ABSTRAK

Himpunan tak kosong M disebut modul lewat ring komutatif R dengan elemen satuan 1, bila M dilengkapi dengan dua operasi, yaitu operasi jumlahan (+) dan operasi perkalian dengan skalar, yang dapat dinyatakan dengan pemetaan $\phi : R \times M \longrightarrow M$ di mana $\phi(r,u) = ru \in M$ untuk tiap $r \in R$ dan $u \in M$ sedemikian sehingga dipenuhi sifat-sifat berikut :

1. M adalah grup komutatif terhadap operasi jumlahan.
2. Untuk semua $r,s \in R$, $u,v \in M$ berlaku

$$r(u+v) = ru + rv$$
$$(r+s)u = ru + su$$
$$(rs)u = r(su)$$
$$1u = u.$$

Grup bagian S dari modul M lewat ring R disebut modul bagian dari M jika $ru \in S$ untuk setiap $r \in R$ dan $u \in S$.

Suatu modul M lewat ring R dikatakan bebas jika M mempunyai basis. Jika B adalah basis untuk M, kita katakan bahwa M adalah bebas pada B.

Jika $v \in M$ mempunyai ciri bahwa $rv=0$ untuk suatu elemen taknol $r \in R$, maka v disebut elemen torsi dari M.

Modul M lewat ring R disebut modul torsi jika semua elemen dari M adalah elemen torsi.

Suatu modul yang tidak mempunyai elemen torsi taknol disebut bebas torsi.

Modul torsi M yang dibangun secara berhingga lewat daerah ideal utama R merupakan jumlahan langsung dari modul bagian-modul bagian primer.

ABSTRACT

A nonempty set M is called a module over a commutative ring R with identity 1, if two operations, i.e. addition (+) and multiplication with scalar, which can be stated as a mapping $\phi: R \times M \longrightarrow M$ where $\phi(r,u) = ru \in M$ for all $r \in R$ and $u \in M$, are defined in M such that the following properties are satisfied :

1. M is a comutative group under addition.
2. For all $r,s \in R$, $u,v \in M$

$$r(u+v) = ru+rv$$
$$(r+s)u = ru+su$$
$$(rs)u = r(su)$$
$$1u = u$$

A subgroup S of module M over a ring R is a submodule of M if $ru \in S$ for all $r \in R$ and $u \in S$.

A module M over a ring R is called free if it has a basis. If B is a basis for M, we say that M is free on B.

If $v \in M$ has a property that $rv = 0$ for some nonzero $r \in R$, then v is called a torsion element of M. A module M over a ring R is a torsion module if all elements of M are torsion elements.

A module that has no nonzero torsion elements is called torsion free.

A finitely generated torsion module M over a principal ideal domain is a direct sum of primary submodules.