ABSTRAK

William Junior, 2012. Eksistensi dan Ketunggalan Penyelesaian Persamaan Diferensial Orde-Satu. Skripsi. Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu pengetahuan alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Sanata Dharma, Yogyakarta.

Persamaan Diferensial Orde-Satu merupakan salah satu jenis persamaan diferensial yang diklasifikasikan berdasarkan tingkatan derivatif tertinggi dari fungsi-fungsinya. Orde satu berarti persamaan diferensial tersebut mengandung fungsi dengan tingkatan derivatif tertinggi yaitu satu. Secara umum, persamaan diferensial orde-satu dituliskan dalam bentuk $x' = f(t,x)$ dan diprasyarati dengan masalah nilai awal / kondisi awal yaitu $x(t_0) = x_0$.

Masalah yang seringkali dibahas dalam persamaan diferensial adalah eksistensi dari penyelesaian persamaan diferensial, ketunggalan penyelesaiannya dan cara memperoleh penyelesaiannya. Cara memperoleh penyelesaian persamaan diferensial orde-satu bergantung pada jenis persamaan diferensial yang dibahas. Ada beberapa jenis persamaan diferensial orde-satu, dan yang akan dibahas dalam skripsi ini adalah persamaan diferensial linear orde-satu, persamaan diferensial dengan variabel terpisah dan persamaan diferensial eksak.

Untuk eksistensi dan ketunggalan penyelesaian persamaan diferensial orde-satu, telah ada teorema yang menjaminnya. Secara singkat, persamaan diferensial yang mempunyai tepat satu penyelesaian adalah persamaan diferensial yang fungsinya kontinu dan diprasyarati dengan kondisi awal. Dalam pembuktian teorema eksistensi dan ketunggalan tersebut, akan digunakan prinsip kekonvergenan barisan, dengan barisannya adalah $x_n(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} f\big(s, x_{n-1}(s)\big)\,ds$, dengan $n = 1, 2, \ldots$. Pembuktian dimulai dengan membuktikan bahwa semua fungsi $x_n(t)$ kontinu dalam $|t - t_0| \leq \delta$ dan bahwa $x(t) = \lim_{n\to\infty} x_n(t)$ ada dalam kekonvergenan seragam barisan tersebut. Kemudian diakhiri dengan membuktikan ketunggalannya.

ABSTRACT

William Junior, 2012. Existence and Uniqueness of Solution for First order Differential Equation. Thesis. Mathematics Education Study Program, Mathematics and Science Education Department, Faculty of Teacher Training and Education, Sanata Dharma University, Yogyakarta.

The First-order Differential Equation is one types of differential equations which classified by the highest derivative order of the function inside. First-order means that the highest derivative order of functions in the equation is the first derivative. Commonly, First-order Differential Equation is express by $x' = f(t,x)$ with initial value problem / initial condition, that is $x(t_0) = x_0$.

The problems talks in differential equation are the existence of the solution, uniqueness of the solution, and the construction of the solution. Construction of the solution is depending on the types of differential equation. There are some types of the first-order differential equation, and which will be discussed in this thesis are the linear equation of the first order, the equation with separable variables, and exact differential equations.

About the existence and uniqueness of solution, there is a theorem which guarantee. In short, first-order differential equation which has unique solution is an equation consists of continuous function and require with initial condition. To prove the existence and uniqueness theorem for the first-order differential equation, we need to know about convergence principles of sequence, with the sequence is $x_n(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} f\big(s, x_{n-1}(s)\big)\, ds$, with $n = 1, 2, \ldots$. The proof is start with proving that all the functions $x_n(t)$ are continuous on $|t - t_0| \le \delta$ and that $x(t) = \lim_{n\to\infty} x_n(t)$ exist in the sense of uniform convergence. And the proof is ends with proving the uniqueness of the solution.