ABSTRAK

Fungsi Euklid ν pada Daerah Integral D didefinisikan sebagai suatu fungsi yang memetakan elemen- elemen dari D yang bukan elemen identitas ke $\mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$ yang memenuhi:

1. $(\forall a,b \in D,\ b \neq 0)(\exists q,r \in D)\ a = b.q+r \ \wedge\ (r=0 \vee \nu(r) < \nu(b))$
2. $(\forall a,b \in D)(a \neq 0 \wedge b \neq 0) \Rightarrow \nu(a) \leq \nu(a.b)$

Daerah Euklid adalah daerah integral yang dilengkapi dengan Fungsi Euklid.

Dalam Daerah Euklid berlaku bahwa setiap ideal merupakan ideal utama dan berlaku pula bahwa setiap elemen yang bukan elemen identitas dan bukan unit dapat difaktorkan menjadi hasil kali elemen-elemen tak teredusir secara tunggal kecuali dalam hal urutan dan adanya faktor unit.

Dalam Daerah Euklid dua elemen yang bukan merupakan elemen identitas pasti memiliki Faktor Persekutuan Terbesar (FPB). FPB dari dua elemen a dan b dalam Daerah Euklid D dapat dinyatakan sebagai $\lambda.a + \mu.b$ di mana $\lambda,\mu \in D$. Algoritma Euklid yang digunakan untuk mencari FPB dari dua elemen adalah Algoritma Pembagian yang diterapkan secara berulang sampai diperoleh sisa yang sama dengan nol. Sisa terakhir yang tidak nol merupakan FPB dari dua elemen tersebut.

ABSTRACT

A Euclidean Function ν on an integral domain D is a function mapping the nonzero elements of D into the nonnegative integers such that the following conditions are satisfied:

1. $(\forall a,b \in D,\ b \neq 0)(\exists q,r \in D)\ a = b.q+r \ \wedge\ (r=0 \vee \nu(r) < \nu(b))$
2. $(\forall a,b \in D)(a \neq 0 \wedge b \neq 0) \Rightarrow \nu(a) \leq \nu(a.b)$

An integral domain D is a Euclidean Domain if there exists a Euclidean Function on D.

In a Euclidean Domain every ideal is principal ideal and every element of D which is neither zero nor a unit can be factored into a finite number of irreducibles and that factorization is unique up to the order and the existence of units.

Every two nonzero elements of a Euclidean Domain have a greatest common divisor (gcd). Each gcd of a and b in a Euclidean Domain D can be expressed in the form of $\lambda.a+\mu.b$ for some $\lambda,\mu \in D$. A Euclidean Algorithm used to find a gcd of two elements is a division algorithm which is applied repeatedly until zero remainder is obtained. The last nonzero remainder is the gcd of that two elements.