

**ANALISIS KESALAHAN SISWA KELAS XI IPA
SMA SANTA MARIA YOGYAKARTA DALAM MENGERJAKAN SOAL
PADA MATERI LIMIT FUNGSI TRIGONOMETRI DAN
UPAYA REMEDIASI**

SKRIPSI

Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat

Memperoleh Gelar Sarjana Pendidikan

Program Studi Pendidikan Matematika



Disusun Oleh :

DIONISIA BETTY SETIANINGRUM

NIM : 101414002

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS SANATA DHARMA
YOGYAKARTA**

2014

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

SKRIPSI

**ANALISIS KESALAHAN SISWA KELAS XI IPA
SMA SANTA MARIA YOGYAKARTA DALAM MENGERJAKAN SOAL
PADA MATERI LIMIT FUNGSI TRIGONOMETRI DAN
UPAYA REMEDIASI**

Oleh :

Dionisia Betry Setianingrum

NIM : 101414002

Telah disetujui oleh:

Dosen Pembimbing



Ch. Enny Murwaningtyas, M.Si.

Tanggal : 10 Juli 2014

**ANALISIS KESALAHAN SISWA KELAS XI IPA
SMA SANTA MARIA YOGYAKARTA DALAM MENGERJAKAN SOAL
PADA MATERI LIMIT FUNGSI TRIGONOMETRI DAN
UPAYA REMEDIASI**

Dipersembahkan dan ditulis oleh:

Dionisia Betty Setianingrum

NIM: 101414002

Telah dipertahankan di depan Panitia Penguji

Pada tanggal 18 Juli 2014

Dan dinyatakan telah memenuhi syarat

Susunan Panitia Penguji

Nama Lengkap

Tanda Tangan

Ketua

Dr. Marcellinus Andy Rudhito, S.Pd.

Sekretaris

Ch. Enny Murwaningtyas, M.Si.

Anggota

Ch. Enny Murwaningtyas, M.Si.

Anggota

Beni Utomo, M.Sc.

Anggota

Veronika Fitri Rianasari, S.Pd., M.Sc.

Yogyakarta, 18 Juli 2014

Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan

Universitas Sanata Dharma

Dekan.



Rohandi, Ph. D.

HALAMAN PERSEMBAHAN



Ku ingin menjadi pelita di dalam kegelapan...

Dengan penuh syukur kupersembahkan karya ini untuk

Tuhan Yesus Kristus yang selalu memberkatiku

Bapakku Antonius Budiman yang tenang di surga dan

Ibuku Frida Maria Wartinah

yang tak henti-hentinya mendoakan saya

Mbak Laurensia dan adikku Esti yang selalu memberikan semangat

Sahabat dan teman-temanku

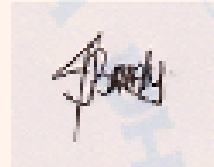
Terimakasih atas segala doa, dukungan, dan cinta untukku

PERNYATAAN KEASLIAN KARYA

Saya menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang saya tulis ini tidak memuat karya atau bagian karya orang lain, kecuali yang disebutkan dalam kutipan dan daftar pustaka, sebagaimana layaknya karya ilmiah.

Yogyakarta, 18 Juli 2014

Penulis,



Dionisia Betty Setianingrum

**LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN
PUBLIKASI KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS**

Yang bertanda tangan di bawah ini, saya mahasiswa Universitas Sanata Dharma:

Nama : Dionisia Betty Setianingrum

Nomor Induk Mahasiswa : 101414002

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, saya memberikan kepada Perpustakaan Universitas Sanata Dharma karya ilmiah saya yang berjudul:

“ANALISIS KESALAHAN SISWA KELAS XI IPA SMA SANTA MARIA YOGYAKARTA DALAM MENGERJAKAN SOAL PADA MATERI LIMIT FUNGSI TRIGONOMETRI DAN UPAYA REMEDIASI”

Dengan demikian saya memberikan kepada Perpustakaan Universitas Sanata Dharma hak untuk menyimpan, untuk mengalihkan dalam bentuk media lain, mengelolanya dalam bentuk pangkalan data, mendistribusikan secara terbatas, dan mempublikasikannya di internet atau media lain untuk kepentingan akademis, tanpa perlu minta ijin dari saya maupun memberikan royalti kepada saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis.

Demikian ini pernyataan yang saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di Yogyakarta

Pada tanggal: 18 Juli 2014

Yang menyatakan,



Dionisia Betty Setianingrum

ABSTRAK

Dionisia Betty Setianingrum, 2014. Analisis Kesalahan Siswa Kelas XI IPA SMA Santa Maria Yogyakarta dalam Mengerjakan Soal pada Materi Limit Fungsi Trigonometri dan Upaya Remediasi. Skripsi. Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Sanata Dharma Yogyakarta.

Matematika bersifat abstrak, hal ini menyebabkan sebagian siswa kesulitan mempelajarinya terutama dalam penelitian ini adalah limit fungsi trigonometri, sehingga berpengaruh terhadap nilai evaluasi pembelajaran. Siswa akan menghadapi masalah dalam belajar matematika jika kesalahan dalam menyelesaikan soal tidak diperbaiki. Kesalahan tersebut perlu diperbaiki dengan mengadakan analisis kesalahan. Analisis kesalahan ini bertujuan untuk mengetahui (a) jenis kesalahan apa saja yang dialami oleh siswa saat menyelesaikan soal-soal limit fungsi trigonometri (b) faktor yang menyebabkan siswa mengalami kesalahan tersebut (c) bagaimana pengaruh remedial untuk mengatasi kesalahan tersebut.

Subyek penelitian ini adalah siswa kelas XI IPA SMA Santa Maria Yogyakarta dengan jumlah 20 siswa. Metode penelitian yang digunakan adalah deskriptif kualitatif. Data penelitian dikumpulkan dengan cara observasi, tes diagnosis, wawancara, dan tes remedial. Dari data observasi dapat diketahui kondisi belajar siswa secara langsung terhadap materi limit fungsi, sedangkan dari data tes diagnosis dan wawancara dapat diketahui jenis kesalahan dan faktor penyebab kesalahan siswa, sehingga peneliti dapat mengupayakan remediasi.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa (1) kesalahan-kesalahan yang dilakukan siswa antara lain: kesalahan menggunakan definisi atau teorema dan kesalahan teknis, yaitu siswa salah dalam perhitungan. (2) Faktor penyebabnya adalah kurang memahami materi dengan baik, bingung saat menentukan bagian soal mana yang harus diubah terlebih dahulu atau siswa bingung saat menjabarkan soal, tidak hafal dengan identitas trigonometri, tidak bisa mengubah soal ke dalam bentuk teorema limit, kurang memahami dasar-dasar matematika yang lain seperti pecahan, pembagian, sifat distributif, waktu yang digunakan guru dalam mengajarkan materi limit fungsi trigonometri terlalu singkat dan cepat. (3) Setelah dilakukan perbandingan hasil tes tertulis dan hasil tes remedial, dapat diketahui adanya peningkatan hasil belajar siswa pada pokok bahasan limit fungsi trigonometri.

Kata Kunci: Analisis Kesalahan, Limit Fungsi Trigonometri, Upaya Remediasi

ABSTRACT

Dionisia Betty Setianingrum, 2014. The Error Analysis of Eleventh Grade Science Students of Santa Maria Yogyakarta High School in Doing Assignment on Trigonometric Limit Function and Remedial Efforts. Thesis. Mathematics Education Study Program. Department of Mathematics and Science Education. Faculty of Teacher Training and Education. Sanata Dharma University Yogyakarta.

Mathematics is abstract and causes difficulties for lots of students to work on it. One of the difficulties as what is studied in this research is the limit of trigonometric function, so it affects the grade of student's learning evaluation. The students will get problem in studying mathematics if they do not revise their errors on solving that matter. The errors can be revised by doing an analysis on it. The analysis is aimed to learn (a) what kind of errors is occurred in solving the limits of trigonometric (b) the cause of the errors (c) the influence of remedial system to solve the problem.

The subjects of this research are the eleventh grade Santa Maria High School science students of Yogyakarta, by the number of 20 students. The method used in his research is descriptive qualitative method. Research data are taken by observation, diagnosis test, interviews, and remedial test. Observation data can directly shows student's learning atmosphere while working on limit function course whereas the data taken from diagnosis tests and interviews can shows the type and causes of the errors, and so the researcher can attempt remediation.

The result shows that (1) the students' errors are: the mistakes of using definition or theorem and technically wrong, especially in calculation. (2) The causes are students' incomprehension in understanding the material, their confusion on deciding which part of the matter needs to be modified first, and also the confusion on elaborating the question, the students do not memorize the trigonometric identity, their inability to modify the matter into theorem limit form, incomprehension on the other math basics, such as fraction, division, or distributive principle, and the teacher's time in teaching trigonometric limit function is too short. (3) After comparing the results of written test and remedial test, the student's improvement on learning the trigonometric limit function has been seen.

Key Words: An Error Analysis, Trigonometric Limit Function, The Remediation Efforts

KATA PENGANTAR

Puji Syukur ke hadirat Allah Bapa di surga atas limpahan kasih dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, penulis telah mendapat banyak bantuan, dukungan, doa, dan motivasi dari berbagai pihak. Dalam kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Rohandi, Ph. D selaku dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Sanata Dharma;
2. Bapak Dr. M. Andy Rudhito, S.Pd selaku Ketua JPMIPA dan Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Sanata Dharma Yogyakarta;
3. Ibu Ch. Enny Murwaningtyas M. Si selaku Wakil Ketua Program Studi Pendidikan Matematika, dosen pembimbing akademik, dan pembimbing skripsi yang telah meluangkan waktu, tenaga, dan pikiran memberi pengarahan serta dengan penuh kesabaran membimbing penulis dalam menyusun skripsi ini;
4. Dosen penguji yang telah memberikan masukan kepada penulis, sehingga penulis mendapat banyak pengetahuan dan wawasan dalam mengambil dan mengolah data penelitian;
5. Segenap dosen dan karyawan JPMIPA Universitas Sanata Dharma yang telah membimbing, membantu, dan memberikan ilmunya selama belajar di Universitas Sanata Dharma;
6. Sr. Yohanna Maria OSF, S.Ag, M.Sn selaku kepala SMA Santa Maria Yogyakarta, yang telah memberikan kesempatan serta izin untuk melakukan penelitian;
7. Ibu YF. Sri Sulistyawati, S.Pd selaku guru matematika di SMA Santa Maria Yogyakarta, yang telah memberikan kesempatan, bimbingan, dan bantuan selama proses penelitian;
8. Siswi-siswi kelas XI IPA Sma Santa Maria Yogyakarta tahun ajaran 2013-2014, yang telah membantu penulis selama melakukan penelitian;

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

9. Kedua orangtua, kakak, adik, serta saudara-saudaraku tercinta, atas dukungan, doa, semangat, dan cinta yang diberikan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini;
10. Teman-teman Pendidikan Matematika Universitas Sanata Dharma angkatan 2010, yang telah memberikan semangat dan banyak membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini;
11. Semua pihak yang telah membantu penyusunan skripsi ini sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik.

Penulis sadar bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna, oleh karena itu masih perlu penyempurnaan dari teman-teman sekalian. Semoga skripsi ini bermanfaat bagi kita semua.

Yogyakarta, 18 Juli 2014

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL.....	i
HALAMAN PERSETUJUAN PEMBIMBING	ii
HALAMAN PENGESAHAN.....	iii
HALAMAN PERSEMBAHAN	iv
PERNYATAAN KEASLIAN KARYA	v
LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS	vi
ABSTRAK	vii
<i>ABSTRACT</i>	viii
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI.....	xi
DAFTAR TABEL.....	xv
DAFTAR GAMBAR	xvii
DAFTAR LAMPIRAN	xviii

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

BAB I. PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang Masalah.....	1
B. Identifikasi Masalah	3
C. Rumusan Masalah	4
D. Tujuan Penelitian	4
E. Pembatasan Istilah.....	4
F. Manfaat Penelitian	6
BAB II. LANDASAN TEORI	7
A. Kesalahan	7
B. Faktor Penyebab Kesalahan	8
C. Jenis Kesalahan	9
D. Tes Diagnosis dan Tes Remedial	19
E. Pembelajaran Remedial.....	20
F. Metode Pembelajaran Remedial	22
G. Limit Fungsi Trigonometri.....	28
1. Metode dan Cara Menghitung Limit Fungsi Trigonometri.....	29
2. Menentukan hasil-hasil $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$, dan $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x}$	29
3. Sifat-Sifat Limit	32
H. Kerangka Berpikir.....	32

BAB III. METODE PENELITIAN.....	34
A. Jenis Penelitian.....	34
B. Tempat dan Waktu Penelitian	34
C. Objek Penelitian dan Subjek Penelitian	35
D. Variabel Penelitian	35
E. Metode Pengumpulan Data.....	35
1. Observasi.....	36
2. Tes Tertulis.....	36
3. Wawancara.....	37
F. Instrumen Penelitian.....	37
1. Tes Diagnosis	37
2. Wawancara.....	38
3. Tes Remedial.....	39
G. Teknik Analisis Data.....	39
1. Tes Diagnosis	39
2. Wawancara.....	40
3. Tes Remedial.....	40
H. Validitas dan Reliabilitas	41
1. Validitas	41
2. Reliabilitas	42
I. Prosedur Pelaksanaan Penelitian.....	43
1. Tahap Persiapan	43
2. Tahap Uji Coba	43

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

3. Tahap Pengumpulan Data	43
BAB IV. ANALISIS HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN.....	45
A. Pelaksanaan Penelitian.	45
B. Analisis Uji Coba Instrumen.....	46
C. Deskripsi Data Penelitian.....	47
D. Analisis Data Penelitian	50
E. Faktor Penyebab Kesalahan	85
F. Pembelajaran Remedial.....	86
BAB V. PENUTUP.....	100
A. Kesimpulan	100
B. Kelebihan dan Kelemahan Penelitian	102
C. Saran.....	103
DAFTAR PUSTAKA	105
LAMPIRAN.....	107

DAFTAR TABEL

Halaman

Tabel 2.1. Contoh kategori jenis kesalahan dalam mengerjakan soal-soal	
limit fungsi trigonometri	17
Tabel 3.1. Kisi-Kisi Soal Berdasarkan Indikator	38
Tabel 3.2. Pedoman Wawancara	39
Tabel 4.1: Pelaksanaan Penelitian.....	45
Tabel 4.2: Validitas soal uji coba.....	46
Tabel 4.3: Bahasan materi pada setiap pertemuan	47
Tabel 4.4 : Analisis kesalahan siswa dalam mengerjakan soal nomor 1	52
Tabel 4.5 : Analisis kesalahan siswa dalam mengerjakan soal nomor 2	54
Tabel 4.6 : Analisis kesalahan siswa dalam mengerjakan soal nomor 3	58
Tabel 4.7 : Analisis kesalahan siswa dalam mengerjakan soal nomor 4	68
Tabel 4.8 : Analisis kesalahan siswa dalam mengerjakan soal nomor 5	73
Tabel 4.9: Rekapitulasi kesalahan siswa pada tes diagnosis.....	82
Tabel 4.10: Persentase Kesalahan Siswa dalam Tes Diagnosis Berdasarkan Kategori Jenis Kesalahan	84
Tabel 4.11 : Daftar nilai tes diagnosis dan tes remedi siswa kelas XI IPA..	88

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Tabel 4.12 : Analisis kesalahan siswa dalam mengerjakan soal

remedial nomor 1 89

Tabel 4.13 : Analisis kesalahan siswa dalam mengerjakan soal

remedial nomor 2 90

Tabel 4.14 : Analisis kesalahan siswa dalam mengerjakan soal

remedial nomor 3 92

Tabel 4.15 : Analisis kesalahan siswa dalam mengerjakan soal

remedial nomor 4 93

Tabel 4.16 : Analisis kesalahan siswa dalam mengerjakan soal

remedial nomor 5 95

Tabel 4.17: Rekapitulasi kesalahan siswa pada tes remedial 96

Tabel 4.18 Persentase Kesalahan Siswa dalam Tes Remedial Berdasarkan

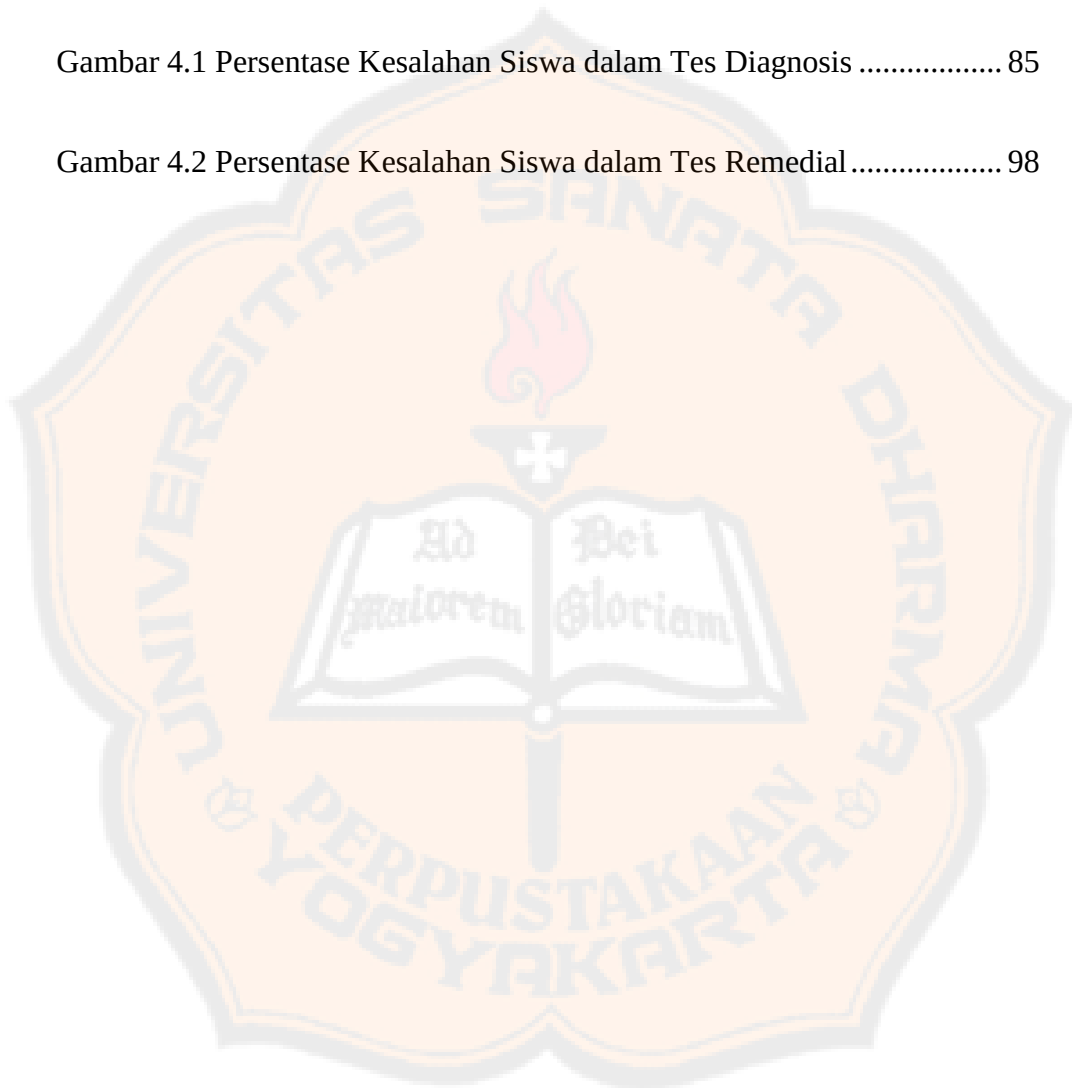
Kategori Kesalahan 97

Tabel 4.19: Nilai tes diagnosis dan tes remedial siswa kelas XI IPA SMA

Santa Maria Yogyakarta..... 99

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2.1. Lingkaran Satuan dengan Titik Pusat O.....	29
Gambar 4.1 Persentase Kesalahan Siswa dalam Tes Diagnosis	85
Gambar 4.2 Persentase Kesalahan Siswa dalam Tes Remedial	98



DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran 1 Tabel Daftar Nilai Tes Uji Coba.....	108
Lampiran 2 Tabel Uji Validitas dan Uji Reliabilitas Soal Uji Coba.....	109
Lampiran 3 Soal dan Kunci Jawaban Tes Uji Coba	112
Lampiran 4 Soal dan Kunci Jawaban Tes Diagnostik	115
Lampiran 5 Soal dan Kunci Jawaban Tes Remedial.....	118
Lampiran 6 Transkripsi Hasil Wawancara dengan Siswa.....	121
Lampiran 7 Rencana Pelaksanaan Pembelajaran.....	141
Lampiran 8 Hasil Jawaban Tes Diagnosis	157
Lampiran 9 Hasil Jawaban Tes Remedial.....	160
Lampiran 10 Materi Limit Fungsi Trigonometri pada LKS Fokus untuk Kelas XI IPA.....	164
Lampiran 11 Dokumentasi.....	168
Lampiran 12 Surat Ijin Penelitian	169
Lampiran 13 Surat Keterangan Telah Melaksanakan Penelitian	170

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Matematika berkaitan dengan bilangan-bilangan serta operasi-operasinya, melainkan juga unsur ruang sebagai sarannya. Penunjukan kuantitas seperti itu belum memenuhi sasaran matematika yang lain, misalkan matematika yang berkaitan dengan hubungan, pola, bentuk, dan struktur (Tinggih, 1972 dalam Herman Hudojo, 2001). Dari uraian di atas jelas bahwa obyek penelaahan matematika tidak sekedar kuantitas, tetapi lebih dititikberatkan kepada hubungan, pola, bentuk dan struktur karena kenyataannya, sasaran kuantitas tidak banyak artinya dalam matematika. Dengan demikian, dapat dikatakan matematika itu berkenaan dengan gagasan berstruktur yang hubungan-hubungannya diatur secara logis. Ini berarti matematika bersifat sangat abstrak, yaitu berkenaan dengan konsep-konsep abstrak dan penalarannya (Herman Hudojo, 2001).

Berdasarkan sifat matematika yang abstrak, tidak sedikit siswa kesulitan untuk mempelajarinya, sehingga berimbas pada kurang memuaskannya hasil evaluasi yang diberikan oleh guru pengampu mata pelajaran matematika. Hal ini diketahui oleh peneliti berdasarkan pengalaman Program Pengalaman Lapangan (PPL) di SMA Santa Maria Yogyakarta. Kurang memuaskannya nilai siswa perlu mendapat perhatian khusus dari guru yang mengampu mata pelajaran tersebut.

Dalam pelaksanaan pengajaran matematika, guru sering mengeluhkan tentang sulitnya siswa dalam menyelesaikan soal matematika. Siswa akan menghadapi masalah dalam belajar matematika jika kesalahan dalam menyelesaikan soal tidak diperbaiki. Kesalahan tersebut perlu diperbaiki dengan mengadakan analisis kesalahan untuk mengetahui kesalahan-kesalahan apa saja yang sering dilakukan oleh siswa dalam menyelesaikan soal matematika. Dengan mengetahui letak kesalahan yang dilakukan siswa tersebut, guru dapat memberikan pembelajaran remedial agar siswa tahu dimana letak kesalahannya dan agar siswa tidak mengulangnya dalam mengerjakan soal-soal lainnya yang terkait.

Berdasarkan uraian di atas peneliti terdorong untuk melakukan penelitian tentang kesalahan-kesalahan apa saja yang dilakukan siswa dalam mengerjakan soal matematika. Dalam penelitian ini, kesalahan yang dihadapi oleh siswa dalam menyelesaikan soal-soal matematika difokuskan pada materi limit fungsi trigonometri. Adapun alasan peneliti memilih pokok bahasan ini adalah karena materi ini memerlukan pemahaman kembali mengenai fungsi trigonometri baik dari rumus, sifat, identitas, dan lain sebagainya. Sebagian siswa merasa kesulitan dalam memahami materi trigonometri dan menganggap materi ini adalah materi yang sulit. Selain itu, makna intuitif limit fungsi biasanya kurang sesuai dengan makna sehari-hari, contohnya, “jika x mendekati c , tetapi tidak perlu sama dengan c maka $f(x)$ mendekati L ” pada dasarnya secara implisit

menyatakan bahwa fungsi f boleh berupa fungsi konstan, yaitu $f(x) = L$ untuk semua nilai x . Hal ini biasanya kurang sesuai dengan makna sehari-hari tersebut. Makna kata *saya mendekati Anda* dalam kehidupan sehari-hari tidak menunjukkan bahwa *saya boleh menempati posisi Anda*. Seperti yang dinyatakan sebelumnya, pemilihan kata *mendekati* atau *menuju ke* dalam pengertian limit diassosiasikan dengan kata *konvergen* dalam pengertian barisan konvergen. Dengan demikian maka penelitian ini secara khusus akan mengkaji mengenai “Analisis Kesalahan Siswa Kelas XI IPA SMA Santa Maria Yogyakarta dalam Mengerjakan Soal pada Materi Limit Fungsi Trigonometri dan Upaya Remediasi”.

B. Identifikasi Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah dikemukakan sebelumnya, maka dapat diidentifikasi permasalahan sebagai berikut:

Kebanyakan siswa sulit memahami materi limit fungsi trigonometri, hal ini diketahui oleh peneliti berdasarkan pengalaman Program Pengalaman Lapangan (PPL) di SMA Santa Maria Yogyakarta. Siswa sulit memahami materi limit fungsi trigonometri adalah karena makna intuitif dari limit fungsi ini biasanya kurang sesuai dengan makna sehari-hari dan materi ini memerlukan pemahaman kembali mengenai fungsi trigonometri agar bisa merubah bentuk soal limit fungsi trigonometri menjadi bentuk dasar yang dipelajari.

C. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang penelitian ini penulis merumuskan masalah dalam bentuk pertanyaan sebagai berikut:

1. Kesalahan apa saja yang dilakukan siswa ketika mengerjakan soal-soal limit fungsi trigonometri?
2. Faktor apa saja yang menyebabkan siswa mengalami kesalahan dalam mengerjakan soal-soal limit fungsi trigonometri?
3. Bagaimana pengaruh remedial dalam mengatasi kesalahan siswa dalam mengerjakan soal-soal limit fungsi trigonometri?

D. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah:

1. Mendeskripsikan jenis kesalahan apa saja yang dialami oleh siswa kelas XI IPA SMA Santa Maria Yogyakarta pada tahun ajaran 2013/2014 saat menyelesaikan soal-soal limit fungsi trigonometri.
2. Mengetahui faktor apa saja yang menyebabkan siswa mengalami kesalahan dalam mengerjakan soal limit fungsi trigonometri.
3. Mengetahui bagaimana pengaruh remedial dalam mengatasi kesalahan siswa dalam mengerjakan soal-soal limit fungsi trigonometri.

E. Pembatasan Istilah

Istilah-istilah yang dibatasi oleh peneliti adalah sebagai berikut:

1. Kesalahan

Kesalahan adalah tindakan yang tidak tepat, yang menyimpang dari aturan atau suatu sistem yang sudah ditentukan. Kesalahan dalam matematika adalah suatu pemahaman yang kurang tepat dalam mempelajari matematika sehingga siswa keliru dalam menyelesaikan masalah matematika dan mengalami beberapa kesulitan. Kesalahan yang dimaksud dalam penelitian ini adalah pemahaman yang tidak tepat atau tidak rasional dan kesalahan-kesalahan ini terlihat langsung dari hasil pekerjaan siswa dalam menyelesaikan soal-soal limit fungsi trigonometri.

2. Limit Fungsi Trigonometri

Limit fungsi trigonometri merupakan salah satu pokok bahasan di kelas XI IPA semester 2. Limit fungsi trigonometri adalah nilai pendekatan suatu sudut pada fungsi trigonometri, atau $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ dengan $f(x)$ merupakan fungsi trigonometri.

3. Upaya Remediasi

Upaya remediasi dalam penelitian ini merupakan upaya untuk membantu siswa menyadari dan membetulkan kesalahan-kesalahan yang dilakukan dalam mengerjakan soal limit fungsi trigonometri. Siswa yang mengikuti remediasi adalah siswa-siswa yang mengalami kesalahan dalam mengerjakan soal-soal limit fungsi trigonometri.

F. Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut:

1. Bagi Siswa

- a. Siswa mengetahui dimana letak kesulitan mereka dalam mempelajari limit fungsi trigonometri.
- b. Dengan mengetahui dimana letak kesalahannya diharapkan siswa tidak mengulangi kesalahannya pada saat mengerjakan soal-soal limit fungsi trigonometri.

2. Bagi Guru

- a. Guru dapat mengetahui kondisi individu siswa, sehingga guru mengetahui materi mana yang belum dikuasai oleh siswa dan dimana letak kesalahannya.
- b. Memberikan gambaran kepada guru matematika mengenai faktor-faktor penyebab siswa melakukan kesalahan dalam mengerjakan soal pada materi limit fungsi trigonometri, sehingga dapat dicari solusinya.
- c. Dapat meningkatkan kualitas pembelajaran, yaitu dengan memilih konsep, metode, dan strategi pengajaran yang tepat.

3. Bagi Peneliti

- a. Peneliti memperoleh jawaban dari permasalahan yang ada.
- b. Peneliti memperoleh pengalaman yang menjadikan peneliti lebih siap menjadi seorang guru yang profesional.

BAB II

LANDASAN TEORI

A. Kesalahan

Menurut kamus besar Bahasa Indonesia (Tim penyusun, 1988), kesalahan secara umum dapat dipandang sebagai hasil tindakan yang tidak tepat, yang menyimpang dari aturan, norma atau suatu sistem yang sudah ditentukan. Tindakan yang tidak tepat itu dapat mengakibatkan tujuan tidak tercapai secara maksimal atau bahkan gagal.

Lerner dalam Mulyono (1999: 262) mengemukakan berbagai kesalahan umum yang dilakukan oleh anak dalam mengerjakan tugas-tugas matematika, yaitu kurangnya pengetahuan tentang simbol, kurangnya pemahaman tentang nilai tempat, penggunaan proses yang keliru, kesalahan perhitungan, dan tulisan yang tidak dapat dibaca sehingga siswa melakukan kekeliruan karena tidak mampu lagi membaca tulisannya sendiri.

Menurut peneliti, kesalahan dalam matematika dapat diartikan sebagai suatu pemahaman yang kurang tepat dalam mempelajari matematika sehingga siswa keliru dalam menyelesaikan masalah matematika dan mengalami beberapa kesulitan. Kesalahan dalam matematika dapat diperlihatkan dari hasil perhitungan yang kurang tepat dalam mengolah angka-angka yang tersedia dan dapat juga diperlihatkan dari kesalahan menggunakan teorema-teorema dalam matematika.

B. Faktor Penyebab Kesalahan

Faktor penyebab kesalahan secara umum dapat dibedakan menjadi dua macam, yaitu faktor kognitif dan faktor non kognitif.

a. Faktor kognitif

Menurut Suwarsono (1982), faktor kognitif adalah segala sesuatu yang berhubungan dengan kemampuan intelektual siswa dalam memproses atau mencerna materi matematika ke dalam pikiran.

b. Faktor nonkognitif

Menurut Burton dalam M. Entang (1984: 13-14), menelusuri latar belakang siswa kesulitan belajar yang membuatnya melakukan kesalahan adalah faktor yang terdapat dari diri siswa dan faktor yang terletak di luar diri siswa.

- 1) Faktor-faktor yang terdapat dalam diri siswa antara lain kelemahan secara fisik (suatu pusat susunan syaraf tidak berkembang secara sempurna, luka atau cacat, atau sakit), sehingga sering membawa gangguan emosional, yang menghambat usaha-usaha belajar secara optimal. Kelemahan-kelemahan secara mental (baik kelemahan yang dibawa sejak lahir maupun karena pengalaman) yang sukar diatasi oleh individu yang bersangkutan dan juga oleh pendidikan, misalnya taraf kecerdasannya memang kurang atau sebenarnya hanya kurang minat, kebimbangan, kurang usaha, aktivitas yang tidak terarah, kurang semangat dan sebagainya, juga kurang menguasai ketrampilan dan kebiasaan fundamental dalam belajar.

Kelemahan-kelemahan emosional, misalnya penyesuaian yang salah (adjustment) terhadap orang-orang, situasi dan tuntutan-tuntutan tugas dan lingkungan. Kelemahan yang disebabkan oleh karena kebiasaan dan sikap-sikap yang salah, antara lain: malas belajar atau sering bolos atau tidak mengikuti pelajaran. Tidak memiliki ketrampilan-ketrampilan dan pengetahuan dasar yang diperlukan seperti ketidakmapuan membaca, berhitung, kurang menguasai pengetahuan dasar untuk suatu bidang studi yang sedang diikutinya secara sekuensial (meningkat dan beruntun).

- 2) Faktor-faktor yang terletak di luar diri siswa, antara lain: kurikulum yang seragam (uniform), bahan dan buku-buku (sumber) yang tidak sesuai dengan tingkat-tingkat kematangan dan perbedaan-perbedaan individu: ketidaksesuaian estándar administratif (sistem pengajaran, penilaian, pengelolaan kegiatan dan pengalaman belajar mengajar, dan sebagainya); terlalu banyak kegiatan di luar jam pelajaran sekolah atau terlalu banyak terlibat dalam kegiatan *extra-curricular*.

Dalam penelitian ini hanya akan dibahas faktor kognitif yang menyebabkan siswa melakukan kesalahan dalam mengerjakan soal-soal limit fungsi trigonometri.

C. Jenis Kesalahan

Cox (1975) melakukan pengumpulan data selama satu tahun dimulai dari bulan September 1972, secara berturut-turut mengenai

penjumlahan dan pengurangan, perkalian dan pembagian. Siswa yang diikutsertakan dalam penelitian sudah mendapat pelajaran tentang algoritma dan terampil mengerjakan penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian dengan algoritma. Cox (1975) mengklasifikasikan hasil analisis kesalahan-kesalahan sistematis yang sering terjadi dalam penjumlahan biasa, pengurangan, perkalian, dan pembagian menurut kategori kesalahan berikut:

a. Kesalahan Sistematis

Kesalahan ini terjadi jika siswa membuat kesalahan dengan pola kesalahan yang sama pada paling sedikit 3 soal dari 5 soal yang diberikan. Dalam hal ini, siswa mempunyai anggapan yang salah tentang suatu konsep.

Contoh kesalahan sistematis:

$$\begin{array}{r} 23 \\ 4 \\ \hline \end{array} + ; \begin{array}{r} 93 \\ 2 \\ \hline \end{array} - ; \begin{array}{r} 154 \\ 23 \\ \hline \end{array} +$$

Dalam contoh tersebut, siswa menjumlahkan 23 dan 4 adalah dengan menjumlahkan masing-masing “digit” secara terpisah ($2+3+4=9$), dan menjumlahkan 154 dan 23 adalah dengan menjumlahkan masing-masing “digit” secara terpisah ($1+5+4+2+3=15$). Demikian pula siswa mengurangkan 93 dengan 2 adalah dengan mengurangkan masing-masing “digit” secara terpisah ($9-3-2=4$).

b. Kesalahan Random

Kesalahan ini terjadi jika siswa membuat kesalahan pada paling sedikit 3 soal dari 5 soal yang ada tetapi dengan pola kesalahan yang berbeda.

c. Kesalahan Kecerobohan

Kesalahan ini terjadi jika siswa hanya membuat satu atau dua kesalahan dari 5 soal yang diberikan. Dalam hal ini, pada dasarnya siswa mengetahui bagaimana mengerjakan soal tersebut.

d. Lembar data tidak lengkap

Siswa tidak mengerjakan seluruh soal, ada beberapa soal yang tidak dikerjakan sehingga tidak dapat diklasifikasikan pada salah satu tipe kesalahan di atas.

Hadar, Zaslavsky, dan Inbar (1987) mengklasifikasikan kesalahan dalam 5 tipe kesalahan, yaitu:

- a. Siswa menambah atau mengabaikan data
- b. Siswa menterjemahkan pernyataan verbal ke dalam pernyataan matematika dengan arti yang berbeda.
- c. Siswa menggunakan teorema atau definisi yang salah
- d. Siswa menggunakan logika secara salah dalam mengambil kesimpulan
- e. Siswa membuat kesalahan dalam ketrampilan dasar.

Kelima kategori kesalahan di atas bersifat hipotesis. Pada tahun berikutnya, mereka mengadakan penelitian lagi dengan menambah satu kriteria baru, yaitu “penyelesaian yang tidak diperiksa kembali”.

Kemudian Hadar dan kawan-kawan (1987) menetapkan model klasifikasi kesalahan yang dibuat oleh para siswa sekolah menengah Israel sebagai berikut:

- a. Kesalahan data
- b. Kesalahan menginterpretasikan bahasa
- c. Kesalahan menggunakan logika untuk menarik kesimpulan
- d. Kesalahan menggunakan definisi atau teorema
- e. Kesalahan teknis

Penjelasan dari tiap-tiap kategori kesalahan menurut Hadar dan kawan-kawan (1987) adalah sebagai berikut:

- a. Kesalahan data

Kategori ini meliputi kesalahan-kesalahan yang dapat dihubungkan dengan ketidaksesuaian antara data yang diketahui dengan data yang dikutip oleh peserta tes. Kategori ini meliputi kesalahan-kesalahan berikut:

- 1) Menambah data yang tidak ada hubungannya dengan soal
- 2) Mengabaikan data penting yang diberikan
- 3) Menguraikan syarat-syarat (dalam pembuktian, perhitungan) yang sebenarnya tidak dibutuhkan dalam masalah.
- 4) Mengartikan informasi tidak sesuai dengan teks yang sebenarnya
- 5) Mengganti syarat yang ditentukan dengan informasi lain yang tidak sesuai

6) Menggunakan nilai suatu variabel untuk variabel yang lain

7) Salah menyalin soal

b. Kesalahan menginterpretasikan bahasa

Kategori kesalahan menginterpretasikan bahasa meliputi kesalahan-kesalahan berikut:

1) Mengubah bahasa sehari-hari ke dalam bentuk persamaan matematika dengan arti yang berbeda

2) Menuliskan simbol dari suatu konsep dengan simbol lain yang artinya berbeda

3) Salah mengartikan grafik

c. Kesalahan menggunakan logika untuk menarik kesimpulan

Pada umumnya, yang termasuk kategori ini adalah kesalahan-kesalahan di dalam menarik kesimpulan dari suatu bentuk informasi yang diberikan atau dari kesimpulan sebelumnya, yaitu:

1) Kesimpulan dari pernyataan $p \Rightarrow q$ dengan kebalikan baik bentuk positif $q \Rightarrow p$ atau dengan bentuk negatif $\sim p \Rightarrow \sim q$

2) Dari pernyataan bentuk implikasi $p \Rightarrow q$, siswa menarik kesimpulan sebagai berikut:

- Bila q diketahui terjadi, maka p pasti terjadi
- Bila diketahui p salah, maka q pasti juga salah

3) Menyimpulkan bahwa $p \Rightarrow q$ ketika q bukan merupakan akibat dari p

- 4) Menggunakan ukuran logika seperti “semua”, “ada”, “sedikitnya” pada tempat yang salah
- 5) Mengambil kesimpulan yang tidak benar, misalnya memberikan q sebagai akibat dari p tanpa dapat menjelaskan urutan pembuktian yang betul

d. Kesalahan menggunakan definisi atau teorema

Kesalahan ini merupakan suatu penyimpangan dari prinsip, aturan, teorema atau definisi yang pokok dan khas. Kesalahan-kesalahan ini antara lain:

- 1) Menerapkan suatu teorema pada kondisi yang tidak sesuai.

Misalnya menerapkan hukum: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$; dimana unsur-unsur a dan α terdapat pada segitiga yang berbeda dengan segitiga yang memuat unsur-unsur b dan β .

- 2) Menerapkan sifat distributif untuk fungsi atau operasi yang bukan distributif.

Misalnya:

$$- \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha + \sin \beta$$

$$- \log \frac{a}{b} = \frac{\log a}{\log b}$$

$$- (a + b)^n = a^n + b^n$$

- 3) Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema.

$$X_{\min} = -\frac{b}{a} \text{ sebagai ganti } X_{\min} = -\frac{b}{2a}$$

$$(a - b)^2 = a^2 + 2ab - b^2$$

e. Penyelesaian yang tidak diperiksa kembali

Kesalahan ini terjadi jika setiap langkah yang ditempuh oleh peserta tes benar, akan tetapi hasil akhir yang diberikan bukan penyelesaian dari soal tersebut.

f. Kesalahan teknis

Kategori kesalahan teknis meliputi kesalahan-kesalahan berikut:

- 1) Kesalahan-kesalahan perhitungan, contoh: $7 \times 8 = 54$
- 2) Kesalahan di dalam mengutip data dari tabel
- 3) Kesalahan dalam manipulasi simbol-simbol aljabar dasar, misalnya: menulis $a - 4.b - 4$ sebagai pengganti dari $(a - 4(b - 4))$

Berdasarkan dua klasifikasi kesalahan dari Cox (1975) dan Hadar (1987), ada perbedaan diantara keduanya. Klasifikasi kesalahan menurut Cox (1975) bersifat umum yaitu meliputi kesalahan sistematis, kesalahan random, kesalahan kecerobohan, dan lembar data tidak lengkap. Kesalahan-kesalahan ini dapat diperoleh berdasarkan keseluruhan soal, misalnya siswa membuat kesalahan dengan pola kesalahan yang sama pada paling sedikit 3 soal dari 5 soal yang diberikan, tipe kesalahan ini termasuk dalam kesalahan sistematis. Sedangkan klasifikasi kesalahan menurut Hadar (1987) dapat dilihat langsung pada setiap soal.

Berdasarkan jenis-jenis kesalahan tersebut, dalam penelitian ini peneliti merumuskan kategori kesalahan sebagai berikut:

1. Kesalahan data

Kesalahan data ini meliputi:

- a. Menambah data yang tidak ada hubungannya dengan soal
- b. Mengabaikan data penting yang diberikan
- c. Menguraikan syarat-syarat (dalam perhitungan) yang sebenarnya tidak dibutuhkan dalam masalah.
- d. Mengartikan informasi tidak sesuai dengan teks yang sebenarnya
- e. Mengganti syarat yang ditentukan dengan informasi lain yang tidak sesuai
- f. Salah menyalin soal

2. Kesalahan menggunakan logika untuk menarik kesimpulan

Kesalahan-kesalahan yang dimaksud adalah mengambil kesimpulan yang tidak benar, misalnya memberikan q sebagai akibat dari p tanpa dapat menjelaskan urutan pembuktian yang betul.

3. Kesalahan menggunakan definisi atau teorema

Kesalahan-kesalahan ini antara lain:

- a. Menerapkan sifat distributif untuk fungsi atau operasi yang bukan distributif.
- b. Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema.

4. Penyelesaian yang tidak diperiksa kembali

Kesalahan-kesalahan ini antara lain:

- a. Langkah yang ditempuh oleh peserta tes benar, akan tetapi hasil akhir yang diberikan bukan penyelesaian dari soal tersebut.
 - b. Siswa tidak menjawab sesuai dengan pertanyaan pada soal
5. Kesalahan teknis

Kesalahan teknis ini misalnya adalah

- a. Kesalahan-kesalahan dalam perhitungan
- b. Kesalahan dalam memanipulasi simbol-simbol aljabar dasar

Peneliti tidak menggunakan kesalahan menginterpretasikan bahasa milik Hadar karena kategori tersebut kurang sesuai dengan materi yang dipilih peneliti yaitu limit fungsi trigonometri.

Berikut ini adalah contoh kategori jenis kesalahan dalam mengerjakan soal-soal limit fungsi trigonometri.

Tabel 2.1. Contoh kategori jenis kesalahan dalam mengerjakan soal-soal limit fungsi trigonometri.

No	Kategori Kesalahan	Contoh Kesalahan
1.	Kesalahan data a. Menambah data yang tidak ada hubungannya dengan soal b. Mengabaikan data penting yang diberikan c. Menguraikan syarat-syarat (dalam perhitungan) yang sebenarnya tidak dibutuhkan dalam masalah. d. Mengartikan informasi tidak sesuai dengan teks yang	Soal: Tentukan nilai limit berikut. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{1 - \tan x}$ Akan tetapi siswa menuliskan soal seperti berikut. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos^2 x}{1 - \tan x}$ Kategori kesalahan: mengganti syarat yang ditentukan dengan informasi lain yang tidak sesuai

	sebenarnya e. Mengganti syarat yang ditentukan dengan informasi lain yang tidak sesuai f. Salah menyalin soal	
2.	Kesalahan menggunakan logika untuk menarik kesimpulan a. Mengambil kesimpulan yang tidak benar, misalnya memberikan q sebagai akibat dari p tanpa dapat menjelaskan urutan pembuktian yang betul	Soal: Tentukan nilai limit berikut. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{2x^2 + 3x}$ Jawaban siswa: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{2x^2 + 3x} = \frac{1}{3}$ Siswa mengambil kesimpulan yang tidak benar dan tidak dapat menjelaskan urutan pembuktian yang betul.
3.	Kesalahan menggunakan definisi atau teorema a. Menerapkan sifat distributif untuk fungsi atau operasi yang bukan distributif. b. Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema	Soal: Tentukan nilai limit berikut. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x - \sin x}{2x \cos \frac{5}{2}x}$ Jawaban siswa: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x - \sin x}{2x \cos \frac{5}{2}x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin \frac{1}{2}(5x) \cos \frac{1}{2}(3x)}{2x \cos \frac{5}{2}x}$ Siswa salah dalam mengubah $\sin 4x - \sin x$ menjadi $2 \cos \frac{1}{2}(5x) \sin \frac{1}{2}(3x)$ Kategori kesalahan: Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema
4.	Penyelesaian yang tidak diperiksa kembali a. Langkah yang ditempuh oleh peserta tes benar, akan tetapi hasil akhir yang diberikan	Soal: Tentukan nilai limit berikut. $\lim_{x \rightarrow \pi} (3 \sin x + 2 \cos x)$ Jawaban siswa: $\lim_{x \rightarrow \pi} (3 \sin x + 2 \cos x)$

	bukan penyelesaian dari soal tersebut. b. Siswa tidak menjawab sesuai dengan pertanyaan pada soal	$= 3 \sin \pi + 2 \cos \pi$ $= 3 \cdot 0 + 2 \cdot 1$ $= 5$ Kategori kesalahan: Langkah yang ditempuh oleh peserta tes benar, akan tetapi hasil akhir yang diberikan bukan penyelesaian dari soal tersebut.
5.	Kesalahan teknis a. Kesalahan dalam perhitungan b. Kesalahan dalam memanipulasi simbol-simbol aljabar dasar	Soal: Tentukan nilai limit berikut. $\lim_{x \rightarrow \pi} (3 \sin x + 2 \cos x)$ Jawaban siswa: $\lim_{x \rightarrow \pi} (3 \sin x + 2 \cos x)$ $= 3 \sin \pi + 2 \cos \pi$ $= 3 \cdot 0 + 2 \cdot 1$ $= 2$ Siswa salah dalam menentukan $\cos \pi$ menjadi (-1) Kategori kesalahan: kesalahan dalam perhitungan

D. Tes Diagnosis dan Tes Remedial

Berikut ini akan dibahas definisi tentang tes diagnosis dan tes remedial.

1. Tes Diagnosis

Tes diagnosis merupakan tes yang digunakan untuk mengetahui letak kesulitan belajar yang dihadapi peserta didik. Hasil tes ini memberikan informasi tentang konsep-konsep yang belum dipahami dan yang telah dihadapi (Mardapi, 2008:89).

Soal tes berupa uraian. Menurut Nana Sudjana (2010:36) tes uraian bertujuan untuk:

- a. Mengukur proses mental yang tinggi atau aspek kognitif tingkat tinggi.
- b. Mengembangkan kemampuan berbahasa, baik lisan maupun tulisan, dengan baik dan benar sesuai dengan kaidah-kaidah bahasa.
- c. Melatih kemampuan berpikir teratur atau penalaran, yakni berpikir logis, analitis, dan sistematis.
- d. Mengembangkan keterampilan pemecahan masalah (*problem solving*).

2. Tes Remedial

Tes remedial adalah tes yang digunakan untuk mengevaluasi hasil pembelajaran remedial. Tes remedial diberikan setelah siswa menerima pembelajaran remedial.

E. Pembelajaran Remedial

Menurut M. Entang (1984:11) pengajaran remedial merupakan upaya pendidik dalam membantu siswa yang mendapat kesulitan dalam belajar dengan jalan mengulang atau mencari alternatif kegiatan lain sehingga siswa yang bersangkutan dapat mengembangkan dirinya seoptimal mungkin dan dapat memenuhi kriteria tingkat keberhasilan minimal yang diharapkan. Dalam melaksanakan kegiatan pengajaran remedial, seorang guru dituntut untuk:

1. Menelaah kembali siswa yang akan diberi bantuan.

Kegiatan ini dimaksudkan agar kita memperoleh gambaran yang lebih definitif tentang seorang siswa dengan permasalahan yang dihadapinya, kelemahan yang dideritanya, letak kelemahannya, faktor utama penyebab kelemahan tersebut apakah masih bisa ditolong guru atau memerlukan bantuan orang lain, berapa lama bantuan harus diberikan, kapan, oleh siapa, dan sebagainya.

2. Alternatif tindakan

Jika telah mendapatkan gambaran yang lengkap tentang siswa yang memerlukan bantuan, barulah direncanakan alternatif tindakan sesuai dengan karakteristik kesulitan yang dihadapinya. Alternatif tindakan ini bisa berupa:

- a. Disuruh mengulangi bahan yang telah diberikan
- b. Disuruh mencoba alternatif kegiatan lain yang setara dengan kegiatan belajar-mengajar yang sudah ditempuhnya dan mempunyai tujuan yang sama baik yang sifatnya instruksional maupun efek pengiring.
- c. Bila kesulitan belajar siswa yang bersangkutan bukan semata-mata kesulitan dalam belajar akan tetapi disebabkan juga karena hal lain seperti kesulitan belajar karena berlatar belakang sikap negatif terhadap guru, pelajaran dan situasi belajar, kebiasaan belajar yang salah atau masalah lain dalam hubungannya dengan orang tua, teman sebayanya, dan sebagainya, maka kepada siswa tersebut

harus terlebih dahulu diberikan pelayanan bimbingan dan penyuluhan yang bersifat psikoterapi.

d. Evaluasi pengajaran remedial

Pada akhir kegiatan pengajaran remedial hendaknya dilakukan evaluasi kembali (reevaluasi) sampai sejauh mana pengajaran remedial tersebut dapat meningkatkan prestasi mereka.

Menurut Sujono (1988: 189) pelajaran remedi dimaksudkan untuk membetulkan sesuatu yang memerlukan perbaikan. Siswa yang sejak semula ketrampilan matematikanya tidak berkembang, seharusnya menjadi pusat perhatian program pelajaran remedi. Kekurangannya mungkin terjadi dalam waktu yang tidak memadai, kegagalan berulang, kebiasaan bekerja yang jelek, tidak senang pada sekolahnya, lambat dewasa, lingkungan yang tidak mendukung, anaknya memang lambat, atau mungkin disebabkan adanya masalah emosional atau gangguan fisik. Tujuan dari program remedi adalah meningkatkan prestasi matematika siswa sampai suatu tingkat tertentu sebelum ia tamat dari sekolah.

F. Metode Pembelajaran Remedial

Menurut Thulus Hidayat (1986, h: 71) metode-metode dalam pengajaran remedial adalah sebagai berikut:

1. Metode pemberian tugas

Siswa-siswa yang mengalami kesulitan belajar dibantu dengan memberikan tugas tertentu untuk dilaksanakan. Jenis dan sifat tugas sesuai dengan latar belakang kesulitan belajarnya. Pemberian tugas ini dapat secara individual maupun kelompok, sesuai dengan kesulitannya. Dengan metode ini siswa diharapkan:

- a. Mampu memahami diri
- b. Lebih memperluas bahan yang dipelajari
- c. Dapat memperbaiki cara belajar yang lama

2. Metode diskusi

Digunakan untuk menciptakan interaksi individu dengan kelompok untuk memperbaiki kesulitan belajar. Dengan diskusi diharapkan:

- a. Siswa dapat mengenal diri dan kesulitannya dan menemukan pemecahannya
- b. Menumbuhkan kepercayaan diri
- c. Mengembangkan kerjasama antar pribadi
- d. Menumbuhkan rasa tanggung jawab

3. Metode tanya jawab

Metode tanya jawab digunakan untuk mengenal siswa-siswa yang mengalami kesulitan belajar. Dengan tanya jawab diharapkan siswa dapat:

- a. Memahami dirinya sendiri
- b. Menumbuhkan rasa harga diri
- c. Meningkatkan motivasi belajar

d. Menciptakan hubungan yang erat antara guru dan siswa-siswa

4. Metode kerja kelompok

Anggota kelompok berinteraksi satu dengan yang lain dengan maksud terjadinya perbaikan pada siswa-siswa yang mengalami kesulitan belajar. Hal ini disebabkan karena:

- a. Adanya pengaruh anggota kelompok yang pandai dan berengalaman
- b. Kehidupan kelompok dapat meningkatkan minat belajar
- c. Memupuk rasa tanggung jawab

5. Metode tutor

Tutor adalah siswa sebaya yang ditunjuk untuk membantu teman-temannya yang mengalami kesulitan belajar dengan member petunjuk oleh guru pengasuhnya. Tutor ini ditunjuk atas dasar prestasi mereka dan hubungan sosial dan mendapat sambutan yang sesuai dengan teman-temannya. Kebaikan metode tutor:

- a. Terciptanya hubungan yang lebih akrab antara tutor dengan yang diberi pelajaran
- b. Bagi tutor tugas tutorisasinya berarti menambah kekayaan dan menambah motivasi belajar
- c. Meningkatkan perasaan tanggung jawab dan kepercayaan diri.

6. Pengajaran individual

Metode ini menunjukkan adanya interaksi antara guru dengan siswa secara individual dalam proses belajar mengajar. Dalam metode

pengajaran individual pendekatannya bersifat individual sesuai dengan kesulitan yang dihadapi siswa. Adapun materi yang diberikan mungkin mengulangi bahan lama, mungkin materi baru, dan mungkin pula bahan pengayaan yang telah dimiliki siswa. Hal ini tergantung kepada kesulitan yang dialami. Kesulitan yang dialami individu ini bersifat terpanik yaitu bersifat menyembuhkan atau memperbaiki cara belajar siswa. Untuk melakukan pengajaran individual guru dituntut memiliki kemampuan membimbing dan bersikap sabar, ulet, nertanggung jawab, menerima, dan memahami. Guru harus menciptakan suasana hubungan baik dengan siswa-siswa agar proses pengajaran berlangsung dengan baik.

Menurut Sujono (1988: 198) metode-metode dalam melaksanakan remedi adalah sebagai berikut:

1. Individual

Pada permulaan tahun ajaran idealnya siswa diberi tes diagnostik matematika standar, sehingga guru dapat mengetahui kekurangan-kekurangan siswa yang bersifat individual dan bidang-bidang yang perlu mendapat penanganan khusus. Selanjutnya guru menginterview setiap siswa agar guru dapat mengetahui siswa lebih mendalam. Kemudian guru menganalisa hasil tes lebih seksama lgi dan mempersiapkan kegiatan remedi dengan menggunakan buku kerja, perangkat ketrampilan matematika, kalkulator, dan material bantuan yang lain.

2. Pelajaran kelompok kecil dan seluruh kelas

Meskipun pelajaran telah dirancang dengan tipe individual, namun dapat juga diselenggarakan dengan pelajaran kelompok kecil atau bahkan pelajaran untuk seluruh kelas, yaitu apabila di antara siswa-siswa atau semua siswa di kelas itu ternyata mempunyai kelemahan yang sama dalam suatu bidang tertentu.

3. Proyek

Proyek dapat memungkinkan siswa menerapkan ketrampilannya, selain itu juga cara yang dapat memotivasi dan menarik perhatian siswa. Dalam proyek siswa didorong untuk menggunakan buku-buku matematika dan ensiklopedia yang ada di perpustakaan sekolah atau di tempat lain.

4. Permainan matematika dan teka-teki

Sebagai pelengkap pelajaran matematika, baik individual, kelompok kecil maupun untuk seluruh kelas, permainan dan teka-teki matematika yang dapat merangsang siswa dan membuat mereka berpikir adalah cocok untuk digunakan secara periodik di dalam kelas. Meskipun demikian harus diingat bahwa permainan itu harus dipilih agar dapat memenuhi dua macam kebutuhan siswa sekaligus, yaitu untuk mengatasi kekurangan dan kebutuhan siswa akan rekreasi.

5. Karya wisata

Kegiatan karya wisata hendaknya langsung dikaitkan dengan pelajaran agar dapat member motivasi untuk belajar dan hendaknya dikaitkan

dengan kegiatan kelas. Pengalaman apapun yang diperoleh dari kegiatan karya wisata ini harus digunakan untuk memotivasi siswa dalam pelajaran remedi lebih lanjut.

6. Latihan tersamar

Salah satu cara untuk menghindari ketidaksenangan siswa kepada pelajaran remedi adalah menyamarkan pekerjaan latihan itu dalam bentuk yang bermakna. Ada tak banyak cara untuk memberi kesempatan kepada siswa untuk mempraktikkan ketrampilannya sehingga kegiatan yang dimaksudkan sebagai latihan menjadi tersamar.

7. Tutorial teman sejawat

Program tutorial teman sejawat ini menguntungkan kedua belah pihak, baik siswa yang menjadi tutor maupun siswa yang mengikuti program remedial.

8. Terapan yang relevan

Penyelidikan tentang beberapa topik yang relevan dengan terapan aritmetik mungkin dapat memperoleh hasil yang sangat baik untuk memotivasi siswa dalam matematika. Banyak topik tersedia dan kriteria utama pemilihannya adalah minat dan kegemaran siswa. Keberhasilan usaha ini banyak tergantung kepada pemilihan topik yang tepat disertai dengan kreativitas dan imajinasi guru.

9. Pengaturan sarana fisik dalam pengajaran remedial

Apapun tujuan edukasionalnya sarana fisik sangatlah penting. Hal ini memang benar terutama untuk kelas remedial. Sebuah ruang yang cocok dan mendukung pelajaran yang direncanakan dapat merupakan salah satu alat untuk memperoleh kesuksesan dalam program remedi.

10. Tutorial individu

Tutorial individu dapat dilakukan oleh guru maupun teman sejawat. Siswa yang membutuhkan bantuan remedi mendapat pertolongan secara individual yang didasarkan atas hasil tes diagnostik dan catatan prestasinya pada waktu lalu. Keuntungan dari pendekatan ini adalah siswa dengan segera mendapat koreksi pada saat ia melakukan kesalahan ketika menyelesaikan soal.

G. Limit Fungsi Trigonometri

Limit fungsi trigonometri merupakan salah satu materi yang dipelajari oleh siswa SMA program IPA. Siswa sudah pernah menjumpai materi trigonometri di SMP, namun limit fungsi trigonometri adalah materi baru yang diajarkan. Berikut ini adalah materi limit fungsi trigonometri berdasarkan Indriarsih dkk (2008):

1. Metode dan Cara Menghitung Limit Fungsi Trigonometri

Metode dan cara untuk menghitung nilai limit fungsi trigonometri yang variabelnya mendekati a adalah sebagai berikut:

a. Dengan substitusi langsung, yaitu jika nilai $f(a)$ ada, maka

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a).$$

b. Jika dengan substitusi $x = a$ diperoleh

$$f(a) = \text{bentuk tak tentu} \text{ yaitu } \frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty, \text{ maka } f(x)$$

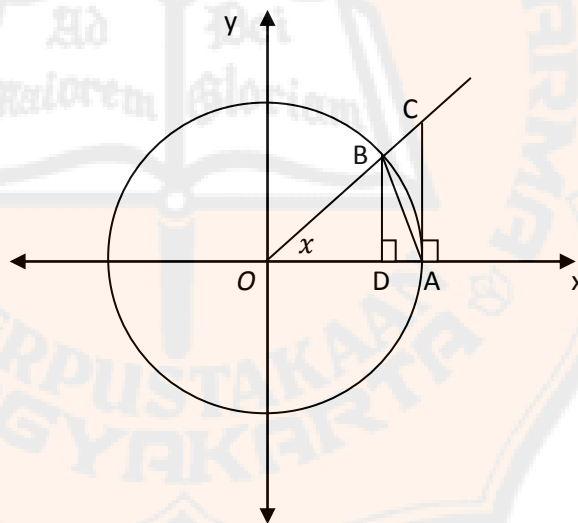
disederhanakan terlebih dahulu.

2. Menentukan hasil-hasil $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$, dan

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x}$$

Berikut ini adalah cara menentukan hasil-hasil $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}, \text{ dan } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x}.$$



Gambar 2.1. Lingkaran satuan dengan titik pusat O

Gambar 2.1 merupakan lingkaran dengan jari-jari 1 satuan, titik O adalah pusat lingkaran, dan $\angle AOB = x$ radian. Jika x mendekati 0 ($x \rightarrow 0$) maka titik B mendekati A. Cara menentukan hasil-hasil

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$, dan $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x}$ dapat dicari

dengan perbandingan luas $\triangle AOB$, luas juring AOB , dan luas $\triangle AOC$.

Luas segitiga AOB , luas juring AOB dan luas $\triangle AOC$ dapat dicari

dengan langkah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\text{Luas } \triangle AOB &= \frac{1}{2} \times OA \times BD \\ &= \frac{1}{2} \times OA \times OB \times \sin x \\ &= \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \sin x \\ &= \frac{1}{2} \sin x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Luas juring } AOB &= \frac{x}{2\pi} \times \pi r^2 \\ &= \frac{x}{2\pi} \times \pi \times 1^2 = \frac{1}{2}x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Luas } \triangle AOC &= \frac{1}{2} \times OA \times AC \\ &= \frac{1}{2} \times OA \times OA \times \tan x \\ &= \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \tan x \\ &= \frac{1}{2} \tan x\end{aligned}$$

Berdasarkan Gambar. 2.1 diperoleh hubungan bahwa luas $\triangle AOB <$ luas juring $AOB <$ luas $\triangle AOC$. Berdasarkan perhitungan, diperoleh luas

segitiga AOB adalah $\frac{1}{2} \sin x$, luas juring $AOB = \frac{1}{2}x$ dan luas $\triangle AOC =$

$\frac{1}{2} \tan x$, sehingga $\frac{1}{2} \sin x < \frac{1}{2}x < \frac{1}{2} \tan x$

$$\Leftrightarrow \sin x < x < \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\Leftrightarrow 1 < \frac{x}{\sin x} < \frac{1}{\cos x} \quad \dots (i)$$

$$\Leftrightarrow 1 > \frac{\sin x}{x} < \cos x$$

$$\Leftrightarrow \cos x < \frac{\sin x}{x} < 1 \quad \dots (ii)$$

Teorema Apit: Misalkan f , g , dan h adalah fungsi-fungsi yang memenuhi $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ untuk semua x di sekitar c . Jika $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} h(x) = L$ maka $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = L$

Jika $x \rightarrow 0$ maka $\lim_{x \rightarrow 0} \cos x = 1$ sehingga menurut teorema apit dari (i) dan (ii) diperoleh:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{ dan } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1$$

Dari pertidaksamaan tersebut juga diperoleh hubungan sebagai berikut:

Luas $\triangle AOB < \text{luas juring } AOB < \text{luas } \triangle AOC$ sehingga $\frac{1}{2} \sin x < \frac{1}{2} x <$

$12 \tan x$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin x}{\tan x} < \frac{x}{\tan x} < 1$$

$$\Leftrightarrow \cos x < \frac{x}{\tan x} < 1 \quad \dots (iii)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\cos x} > \frac{\tan x}{x} > 1$$

$$\Leftrightarrow 1 < \frac{\tan x}{x} < \frac{1}{\cos x} \quad \dots (iv)$$

Jika $x \rightarrow 0$ maka dari (iii) dan (iv) diperoleh:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x} = 1 \text{ dan } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$$

3. Sifat-Sifat Limit

Berikut ini adalah sifat-sifat dari limit fungsi:

Apabila k suatu konstanta, f dan g merupakan fungsi-fungsi yang mempunyai limit untuk $x = a$, $a \in R$ maka berlaku:

1. $\lim_{x \rightarrow a} k = k$
2. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$
3. $\lim_{x \rightarrow a} k \cdot f(x) = k \lim_{x \rightarrow a} f(x)$
4. $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
5. $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
6. $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \times g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \times \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
7. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$, dengan syarat $\lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0$
8. $\lim_{x \rightarrow a} (f(x))^n = (\lim_{x \rightarrow a} f(x))^n$

H. Kerangka Berpikir

Prestasi belajar matematika yang tinggi merupakan harapan semua pihak. Akan tetapi apabila kenyataannya masih jauh dari harapan maka diperlukan langkah-langkah untuk mengatasi kekurangan tersebut. Salah satu langkah yang diperlukan tersebut adalah dengan menganalisis kesalahan-kesalahan siswa dalam mengerjakan soal matematika. Hal ini dilakukan tentunya dikarenakan adanya sesuatu yang kurang dalam proses pembelajaran terutama setelah diadakan evaluasi. Dengan adanya evaluasi

setiap akhir pembahasan pokok bahasan matematika tentunya akan dapat memberikan masukan pada materi apakah siswa sudah menguasai dan pada materi apa siswa belum menguasai. Dari evaluasi ini pula dapat ditentukan mengapa siswa tidak menguasai atau memahami konsepnya. Dari hasil evaluasi inilah kita akan mengetahui sejauh mana siswa melakukan kesalahan dalam mengerjakan soal-soal limit fungsi trigonometri. Kesalahan dalam pengerjaan soal dapat didiagnosis menurut jenis-jenis kesalahannya yang menjadikan informasi tersebut menjadi sangat berarti. Selanjutnya untuk mengetahui dimana letak kesalahan siswa dalam memahami materi diperlukan suatu tes diagnostik sehingga pengembangan tes diagnostik menjadi sangat penting dalam rangkaian kegiatan diagnosis. Tidak sebatas memberikan tes diagnostik, setelah mengetahui dimana letak kesalahan siswa maka sebagai tindak lanjut diadakan pembelajaran remedial dan pada akhir pembelajaran diadakan tes remedial. Hal ini dilakukan sebagai pembandingan apakah dengan adanya pembelajaran remedial siswa dapat lebih memahami materi yang diajarkan atau tidak dan apakah siswa masih melakukan kesalahan yang sama atau tidak dalam mengerjakan soal-soal limit fungsi trigonometri.

BAB III

METODE PENELITIAN

A. Jenis Penelitian

Jenis penelitian ini dikategorikan sebagai penelitian deskriptif kualitatif. Penelitian kualitatif adalah penelitian yang bermaksud untuk memahami fenomena tentang apa yang dialami oleh subjek penelitian misalnya perilaku, persepsi, motivasi, tindakan, dll., serta holistik, dan dengan cara deskripsi dalam bentuk kata-kata dan bahasa, pada suatu konteks khusus yang alamiah dan dengan memanfaatkan berbagai metode ilmiah (Moleong, 2008: 6).

Dalam penelitian ini, peneliti berusaha memahami perilaku dan tindakan siswa yang terjadi di dalam kegiatan penelitian serta mendeskripsikannya dalam bentuk kata-kata dan bahasa.

B. Tempat dan Waktu Penelitian

Untuk memperoleh data tentang diagnosis kesulitan belajar siswa pada pokok bahasan limit fungsi trigonometri, maka penelitian ini dilakukan pada:

Waktu : 25 Maret 2014 – 24 Mei 2014

Tempat : SMA Santa Maria Yogyakarta

Alamat : Jl. Ireda 19 A Prawirodirjan, Gondomanan, Yogyakarta

C. Objek Penelitian dan Subjek Penelitian

Objek penelitian ini adalah kesalahan-kesalahan yang dilakukan siswa dalam menyelesaikan soal-soal pada pokok bahasan limit fungsi trigonometri. Sedangkan subjek dalam penelitian ini adalah siswi-siswi kelas XI IPA SMA Santa Maria Yogyakarta pada semester genap tahun pelajaran 2013/2014.

D. Variabel Penelitian

Variabel-variabel dalam penelitian ini meliputi:

1. Variabel bebas

Variabel bebas dalam penelitian ini adalah kesalahan-kesalahan yang dilakukan siswa dalam mengerjakan soal-soal limit fungsi trigonometri, dan faktor penyebab siswa melakukan kesalahan tersebut, serta pembelajaran remedial.

2. Variabel terikat

Variabel terikat dalam penelitian ini adalah hasil belajar siswa setelah dilaksanakan pembelajaran remedial.

E. Metode Pengumpulan Data

Dalam penelitian ini, peneliti menggunakan tiga metode pengumpulan data, yaitu:

1. Observasi

Observasi merupakan teknik pengumpulan data, dimana peneliti melakukan pengamatan secara langsung ke objek penelitian untuk melihat dari dekat kegiatan yang dilakukan. Metode observasi diartikan sebagai pengamatan dan pencatatan secara sistematis terhadap gejala yang tampak pada subjek penelitian. Peneliti melakukan observasi dengan mengikuti, mengamati dan merekam proses pembelajaran pada materi limit fungsi.

2. Tes Tertulis

Tes tertulis terdiri dari 2 tes, yaitu tes diagnostik dan tes remedial.

1) Tes diagnostik

Tes diagnostik digunakan untuk mengetahui hasil pekerjaan siswa yaitu berupa kesalahan-kesalahan yang dilakukan siswa. Dari kesalahan-kesalahan yang dilakukan siswa akan menunjukkan materi yang belum dikuasai oleh siswa. Kesalahan-kesalahan tersebut juga menunjukkan faktor-faktor kesulitan belajar siswa yang bersifat langsung.

2) Tes Remedial

Tes remedial ini dilakukan untuk mengetahui kesalahan-kesalahan yang masih dilakukan oleh siswa setelah diadakan pembelajaran remedial. Dengan demikian dapat diketahui apakah pembelajaran remedial yang dilakukan dapat membantu siswa untuk memperbaiki kesalahannya. Tes remedial hanya diberikan bagi

siswa yang melakukan kesalahan dan nilainya di bawah nilai KKM dan sudah mengikuti pembelajaran remedial. Tes remedial diberikan setelah pembelajaran remedial selesai dilaksanakan.

3. Wawancara

Metode ini digunakan untuk mengetahui cara berpikir siswa ketika mengerjakan soal-soal limit fungsi trigonometri. Selain itu, wawancara juga dilakukan untuk mengetahui kesulitan-kesulitan siswa saat mengerjakan soal-soal limit fungsi trigonometri. Dalam melakukan wawancara peneliti menggunakan media rekorder dan pedoman wawancara.

F. Instrumen Penelitian

Instrumen yang digunakan untuk mengumpulkan data meliputi:

1. Tes Diagnostik

Tes diagnosis yang digunakan dalam penelitian ini berupa 5 soal esai tentang limit fungsi trigonometri yang disertai dengan cara pengerjaan. Rancangan soal tes tertulis ini dibuat sesuai dengan indikator pencapaian hasil belajar menurut kurikulum 2006. Tes diagnostik ini digunakan untuk mengetahui hasil pekerjaan siswa yaitu berupa kesalahan-kesalahan yang dilakukan siswa. Tes diagnostik dilakukan setelah guru selesai menyampaikan materi limit fungsi trigonometri. Setelah memberikan tes diagnostik, peneliti

mengelompokkan kesalahan – kesalahan siswa dalam mengerjakan soal limit fungsi trigonometri berdasarkan kategori jenis kesalahan yang telah disusun oleh peneliti.

Tabel 3.1. Kisi-Kisi Soal Berdasarkan Indikator

No.	Indikator	Aspek Kognitif			Jumlah
		Pengetahuan	Pemahaman	Aplikasi	
1.	Menghitung limit fungsi trigonometri di suatu titik	1 soal (1)	1 soal (2)		2 soal
2.	Menghitung limit fungsi trigonometri dengan menggunakan sifat-sifat limit		3 soal (3, 4, 5)		3 soal
Jumlah		1 soal	4 soal		5 soal

2. Wawancara

Wawancara dalam penelitian ini digolongkan dalam jenis wawancara semiterstruktur. Wawancara semiterstruktur adalah wawancara yang tidak memiliki persiapan sebelumnya, dalam arti kalimat dan urutan pertanyaan yang diajukan tidak harus mengikuti ketentuan secara ketat (Basuki, 2006). Wawancara jenis ini memungkinkan mencakup ruang lingkup yang lebih besar guna keperluan merangkum pendapat dan jawaban responden.

Tabel 3.2. Pedoman Wawancara

No.	Pertanyaan	Jawaban
1.	Bagaimana proses yang kamu lakukan dalam menyelesaikan soal ini?	
2.	Bagaimana cara menyelesaikannya?	

3.	Mengapa kamu menjawab demikian?	
4.	Apa penyebab kesulitan dalam mengerjakan soal tes?	
5.	Dimana letak kesulitan soal tersebut?	

Pertanyaan-pertanyaan tersebut akan berkembang berdasarkan respon atau jawaban siswa dalam wawancara. Proses wawancara akan direkam menggunakan media telepon genggam untuk membantu peneliti melakukan analisis lanjutan.

3. Tes Remedial

Tes remedial yang digunakan dalam penelitian ini berupa 5 soal esai tentang limit fungsi trigonometri yang disertai dengan cara pengerjaan. Rancangan soal tes tertulis ini dibuat sesuai dengan indikator pencapaian hasil belajar menurut kurikulum 2006. Soal yang diberikan saat tes remedial berbeda dengan tes diagnostik namun memiliki tingkat kesulitan soal yang sama. Tes remedial hanya diberikan bagi siswa yang memiliki kesulitan belajar dan sudah mengikuti pembelajaran remedial.

G. Teknik Analisis Data

Berikut ini adalah teknik dalam menganalisis data:

1. Tes Diagnosis

Tes diagnostik ini digunakan untuk mengetahui hasil pekerjaan siswa yaitu berupa kesalahan-kesalahan yang dilakukan siswa dalam

mengerjakan soal-soal limit fungsi trigonometri. Tes diagnostik dilakukan setelah guru selesai menyampaikan materi limit fungsi trigonometri. Setelah memberikan tes diagnostik, peneliti mengoreksi jawaban siswa, kemudian mengelompokkan kesalahan – kesalahan siswa dalam mengerjakan soal limit fungsi trigonometri berdasarkan kategori jenis kesalahan yang telah disusun oleh peneliti. Kemudian mencari faktor penyebab kesalahan yang dibuat siswa untuk upaya remediasinya.

2. Wawancara

Dari hasil tes diagnosis, akan dipilih siswa-siswa yang nilainya tidak mencapai KKM, kemudian akan diwawancarai. Data hasil rekaman wawancara dengan siswa ditranskrip agar diperoleh data yang representatif yang kemudian diketik dalam bentuk laporan yang terperinci. Jawaban siswa dari soal-soal yang diberikan kemudian dianalisis, kesalahan – kesalahan apa saja yang dilakukan kemudian dicari faktor penyebab kesalahan tersebut.

3. Tes remedial

Setelah didapat siswa yang nilainya dibawah KKM dan sudah melaksanakan pembelajaran remedial, kemudian peneliti memberikan tes remedial. Hasil pekerjaan remedial siswa dikoreksi dan hasilnya dianalisis bagaimana pengaruh pembelajaran remedial untuk membantu mengatasi kesalahan siswa dalam mengerjakan soal-soal limit fungsi trigonometri.

H. Validitas dan Reliabilitas

Berikut ini adalah pembahasan validitas dan reliabilitas menurut Ign. Masidjo (2004).

1. Validitas

Validitas adalah taraf sampai dimana suatu alat ukur (tes) mampu mengukur apa yang seharusnya diukur (Ign. Masidjo, 2004). Validitas yang digunakan adalah validitas isi. Validitas isi adalah suatu validitas yang menunjukkan sampai dimana isi suatu tes atau alat pengukur mencerminkan hal-hal yang mau diukur atau diteskan (Ign. Masidjo, 2004). Instrumen tes disusun berdasarkan materi yang dipelajari siswa dengan melihat RPP. Kemudian alat ukur (tes) haruslah diteliti dengan meminta pendapat ahli dan melakukan uji coba kepada siswa dalam kelas yang berbeda dari yang akan diteliti.

Hasil uji coba tes kemudian dihitung dan dianalisis untuk mengetahui valid tidaknya item soal menggunakan korelasi *product moment* dari Pearson dengan rumus :

$$r_{xy} = \frac{N \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{\{N \sum X^2 - (\sum X)^2\} \{N \sum Y^2 - (\sum Y)^2\}}}$$

Keterangan:

r_{xy} = koefisien validitas

X = hasil pengukuran suatu tes yang ditentukan validitasnya

Y = kriteria yang dipakai

Dalam penelitian ini perhitungan validitas digunakan taraf signifikansi 5%, dan dilihat pada tabel r , untuk $N = 23$, maka $r_{hitung} = 0,413$. Kriteria soal dikatakan valid apabila $r_{hitung} > r_{tabel}$.

2. Reliabilitas

Reliabilitas pada hakikatnya menguji keajegan pertanyaan tes apabila diberikan berulang kali pada objek yang sama. Untuk menghitung taraf reliabilitas suatu tes dipakai rumus koefisien *Alpha* sebagai berikut:

$$r_{tt} = \alpha = \left(\frac{n}{n-1} \right) \left(1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2} \right)$$

Keterangan :

r_{tt} = koefisien reliabilitas suatu tes

n = jumlah soal

$\sum S_i^2$ = jumlah kuadrat S dari masing-masing soal

S_t^2 = kuadrat S total keseluruhan soal

Dengan nilai koefisien reliabilitas r_{tt} sebagai berikut :

0,800 - 1,000 = Sangat tinggi sekali

0,600 - 0,799 = Tinggi

0,400 - 0,599 = Cukup

0,200 - 0,399 = Rendah

< 0,200 = Sangat rendah

4. Prosedur Pelaksanaan Penelitian

Berikut ini adalah prosedur-prosedur dalam melaksanakan penelitian:

1. Tahap Persiapan

- a. Meminta surat izin penelitian di sekretariat JPMIPA.
- b. Menyerahkan surat izin penelitian Humas SMA Santa Maria Yogyakarta
- c. Meminta izin kepada Kepala SMA Santa Maria Yogyakarta untuk melakukan penelitian di sekolah.
- d. Menemui guru pembimbing untuk meminta izin melaksanakan proses penelitian di kelas yang diampunya.

2. Tahap Uji Coba

Uji coba soal Matematika dilakukan pada siswa kelas XII SMA Santa Maria Yogyakarta dan dilaksanakan pada hari Selasa, 25 Maret 2014. Uji coba soal Matematika dilakukan dengan tujuan untuk mengetahui validitas dan reabilitas soal tes matematika tersebut, serta untuk mengetahui perkiraan waktu yang diperlukan dalam mengerjakan soal tersebut. Dengan demikian peneliti dapat memperbaiki maupun mengganti soal tes matematika yang akan digunakan dalam penelitian.

3. Tahap Pengumpulan Data

Tahapan dalam mengumpulkan data adalah sebagai berikut:

- a. Melaksanakan observasi di kelas XI IPA untuk melihat proses belajar mengajar yang dilakukan guru.
- b. Memberikan tes diagnosis kepada siswa kelas XI IPA.
- c. Melakukan wawancara dengan beberapa siswa yang banyak melakukan kesalahan sesuai dengan kategori jenis kesalahan.
- d. Memberikan tes remedial kepada siswa kelas XI IPA yang sudah mengikuti pembelajaran remedial.



BAB IV

ANALISIS HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

A. Pelaksanaan Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan di kelas XI IPA SMA Santa Maria Yogyakarta pada pokok bahasan Limit Fungsi Trigonometri. Siswa yang mengikuti penelitian ini berjumlah 20 siswa. Tes uji coba instrumen dilaksanakan di kelas XII IPA SMA Santa Maria Yogyakarta yang berjumlah 23 siswa. Berikut ini akan disajikan tabel pelaksanaan kegiatan selama penelitian.

Tabel 4.1: Pelaksanaan Penelitian

Waktu	Kegiatan
Selasa, 25 Maret 2014	Uji coba instrumen penelitian di kelas XII IPA
Jumat, 28 Maret 2014	Observasi di kelas XI IPA
Selasa, 1 April 2014	Observasi di kelas XI IPA
Jumat, 4 April 2014	Observasi di kelas XI IPA
Senin, 7 April 2014	Observasi di kelas XI IPA
Selasa, 8 April 2014	Observasi di kelas XI IPA
Selasa, 22 April 2014	Observasi di kelas XI IPA
Senin, 28 April 2014	Observasi di kelas XI IPA
Selasa, 29 April 2014	Ulangan Harian (limit fungsi aljabar)
Jumat, 2 Mei 2014	Observasi di kelas XI IPA
Senin, 5 Mei 2014	Observasi di kelas XI IPA
Jumat, 9 Mei 2014	Tes diagnostik
Jumat, 16 Mei 2014 (di luar jam pelajaran)	Wawancara dan pelaksanaan pembelajaran remedial bagi siswa yang remedi
Selasa, 20 Mei 2014	Tes remedial
Sabtu, 24 Mei 2014	Menyerahkan nilai ulangan harian siswa kelas XI IPA kepada guru

B. Analisis Uji Coba Instrumen

Uji instrumen tes uraian dilakukan pada kelas uji coba yaitu kelas XII IPA SMA Santa Maria Yogyakarta dengan jumlah 23 siswa. Soal uji coba yang digunakan dalam penelitian berupa soal uraian sebanyak 5 soal dengan skor maksimal 100. Uji coba instrumen penelitian dilakukan untuk mengetahui validitas butir soal, reliabilitas soal, mengetahui apakah waktu yang diberikan cukup, mengetahui gambaran kesalahan siswa dalam mengerjakan soal limit fungsi trigonometri, dan mencari gambaran penyebab kesalahan siswa tersebut.

1. Validitas

Berdasarkan uji coba soal yang telah dilaksanakan dengan $N=23$ dan $df = N - 2$ pada taraf signifikansi 5% didapat $r_{tabel} = 0,413$. Butir soal dikatakan valid jika $r_{hitung} > 0,413$. Hasil uji coba dari 5 butir soal menunjukkan bahwa kelima soal tersebut valid.

Tabel 4.2: Validitas soal uji coba

Butir Soal	r_{hitung}	r_{tabel}	Kriteria
1	0,678	0,413	Valid
2	0,736		Valid
3	0,622		Valid
4	0,721		Valid
5	0,677		Valid

Berdasarkan Tabel 4.2 dapat dilihat bahwa $r_{hitung} > r_{tabel}$ untuk semua soal. Jadi dapat disimpulkan bahwa kelima soal tersebut valid dan dapat digunakan dalam penelitian.

2. Reliabilitas

Sebuah tes dikatakan reliabel apabila hasil-hasil tes tersebut menunjukkan ketetapan. Setelah dilakukan perhitungan dengan menggunakan rumus *alpha* terhadap hasil uji coba tes diperoleh $r_{tt} = 0,695$ sedangkan $r_{tabel} = 0,413$. Jadi $r_{tt} > r_{tabel}$ sehingga dari hasil tersebut tes yang diujicobakan reliabel. Karena $r_{tt} = 0,695$ berada dalam rentang 0,600 dan 0,799 maka tes hasil uji coba tersebut memiliki reliabilitas yang tinggi.

C. Deskripsi Data Penelitian

Dalam penelitian ini, peneliti menggunakan tiga metode pengumpulan data yaitu observasi, tes tertulis (tes diagnosis dan remedial) dan wawancara. Berikut ini akan dijelaskan deskripsi ketiga metode penelitian tersebut.

1. Observasi

Peneliti melakukan observasi dari awal pembelajaran limit fungsi sampai akhir materi. Berikut adalah tabel materi yang diajarkan pada setiap pertemuan.

Tabel 4.3: Bahasan materi pada setiap pertemuan

Pertemuan	Materi
1	Penjelasan limit fungsi di suatu titik secara intuitif melalui perhitungan nilai-nilai fungsi
2	Pengertian limit fungsi melalui pengamatan grafik fungsi
3	Menentukan limit fungsi aljabar yang berbentuk

	$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ dengan metode substitusi langsung dan pemfaktoran
4	Menentukan limit fungsi aljabar yang berbentuk $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ dengan mengalikan akar sekawan
5	Menentukan limit fungsi di tak hingga
6	Menentukan limit fungsi di tak hingga dengan bentuk tak tentu $\infty - \infty$ menggunakan aturan $\frac{b-q}{2\sqrt{a}}$ dan mengalikan akar sekawan kemudian dibagi pangkat tertinggi
7	Latihan soal tentang limit fungsi aljabar
8	Ulangan Harian
9	Limit fungsi Trigonometri: Menentukan hasil-hasil $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$, dan $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x}$
10	Latihan mengerjakan soal-soal limit fungsi trigonometri

Dari tabel tersebut dapat dilihat bahwa materi limit fungsi trigonometri hanya diberikan sebanyak 2 kali, yaitu pada pertemuan ke – 9 dan ke – 10. Rincian pembelajarannya adalah sebagai berikut, pada pertemuan ke 9, guru mengingatkan kembali tentang rumus-rumus dasar trigonometri kemudian secara bersama-sama dengan siswa menentukan hasil-hasil $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$, dan $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x}$ berdasarkan perbandingan luas segitiga dan luas juring dari lingkaran satuan. Metode yang digunakan dalam menentukan limit-limit tersebut adalah penemuan terbimbing. Siswa secara bergantian maju ke depan menyampaikan pendapatnya terhadap perbandingan luas segitiga dan luas juring dari lingkaran satuan. Sedangkan guru membimbing siswa untuk membawa pada kesimpulan dari $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$, dan $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x}$ yang hasilnya adalah satu. Pertemuan ke – 9 ini berlangsung

selama 2 jam pelajaran (90 menit). Sedangkan pada pertemuan ke – 10 guru memberikan latihan-latihan soal terkait dengan limit fungsi trigonometri. Pertemuan ke – 10 ini hanya berlangsung selama satu jam pelajaran (45 menit). Hal ini dikarenakan guru harus mengejar materi turunan, sehingga limit fungsi trigonometri hanya diberikan dengan alokasi waktu 3 x 45 menit.

2. Tes Tertulis

Tes tertulis terdiri dari 2 tes, yaitu tes diagnostik dan tes remedial.

a. Tes Diagnosis

Tes diagnosis dilaksanakan pada hari Jumat, 9 Mei 2014 yang diikuti oleh 20 siswa kelas XI IPA SMA Santa Maria Yogyakarta. Tes diagnosis ini terdiri dari 5 soal esai yang sudah diuji cobakan di kelas XII IPA SMA Santa Maria Yogyakarta.

b. Tes Remedial

Tes remedial dilaksanakan pada hari Selasa, 20 Mei 2014 di jam pelajaran matematika. Tes remedial diikuti oleh 11 siswa yang nilainya dibawah KKM, sedangkan siswa yang nilainya sudah tuntas diberikan soal-soal pengayaan. Hal ini sesuai dengan kesepakatan dengan guru mata pelajaran matematika di SMA Santa Maria Yogyakarta. Tes remedial ini terdiri dari 5 soal esai yang berbeda dengan tes diagnosis namun mempunyai tingkat kesulitannya hampir sama dengan tes diagnosis.

D. Analisis Data Penelitian

Berikut ini adalah analisis data penelitian berdasarkan observasi dan tes tertulis.

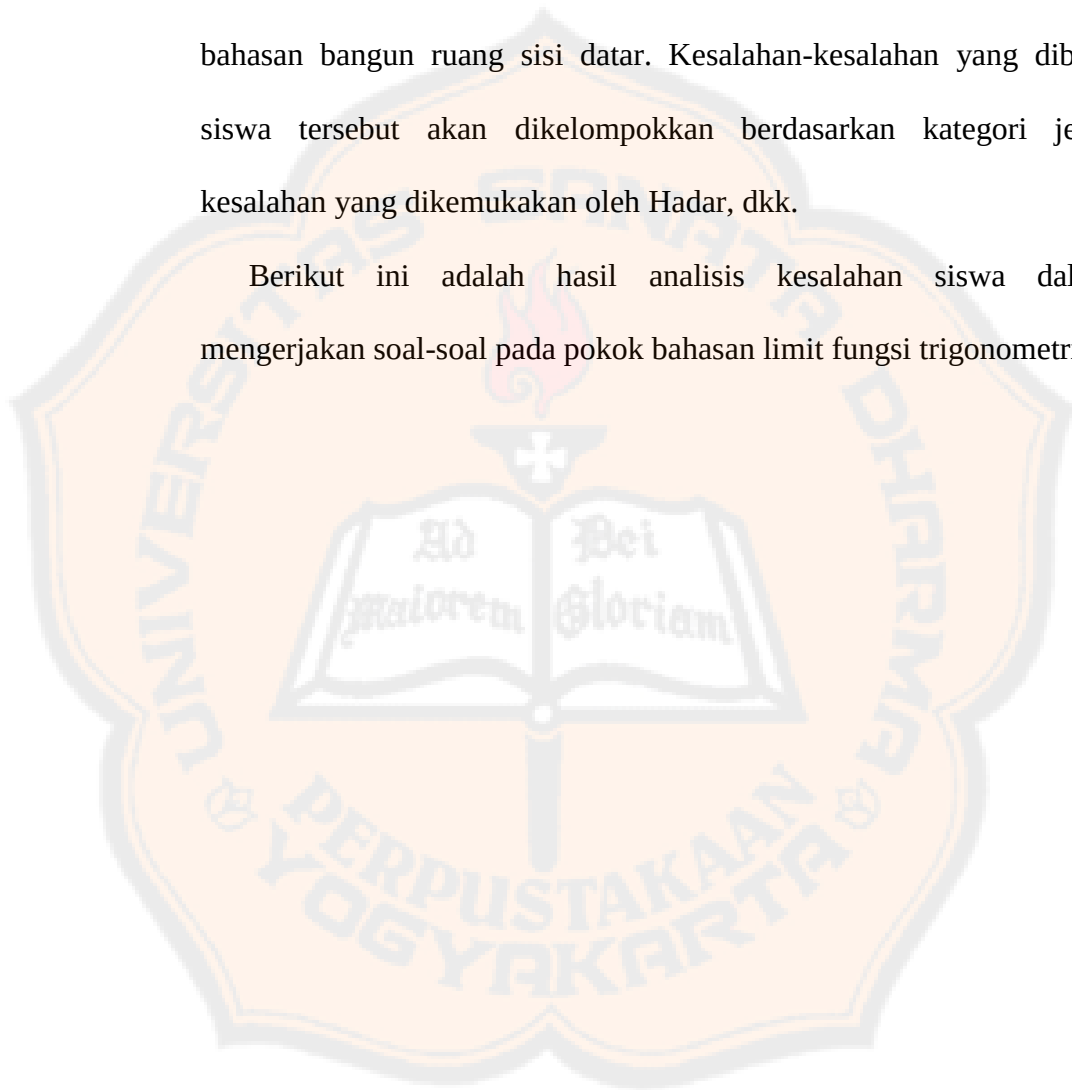
1. Observasi

Berdasarkan data observasi, dapat dilihat bahwa materi limit fungsi trigonometri hanya diberikan dalam dua kali pertemuan, yaitu 2 x 45 menit pertemuan pertama membahas tentang materi limit fungsi trigonometri, menentukan hasil-hasil $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$, dan $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x}$. Sedangkan pertemuan kedua mengerjakan latihan-latihan soal tentang limit fungsi trigonometri dengan alokasi waktu 1 x 45 menit. Hal ini berarti materi limit fungsi trigonometri hanya diberikan sebanyak 3 jam pelajaran. Berdasarkan waktu yang ditempuh saat pembelajaran, hal ini dirasa sangat singkat sehingga dikhawatirkan siswa kurang memahami materi limit fungsi trigonometri ini sehingga kurang bisa mengerjakan soal-soal yang diberikan. Selain itu, dalam buku LKS telah diberikan rumus-rumus singkat untuk menghitung nilai limit sehingga ada beberapa siswa yang mengetahui jawaban akhir dari sebuah soal tetapi tidak tahu langkah pengerjaannya. Hal ini dapat mengakibatkan siswa memperoleh pengurangan skor karena tidak mencantumkan langkah pengerjaan, atau karena siswa hanya merekayasa langkah pengerjaan sehingga hasil yang diperoleh sesuai dengan rumus praktis.

2. Tes tertulis

Data hasil penelitian ini adalah data kualitatif. Data kualitatif yang dimaksud dalam penelitian ini adalah kesalahan-kesalahan yang dilakukan oleh siswa pada saat mengerjakan soal-soal pada pokok bahasan bangun ruang sisi datar. Kesalahan-kesalahan yang dibuat siswa tersebut akan dikelompokkan berdasarkan kategori jenis kesalahan yang dikemukakan oleh Hadar, dkk.

Berikut ini adalah hasil analisis kesalahan siswa dalam mengerjakan soal-soal pada pokok bahasan limit fungsi trigonometri:



Tabel 4.4 : Analisis kesalahan siswa dalam mengerjakan soal nomor 1

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S1	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x} = \frac{2(1-2 \sin x)(1-2 \sin x)}{5(1-2 \sin x)(1-2 \sin x)} = \frac{2}{5}$	JK: Kesalahan menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Hasil akhir dari pengerjaan siswa sudah benar, namun siswa salah dalam menguraikan $\sin 2x$ menjadi $2(1-2 \sin x)(1-2 \sin x)$ dan $\sin 5x$ menjadi $5(1-2 \sin x)(1-2 \sin x)$. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang memahami langkah pengerjaan soal tersebut.
S6	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x} = \frac{2}{2} = 1 \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$	JK: Kesalahan menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Hasil akhir dari pengerjaan siswa sudah benar, namun langkah yang ditempuh kurang tepat. Siswa mengalikan soal dengan $2/2$, seharusnya dikalikan dengan $5x/5x$ dan $2x/2x$ agar bisa dibawa ke dalam teorema limit yaitu $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x}{x} = 1$ dan $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x}{\sin x} = 1$. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang memahami dan kurang teliti dalam menguraikan soal.
S8	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x} = \frac{\sin 2x}{2x} \cdot \frac{5x}{\sin 5x} \cdot \frac{\sin 2x}{\sin 5x} = \frac{2}{5}$	JK: Kesalahan menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa sudah benar dalam mengubah soal ke dalam teorema limit yaitu $\frac{\sin 2x}{2x}$ dan $\frac{5x}{\sin 5x}$, namun siswa salah dalam membagi $\sin$ dengan

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
		sin dan x dengan x sehingga diperoleh 2/5. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang memahami dasar-dasar trigonometri.
S13	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x} = \frac{\sin 2x}{\sin 5x} \cdot 2$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{2x} \cdot \frac{2}{5}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} 1 \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$	JK: Kesalahan menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Hasil akhir dari pengerjaan siswa sudah benar, namun langkah yang ditempuh kurang tepat. Siswa mengalikan soal dengan 2/2, seharusnya dikalikan dengan 5x/5x dan 2x/2x agar bisa dibawa ke dalam teorema limit yaitu $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x}{x} = 1$ dan $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x}{\sin x} = 1$. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang memahami dan kurang teliti dalam menguraikan soal.
S14	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x} = 2$	JK: Kesalahan menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Jawaban akhir siswa sudah benar, namun siswa tidak mengerjakan dengan langkah penyelesaian. Jadi dapat disimpulkan siswa hanya menghafal jawaban.

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S19	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x} \cdot \frac{2}{2}$ $= \frac{1 \cdot 2}{5}$ $= \frac{2}{5}$	JK: Kesalahan menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Jawaban akhir siswa sudah benar, namun langkah pengerjaan kurang tepat. Siswa mengalikan soal dengan 2/2, seharusnya dikalikan dengan 5x/5x dan 2x/2x agar bisa dibawa ke dalam teorema limit yaitu $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x}{x} = 1$ dan $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x}{\sin x} = 1$. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang memahami dan kurang teliti dalam menguraikan soal.

Keterangan:

Nomor siswa yang menjawab soal nomor 1 dengan benar : S2, S3, S4, S5, S7, S9, S10, S11, S12, S15, S16, S17, S18, S20

Tabel 4.5 : Analisis kesalahan siswa dalam mengerjakan soal nomor 2

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S1	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \tan \frac{1}{2} x} = \frac{1(1 - 2 \sin x)(1 - 2 \sin x)}{x \tan \frac{1}{2} x}$ $= x \tan \frac{1}{2} x = \frac{1}{2}$	JK: Kesalahan menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa tidak tepat dalam mengubah $1 - \cos 2x$ menjadi $1(1 - 2 \sin x)(1 - 2 \sin x)$. Jadi dapat disimpulkan siswa tidak tepat dalam menerapkan rumus dasar trigonometri.
S4	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \tan \frac{1}{2} x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (1 - 2 \sin^2 x)}{x \tan \frac{1}{2} x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x}{x \tan \frac{1}{2} x}$	JK: Kesalahan menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
	$\frac{2 \sin^2 0}{0 \tan 0}$ $= \frac{0}{0}$	Analisis kesalahan: Siswa sudah tepat dalam mengubah soal menjadi bentuk yang lebih sederhana yaitu mengubah $\cos 2x$ menjadi $1 - 2 \sin^2 x$. Namun siswa kurang tepat jika langsung mensubstitusikan 0 ke dalam x. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang memahami langkah-langkah pengerjaan limit yaitu harus diubah menjadi bentuk yang sederhana dan diubah ke dalam teorema limit yaitu $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x}{x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x}{\sin x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x}{\tan x} = 1$ dan $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\tan x}{x} = 1$
S5	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \tan \frac{1}{2} x} = \frac{(\sin^2 x + \cos^2 x) - 1 - 1 \sin^2 x}{\cos^2 x - 2}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \tan \frac{1}{2} x} = \frac{\cos^2 x - 2}{x \tan \frac{1}{2} x}$ $= \frac{-2}{0 \cdot \tan \frac{1}{2} \cdot 0}$ $= \frac{-2}{0}$	JK: Kesalahan menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa benar dalam mengubah 1 menjadi $\sin^2 x + \cos^2 x$, namun siswa kurang tepat dalam mengubah $\cos 2x$ menjadi $(-1 - 1 \sin^2 x)$. Jadi dapat disimpulkan siswa salah dalam menerapkan rumus dasar trigonometri.

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S7	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \tan \frac{1}{2}x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (1 - \sin^2 2x)}{x \frac{\sin}{\cos} \frac{1}{2}x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin^2 2x}{x \frac{\sin}{\cos} \frac{1}{2}x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin x - \sin x \cdot 2x}{x \frac{\sin}{\cos} \cdot \frac{1}{2}x}$ $= -1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$ $= -1$	JK: Kesalahan menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa kurang tepat dalam mengubah $\cos 2x$ menjadi $(1 - \sin^2 2x)$. Dalam pengerjaan selanjutnya juga siswa kurang teliti yaitu dalam mengoperasikan $1 - (1 - \sin^2 2x)$ menjadi $(-\sin^2 2x)$. Jadi dapat disimpulkan siswa salah dalam menerapkan rumus dasar trigonometri.
S11	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \tan \frac{1}{2}x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (1 - 2 \sin^2 x)}{x \tan \frac{1}{2}x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 1 + 2 \sin^2 x}{x \tan \frac{1}{2}x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x}{x \tan \frac{1}{2}x}$ $= \frac{2 \sin^2 0}{0 \tan \frac{1}{2}0}$ $= \frac{0}{0}$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa sudah tepat dalam mengubah $1 - \cos 2x$ menjadi $2 \sin^2 x$. Namun siswa kurang tepat jika langsung mensubstitusikan 0 ke dalam x. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang memahami langkah-langkah pengerjaan limit yaitu harus diubah menjadi bentuk yang sederhana dan diubah ke dalam teorema limit yaitu $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x}{x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x}{\sin x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x}{\tan x} = 1$ dan $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\tan x}{x} = 1$

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S14	$ \begin{aligned} & 2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \tan \frac{1}{2}x} \\ & = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin 2x}{x \tan \frac{1}{2}x} \\ & = \lim_{x \rightarrow 0} -2 \cdot \frac{\sin x}{\tan \frac{1}{2}x} \\ & = \lim_{x \rightarrow 0} -2 \cdot \frac{\sin x}{\frac{\sin \frac{1}{2}x}{\cos \frac{1}{2}x}} \\ & = \lim_{x \rightarrow 0} -2 \cdot \sin x \cdot \frac{\cos \frac{1}{2}x}{\sin \frac{1}{2}x} \cdot 2 \\ & = \lim_{x \rightarrow 0} -2 \cdot \sin x \cdot \frac{\cos x}{\sin x} \\ & = \lim_{x \rightarrow 0} -2 \cdot \cos x \\ & = -2 \cdot 1 \\ & = -2 \end{aligned} $	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa kurang tepat dalam mengubah $1 - \cos 2x$ menjadi $-2 \sin^2 x$. Langkah penyelesaian selanjutnya, siswa kurang tepat dalam mengubah bentuk soal menjadi teorema-teorema limit, yaitu siswa mengalikan soal dengan 2 dan mencoret $\sin x$ dengan $\sin x$. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang tepat dalam menerapkan rumus dasar trigonometri dan kurang teliti.
S17	$ \begin{aligned} & 2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \tan \frac{1}{2}x} \\ & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (1 - 2 \sin^2 x)}{x \frac{\sin \frac{1}{2}x}{\cos \frac{1}{2}x}} \\ & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x}{x \cdot \frac{\sin \frac{1}{2}x}{\cos \frac{1}{2}x}} \\ & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cdot \sin x \cdot \sin x}{x \cdot \frac{\sin \frac{1}{2}x}{\cos \frac{1}{2}x}} \\ & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cdot \sin x}{x} \cdot \frac{\sin x}{\frac{1}{2}x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{1} \cdot \frac{\cos \frac{1}{2}x}{\sin \frac{1}{2}x} \\ & \quad \quad \quad \frac{2}{x} \cdot \frac{\cos x \cdot \sin x}{\frac{1}{2}x} \\ & = 0 \cdot 1 - 1 \\ & = 1 \end{aligned} $	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa sudah benar dalam mengubah bentuk soal menjadi bentuk yang lebih sederhana, tetapi siswa kurang tepat dalam mengubah $\tan \frac{1}{2}x$ menjadi $\frac{\sin \frac{1}{2}x}{\cos \frac{1}{2}x}$ dan memisahkan $\frac{\sin}{\cos}$ dengan $\frac{1}{2}x$. Jadi dapat disimpulkan bahwa siswa kurang teliti dalam mengutip definisi.

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S20	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \tan \frac{1}{2} x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (1 - 2\sin^2 x)}{x \tan \frac{1}{2} x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sin^2 x}{x \tan \frac{1}{2} x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} 2 \sin x \times \cos \frac{1}{2} x$ $= \lim_{x \rightarrow 0} 2 \sin x \times \cos \frac{1}{2} x$ $= \lim_{x \rightarrow 0} 1 \cdot 0 \cdot 0$ $= 0$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa sudah benar dalam mengubah $1 - \cos 2x$ menjadi $2 \sin^2 x$, namun siswa kurang teliti dalam mengoperasikan $\frac{2\sin^2 x}{x \tan \frac{1}{2} x}$ menjadi $2 \sin x \frac{\cos \frac{1}{2} x}{\frac{1}{2}}$. Siswa mengubah $\tan \frac{1}{2} x$ menjadi $\frac{\sin \frac{1}{2} x}{\cos \frac{1}{2} x}$ kemudian dikali balik dengan mencoret $\sin x$ dengan $\sin x$ sehingga didapat nilai $\frac{1}{2}$ pada penyebut. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang memahami perkalian balik dan kurang teliti dalam membagi.

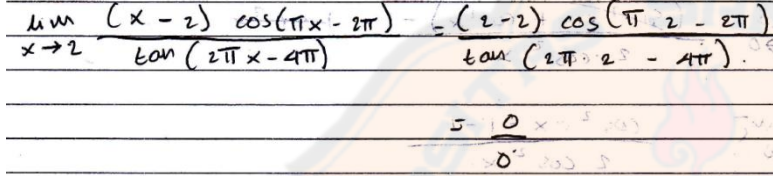
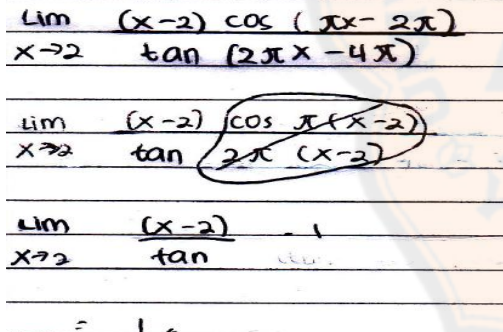
Keterangan:

Nomor siswa yang menjawab soal nomor 2 dengan benar : S2, S3, S6, S8, S9, S10, S12, S13, S15, S16, S18, S19

Tabel 4.6 : Analisis kesalahan siswa dalam mengerjakan soal nomor 3

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S1	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos(\pi x - 2\pi)}{\tan(2\pi x - 4\pi)} = \frac{(x-2) (1 - 2 \sin^2 \pi x) (1 - 2\pi)}{\tan 2x}$ $= \frac{(x-2) \sin^2 \pi x}{(1 - 2 \sin^2 \pi x) (1 - 2 \sin^2 \pi x)}$ $= \frac{x^2 - 4x - 2x}{1} = 2$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa kurang tepat dalam mengubah $\cos(\pi x - 2\pi)$ menjadi $(1 - 2 \sin^2 \pi x)$ dan mengubah $\tan(2\pi x - 4\pi)$ menjadi $\tan 2x$. Jadi dapat disimpulkan siswa tidak tepat dalam menerapkan rumus.

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S2	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos(\pi x - 2\pi)}{\tan(2\pi x - 4\pi)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos(\pi x - 2\pi)}{\tan 2(\pi x - 2\pi)}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)}{1} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cos(\pi x - 2\pi)}{\tan 2(\pi x - 2\pi)}$ $= (x-2) \cdot \frac{1}{2} =$ $\frac{(2-2) \cdot 1}{2} = 0$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa sudah benar dalam mengubah bentuk soal, tetapi siswa kurang tepat dalam mengerjakan $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cos(\pi x - 2\pi)}{\tan 2(\pi x - 2\pi)} = \frac{1}{2}$. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang memahami teorema dalam limit fungsi trigonometri.
S3	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos(\pi x - 2\pi)}{\tan(2\pi x - 4\pi)}$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos \pi(x-2)}{\tan 2\pi(x-2)}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos \pi}{\tan 2\pi}$ $= (x-2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cos \pi}{\tan 2\pi}$ $= (2-2) \cdot \frac{1}{2}$ $= 0$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa sudah benar dalam merubah bentuk soal menjadi bentuk yang lebih sederhana, tetapi kesalahannya adalah siswa membagi $(x-2)$ dengan $(x-2)$ yang berada di belakang cosinus dan tangen. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang memahami jika sudut tidak boleh dibagi.
S4	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos(\pi x - 2\pi)}{\tan(2\pi x - 4\pi)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos(\pi x - 2\pi)}{\tan 2(\pi x - 2\pi)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos(\pi x - 2\pi)}{\frac{\sin 2(\pi x - 2\pi)}{\cos 2(\pi x - 2\pi)}}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos(\pi x - 2\pi) \cos 2(\pi x - 2\pi)}{\sin 2(\pi x - 2\pi)}$ $= \frac{1}{\tan 2(0)} = \frac{1}{\tan 0}$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa sudah benar dalam menyederhanakan soal, namun siswa

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
		kurang tepat jika langsung mensubstitusikan 2 ke dalam x. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang memahami langkah-langkah pengerjaan limit yaitu harus diubah menjadi bentuk yang sederhana dan diubah ke dalam teorema limit yaitu $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x}{x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x}{\sin x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x}{\tan x} = 1$ dan $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\tan x}{x} = 1$
S5	 Handwritten work for S5: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos(\pi x - 2\pi)}{\tan(2\pi x - 4\pi)} = \frac{(2-2) \cos(\pi \cdot 2 - 2\pi)}{\tan(2\pi \cdot 2 - 4\pi)}$. The result is $\frac{0}{0}$.	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa tidak mengubah soal dan langsung mensubstitusikan $x=2$ ke dalam soal sehingga mendapatkan bentuk tak tentu $\frac{0}{0}$. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang memahami cara menyederhanakan soal, serta definisi dan teorema limit.
S6	 Handwritten work for S6: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos(\pi x - 2\pi)}{\tan(2\pi x - 4\pi)}$. The student simplifies it to $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos \pi(x-2)}{\tan 2\pi(x-2)}$, then to $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)}{\tan}$, and finally to 1.	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa sudah benar dalam menyederhanakan soal, namun siswa kurang tepat saat membagi sudut di belakang cosinus dan tangen sehingga menyebabkan tangen berdiri sendiri tanpa ada sudut di belakangnya. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang memahami bahwa sudut di belakang cosinus, sinus, dan tangen itu tidak boleh dicoret.

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S7	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos(\pi x - 2\pi)}{\tan(2\pi x - 4\pi)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) (1 - (1 - \sin^2 \pi x) - 2\pi)}{\frac{\sin}{\cos} (2\pi x - 4\pi)}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) (\sin x \sin x \pi x) - 2\pi}{\frac{\sin}{\cos} (2\pi x - 4\pi)}$ $= \frac{(2-2) (\pi 2 - 2\pi)}{2\pi 2 - 4\pi}$ $= \frac{1}{2} \pi + \frac{1}{2} \pi$ $= 1\pi$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa kurang tepat dalam mengubah $\cos(\pi x - 2\pi)$ menjadi $1 - (1 - \sin^2 \pi x) - 2\pi$. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang hafal rumus-rumus dasar trigonometri.
S8	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos(\pi x - 2\pi)}{\tan(2\pi x - 4\pi)}$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) (\pi x - 2\pi)}{2\pi x - 4\pi}$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\pi x^2 - 2\pi x - 2\pi x + 4\pi}{(2\pi x - 4\pi)}$ $\frac{\pi x^2 - 4\pi x + 4\pi}{(2\pi x - 4\pi)}$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\pi x^2 - (-1)}{\pi \cdot 2^2 + 1}$ $4\pi + 1$	JK: Kesalahan menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Dalam mengerjakan soal, siswa menghilangkan cosinus dan tangen lalu mengoperasikan secara aljabar. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang memahami bahwa cosinus dan tangen tidak bisa dihilangkan begitu saja.

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S9	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos(\pi x - 2\pi)}{\tan(2\pi x - 4\pi)}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos(\pi \cdot 2 - 2\pi)}{\tan 2\pi(2-2)}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cos(\pi \cdot 2 - 2\pi)}{\tan 2\pi}$ $= \frac{1}{0}$	JK: Kesalahan menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema dan Penyelesaian yang tidak diperiksa kembali - Siswa tidak menjawab sesuai dengan pertanyaan pada soal Analisis kesalahan: Siswa tidak selesai dalam mengerjakan soal. Siswa juga kurang tepat dalam mengoperasikan soal dengan membagi $(x-2)$ dengan $(x-2)$ di belakang tangen. Jadi dapat disimpulkan siswa tidak tepat dalam menerapkan definisi pembagian dan tidak tahu langkah pengerjaan selanjutnya.
S10	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos(\pi x - 2\pi)}{\tan(2\pi x - 4\pi)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos \pi(x-2)}{x-2 \tan(2\pi(x-2))}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cos 0^\circ - 2}{\tan 0^\circ}$ $= \frac{1}{0}$ $= 1$	JK: Kesalahan menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa kurang tepat jika langsung mensubstitusikan 2 ke dalam x. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang memahami langkah-langkah pengerjaan limit yaitu harus diubah menjadi bentuk yang sederhana dan diubah ke dalam teorema limit yaitu $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x}{x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x}{\sin x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x}{\tan x} = 1$ dan $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\tan x}{x} = 1$

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S11	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos(\pi x - 2\pi)}{\tan(2\pi x - 4\pi)} = \frac{(0-2) \cos \pi \cdot 0 - \cos 2\pi}{\tan 2\pi \cdot 0 - \tan 4\pi}$ $= \frac{0 \cdot \cos 0 - \cos 2\pi}{0 - \tan 4\pi}$ $= \frac{0}{0}$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa kurang tepat dengan menerapkan metode distribusi pada $\cos(\pi x - 2\pi)$ menjadi $\cos \pi x - \cos 2\pi$ dan $\tan(2\pi x - 4\pi)$ menjadi $\tan 2\pi x - \tan 4\pi$. Siswa juga langsung mensubstitusikan $x=2$ ke dalam soal sehingga mendapatkan bentuk tak tentu $\frac{0}{0}$. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang memahami definisi dan teorema limit.
S12	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos(\pi x - 2\pi)}{\tan(2\pi x - 4\pi)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(\cos \pi x \cos 2\pi + \sin \pi x \sin 2\pi)}{\tan 2\pi x - \tan 4\pi}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(\cos 2\pi \cos 2\pi + \sin 2\pi \sin 2\pi)}{\tan 2\pi \cdot 2 - \tan 4\pi}$ $= \frac{(2-2)(\cos 2\pi \cos 2\pi + \sin 2\pi \sin 2\pi)}{\tan 2\pi \cdot 2 - \tan 4\pi}$ $= \frac{0}{0}$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa benar dalam menyederhanakan soal yaitu mengubah soal dan mengutip rumus, tetapi siswa belum mengubah soal ke dalam teorema limit. Siswa langsung memasukkan $x = 2$. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang memahami cara mengubah soal ke dalam teorema limit.

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S13	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos (2\pi x - 4\pi)}{\tan (2\pi x - 4\pi)}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos a \cos b + \sin a \sin b}{\tan a - \tan b}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos \pi \cos 2\pi + \sin \pi \sin 2\pi}{\tan 2\pi - \tan 4\pi}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) 2\pi^2 x + 2\pi^2 x}{\tan 2\pi x - \tan 4\pi}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) 2\pi^2 x + 2\pi^2 x}{\tan \pi x - \tan 4\pi}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) 2\pi^2 x}{\tan \pi x}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2 \cdot 2\pi}{\tan \pi x} = 2+2 \cdot 2\pi = 4 \cdot 2\pi = 8\pi$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa sudah benar dalam menguraikan soal menjadi rumus dasar yang dipelajari, tetapi siswa kurang tepat saat menghilangkan cosinus, sinus, dan tangen dan mengalikan sudut-sudut di dalamnya. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang memahami bahwa cosinus, sinus, dan tangen tidak bisa dihilangkan begitu saja.
S14	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos (\pi x - 2\pi)}{\tan (2\pi x - 4\pi)}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos \pi (\pi x - 2)}{\tan 2\pi (\pi x - 2)}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos \pi}{\tan 2\pi}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\tan 2\pi} \cdot \frac{\cos \pi}{\tan 2\pi}$ $= 1 \cdot \frac{\cos 180}{\tan 2 \cdot 180}$ $= 1 \cdot \frac{\cos 180}{\tan 360}$ $= 1 \cdot -1$ $= -1$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa sudah benar dalam menguraikan soal menjadi rumus dasar yang dipelajari, tetapi siswa kurang tepat saat membagi (x-2) dengan (x-2) yang merupakan sudut di belakang cosinus dan tangen. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang memahami bahwa sudut di belakang cosinus, sinus, dan tangen tidak bisa dibagi.

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S15	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos(\pi x - 2\pi)}{\tan(2\pi x - 4\pi)}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos \pi(2x-2)}{\tan 2x(x-2)}$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa tidak selesai dalam mengerjakan soal. Siswa juga kurang tepat dalam menguraikan $\cos(\pi x - 2\pi)$ menjadi $\cos \pi(2x - 2)$ dan $\tan(2\pi x - 4\pi)$ menjadi $\tan 2x(x - 2)$. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang teliti dalam menguraikan soal.
S16	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos(\pi x - 2\pi)}{\tan(2\pi x - 4\pi)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos \pi(x-2)}{\tan 2\pi(x-2)}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos \pi}{\tan 2\pi}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} (x-2) \left(\frac{1}{2} \right) \pi$ $= 0$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa sudah benar dalam menguraikan soal menjadi rumus dasar yang dipelajari, tetapi siswa kurang tepat saat membagi $(x-2)$ dengan $(x-2)$ yang merupakan sudut di belakang cosinus dan tangen. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang memahami bahwa sudut di belakang cosinus, sinus, dan tangen tidak bisa dibagi.

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S17	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos(\pi x - 2\pi)}{\tan(2\pi x - 4\pi)}$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2-2) \cos(180 \cdot 2 - 2 \cdot 180)}{\tan(2 \cdot 180 \cdot 2 - 4 \cdot 180)}$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cos(360 - 360)}{\tan(720 - 720)}$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cos 0}{\tan 0}$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cos 0}{\frac{\sin 0}{\cos 0}} = \frac{\cos 0}{\frac{0}{1}} = \frac{1}{0} = 1 \cdot \frac{1}{0} = \frac{1}{0} = \infty$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa langsung mensubstitusikan $x=2$ ke dalam soal sehingga mendapatkan nilai $\frac{1}{0}$. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang memahami cara mengubah soal ke dalam teorema limit.
S18	$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos(\pi x - 2\pi)}{\tan(2\pi x - 4\pi)}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos \pi(x-2)}{\tan 2\pi(x-2)}$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos \pi}{\tan 2\pi}$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos \pi \cdot 2\pi \cdot 1}{\tan 2\pi \cdot 2\pi \cdot 1}$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos \pi \cdot 2\pi \cdot 1}{\pi \tan 2\pi \cdot 2}$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) (1) (1) (\frac{1}{2})}{\pi \cdot 2}$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) (\frac{1}{2})}{\pi \cdot 2}$ $\frac{(2-2) \frac{1}{2}}{\pi \cdot 2} = 0$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa sudah benar dalam menguraikan soal menjadi rumus dasar yang dipelajari, tetapi siswa kurang tepat saat membagi $(x-2)$ dengan $(x-2)$ yang merupakan sudut di belakang cosinus dan tangen. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang memahami bahwa sudut di belakang cosinus, sinus, dan tangen tidak bisa dibagi.

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S19	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos(\pi x - 2\pi)}{\tan(2\pi x - 4\pi)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos a \cos b + \sin a \sin b}{\tan a - \tan b}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos \pi x \cos 2\pi + \sin \pi x \sin 2\pi}{\tan 2\pi x - \tan 4\pi}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos \pi x \cos 2\pi + \sin \pi x \sin 2\pi}{1 + \tan 2\pi x \tan 4\pi}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos \pi x \cos 2\pi + \sin \pi x \sin 2\pi}{\frac{\sin 2\pi x - \sin 4\pi}{\cos 2\pi x - \cos 4\pi}}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos(\pi x)^2 \cos(2\pi)^2}{\cos 2\pi x - \cos 4\pi}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos 1 + \tan 8\pi^2 x}{1 + \tan 8\pi^2 x}$ $= (2-2) \frac{1 + \tan 8\pi^2 \cdot 2}{1 + \tan 16\pi^2}$ $= 17\pi^2$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa sudah benar dalam menguraikan soal menjadi rumus dasar yang dipelajari, tetapi siswa kurang tepat saat membagi <i>sinus</i> dengan <i>sinus</i>. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang memahami aturan dalam trigonometri.

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S20	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos(x-2\pi)}{\tan(2\pi x - 4\pi)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos(x-2)}{\tan 2\pi(x-2)}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos(x-2)}{\tan(x-2) \cdot 2\pi}$ $= \frac{\cos(2-2)}{2\pi}$ $= \frac{\cos 0^\circ}{2}$ $= \frac{1}{2}$ $= 0,5$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa sudah benar dalam menguraikan soal menjadi rumus dasar yang dipelajari, tetapi siswa kurang tepat saat mengubah soal ke dalam teorema limit. Siswa memisahkan $\tan 2\pi(x-2)$ yang merupakan satu kesatuan menjadi $\tan(x-2)$ dan 2π. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang memahami bahwa sudut di belakang cosinus, sinus, dan tangen merupakan satu kesatuan dan tidak dapat dipisahkan.

Keterangan:

Nomor siswa yang menjawab soal nomor 3 dengan benar : -

Tabel 4.7 : Analisis kesalahan siswa dalam mengerjakan soal nomor 4

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S1	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x + \sin 2x}{3x \cos x} =$ $\frac{2(1-2 \sin x) + (1-2 \sin x)}{3x(1-2 \sin x) - (1-2 \sin x)} = \frac{4}{3}$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa kurang tepat dalam mengubah soal menjadi bentuk yang lebih sederhana. Jadi dapat disimpulkan siswa tidak hafal dengan rumus-rumus dasar trigonometri.

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S3	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x + \sin 2x}{3x \cos x}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin \frac{1}{2}(4x+2x) \cdot \cos \frac{1}{2}(4x-2x)}{3x \cos x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin \frac{1}{2}(6x) \cdot \cos (2x)}{3x \cos x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 3x \cdot \cos 2x}{3x \cos x}$ $= 2 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{3x} \cdot \frac{\cos 2x}{\cos x}$ $= 2 \cdot 1 \cdot 2$ $= 4$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa kurang tepat dalam mengubah $\sin 4x + \sin 2x$ menjadi $2 \sin \frac{1}{2}(4x + 2x) \cos \frac{1}{2}(4x - 2x)$. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang teliti dalam mengutip rumus.
S4	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x + \sin 2x}{3x \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2(2x+x)}{3x \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2(3x)}{3x \cos x}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x \cdot \cos 3x}{3x \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 \cdot \cos 3x}{\cos x} \cdot \frac{1}{3x} = \frac{1}{3}$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Menerapkan sifat distributif untuk fungsi atau operasi yang bukan distributif Analisis kesalahan: Siswa tidak tepat dalam menerapkan sifat distributif pada bentuk trigonometri. Siswa mengubah $\sin 4x + \sin 2x$ menjadi $\sin 2(2x + x)$. Jadi dapat disimpulkan siswa keliru dalam menggunakan sifat distributif.
S5	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x + \sin 2x}{3x \cos x} = \frac{2 \sin \frac{1}{2} \cdot 6x \cdot \cos \frac{1}{2} \cdot 2x}{3x \cos x}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 3x + \cos x}{3x \cos x}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 3x}{3x}$ $= 2 \cdot \frac{\sin 3x}{3x}$ $= 2 \cdot 1$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa kurang tepat dalam mengubah $\sin 4x + \sin 2x$ menjadi $2 \sin \frac{1}{2}(4x + 2x) \cos \frac{1}{2}(4x - 2x)$ yang seharusnya adalah $2 \sin \frac{1}{2}(4x + 2x) \cos \frac{1}{2}(4x - 2x)$. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang teliti dalam menghafalkan rumus dasar trigonometri.

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S9	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x + \sin 2x}{3x \cos x}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos \frac{1}{2} (4+2) \cdot \cos \frac{1}{2} (4-2)}{3x \cos x}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos \frac{1}{2} (4x+2x) \cdot \cos \frac{1}{2} (4x-2x)}{3x \cos x}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos \frac{1}{2} (8x) \cdot \cos \frac{1}{2} 2x}{3x \cos x}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos 4x \cdot \cos x}{3x}$ $= \frac{8}{3} \cdot 1$ $= 8/3 //$	JK: Kesalahan teknis - Kesalahan dalam perhitungan Analisis kesalahan: Siswa tidak teliti dalam menghitung $4x + 2x$ menjadi $8x$ yang seharusnya adalah $6x$. Jadi dapat disimpulkan siswa tidak teliti dalam mengerjakan soal.
S11	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x + \sin 2x}{3x \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{3x \cos x} + \frac{\sin 2x}{3x \cos x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{3x \frac{1}{\cos x}} + \frac{\sin 2x}{3x \frac{1}{\cos x}}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{3x} + \frac{\sin 2x}{3x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{3x} - \dots$ $= \frac{4}{3}$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa benar dalam menguraikan soal dengan memisahkan pembilang dan penyebut, namun siswa kurang tepat dalam mengubah $\cos x$ menjadi $1/\cos x$ serta menghilangkan $\cos x$ sehingga pembilangnya hanya tersisa $3x$. Jadi dapat disimpulkan bahwa siswa kurang tepat dalam mengutip definisi pembagian dalam pecahan.

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S13	$\begin{aligned} 4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x + \sin 2x}{3x \cos x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x \cos 2x + \cos 4x \sin 2x}{3x \cos x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x \sin 2x + \cos 2x \cdot \cos 4x}{3x \cos x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \cdot 2 + 2 \cdot 4}{3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{8 + 8}{3} = \frac{16}{3} = 4 \end{aligned}$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa kurang tepat dalam mengubah $\sin 4x + \sin 2x$ menjadi $\sin 4x \cos 2x + \cos 4x \sin 2x$ yang seharusnya adalah $2 \sin \frac{1}{2}(4x + 2x) \cos \frac{1}{2}(4x - 2x)$. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang tepat dalam menggunakan rumus dasar trigonometri.
S14	$\begin{aligned} 4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x + \sin 2x}{3x \cos x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{3x \cos x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 2 \cos^2 x}{\cos x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 2 \cos x}{\cos x} \\ &= \frac{1 - 2 \cdot 1}{1} \\ &= \frac{1 - 2}{1} \\ &= -1 \end{aligned}$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa tidak tepat dalam menjumlahkan $\sin 4x$ dan $\sin 2x$ menjadi $\sin 6x$. Jadi dapat disimpulkan siswa keliru dalam aturan penjumlahan pada fungsi trigonometri.

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S16	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x + \sin 2x}{3x \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{3x \cos x} + \frac{\sin 2x}{3x \cos x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \cos x \sin x}{3x \cos x} + \frac{2 \cos x \sin x}{3x \cos x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \sin x}{3x} + \frac{2 \sin x}{3x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \cdot \sin x}{3 \cdot x} + \frac{2 \cdot \sin x}{3 \cdot x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \cdot 1}{3} + \frac{2 \cdot 1}{3}$ $= \frac{6}{3}$ $= 2$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa benar dalam mengubah $\sin 2x$ menjadi $2 \sin x \cos x$, tetapi siswa kurang tepat dalam mengubah $\sin 4x$ menjadi $4 \sin x \cos x$. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang tepat dalam menggunakan rumus dasar trigonometri.
S17	$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x + \sin 2x}{3x \cos x}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{3x} + \frac{\sin 2x}{\cos x}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{3x} + 2 \sin x \cos x \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{3x} + 2 \sin x = \frac{4}{3} + 2 \cdot 1 = 4 + 2 = 6 = 2$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa tidak tepat dalam menguraikan soal awal menjadi $\frac{\sin 4x}{3x} + \frac{\sin 2x}{\cos x}$. Jadi dapat disimpulkan bahwa siswa kurang memahami bentuk pecahan.

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S20	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x + \sin 2x}{3x \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 4x}{3x \sin 2x} + \frac{\sin 2x}{3x \sin 2x} \right)$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 \cdot \sin 4x \cdot 2x}{3x \cdot 4x \cdot \sin 2x} + \frac{1 \cdot \sin 2x \cdot 2x}{3x \cdot 2x \cdot \sin 2x} \right)$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 \cdot 1 \cdot 1}{3x} + \frac{1 \cdot 1 \cdot 1}{3x} \right)$ $= \frac{1}{3 \cdot 0} + \frac{1}{3 \cdot 0}$ $= \frac{1}{0} + \frac{1}{0}$ $= \frac{2}{0}$ $= \infty$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa benar dalam menyederhanakan soal, namun siswa tidak tepat saat mengalikan soal dengan $\frac{2x}{\sin 2x}$ karena hal ini sudah merubah soal awal. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang tepat dalam menerapkan teorema limit.

Keterangan:

Nomor siswa yang menjawab soal nomor 4 dengan benar : S2, S6, S7, S8, S10, S12, S15, S18, S19

Tabel 4.8 : Analisis kesalahan siswa dalam mengerjakan soal nomor 5

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S1	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin 2x} = \frac{(1 - 2\sin x) - (1 - 2\sin x)}{x(1 - 2\sin x) + (1 - 2\sin x)}$ $= \frac{1 - 2\sin x}{x - 2x \sin x} = \frac{1}{0} = 1$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa salah dalam mengubah soal menjadi bentuk yang lebih sederhana. Siswa juga tidak mengubah soal menjadi teorema limit. Jadi dapat disimpulkan siswa tidak tahu bagaimana langkah yang harus ditempuh untuk mengerjakan soal.

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S2	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (\frac{1}{2} + 2 \sin^2 x)}{x \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2} + 2 \sin^2 x}{x \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(\frac{1}{2} + 2 \sin^2 x)}{2(x \sin 2x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \sin^2 x}{2 \times \sin 2x}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \sin x \cdot \sin x}{2 \times \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{2} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin 2x} = \frac{4}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = 1$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa kurang tepat dalam mengubah $\cos x$ menjadi $(\frac{1}{2} - 2 \sin^2 x)$. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang hafal rumus dasar trigonometri.
S3	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin 2x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (1 - \sin^2 x)}{x \sin 2x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x \sin 2x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{\sin x}{\sin 2x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{2x}{\sin 2x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} 1 \cdot 1 \cdot 1$ $= 1$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa kurang tepat dalam mengubah $\cos x$ menjadi $(1 - \sin^2 x)$. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang hafal rumus dasar trigonometri.
S4	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin x \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x + 2 \sin^2 x - \cos x}{x \sin x \cos x}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x + 2 \sin^2 x - \cos x}{x \sin x \cos x}$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa tidak selesai dalam mengerjakan soal. Siswa juga kurang tepat dalam mengubah $\sin 2x$ menjadi $\sin x \cos x$. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang hafal rumus dasar trigonometri.

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S5	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin 2x}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos^2 x) - 1}{2 \cos^2 x} = \frac{1 - \sin^2 x}{2 \cos^2 x}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - 1 - 1}{2 \cos^2 x}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - 2}{2 \cos^2 x}$ $= \frac{\cos^2 0 - 2}{2 \cos^2 0} = \frac{-2}{2}$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa kurang tepat dalam mengubah $\cos x$ menjadi $(-1 - 1\sin^2 x)$ dan $x \sin x$ menjadi $2 \cos^2 x$. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang hafal rumus dasar trigonometri.
S6	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin 2x}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} x)}{x \sin 2x}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{1}{2} x}{x \sin 2x}$ $= 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1$ $= 1$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa benar dalam menyederhanakan soal, namun siswa tidak tepat saat membagi $\frac{\sin \frac{1}{2} x}{x} = \frac{1}{2}$ dan $\frac{\sin \frac{1}{2} x}{\sin 2x} = 1$. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang tepat dalam menerapkan teorema limit.

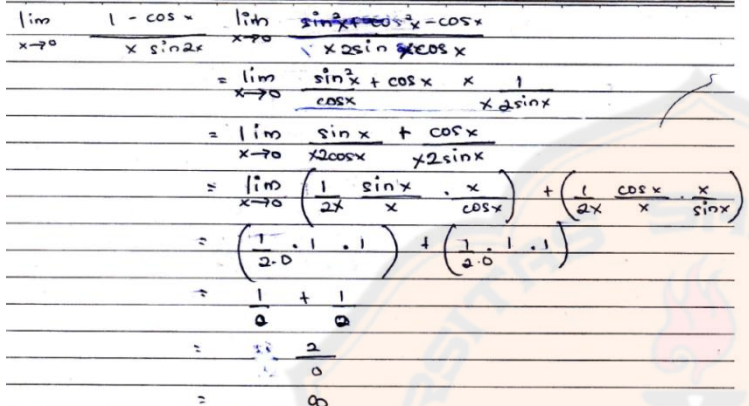
Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S7	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (1 - \sin^2 x)}{(x - x) \sin 2x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x \sin 2x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \cdot \sin x}{x \sin 2x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{\sin x}{\sin 2x} \cdot \frac{1}{2}$ $= 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}$ $= \frac{1}{2}$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa kurang tepat dalam mengubah $\cos x$ menjadi $(1 - \sin^2 x)$. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang hafal rumus dasar trigonometri.
S8	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin 2x}$ $\frac{\frac{1}{2} - \cancel{x^2}}{2x^2}$ $= \frac{1}{4} //$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa tidak merubah soal ke dalam bentuk yang sederhana, tetapi siswa menghilangkan cosinus dan sinus. Jadi dapat disimpulkan siswa tidak menguasai definisi dan teorema limit.

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S10	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} x)}{x \sin 2x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{1}{2} x}{x \sin 2x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin \frac{1}{2} x \cdot \sin \frac{1}{2} x}{x \sin 2x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin \frac{1}{2} x \cdot \sin \frac{1}{2} x}{x \cdot 2 \sin x \cos x}$ $= \frac{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1}$ $= \frac{1}{2}$ $= \frac{1}{2}$ $= \frac{1}{2}$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa sudah benar dalam menguraikan soal, namun siswa kurang tepat dalam mengubah soal ke dalam teorema limit. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang teliti dalam menggunakan teorema limit.
S11	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x (1 - 2 \cos^2 x)}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x - 2 \cos^2 x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{-2x (1 - \cos x \cdot \cos x)}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{-2x \cos x}$ $= \frac{1}{-2 \cdot 0 \cdot \cos 0}$ $= \frac{1}{0}$ $= \infty$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa kurang tepat dalam mengubah $x \sin 2x$ menjadi $(1 - 2 \cos^2 x)$. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang hafal rumus dasar trigonometri.

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S12	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (1 - 2\sin^2 \frac{1}{2}x)}{x \sin 2x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sin \frac{1}{2}x \sin \frac{1}{2}x}{x \sin 2x}$ $= \frac{2/1 \cdot \sin \frac{1}{2}x \cdot \sin \frac{1}{2}x}{x \sin 2x}$ $= 2 \cdot \sin \frac{1}{2}x \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin \frac{1}{2}x \cdot \frac{2x}{\sin 2x} \cdot \frac{1}{2}$ $= 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$ $= 1$	JK: Kesalahan teknis - Kesalahan dalam perhitungan Analisis kesalahan: Siswa sudah benar dalam menguraikan soal ke dalam bentuk yang sudah dipelajari tetapi siswa kurang teliti dalam melakukan perhitungan $\frac{1}{2} = 1$. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang teliti dalam mengerjakan soal.
S13	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin 2x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 1 \sin^2 \frac{1}{2}}{2}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin^2 \frac{1}{4}}{2}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa kurang tepat dalam mengubah $1 - \cos x$ menjadi $(1 - 1\sin^2 \frac{1}{2})$. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang hafal rumus dasar trigonometri.
S14	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin 2x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x(2\cos^2 x - 1)}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x(2\cos^2 x)}$ $= \frac{1}{2 \cdot 1}$ $= \frac{1}{2}$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa kurang tepat dalam mengubah $\sin 2x$ menjadi $2\cos^2 x - 1$. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang hafal rumus dasar trigonometri.

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S15	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \cdot \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos^2 x + \sin^2 x) - (\cos^2 x - \sin^2 x)}{x \cdot \sin 2x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cdot \sin^2 x}{x \cdot \sin 2x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cdot \sin x \cdot \sin x}{x \cdot 2 \sin x \cdot \cos x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cdot \sin x}{2 \sin x \cdot \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{\cos 0} = \frac{1}{1} = 1$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa kurang tepat dalam mengubah $\cos x$ menjadi $\cos^2 x - \sin^2 x$. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang hafal rumus dasar trigonometri.
S16	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin x}{x \sin 2x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin x}{x \sin 2x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin x}{x \cdot 2 \sin x \cdot \cos x}$ $= \frac{1}{2}$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa kurang tepat dalam mengubah $1 - \cos x$ menjadi $1 - \sin x$. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang hafal rumus dasar trigonometri.

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S17	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin 2x}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin^2 x}{x \sin 2x}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin x \cdot \sin x}{x \cdot \sin 2x}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin x}{x} \cdot \frac{\sin x}{\sin 2x}$ $= 1 - 1 \cdot \frac{1}{2}$ $= \frac{1}{2}$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa kurang tepat dalam mengubah $1 - \cos x$ menjadi $1 - \sin^2 x$. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang hafal rumus dasar trigonometri.
S19	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{1}{2} x \cdot \sin \frac{1}{2} x \cdot 2 \sin x}{x \sin 2x}$ $= \frac{2 \cdot \frac{1}{2}}{2} \cdot \frac{2}{2}$ $= \frac{1}{2} \cdot 1$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa kurang tepat dalam mengubah $1 - \cos x$ menjadi $2 \sin^2 \frac{1}{2} x \sin \frac{1}{2} x$. Dalam perhitungan akhir juga siswa kurang teliti. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang hafal rumus dasar trigonometri.

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S20		JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa sudah benar dalam menguraikan soal, namun siswa kurang tepat dalam mengubah soal ke dalam teorema limit. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang teliti dalam menggunakan teorema limit.

Keterangan:

Nomor siswa yang menjawab soal nomor 5 dengan benar : S9, S18

Berdasarkan hasil analisis kesalahan tersebut, peneliti merekapitulasi kesalahan-kesalahan yang dilakukan siswa dalam mengerjakan soal pada pokok bahasan limit fungsi trigonometri. Berikut hasil dari rekapitulasi kesalahan siswa dalam mengerjakan soal tes diagnosis pada pokok bahasan limit fungsi trigonometri:

Tabel 4.9: Rekapitulasi kesalahan siswa pada tes diagnosis

No	Kategori Kesalahan	Nomor Soal				
		1	2	3	4	5
1.	Kesalahan data					
	a. Menambah data yang tidak ada hubungannya dengan soal	-	-	-	-	-
	b. Mengabaikan data penting yang diberikan	-	-	-	-	-
	c. Menguraikan syarat-syarat (dalam perhitungan) yang sebenarnya tidak dibutuhkan dalam masalah	-	-	-	-	-
	d. Mengartikan informasi tidak sesuai dengan informasi lain yang tidak sesuai	-	-	-	-	-
	e. Salam menyalin soal	-	-	-	-	-
2.	Kesalahan menggunakan logika untuk menarik kesimpulan					
	a. Mengambil kesimpulan yang tidak benar, misalnya memberikan q sebagai akibat dari p tanpa dapat menjelaskan urutan pembuktian yang betul	-	-	-	-	-
3.	Kesalahan menggunakan definisi atau teorema					
	a. Menerapkan sifat distributif untuk fungsi atau operasi yang bukan distributif	-	-	-	1	-
	b. Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema	6	8	20	9	17
4.	Penyelesaian yang tidak diperiksa kembali					
	a. Langkah yang ditempuh oleh peserta tes benar, akan tetapi hasil akhir yang diberikan bukan penyelesaian dari soal tersebut	-	-	-	-	-
	b. Siswa tidak menjawab sesuai dengan pertanyaan pada soal	-	-	-	-	-

5.	Kesalahan teknis					
	a. Kesalahan dalam perhitungan	-	-	-	1	1
	b. Kesalahan dalam memanipulasi simbol-simbol aljabar dasar	-	-	-	-	-

Dari hasil analisis kesalahan tersebut, berikut rangkuman kesalahan-kesalahan yang dilakukan siswa dalam mengerjakan soal pada pokok bahasan limit fungsi trigonometri:

1. Kesalahan menggunakan definisi atau teorema

Kesalahan-kesalahan dalam kategori ini yang dilakukan siswa antara lain:

- Siswa masih belum bisa menguraikan soal ke dalam rumus dasar yang dipelajari.
- Siswa salah dalam menguraikan soal ke dalam teorema limit yaitu $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x}{x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x}{\sin x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x}{\tan x} = 1$ dan $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\tan x}{x} = 1$
- Siswa salah dalam mengubah soal menggunakan rumus-rumus dasar trigonometri
- Siswa salah dalam melakukan operasi pembagian, siswa membagi sudut yang ada di belakang sinus, kosinus, dan tangen dengan konstanta atau membagi sudut dengan sudut.
- Siswa salah dalam menerapkan sifat distributif untuk fungsi atau operasi yang bukan distributif

Kesalahan-kesalahan (a), (b), (c), dan (d) termasuk dalam kategori siswa tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi,

rumus atau teorema. Sedangkan kesalahan (e) termasuk dalam kategori kesalahan menerapkan sifat distributif untuk fungsi atau operasi yang bukan distributif.

2. Siswa salah secara teknis, yaitu siswa salah dalam perhitungan.

Berikut ini adalah tabel persentase kesalahan yang dilakukan oleh siswa kelas XI IPA SMA Santa Maria Yogyakarta Tahun Ajaran 2013/2014 dalam menyelesaikan soal-soal tes diagnosis:

Tabel 4.10 Persentase Kesalahan Siswa dalam Tes Diagnosis Berdasarkan Kategori Jenis Kesalahan

Jenis Kesalahan	Banyaknya siswa yang melakukan kesalahan dari keseluruhan soal	Persentase
K1	0	0%
K2	0	0%
K3	61	61%
K4	0	0%
K5	2	2%

Keterangan:

K1 : Kesalahan data

K2 : Kesalahan menggunakan logika untuk menarik kesimpulan

K3 : Kesalahan menggunakan definisi atau teorema

K4 : Penyelesaian yang tidak diperiksa kembali

K5 : Kesalahan teknis

Rumus untuk menghitung persentase kesalahan siswa berdasarkan jenis kesalahan tersebut adalah sebagai berikut:

$$K\% = \frac{A}{C} \times 100\%$$

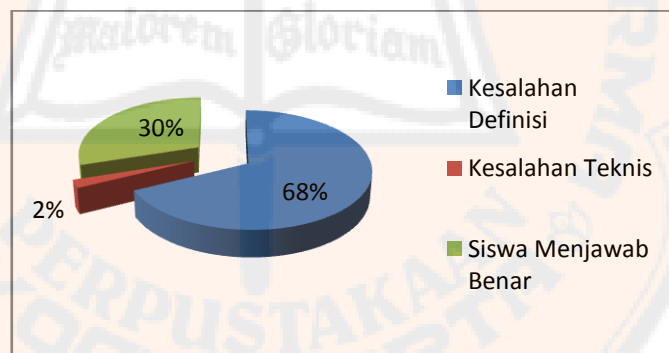
Keterangan:

K% : Persentase kesalahan siswa tiap kategori jenis kesalahan (K1, K2, K3, K4, K5)

A : Jumlah siswa yang jawabannya salah pada tiap jenis kesalahan

C : Jumlah siswa x banyaknya butir soal (20 x 5)

Persentase siswa yang menjawab salah sebanyak 63% dengan rincian kesalahan menggunakan definisi atau teorema sebanyak 61% dan kesalahan teknis sebanyak 2%. Persentase siswa yang menjawab benar adalah 27%. Hal ini dapat diperlihatkan pada diagram di bawah ini:



Gambar 4.1 Persentase Kesalahan Siswa dalam Tes Diagnosis

E. Faktor Penyebab Kesalahan

Peneliti melakukan wawancara kepada siswa yang nilainya belum tuntas untuk mengetahui faktor-faktor apa saja yang menyebabkan siswa salah dalam mengerjakan soal limit fungsi trigonometri. Selain itu, wawancara juga digunakan untuk mengetahui cara berpikir siswa ketika

mengerjakan soal-soal limit fungsi trigonometri. Dari hasil wawancara tersebut dapat diketahui faktor penyebab siswa melakukan kesalahan sebagai berikut:

1. Siswa kurang memahami materi dengan baik.
2. Siswa bingung saat menentukan bagian soal mana yang harus diubah terlebih dahulu atau siswa bingung saat menjabarkan soal.
3. Siswa tidak hafal dengan identitas trigonometri sehingga mempersulit dalam pengerjaan soal.
4. Siswa tidak bisa mengubah soal ke dalam bentuk $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x}{x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x}{\sin x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x}{\tan x} = 1$ dan $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\tan x}{x} = 1$
5. Siswa kurang memahami aljabar dasar seperti pecahan, pembagian, dan sifat distributif.
6. Waktu yang digunakan guru dalam mengajarkan materi limit fungsi trigonometri terlalu singkat dan cepat.
7. Siswa tidak tahu langkah yang harus digunakan dalam menyelesaikan suatu masalah matematika atau bisa dikatakan asal-asalan dalam menjawab soal.

F. Pembelajaran Remedial

Pembelajaran remedial dilaksanakan pada hari Jumat, 16 Mei 2014 di luar jam pelajaran (sepulang sekolah) dengan alokasi waktu 45 menit. Pembelajaran remedial diikuti oleh siswa kelas XI IPA SMA Santa Maria

Yogyakarta yang nilainya tidak tuntas dengan jumlah 11 siswa. Pembelajaran remedial yang dilakukan peneliti ini bertujuan untuk membantu siswa mengatasi masalah saat mengerjakan soal limit fungsi trigonometri.

Kegiatan awal pembelajaran remedial adalah melakukan tanya jawab kepada siswa untuk mengetahui apa penyebab siswa kesulitan mengerjakan soal-soal limit fungsi trigonometri. Kemudian peneliti mengingatkan kembali rumus-rumus dasar trigonometri dan belajar memahaminya, serta memberikan cara-cara untuk menghafal rumus-rumus tersebut. Kegiatan inti pembelajaran remedial ini adalah membahas soal-soal yang diberikan saat tes diagnosis kemudian menunjukkan kesalahan-kesalahan yang dilakukan saat mengerjakan limit fungsi trigonometri. Peneliti juga menerangkan kembali tentang definisi dan teorema limit. Metode yang dipakai dalam pembelajaran ini adalah tanya-jawab dan penemuan terbimbing. Setelah membahas soal tes diagnosis, siswa diberikan beberapa latihan soal untuk dikerjakan. Kegiatan penutup dari pembelajaran ini adalah membuat ringkasan secara lisan apa saja yang sudah dipelajari dalam pembelajaran remedial.

Setelah diadakan pembelajaran remedial, peneliti mengadakan tes remedial bagi siswa yang belum tuntas. Tes remedi ini digunakan untuk mengetahui peningkatan hasil belajar siswa setelah dilaksanakan pembelajaran remedial oleh peneliti, Tes remedial ini dilaksanakan pada Selasa, 20 Mei 2014 saat jam pelajaran matematika. Soal tes remedi terdiri

dari 5 soal, soal ini berbeda dengan soal tes diagnosis namun mempunyai tingkat kesulitan yang sama. Disamping itu kelima soal tes remedi ini juga sudah mencakup indikator pencapaian hasil belajar pada pokok bahasan limit fungsi trigonometri. Dari hasil tes remedi yang telah dilaksanakan dapat terlihat peningkatan hasil belajar siswa yang belum mencapai KKM (70), namun ada 1 siswa yang mengalami penurunan.

Berikut data nilai tes diagnosis dan tes remedial siswa kelas XI IPA yang mengikuti pembelajaran remedial:

Tabel 4.11 : Daftar Nilai Tes Diagnosis dan Tes Remedial Siswa Kelas XI IPA

No	No. Siswa	Tes Diagnosis	Tes Remedial
1	S1	50	43
2	S4	54	100
3	S5	51	98
4	S7	64	75
5	S11	54	100
6	S13	64	86
7	S14	50	85
8	S16	65	76
9	S17	46	93
10	S19	52	100
11	S20	66	80

Berikut ini adalah analisis kesalahan siswa dalam mengerjakan tes remedial.

Tabel 4.12 : Analisis kesalahan siswa dalam mengerjakan soal remedial nomor 1

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S16	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{5x} \cdot \frac{5x}{2x} \cdot \frac{2x}{2x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2}$ $= \frac{5}{2}$	JK: Kesalahan menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Hasil akhir dari pengerjaan siswa sudah benar, namun langkah yang ditempuh siswa kurang tepat. Siswa mengalikan soal dengan $\frac{5x}{2x}$ seharusnya $\frac{5x}{5x}$. Jadi dapat disimpulkan siswa tidak tahu langkah pengerjaan dan hanya menghafal jawaban.
S1	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{2x} = \frac{\sin 5x}{2x} \cdot \frac{2x}{2x} = \frac{10x}{4x} = \frac{5}{2}$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus, atau teorema Analisis kesalahan: Hasil akhir dari pengerjaan siswa sudah benar, namun langkah yang ditempuh kurang tepat. Siswa mengalikan soal dengan $2/2$, seharusnya dikalikan dengan $5x/5x$ dan $2x/2x$ agar bisa dibawa ke dalam teorema limit yaitu $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x}{x} = 1$ dan $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x}{\sin x} = 1$. Selain itu siswa mendapatkan nilai $\frac{10x}{4x}$ berdasarkan hasil kali $5x$ dan $2x$ dibagi dengan hasil kali $2x$ dan $2x$. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang memahami dalam menguraikan soal dan teorema dalam perkalian.

Keterangan:

Nomor siswa yang menjawab soal nomor 1 dengan benar : S4, S5, S7, S11, S13, S14, S17, S20

Tabel 4.13 : Analisis kesalahan siswa dalam mengerjakan soal remedial nomor 2

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S1	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - 1}{x \tan 2x} = \frac{(1 - 2 \sin^2 2x) - 1}{x \tan 2x}$ $= \frac{-2 \sin^2 2x}{x \tan 2x} = \frac{-2 \sin^2 x \cdot \sin 2}{x \tan 2x}$ $= \frac{-2}{2} = -1$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa sudah benar dalam mengubah soal dan menerapkan rumus, namun siswa belum mengubah soal ke dalam teorema limit. Siswa hanya mengambil angka-angka yang ada lalu mengalikannya. Jadi dapat disimpulkan siswa masih belum memahami teorema limit.
S7	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - 1}{x \tan 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (1 - 4 \sin^2 2x)}{x \tan 2x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \sin^2 2x}{x \tan 2x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \sin 2x \cdot \sin 2x}{x \tan 2x} = \frac{4x}{2x} \cdot \frac{2x}{2x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \sin 2x}{2x} \cdot \frac{\sin 2x}{2x} \cdot \frac{2x}{x \tan 2x}$ $= 4 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 4$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa salah dalam mengubah $\cos 4x$ menjadi $1 - 4 \sin^2 2x$ seharusnya menjadi $1 - 2 \sin^2 2x$. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang teliti dalam menerapkan rumus.

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S14	$\begin{aligned} & 2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - 1}{x \tan 2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2 - 4 \sin^2 x) - 1}{x \tan 2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - 2 \sin^2 x) - 1}{x \tan 2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin^2 x}{x \tan 2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \cdot \sin x \cdot \sin x}{x \cdot \tan 2x} = 1 \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \cdot \sin x \cdot \sin x \cdot x \cdot 2x \cdot 1}{x \cdot \tan 2x \cdot x \cdot 2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \cdot \sin x \cdot \sin x \cdot x \cdot 2x \cdot 1}{x \cdot \tan 2x \cdot x \cdot 2x} \\ &= -2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = -2 \\ &= -2 \cdot 1 \cdot 1 = -2 \\ &= 2 \cdot 1 \\ &= 1 \end{aligned}$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa salah dalam mengubah $\cos 4x$ menjadi $2 - 4 \sin^2 x$ seharusnya menjadi $1 - 2 \sin^2 2x$. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang teliti dalam menerapkan rumus.
S16	$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - 1}{x \tan 2x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2 - 1 \sin^2 2x) - 1}{x \tan 2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2 - 1 \sin^2 2x) - 1}{x \tan 2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2 - 1 \sin^2 2x) - 1}{x \tan 2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x}{x \tan 2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x \cdot \sin x}{x \tan 2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x \cdot \sin x \cdot x \cdot 2x}{x \cdot \tan 2x \cdot x \cdot 2x} \\ &= 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 2 \\ &= 1 \end{aligned}$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa salah dalam mengubah $\cos 4x$ menjadi $2 - 1 \sin^2 2x$ seharusnya menjadi $1 - 2 \sin^2 2x$. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang teliti dalam menerapkan rumus.

Keterangan:

Nomor siswa yang menjawab soal nomor 2 dengan benar : S4, S5, S11, S13, S17, S18, S20

Tabel 4.14 : Analisis kesalahan siswa dalam mengerjakan soal remedial nomor 3

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S1	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2-1) \sin 2(x-1)}{-2 \sin^2(x-1)} = \frac{(x-1)(x+1) \sin(2x-2)}{-2 \sin x \cdot \sin -1}$ $= \frac{(x+1) \cdot -2x}{\sin x} = \frac{2-2}{-1} = \frac{-2}{-1} = -2$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa kurang tepat dalam mengubah $\sin^2(x-1)$ menjadi $\sin x \cdot \sin -1$. Siswa juga kurang tepat dalam mencoret sinus dengan sinus. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang memahami definisi dan teorema-teorema dalam matematika.
S13	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2-1) \sin 2(x-1)}{-2 \sin^2(x-1)}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{-2 \sin(x-1) \sin(x-1)} = \frac{x+1 \cdot \sin 2(x-1)}{x-1}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)(x+1) \cdot \sin 2(x-1)}{-2 \sin(x-1) \sin(x-1) \cdot x}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} -2 \cdot 1 \cdot 1 = -2$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa benar dalam mengubah soal, namun siswa tidak menuliskan langkah saat mengubah $\frac{x-1}{x-1}$ menjadi $\frac{1}{x}$. Siswa juga tidak mengubah ke dalam teorema limit, hanya menuliskan -2. 1.1 tanpa langkah yang jelas. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang memahami cara mengubah soal ke dalam teorema limit.

Keterangan:

Nomor siswa yang menjawab soal nomor 3 dengan benar : S4, S5, S7, S11, S14, , S16, S17, S18, S20

Tabel 4.15 : Analisis kesalahan siswa dalam mengerjakan soal remedial nomor 4

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S1	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 3x}{1 - \cos x} = \frac{1 - (1 - 2 \sin x) - (1 - 2 \sin 3x)}{1 - (1 - 2 \sin x)} = \frac{3}{1} = 3$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa salah dalam mengubah $\cos x$ menjadi $1 - 2 \sin x$ dan $\cos 3x$ menjadi $1 - 2 \sin 3x$. Siswa juga tidak mengubah soal ke dalam teorema limit. Jadi dapat disimpulkan siswa belum memahami rumus-rumus dasar trigonometri.
S13	$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 3x}{1 - \cos x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin \left(\frac{1+3}{2} \right) \sin \left(\frac{1-3}{2} \right)}{1 - \cos x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin \left(\frac{1+3}{2} \right) \sin \left(\frac{1-3}{2} \right)}{1 - \cos x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin 2x \sin -x}{1 - \cos x} = \frac{-2 \sin 2x \sin -x}{2 \sin^2 \frac{1}{2} x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin 2x \sin -x}{2 \sin \frac{1}{2} x \sin \frac{1}{2} x} = \frac{2x \cdot x \cdot \frac{1}{2} x \cdot \frac{1}{2} x}{2x \cdot x \cdot \frac{1}{2} x \cdot \frac{1}{2} x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin 2x \cdot \sin -x \cdot 2x \cdot \frac{1}{2} x}{2 \cdot 2x \cdot x \cdot x \cdot \sin \frac{1}{2} x \cdot \sin \frac{1}{2} x \cdot \frac{1}{2} x \cdot \frac{1}{2} x} \\ &= \frac{1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1} = 8 \end{aligned}$	JK: Kesalahan teknis - Kesalahan dalam perhitungan Analisis kesalahan: Siswa sudah benar dalam mengubah soal dan membawa soal ke dalam teorema limit. Jawaban akhir siswa juga sudah benar namun siswa kurang teliti saat menuliskan sisa pembagian. Jadi dapat disimpulkan siswa hanya kurang teliti saja.

Tabel 4.16 : Analisis kesalahan siswa dalam mengerjakan soal remedial nomor 5

Nomor Siswa	Hasil Jawaban Siswa	Jenis Kesalahan (JK) dan Analisis Kesalahan Siswa
S1	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} = \frac{1 - (1 - 2 \sin x)}{x} = \frac{1 - 1}{x} = 0$	JK: Kesalahan dalam menggunakan definisi atau teorema - Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema Analisis kesalahan: Siswa salah dalam mengubah $\cos x$ menjadi $1 - 2 \sin x$. Siswa juga tidak merubah soal ke dalam teorema limit. Jadi dapat disimpulkan siswa belum memahami rumus-rumus dasar trigonometri dan belum memahami teorema limit.
S7	$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (1 - \sin^2 \frac{1}{2}x)}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \frac{1}{2}x}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{1}{2}x \cdot \sin \frac{1}{2}x}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{1}{2}x}{\frac{1}{2}x} \cdot \frac{\sin \frac{1}{2}x}{\frac{1}{2}x} \cdot \frac{\frac{1}{2}x}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{1}{2}x}{\frac{1}{2}x} \cdot \frac{\sin \frac{1}{2}x}{\frac{1}{2}x} \cdot \frac{1}{2} \\ &= 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$	JK: Kesalahan teknis - Kesalahan dalam perhitungan Analisis kesalahan: Siswa sudah benar dalam mengubah soal dan menerapkan rumus namun siswa kurang teliti dalam perhitungan. Jadi dapat disimpulkan siswa kurang teliti dalam menghitung sisa pembagiannya.

Keterangan:

Nomor siswa yang menjawab soal nomor 4 dengan benar : S4, S5, S11, S13, S14, S16, S17, S18, S20

Berikut hasil dari rekapitulasi kesalahan siswa dalam mengerjakan soal tes remedial pada pokok bahasan limit fungsi trigonometri:

Tabel 4.17: Rekapitulasi kesalahan siswa pada tes remedial

No	Kategori Kesalahan	Nomor Soal				
		1	2	3	4	5
1.	Kesalahan data					
	a. Menambah data yang tidak ada hubungannya dengan soal	-	-	-	-	-
	b. Mengabaikan data penting yang diberikan	-	-	-	-	-
	c. Menguraikan syarat-syarat (dalam perhitungan) yang sebenarnya tidak dibutuhkan dalam masalah	-	-	-	-	-
	d. Mengartikan informasi tidak sesuai dengan informasi lain yang tidak sesuai	-	-	-	-	-
	e. Salam menyalin soal	-	-	-	-	-
2.	Kesalahan menggunakan logika untuk menarik kesimpulan					
	a. Mengambil kesimpulan yang tidak benar, misalnya memberikan q sebagai akibat dari p tanpa dapat menjelaskan urutan pembuktian yang betul	-	-	-	-	-
3.	Kesalahan menggunakan definisi atau teorema					
	a. Menerapkan sifat distributif untuk fungsi atau operasi yang bukan distributif	-	-	-	-	-
	b. Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema	2	4	2	1	1
4.	Penyelesaian yang tidak diperiksa kembali					
	a. Langkah yang ditempuh oleh peserta tes benar, akan tetapi hasil akhir yang diberikan bukan penyelesaian dari soal tersebut	-	-	-	-	-
	b. Siswa tidak menjawab sesuai dengan pertanyaan pada soal	-	-	-	-	-
5.	Kesalahan teknis					
	a. Kesalahan dalam perhitungan	-	-	-	2	1
	b. Kesalahan dalam memanipulasi simbol-simbol aljabar dasar	-	-	-	-	-

Berdasarkan rekapitulasi kesalahan siswa pada tes remedial, masih ada beberapa siswa yang mengulangi kesalahan yang sama yaitu tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema, dan kesalahan dalam perhitungan. Meskipun begitu, siswa yang melakukan kesalahan jumlahnya lebih sedikit jika dibandingkan dengan siswa yang menjawab soal dengan benar.

Berikut ini adalah tabel persentase kesalahan yang dilakukan oleh siswa kelas XI IPA SMA Santa Maria Yogyakarta Tahun Ajaran 2013/2014 dalam menyelesaikan soal-soal tes remedial:

Tabel 4.18 Persentase Kesalahan Siswa dalam Tes Remedial Berdasarkan

Kategori Jenis Kesalahan

Jenis Kesalahan	Banyaknya siswa yang melakukan kesalahan dari keseluruhan soal	Persentase
K1	0	0%
K2	0	0%
K3	10	18,18%
K4	0	0%
K5	3	5,45%

Keterangan:

K1 : Kesalahan data

K2 : Kesalahan menggunakan logika untuk menarik kesimpulan

K3 : Kesalahan menggunakan definisi atau teorema

K4 : Penyelesaian yang tidak diperiksa kembali

K5 : Kesalahan teknis

Rumus untuk menghitung persentase kesalahan siswa berdasarkan jenis kesalahan tersebut adalah sebagai berikut:

$$K\% = \frac{A}{C} \times 100\%$$

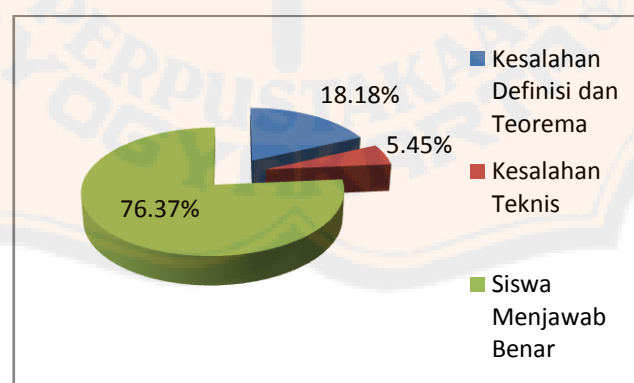
Keterangan:

K% : Persentase kesalahan siswa tiap kategori jenis kesalahan (K1, K2, K3, K4, K5)

A : Jumlah siswa yang jawabannya salah pada tiap jenis kesalahan

C : Jumlah siswa yang mengikuti tes remedial x banyaknya butir soal
(11 x 5)

Persentase siswa yang menjawab salah sebanyak 23,63% dengan rincian kesalahan menggunakan definisi atau teorema sebanyak 18,18% dan kesalahan teknis sebanyak 5,45%. Persentase siswa yang menjawab benar adalah 76,37%. Hal ini dapat diperlihatkan pada diagram di bawah ini:



Gambar 4.2 Persentase Kesalahan Siswa dalam Tes Remedial

Berikut ini adalah data nilai tes diagnosis dan tes remedial siswa kelas XI IPA SMA Santa Maria Yogyakarta:

Tabel 4. 19: Nilai tes diagnosis dan tes remedial siswa kelas XI IPA SMA Santa Maria Yogyakarta

No	Nomor Siswa	Nilai		Keterangan
		Diagnosis	Remedi	
1	S1	50	43	Tidak tuntas
2	S2	78	Tidak remedi	Tuntas
3	S3	73	Tidak remedi	Tuntas
4	S4	54	100	Tuntas
5	S5	51	98	Tuntas
6	S6	70	Tidak remedi	Tuntas
7	S7	64	75	Tuntas
8	S8	77	Tidak remedi	Tuntas
9	S9	83	Tidak remedi	Tuntas
10	S10	75	Tidak remedi	Tuntas
11	S11	54	100	Tuntas
12	S12	86	Tidak remedi	Tuntas
13	S13	64	86	Tuntas
14	S14	50	85	Tuntas
15	S15	78	Tidak remedi	Tuntas
16	S16	65	76	Tuntas
17	S17	46	93	Tuntas
18	S18	88	Tidak remedi	Tuntas
19	S19	52	100	Tuntas
20	S20	66	80	Tuntas

Berdasarkan tabel 4.19 dapat diketahui adanya peningkatan hasil belajar meskipun masih terdapat 1 siswa yang mengalami penurunan dan belum tuntas. Siswa yang belum tuntas ini luput dari pengamatan peneliti, sehingga peneliti kurang mengetahui mengapa siswa tersebut mengalami penurunan nilai dan belum tuntas. Rata-rata nilai siswa yang mengikuti tes diagnosis adalah 66,2 sedangkan rata-rata nilai siswa yang mengikuti tes remedial adalah 85,09.

BAB V

PENUTUP

A. Kesimpulan

Penelitian ini mempunyai tujuan untuk mendeskripsikan kesalahan-kesalahan siswa kelas XI IPA SMA Santa Maria dalam mengerjakan soal limit fungsi trigonometri dan bagaimana pengaruh pembelajaran remedial bagi siswa dalam membantu mengatasi kesalahan saat mengerjakan soal-soal limit fungsi trigonometri. Berdasarkan hasil penelitian ini dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Dari hasil tes tertulis yaitu tes diagnosis dan tes remedial, kesalahan-kesalahan yang dilakukan siswa dalam mengerjakan soal limit fungsi trigonometri adalah sebagai berikut:

- a. Kesalahan menggunakan definisi atau teorema

Kesalahan-kesalahan dalam kategori ini yang dilakukan siswa antara lain:

- 1) Siswa masih belum bisa menguraikan soal ke dalam rumus dasar yang dipelajari.

- 2) Siswa salah dalam menguraikan soal ke dalam teorema

limit yaitu $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x}{x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x}{\sin x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x}{\tan x} =$

1 dan $\lim_{x \rightarrow a} \tan x = 1$

- 3) Siswa salah dalam mengubah soal menggunakan rumus-rumus dasar trigonometri

- 4) Siswa salah dalam menerapkan sifat distributif untuk fungsi atau operasi yang bukan distributif
 - 5) Siswa salah dalam melakukan operasi pembagian, siswa membagi sudut yang ada di belakang sinus, kosinus, dan tangen dengan konstanta atau membagi sudut dengan sudut.
- b. Siswa salah secara teknis, yaitu siswa salah dalam perhitungan.
2. Faktor-faktor yang menyebabkan siswa salah dalam mengerjakan soal limit fungsi trigonometri adalah sebagai berikut:
- a. Siswa kurang memahami materi dengan baik
 - b. Siswa bingung saat menentukan bagian soal mana yang harus diubah terlebih dahulu atau siswa bingung saat menjabarkan soal
 - c. Siswa tidak hafal dengan identitas trigonometri
 - d. Siswa tidak bisa mengubah soal ke dalam bentuk $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x}{x} = 1$,
 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x}{\sin x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x}{\tan x} = 1$ dan $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\tan x}{x} = 1$
 - e. Siswa kurang memahami dasar-dasar matematika yang lain seperti pecahan, pembagian, sifat distributif
 - f. Waktu yang digunakan guru dalam mengajarkan materi limit fungsi trigonometri terlalu singkat dan cepat
 - g. Siswa tidak tahu langkah yang harus digunakan dalam menyelesaikan suatu masalah matematika atau bisa dikatakan asal-asalan dalam menjawab soal.

3. Pembelajaran remedial yang dilakukan oleh peneliti dapat membantu siswa mengatasi masalah dalam mengerjakan limit fungsi trigonometri. Hal ini dapat dilihat berdasarkan perbandingan nilai rata-rata tes diagnosis yaitu 66,2 dan tes remedial 85,09 serta perbandingan persentase banyaknya kesalahan yang dilakukan siswa dalam tes diagnosis dan tes remedial. Pada tes diagnosis, persentase siswa yang menjawab salah sebanyak 63% dengan rincian kesalahan menggunakan definisi atau teorema sebanyak 61% dan kesalahan teknis sebanyak 2%. Persentase siswa yang menjawab benar adalah 27%. Sedangkan pada tes remedial, persentase siswa yang menjawab salah sebanyak 23,63% dengan rincian kesalahan menggunakan definisi atau teorema sebanyak 18,18% dan kesalahan teknis sebanyak 5,45%. Persentase siswa yang menjawab benar adalah 76,37%.

B. Kelebihan dan Kelemahan Penelitian

Berikut ini adalah kelebihan dan kelemahan pelaksanaan penelitian.

1. Kelebihan

Kelebihan penelitian ini adalah

- a. Peneliti dapat mengikuti pembelajaran limit fungsi dari awal sampai akhir sehingga mengetahui secara keseluruhan bagaimana proses pembelajaran berlangsung.
- b. Peneliti dapat mewawancarai semua siswa yang nilainya belum memenuhi Kriteria Ketuntasan Minimal (KKM).

2. Kelemahan

Kelemahan – kelemahan dalam penelitian ini adalah

- a. Dalam melakukan wawancara, peneliti kurang menggali faktor-faktor penyebab kesalahan dan lebih berfokus kepada kesalahan-kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal limit fungsi trigonometri.
- b. Peneliti tidak mewawancarai siswa yang mengalami penurunan nilai setelah diadakannya pembelajaran remedial, sehingga peneliti tidak mengetahui penyebab siswa tersebut mengalami penurunan nilai.
- c. Dalam pembelajaran remedial, peneliti hanya menggunakan metode tanya jawab dan penemuan terbimbing, belum menemukan metode lain yang lebih bervariasi untuk menyelesaikan permasalahan limit fungsi trigonometri.
- d. Waktu yang digunakan peneliti dalam memberikan pembelajaran remedial hanya 2 x 45 menit (2 JP), hal ini dirasa kurang untuk mengatasi kesalahan-kesalahan siswa dalam mengerjakan limit fungsi trigonometri.

C. Saran

Saran yang dapat diberikan oleh peneliti agar penelitian mendatang lebih baik adalah sebagai berikut:

1. Guru sebaiknya bisa mempertimbangkan alokasi waktu yang dibutuhkan untuk mempelajari limit fungsi trigonometri, sehingga

waktu yang tersedia tidak dihabiskan untuk membahas limit fungsi aljabar.

2. Dalam melaksanakan wawancara, pedoman wawancara sangat menentukan hasil dari wawancara ,sehingga harus dipersiapkan dengan sebaik-baiknya agar hasil yang didapat sesuai dengan yang diharapkan.



DAFTAR PUSTAKA

- Basuki, S. (2006). *Metode Penelitian*. Jakarta: Wedatama Widya Sastra bekerja sama dengan Fakultas Ilmu Pengetahuan Budaya Universitas Indonesia.
- Cox, L.S. (1975). *Systematic Errors in the Four Vertical Algorithms in Normal and Handicapped Populations*. Journal for Research in Mathematics Education.
- Entang, M. (1984). *Diagnosis Kesulitan Belajar dan Pengajaran Remedial*. Jakarta: Departemen Pendidikan dan Kebudayaan.
- Hadar, dkk. (1987). *An Empirical Classification Model for Errors in High School Mathematics*. Journal for Research in Mathematics Education.
- Hodojo, Herman. (2001). *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*. Malang: Universitas Negeri Malang.
- Indarsih, Kartini, dkk. (2008). *Matematika 2 Kontekstual Plus Program Studi IPA untuk Kelas XI SMA/MA*. Klaten: PT Intan Pariwara.
- Mardapi, Djemari. (2008). *Teknik Penyusunan Instrumen Tes dan Nontes*. Yogyakarta: Mitra Cendikia.
- Masidjo, Ign. (2004). *Penilaian Pencapaian Hasil Belajar Siswa di Sekolah*. Yogyakarta: Kanisius.
- Moleong, Lexy J. (2008). *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Bandung: Remaja Rosdakarya.
- Mulyono. Abdurrahman.(1999). *Pendidikan Bagi Anak Berkesulitan Belajar*. Jakarta: PT Rineka Cipta
- Soedyarto, Nugroho. (2008). *Matematika Jilid 2 untuk SMA dan MA Kelas XI Program IPA*. Jakarta: Departemen Pendidikan Nasional.
- Sudjana, Nana. (2010). *Penelitian Hasil Proses Belajar Mengajar*. Bandung: Remaja Rosdakarya.
- Sujono. (1988). *Pengajaran Matematika untuk Sekolah Menengah*. Jakarta: Departemen Pendidikan dan Kebudayaan.

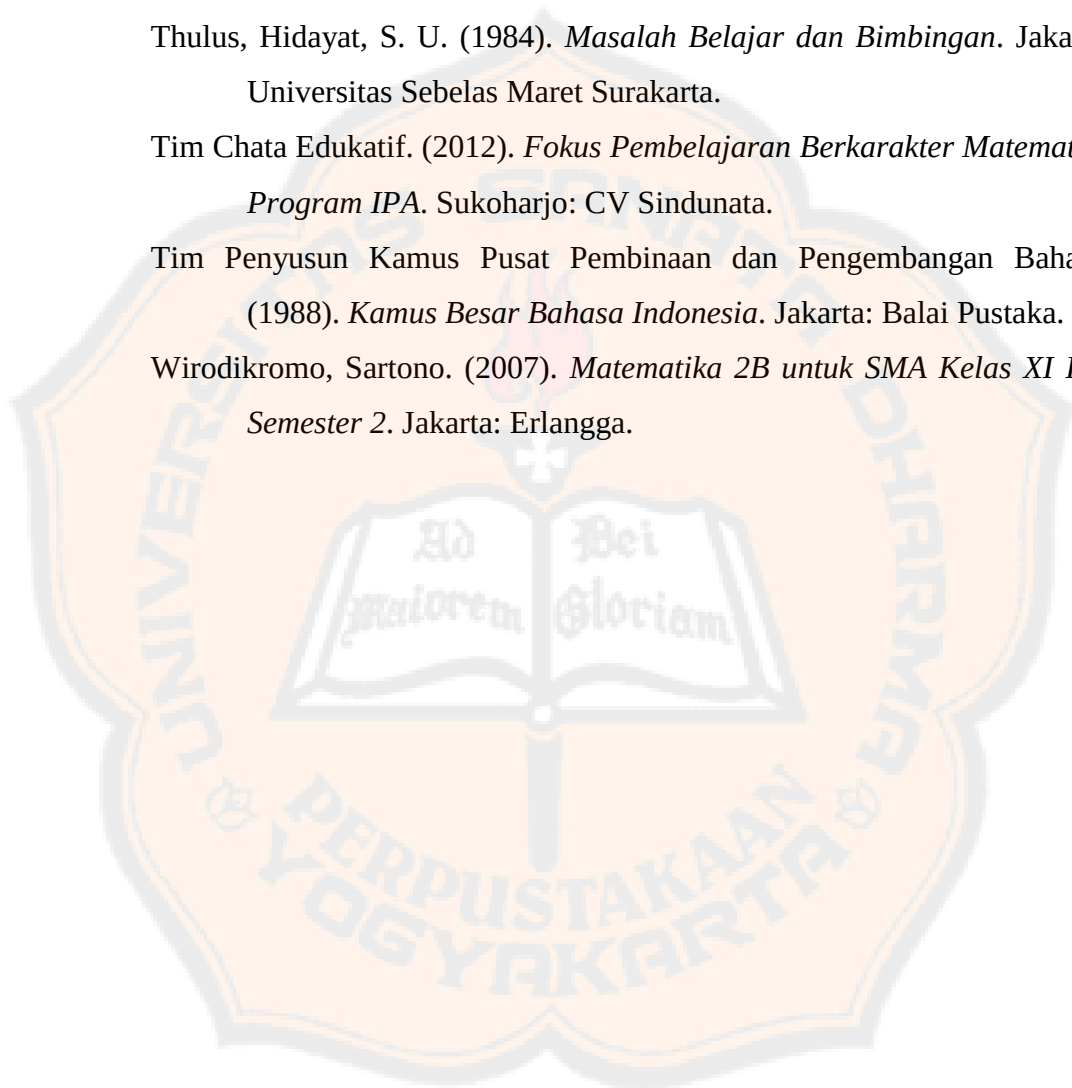
Suwarsono, St. (1982). *Penggunaan metode analisa faktor sebagai suatu pendekatan untuk memahami sebab-sebab kognitif kesulitan belajar anak dalam Matematika*. Pidato Dies Natalis XXVIII IKIP Sanata Dharma 30 Oktober 1982. IKIP Sanata Dharma Yogyakarta.

Thulus, Hidayat, S. U. (1984). *Masalah Belajar dan Bimbingan*. Jakarta: Universitas Sebelas Maret Surakarta.

Tim Chata Edukatif. (2012). *Fokus Pembelajaran Berkarakter Matematika Program IPA*. Sukoharjo: CV Sindunata.

Tim Penyusun Kamus Pusat Pembinaan dan Pengembangan Bahasa. (1988). *Kamus Besar Bahasa Indonesia*. Jakarta: Balai Pustaka.

Wirodikromo, Sartono. (2007). *Matematika 2B untuk SMA Kelas XI IPA Semester 2*. Jakarta: Erlangga.



LAMPIRAN



DAFTAR NILAI TES UJI COBA

No	Nama Siswa	Nilai Tes Uji Coba
1	S1	88
2	S2	76
3	S3	88
4	S4	100
5	S5	88
6	S6	10
7	S7	88
8	S8	88
9	S9	88
10	S10	48
11	S11	56
12	S12	88
13	S13	66
14	S14	48
15	S15	60
16	S16	90
17	S17	68
18	S18	100
19	S19	68
20	S20	88
21	S21	72
22	S22	64
23	S23	82

VALIDITAS DAN RELIABILITAS
SOAL TES DIAGNOSIS

No	Nama Siswa	Skor Butir Soal					Y	y ²
		1	2	3	4	5		
1	S1	20	20	8	20	20	88	7744
2	S2	20	20	8	20	8	76	5776
3	S3	20	20	8	20	20	88	7744
4	S4	20	20	20	20	20	100	10000
5	S5	20	20	20	8	20	88	7744
6	S6	2	2	2	2	2	10	100
7	S7	20	20	8	20	20	88	7744
8	S8	20	20	8	20	20	88	7744
9	S9	20	20	8	20	20	88	7744
10	S10	20	20	2	4	2	48	2304
11	S11	20	10	8	10	8	56	3136
12	S12	20	20	20	20	8	88	7744
13	S13	20	20	4	2	20	66	4356
14	S14	20	8	8	4	8	48	2304
15	S15	20	8	4	8	20	60	3600
16	S16	20	20	10	20	20	90	8100
17	S17	20	20	4	4	20	68	4624
18	S18	20	20	20	20	20	100	10000
19	S19	20	20	4	4	20	68	4624
20	S20	20	20	20	8	20	88	7744
21	S21	20	8	4	20	20	72	5184
22	S22	20	20	2	2	20	64	4096
23	S23	20	20	2	20	20	82	6724
$\sum x$		442	396	202	296	376	1712	136880
$(\sum x)^2$		195364	156816	40804	87616	141376	2930944	

No	Nama Siswa	X ₁ Y	x ₂ y	x ₃ y	x ₄ y	x ₅ y
1	S1	1760	1760	704	1760	1760
2	S2	1520	1520	608	1520	608
3	S3	1760	1760	704	1760	1760
4	S4	2000	2000	2000	2000	2000
5	S5	1760	1760	1760	704	1760
6	S6	20	20	20	20	20
7	S7	1760	1760	704	1760	1760

8	S8	1760	1760	704	1760	1760
9	S9	1760	1760	704	1760	1760
10	S10	960	960	96	192	96
11	S11	1120	560	448	560	448
12	S12	1760	1760	1760	1760	704
13	S13	1320	1320	264	132	1320
14	S14	960	384	384	192	384
15	S15	1200	480	240	480	1200
16	S16	1800	1800	900	1800	1800
17	S17	1360	1360	272	272	1360
18	S18	2000	2000	2000	2000	2000
19	S19	1360	1360	272	272	1360
20	S20	1760	1760	1760	704	1760
21	S21	1440	576	288	1440	1440
22	S22	1280	1280	128	128	1280
23	S23	1640	1640	164	1640	1640
Σxy		34060	31340	16884	24616	29980

No	Nama	X1*X1	X2*X2	X3*X3	X4*X4	X5*X5
1	S1	400	400	64	400	400
2	S2	400	400	64	400	64
3	S3	400	400	64	400	400
4	S4	400	400	400	400	400
5	S5	400	400	400	64	400
6	S6	4	4	4	4	4
7	S7	400	400	64	400	400
8	S8	400	400	64	400	400
9	S9	400	400	64	400	400
10	S10	400	400	4	16	4
11	S11	400	100	64	100	64
12	S12	400	400	400	400	64
13	S13	400	400	16	4	400
14	S14	400	64	64	16	64
15	S15	400	64	16	64	400
16	S16	400	400	100	400	400
17	S17	400	400	16	16	400
18	S18	400	400	400	400	400
19	S19	400	400	16	16	400
20	S20	400	400	400	64	400

21	S21	400	64	16	400	400
22	S22	400	400	4	4	400
23	S23	400	400	4	400	400
$(\sum X^2)$		8804	7496	2708	5168	7064

HASIL PERHITUNGAN

No.	rx _y	Validitas
1	0.677814722	VALID
2	0.736472344	VALID
3	0.622196649	VALID
4	0.721051745	VALID
5	0.676869555	VALID

RELIABILITAS

	1	2	3	4	5	
σ_i	13.47448015	29.474	40.605	59.07	39.88	182.5

σ_{tot}	410.7674858
r_{tt}	0.694628525

SOAL TES UJI COBA

Mata Pelajaran : MATEMATIKA
Kelas : XII IPA
Sekolah : SMA SANTA MARIA YOGYAKARTA
Waktu : 90 menit

Tentukan nilai-nilai limit di bawah ini.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x}$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \tan \frac{1}{2}x}$

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos (\pi x - 2\pi)}{\tan (2\pi x - 4\pi)}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x + \sin 2x}{3x \cos x}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin 2x}$

Kunci Jawaban Soal Tes Uji Coba

No.	Penyelesaian	Skor
1.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x} \cdot \frac{2x}{2x} \cdot \frac{5x}{5x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x} \cdot \frac{5x}{\sin 5x} \cdot \frac{2x}{5x}$ $= 1 \cdot 1 \cdot \frac{2}{5}$ $= \frac{2}{5}$	1-20
2.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos \frac{2x}{2}}{x \tan \frac{1}{2}x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (1 - 2 \sin^2 x)}{x \tan \frac{1}{2}x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x}{x \tan \frac{1}{2}x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x}{x \tan \frac{1}{2}x} \cdot \frac{x}{x} \cdot \frac{\frac{1}{2}x}{\frac{1}{2}x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} 2 \cdot \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{\frac{1}{2}x}{\tan \frac{1}{2}x} \cdot 2$ $= 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2$ $= 4$	1-20
3.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos (\pi x - 2\pi)}{\tan (2\pi x - 4\pi)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos \pi(x-2)}{\tan 2\pi(x-2)}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos \pi(x-2)}{\tan 2\pi(x-2)}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos \pi(x-2)}{\tan 2\pi(x-2)} \cdot \frac{2\pi}{2\pi}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) 2\pi}{\tan 2\pi(x-2)} \cdot \frac{\cos \pi(x-2)}{2\pi}$	1-20

	$= 1 \cdot \frac{1}{2\pi}$ $= \frac{1}{2\pi}$	
4.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x + \sin 2x}{3x \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin \frac{1}{2}(6x) \cos \frac{1}{2}(2x)}{3x \cos x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 3x \cos x}{3x \cos x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} 2 \cdot \frac{\sin 3x}{3x} \cdot \frac{\cos x}{\cos x}$ $= 2 \cdot 1 \cdot 1$ $= 2$	1-20
5.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin 2x} \cdot \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{x \sin 2x (1 + \cos x)}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x (2 \sin x \cos x) (1 + \cos x)}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{\sin x}{\sin x} \cdot \frac{1}{\cos x (1 + \cos x)}$ $= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1(1+1)}$ $= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$ $= \frac{1}{4}$	1-20

SOAL TES DIAGNOSTIK

Mata Pelajaran : MATEMATIKA
Kelas : XI IPA
Sekolah : SMA SANTA MARIA YOGYAKARTA
Waktu : 90 menit

Tentukan nilai-nilai limit di bawah ini.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x}$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \tan \frac{1}{2}x}$

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos (\pi x - 2\pi)}{\tan (2\pi x - 4\pi)}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x + \sin 2x}{3x \cos x}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin 2x}$

Kunci Jawaban Soal Tes Diagnostik

No.	Penyelesaian	Skor
1.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x} \cdot \frac{2x}{2x} \cdot \frac{5x}{5x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x} \cdot \frac{5x}{\sin 5x} \cdot \frac{2x}{5x}$ $= 1 \cdot 1 \cdot \frac{2}{5}$ $= \frac{2}{5}$	1-20
2.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos \frac{2x}{2}}{x \tan \frac{1}{2}x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (1 - 2 \sin^2 x)}{x \tan \frac{1}{2}x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x}{x \tan \frac{1}{2}x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x}{x \tan \frac{1}{2}x} \cdot \frac{x}{x} \cdot \frac{\frac{1}{2}x}{\frac{1}{2}x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} 2 \cdot \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{\frac{1}{2}x}{\tan \frac{1}{2}x} \cdot 2$ $= 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2$ $= 4$	1-20
3.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos (\pi x - 2\pi)}{\tan (2\pi x - 4\pi)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos \pi(x-2)}{\tan 2\pi(x-2)}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos \pi(x-2)}{\tan 2\pi(x-2)}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos \pi(x-2)}{\tan 2\pi(x-2)} \cdot \frac{2\pi}{2\pi}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) 2\pi}{\tan 2\pi(x-2)} \cdot \frac{\cos \pi(x-2)}{2\pi}$	1-20

	$= 1 \cdot \frac{1}{2\pi}$ $= \frac{1}{2\pi}$	
4.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x + \sin 2x}{3x \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin \frac{1}{2}(6x) \cos \frac{1}{2}(2x)}{3x \cos x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 3x \cos x}{3x \cos x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} 2 \cdot \frac{\sin 3x}{3x} \cdot \frac{\cos x}{\cos x}$ $= 2 \cdot 1 \cdot 1$ $= 2$	1-20
5.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin 2x} \cdot \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{x \sin 2x (1 + \cos x)}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x (2 \sin x \cos x) (1 + \cos x)}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{\sin x}{\sin x} \cdot \frac{1}{\cos x (1 + \cos x)}$ $= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1(1+1)}$ $= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$ $= \frac{1}{4}$	1-20

SOAL TES REMEDIAL

Mata Pelajaran : MATEMATIKA
Kelas : XI IPA
Sekolah : SMA SANTA MARIA YOGYAKARTA
Waktu : 90 menit

Nama :

Nomor Absen:

Tentukan nilai-nilai limit di bawah ini.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{2x}$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - 1}{x \tan 2x}$

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 1) \sin 2(x-1)}{-2 \sin^2(x-1)}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 3x}{1 - \cos x}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}$

Kunci Jawaban Soal Tes Remedial

$$\begin{aligned}
 1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{2x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{2x} \cdot \frac{5x}{5x} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{5x} \cdot \frac{5}{2} \\
 &= 1 \cdot \frac{5}{2} \\
 &= \frac{5}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - 1}{x \tan 2x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \sin^2 2x) - 1}{x \tan 2x} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin^2 2x}{x \tan 2x} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin^2 2x}{x \tan 2x} \cdot \frac{2x}{2x} \cdot \frac{2x}{2x} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} -2 \cdot \frac{\sin 2x}{2x} \cdot \frac{\sin 2x}{2x} \cdot \frac{2x}{\tan 2x} \cdot 2 \\
 &= -2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2 \\
 &= -4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 1) \sin 2(x-1)}{-2 \sin^2(x-1)} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1) 2 \sin(x-1) \cos(x-1)}{-2 \sin^2(x-1)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{-2} \cdot \frac{(x-1)}{\sin(x-1)} \cdot \frac{\sin(x-1)}{\sin(x-1)} \cdot (x+1) \cos(x-1) \\
 &= -1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \\
 &= -2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 3x}{1 - \cos x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin \frac{1}{2}(4x) \sin \frac{1}{2}(-2x)}{1 - \cos x} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin 2x \sin (-x)}{2 \sin^2 \frac{1}{2}x} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin 2x (-2 \sin \frac{1}{2}x \cos \frac{1}{2}x)}{2 \sin^2 \frac{1}{2}x} \cdot \frac{2x}{2x} \cdot \frac{\frac{1}{2}x}{\frac{1}{2}x} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{2} \cdot \frac{\sin 2x}{2x} \cdot \frac{\sin \frac{1}{2}x}{\sin \frac{1}{2}x} \cdot \frac{\frac{1}{2}x}{\sin \frac{1}{2}x} \cdot 4 \cos \frac{1}{2}x \\
 &= 2.1.1.1.4 \\
 &= 8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} \cdot \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{x(1 + \cos x)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (1 - \sin^2 x)}{x(1 + \cos x)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x(1 + \cos x)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{\sin x}{1 + \cos x} \\
 &= 1.0 \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

Transkrip hasil wawancara dengan siswa S13

P: Peneliti

S13: Siswa nomer absen 13

P : Nomer 1, kamu gimana kemarin pemikirannya?

S13 : Kemari tu saya pas ibu terangkan itu saya lebih dong kalau pakai cara cepet.

P : Yang a per b?

S13 : Iya...

P : Jadi langsung ini?

S13 : 2 per 5

P : Nah ini kejanggalannya kemarin itu tu ini $\frac{2}{2}$, kenapa dikalikan $\frac{2}{2}$?

S13 : Karena nggak tahu, nggak tahu cara panjangnya

P : Terus bisa jadi $2x$ per $2x$ dikali 2 per 5 itu gimana?

S13 : Yah itu dia mbak, kemarin kan saya sempet lihat-lihat di buku to, di tugas PR nya itu kayaknya ada yang dibolak balik gitu, ini dipindah kesini, ini dipindah kesini, ya udah...

P : Sebenarnya jawabannya sudah benar, tetapi langkahnya kurang tepat. Nomer 2, salahnya dimana?

S13 : Di minesnya

P : Jadi kalau $\cos 2x$ itu jadinya apa? $2 \sin$ kuadrat x

S13 : Terus penyebutnya ini jadinya $x \tan$ setengah x

P : x tangen setengah x

S13 : Oh tetep? Iyaa dihilangi tan nya

P : Disini kamu ada minus disini ga ada

S13 : Ga ada, lupa...

P : Terus, kalau disini sih perhitungannya bener, $2 \sin$ kuadrat x dikali setengah, nah ini

S13 : Dihilangin tan nya

P : Kenapa dihilangi?

S13 : Karena nggak tahu konsep, apa itu cepet ehh pakai langkah-langkahnya itu nggak dong jadi langsung aja pakai yang cepet, tapi katanya harus pakai yang itu to yang pakai langkah-langkah terus bingung sendiri jadi ya udah.

P : Harusnya ini kan dikalikan setengah x , jadi sekarang kamu bisa yaa

S13 : Iya bisa

P : Nomer 3, ini kamu jabarinnya sih bener, ini kamu jabarin $\cos \pi x$ dikurangi x dikurangi $2x$, ini dimisalkan $a-b$ $\cos a$ min b itu jadinya.... Nah ini kenapa kamu, ini gimana ini, kok kosinus nya hilang ini kenapa?

S13 : Iya, hilangin semua tinggal angkanya

P : Kenapa?

S13 : Biar mempermudah untuk menghitung.

P : Mempermudah menghitung, padahal?

S13 : Salah

P : Salah. Oke, harusnya tetep ini, harusnya ini dikeluarin ya ini $\cos \pi(x-2)$

- Oke... Tapi saya masih bingung ini lho kenapa kamu ilangin cosnya?
Tapi tan nya masih utuh...
- S13 : Iya saya juga bingung, ini pas sampai sini baru dihilangin tan nya, jadi disini tu hilangin dulu cosnya dulu biar gampang, kalau sudah itu nanti baru tan nya dihilangin.
- P : Oh gtu, padahal kalau cosinus itu nggak boleh dihilangin, tetep harus ditulis kalau pakai langkah seperti ini.
- S13 : Iya mbak...
- P : Nomer, kamu bagaimana kemarin?
- S13 : Pakek yang itu sin (a+b)
- P : Kalau ini, kan dia sin (a+b) ini baru pakai sin a cos b + cos a sin b, tetapi kalau sin a + sin b kamu pakainya yang 2 sin setengah (a+b) cos setengah (a-b)
- S13 : Ohh baru tahu rumus itu tadi
- P : Berarti kamu salah di rumusnya ya...
- S13 : Iya...
- P : Nomer 5, ini bagaimana?
- S13 : Ini kan 1-cos x.
- P : Kamu yang diubah yang mana?
- S13 : 1-cos x
- P : Harusnya kalau cos x itu diubahnya jadi apa?
- S13 : 2 sin kuadrat x
- P : 2 sin kuadrat x?
- S13 : Setengahengah x
- P : Jadi tahu salahnya ya... Ini berarti salah nerapin rumusnya tapi sekarang tahu ya salahnya ya...
- S13 : Iya...

Transkrip hasil wawancara dengan siswa S17

P: Peneliti

S17: Siswa nomer absen 17

- P : Nomer 1 bener ya... sekarang coba bahas nomer 2, nomer 2 kemarin gimana kamu ngerjainnya?
- S17 : Ini pakai cara tapi nggak tahu bener apa nggak?
- P : Bener... cos 2x kan jadinya 1- 2sin kuadrat x. Nah ini tan setengah x jadinya kenapa sin per cos setengah x?
- S17 : Harusnya? Jangan bilang bawahnya juga harus setengahengah x?
- P : Iya bawahnya juga harus setengah x. Yang ini, ini yg ini yaa. x kali sin per cos setengah x tetep sama kayak atasnya harusnya sin setengah x per cos setengah x. Nah ini 2 per x kamu pisah ya?
- S17 : Hu'umm ...
- P : Terus ini kamu jabarin sin x kali sin x, nah ini sin per cos kali setengah x. Oke sampe sini saya benerin, cuma salahnya di sin per cos kali setengah x. Sekarang sampe disini coba kamu terangkan kemarin langkahnya gimana?

- S17 : Ini tu... kayaknya tu beda...
- P : Hu'um... 2 per x ini kamu tetep dari atasnya ya... nah ini kamu jadi satu?
- S17 : Ini aku pisah jadi satu sama yang ini lho mbk...
- P : Jadi satu... sin x bagi sin per cos. Ini kalau kamu pisah rancunya setengah x nya nanti kamu pisah juga. Sebenarnya nggak boleh. Jadi ini kamu pisah antara sin per cos sama sudutnya. Sebenarnya ini kan satu kesatuan jadi nggak boleh dipisah. Nih, kayak sin per cos itu kan berarti kita nggak tahu sudutnya berapa. Kan kita nggak tahu to? Jadi kita nggak boleh memisahkan ini. Nah terus dari sini gimana?
- S17 : Ini aku jadiin cosnya naik terus aku piker jadi sin x per 1, terus kan kalau naik dibalik to?
- P : Hu'umm...
- S17 : Jadi balik...
- P : Oh gitu...
- S17 : Jadi tadi salahnya karena setengah x itu harusnya per setengah x, terus nggak boleh dipisah ya?
- P : Iya nggak boleh dipisah, tetep harus jadiin satu sama sini. Nomer 3, salahnya ini kamu udah langsung masukin x nya sama dengan 2.
- S17 : Iya abisnya saya nggak tahu harus digimanain...
- P : Jadi langsung masukin x-nya sama dengan 2
- S17 : Iya x-nya diganti 2
- P : Nomer 4, emm... Ini kemarin ini gimana? Ini jadi satu ini
- S17 : Iya jadi satu, ini juga jadi satu.
- P : Sin 4x per 3x ditambah sin 2x per cos x, kamu inget disini kan satu kesatuan
- S17 : Iya satu kesatuan
- P : Kalau ini kamu sin 4x dibagi 3x cos x itu masih boleh tapi kalau ini cuma 3x ini nggak boleh
- S17 : Berarti ini 4x per 3x cos x terus ini sin 2x sendiri gitu?
- P : Enggak... tetep sin 2x per 3x cos x
- S17 : Oh... jadi ini boleh dipakai buat dua-duanya?
- P : Iya, karena kan kayak pecahan kan
- S17 : Oh kayak penyebut
- P : Ho'oh... penyebutnya, gitu terus ini jadi ini sendiri ya... ditambah ini disini sin 2x, 2 sin x cos x sebenarnya bener penalarannya sampai sini terus cos-nya kamu coret.. ya bener sih...
- S17 : Boleh?
- P : Boleh... karena dari awal kamu salah jadi sampai sini juga salah. Sebenarnya ini juga boleh dicoret seperti ini. Terus dari sini kamu masukin x-nya ya?
- S17 : Iya
- P : Oke... Tapi sekarang tahu salahnya dimana ya...
- S17 : Tahu tahu tahu...
- P : Nomer 5, ini jadi sin 1- 2 sin kuadrat x itu,
- S17 : Ini harusnya jadi setengahengah x, eh 1, 1-sin kuadrat setengahengah x

P : Satu dikurang dalam kurung
 S17 : Iya, satu dikurang dalam kurung
 P : Satu dikurang 2
 S17 : Eh dua
 P : Satu dikurang 2 sin
 S17 : 2 sin kuadrat setengahengah x
 P : Oke, ini bener. Ini berarti kamu salah disini. Lupa cos x-nya ya?
 S17 : Iya...
 P : Kamu nggak masalah disininya kan?
 S17 : Iya
 P : Oke, terima kasih...
 S17 : Terima kasih mbak...

Transkrip hasil wawancara dengan siswa S14

P: Peneliti

S14: Siswa nomer absen 14

P : Nomer 1
 S14 : Hu'um...
 P : Ini kamu pakai cara cepet ya?
 S14 : Iya
 P : Jadi saya kurang skornya ya... harusnya 20 jadinya 18. Tapi tahu nggak caranya sekarang?
 S14 : He'eh... yang kayak tadi itu kan?
 P : Iya, berarti dikalikan...
 S14 : Dikalikan 2x, eh ini sin 2x per 2x terus sin 5x per 5x, terus supaya jadi bentuknya sama jadi dikalikan 2 per 5
 P : Oke sip... Nomer 2, ini kemarin kamu gimana? Kamu dari satu dikurang cos 2x menjadi negatif 2 sin kuadrat x itu gimana?
 S14 : Itu, kan kemarin, gimana sih aku kemarin? Kan aku ngerjain soal yang di LKS itu,
 P : Hu'um...
 S14 : Terus pas lihat soalnya kan soal pertamanya dalam bentuk ini tapi aku dapat hasil akhirnya pokoknya yang ini ni 2 sin kuadrat x
 P : Kamu ubah darimana?
 S14 : 1 - cos kuad eh satu - cos 2x
 P : Hu'um...
 S14 : Terus diubah-ubah tapi aku lupa caranya terus dapat ini
 P : Hu'umm, tapi tahu salahnya dimana?
 S14 : Disini..
 P : Negatifnya yaa... harusnya dia positif karena negatif dikalikan negatif dia positif
 S14 : Positif
 P : x tan x, x tan setengahengah x-nya bener, nah dari sini kesini, min dua nya kamu keluarkan sendiri, hu'um... terus disini sin kuadrat x tapi disini kok cuma sin x?

- S14 : Soalnya ini sin-nya kan jadi ini kan $\sin x \sin x$ terus apa sih itu kemarin kalau nggak salah $\sin x$ per $\tan x$ nya tu jadiin satu
- P : $\sin x$ per,,
- S14 : per $\tan$
- P : per x ini?
- S14 : He'eh...
- P : $\sin x$ per x jadinya satu?
- S14 : He'eh...
- P : Oh, tapi kamu tahu nggak bedanya $\sin$ kuadrat x sama $\sin x$ kuadrat?
- S14 : Kalau $\sin$ kuadrat x itu berarti $\sin x$ kali $\sin$ kuadrat x , berarti dia misalnya kayak $\sin 30$, $\sin 30$ dulu terus hasil dari $\sin 30$ baru dikuadratin
- P : Iya, berarti $\sin x$ dikali $\sin x$ kan, kalau $\sin x$ kuadrat berarti dia $\sin x$ -nya dikuadratin dulu. Oke, hu'um... sampai sini tangen-nya kamu ubah jadi $\sin$ per $\cos$?
- S14 : Iya...
- P : Jadi kamu salahnya disini yaa,
- S14 : Iya
- P : Sama disini
- S14 : Hu'um
- P : Terus dari sini kesini kamu pakai cara apa?
- S14 : Ini dikali balik
- P : Oh kamu kali balik, oke jadi $\cos$ setengah x kali $\sin$... $\sin$ -nya kamu coret sama?
- S14 : Sama ini
- P : Kenapa?
- S14 : Kan ini kan sama
- P : Beda, ini $\sin$ setengah x sama $\sin x$, harusnya dia ga bisa dicoret. Kalau ini $\sin$ setengahengah x oke dia masih bisa dicoret, tapi kalau disini $\sin x$ eh
- sin-nya ini kamu salah nulis ni
- S14 : Oh iya...
- P : Sudah tahu salahnya nomer 2 ya...
- S14 : He'eh... Iya...
- P : Nomer 3 ini kamu njabarinnya bener jadi $\cos \pi$ kali x min 2 per $\tan 2 \pi$ kali x kurang 2 tapi kamu salahnya berarti ini ya...
- S14 : Ga boleh dicoret
- P : Ga boleh dicoret karena dia sudut
- S14 : Sudut iya
- P : Oke selengkapnya sih nggak masalah, terus nomor 4, $\sin 4x$ ditambah $\sin 2x$
- S14 : Itu langsung
- P : Langsung jadi $\sin 6x$. kenapa? Karena sama sama sinus?
- S14 : Lupa rumusnya
- P : Oh lupa rumusnya, oke... aku pikir karena ini sama-sama $\sin$ jadi kamu cuma nambahin ini. Lupa rumusnya yaaa
- S14 : Iya

- P : Nomer 5, nomer 5 gmn? $\sin 2x$ kamu ubah jadi $2 \cos$ kuadrat x kurang 1
 S14 : Hu'um...
 P : Padahal kalau $\sin 2x$ itu jadinya...
 S14 : $\cos$ kuadrat x min $\sin$ kuadrat x
 P : Enggak, kalau $\sin 2x$ itu jadinya $2 \sin x \cos x$
 S14 : Oh...
 P : Iya nggak? $2 \sin x \cos x$ jadinya . Kamu kan disini $1 - \cos x$ tetep diatasnya
 S14 : Berarti kalau ada soal kaya gini tu mending yang diubah $\cos$ -nya ya?
 P : Iya mending $\cos$ -nya
 S14 : Hmmm iya iya...
 P : Yang ini selengkapnya ga masalah, oke terima kasih...
 S14 : Iya...

Transkrip hasil wawancara dengan siswa S5

P: Peneliti

S5: Siswa nomer absen 5

- P : Nomer 1 bener yaa
 S5 : Hu'umm...
 P : Oke lanjut nomer 5. Ini kamu merubahnya gimana?
 S5 : Aku ngubahnya satu-satu
 P : Heeh, satunya kamu ubah
 S5 : Ini diubah kesini
 P : Satunya kamu ubah jadi $\sin$ kuadrat $x + \cos$ kuadrat x oke nggak papa. Terus $\cos x$ -nya kamu ubah jadi?
 S5 : Ini
 P : Satu min $\sin$ kuadrat x
 S5 : x
 P : Lupa atahu?
 S5 : Lupa sih mbak
 P : Lupa, harusnya kan kalau $\cos x$ berarti
 S5 : 2 ya eh min 1 iya bukan?
 P : Disini satu dikurangi 2
 S5 : Min $\sin$
 P : Udah nggak pakek min. Berarti 1 dikurang 2 $\sin$ kuadrat setengah x
 S5 : Ohh berarti setengahnya yaa..
 P : Iya, terus yang bawah x dikali $\sin 2x$ kamu kok bisa merubah jadi $2 \cos$ kuadrat x itu gimana?
 S5 : Ngawur mbak, soalnya aku nggak dong, yang bawahnya. Soale aku tu biasanya bisa atasnya terus bawahnya nggak bisa, terus nanti nggak bisa ngitungnya.. Itunya tu bisa, ngerti tu lho cara-caranya gini gini gini.
 P : Terus yang ini kamu sinusnya...
 S5 : Dicoret
 P : Dicoret... ini x -nya dari mana? ini?
 S5 : Enggak

- P : Atahu dari mana?
- S5 : Ini, x yang sini
- P : Oh cos kuadrat x ini ya dikurangi satu dikurangi satu. Berarti kamu salahnya disini yaa. Sin 2x itu harusnya... kalau kamu mau ubah sin 2x itu jadinya apa?
- S5 : Sin 2x tu yang pakek itu bukan sih yang pemecahan rumus itu bukan?
- P : Hu'um, jadinya 2 sin x...
- S5 : Cos x
- P : Nah itu..
- S5 : Oh hu'um hu'um, oh berarti kalau ada x sin kuadrat x ini yang sin 2x-nya itu yang dijabarin itu yang pakek rumusnya itu?
- P : Hu'um itu juga bisa, yang atasnya cos x kamu jabarin juga bisa
- S5 : Oh hu'um hu'um
- P : Terus yang nomer 2, ini kamu yang dijabarin yang mana?
- S5 : Satu sama cos 2x nya
- P : Hu'um, satunya jadi
- S5 : Itu
- P : Ini, cos 2x nya jadi ini, nah yang bawahnya tangen setengah x kenapa jadinya cos kuadrat x dikurang dua?
- S5 : Eh enggak mbak, jadi ini tu ku ituin satu satunya dulu,
- P : Hu'um
- S5 : Jadi kujabarin satunya terus hasil yang ini sama yang ini tu yang ini terus baru kumasukin cos 2x min dua
- P : Oh ini masih penjabaran yang atas?
- S5 : Hu'umm
- P : Oh gitu
- S5 : Hu'um
- P : Ini jadinya cos 2x dikurang 2. Ohh yayaya, nah cos 2x itu kamu ubah jadi apa ini?
- S5 : 1- 1 sin 2x
- P : Kok bisa begitu?
- S5 : Aku tu lupa rumusnya pemecahan cos 2x tu lho mbak
- P : Oh gitu, harusnya kalau cos 2x itu jadinya...
- S5 : Sin... sin 2x
- P : Satu
- S5 : Min
- P : He'eh dua
- S5 : Sin
- P : Kuadrat
- S5 : Kuadrat x
- P : Kalau cos 2x itu jadinya...
- S5 : Satu min 2 sin kuadrat x
- P : Yang ini sudah kamu masukin x nya sama dengan nol ya?
- S5 : Iyaa
- P : Tahu salahnya yaa
- S5 : Iyaa

- P : Nomer 4, ini kamu merubahnya bener. Tapi kamu tahu nggak salahnya dimana?
- S5 : Enggak
- P : Karena disini tu pecahan, ini nggak boleh dicoret sama ini kecuali kalau disini ada $\cos x$ juga dia bisa dicoret
- S5 : Ohh kalau depannya ada $\cos x$
- P : Iya
- S5 : Terus ini sama depannya
- P : Jadi ini $\cos$ sama $\cos$ disini juga sama $\cos$ lagi bisa, tapi kalau cuma satu kayak gini dia nggak boleh. Karena kalau kamu mau merubah pecahannya jadi $2 \sin 3x$ per $3x \cos x$ ditambah $\cos x$..
- S5 : Per $\cos x$
- P : Per ini, tetep $3x \cos x$. Jadi penyebutnya tetep terus atasnya yang beda. Gitu yaa...
- S5 : Oh iya mbak..
- P : Tahu salahnya yaa, jadi ini nggak boleh langsung dicoret
- S5 : Iyaa
- P : Terus nomer 3
- S5 : Nomer 3 nggak tahu mbak
- P : Nggak tahu, sudah langsung kamu masukin x -nya ya?
- S5 : Iya mbak
- P : Oke terima kasih...

Transkrip hasil wawancara dengan siswa S1

P: Peneliti

S1: Siswa nomer absen 1

- P : Enggar ya panggilannya?
- S1 : Hu'um
- P : Kamu, menurutmu kemarin dari garapanmu ini untuk nomor 1 sudah bener ya cuma skornya kurang maksimal. Yang nomer 2 ini menurutmu salahnya dimana?
- S1 : Semua
- P : Semua?
- S1 : Hu'umm
- P : Mulai salahnya darimana?
- S1 : Ini
- P : Sini?
- S1 : Iya
- P : Terus kok kemarin kok kamu bisa tiba tiba ketemu 1 dikali 1 min $2 \sin x$ dan selanjutnya ini. Dari $1 - \cos 2x$ yaa. Kenapa kok kamu bisa merubah kesini?
- S1 : Nggak tahu mbak
- P : Nggak tahu, kemarin tiba tiba dapet
- S1 : Dapat itu wahyu mungkin
- P : Kok bisa? Apa ngarang atau..

- S1 : Nggka tahu mbak, ga tahu cuma bilang satu min 2 sin x
P : Dapet dari?
S1 : Nggka tahu
P : Nggak tahu, tiba tiba dapet wahyu gitu aja. Nah terus dari sini kesini, td kan katanya taiba tiba
S1 : Aku ga dong soalnya
P : Nggak dong, nggak dongnya dimana sih?
S1 : Ya kalau misalnya udah trigonometri kan suruh definisi cos dan sin gitu kan udah nggak dong
P : Identitas trigonometrinya yang nggak dong?
S1 : Hu'um
P : Terus, dari sini kesini
S1 : Hu'um
P : Kenapa limit ini langsung jadi x tan setengah x?
S1 : Karena yang atas habis semua
P : Yang atas habis semua? Habis nya dimana
S1 : Di ini sama sininya
P : Ohh berarti kamu yang kemarin dari sini langsung jawab aja ini gitu,
S1 : Hu'um
P : Terus dimasukin x-nya nol?
S1 : Hu'um
P : Harusnya kan kalau x nya nol, tan nol kan nggak setengah to hasilnya? Haaaa berarti sulitnya karena kamu...
S1 : Nggak tahu identitas trigonometrinya, sama caranya kayak gimana sama materinya, konsep awalnya tu belum dong sama sekali.
P : Umm perubahan-perubahannya tu kamu belum dong?
S1 : Dasarnya, kalau dasarnya konsepnya kalau di fisika itu kan ada rumus-rumusnya tu mbak
P : Hu'um
S1 : Kalau misalnya belum tahu dasar-dasarnya dapet dari mana aja aku nggak tahu
P : Nggak tahu, oke.. terus nomer 3 menurutmu salahnya dari mana?
S1 : Yaa dari ini juga
P : Dari ini juga, ini yaa...
S1 : Hu'um
P : Langsung jadi tan 2x, harusnya kan ini jadi tan 2 pi x dikurangi 4 pi itu kan satu kesatuan jadi ga boleh di
S1 : Dikurangi
P : Iya ga boleh dipencar-pencar, nah tadi kan sudah dijelaskan to sama Mbak Betty
S1 : Hu'um
P : Jadi ini kan sudutnya jadi nggak boleh dipisah-pisah jadi tan 2 pi x dikurangi tan 4 pi. Jadi mulai salahnya dari sini. Sulitnya juga sama?
S1 : Iya
P : Nggak dong?
S1 : Iya, pokoknya dari masuk limit fungsi trigonometrinya itu aku belum

- dong sama sekali
- P : Berarti kalau trigonometrinya dari dulu sudah dong?
- S1 : Enggak, nggak tahu
- P : Jadi dasar trigonometrinya...
- S1 : Udah lupa mbak..
- P : Udah lupa, okeee
- S1 : Kayaknya aku kalau nggak ada kayak pandangan kayak rumus-rumus dasar-dasar kayak gini tu aku nggak tahu masuk-masukin juga,
- P : Kamu sering latihan nggak?
- S1 : Tergantung pelajarannya mbak
- P : Kalau matematika?
- S1 : Jarang
- P : Jarang? Nggak pernah garap-garap sendiri?
- S1 : Liat aja tu udah...
- P : Males?
- S1 : He'eh
- P : Nomer 4 , salahnya dari sini juga yaa
- S1 : Jelass hehe
- P : Ini juga dapat wahyu tiba tiba, liat ini sih,
- S1 : He'eh yang depan ini juga kok sebenarnya
- P : Berarti semuanya kamu lihat ininya yang nempel sama x nya itu
- S1 : He'eh
- P : Terus kamu jabar-jabarin? Tiba-tiba ketemu...
- S1 : Enggak juga sih soalnya kan kalau waktu dijabarin tinggal depannya aja terus dicoret coret coret...
- P : Emmm, nomer 5?
- S1 : Sama juga
- P : Sama juga, jadi kesulitanmu itu karena kamu...
- S1 : Nggak bisa njabarin
- P : Nggak bisa njabarin, jadi identitas trigonometrinya lupa
- S1 : He'eh
- P : Nggak hafal?
- S1 : Sama sekali
- P : Nggak hafal rumusnya?
- S1 : He'eh
- P : Okeee terima kasih

Transkrip hasil wawancara dengan siswa S4

P: Peneliti

S4: Siswa nomer absen 4

- P : Halooo...
- S4 : Halooo...
- P : Kamu...
- S4 : Victoria Maharani Devi
- P : Victoria Maharani Devi, oke ini hasilnya...

- S4 : Udah tahu
P : Udah tahu yaa? Nomer 1 sudah bener,
S4 : He'eh
P : Terus yang nomer 2. Menurutmu kamu salahnya mulai dari yang mana?
S4 : Mulai dari sini
P : Dari mana?
S4 : Sini
P : Dari sini
S4 : He'eh
P : Dari sini kesini, nahh salahnya disini kan?
S4 : He'eh
P : kenapa kamu langsung masukin x-nya?
S4 : Soalnya bingung nggak tahu mau diapain lagi
P : Nggak tahu mau diapain lagi?
S4 : He'eh
P : Hmmmm
S4 : Kan ini ternyata dijabarin, terus habis itu apa hubungannya sama tan itu
saya nggak tahu
P : Ohh sekarang sudah tahu?
S4 : Tan-nya habis itu oh habis itu terus dikali setengah- setengah itu ya?
P : He'eh
S4 : Sudah sekarang sudah tahu
P : Sudah tahu salahnya yaa
S : He'eh
P : Kemarin kenapa sih bisa ngerjain seperti ini langsung dijabarin kesini ?
S4 : Soalnya aku itu apa udah bingung banget tu lho nggak tahu apa
hubungannya sin sama tan terus abis itu aaahhh udah lah nggak tahu lagi
P : Langsung?
S4 : He'eh
P : Jadi ngarang gitu?
S4 : He'eh
P : Tapi kalau dari sini sampai sini kamu sudah paham?
S4 : Hehehehe
P : Sudah paham yaa
S4 : Iyaa
P : Oke
S4 : Terus nomer 3, salahmu berarti mana?
P : Ininya nggak saya faktorin dari awal
S4 : Dari awal nggak difaktorin. Tapi kenapa kemarin kamu bisa ngerjainnya
kayak gini? Dari sini terus bisa langsung kesini?
P : Nah itu tan-nya saya jabarin jadi sin 2 gitu langsung aaah sudah bingung
S4 : Tangen-nya jadi ini yaa
P : Heeh
S4 : Heeh terus abis dari sini terus kesini
P : Ininya dinaikin ke atas yaaa?
S4 : Iya dinaikin ke atas

- P : Kalau ini dinaikin ke atas, kan jadinya kaya gini yaa
- S4 : Iya itu kayaknya salah
- P : Hmmm sekarang sudah tahu salahnya dimana?
- S4 : He'eh, pi nya itu nggak saya keluarin
- P : Terus lenapa kok kemarin ngerjainnya kayak gini?
- S4 : Ya bingung nggak tahu mau diapain lagi, hubungannya $\cos$ sama $\tan$ itu saya cuma tahu $\tan$ itu $\sin$ per $\cos$. Iya udah
- P : Cuma tahu itu?
- S4 : He'eh
- P : Jadi untuk kayak yang x per $\sin x$ sama x per $\tan x$ nya... lupa?
- S4 : Lupa, pokoknya yang rumus rumus yang $\sin x + \sin x$ sama kalau nggak rumus kuadrat untuk dua dua $x \cos 2x$ sama dengan apa gitu
- P : Identitas trigonometri?
- S4 : He'eh identitas trigonometri itu aku lupa semua
- P : Lupa semua?
- S4 : He'eh jadinya bingung mau diapain
- P : He'eh, nomer 4 salahnya mulai dari? Mana?
- S4 : Nomer 4... Dari sini, soalnya ada ini ini nya lupa
- P : Harusnya kan dijabarinnya ya..
- S4 : He'eh, nah tapi ini sudah lupa rumusnya to...
- P : Udah lupa rumus jadinya..
- S4 : Iya
- P : Kenapa kok tiba tiba dari sini kesini?
- S4 : Soalnya bingung
- P : Bingung terus nggarapnya dapat wahyu atau
- S4 : Hehehe ngawur.. lha rupa rumusnya tu lho ya sudah
- P : Hmmm yang penting digarap. Okeeee Nomer 5?
- S4 : Nomer 5 juga
- P : Nggak ada bayangan? Ya jadinya selain bingung mana yang mau dijabarin,
- P : He'eh
- S4 : Juga lupa rumusnya
- P : Identitasnya yaa?
- S4 : He'eh
- P : Karena nggak tahu harus dibawa kemana yaa
- S4 : He'ehh dibawa kemana
- P : Berarti secara keseluruhan kamu kesulitannya karena...
- S4 : Pilih yang dijabarin yang mana terus sama rumusnya yang mana.
- P : Rumus mana yang mau dipakek, dan rumusnya itu juga lupa
- S4 : He'ehh
- P : Okeeee
- S4 : Sama itu tu ternyata ada yang masih bisa disederhanain tapi nggak saya sederhanain gitu juga sih kadang kadang
- P : Kamu di rumah suka belajar sendiri nggak sih? Ngerjain soal soal gitu
- S4 : Di rumah enggak e mbak soale penuh acaranya
- P : Berarti di rumah jarang ngerjain soal-soal gitu?

S4 : Nggak les juga
P : Nggak les juga, okeee terimakasih...

Transkrip hasil wawancara dengan siswa S11

P: Peneliti

S11: Siswa nomer absen 11

P : Halooo Ani ini hasilnya yaa... nomer 1 sudah bener semuanya terus nomer 2 salahnya dari mana kalau menurutmu? Salahnya darimana?

S11 : Dari sini

P : Ini kan sudah bener yaa, sampai sini sudah bener, nah disini kenapa kok tiba tiba langsung dimasukin 0, x mendekati 0 nya?

S11 : Nggak hafal rumusnya mbak

P : Nggak hafal rumusnya, rumus apa?

S11 : Masih bingung yang dikali kaliinnya itu lho,

P : Emmm

S11 : Soalnya kan waktu itu sama Buk Yohana tu dijelasinnya tu cepet tu lho

P : Emmm jadi belum paham. x per sin x sama dengan 1 yang kaya gitu itu belum dong? Terus berarti kamu kenapa alasannya langsung masukan x nya nol?

S11 : Ya karena udah nggak tahu lagi

P : Sudah buntu gitu yaa?okee yang nomer 3 dulu. Salahnya darimana lagi kalau menurutmu?

S11 : Ya langsung masukan x-nya mbak

P : Langsung masukan x-nya yaa... kenapa? Kenapa kamu langsung masukan x-nya?

S11 : Bingung ngurainnya

P : Njabarinnya bingung yaa jadinya langsung udah lah langsung masukan 0 nya gitu

S11 : He'ehh

P : Identitas trigonometrinya sudah bisa belum? Misalnya $\cos 2x$ itu sama dengan apa

S11 : Nggak hafal mbak

P : Hmmm nggak hafal

S11 : Susah hafalinnya

P : Hmmmmmm terus berarti kemarin langsung ajalah karena nggak bisa masukan 0 gitu?

S11 : He'eh

P : Okeee, terus yang nomer 4. Salahmu disini yaaa

S11 : Iyaa

P : Kenapa e kemarin dari $\cos x$ jadi 1 per $\cos x$?

S11 : Nggak tahu lupa mbak

P : Lupa? Apa kemarin kurang teliti apa gimana? Ini kan udah jelas dari $\cos x$ terus jadi 1 per $\cos x$, gimana?

S11 : Nggak tahu mbak lupa mbak

- P : Lupa? Lupa.. kemarin berarti tiba tiba aja udah lah jadi kayak gini gitu yaa
- S11 : He'eh
- P : Terus yang nomer 5, nah salahnya apa?
- S11 : Soalnya nggak tahu, yang bawahnya nggak tahu
- P : Nggak tahu merubah ini ya merubah $1 \pm 2 \cos$ kuadrat x nya berarti identitas nggak tahu
- S11 : Nggak hafal
- P : Nggak hafal jadinya terus ngawur ngawur. Jadi untuk limit ini secara keseluruhan kesulitan yang kamu alami itu apa aja?
- S11 : Hafalin rumusnya,
- P : Hafalin rumusnya
- S11 : Terus mengurain rumusnya ntar mau pakai yang mana
- P : Oh jadi belum jelas nanti itunya mau dibawa kemana? Pilih yang mana gitu ya rumusnya..
- S11 : He'eh
- P : Terus? Itu aja?
- S11 : Iya
- P : Kalau di rumah suka belajar belajar lagi nggak?
- S11 : Enggak
- P : Berarti belajar matematikanya cuma di sekolah aja?
- S11 : Ya kalau ada tugas ya belajar lagi
- P : Baru belajar, berarti jarang gitu ngerjain soal sendiri?
- S11 : Iyaa
- P : Oke terimakasih Ani....

Transkrip hasil wawancara dengan siswa S16

P: Peneliti

S16: Siswa nomer absen 16

- P : Ini nomer 1 kan sudah bener tu, dapet 65. Harusnya ini berapa? $\sin 2x$ to? Kok bisa $\sin x$? kurang nulisnya atau langsung ditaruh depan?
- S16 : Langsung di depan hehe.
- P : Tapi dah ngerti kan?
- S16 : Udah.
- P : 2 nya di depan, 5 nya juga di depan. Terus nomer, langsung nomer 5 to ngerjainya?
- S16 : Iya.
- P : Nomer 5 dulu? Oyaudah. Nomer 5, $1 - \cos x$, kenapa bisa $1 - \sin x$?
- S16 : Kayaknya salah rumusnya deh.
- P : Nggak tahu identitas?
- S16 : Iya nggak tahu.
- P : Nggak hafal?

- S16 : Iya.
- P : $1 - \cos x$ itu berapa nggak tahu?
- S16 : Nggak hafal, lupa.
- P : Tapi sudah tahu to?
- S16 : Iya. Sudah.
- P : Yang diubah apa ini berarti?
- S16 : Yang atas.
- P : $\cos x$?
- S16 : Iya.
- P : Diubah? Jadi?
- S16 : Jadi...
- P : 1-
- S16 : $1 - \sin^2 x$ kuadrat $\frac{1}{2} x$
- P : Udah tahu to? Misal ya, penyebutnya tetep to?
- S16 : Iya.
- P : Terus nomer 4. Nomer 4 angka pertama sudah bener tu. Kenapa $\sin 4x$ -nya bisa dirubah jadi $4 \sin x$? Lupa rumus lagi?
- S16 : Iya lupa rumus.
- P : Yang ini sudah bener ini.
- S16 : Sama ya berarti ini harusnya?
- P : Iya.
- S16 : Berarti $4 \sin x$, $\sin x$
- P : $4 \cos x$, $\cos 2x$ kan berarti.
- S16 : Oya $\cos 2x$.
- P : Ini kan $\sin 2$ kali $2x$. dong gak? $4x$ kan 2 kali $2x$ kan? Lah kamu kan udah ketemu $\sin 2x$ itu $2 \cos x \sin x$, berarti kalo kamu mengubah $\sin 4x$, jadinya?
- S16 : 2 eh ...
- P : $2 \cos 2x$, $\sin 2x$. pake cara yang awal aja tadi.
- S16 : Jawabannya bener nggak tapi?
- P : Nomer berapa? 4 ya? Lah tapi jawabannya bener e. dari mana ini? Ini kesini. $\cos x$ nya langsung kamu coret ya? Trus yang ini? Langsung kamu coret juga. $2 \sin x$ per $3x$. kalo misalnya ini? $\sin 4x$ nya kamu rubah berarti kan, $2 \cos 2x - 2x$ kan?
- S16 : Iya.
- P : Gimana caranya? Kan berarti $\sin 4x$ nya kan berarti $2 \sin 2x \cos 2x$ to?
- S16 : Berarti kan per berapa?
- P : $3x \cos x$ ----- bilang bareng". $3x \cos x$, berarti jadinya berapa?
- S16 : Hmmm. Bingung aku.
- P : Tinggal diambil 2 sama?

- S16 : Tinggal diambil 2
 P : Ini bisa diambil langsung kan, 2 kali 2 per 3 kali 2. Disini tutup kurung.
 S16 : Iya.
 P : Emang bisa limit $f(x)$ ditambah, misalnya ini $f(x)$ ya, ini $g(x)$. Bisa dipisah po?
 S16 : Nggak bisa ya mbak?
 P : Nggak bisa. Berarti gimana? Harus ngerubah sin $4x + 2x$ nya itu. Pake
 S16 : Cara yang tadi itu. Yang 2 sin setengah jumlah cos setengah jumlah, eh selisih. Iya to? Diingat-inget. Terakhir nomer..., nomer 2 udah bener ya?
 S16 : Iya.
 P : Trus nomer 3, salahnya dimana itu?
 S16 : Nggak tahu aku. Sampe sini..
 P : Oh dicoret mesti
 S16 : Hahaha
 P : Nggak boleh kan?
 S16 : Nggak boleh.
 P : Berarti harus tetep ...
 S16 : Dijabarin, $x - 2$
 P : Udah tahu salahnya dimana? Kesulitannya apa dari semuanya?
 S16 : Nomer 1 lupa rumus, nggak hafal rumus.
 P : Terus apa lagi? Bingungnya dimana?
 S16 : Ngerubahnya. Ya itu sih, nggak hafal rumus sih.
 P : Awalnya kan tetep gak hafal rumus ya.
 S16 : Iya. Trus ngerubahnya.
 P : Tapi jalan seterusnya bisa kok kamu.
 S16 : Iya.
 P : Ya, sudah.

Transkrip hasil wawancara dengan siswa S10

P: Peneliti

S1: Siswa nomer absen 19

- P : Sudah tahukan dapat hasil 66 waktu ulangan kemarin?
 S19 : Baru tahu ini.
 P : Nomor satu ini salahnya dimana?
 S19 : tahu mbak, disini seharusnya 5.
 P : kenapa kamu menulis 2?
 S19 : iya gitu mbak, gak tahu...
 P : kurang konsen ya mengerjakannya. Terus nomor 2, salahnya dimana?
 S19 : Ini bener to mbak?
 P : bener tapi bisa langsung dapat 2 sama per setengah itu darimana?

- S19 : aku langsung mbak ngerjainnya pakai cara cepat.
P : bisa dapat begitu darimana?
S19 : ya langsung diambil aja 2 sama per setengah itu.
P : tapi sudah mengerti to untuk dapat hasil langsung itu?
S19 : sudang dong mbak.. tapi kalo cara penjabarannya itu bagaimana ya mbak?
P : ini kan sin kuadrat x kan, jadi bisa juga ditulis sin x kali sin x per $x \tan \frac{1}{2}x$.
jadi limis sin x per x dan sin x per $\tan \frac{1}{2}x$.
S19 : tapi jawabanku bener to mbak?
P : iya bener tapi harus dengan cara penjabarannya. Lalu nomor 3...
S19 : lah ini mbak yang aku ngeyel, ngerjainnya juga asal aja.
P : kenapa bisa asal? Langkah pertama dan kedua sudah bener. Langkah ketiganya langsung coret sin dan sin. Kenapa?
S19 : udah blank mbak, udah bingung ngerjainnya.
P : ini nomer terakhir yang dikerjain ya?
S19 : iya mbak, paling sulit ini nomer 3.
P : kenapa bisa mengerjakannya begitu?
S19 : di langkah ini aku tidak tahu cara penjabarannya. Udah bingung jadi sin dan sin langsung dicoret. Dan sin ini dan ini juga langsung di coret.
P : nah disitu kan sin dan sin seharusnya tidak boleh dicoret . seharusnya bagaimana?
S19 : ini mbak, tannya di ubah menjadi $\tan 2\pi(x-2)$.
P : iya benar dan seterusnya dapat dicari dengan dijabarkan. Udah taukan caranya sekarang, jadi sin nya tidak boleh dicoret ya. Lalu nomer 4, kenapa bisa mendapat hasil seperti ini?
S19 : penjabaran dari sin tan x itu berarti satu min dua eh dua sin kuadrat 2x.
P : itu sin 2x atau cos 2x?
S19 : itu.... Cos mbak
P :iya cos kan.
S19 : oh ini harusnya pakai sin plus sin itu ya?
P : iya bener. Berarti bagaimana?
S19 : berarti dua sin a plus b per dua cos setengah a min b per dua.
P : iya begitu
S19 : iya mbak itu yang aku tidak tahu.
P : berarti km kurang paham rumusnya?
S19 : iya lupa identitasnya. Soalnya baru di kasih materi satu hari dan langsung ulangan.
P : tapi jawabannya bener loh ini. Itu dari mana?
S19 : iya mbak pakai cara cepet soalnya aku les jadi kalau PG tu tinggal liat ini

berarti dua kuadrat plus dua per tiga.

P : iya karena ini satu juga kan? Iya bisa si sebenarnya. Kalau misalnya pilihan ganda itu boleh tapi karena ini uraian jadi harus ada penjabarannya.

S19 : iya. Ini jumlahnya berapa to mbak kalau benar?

P : kalau benar dapat 20. Lalu nomor 5, kenapa bisa $1 - \cos x$ jadi $2 \sin x$.

S19 : aku gak pakai satu min itu tapi langsung.

P : nah kalau $\cos x$ itu bisa diubah jadi apa?

S19 : satu min dua sin kuadrat setengah x . ya ini salah mbak..

P : jadi dah tau kan salahnya dimana dan benarnya gimana?

S19 : iya mbak sudah tahu.

Transkrip hasil wawancara dengan siswa S20

P: Peneliti

S20: Siswa nomer absen 20

P : Sudah tahu kan dapet nilai ulangannya berapa?

S20 : Belum, baru tahu ini mba. Belum tuntas dapet 52.

P : Nomor satu sudah bener caranya. Nah lanjut ke nomer 2, langkah pertama dan kedua itu sudah benar. Tapi langkah ketiga kenapa bisa dapat seperti itu? Betulnya bagaimana?

S20 : iya mbak, ga tau penjabarannya, apakah diubah atau digimanain.

P : harusnya seperti apa untuk langkah ketiga?

S20 : nah kan nanti $2 \sin x$ kuadrat x terus jadi dua $\sin x$ $\sin x$ dibagi $\tan \frac{1}{2}x$, terus nanti duanyasendiri terus $\sin x$ dibagi x nya dan $\sin x$ dikali x dibagi x dan $\tan \frac{1}{2}x$ juga dikali $\frac{1}{2}x$ dan dibagi $\frac{1}{2}x$ supaya nanti hasilnya

P : terus bagaimana ?

S20 : $\sin x$ dibagi x jadi satu lalu $\sin x$ dibagi x jadi satu dan $\frac{1}{2}x$ per $\tan \frac{1}{2}x$ jadi satu jadi tinggal dua kali 1 dikali 1 dikali sepersetengah.

P : berarti hasilnya bagaimana?

S20 : dua dibagi setengah jadi 4.

P : nah ini kenapa bisa waktu km ngerjainnya kemarin dapat $2 \sin x$ kali $\cos \frac{1}{2}x$? dapat dari mana? Apa karna kamu mengubah $\tan \frac{1}{2}x$?

S20 : kan ini aku mengubah $\tan \frac{1}{2}x$ kan jadi $\sin$ per $\cos$ jadi supaya sin kuadratnya bisa dicoret terus tinggal $\cos$ nya.

P : tapi kan ini beda yang satu $\sin x$ dan yang satu $\sin \frac{1}{2}x$ to? Beda to?

S20 : iya mbak..

P : sudah tahu kesalahannya to?

- S20 : iya sudah mbak.
- P : Sekarang nomer 3, langkah awal sudah benar, langkah kedua kenapa bisa begitu? Salahnya dimana untuk langkah kedua?
- S20 : aku langsung coret gitu
- P : lah ini kan 2π dan $\tan(x-2)$ kan ga boleh dipisah to? Ini kan maksudnya sudut jadi tetap mengikuti $\tan$.
- S20 : iya mbak
- P : sudah tahu kan salahnya dimana?
- S20 : iya sudah mbak.
- P : nomer 4, langkah pertama sudah benar dan langkah kedua kenapa bisa begitu? Kemarin cara mengerjakannya bagaimana?
- S20 : soalnya kemarin aku lupa rumusnya pakai sin ini jadi saya cumn pikir cara bagaimana supaya bisa coret coret sin $4x$ itu jadi hanya itu.
- P : berarti kurang mengerti rumusnya?
- S20 : iya mbak. Jadi saya langsung ini ini dibagi ini tambah ini dibagi ini terus ini dikali $4x$ to.
- P : sebenarnya sudah bener si tetapi kurang dikalikan $4x$ per $2x$. tetapi tetap harus pakai rumus sin ax plus sin bx tadi. Jadi sudah tahu salahnya?
- S20 : iya sudah tahu.
- P : nah nomer 5 sama, langkah pertama sudah bener tapi langkah kedua kenapa bisa begitu? Bagaimana prosesnya kamu mengerjakan?
- S20 : soalnya aku mau..
- P : ini pasti satu kamu ubah jadi sin kuadrat x plus cos kuadrat x ?
- S20 : iya lalu dikurang min cos x terus dipikiran saya itu saya mau coret sin x eh cos nya eh coret sin jadi sin eh bagaimana ya?
- P : ini kamu pindah kebelakang to?
- S20 : iya..
- P : terus bagaimana?
- S20 : iya mbak saya lupa kemarin caranya bagaimana.
- P : ini kan ada penjumlahan dan pengurangan kamu malah jadi perkalian to? Seharusnya tidak boleh dipisah to?
- S20 : iya mbak.
- P : kesalahannya apa disini?
- S20 : aku lupa rumusnya, aku juga kurang belajar, belum mengerti juga untuk trigonometri.
- P : nomer 1 sampai 5 yang paling menurut kamu susah nomer berapa?
- S20 : Nomer 4 atau 5 gitu kemarin.

Transkrip hasil wawancara dengan siswa S7

P: Peneliti

S7: Siswa nomer absen 7

- P : Nomer 1 sudah bener, langkah ini sampai ini sebenarnya tidak usah ada. Dari sini sampai sini aja. Terus nomer dua, kenapa kamu menjawabnya seperti itu?
- S7 : aku mikirnya tan kan sin per cos mbak, terus aku ubah aja tadi.
- P : ini sebenarnya sudah bener si $\cos 2x$ terus kamu ubah jadi satu min 2 sin kuadrat x.
- S7 : terus nanti diubah setengah kan kaya tadi?
- P : iya . $\tan \frac{1}{2}x$ ini perlu diubah ga?
- S7 : engga si mbak.
- P : terus kenapa kamu ubah?
- S7 : sudah ngeblank mbak.
- P : sudah tahu to salahnya dimana?
- S7 : iya mbak sudah.
- P : lalu nomer 3, ini bagaimana kamu mengerjakannya?
- S7 : iya ini salah mbak, tan nya aku ubah jadi sin per cos. Terus π nya ga aku keluarin jadi tetap dan dipisah tapi seharusnya gak bisa to mbak?
- P : iya gak bisa. Salahnya dimana? Nah ini 2π nya.
- S7 : iya ini 2π nya . sama yang di $\tan (2\pi x - 4\pi)$ nya aku salah.aku jadiin sin per cos, aku kira bisa dicoretin yang sama ini dan atasnya. Salah menerapkan rumus.
- P : nomer 4 sudah benar.
- S7 : oh ya sudah bener to mbak?
- P : iya, lalu nomer 5. Salahnya dimana?
- S7 : ini kurang dua. Terus aku kurang setengahnya, kan x satu setengahnya.
- P : iya, berarti keseluruhannya salahnya dimana?
- S7 : tan nya aku ubah semuanya jadi sin per cos. Dan menyederhanakan ini aku salah. Aku pasti salah di $\cos 2x$.
- P : berarti cara mengubahnya kamu yang salah.
- S7 : iya mengubahnya aku salah dan salah rumus.
- P : dari nomer satu sampai lima mana yang paling susah?
- S7 : nomer 5. Pertamanya gak dong sama soalnya, aku ubah-ubah ternyata salah penerapan rumusnya.
- P : kan sebenarnya sudah dapat to, di materi trigonometri?
- S7 : iya mbak, tapi sudah banyak yang lupa.

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Nama Sekolah : SMA Santa Maria Yogyakarta
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas / Program : XI (Sebelas) / IPA
Semester : Genap
Alokasi Waktu : 1 jam pelajaran (1 pertemuan)

I. Standar Kompetensi

6. Menggunakan konsep limit fungsi dan turunan fungsi dalam pemecahan masalah.

II. Kompetensi Dasar

- 6.1 Menjelaskan secara intuitif arti limit fungsi di suatu titik dan di takhingga

III. Indikator

1. Menjelaskan arti limit fungsi di suatu titik
2. Menjelaskan sifat-sifat yang digunakan dalam perhitungan limit
3. Menjelaskan arti bentuk tak tentu dari limit fungsi

Afektif

1. Karakter yang diharapkan
Kerja keras, kreatif, mandiri, demokratis, rasa ingin tahu, tanggung jawab.
2. Keterampilan Sosial
Bertanya, menyumbangkan ide atau pendapat, menjadi pendengar yang baik, komunikatif.

IV. Tujuan Pembelajaran

1. Menjelaskan arti limit fungsi di suatu titik
2. Menjelaskan sifat-sifat yang digunakan dalam perhitungan limit
3. Menjelaskan arti bentuk tak tentu dari limit fungsi

V. Materi Ajar

Pengertian limit fungsi melalui perhitungan nilai-nilai fungsi

VI. Metode Pembelajaran

Tanya jawab, diskusi kelas, diskusi kelompok.

VII. Langkah-Langkah Pembelajaran

No	Kegiatan	Alokasi waktu	Metode
Pertemuan 1: 1 x 45 menit			
1.	Pendahuluan • Mengecek kehadiran, kesiapan dan kerapian siswa • Melakukan apersepsi : Guru menyampaikan hal-hal yang berkaitan dengan limit dalam kehidupan sehari-hari • Motivasi • Menyampaikan tujuan pembelajaran	5 menit	Tanya-jawab
2.	Kegiatan Inti Eksplorasi • Guru menjelaskan pengertian limit fungsi melalui perhitungan nilai-nilai fungsi • Menunjukkan contoh cara menentukan limit Elaborasi • Guru meminta siswa untuk mengerjakan latihan tentang menentukan limit fungsi • Meminta beberapa siswa untuk mempresentasikan hasil kerjanya secara bergantian. Kemudian meminta siswa lain untuk menanggapi pekerjaan yang telah dipresentasikan. Konfirmasi • Membahas soal yang belum terpecahkan oleh siswa. • Menggaris bawahi tentang definisi limit secara intuitif	10 menit 5 menit 15 menit 10 menit 3 menit	Diskusi kelas Diskusi, tugas individu Diskusi, tanya-jawab
3	Penutup • Guru memberikan pekerjaan rumah untuk membawa siswa pada materi selanjutnya yaitu menentukan limit fungsi aljabar • Guru menutup pembelajaran dengan mengucapkan salam	2 menit	Ceramah, tanya-jawab

VIII. Sumber dan Media Pembelajaran

1. Sumber Pembelajaran
Wirodikromo, Sartono.2007.*Matematika 2B untuk SMA kelas XI IPA Semester 2*.Jakarta:Erlangga
2. Media Pembelajaran
 - a. LCD
 - b. Viewer
 - c. Laptop
 - d. Spidol
 - e. Papan tulis

IX. Penilaian

1. Teknik penilaian : tes tertulis dan non tes
2. Bentuk instrumen : uraian

Yogyakarta, 16 Maret 2014

Mengetahui,

Kepala Sekolah

Guru Mata Pelajaran Matematika

Sr. Yohanna Maria OSF, S.Ag, M.Sn

YF. Sri Sulistyawati, S.Pd.
NPP. 4110

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Nama Sekolah : SMA Santa Maria Yogyakarta
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas / Program : XI (Sebelas) / IPA
Semester : Genap
Alokasi Waktu : 9 jam pelajaran (5 pertemuan).

I. Standar Kompetensi

7. Menggunakan konsep limit fungsi dan turunan fungsi dalam pemecahan masalah.

II. Kompetensi Dasar

- 6.2 Menggunakan sifat limit fungsi untuk menghitung bentuk tak tentu fungsi aljabar dan trigonometri

III. Indikator

4. Menghitung limit fungsi aljabar di suatu titik
5. Menghitung bentuk tak tentu dari limit fungsi aljabar
6. Menghitung limit fungsi yang mengarah ke konsep turunan
7. Menghitung limit fungsi trigonometri

Afektif

3. Karakter yang diharapkan
Kerja keras, kreatif, mandiri, demokratis, rasa ingin tahu, tanggung jawab.

4. Keterampilan Sosial
Bertanya, menyumbangkan ide atau pendapat, menjadi pendengar yang baik, komunikatif.

IV. Tujuan Pembelajaran

4. Menjelaskan arti limit fungsi di suatu titik
5. Menjelaskan sifat-sifat yang digunakan dalam perhitungan limit
6. Menjelaskan arti bentuk tak tentu dari limit fungsi

V. Materi Ajar

- a. Limit fungsi aljabar:
 - Definisi limit secara intuitif.

- Definisi limit secara aljabar.
- Limit fungsi-fungsi berbentuk $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ (cara substitusi, faktorisasi, dan perkalian sekawan).
- Limit fungsi di tak hingga
- b. Teorema-teorema limit
- c. Limit fungsi trigonometri :
 - Teorema limit apit.
 - Menentukan nilai $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$.
 - Menentukan nilai $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x}$.
- d. Penggunaan Limit
- e. Kekontinuan dan Diskontinuan (Pengayaan)

VI. Metode Pembelajaran

Tanya jawab, diskusi kelas, diskusi kelompok.

VII. Langkah-Langkah Pembelajaran

No	Kegiatan	Alokasi waktu	Metode
Pertemuan 1: 2 x45 menit			
1.	Pendahuluan • Mengecek kehadiran, kesiapan dan kerapian siswa • Melakukan apersepsi : Mengingatn kembali tentang pengertian limit secara intuitif • Menyampaikan tujuan pembelajaran • Menyampaikan manfaat pembelajaran	15 menit	Tanya-jawab
2.	Kegiatan Inti Eksplorasi • Membahas PR • Menjelaskan tentang limit fungsi aljabar • Menjelaskan cara menentukan limit fungsi aljabar dengan	15 menit	Diskusi kelas

	metode substitusi langsung, pemfaktoran dan perkalian dengan sekawan Elaborasi - Siswa mencoba beberapa latihan soal terkait - Guru meminta salah satu siswa untuk mempresentasikan hasilnya dan siswa lain menanggapi Konfirmasi - Membahas soal yang belum terpecahkan oleh siswa - Menanyakan kembali tentang materi yang telah dipelajari	20 menit 15 menit 15 menit	Tugas individu Diskusi kelas Tanya - jawab
3	Penutup - Guru memberikan pengarahan untuk mempelajari kembali materi ini di rumah dan mencoba mengerjakan contoh-contoh soal di buku paket. - Guru menutup pembelajaran dengan mengucapkan salam	10 menit	Tanya-jawab

No	Kegiatan	Alokasi waktu	Metode
Pertemuan 2: 2 x45 menit			
1.	Pendahuluan - Mengecek kehadiran, kesiapan dan kerapian siswa - Melakukan apersepsi : Mengingat kembali tentang limit fungsi aljabar dengan cara substitusi langsung, pemfaktoran dan perkalian sekawan - Menyampaikan tujuan pembelajaran - Menyampaikan manfaat pembelajaran	15 menit	Tanya-jawab
2.	Kegiatan Inti		

	Eksplorasi - Menjelaskan tentang limit fungsi di tak hingga - Menjelaskan cara menentukan limit fungsi di tak hingga Elaborasi - Siswa mencoba beberapa latihan soal terkait - Guru meminta beberapa siswa untuk mempresentasikan hasilnya dan siswa lain menanggapi Konfirmasi - Membahas soal yang belum terpecahkan oleh siswa - Menanyakan kembali tentang materi yang telah dipelajari	15 menit 20 menit 15 menit 15 menit	Diskusi kelas Tugas individu Diskusi kelas Tanya - jawab
3	Penutup - Guru memberikan PR tentang limit fungsi aljabar (substitusi langsung, pemfaktoran, perkalian dengan sekawan, dan tak hingga) - Guru menutup pembelajaran dengan mengucapkan salam	10 menit	Tanya-jawab

No	Kegiatan	Alokasi waktu	Metode
Pertemuan 3: 1 x 45 menit			
1.	Pendahuluan - Mengecek kehadiran, kesiapan dan kerapian siswa - Melakukan apersepsi : Mengingat kembali tentang limit fungsi aljabar dan tak hingga - Motivasi - Menyampaikan tujuan pembelajaran	5 menit	Tanya-jawab
2.	Kegiatan Inti d. Eksplorasi - Membahas PR - Guru menjelaskan teorema-	10 menit	Diskusi

	teorema limit fungsi e. Elaborasi - Guru meminta siswa untuk mengerjakan soal latihan dengan menggunakan teorema limit - Meminta beberapa siswa untuk mengerjakan di depan kelas dan siswa lain menanggapi f. Konfirmasi - Membahas soal yang belum terpecahkan oleh siswa. - Menggaris bawahi tentang teorema-teorema limit	10 menit 15 menit 5 menit 3 menit	kelas Diskusi, tugas individu Diskusi, tanya-jawab
3	Penutup Guru menutup pembelajaran dengan mengucapkan salam	2 menit	Ceramah, tanya-jawab

No	Kegiatan	Alokasi waktu	Metode
Pertemuan 4: 2 x45 menit			
1.	Pendahuluan - Mengecek kehadiran, kesiapan dan kerapian siswa - Melakukan apersepsi : Mengingatkan kembali tentang rumus-rumus trigonometri (identitas trigonometri, rumus selisih dan jumlah dua sudut, dll) - Menyampaikan tujuan pembelajaran - Menyampaikan manfaat pembelajaran	15 menit	Tanya-jawab
2.	Kegiatan Inti Eksplorasi - Menjelaskan tentang limit fungsi trigonometri - Guru bersama-sama dengan siswa mendiskusikan asal rumus-rumus fungsi trigonometri	20 menit	Diskusi kelas

	- Guru memberikan contoh soal Elaborasi - Siswa mencoba beberapa latihan soal terkait - Guru meminta beberapa siswa untuk mempresentasikan hasilnya dan siswa lain menanggapi	30 menit	Tugas individu
	Konfirmasi	10 menit	Diskusi kelas
	- Membahas soal yang belum terpecahkan oleh siswa - Menanyakan kembali tentang materi yang telah dipelajari	15 menit	Tanya - jawab
3	Penutup		
	- Guru memberikan PR tentang limit fungsi trigonometri - Guru menutup pembelajaran dengan mengucapkan salam	5 menit	Tanya-jawab

No	Kegiatan	Alokasi waktu	Metode
Pertemuan 5: 2 x45 menit			
1.	Pendahuluan - Mengecek kehadiran, kesiapan dan kerapian siswa - Melakukan apersepsi : Mengingatn kembali tentang limit fungsi trigonometri - Menyampaikan tujuan pembelajaran - Menyampaikan manfaat pembelajaran	10 menit	Tanya-jawab
2.	Kegiatan Inti Eksplorasi - Membahas PR - Menjelaskan kembali tentang rumus-rumus limit fungsi trigonometri Elaborasi	15 menit 10 menit 40 menit	Diskusi kelas Tugas

	- Siswa diberikan latihan soal dan dikerjakan secara berkelompok - Guru meminta beberapa siswa untuk mempresentasikan hasilnya dan siswa lain menanggapi	15 menit	kelompok
	Konfirmasi - Membahas soal yang belum terpecahkan oleh siswa - Menanyakan kembali tentang materi yang telah dipelajari	7 menit	Diskusi kelas Tanya - jawab
3	Penutup Guru menutup pembelajaran dengan mengucapkan salam	2 menit	Tanya-jawab

VIII. Sumber dan Media Pembelajaran

3. Sumber Pembelajaran

Wirodikromo, Sartono.2007.*Matematika 2B untuk SMA kelas XI IPA Semester 2*.Jakarta:Erlangga

4. Media Pembelajaran

- f. LCD
- g. Viewer
- h. Laptop
- i. Spidol
- j. Papan tulis

IX. Penilaian

3. Teknik penilaian : tes tertulis dan non tes
4. Bentuk instrumen : uraian

Yogyakarta, 16 Maret 2014

Mengetahui,

Kepala Sekolah

Guru Mata Pelajaran Matematika

Sr. Yohanna Maria OSF, S.Ag, M.Sn

YF. Sri Sulistyawati, S.Pd.
NPP. 4110

LIMIT FUNGSI

A. Limit Fungsi Aljabar

1. Pengertian Limit Fungsi Melalui Perhitungan Nilai-Nilai Fungsi
Perhatikanlah fungsi f yang dinyatakan sebagai berikut:

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \frac{(x + 2)(x - 2)}{(x - 2)} = (x + 2); \text{ untuk } x \neq 2$$

Untuk nilai $x \neq 2$, maka $f(x) = x + 2$. Sedangkan untuk nilai $x = 2$ disubstitusikan ke fungsi $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ akan memberikan nilai $f(x) = \frac{0}{0}$ atau $f(x)$ tidak terdefinisi. Selanjutnya jika nilai x mendekati 2, apakah nilai $f(x)$ mendekati bilangan tertentu? Perhatikan tabel berikut yang menunjukkan nilai $f(x)$, bila $x = 2$ didekati dari kiri dan kanan.

Tabel 1.

x	1,7	1,8	1,99	1,999	$\rightarrow 2,00 \leftarrow$	2,01	2,01	2,1	2,2
$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ $= x + 2$	3,7	3,8	3,99	3,999	...?...?	4,01	4,01	4,1	4,2

Tabel di atas menunjukkan nilai $f(x)$ untuk $f(x) = x + 2$ didekati dari kiri dapat ditulis sebagai

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = 4$$

Tanda $-$ pada c^- dimaksudkan bahwa nilai x ketika mendekati c adalah dari arah kiri. Maka dari itu, $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x)$ disebut limit kiri.

Sedangkan nilai $f(x)$ untuk $x = 2$ didekati dari kanan dapat ditulis sebagai

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = 4$$

Tanda $+$ pada c^+ dimaksudkan bahwa nilai x ketika mendekati c adalah dari arah kanan. Maka dari itu, $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$ disebut limit kanan.

Ternyata limit kiri dan limit kanan mendekati nilai yang sama yaitu 4, maka dapat ditulis sebagai

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = 4$$

Jadi dapat disimpulkan:

$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ berarti jika x mendekati c dari kiri dan kanan sehingga $f(x)$ mendekati L dari kedua arah, maka nilai $f(x)$ mendekati L . Atau dengan kata lain $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ jika dan hanya jika $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = L$.

2. Limit Fungsi Aljabar yang Berbentuk $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$

a. Metode Substitusi Langsung

Untuk memahami cara menentukan limit fungsi aljabar yang berbentuk $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ dengan metode substitusi langsung, simaklah contoh berikut.

Hitunglah nilai limit fungsi berikut ini.

$$\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 1)$$

Jawab:

$$\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 1) = (-1)^2 - 2(-1) + 1 = 4$$

b. Metode Pemfaktoran

Perhatikan limit fungsi yang dikerjakan dengan substitusi diperoleh:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \frac{2^2 - 4}{2 - 2} = \frac{0}{0}$$

$\frac{0}{0}$ disebut bentuk tak tentu dan tak didefinisikan. Oleh karena itu, diperlukan upaya lain. Salah satunya dengan mencari factor persekutuan yang sama antara bagian pembilang dengan penyebut. Setelah diperoleh factor yang sama, selanjutnya bentuk fungsi tersebut disederhanakan. Jadi,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)}, \text{ sebab } x \neq 2 \text{ atau } x - 2 \neq 0 \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2) = 4 \end{aligned}$$

Secara umum, pengerjaan limit fungsi yang mempunyai bentuk tak tentu dapat dilakukan dengan menggunakan metode pemfaktoran.

c. Perkalian dengan Sekawan

Bagaimana cara menentukan nilai limit jika $f(x) = \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x^2 + 7} - 4}$ untuk x mendekati 3?

Untuk menyelesaikan bentuk tersebut maka diperlukan cara perkalian dengan sekawan.

Contoh:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x^2 + 7} - 4} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x^2 + 7} - 4} \times \frac{\sqrt{x^2 + 7} + 4}{\sqrt{x^2 + 7} + 4} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9(\sqrt{x^2 + 7} + 4)}{(x^2 + 7) - 16} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9(\sqrt{x^2 + 7} + 4)}{(x^2 + 9)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} (\sqrt{x^2 + 7} + 4) \\ &= (\sqrt{3^2 + 7} + 4) = 8 \end{aligned}$$

3. Limit Fungsi di Tak Hingga

Dalam pasal ini akan dijelaskan cara menentukan limit fungsi aljabar jika $x \rightarrow \infty$ dengan membagi dengan pangkat tertinggi dan

mengalikan dengan factor lawan. Limit fungsi aljabar jika x mendekati tak hingga yang dapat dikerjakan dengan cara-cara tertentu diantaranya:

- Limit fungsi rasional pecahan yang berbentuk c
- Limit fungsi irasional yang berbentuk $\lim_{x \rightarrow \infty} \{\sqrt{f(x)} - \sqrt{g(x)}\}$

➤ **Membagi dengan pangkat tertinggi dari penyebut**

Limit fungsi yang berbentuk $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ dapat diselesaikan dengan cara membagi pembilang $f(x)$ dengan penyebut $g(x)$ dengan x^n , dengan n adalah pangkat tertinggi dari $f(x)$ atau $g(x)$.

Contoh: hitunglah nilai limit berikut.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-10}{6x+2}$$

Pangkat tertinggi dari penyebut $g(x) = 6x+2$ berderajat 1. Oleh karena itu, $f(x)$ dan $g(x)$ dibagi dengan x .

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-10}{6x+2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3-\frac{10}{x}}{6+\frac{2}{x}} = \frac{3-0}{6-0} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Jadi, } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-10}{6x+2} = \frac{1}{2}$$

Kesimpulan:

- Jika derajat $f(x) =$ derajat $g(x)$ maka:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\text{koefisien pangkat tertinggi dari } f(x)}{\text{koefisien pangkat tertinggi dari } g(x)}$$
- Jika derajat $f(x) > g(x)$ dan koefisien pangkat tertinggi $f(x)$ bernilai positif maka:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \infty$$

- Jika derajat $f(x) < g(x)$ dan koefisien pangkat tertinggi $f(x)$ bernilai negatif maka:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = -\infty$$

- Jika derajat $f(x) < g(x)$ maka:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$$

➤ **Mengalikan dengan Faktor Lawan**

Limit fungsi yang berbentuk $\lim_{x \rightarrow \infty} \{\sqrt{f(x)} - \sqrt{g(x)}\}$ dapat diselesaikan dengan cara mengalikan dengan factor lawan, yaitu

$$\frac{\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)}}{\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)}}$$

4. Teorema Limit

Apabila k suatu konstanta, f dan g merupakan fungsi-fungsi yang mempunyai limit untuk $x \rightarrow a$, $a \in \mathbb{R}$ maka berlaku:

- $\lim_{x \rightarrow a} k = k$
- $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$
- $\lim_{x \rightarrow a} k \cdot f(x) = k \lim_{x \rightarrow a} f(x)$
- $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
- $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
- $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \times g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \times \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
- $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$, dengan syarat $g(x) \neq 0$
- $\lim_{x \rightarrow a} (f(x))^n = (\lim_{x \rightarrow a} f(x))^n$

5. Limit Fungsi Trigonometri

Metode dan cara untuk menghitung nilai limit fungsi trigonometri yang variabelnya mendekati a adalah sebagai berikut:

- Dengan substitusi langsung, yaitu jika nilai $f(a)$ ada (tidak $\frac{0}{0}$) maka $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.
- Jika dengan substitusi $x = a$ diperoleh $f(a) = \frac{0}{0}$ maka $f(x)$ disederhanakan terlebih dahulu.

Menentukan hasil-hasil $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$, dan $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x}$

Untuk menentukan hasil-hasil limit tersebut, pahami uraian berikut.

Perhatikan gambar di samping.

Titik O adalah pusat lingkaran

dengan jari-jari 1 satuan.

$\angle AOB = x$ radian. Jika x mendekati 0 ($x \rightarrow 0$) maka titik B mendekati A .

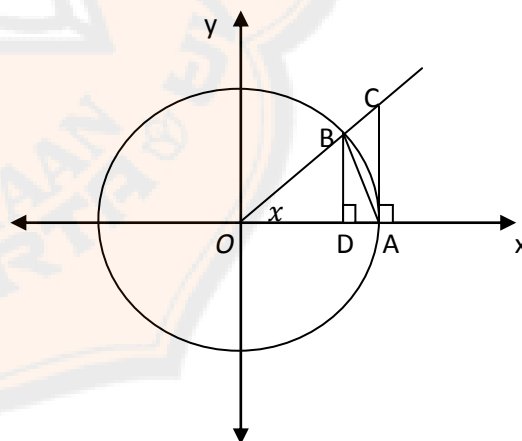
$$\begin{aligned} \text{Luas } \triangle AOB &= \frac{1}{2} \times OA \times BD \\ &= \frac{1}{2} \times OA \times OB \times \sin x \\ &= \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \sin x \end{aligned}$$

$$\text{Luas juring } AOB = \frac{x}{2\pi} \times \pi r^2$$

$$= \frac{x}{2\pi} \times \pi \times 1^2 = \frac{1}{2} x$$

$$\text{Luas } \triangle AOC = \frac{1}{2} \times OA \times AC$$

$$= \frac{1}{2} \times OA \times OA \times \tan x$$



$$= \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \tan x$$

$$= \frac{1}{2} \tan x$$

Dari gambar diperoleh hubungan berikut.

Luas $\triangle AOB < \text{luas juring } AOB < \text{luas } \triangle AOC$

$$\frac{1}{2} \sin x < \frac{1}{2} x < \frac{1}{2} \tan x$$

$$\Leftrightarrow \sin x < x < \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\Leftrightarrow 1 < \frac{x}{\sin x} < \frac{1}{\cos x} \quad \dots (i)$$

$$\Leftrightarrow 1 > \frac{\sin x}{x} < \cos x$$

$$\Leftrightarrow \cos x < \frac{\sin x}{x} < 1 \quad \dots (ii)$$

Jika $x \rightarrow 0$ maka $\lim_{x \rightarrow 0} \cos x = 1$ sehingga menurut teorema limit apit dari (i) dan (ii) diperoleh:

Teorema Limit Apit

Misalkan f , g , dan h adalah fungsi-fungsi yang memenuhi $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ untuk semua x di sekitar c .

Jika $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} h(x) = L$ maka $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = L$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{ dan } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1$$

Dari pertidaksamaan tersebut juga diperoleh:

Luas $\triangle AOB < \text{luas juring } AOB < \text{luas } \triangle AOC$

$$\frac{1}{2} \sin x < \frac{1}{2} x < \frac{1}{2} \tan x$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin x}{\tan x} < \frac{x}{\tan x} < 1$$

$$\Leftrightarrow \cos x < \frac{x}{\tan x} < 1 \quad \dots (iii)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\cos x} > \frac{\tan x}{x} > 1$$

$$\Leftrightarrow 1 < \frac{\tan x}{x} < \frac{1}{\cos x} \quad \dots(\text{iv})$$

Jika $x \rightarrow 0$ maka dari (iii) dan (iv) diperoleh:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x} = 1 \text{ dan } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$$



Ika Setiawati Kristy
XI IPA
07

(6A)

Ulangan Matematika

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x} \cdot \frac{\sin 5x}{5x} \cdot \frac{2}{5}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x} \cdot \frac{\sin 5x}{5x} \cdot \frac{2}{5} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x} \cdot \frac{5x}{\sin 5x} \cdot \frac{2}{5}$$

$$= 1 \cdot 1 \cdot \frac{2}{5}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \tan \frac{1}{2}x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (1 - \sin^2 2x)}{x \frac{\sin}{\cos} \frac{1}{2}x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{x \frac{\sin}{\cos} \frac{1}{2}x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x \cdot \sin 2x}{x \frac{\sin}{\cos} \frac{1}{2}x}$$

$$= 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$$

$$= 1$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos(\pi x - 2\pi)}{\tan(2\pi x - 4\pi)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \{-(1 - \sin^2 \pi x) - 2\pi\}}{\frac{\sin}{\cos} (2\pi x - 4\pi)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) (\sin x \sin \pi x - 2\pi)}{\frac{\sin}{\cos} (2\pi x - 4\pi)}$$

$$= \frac{(2-2) (\pi/2 - 2\pi)}{2\pi/2 - 4\pi}$$

$$= \frac{1}{2} \pi + \frac{1}{2} \pi$$

$$= \pi$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x + \sin 2x}{3x \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin \frac{1}{2}(4x+2x) \cos \frac{1}{2}(4x-2x)}{3x \cos x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 3x \cos x}{3x \cos x}$$

$$= 2 \cdot 1 \cdot 1$$

$$= 2$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (1 - \sin^2 x)}{(x - x) \sin 2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2 \sin 2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \cdot \sin x}{x \sin 2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \cdot \frac{1}{\sin 2x} \right) \cdot \frac{1}{2}$$

$$= 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2}$$

Fransisca Chandra B.K

XI IPA / 02

78

Jumat, 9 Mei 2014

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\sin 5x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{5x} = 1 \cdot 1 \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \tan \frac{1}{2}x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x}{x \tan \frac{1}{2}x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(2 \sin^2 x)}{2(x \tan \frac{1}{2}x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \sin^2 x}{x \tan x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \sin x \cdot \sin x}{x \tan x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{1} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\tan x} = 4 \cdot 1 \cdot 1 = 4$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos(\pi x - 2\pi)}{\tan(2\pi x - 4\pi)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos(\pi x - 2\pi)}{\tan 2(\pi x - 2\pi)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)}{1} \cdot \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cos(\pi x - 2\pi)}{\tan 2(\pi x - 2\pi)} = (x-2) \cdot \frac{1}{2} =$$

$$(2-2) \cdot \frac{1}{2} = 0$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x + \sin 2x}{3x \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos \frac{1}{2}(4x+2x) \cos \frac{1}{2}(4x-2x)}{3x \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos \frac{1}{2}(6x) \cos \frac{1}{2}(2x)}{3x \cos x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos 3x \cdot \cos x}{3x \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{3} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x}{1} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{\cos x} = 2 \cdot 1 \cdot 1 = 2$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (\frac{1}{2} - 2 \sin^2 x)}{x \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2} + 2 \sin^2 x}{x \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(\frac{1}{2} + 2 \sin^2 x)}{2(x \sin 2x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \sin^2 x}{2x \sin 2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \sin x \cdot \sin x}{2x \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{2} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin 2x} = \frac{4}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{4}{2} = 2$$

REBEKA FIBRIANA

XI IPA/16

Perubahan Limit Trigonometri

$$\begin{aligned} 1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{2x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{5x} \cdot \frac{5x}{2x} \cdot \frac{2x}{2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} \\ &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - 1}{x \tan 2x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - 1 \sin^2 2x) - 1}{x \tan 2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(-2 - 4 \sin^2 x) - 1}{x \tan 2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(-2 \sin^2 x) - 1}{x \tan 2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x}{x \tan 2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x \cdot \sin x}{x \tan 2x} \\ &= 2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{x}{2x} \cdot \frac{2x}{\tan 2x} \\ &= 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} x)}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{1}{2} x}{x} \\ &= 2 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{1}{2} x}{x} \sin \frac{1}{2} x = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Caecilia Fuad Budiani Wijaya
XI IPA/11

$$\begin{aligned}
 1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{2x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{2x} \cdot \frac{2x}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x} \cdot \frac{5x}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x} \cdot \frac{5}{2} \\
 &= 1 \cdot \frac{5}{2} = \frac{5}{2} \\
 2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - 1}{x \tan 2x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - 2 \sin^2 2x) - 1}{x \tan 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin^2 2x}{x \tan 2x} \\
 &= -2 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x \cdot \sin 2x}{x \tan 2x} = -2 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x \cdot \frac{2x}{2x} \cdot \sin 2x \cdot \frac{2x}{2x}}{x \cdot \frac{\tan 2x}{2x} \cdot 2x} \\
 &= -2 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x \cdot 2x \cdot \sin 2x \cdot 2x}{x \cdot \tan 2x \cdot 2x} = -2 \cdot \frac{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2}{1 \cdot 2} = -4 \\
 3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 1) \sin 2(x-1)}{-2 \sin^2(x-1)} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1) \sin 2(x-1)}{-2 \sin^2(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1) \cdot 2(x-1)}{-2 \sin^2(x-1)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1) \cdot 1 \cdot 2(x-1)}{-2 \cdot 1 \cdot (x-1)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(x+1)}{-2} = \frac{2 \cdot 2}{-2} = -2
 \end{aligned}$$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 3x}{1 - \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin \left(\frac{x+3x}{2} \right) \sin \left(\frac{x-3x}{2} \right)}{1 - \cos x}$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin 2x \sin -x}{1 - \cos x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 2x \sin x}{1 - (1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 2x \sin x}{2 \sin^2 \frac{1}{2} x}$$

$$= \frac{2}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x \cdot 2x \cdot \frac{\sin x}{x} \cdot x}{\sin^2 \frac{1}{2} x \cdot \left(\frac{1}{2} x \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2} x \right)^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 \cdot 2x \cdot 1 \cdot x}{1 \cdot \left(\frac{1}{2} x \right)^2} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1}{\frac{1}{4}} = 8$$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} x)}{x}$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{1}{2} x}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin \frac{1}{2} x \cdot \sin \frac{1}{2} x}{x}$$

$$= 2 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{1}{2} x \cdot \frac{\frac{1}{2} x}{\frac{1}{2} x} \cdot \sin \frac{1}{2} x \cdot \frac{\frac{1}{2} x}{\frac{1}{2} x}}{x}$$

$$= 2 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin \frac{1}{2} x}{\frac{1}{2} x} \cdot \frac{1}{2} x \cdot \frac{\sin \frac{1}{2} x}{\frac{1}{2} x} \cdot \frac{1}{2} x}{x}$$

$$= 2 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin \frac{1}{2} x}{\frac{1}{2} x} \cdot \frac{\sin \frac{1}{2} x}{\frac{1}{2} x} \cdot \frac{1}{4} x^2}{x}$$

$$= 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{4} \cdot 0 = 0$$



Memahami Kegiatan Pembelajaran 2

Pengorganisasian Kelas

Sebelum kegiatan pembelajaran 2 dimulai, guru melakukan hal-hal berikut.

1. Mengondisikan kelas sebelum kegiatan pembelajaran dimulai.
2. Menyajikan media pembelajaran yang relevan dengan materi.
3. Memilih metode pembelajaran yang sesuai dengan situasi kelas dan peserta didik.
4. Memberikan pertanyaan kepada peserta didik tentang materi yang akan dipelajari.
5. Menyampaikan tujuan pembelajaran yang akan dicapai peserta didik setelah mempelajari kegiatan pembelajaran 2 ini.

Nilai Karakter yang Terintegrasi

- Rasa ingin tahu
- Pantang menyerah

C Limit Fungsi Trigonometri

1. Arti Limit Fungsi Trigonometri

Pada limit fungsi trigonometri menggunakan metode yang sama dengan limit fungsi aljabar. Limit fungsi trigonometri ditulis:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

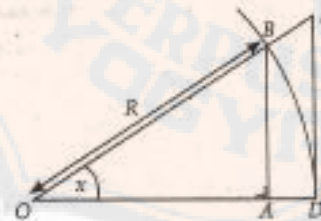
Di mana:

- a = besar sudut dalam radian
- $f(x)$ = fungsi trigonometri
- L = nilai $f(x)$ untuk x mendekati a

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ dibaca limit fungsi trigonometri $f(x)$ untuk x mendekati suatu sudut tertentu (a) sama dengan L .

2. Menentukan Rumus Limit Fungsi Trigonometri

Perhatikan gambar di bawah ini!



Panjang $OD = OB = r$

Titik O merupakan pusat lingkaran dengan jari-jari r .

Sudut $BOD = x$ (dalam radian)

Luas $\Delta = \frac{1}{2} \text{ alas} \cdot \text{tinggi}$

$$= \frac{1}{2} OA \cdot AB$$

$$= \frac{1}{2} \cdot r \cos x \cdot r \sin x$$

Standar Kompetensi

6. Menggunakan konsep limit fungsi dan turunan fungsi dalam pemecahan masalah.

Kompetensi Dasar

- 6.1 Menjelaskan secara intuitif arti limit fungsi di suatu titik dan di tak hingga.
- 6.2 Menggunakan sifat limit fungsi untuk menghitung bentuk tak tentu fungsi aljabar dan trigonometri.

Indikator

1. Menghitung limit fungsi trigonometri di suatu titik.
2. Menggunakan limit dalam mencari garis singgung suatu kurva dan laju perubahan suatu fungsi.



Garis singgung di D memotong OB di titik C .

A adalah proyeksi B pada garis OD .

$$\begin{aligned}\text{Luas } OAB &= \frac{1}{2} \cdot OA \cdot AB \\ &= \frac{1}{2} \cdot r \cos x \cdot r \sin x \\ &= \frac{1}{2} r^2 \cos x \cdot \sin x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Luas juring } OBD &= \frac{1}{2} \cdot OD \cdot DC \\ &= \frac{1}{2} \cdot r \cdot r \tan x \\ &= \frac{1}{2} r^2 \tan x\end{aligned}$$

Dari gambar terlihat bahwa:

$$\begin{aligned}\text{Luas } OAB &< \text{luas juring } OBD < \text{luas } OCD \\ \frac{1}{2} r^2 \cos x \cdot \sin x &< \frac{1}{2} r^2 < \frac{1}{2} r^2 \tan x.\end{aligned}$$

Karena $\lim_{x \rightarrow 0} \cos x = 1$ dan juga

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos x} = 1, \text{ maka:}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1 \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

Selanjutnya dari bentuk:

Karena $\lim_{x \rightarrow 0} \cos^2 x = 1$, maka:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x} = 1 \text{ atau } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$$

Secara umum, rumus-rumus limit fungsi trigonometri dapat dituliskan sebagai berikut:

$$a. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}$$

$$b. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$$

$$c. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$$

$$d. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{bx} = \frac{a}{b}$$

$$e. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$$

$$f. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$$

$$g. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$$

$$h. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$$

$$i. \cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$j. \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$k. \sin^2 x = \frac{1}{2} (1 - \cos 2x)$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{2} (1 + \sin 2x)$$

$$l. \cos (A - B) = -2 \sin \frac{1}{2} (A + B) \sin \frac{1}{2} (A - B)$$

Pembiasaan Karakter

1. Peserta didik harus selalu terus mencoba untuk menyelesaikan suatu masalah dan jangan pernah takut salah.
2. Peserta didik selalu pantang menyerah dan tidak mudah putus asa.

3. Menentukan Limit Fungsi Trigonometri

Untuk memahami limit fungsi trigonometri, perhatikan contoh berikut!

Contoh:

Hitunglah limit di bawah ini!

$$a. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\tan 3x}$$

$$b. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

Jawab:

$$\begin{aligned} \text{a. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\tan 3x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x} \cdot \frac{3x}{\tan 3x} \cdot \frac{2}{3} \\ &= 1 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \left(1 - 2\sin^2 \frac{1}{2}x\right)}{x^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sin^2 \frac{1}{2}x}{\left(\frac{1}{2}x\right)^2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ &= 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Tugas 3.2

Hitunglah nilai limit fungsi trigonometri berikut ini!

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin\left(\frac{1}{2}x\right)}{x}$

b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\sin bx}$

Jawab:

.....

.....

.....

Uji Kognitif

Jawablah pertanyaan-pertanyaan di bawah ini dengan uraian yang jelas dan tepat! Kerjakan sendiri dan yakin dengan kemampuan Anda!

1. Hitunglah nilai limit fungsi berikut ini!

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x}$

c. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos a}{x - a}$

b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x - \tan x}{\sin 2x - \sin x}$

d. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \sin 3x \cos 2x}{4x^3}$

Jawab:

.....

2. Hitunglah nilai limit fungsi berikut ini!

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2 - 5x + 6) \cdot \sin(x - 2)}{(x^2 - x - 2)^2}$

b. $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{\frac{4x \cdot \tan 2x}{1 - \cos 2x}}$

Jawab:

.....

3. Hitunglah nilai limit fungsi trigonometri berikut ini!

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 4x}{5x}$

b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan px}{qx}$

c. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{4x^2}$

Jawab:

4. Hitunglah nilai $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x \tan 3x}{1 - \cos 6x}$!

Jawab:

5. Hitunglah nilai $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3 - \sqrt{2x+9}}$!

Jawab:

There are two primary choices in life: to accept condition as they exist, or to accept the responsibility for changing them.

Ada dua pilihan utama dalam hidup: menerima kondisi apa adanya atau terimalah tanggung jawab untuk mengubahnya.



The secret of success is consistency of purpose.
Rahasia kesuksesan adalah konsisten terhadap tujuan.

Pembelajaran di Kelas



Tes Diagnosis



Tes Remedial





**JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
(J P M I P A)
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS SANATA DHARMA**

Kampus III USD, Paingan, Maguwoharjo, Depok, Sleman 55284 Telp. (0274) 883037 ; 883968

Nomor : 683/Pnl/Kajur/USD/XII/2013
Lamp. : -----
Hal : Permohonan Ijin Penelitian

Kepada
Yth. Kepala Sekolah
SMA Santa Maria Yogyakarta
Yogyakarta

Dengan hormat,

Dengan ini kami memohonkan ijin bagi mahasiswa kami,

Nama : Dionesia Betty Setianingrum
NIM : 101414002
Program Studi : Pendidikan Matematika
Jurusan : PMIPA
Semester : VII Tahun Akademik Gasal 2013/2014

untuk melaksanakan Penelitian dalam rangka persiapan penyusunan Skripsi, dengan ketentuan sebagai berikut:

Lokasi : SMA Santa Maria Yogyakarta
Waktu : Februari - Mei 2014
Topik/Judul : Diagnosis Kesulitan Belajar Siswa dan Pembelajaran Remedial dalam Materi Limit Fungsi Kelas XI IPA

Atas perhatian dan ijin yang diberikan, kami ucapkan terima kasih.

Yogyakarta, 17 Desember 2013
u.b. Dekan
Ketua Jurusan Pendidikan MIPA



A. Alimadi, M.Si.

Tembusan:

1. Dekan FKIP



**YAYASAN MARSUDIRINI
SMA SANTA MARIA YOGYAKARTA
TERAKREDITASI A**

Jl. Ireda no 19. A. Telp / Fax. (0274) 375146. Yogyakarta 55121
e-mail : samajogja@yahoo.com weblog : www.samajogja.sch.id

SURAT KETERANGAN

No : 1219c / SMA-SM / AI.10 / V / 2014

Yang bertanda tangan di bawah ini Kepala SMA Santa Maria Yogyakarta menerangkan bahwa :

Nama : DIONISIA BETTY SETIANINGRUM
N.I.M : 101414002
Prodi : Pendidikan Matematika
Fakultas : Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Jurusan : Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Sanata Dharma Yogyakarta

Benar – benar telah melakukan penelitian di SMA Santa Maria Yogyakarta pada 25 Maret 2014 s.d. 24 Mei 2014 dengan Judul :

- Analisis Kesalahan Siswa Kelas XI IPA SMA Santa Maria Yogyakarta dalam mengerjakan soal pada Materi Limit Fungsi Trigonometri dan Upaya Remediasi.

Demikian surat keterangan ini dibuat untuk yang bersangkutan, dan agar dipergunakan sebagaimana mestinya.



Yogyakarta, 26 Mei 2014
Kepala Sekolah

Manhanna Maria OSF, S.Ag M.Sn.