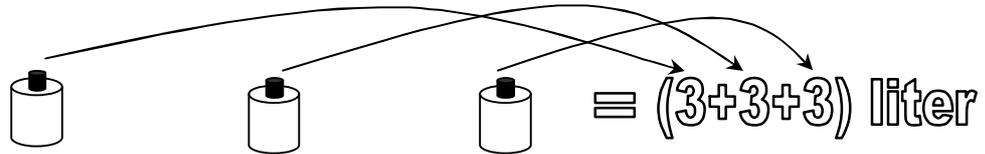
6. Apabila kita pandang



maka dapat kita ketahui

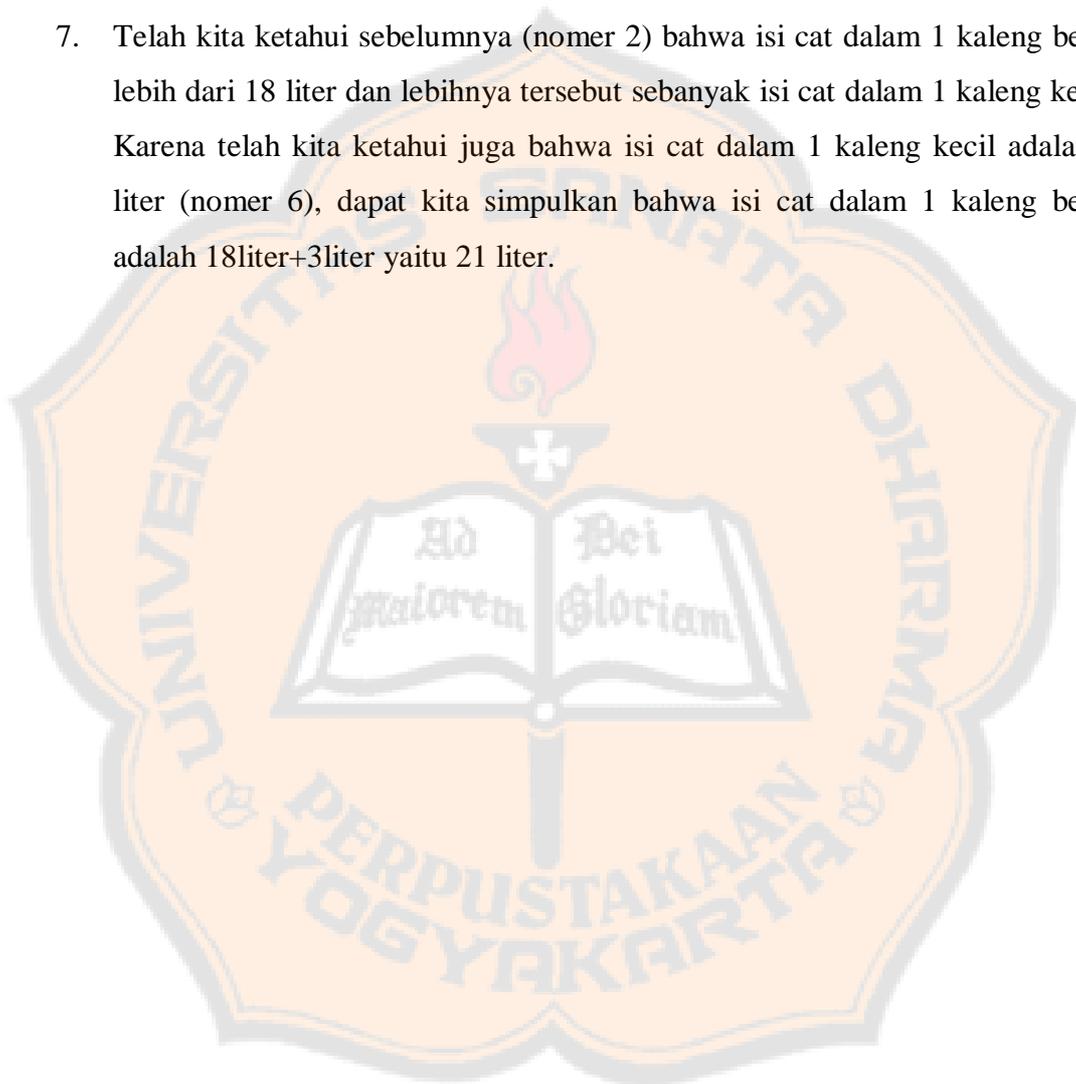


dan



bahwa isi cat dalam 1 kaleng kecil adalah 3 liter.

7. Telah kita ketahui sebelumnya (nomer 2) bahwa isi cat dalam 1 kaleng besar lebih dari 18 liter dan lebihnya tersebut sebanyak isi cat dalam 1 kaleng kecil. Karena telah kita ketahui juga bahwa isi cat dalam 1 kaleng kecil adalah 3 liter (nomer 6), dapat kita simpulkan bahwa isi cat dalam 1 kaleng besar adalah $18\text{liter}+3\text{liter}$ yaitu 21 liter.



Transkrip Wawancara

Peneliti mengkondisikan di mana tidak ada interaksi dari pihak lain selain pewawancara dan siswa selama proses wawancara berlangsung. Digunakan inisial P untuk peneliti, V untuk siswa laki-laki, dan R untuk siswa perempuan agar memudahkan penulisan.

1. Wawancara dengan V terkait Matematisasi dalam Pemecahan Masalah Pertama

Wawancara dengan V terkait matematisasi dalam pemecahan masalah pertama dilakukan pada tanggal 5 Agustus 2011 di rumah tempat tinggalnya dan diperoleh gambaran sebagai berikut:

1 P : Ini masalahnya, coba dipahami dulu saja!

K1 *P memberikan lembar soal yang berisi masalah berikut:
1 buah durian lebih berat 2 kg dari 2 buah nenas. 1 buah durian sama beratnya dengan 2 buah melon. 2 buah nenas sama beratnya dengan 1 buah melon. Bagaimana cara kamu menentukan berat dari 1 buah durian?*

2 V : Iya.

K2 *V membaca lembar soal kemudian berpikir*

3 P : Bagaimana?

4 V : Harus dibuat persamaannya dulu.

5 P : Kenapa harus begitu?

6 V : Biar gampang mas.

K3 *V berpikir sambil membuat coretan-coretan berikut:*

<i>diket</i>	<i>catt</i>
$1d=2n+2$	$d=\text{durian}$
$1d=2m$	$m=\text{melon}$
$2n=1m$	$n=\text{nenas}$

7 P : Jadi, bagaimana maksudnya? $1d=2n+2$?

K4 *P menunjuk coretan-coretan yang telah dibuat oleh V (pada K3)*

- 8 V : 1 buah durian itu sama beratnya dengan 2 buah nenas ditambah 2 kg.
9 V : Jadi, 1 buah durian itu lebih berat dari 2 buah nenas.
10 P : Oke, berarti “d” itu melambangkan apa?
11 V : “d” itu durian, “m” itu melon, dan “n” itu nenas.
12 P : Kalau dari sini $1d=2n$, berarti 1 buah durian sama dengan 2 buah nenas.
13 P : Masak sih sama? Durian dan melon kan beda, rasanya saja beda.

K5 *P menunjuk coretan-coretan yang telah dibuat oleh V (pada K3)*

- 14 V : yang sama itu beratnya.
15 P : Jadi, “d” itu melambangkan apa?
16 V : beratnya 1 buah durian itu “d”.
17 P : Terus?
18 V : “n” itu lambang dari beratnya 1 buah nenas dan “m” itu beratnya 1 buah melon.
19 P : Terus, yang $1d=2m$?

K6 *P menunjuk coretan-coretan yang telah dibuat oleh V (pada K3)*

- 20 V : Berat 1 buah durian sama dengan berat 2 buah melon.
21 P : Yang $2n=1m$?

K7 *P menunjuk coretan-coretan yang telah dibuat oleh V (pada K3)*

- 22 V : Berat 2 buah nenas sama dengan berat 1 buah melon.
23 P : Selanjutnya bagaimana?
24 V : Mencari “d”, berat 1 buah durian.

K8 *V berpikir sambil menulis kembali persamaan-persamaan yang diketahui pada coretan-coretan K3*

- 25 V : Berarti nenasnya paling ringan.
26 P : Kok bisa?
27 V : Karena 2 kali berat nenas saja sudah jadi berat 1 buah melon.

K9 *V menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang telah ia buat sebelumnya, yaitu $2n=m$ (pada K8)*

- 28 P : Iya.
29 V : Habis itu yang ini, 1 buah durian sama berat dengan 2 buah nenas ditambah 2 kg.

K10 *V menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang telah ia buat sebelumnya, yaitu $d=2n+2$ (pada K8)*

- 30 V : Durian lebih berat dari nenas, melon juga lebih berat dari nenas.
31 P : Nah, sekarang yang dicari apa?
32 V : Berat duriannya.

K11 V berpikir sambil melingkari dan membuat tanda-tanda pada coretan-coretan yang telah ia buat sebelumnya (pada K8) yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned} 1d &= 2n + 2 \\ d &= 2m \\ 2n &= 1m \end{aligned}$$

- 33 V : Kalau pakai pengandaian begitu, boleh nggak mas?
34 P : Bagaimana?
35 V : Berat nenas kan paling kecil, beri saja nilai satu, 1 kg.
36 V : Terus, dimasukan ke sini.
37 V : Habis itu, kita cari berat durian dan berat melon.

K12 V menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang telah ia buat sebelumnya (pada K8), dengan maksud:
nilai dari "d" dan "m" dapat dicari dengan cara memberi nilai "n" pada persamaan $d=2n+2$ dan $2n=m$ yaitu $n=1$, di mana nilai 1 untuk "n" merupakan permisalan

- 38 V : Cara begitu boleh apa nggak?
39 P : Ya, coba saja.

K13 V berpikir sambil membuat coretan-coretan berikut:

$$\begin{aligned} n &= 1 \\ 2 &= m & d &= 4 \\ d &= 2 + 2 \\ d &= 4 \end{aligned}$$

- 40 V : $2=m$.

K14 V kembali berpikir

- 41 P : Kok $2=m$?
42 V : Kan ini, kalau "n"nya tadi aku kasih nilai 1.
43 V : Berarti 2 dikali 1 sama dengan "m"

K15 V menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang telah dibuat sebelumnya, $n=1$ dan $2=m$ (pada K13) dan juga $2n=1m$ (pada K8) dengan maksud berikut:

$$\begin{aligned} n &= 1, \\ n &= 1 \text{ disubstitusikan ke dalam persamaan } m=2n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m &= 2n \\ \Leftrightarrow m &= 2(n) \\ \Leftrightarrow m &= 2(1) && \dots \text{pensubstitusian} \\ \Leftrightarrow m &= 2 && \dots \text{penyederhanaan} \end{aligned}$$

44 P : Terus?

45 V : Kalau “d”nya, pakai yang ini saja ya?

46 V : 2 dikali 2 sama dengan 4, “d” sama dengan 4.

K16 V menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang telah dibuat sebelumnya, $d=4$ (pada K13 yang sebelah kanan) dan $d=2m$ (pada K8) dengan maksud berikut:

$$\begin{aligned} m &= 2, \\ m=2 & \text{ disubstitusikan ke dalam persamaan } d=2m \\ d &= 2m \\ \Leftrightarrow d &= 2(m) \\ \Leftrightarrow d &= 2(2) && \dots \text{pensubstitusian} \\ \Leftrightarrow d &= 4 && \dots \text{penyederhanaan} \end{aligned}$$

47 V : Kalau yang ini, yang di sini 2 dikali...

K17 V menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang telah dibuat sebelumnya, $d=2+2$ dan $d=4$ (pada K13 yang sebelah kiri) serta $d=2n+2$ (pada K8) dengan maksud berikut:

$$\begin{aligned} n &= 1, \\ n=1 & \text{ disubstitusikan ke dalam persamaan } d=2n+2 \\ d &= 2n+2 \\ \Leftrightarrow d &= 2(n)+2 \\ \Leftrightarrow d &= 2(1)+2 && \dots \text{pensubstitusian} \\ \Leftrightarrow d &= 2+2 \\ \Leftrightarrow d &= 4 && \dots \text{penyederhanaan} \end{aligned}$$

48 V : Pas semua.

49 P : Maksudnya bagaimana?

50 V : “n”nya itu 1, “m”nya itu 2, dan “d”nya itu 4, berarti “n”nya tadi kan 1.

51 V : Untuk mencari “d”, kan $2 \times 1 + 2 = 4$.

52 V : Dari sini, nilai “d” itu 4, juga didapat dari $2 \times m$ yaitu 2×2 .

53 V : “m”nya itu kan sama dengan $2 \times n$.

K18 V menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang telah dibuat sebelumnya (pada K8) dengan maksud berikut:

$$\begin{aligned} & \text{jika dimisalkan } n=1, \\ & \text{maka } m=2 \text{ diperoleh dari substitusi } n=1 \text{ ke dalam } 2n=m \\ & \text{maka } d=4 \text{ diperoleh dari substitusi } n=1 \text{ ke dalam } d=2n+2 \end{aligned}$$

substitusi $m=2$ ke dalam $d=2m$ juga menghasilkan nilai $d=4$ jadi, dengan mengandaikan $n=1$ maka tidak terjadi kontradiksi antara kesamaan-kesamaan yang terbentuk dari mensubstitusikan nilai $n=1$ ke dalam semua persamaan-persamaan yang diketahui, dengan kata lain “pas” atau “cocok”

- 54 V : Jadi, 1 buah durian itu beratnya 4 kg jika 1 buah nenas beratnya 1 kg.
55 P : Oke, berarti ada kemungkinan lain untuk berat 1 buah durian?
56 V : Iya, mau berapa saja bisa.
57 P : Apa saja itu?
58 V : Kalau “n”nya 2 maka “m”nya 4, yang ini.
59 V : Kalau “m”nya 4 berarti “d”nya 8, ini.
60 V : Dari sini, $n=2$ maka $d=2 \times 2 + 2$ yaitu 6.

K19 *V menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang telah dibuat sebelumnya (pada K8) dengan maksud berikut:
jika dimisalkan $n=2$,
 $m=4$ diperoleh dari substitusi $n=2$ ke dalam $2n=m$
 $d=8$ diperoleh dari substitusi $m=4$ ke dalam $d=2m$
tapi, substitusi $n=2$ ke dalam $d=2n+2$ tidak menghasilkan nilai $d=8$, melainkan menghasilkan $d=6$*

- 61 V : Lho?
62 P : Lho, kok begitu?
63 V : Sebentar-sebentar.

K20 *V berpikir sambil melihat coretan-yang telah dibuat sebelumnya (pada K8)*

- 64 V : Kok nggak bisa?
65 P : Kok nggak bisa ya?
66 V : Hehehe
67 V : Kalau $n=2$ jadi beda.
68 P : Bedanya bagaimana tho?
69 V : Beda di “d”nya.
70 V : Harusnya cocok lho.
71 P : Kenapa harusnya cocok?

K21 *V mengalami kebingungan setelah menjelaskan, karena:
adanya ketidakcocokan atau kontradiksi antara nilai d yang diperoleh dari substitusi $m=4$ ke dalam $d=2m$ dengan nilai d yang diperoleh dari substitusi $n=2$ ke dalam $d=2n+2$*

- 72 V : Berarti, salah untuk $n=2$.
73 V : Coba “n”nya 3 ya?
74 P : Oke, coba $n=3$.

K22 *V mengalami hal yang serupa (langkah yang serupa dan kebingungan yang serupa) dengan sebelumnya (percakapan 58-72 dengan situasi K19-K21) ketika ia mencoba mengandaikan nilai $n=3$ dan nilai $n=4$*

75 P : Berarti bagaimana ini?

76 V : Harus mencari nilai yang benar-benar cocok untuk persamaan-persamaannya kalau dimasuk-masukin.

K23 *Maksud dari V yaitu bahwa nilai-nilai dari setiap variabel dalam sistem persamaan linear yang diketahui adalah nilai-nilai yang tidak menimbulkan kontradiksi antara kesamaan-kesamaan yang terbentuk dari mensubstitusikan nilai-nilai itu ke dalam persamaan-persamaan linear dalam sistem persamaan linear tersebut*

78 P : Nah, kamu tadi bagaimana?

79 V : Kebetulan langsung dapat, $n=1$

80 V : Berarti, yang benar berat duriannya 4 kg mas.

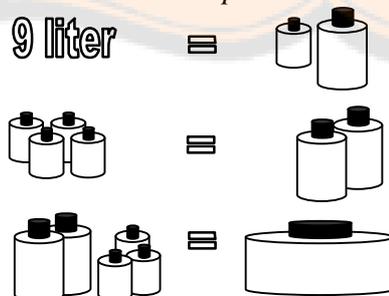
81 P : Oke.

2. Wawancara dengan V terkait Matematisasi dalam Pemecahan Masalah

Kedua

Wawancara dengan V terkait matematisasi dalam pemecahan masalah kedua dilakukan pada tanggal 11 Agustus 2011 di rumah tempat tinggalnya dan diperoleh gambaran sebagai berikut:

K24 *P memberikan lembar soal yang berisi masalah berikut:
Berdasarkan gambar di bawah ini, bagaimana cara kamu menentukan berapa liter isi cat dalam satu kaleng besar?*



82 P : Nah, bagaimana maksud dari masalah ini?

K25 V membaca lembar soal (pada K24) kemudian berpikir

83 V : 9 liter itu, isi cat dalam 2 kaleng ini.

K26 V menunjuk lembar soal (pada K24), pada bagian berikut:



84 V : Kalengnya kan ada yang kecil dan ada yang besar, dianggap sama atau bagaimana mas?

85 P : Ada berapa jenis ukuran kaleng dari semua ini?

K27 P menunjuk pada lembar soal (pada K24)

86 V : 3 ukuran.

87 P : Ya, beda semua kan ukurannya?

88 V : Berarti, isi cat dalam kaleng sedang dan kaleng kecil yaitu 9 liter.

K28 V menunjuk lembar soal (pada K24), pada bagian berikut:



89 V : Habis itu, isi cat dalam 4 kaleng kecil sama dengan isi cat dalam 2 kaleng sedang

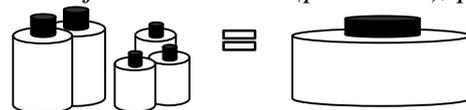
K29 V menunjuk lembar soal (pada K24), pada bagian berikut:



90 P : Terus?

91 V : Terus, isi cat dalam 2 kaleng sedang dan 3 kaleng kecil sama dengan isi cat dalam 1 kaleng besar.

K30 V menunjuk lembar soal (pada K24), pada bagian berikut:



92 V : Yang dicari isi cat dalam 1 kaleng besar.

K31 V berpikir sambil melihat lembar soal (pada K24)

K32 V membuat coretan-coretan berikut:

$$9=k+s$$

$$4k=2s$$

$$b=2s+3k$$

93 P : “k”nya ini apa?

94 V : “k”nya itu isi cat dalam 1 kaleng kecil, kalau “s”nya itu isi cat dalam 1 kaleng sedang, yang “b”nya itu isi cat dalam 1 kaleng besar

95 P : Kenapa harus dibuat persamaan?

96 V : Biar mudah dikelompok-kelompokkan.

97 P : Oke, berarti yang dicari apa?

98 V : Mencari “b”nya.

99 V : Dari sini, untuk mencari “b”, harus dicari “s” dan “k”nya dulu

K33 V menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang ia buat sebelumnya, $b=2s+3k$ (pada K32)

K34 V berpikir

100 V : “s” ditambah “k” sama dengan 9, padahal “s” sama dengan “2k”.

K35 V menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang ia buat sebelumnya, $9=k+s$ (pada K32)

101 P : Oke, tapi “s” sama dengan “2k” itu dari mana?

102 V : Yang ini.

103 V : “2s” kan sama dengan “4k”, maka “1s”nya itu sama dengan “2k”.

104 V : Jadi separuhnya.

K36 V menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang ia buat sebelumnya (pada K32) dengan maksud berikut:

$$2s=4k$$

$$\Leftrightarrow s=\frac{1}{2}(4k) \quad \dots \text{istilah yang V gunakan adalah "separuhnya"}$$

$$\Leftrightarrow s=2k \quad \dots \text{penyederhanaan}$$

105 V : Habis itu, dimasukkan ke yang sini.

K37 V menunjuk coretan-coretan yang ia buat sebelumnya, $9=k+s$ (pada K32)

K38 Selanjutnya, ia membuat coretan-coretan berikut:

$$9=2k+k$$

$$9=3k$$

$$k=9/3$$

$$k=3$$

106 P : Begitu ya?

107 V : “3k” kan sama dengan 9, jadi “k”nya sama dengan 3, karena tadi “s”nya Sama dengan “2k”.

K39 V menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang telah ia buat sebelumnya (pada K38)

108 V : Berarti “1s”nya 6.

109 P : Dari mana?

110 V “s” kan sama dengan 2k, jadi 2×3 sama dengan 6.

K40 V menjelaskan dengan maksud berikut:

substitusi $k=3$ ke dalam $s=2k$

$$s=2k$$

$$\Leftrightarrow s=2(k)$$

$$\Leftrightarrow s=2(3) \quad \dots \text{pensubstitusian}$$

$$\Leftrightarrow s=6 \quad \dots \text{penyederhanaan}$$

111 P : Berarti, yang dicari apa tho?

112 V : Yang dicari isi cat dalam 1 kaleng besar.

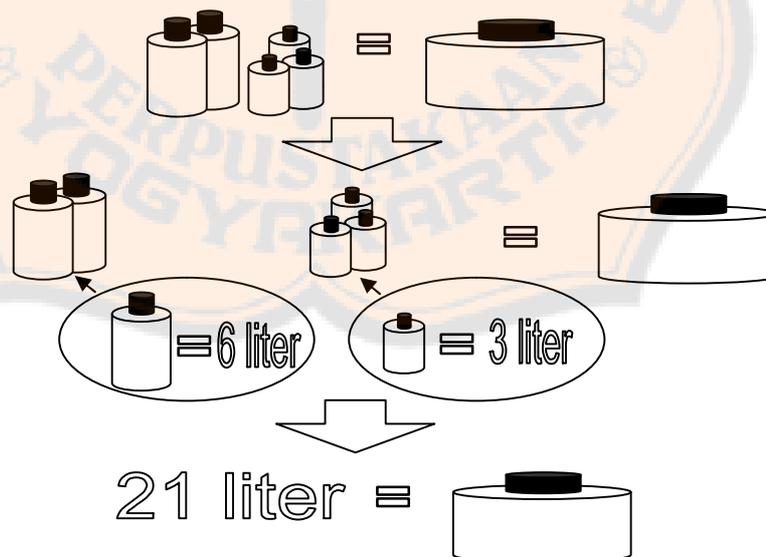
113 V : Ya udah, kalau yang ininya tinggal...

114 V : Isi dalam 1 kaleng kecilnya kan 3 liter, 3 liter dikali 3 kan 9 liter.

115 V : Terus, dalam kaleng sedangnya, 2 dikali 6 itu 12.

116 V : Ini sama ini, jadinya 21 liter.

K41 V menjelaskan sambil menunjuk lembar soal (pada K24) dengan maksud berikut:



117 P : Saya punya kotak segini.

118 P : Coba kamu jelaskan di dalam kotak ini, bagaimana langkah kamu

menyelesaikan masalah ini dari awal sampai akhir!

K42 *P membuat gambar persegi panjang dengan ukuran kurang lebih 6 cm x 7 cm*

K43 *V menulis di dalam gambar persegi panjang tersebut, yaitu sebagai berikut:*

$$\begin{array}{l} 2s=4k \Rightarrow s=2k \\ \swarrow \\ 9 = k+s \qquad b = 2s+3k \\ 9 = 3k \qquad = 2.6+3.3 \\ k = 9/3 \qquad = 12+9 \\ k = 3 \qquad = \underline{\underline{21}} \\ \\ s = 2k \\ = 2.3 \\ = 6 \end{array}$$

119 V : Berarti, isi cat dalam 1 kaleng besar adalah 21 liter.

120 P : Oke.

3. Wawancara dengan R terkait Matematisasi dalam Pemecahan Masalah Pertama

Wawancara dengan R terkait matematisasi dalam pemecahan masalah pertama dilakukan pada tanggal 14 Agustus 2011 di asrama tempat tinggalnya dan diperoleh gambaran sebagai berikut:

121 P : Coba dipahami dulu saja!

122 P : Terus dijelaskan, maksudnya apa!

K44 *P memberikan lembar soal yang berisi masalah berikut:*

1 buah durian lebih berat 2 kg dari 2 buah nenas. 1 buah durian sama beratnya dengan 2 buah melon. 2 buah nenas sama beratnya dengan 1 buah melon. Bagaimana cara kamu menentukan berat dari 1 buah durian?

K45 *R membaca lembar soal tersebut dengan suara yang cukup keras.*

123 R : 1 buah durian lebih berat 2 kg dari 2 buah nenas.

- 124 R : Jadi, 1 buah durian itu sama beratnya dengan 2 buah nenas ditambah 2 kg lagi.
125 P : 2 buah nenas dan 1 buah durian itu lebih berat mana?
126 R : Lebih berat durian, 2 kg-nya lagi.
127 R : Terus, 1 buah durian dengan 2 buah melon itu sama beratnya.
128 R : 2 buah nenas sama beratnya dengan 1 buah melon.
129 P : Yang dicari itu apa?
130 R : Yang dicari itu, berat dari 1 buah durian.
131 P : Nah, bagaimana cara mencarinya?

K46 *R berpikir sambil melihat lembar soal (pada K44)*

K47 *R membuat coretan-coretan berikut:*

$$1d=2n+2$$

$$1d=2m$$

$$2n=1m$$

132 P : “d” di sini apa?

K48 *P menunjuk coretan-coretan yang R buat sebelumnya, $1d=2m$ (pada K47)*

133 R : Durian.

134 P : “n”nya apa?

135 R : Nenas.

136 P : Berarti, durian sama dengan melon?

137 P : Masak sama, rasanya saja beda?

138 R : Beratnya mas.

139 P : Berarti, “d”nya itu apa?

K49 *P menunjuk coretan-coretan yang telah dibuat oleh R (pada K47)*

140 R : Beratnya 1 buah durian.

141 P : Terus, “m”nya?

142 R : Beratnya 1 buah melon.

143 P : Terus, “n”nya?

144 R : Beratnya 1 buah nenas.

145 P : Oke.

146 P : Terus, bagaimana?

K50 *R berpikir sambil melihat kembali coretan-coretan yang ia buat sebelumnya (pada K47)*

147 R : Kan, nyari “d” ya?

148 P : Heem.

K51 *R berpikir sambil melihat kembali coretan-coretan yang ia buat*

sebelumnya (pada K47)

149 R : Kita harus nyari “n”nya dulu, karena nggak bisa langsung nyari “d”nya.

K52 R menjelaskan sambil menulis kembali coretan-coretan yang telah ia buat sebelumnya, yaitu $1d=2n+2$ (pada K47)

150 R : “2n” sama dengan “1m”

151 R : Nah, terus caranya bagaimana?

K53 R berpikir sambil membuat coretan-coretan berikut:

$$1d=2n+2$$

$$2m=1m+2$$

152 P : “2m” ini tahu dari mana?

K54 P bertanya sambil menunjuk coretan-coretan yang telah R buat sebelumnya, $2m=1m+2$ (pada K53)

153 R : Tahu dari sini.

154 R : “1d” sama dengan “2m”.

K55 R menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang telah ia buat sebelumnya, $1d=2m$ (pada K47)

155 P : Nah, “m”nya ini dari mana?

K56 P bertanya sambil menunjuk coretan-coretan yang telah R buat sebelumnya, $2m=1m+2$ (pada K53)

156 R : Dari sini, “2n” sama dengan “1m”.

K57 R menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang telah ia buat sebelumnya, $2n=1m$ (pada K47)

K58 Berdasarkan 152-156 dengan situasi K53-K57, dapat diketahui maksud R yaitu sebagai berikut:

telah diketahui di awal bahwa $d=2m$ dan $2n=m$

substitusi $d=2m$ ke dalam $d=2n+2$, menghasilkan: $2m=2n+2$

selanjutnya,

substitusi $2n=m$ ke dalam $2m=2n+2$, menghasilkan: $2m=m+2$

157 P : Oke.

158 P : Terus?

159 R : Coba ya?

K59 R membuat coretan-coretan berikut:

$$2m = 1m+2$$

$$2m-1m = 2$$

$$1m = 2$$

$$m = 2$$

160 P : Ya, berarti sudah selesai.

161 R : Ini kan “m”nya.

162 R : Harus cari “n”nya dulu.

163 P : Biar apa cari “n”nya dulu?

164 R : Biar bisa ketemu sama “d”nya.

K60 R menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang telah ia buat sebelumnya, $1d=2n+2$ (pada K47)

165 R : Iya apa nggak?

166 P : Menurutmu iya apa nggak?

167 R : Sebentar-sebentar!

K61 R membuat coretan-coretan berikut:

$$2n = 1m$$

$$2n = 2$$

$$1n = 2/2$$

$$n = 1$$

168 P : “n”nya kok bisa 1?

169 R : 2 bagi 2 sama dengan 1.

170 R : “1m”nya tadi kan 2.

K62 R menjelaskan coretan-coretannya (pada K61) dengan maksud bahwa $n=1$ diperoleh dari substitusi $m=2$ ke dalam $2n=m$

171 P : Iya, terus?

172 R : “n”nya 1, terus $1d$ sama dengan “ $2n$ ” ditambah 2.

K63 R menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang telah ia buat sebelumnya, $1d=2n+2$ (pada K47)

173 R : 2 dikali 1, terus ditambah 2.

174 R : Jadi, 2 ditambah 2 sama dengan 4.

K64 R menjelaskan sambil membuat coretan-coretan berikut:

$$1d = 2n+2$$

$$= 2(1)+2$$

$$= 2+2$$

$$= 4$$

- 175 P : dikali 1?
176 R : kan kurang.
177 R : “n”nya tadi 1.

K65 *R menjelaskan dengan maksud bahwa $d=4$ diperoleh dari substitusi $n=1$ ke dalam $d=2n+2$*

- 178 R : “d”nya 4.
179 R : Berat duriannya 4 kg.
180 R : Selesai ya?
181 P : Belum.
182 P : Tak kasih tempat segini.

K67 *P membuat gambar persegi panjang dengan ukuran kurang lebih $4\text{cm} \times 8\text{cm}$*

- 183 R : Buat apa?
184 P : Nah, kamu uraikan!
185 P : Bagaimana cara kamu menentukan berat 1 buah durian?
186 R : Lho, cuma segini?
187 P : Ya, dicoba dulu!
188 R : Tak kecil-kecilin tulisannya pokoknya.

K68 *R menulis di dalam gambar persegi panjang tersebut, yaitu sebagai berikut:*

$$\begin{aligned} 2m &= 1m + 2 \\ 2m - 1m &= 2 \\ 1m &= 2 \\ \\ 2n &= 1m \\ 2n &= 2 \\ 1n &= 2/2 \\ n &= 1 \\ \\ 1d &= 2n + 2 \\ 1d &= 2.1 + 2 \\ 1d &= 4 \end{aligned}$$

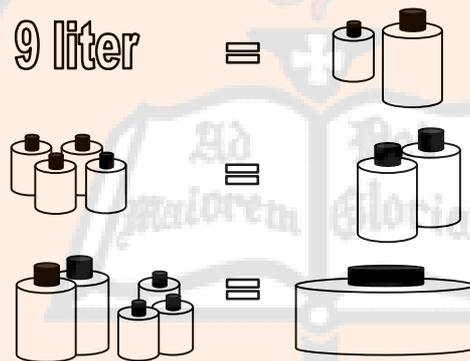
- 189 R : Berat duriannya 4 kg.
190 P : Oke.

4. Wawancara dengan R terkait Matematisasi dalam Pemecahan Masalah
Kedua

Wawancara dengan R terkait matematisasi dalam pemecahan masalah kedua dilakukan pada tanggal 15 Agustus 2011 di asrama tempat tinggalnya dan diperoleh gambaran sebagai berikut:

191 P : Ini masalahnya, dibaca dulu!

K69 P memberikan lembar soal yang berisi masalah berikut:
Berdasarkan gambar di bawah ini, bagaimana cara kamu menentukan berapa liter isi cat dalam satu kaleng besar?



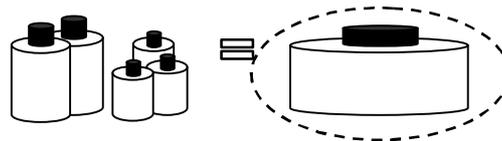
192 P : Terus dijelaskan maksudnya!

K70 R membaca lembar soal (pada K69) kemudian berpikir

193 R : Berarti, nyari berapa liter isi cat dalam ini.

194 R : Dalam kaleng besar ini.

K71 R menunjuk lembar soal (pada K69), pada bagian berikut:



195 P : Heem.

196 R : Terus, 9 liter itu isi cat dalam 1 kaleng kecil dan 1 kaleng sedang.

K72 R menunjuk lembar soal (pada K69), pada bagian berikut:

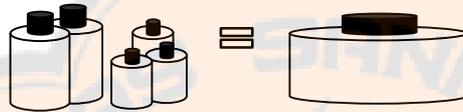


197 P : Terus?

198 R : Terus, yang ini.

199 R : Ini, itu, dalam 3 kaleng kecil dan 2 kaleng sedang, isi catnya sama dengan dalam 1 kaleng besar.

K73 R menunjuk lembar soal (pada K69), pada bagian berikut:



200 R : Terus, dalam 4 kaleng kecil ini,.. eh bukan.

201 R : Sebentar-sebentar!

K74 R berpikir sambil menunjuk-nunjuk lembar soal (pada K69), pada bagian berikut:



202 R : Jadi, dalam setiap 2 kaleng kecil ini isi catnya sama dengan dalam 1 kaleng sedang.

203 P : Itu tau dari mana?

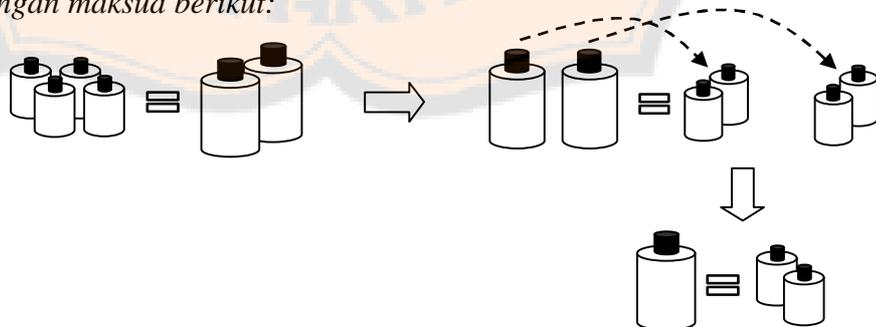
204 R : Kan dibagi 2.

205 P : Mengapa?

206 R : Dua ini kan ada empat.

207 R : Jadi, satu-nya itu dua-dua.

K75 R menjelaskan sambil menunjuk-nunjuk lembar soal (pada K69) dengan maksud berikut:



208 P : Oke.

209 P : Terus, bagaimana?

K76 R berpikir sambil melihat lembar soal (pada K69)

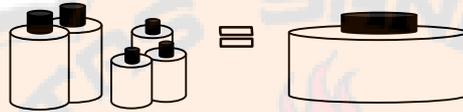
210 R : Nah, ini kan ada 9 liter.

K77 R menjelaskan sambil membuat coretan-coretan berikut:

$$\square \square = 9$$

211 R : Dari sini, kan ada 1 kaleng sedang dan 1 kaleng kecil.

K78 R menjelaskan sambil menunjuk lembar soal (pada K69), pada bagian berikut:



212 R : Ini kan ada sembilan-ada sembilan.

213 R : Sembilan ditambah sembilan kan 18.

214 R : Berarti, ini kan masih tanda tanya.

K79 R menjelaskan sambil membuat coretan-coretan berikut:

$$\begin{array}{ccccccc} \square & \square & \square & \square & \square & = & \square \\ 9 & + & 9 & + & ? & & \\ 18 & & + & \square & \square & & \end{array}$$

215 P : Berarti, isi cat dalam 1 kaleng besar itu berapa?

216 R : Ada 18 liter lebih berapa begitu.

217 R : 18 liter lebih 1 kaleng kecil.

218 P : Kalau begitu, isi cat dalam 1 kaleng besar itu lebih banyak atau lebih sedikit dari 18 liter?

219 R : Lebih banyak dari 18 liter.

220 P : Lebih banyaknya seberapa?

221 R : Lebih banyak se-1 kaleng kecil.

222 R : Kan belum tahu isi cat dalam 1 kaleng kecilnya.

K80 R berpikir sambil melihat coretan-coretan yang ia buat sebelumnya (pada K77 dan K79)

223 P : Terus?

224 R : Kita nyari isi cat dalam kaleng kecilnya dulu.

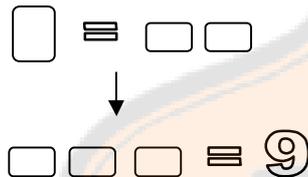
K81 R berpikir sambil melihat lembar soal (pada K69)

225 R : Berarti, begini.

226 R : Isi cat dalam 1 kaleng sedang ini sama dengan dalam 2 kaleng kecil.

227 R : Kalau ditambah dari 1 kaleng kecil maka jadi 9.

K82 R membuat coretan-coretan berikut:



228 P : Maksudnya gimana ini?

229 R : yang 2 ini kan segini.

230 R : Nah, kalau ditambah 1 kan 9.

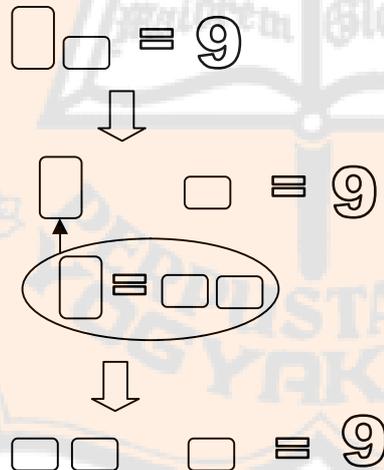
231 P : Oke, 1 ini sama dengan berapa?

232 R : Isi cat dalam 2 kaleng kecil.

233 P : Ini kok 3?

234 R : Maksudnya dari sini, jadinya 9.

K83 Percakapan 225-234 dilakukan sambil menunjuk-nunjuk lembar soal (pada K69) dan coretan-coretan (pada K82), dengan maksud berikut:



235 R : Berarti, 3.

236 P : Oke.

237 P : Kalau begitu, segininya berapa liter?

K84 P bertanya sambil menunjuk coretan-coretan yang R buat sebelumnya (pada K82), pada bagian

238 R : 3 liter.

239 P : Berarti sudah ketemu dari apa yang ditanyakan?

240 R : Berapa liter isi cat dalam 1 kaleng besar.

241 P : Berapa?

242 R : 21 liter.

243 R : Kan tadi, 18 ditambah 3.

K85 *R menjelaskan sambil menunjuk coretan-coretan yang ia buat sebelumnya (K79)*

244 P : Nah, tak kasih tempat.

K86 *P membuat gambar persegi panjang dengan ukuran kurang lebih 5cm x 7cm*

245 R : Wah, dikasih tempat kecil lagi.

246 R : Gimana ini?

247 P : Kalau pakai kotak-kotak pasti gak muat di sini.

248 P : Boleh pakai cara lain.

249 R : Coba ya?

250 R : “s” ditambah “k” sama dengan “9”.

K87 *Di dalam gambar persegi panjang (pada K86) R membuat coretan-coretan berikut:*

$$s + k = 9$$

$$4k = 2s$$

251 R : Isi cat dalam kaleng sedang dan kaleng kecil itu 9 liter.

252 P : Iya.

253 R : Habis itu, kita mencari yang “b”, isi cat dalam 1 kaleng besar.

254 R : Berarti,.. “2s” ditambah “3k” sama dengan “1b”.

K88 *R berpikir sambil melihat lembar soal (pada K69)*

255 P : Nah, bagaimana caranya?

K89 *R berpikir sambil melihat kembali coretan-coretan yang ia buat sebelumnya (pada K82)*

256 R : “k” ditambah “k” ditambah “k” itu 9 liter.

K90 *Di dalam gambar (pada K86) R membuat coretan-coretan berikut:*

$$k + k + k = 9$$

257 P : Kok bisa?

258 R : Karena “k” ditambah “k” itu sama dengan “s”, isi cat dalam kaleng sedang.

259 P : Nah, kalau yang itu tau dari mana?

260 R : Dari sini.

K91 R menjelaskan sambil menunjuk lembar soal (pada K69), pada bagian berikut:



261 R : Karena “4k” sama dengan “2s”.

K92 Di dalam gambar (pada K86) R membuat coretan-coretan berikut: karena: $4k = 2s$

262 R : Kan dua-dua.

263 R : Terus, habis itu “3k” = 9, karena itu tadi.

K93 Sambil menjelaskan, R membuat coretan-coretan berikut:

$$k = 9/3$$

$$k = 3$$

264 R : Berarti k sama dengan 9 dibagi 3

265 R : Berarti “k” ini 3.

K94 Maksud dari percakapan 258-262 dengan situasi K91 dan K92 yaitu sebagai berikut:

$$\text{diketahui } 4k = 2s$$

$$4k = 2s$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(4k) = s \quad \dots \text{istilah yang R gunakan adalah “dua-dua”}$$

$$\Leftrightarrow 2k = s$$

$$\Leftrightarrow s = 2k \quad \dots \text{penyederhanaan}$$

K95 Maksud dari percakapan 256-258 dengan situasi K90 dan percakapan 263-265 dengan situasi K93 yaitu sebagai berikut:

$$s = 2k \text{ disubstitusikan ke dalam } s + k = 9$$

$$s + k = 9$$

$$\Leftrightarrow 2k + k = 9 \quad \dots \text{pensubstitusian}$$

$$\Leftrightarrow 3k = 9$$

$$\Leftrightarrow k = 9/3$$

$$\Leftrightarrow k = 3 \quad \dots \text{penyederhanaan}$$

266 P : Terus?

267 R : Sebentar-sebentar!

K96 R berpikir sambil melihat kembali lembar soal (pada K69)

268 R : “s” ditambah “k”, ditambah “s” ditambah “k”, ditambah “k”.

269 R : 9 ditambah 9 ditambah 3, sama dengan 21.

K97 R menjelaskan sambil membuat coretan-coretan berikut di dalam gambar (pada K86):

$$2s + k = b$$

$$(s+k) + (s+k) + k = b$$

$$9 + 9 + 3 = b$$

$$21$$

270 P : Lho, kok begini?

K98 P bertanya sambil menunjuk coretan-coretan yang R buat sebelumnya (pada K97) pada bagian $(s+k)+(s+k)+k=b$

271 R : Tak pecah dari “ $2s+k=b$ ”nya mas.

272 P : Terus?

273 R : 21 liter, isi cat dalam 1 kaleng besar.

274 P : Oke.

