ABSTRAK

Sebuah model matematika yang banyak digunakan untuk memodelkan obyek dalam kehidupan nyata adalah model probabilistik. Pada tulisan ini akan dibahas sebuah model probabilistik yang disebut rantai Markov.

Peubah acak (X_t), $t \geq 0$, disebut suatu rantai Markov (homogen berhingga) untuk waktu diskret dengan ruang kedudukan S diskret berhingga, jika untuk semua i_o, ... ,$i_t \in S$ dan t adalah variabel diskret, $P(X_{t+1} = i_{t+1} | X_t = i_t, \ldots, X_o = i_o) = P(X_{t+1} = i_{t+1} | X_t = i_t)$. Selama S diandaikan berhingga, rantai Markov yang dihasilkan adalah rantai Markov berhingga. Kehomogenan rantai Markov dinyatakan dengan kesamaan $P(X_{t+1} = i_{t+1} | X_t = i_t) = p_{i_t i_{t+1}}$ yang menyatakan bahwa rantai Markov tidak bergantung pada saat rantai mulai berlangsung.

Kedudukan i disebut kedudukan berulang jika rantai Markov kembali ke kedudukan i dalam langkah yang berhingga dengan probabilitas 1. Jika tidak demikian kedudukan tersebut disebut kedudukan transien. Sebuah kedudukan j disebut menyerap apabila pada kedudukan j tersebut rantai Markov berhenti, dicirikan dengan elemen pada baris ke j dan kolom ke j dari matriks transisinya yang bernilai 1. Suatu rantai Markov yang semua kedudukan berulangnya menyerap disebut rantai Markov menyerap.

Sifat-sifat rantai Markov menyerap dapat diterapkan pada bidang genetika, yaitu untuk menghitung probabilitas ketidakmunculan gen dominan A[atau resesif a] dan rata-rata banyaknya generasi sampai ketidakmunculan genotip heterozigot Aa.

ABSTRACT

Probabilistic model is the most popular mathematical model used to model the real life. Here, the writer would like to discuss a probabilistic model called a Markov chain.

A random variables (X_t), $t \geq 0$, is said to be a (homogeneous finite) discrete time Markov chain with state space S, if for all t, t is discrete variable and $i_0, \ldots, i_t \in S$, $P(X_{t+1} = i_{t+1} | X_t = i_t, \ldots, X_0 = i_0) = P(X_{t+1} = i_{t+1} | X_t = i_t)$. Since the state space S is assumed to be finite, the Markov chain resulted is a finite Markov chain. The homogeneity of Markov chains is formulated by the equality $P(X_{t+1} = i_{t+1} | X_t = i_t) = p_{i_t i_{t+1}}$ which implies that the Markov chain does not depend on the time when the chain is starting to begin.

A state i is called recurrent state if the Markov chain returns to i with probability 1 in finite number of steps. Otherwise the state is called a transient state. A state j is called absorbing if in state j Markov chain stops, as noticed with entry at jth row and jth column from the transition matrix equals 1. When all of recurrent states are absorbing, a Markov chain is called an absorbing Markov chain.

The properties of an absorbing Markov chain is applicable for genetics, viz to count the probability of disappearence of the dominant gene A [or recessive gene a], and the mean number of generation until the disappearence of the heterozigous genotype Aa.