

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

**STUDI KOMPARASI HASIL BELAJAR SISWA KELAS I
CATUR WULAN II SMUN I SANDEN BANTUL TAHUN AJARAN 1997/1998
PADA SISTEM PENGAJARAN MODUL DAN KLASIKAL UNTUK
POKOK BAHASAN SISTEM PERSAMAAN LINEAR**

SKRIPSI

**Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Memperoleh Gelar Sarjana Pendidikan Matematika**



Oleh :

Prapti Sunarsih

NIM : 931414001

NIRM : 930052010501120001

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS SANATA DHARMA
YOGYAKARTA
1998**

SKRIPSI

STUDI KOMPARASI HASIL BELAJAR SISWA
KELAS I CATUR WULAN II SMUN I SANDEN BANTUL TAHUN AJARAN 1997/1998
PADA SISTEM PENGAJARAN MODUL DAN KLASIKAL UNTUK POKOK BAHASAN
SISTEM PERSAMAAN LINEAR

Oleh:

Prapti Sumarsih

NIM : 931414001

NIRM : 930052010501120001

Telah disetujui oleh :

Pembimbing I



(Dr. St. Suwarsono)

Tanggal 13 Juli 1998

Pembimbing II



(Dr. Y. Marpaung)

Tanggal 28 Juli 1998

SKRIPSI

STUDI KOMPARASI HASIL BELAJAR SISWA
KELAS I CATUR WULAN II SMUN I SANDEN BANTUL TAHUN AJARAN 1997/1998
PADA SISTEM PENGAJARAN MODUL DAN KLASIKAL UNTUK POKOK BAHASAN
SISTEM PERSAMAAN LINEAR

yang dipersiapkan dan disusun oleh

Prapti Sunarsih

NIM : 931414001

NIRM : 930052010501120001

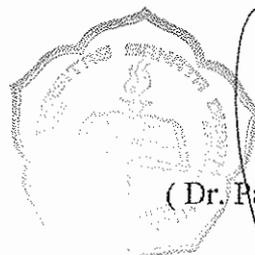
Telah dipertahankan di depan panitia penguji
pada tanggal 12 Agustus 1998
dan dinyatakan telah memenuhi syarat

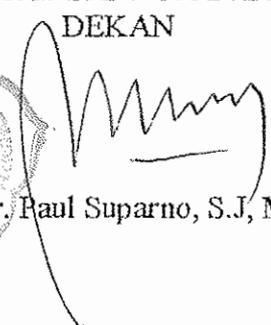
Susunan Panitia Penguji

	Nama Lengkap	Tanda Tangan
Ketua	: Drs. Fr. Y. Kartika Budi, M. Pd.	
Sekretaris	: Dr. St. Suwarsono	
Anggota	: 1. Dr. St. Suwarsono	
	2. Dr. Y. Marpaung	
	3. Drs. Al. Haryono	

Yogyakarta, 12 Agustus 1998

FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS SANATA DHARMA
DEKAN




(Dr. Paul Suparno, S.J, MST.)



Skripsi ini saya persembahkan untuk:

Bapak dan Ibu tercinta,

Kakakku Tanto terkasih,

Adik-adikku Widi dan Rini tersayang.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis haturkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Pengasih, atas kasih dan karunia-Nya sehingga skripsi ini dapat terselesaikan.

Penyusunan skripsi ini dimaksudkan untuk memenuhi salah satu syarat guna memperoleh gelar Sarjana Pendidikan Program Studi Pendidikan Matematika di Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Sanata Dharma, Yogyakarta.

Tanpa bantuan dari semua pihak, skripsi ini tidak akan terwujud, oleh karena itu pada kesempatan ini penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

1. Bapak Dr. St. Suwarsono selaku dosen pembimbing I, yang dengan sabar telah memberikan bimbingan dan saran selama mempersiapkan dan menyelesaikan skripsi ini.
2. Bapak Dr. Y. Marpaung selaku dosen pembimbing II, yang dengan teliti telah mengoreksi skripsi ini.
3. Romo Dr. Paul Suparno, S.J, MST. selaku Dekan FKIP USD, yang telah memberikan izin untuk melaksanakan penelitian.
4. Bapak St. Susento, S.Pd, M.Si. selaku ketua Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Sanata Dharma.
5. Bapak dan Ibu Dosen Universitas Sanata Dharma yang telah memberikan pengetahuan dan dukungan moril selama penulis kuliah di Universitas Sanata Dharma.
6. Segenap karyawan Universitas Sanata Dharma yang telah memberikan pelayanan terbaik selama penulis menyelesaikan skripsi.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

7. Bapak Drs. Suhardjo selaku Kepala Sekolah SMUN I Sanden Bantul Yogyakarta yang telah memberikan izin tempat pelaksanaan penelitian.
8. Para Guru SMUN I Sanden Bantul yang telah menyediakan waktu untuk pelaksanaan penelitian.
9. Rekan-rekan mahasiswa di Universitas Sanata Dharma khususnya Mahasiswa di Program Studi Pendidikan Matematika, yang telah memberikan dukungan moril kepada penulis.
10. Pihak-pihak lain yang memungkinkan terselesaikannya skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa masih terdapat banyak kekurangan-kekurangan dalam skripsi ini. Oleh karena itu segala masukan yang sifatnya menyempurnakan skripsi ini akan penulis terima dengan senang hati. Akhirnya, penulis berharap semoga skripsi ini berguna bagi para pembaca.

Yogyakarta, Agustus 1998

Penulis

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSETUJUAN PEMBIMBING	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iii
HALAMAN PERSEMBAHAN	iv
KATA PENGANTAR	v
DAFTAR ISI	vii
DAFTAR TABEL	ix
ABSTRAK	x
ABSTRACT	xi
BAB I : PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang Masalah	1
B. Rumusan Masalah	4
C. Tujuan Penelitian	4
D. Perumusan Variabel dan Pembatasan Istilah	5
E. Manfaat Penelitian	6
BAB II : LANDASAN TEORI	8
A. Pengertian Belajar	8
B. Faktor-faktor yang Mempengaruhi Belajar	9
C. Sistem Pengajaran Modul	10
D. Sistem pengajaran Klasikal	23
E. Komparasi Klasikal dengan Modul	32
F. Pengujian Hipotesis	37
BAB III : METODOLOGI PENELITIAN	39
A. Jenis Penelitian	39
B. Populasi dan Sampel Penelitian	40
C. Teknik Pengumpulan Data	42
D. Instrumen Penelitian	43
E. Uji Validitas dan Rentabilitas Instrumen	46

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

F. Teknik Analisa Data	49
G. Prosedur Pelaksanaan Penelitian	57
BAB IV : ANALISA DATA DAN PEMBAHASANNYA	66
A. Analisa Data Sebelum Pengajaran dan Pembahasannya ...	66
A.1. Pemadanan Sampel	66
A.2. Pemadanan Nilai Hasil Pre-Test	73
B. Analisa Data Selama Pengajaran dan Pembahasannya	77
B.1. Keunggulan Sistem Pengajaran Modul	77
B.2. kelemahan-kelemahan Sistem Pengajaran Modul	82
C. Analisa Data Setelah Pengajaran dan Pembahasannya	84
C.1. Analisa Data	85
C.2. Pembahasan Analisa Data	91
BAB V : PENUTUP	93
A. Kesimpulan	93
B. Saran	93
DAFTAR PUSTAKA	95
LAMPIRAN-LAMPIRAN	97

DAFTAR TABEL

Tabel	III.1.	Populasi Penelitian
	III.2.	Sampel Penelitian
	III.3.	Koefisien Validitas Item Soal Lembaran Evaluasi
	IV.1.	Jenis Kelamin
	IV.2.	Usia Siswa
	IV.3.	Frekuensi Harapan Usia Siswa
	IV.4.	Pekerjaan Orang Tua
	IV.5.	Frekuensi Harapan Pekerjaan Orang Tua
	IV.6.	Kondisi dan Situasi Siswa
	IV.7.	Frekuensi Harapan Kondisi dan Situasi Siswa
	IV.8.	Diskripsi Data Mengenai NEM Matematika
	IV.9.	Diskripsi Data Mengenai NEM Matematika
	IV.10.	Rangkuman Data Tentang Keadaan Siswa
	IV.11.	Data Distribusi Frekuensi Hasil Belajar Siswa di Kelas Eksperimen
	IV.12.	Data Distribusi Frekuensi Hasil Belajar Siswa di Kelas Kontrol.
	IV.13.	Deskripsi Data Mengenai Hasil Belajar Siswa
	IV.14.	Uji Normalitas Untuk Kelas Eksperimen
	IV.15.	Uji Normalitas Untuk Kelas Kontrol
	IV.16.	Analisa Data Nilai Hasil Pros Test Untuk Kelas Eksperimen
	IV.17.	Analisa Data Nilai Hasil Post Test Untuk Kelas Kontrol

ABSTRAK

PRAPTI SUNARSIH. 1998. Studi Komparasi Hasil Belajar Siswa Kelas I Caturwulan II SMUN I Sanden Bantul Tahun 1997/1998 Pada Sistem Pengajaran Modul dan Klasikal Untuk Pokok Bahasan Sistem Persamaan Linear.

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui apakah ada perbedaan hasil belajar siswa pada sistem pengajaran modul dan klasikal untuk pokok bahasan Sistem Persamaan Linear. Selain itu juga untuk mengetahui sistem pengajaran mana yang memberikan hasil belajar yang lebih baik.

Populasi dari penelitian ini adalah himpunan siswa kelas 1 SMUN I Sanden Bantul tahun ajaran 1997/1998 sebanyak 238 siswa yang terdiri dari 6 kelas. Sampel penelitian sebanyak 80 orang siswa yang terdiri dari 2 kelas, 1 kelas untuk sampel eksperimen dan 1 kelas untuk sampel kontrol.

Instrumen yang digunakan adalah tes Prestasi Belajar Matematika. Uji validitas instrumen menggunakan Korelasi Product-Moment, sedangkan uji reliabilitas instrumen menggunakan rumus KR-20 untuk soal pilihan berganda dan rumus Alpha untuk soal esay.

Sebelum penelitian dilaksanakan, terlebih dahulu diadakan pemadanan dari kedua sampel dalam hal jenis kelamin, usia, keadaan ekonomi keluarga dan NEM Matematika. Untuk analisis data digunakan Uji Chi-Kuadrat dari Sutrisno Hadi. Hasil dari analisis ini menunjukkan bahwa kedua sampel penelitian sepadan dalam hal di atas.

Langkah awal dari penelitian ini adalah memberikan pre-test pada masing-masing kelas dengan soal yang sama untuk mengetahui apakah kedua sampel tersebut berawal dari titik tolak yang sama. Analisis data dilakukan dengan menggunakan uji normalitas Lellieofors, uji variansi (uji-F) dan uji perbedaan mean (uji-t). Hasil dari analisis ini menunjukkan bahwa kedua sampel berawal dari titik tolak yang sama.

Penelitian ini dilakukan dengan cara memberikan sistem pengajaran yang berbeda untuk kedua sampel. Sampel eksperimen diberikan sistem pengajaran modul dan sampel kontrol diberikan sistem pengajaran klasikal. Data dikumpulkan dengan menggunakan tes Prestasi Belajar Matematika. Analisis data yang digunakan adalah uji normalitas Lellieofors, uji variansi (Uji-F) dan uji perbedaan mean (Uji-t).

Hasil penelitian menunjukkan bahwa ada perbedaan yang positif dan signifikan antara nilai hasil belajar siswa di kelas eksperimen dan kelas kontrol, yang ditunjukkan dengan nilai $t = 2,88$. Penelitian ini juga menyimpulkan bahwa siswa pengajaran modul memberikan hasil belajar yang lebih baik, hal ini dapat dilihat dari nilai t positif yang berarti rata-rata siswa di kelas eksperimen lebih bagus dibandingkan dengan nilai rata-rata siswa di kelas kontrol.

ABSTRACT

PRAPTI SUNARSIH, 1998. A Comparative Study on the Effectiveness of Modular System and Classical System of Learning Mathematics, among the Students of SMUN I Sanden Bantul, in the Second Term of the Academic Year 1997/1998, on the topic of Systems of Linear Equations.

The research was conducted in order to obtain information whether a modular system and a classical (conventional) system of learning mathematics will produce different results in students' achievement, if the two system of learning are applied in the topic of systems of linear equations. And if the two systems do produce different results in students' achievement, it will be found out, in this research, which system will produce better achievement among students.

The population for the research was the set of year 1 students of SMUN I Sanden Bantul, in the academic year 1997/1998, comprising 238 students, divided into 6 classes. The sample for the research consisted of 80 students, which came from two classes of students. Students from one class were assigned into the experimental group, whereas the students from the other class were assigned into the control group.

The research instrument used was Mathematics Achievement test, which had been tested for validity by using Product-Moment Correlation, while testing for reliability was conducted by using KR-20 and Alpha formulas. KR-20 formula was used for the multiple choice items, whereas Alpha formula was applied for the essay items.

Before the experiment was conducted, the two groups had been found to be "equal" with respect to sex, age, economic conditions, and NEM of Mathematics (SLTP). The tests for "equality" were conducted by using chi-square tests (see Sutrisno Hadi, 1986).

Before the experiment was conducted, the two groups had been given a pre-test, which showed that the two groups were equal with respect to prior mathematics achievement.

After the two groups had been given instructions using the respective teaching methods (one, modular system; the other, classical system), the data were then analyzed using F and t-tests. Normality tests were conducted using Lilliefors method.

The results of the analyses showed that the two groups had produced different results in learning achievement, as indicated by the value of t , $t = 2,88$. It was found that the modular system of learning mathematics produced higher mean of achievement scores, which showed that the modular system was better than the classical (conventional) system in the learning of systems of linear equations among the year – one students of SMUN I Sanden Bantul, in the academic year 1997/1998.

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Pada umumnya, di berbagai sekolah, suatu kelas terdiri dari anak-anak yang sebaya. Ada anggapan bahwa anak-anak yang sebaya itu relatif memiliki perhatian, minat, pengalaman, dan taraf kepandaian yang sama pula, maka mereka dianggap dapat menyelesaikan volume pelajaran yang sama dengan kecepatan belajar yang sama. Inilah dasar pemikiran sistem pengajaran klasikal menurut Vembriarto. (1981 : 8). Anggapan ini kurang tepat, karena pada kenyataannya di dalam kelas selalu ada anak yang cepat, anak yang rata-rata dan anak yang lambat dalam mengikuti pelajaran.

Hal ini mengakibatkan siswa-siswa yang cepat dalam belajar harus menunggu teman-temannya, sehingga mereka jadi bosan atau mengacau kelas. Sebaliknya siswa-siswa yang lambat selalu tertekan karena harus mengejar ketinggalannya.

Selain itu, anggapan tersebut di atas mengakibatkan potensi-potensi dalam diri siswa tidak dapat dikembangkan secara optimal. Siswa-siswa yang cerdas sebenarnya dapat belajar lebih cepat dan lebih banyak dari program yang disediakan oleh sekolah. Karena dalam pengajaran klasikal tidak mampu melayani kebutuhan dan minat perseorangan siswa, maka potensi-potensi yang ada pada masing-masing siswa tidak dapat dikembangkan sebaik-baiknya. Dipihak lain siswa-siswa yang lambat cenderung akan mudah mengalami putus studi, dan ini merupakan pemborosan pendidikan.



Akibat lainnya yaitu dalam pengajaran klasikal siswa cenderung bersikap pasif dan reseptif, sedangkan guru cenderung bersikap dominan. Kegiatan-kegiatan belajar yang seragam cenderung lebih banyak diberikan oleh guru karena cara itu merupakan cara yang paling mudah untuk memelihara ketertiban kelas, sehingga siswa-siswa sangat tergantung, kurang inisiatif, tidak dilatih untuk berdiri sendiri dalam hal belajar.

Keadaan seperti yang terurai secara umum diatas kurang memberikan harapan bagi berlangsungnya suatu proses belajar mengajar yang efisien dan efektif. Telah lama para ahli pendidikan memikirkan cara untuk mengatasi kelemahan-kelemahan pengajaran klasikal. Mereka memikirkan dan mengembangkan konsep pengajaran individual. Dasar pemikiran pengajaran individual adalah adanya pengakuan terhadap perbedaan individual terhadap masing-masing siswa. Untuk merealisasikan pengakuan perbedaan individu itu asas kurikulum sekolah harus bersifat *continuous progress*, yaitu asas kurikulum yang memungkinkan anak didik secara individual dan secara kontinu mengikuti program pendidikan yang bertujuan tercapainya pertumbuhan dan perkembangan pribadi secara optimal.

Bentuk pengajaran individual yang dikembangkan oleh para ahli pendidikan salah satunya adalah pengajaran modul. Pengajaran modul ini membuka kesempatan bagi siswa untuk belajar menurut kecepatan masing-masing.

Bagaimanapun juga sistem pengajaran modul untuk bidang studi matematika adalah merupakan langkah inovasi dalam pendidikan. Memang kalau ditinjau dari beberapa aspek yang terungkap dalam sistem pengajaran modul dapat diharapkan bahwa sistem ini mampu meningkatkan efisiensi, efektivitas dan relevansi pengajaran matematika. Namun harus diakui pula bahwa sistem pengajaran modul untuk bidang

studi matematikapun memiliki beberapa kelemahan. Antara lain mengingat bahwa menyusun modul yang baik untuk matematika itu sangat sulit, mempelajari modul itu jauh lebih melelahkan daripada belajar melalui penjelasan guru, dan guru yang baik itu lebih baik daripada modul yang terbaik sekalipun.

Dengan demikian timbul suatu permasalahan yang perlu diteliti, apakah hasil belajar siswa untuk bidang studi matematika pada sistem pengajaran modul dan sistem pengajaran klasikal berbeda secara signifikan? Jika berbeda, sistem pengajaran mana yang memberikan hasil yang lebih baik, sistem pengajaran modul atau sistem pengajaran klasikal .

Karena menyadari adanya permasalahan tersebut, timbul ide dari peneliti untuk menelitinya lebih lanjut. Penelitian yang peneliti laksanakan yaitu mengenai studi komparasi hasil belajar untuk bidang studi matematika pada sistem pengajaran modul dan sistem pengajaran klasikal untuk pokok bahasan Sistem Persamaan Linear.

Untuk saat ini, penelitian tersebut akan dilakukan di suatu SMU tertentu, yaitu SMU Negeri I Sanden Bantul. Alasan penelitian sekolah ini adalah kedekatan lokasi sekolah tersebut dengan tempat tinggal peneliti. Dengan demikian, kesimpulan yang nanti diperolehpun terutama akan terbatas keberlakuannya di sekolah tersebut. Sekalipun demikian, hasil yang diperoleh pada poenelitian di sekolah tersebut diharapkan akan memberikan gambaran tentang penggunaan modul untuk sekolah-sekolah yang lain.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, penulis merumuskan masalah sebagai berikut :

- B.1. Apakah ada perbedaan yang signifikan pada hasil belajar bidang studi matematika di kalangan para siswa SMUN I Sanden Bantul kelas I caturwulan II pada sistem pengajaran modul dan sistem pengajaran klasikal untuk pokok bahasan Sistem Persamaan Linear.
- B.2. Jika ada perbedaan yang signifikan, manakah yang lebih baik, sistem pengajaran modul ataukah sistem pengajaran klasikal.

C. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah dikemukakan di atas, maka tujuan penelitian ini adalah :

- C.1. Untuk mengetahui apakah ada perbedaan yang signifikan pada hasil belajar untuk bidang studi matematika di kalangan para siswa SMUN I Sanden Bantul kelas I caturwulan II pada sistem pengajaran modul dan sistem pengajaran klasikal untuk pokok bahasan Sistem Persamaan Linear.
- C.2. Untuk mengetahui secara empiris sistem pengajaran mana yang lebih baik antara sistem pengajaran modul dan sistem pengajaran klasikal pada penerapan kedua sistem tersebut untuk bidang studi matematika di kelas I Caturwulan II, pada pokok bahasan Sistem Persamaan Linear.

D. Perumusan Variabel dan Pembatasan Masalah

D.1. Perumusan Variabel

Untuk mencapai tujuan dalam pelaksanaan penelitian ini, diperlukan beberapa macam variabel untuk keperluan pengujian hipotesis, variabel yang diperlukan dalam penelitian ini adalah :

a. Sistem pengajaran

Pada penelitian ini, variabel sistem pengajaran mempunyai dua kemungkinan nilai, yaitu sistem pengajaran klasikal dan sistem pengajaran modul.

b. Hasil belajar siswa untuk pokok bahasan Sistem Persamaan Linear, yaitu untuk siswa di kelas eksperimen dan siswa di kelas kontrol.

c. Beberapa variabel penting yang mempengaruhi proses dan hasil belajar disamping sistem pengajaran, antara lain keadaan ekonomi, jenis kelamin, usia, dan NEM matematika, yaitu di kelas eksperimen (kelas yang diberikan sistem pengajaran modul) dan kelas kontrol (kelas yang diberikan sistem pengajaran klasikal).

D.2. Pembatasan istilah

a. Pengertian studi komparasi

Diartikan sebagai suatu jenis penelitian yang berusaha mengungkapkan perbandingan antara dua obyek. dalam hal ini yang dikomparasikan adalah hasil belajar siswa pada sistem pengajaran modul dan hasil belajar siswa pada sistem pengajaran klasikal, untuk pokok bahasan Sistem Persamaan Linear.

b. Pengertian sistem pengajaran modul

Diartikan sebagai suatu bentuk pengajaran individual yang penyampaian materinya menggunakan modul.

c. Pengertian modul

Diartikan sebagai paket program pengajaran terkecil yang bersifat *self-instructional*. Maksudnya adalah, siswa mempelajari sendiri paket pelajaran itu, sedang bimbingan dan layanan guru diatur sedikit mungkin.

d. Pengertian pengajaran klasikal

Diartikan sebagai suatu pengajaran yang diberikan kepada sekelompok siswa secara bersama-sama. Di negara kita penyampaian materinya dilakukan dengan menggunakan PSP (Program Satuan Pelajaran) yang disusun melalui langkah-langkah PPSI (Prosedur Pengembangan Sistem Instruksional).

E. Manfaat Penelitian

E.1. Bagi guru bidang studi atau bagi SMU

Hasil penelitian ini dapat dipergunakan sebagai bahan pertimbangan dalam menyampaikan materi pelajaran bagi peserta didik, dalam usaha peningkatan hasil belajar siswa.

2. Bagi siswa

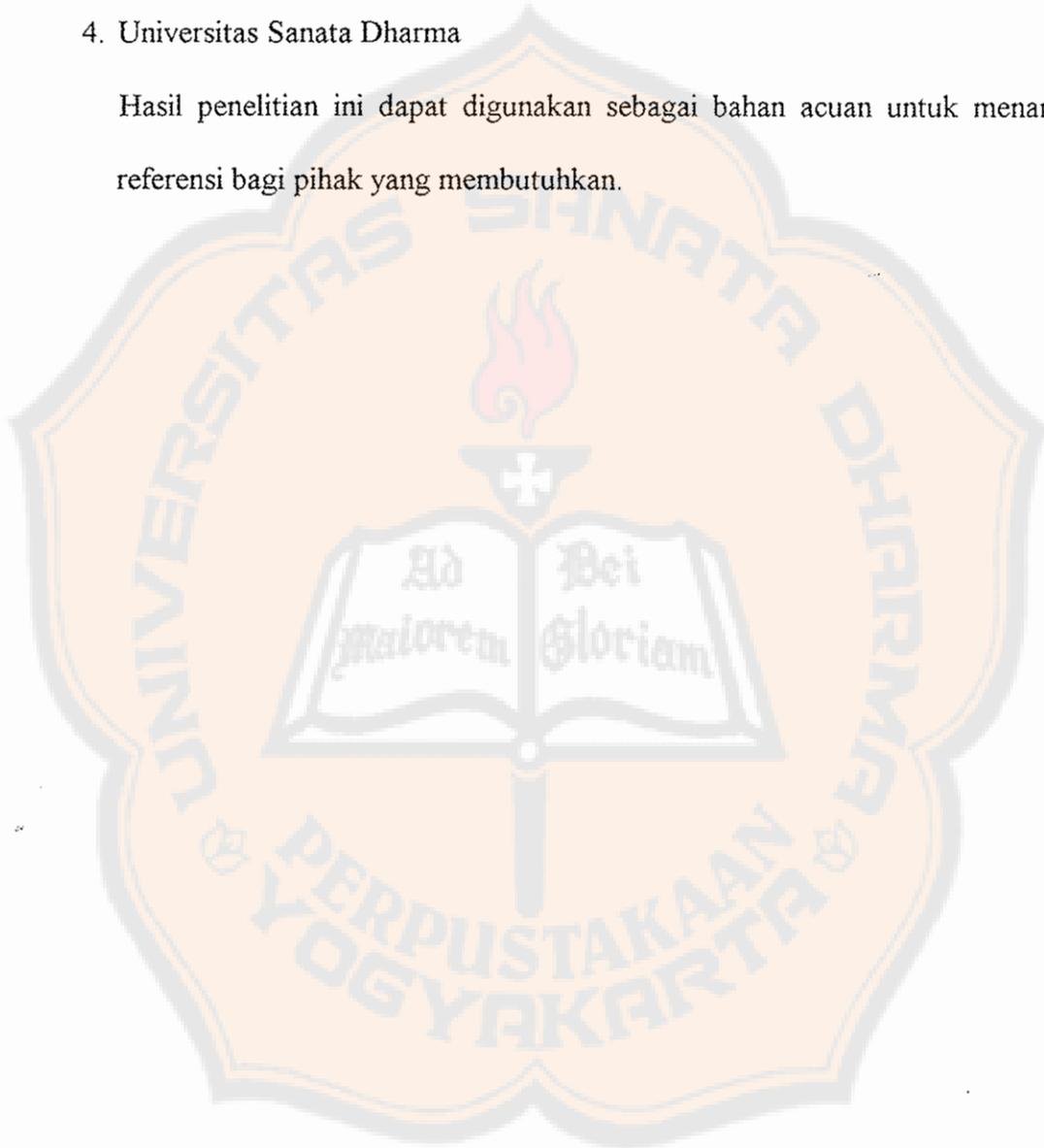
Hasil penelitian ini dapat digunakan sebagai tambahan pengetahuan sistem pengajaran mana yang lebih baik dari keduanya.

3. Bagi peneliti

Penelitian ini sebagai sarana untuk menambah dan memperluas wawasan pengetahuan serta sebagai pengalaman peneliti dalam bidang penelitian.

4. Universitas Sanata Dharma

Hasil penelitian ini dapat digunakan sebagai bahan acuan untuk menambah referensi bagi pihak yang membutuhkan.



BAB II

LANDASAN TEORI

A. Pengertian Belajar

Ada banyak definisi belajar, namun disini akan diberikan lima batasan mengenai definisi belajar yaitu :

Menurut W.S. Winkel, yang dimaksud belajar adalah suatu proses mental yang mengarah kepada penguasaan pengetahuan, kecakapan, kebiasaan atau sikap yang semuanya diperoleh, disimpan dan dilaksanakan sehingga menimbulkan tingkah laku yang adaptif. (1989: 156)

Chaplin dalam *Dictionary Of Psychology* membatasi belajar dengan dua macam rumusan, (1) belajar adalah perolehan perubahan tingkah laku yang menetap sebagai akibat latihan dan pengalaman, (2) belajar adalah proses memperoleh respon sebagai akibat adanya latihan khusus. (Muhibbin, 1995 :89)

Menurut H.C. Witherington dalam bukunya *Educational Psychology* dikemukakan bahwa belajar adalah suatu perubahan di dalam kepribadian yang menyatakan diri sebagai suatu pola baru dari reaksi yang berupa kecakapan, sikap, kebiasaan kepribadian atau suatu pengertian. (Moh Uzer Usman, 1993 : 05).

Gagne dalam bukunya *The Conditions Of Learning* (1977) menyatakan bahwa belajar terjadi apabila situasi stimulus bersama dengan isi ingatan mempengaruhi siswa sedemikianrupa sehingga perbuatannya berubah dari waktu sesudah mengalami situasi itu tadi. (Ngalim Purwanto, 1984 :80)

Wittig dalam bukunya *Psychology Of Learning* mendefinisikan belajar adalah perubahan yang relatif menetap yang terjadi dalam segala macam / keseluruhan, tingkah laku suatu organisme sebagai hasil pengalaman. (Muhibbin, 1995 : 90)

Bertolak dari berbagai definisi yang telah diutarakan tadi, secara umum belajar dapat dipahami sebagai tahapan perubahan seluruh tingkah laku individu yang relatif menetap sebagai hasil pengalaman dan interaksi dengan lingkungan yang melibatkan proses kognitif.

B. Faktor-faktor yang mempengaruhi Belajar

Secara global faktor-faktor yang mempengaruhi belajar dapat dibedakan menjadi tiga macam (Mihibbin, 1995 :139) yaitu :

B.1. Faktor internal (dari dalam siswa)

Faktor internal dibedakan menjadi dua aspek, (1) Aspek fisiologis yaitu jasmani siswa, kesehatan mata dan telinga. (2) Aspek psikologis yaitu inteligensi, bakat, minat, motivasi, dan kemampuan kognitif.

B.2. Faktor eksternal (dari luar diri siswa)

Faktor eksternal dibedakan menjadi dua yaitu, (1) Lingkungan sosial yaitu seperti teman, keluarga, guru, masyarakat. (2) Lingkungan non-sosial yaitu seperti rumah, sekolah, peralatan, alam.

B.3. Pendekatan dalam hal belajar

Dibedakan menjadi tiga yaitu (1) Pendekatan tinggi (*achieving approach*) yaitu pendekatan yang dilandasi ambisi yang besar untuk meningkatkan prestasi keakuan dirinya dengan cara meraih nilai atau indeks prestasi setinggi-

Apabila dalam suatu kelas ada 40 orang siswa, maka secara teoritik terdapat 40 buah garis pula dalam skema tersebut di atas. Dari skema tersebut kita ketemukan dua kenyataan penting, yaitu : sisa waktu dan learning gap. Sisa waktu adalah kelebihan waktu yang dimiliki oleh siswa yang cepat karena dia telah menguasai materi pelajaran lebih cepat dari jatah waktu yang ditentukan. Sedangkan *learning gap* adalah materi pelajaran yang belum dikuasai oleh siswa yang lambat meskipun jatah waktu yang diperuntukkan bagi penguasaan materi pelajaran itu telah habis.

Irama proses belajar siswa yang bersifat individual tersebut di atas merupakan dasar dari asas *continuous progress*.

Dalam Workshop sekolah pembangunan yang diadakan pada tanggal 19 – 24 Juli 1971 di Jakarta, asas continous progress dirumuskan sebagai: (Vembriarto, 1989: 56)

Suatu pola kurikulum yang memungkinkan anak-anak didik secara individual dan secara kontinue mengikuti suatu program pendidikan menurut daya kemampuan dan irama perkembangannya dan tidak harus dihambat oleh kawan-kawannya yang lebih rendah minat/daya intelektualnya dan tidak harus mengikuti kecepatan yang dimiliki oleh anak yang lebih berbakat dalam kemampuan dan minatnya untuk sesuatu bidang kegiatan pendidikan.

Dalam Rapat Koordinasi Proyek-proyek Perintis Sekolah Pembangunan se-Indonesia tanggal 13 - 15 Juli 1972 di Bandungan Semarang, rumusan definisi asas continuous progress itu mengalami modifikasi kecil. Dalam rapat tersebut, asas continuous progress dirumuskan sebagai (Vembriarto, 1989: 37) :

Asas pendidikan yang memungkinkan anak didik secara individual dan secara kontinu mengikuti program pendidikan yang bertujuan mencapai pertumbuhan dan perkembangan pribadi secara optimal, sehingga anak didik yang cepat tidak harus dihambat oleh teman-teman yang lebih rendah minat / daya intelektualnya, dan anak didik yang lambat tidak harus mengikuti kecepatan daripada anak yang lebih berbakat dalam kemampuan dan minatnya untuk sesuatu bidang kegiatan pendidikan.

Asas continuous progress ini mempunyai tiga macam dasar yaitu :

1. Persamaan hak dalam memperoleh kesempatan pendidikan.
2. Pengakuan adanya perbedaan-perbedaan individual.
3. Orientasi pada prinsip-prinsip perkembangan yang menyeluruh.

Dari rumusan definisi-definisi tersebut di atas dapatlah disimpulkan bahwa pengertian continuous progress menunjuk asas proses belajar disatu pihak dan menunjuk pola kurikulum dipihak lain.

Oleh karena asas ini bertolak dari adanya perbedaan individual siswa, maka konsekwensi penerapannya dalam pengajaran berupa pengajaran individual, yaitu pengajaran yang dilakukan sedemikian rupa sehingga masing-masing siswa terlibat setiap saat dalam proses belajarnya dengan hal-hal yang paling berharga bagi dirinya sebagai individu. Dan salah satu bentuk pengajaran individual yang merupakan perkembangan mutakhir dalam penerapan asas continuous progress adalah sistem pengajaran modul. Aplikasi asas continuous progress ini dapat dilaksanakan dengan tehnik akselerasi dan pengayaan. Tehnik akselerasi adalah tehnik yang memungkinkan anak didik melanjutkan tugas pelajaran berikutnya setelah dapat menyelesaikan tugas-tugas yang dipersyaratkan kepadanya tanpa harus menunggu teman-

temannya menyelesaikan tugas yang serupa. Pada teknik ini kemajuan belajar siswa mengikuti jalur vertikal. Siswa dimungkinkan naik kelas pada pertengahan tahun pelajaran mendahului teman-temannya. Sedang teknik pengayaan adalah teknik yang memungkinkan anak didik memperoleh tambahan pengalaman belajar baik secara kuantitatif maupun kualitatif sesuai dengan kemampuan masing-masing setelah yang bersangkutan menyelesaikan tugas-tugas pelajaran yang dipersyaratkan kepadanya. Pada teknik ini kemajuan belajar siswa mengikuti jalur horizontal. Siswa tetap terikat oleh kelasnya, sisa waktu yang dimiliki oleh siswa yang cerdas diisi dengan kegiatan pengayaan yang sifat dan isi kegiatannya dapat memperluas dan atau memperdalam materi pelajaran sebelumnya. Asas continuous progress ini akan lebih mudah dipahami apabila dihubungkan dengan pelaksanaan sistem pengajaran modul dan konsep mastery learning. Bila siswa telah menguasai suatu modul, yaitu telah dapat menjawab benar sekurang-kurangnya 75% dari seluruh item soal yang disusun berdasarkan tujuan pembelajaran khusus yang ditentukan, maka ia dapat berpindah ke modul lain selanjutnya tanpa menunggu teman-temannya.

C.2. Batasan Pengertian

Untuk dapat mengerti tentang sistem pengajaran modul lebih dahulu perlu dipahami batasan pengertian modul, komponen-komponennya, langkah-langkah penyusunannya, sifat-sifatnya, dan macam-macamnya. Untuk lebih jelasnya dapat disimak uraian berikut ini.

C.2.1. Batasan pengertian modul

Pada tahun 1969 di universitas Purdue, Amerika Serikat untuk pertama kalinya dicobakan konsep unit pelajaran terkecil yang dapat diwujudkan dalam suatu topik yang berdiri sendiri dan diintegrasikan ke dalam suatu program studi. Unit-unit pengajaran kecil semacam ini disebut *minicourses* yang lalu meluas ke tempat-tempat lain dengan nama yang berbeda-beda. seperti *Concept-o-pac*, *Learning Activity Package (LAP)*, *Individualized Learning Package (ILP)*, *Instruct-o-pac*, *Unipak*. Menurut James D Russel (1974) nama yang biasa ditemui dalam literatur adalah Modul.

Batasan pengertian tentang modul yang dikembangkan oleh Badan Penelitian dan Pengembangan Pendidikan dan Kebudayaan (BP3K) Departemen P & K ialah sebagai berikut :

Modul adalah satu unit program belajar mengajar terkecil yang secara terperinci menggariskan :

- a. Tujuan pembelajaran yang akan dicapai
- b. Topik yang akan dijadikan pangkal proses belajar mengajar
- c. Pokok-pokok materi yang akan dipelajari
- d. Kedudukan dan fungsi modul dalam kesatuan program yang luas
- e. Peranan guru dalam proses belajar mengajar
- f. Alat-alat dan sumber yang akan dipergunakan
- g. Kegiatan-kegiatan belajar yang harus dilakukan dan dihayati murid secara berturutan

- h. Lembaran kerja yang harus diisi oleh anak
- i. Program evaluasi yang akan dilaksanakan.

Berdasarkan kedua batasan tersebut dapat ditarik kesamaan pendapat bahwa modul merupakan paket satuan program pengajaran terkecil yang bersifat *self-instructional*; siswa mempelajari sendiri paket program pelajaran itu, sedang layanan guru dan bimbingan guru diatur sedikit mungkin.

C.2.2. Komponen-komponen Modul

Berdasar dari batasan pengertian tentang modul, kiranya dapat diuraikan secara terperinci komponen-komponen modul. Perlu diketahui bahwa modul yang dikembangkan melalui Proyek Perintis Sekolah Pembangunan (PPSP) di Indonesia dewasa ini berbentuk buku kecil (*booklet*).

Dari suatu berkas buku kecil yang disebut modul itu terdiri atas komponen-komponen sebagai berikut :

a. Pedoman guru

Pedoman guru berisi petunjuk-petunjuk guru agar pengajaran dapat diselenggarakan secara efisien. Pedoman guru juga memberi penjelasan tentang macam-macam kegiatan yang harus dilakukan oleh kelas, waktu yang disediakan untuk menyelesaikan modul itu, alat-alat pelajaran yang harus digunakan, petunjuk-petunjuk evaluasi.

b. Lembaran Kegiatan Siswa

Lembaran kegiatan ini memuat materi pelajaran yang harus dikuasai oleh siswa. Penyusunan materi pelajaran ini disesuaikan dengan tujuan-tujuan pembelajaran yang akan dicapai yang dirumuskan dalam modul itu, materi pelajaran juga disusun secara teratur langkah-langkahnya sehingga dapat diikuti dengan mudah oleh siswa.

Dalam lembaran kegiatan tercantum pula kegiatan-kegiatan yang harus dilakukan siswa, dan mungkin pula dicantumkan buku-buku yang harus dipelajari siswa sebagai pelengkap materi yang terdapat dalam modul.

c. Lembaran kerja

Lembaran kerja ini menyertai lembar kegiatan siswa, digunakan untuk menjawab atau mengerjakan soal-soal, tugas-tugas atau masalah yang harus dipecahkan. Jadi setelah siswa mempelajari lembar kegiatan mereka harus bekerja atau melaksanakan kegiatan-kegiatannya pada lembar kerja ini.

d. Kunci Lembaran Kerja

Maksud diberikannya kunci lembar kerja ialah agar siswa dapat mengevaluasi atau mengoreksi sendiri hasil pekerjaannya. Apabila siswa membuat kesalahan-kesalahan dalam pekerjaannya maka ia dapat meninjau kembali pekerjaannya

e. Lembaran Tes

Tiap modul disertai lembaran tes, yaitu alat evaluasi yang digunakan sebagai pengukur keberhasilan atau tercapai tidaknya tujuan yang telah dirumuskan dalam modul itu. Jadi lembaran tes berisi soal-soal untuk menilai keberhasilan siswa dalam mempelajari bahan yang disajikan dalam modul tersebut.

f. Kunci Lembaran Tes

Tes ini disusun oleh penulis modul yang bersangkutan, sehingga kunci tes inipun juga dibuat oleh penulis modul. Gunanya sebagai alat koreksi sendiri terhadap penilaian yang dilaksanakan.

C.2.3. Langkah-langkah Penyusunan Modul

Suatu modul yang digunakan di sekolah ini, disusun atau ditulis dengan melalui langkah-langkah seperti berikut :

1. Menetapkan tujuan

Tujuan pembelajaran diambil dari GBPP kurikulum yang berlaku yang pencapaiannya ditunjang oleh satuan bahan yang dikembangkan lebih lanjut. Sedang tujuan pembelajaran khusus merupakan penjabaran dari dan menunjang tujuan pembelajaran umum, dirumuskan secara spesifik dalam kalimat yang jelas menggambarkan tingkah laku siswa dan dapat diukur pencapaiannya.

Beberapa pertimbangan yang perlu diperhatikan dalam menetapkan tujuan pembelajaran khusus adalah sebagai berikut :

- a. Tujuan Pembelajaran Khusus (TPK) merupakan penjabaran dari dan menunjang Tujuan Pembelajaran Umum (TPU) dan selaras dengan jenis dan perjenjangan sekolah (SD, SLTP, SMU, SMK) serta keluasan materi pelajaran.
- b. TPK mempertimbangkan sifat bahan, sebab setiap satuan bahasan itu mengandung kadar pengetahuan, nilai sikap, dan ketrampilan yang berbeda-beda.
- c. TPK dan seluruh proses pengajaran harus berpusat pada siswa.
- d. TPK hendaknya dirumuskan dengan kalimat yang sederhana, tepat dan benar menurut kaidah ketatabahasaan.

Adapun ciri-ciri TPK yang baik adalah sebagai berikut :

- a. Merupakan bentuk tingkah laku hasil belajar.
- b. Menunjuk hasil belajar, bukan proses belajar.
- c. Hanya menyangkut satu jenis tingkah laku sehingga mempertegas sasaran yang hendak dicapai dan mempermudah pengecekannya.
- d. Dirumuskan dengan kata-kata yang operasional misalnya menemukan, mendefinisikan, membuktikan dan sebagainya.
- e. Memuat unsur siswa, tingkah laku, kondisi, dan kriteria.
- f. Isi TPK hendaknya berbobot, tidak hanya tertuju pada tingkat ingatan tetapi pada tingkat pemahaman, aplikasi, analisis, sintesis, bahkan evaluasi.

2. Mengembangkan alat evaluasi

Jenis tes yang digunakan adalah *Criterion Referenced Test* (CRT) yaitu tes yang digunakan untuk mengukur efektifitas program pengajaran. Oleh karena itu item-item tes harus dikembangkan dari rumusan TPK dengan syarat bahwa hubungan antara TPK dengan item tes harus konsisten dalam hal isi (kriteria keberhasilan) maupun tingkah laku.

3. Analisis kemampuan awal siswa

Adalah suatu pemborosan waktu, beaya, dan tenaga untuk menyajikan pengetahuan dan kecakapan yang sebenarnya sudah dimiliki siswa. Untuk menghindari hal itu maka analisis kemampuan awal siswa sangat diperlukan.

4. Mengembangkan bahan pelajaran

Disusun dan dikembangkan secara sistematis logis mengarah pada pencapaian TPK. Dalam hal ini perlu ditampilkan persoalan-persoalan yang relevan dengan kehidupan siswa. Dengan demikian siswa dapat lebih mudah mempelajari modul itu.

5. Memilih alat-alat yang diperlukan

Pemilihan alat-alat yang tepat dan menunjang pengajaran akan membantu siswa dalam mencapai tujuan dan memotivasi siswa.

6. Mengadakan pemeriksaan sejauh mana langkah-langkah kegiatan belajar itu telah tersusun secara sistematis-logis dan mengarah pada pencapaian tujuan.

7. Menuangkan hasil pemikiran diatas dalam komponen modul yaitu pada petunjuk guru, lembar evaluasi, lembar kerja siswa, lembar kerja siswa, lembar kegiatan siswa dan kunci lembar kerja siswa.

C.2.4. Sifat-sifat Modul

Sifat-sifat modul dapat dikemukakan sebagai berikut :

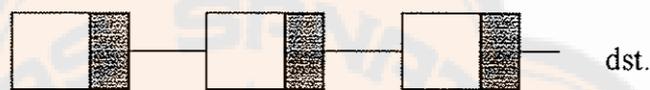
- a. Modul itu merupakan unit pengajaran terkecil dan lengkap
- b. Modul itu memuat rangkaian kegiatan belajar yang direncanakan dan sistematis
- c. Modul memuat tujuan belajar yang dirumuskan secara jelas dan spesifik
- d. Modul memungkinkan siswa belajar sendiri (independent)
- e. Modul merupakan realisasi pengakuan perbedaan individual dan merupakan salah satu perwujudan pengajaran individual.

C.2.5. Macam-macam Modul

Sejak dirumuskan untuk pertama kalinya pada tahun 1971, asas continuous progress belum pernah mencapai penerapan yang ideal. Hal ini disebabkan karena sistem klasikal yang telah bercokol kuat dalam sistem persekolahan kita sulit dibongkar sampai keakar-akarnya. Dalam rangka pengajaran klasikal, penerapan asas continuous progress itu sangatlah terbatas. Inovasi pengajaran modul mulai diterapkan sejak tahun 1975. Melalui modul yang merupakan satuan program pengajaran terkecil yang bersifat self-instructional, kemungkinan

penerapan asas *continuous progress* dapat menggunakan pola-pola sebagai berikut :

1. Tiap-tiap modul diikuti dengan program pengayaan. Kelas selalu memulai mempelajari modul baru secara bersama-sama. Bagan pola ini sebagai berikut :



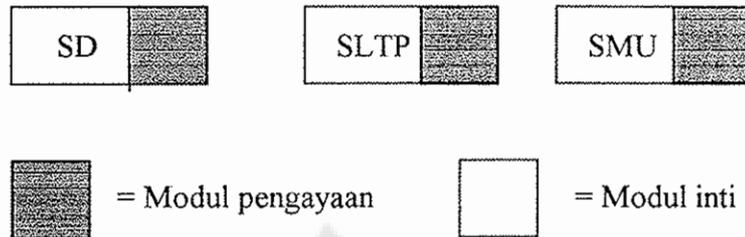
2. Setelah modul-modul inti satu caturwulan selesai barulah dilanjutkan dengan modul pengayaan. Kelas memulai mempelajari modul caturwulan berikutnya secara bersama-sama. Bagan pola sebagai berikut :



3. Setelah modul-modul inti satu tahun selesai dipelajari, barulah dilanjutkan dengan modul pengayaan. Kelas memulai modul tahun berikutnya secara bersama-sama. Bagan pola ini sebagai berikut :



4. Setelah modul-modul inti satu jenjang pendidikan selesai dipelajari, baru dilanjutkan dengan modul pengayaan. Bagan pola ini sebagai berikut :



Apabila dalam bagan-bagan tersebut di atas hanyalah siswa yang cepat dan normal saja yang dilukiskan, tidak berarti bahwa siswa-siswa yang lambat diabaikan dalam penerapan asas continuous progress. Dalam rangka penerapan asas continuous progress ini justru siswa-siswa yang lambat dapat memperoleh perhatian, bantuan, dan bimbingan istimewa oleh guru melalui modul remedial. Bimbingan dan bantuan istimewa kepada siswa-siswa yang lambat belajar ini hampir tidak pernah mendapat tempat dalam sistem klasikal. Dari hal tersebut di atas dapat disimpulkan, bahwa dalam sistem pengajaran modul terdapat tiga macam modul, yaitu :

a. Modul inti

Modul inti yaitu program minimum yang wajib dipelajari oleh semua siswa. Modul ini akan diselesaikan secara baik oleh siswa-siswa yang "normal".

b. Modul pengayaan

Modul pengayaan yaitu program tambahan yang diperuntukkan bagi siswa-siswa yang cerdas yang telah menyelesaikan modul inti mendahului teman-temannya.

c. Modul remedial

Modul remedial yaitu modul yang isinya dipermudah sedemikian rupa untuk membantu siswa-siswa yang lambat yang mengalami kesulitan dalam memahami modul inti.

C.3. Ciri-ciri Pengajaran Modul

- Modul merupakan paket pengajaran yang bersifat self-instructional
- Pengakuan atas perbedaan-perbedaan individual
- Memuat rumusan tujuan pengajaran secara eksplisit
- Adanya asosiasi, struktur, dan urutan pengetahuan
- Penggunaan berbagai macam media
- Partisipasi aktif dari para siswa
- Adanya reinforcement langsung terhadap response siswa
- Adanya evaluasi terhadap penguasaan siswa atas hasil belajarnya.

D. Sistem Pengajaran Klasikal

D.1. Hal yang mendasarinya

Kelas atau sekelompok siswa dapat dipandang dari dua sudut, yaitu : persamaan dan perbedaan dari masing-masing anggotanya. Apabila guru menitikberatkan persamaan diantara siswa-siswanya, maka guru cenderung akan menyamaratakan mereka. Sistem pengajaran ini disebut sistem pengajaran klasikal. (Vembrianto, 1989 : 72)

Dasar pemikiran pengajaran klasikal itu adalah sebagai berikut : oleh karena kelas terdiri dari anak-anak yang sebaya, padahal anak-anak yang

sebayanya itu relatif memiliki perhatian, minat, pengalaman yang sama pula, maka kepada mereka dapat diberikan program pengajaran yang sama pula.

D.2. Batasan Pengertiannya

Pengajaran klasikal adalah pengajaran yang diberikan kepada sekelompok murid secara bersama-sama. Metode klasikal adalah "*prosedures designed for use in teaching more than one person at a time*". (Vembrianto, 1981 : 8)

Pengajaran klasikal merupakan konsekuensi pelaksanaan demokratisasi pendidikan. Dengan pengajaran klasikal itu seorang guru dapat melayani sejumlah siswa. Dengan demikian, dengan pengajaran klasikal itu dimungkinkan penyelenggaraan secara meluas kepada rakyat.

Dalam rangka pembaharuan pendidikan di Indonesia, sistem pengajaran klasikal itu dilaksanakan dengan menggunakan Program Satuan Pelajaran (PSP) yang disusun menggunakan pendekatan Prosedur Pengembangan Sistem Instruksional (PPSI). Oleh karena itu untuk dapat melakukan komparasi antara sistem pengajaran modul dengan sistem pengajaran klasikal disamping perlu diuraikan tentang modul perlu juga diuraikan tentang PPSI dan PSP baik batasan pengertiannya, komponen-komponennya, cara penyusunannya maupun sifat-sifatnya.

D.2.1. Batasan pengertian PPSI dan PSP

PPSI adalah : langkah-langkah kerja yang bersifat logis yang mengarah pada tujuan yang harus dibuat oleh guru dalam mempersiapkan pengajaran sebagai suatu sistem. Sebagai suatu sistem, pengajaran memuat sejumlah komponen antara lain materi pelajaran,

metode, alat pelajaran, evaluasi yang kesemuanya berinteraksi untuk mencapai tujuan pengajaran.

Langkah-langkah pokok dalam pengembangan sistem instruksional antara lain adalah merumuskan tujuan-tujuan pembelajaran, pengembangan alat evaluasi, menetapkan kegiatan-kegiatan belajar, merencanakan program kegiatan, melaksanakan program. (Suryosubroto, 1990 : 67)

Hasil pemikiran guru melalui langkah-langkah PPSI itu dapat disusun dalam bentuk program pengajaran yang disebut Program Satuan Pelajaran (PSP). Program Satuan Pelajaran adalah program pengajaran satu-satuan bahasan tertentu yang merupakan kesatuan program untuk digunakan oleh guru didalam menyampaikan materi pelajaran kepada siswa.

D.2.2. Komponen-komponen PSP

Sebagai satu kesatuan, PSP untuk setiap bahasan pelajaran berisi tentang tujuan-tujuan yang hendak dicapai, materi pelajaran yang akan diajarkan kepada siswa, langkah-langkah kegiatan belajar mengajar, serta alat dan sumber pelajaran, prosedur dan alat evaluasi yang digunakan.

Berikut ini uraian terinci tentang komponen-komponen PSP, yaitu :

1. Tujuan Pembelajaran
2. Materi pelajaran



Bagian ini berisi penjabaran satuan bahasan dalam bentuk pokok-pokok bahan pelajaran yang lebih khusus dan sistematis untuk mencapai tujuan pembelajaran. Luas dan kedalaman penjabarannya harus disesuaikan dengan tingkat perkembangan dan waktu yang tersedia.

3. Kegiatan belajar mengajar

Penjabaran kegiatan belajar mengajar perlu diawali dengan penjelasan singkat tentang jenis pendekatan dan metode pengajaran yang digunakan. Selanjutnya dirumuskan pokok-pokok kegiatan belajar mengajar yang dikelompokkan dalam kegiatan guru dan kegiatan siswa dalam menyelesaikan satuan pelajaran tersebut. Bila PSP tersebut memerlukan lebih dari satu jam pelajaran biasanya diberikan penjelasan kegiatan mana yang akan dilaksanakan pada pertemuan pertama, pada pertemuan kedua dan seterusnya.

4. Alat dan sumber pelajaran

Bagian ini diawali dengan ketentuan tentang jenis alat yang khusus digunakan dalam PSP itu, misalnya, papan berpetak, kartu, jangka dan sebagainya. Sedangkan alat-alat yang umum dipakai seperti kapur, papan tulis, pensil dan sebagainya tidak dicantumkan. Selanjutnya dicantumkan pula sumber bahan baik berupa bahan tertulis (majalah, buku, dsb.), obyek langsung (pabrik, pelabuhan, dsb.), manusia sumber (kepala desa, camat, dsb.).

5. Evaluasi

Bagian ini memuat prosedur evaluasi yang akan dilaksanakan yang menjelaskan tentang :

- Apakah akan digunakan pre-test dan post-test, ataukah hanya post-test saja berikut alasannya
- Jenis tes yang digunakan (tertulis, lisan, atau perbuatan)
- Kegiatan evaluasi lain yang dilaksanakan (bila ada) selama proses pengajaran.

Selanjutnya dicantumkan pula soal-soal tes yang digunakan untuk mengukur pencapaian tujuan pembelajaran khusus.

D.2.3. Langkah-langkah penyusunan PSP

Dalam uraian terdahulu telah disebutkan bahwa penyusunan PSP dilakukan dengan menggunakan PPSI. Berikut ini disajikan langkah-langkah penyusunan PSP secara terperinci.

1. Menetapkan tujuan

Tujuan pembelajaran diambil dari GBPP kurikulum yang berlaku yang pencapaiannya ditunjang oleh satuan bahan yang akan dikembangkan lebih lanjut. Sedang tujuan pembelajaran khusus merupakan penjabaran dari dan menunjang tujuan pembelajaran, dirumuskan secara spesifik dalam kalimat yang jelas menggambarkan tingkah laku siswa dan dapat diukur pencapaiannya.

Beberapa pertimbangan yang perlu diperhatikan dalam menetapkan tujuan pembelajaran khusus adalah sebagai berikut :

- Tujuan Pembelajaran Khusus (TPK) merupakan penjabaran dari dan menunjang Tujuan Pembelajaran dan berhubungan erat dengan jenis dan perjenjangan sekolah (SD, SLTP, SMU, SMK) serta keluasan materi pelajaran.
- TPK mempertimbangkan sifat bahan, sebab setiap satuan bahasan itu mengandung kadar pengetahuan, nilai sikap, dan ketrampilan yang berbeda-beda.
- TPK dan seluruh proses pengajaran harus berpusat pada siswa.
- TPK hendaknya dirumuskan dengan kalimat yang sederhana, tepat dan benar menurut kaidah ketatabahasaan.

Adapun ciri-ciri TPK yang baik adalah sebagai berikut :

- * Merupakan bentuk tingkah laku hasil belajar
- * Merupakan hasil belajar, bukan menunjuk proses belajar
- * Hanya menyangkut satu jenis tingkah laku sehingga memper-
tegas sasaran yang hendak dicapai dan mempermudah penge-
cekkannya
- * Dirumuskan dengan kata-kata yang operasional misalnya
menemukan, mendefinisikan, membuktikan dan sebagainya
- * Memuat unsur siswa, tingkah laku, kondisi, dan kriteria.

- * Isi TPK hendaknya cukup berbobot, tidak hanya tertuju pada tingkat ingatan tetapi pada tingkat pemahaman, aplikasi, analisis, sintesis, bahkan evaluasi.

2. Mengembangkan alat evaluasi

Hal pertama yang harus dilakukan pada langkah ini adalah menetapkan jenis tes (tertulis, lisan, perbuatan). Selanjutnya dilakukan perumusan item-item tes yang valid untuk mengukur pencapaian TPK. Pengembangan alat evaluasi ini diletakkan pada langkah kedua, bukan pada langkah terakhir karena untuk mengecek apakah rumusan TPK itu dapat diukur pencapaiannya atau tidak. Apabila ternyata sukar atau bahkan tidak dapat diukur pencapaiannya maka segera rumusan TPK itu diubah. Adapun jenis tes yang digunakan dalam PPSI adalah *Criterion Referenced Test* (CRT).

3. Menetapkan kegiatan belajar mengajar

Hal pertama yang harus dilakukan adalah menetapkan pendekatan dan metode pengajaran yang digunakan. Selanjutnya dapat ditempuh lima tahap berikut ini :

- Mengidentifikasi semua kegiatan belajar mengajar yang sekiranya cocok untuk mencapai tujuan
- Menyisihkan kegiatan belajar yang tidak perlu diprogramkan, dan memilih kegiatan yang perlu diprogramkan demi efektivitas

dan efisiensi pengajaran. Untuk itu sebelumnya perlu dilakukan analisis kemampuan awal siswa

- Menetapkan prasyarat yang harus sudah dimiliki siswa
- Menyusun kegiatan belajar mengajar itu dalam urutan yang sistematis-logis
- Menentukan alat-alat pelajaran dan sumber bahan untuk setiap pokok kegiatan.

4. Merencanakan program kegiatan

Bertolak dari kerangka materi pelajaran yang termuat dalam GBPP dapat dilakukan penjabaran materi pelajaran secara sistematis-logis. Disamping itu penjabaran materi pelajaran harus dilakukan sedemikian sehingga :

- Jelas kegunaannya untuk mencapai TPK
- Berada dalam taraf kemampuan siswa
- Bersifat up to date (mengikuti perkembangan ilmu dan teknologi)
- Menampakkannya relevansinya dengan kehidupan sehari-hari.

Dalam hal di atas benar-benar dituntut kreativitas dan sikap kritis guru. Selanjutnya dapat dilakukan pengalokasian waktu.

Hasil pemikiran guru melalui langkah-langkah di atas kemudian dituangkan dalam bentuk PSP untuk kemudian dipakai sebagai pedoman pengajaran. Adapun pelaksanaan program pengajaran sebagai langkah terakhir dari PPSI itu terdiri atas tiga macam

kegiatan yaitu pelaksanaan pre-test, menyampaikan materi pelajaran dan mengadakan evaluasi.

D.2.4. Sifat-sifat PSP

Dari uraian di muka dapatlah ditarik beberapa sifat yang khas dari PSP, yaitu :

1. PSP merupakan persiapan tertulis yang disusun oleh guru dalam rangka pengajaran klasikal
2. PSP memuat serangkaian kegiatan belajar mengajar yang direncanakan secara sistematis dan logis
3. PSP memuat tujuan belajar yang dirumuskan secara spesifik dan jelas menggambarkan tingkah laku hasil belajar
4. PSP hanya memuat langkah-langkah pokok didalam menyelesaikan bahan pelajaran sehingga dengan hanya mempelajari PSP tanpa penjelasan lebih lanjut dari guru belum memungkinkan siswa dapat belajar sendiri
5. PSP dibuat sebagai realisasi dari bentuk pengajaran yang lebih menitik beratkan pada segi persamaan diantara para siswa di kelas.

D.3. Ciri-ciri Pengajaran Klasikal

Dari uraian di atas, cukup jelaslah apa yang dimaksud dengan sistem pengajaran klasikal. Berikut ini ciri-ciri pengajaran klasikal, yaitu :

- Merupakan bentuk pengajaran yang penyampaian materinya menggunakan PSP
- Memuat tujuan pengajaran yang dirumuskan secara spesifik dan jelas
- Merupakan bentuk pengajaran yang lebih menitik beratkan pada segi persamaan diantara para siswa, mengingat usia mereka sebaya
- Memuat metode, pendekatan, alat dan sumber pelajaran yang diberlakukan secara sama bagi semua siswa
- Pada waktu yang sama guru memberikan materi pelajaran yang sama kepada siswa, dan siswa mengerjakan tugas-tugas pelajaran bersama-sama
- Pengelolaan kelasnya mengikuti pola *graded system*, yaitu pada awal tahun pelajaran semua siswa memulai program pengajaran secara bersama-sama dan pada akhir tahun pelajaran sebagian besar dari mereka naik kelas secara bersama-sama pula, kecuali beberapa siswa yang terpaksa harus tinggal kelas
- Peran guru sangat dominan sehingga mutu hasil belajar siswa sangat tergantung pada faktor guru
- Proses reinforcement terhadap response siswa tidak terjadi dengan segera sebab masih harus menunggu diperiksa oleh guru.

E. Komparasi Klasikal dengan Modul

Dalam rangka inovasi pendidikan dewasa ini ada dua macam pendekatan yang dominan, yaitu Prosedur Pengembangan Sistem Instruksional (PPSI) dan modul.

Kedua pendekatan tersebut menarik untuk dibicarakan karena keduanya mempunyai persamaan-persamaan disamping perbedaan-perbedaannya yang penting.

Baik pendekatan PPSI maupun modul keduanya menggunakan satuan program pengajaran terkecil yang memuat tiga unsur hakiki, yaitu: (1) Tujuan Pembelajaran Khusus (TPK), (2) Kegiatan belajar mengajar, dan (3) Evaluasi. Itulah persamaan utama dari kedua macam pendekatan tersebut. Tetapi antara kedua macam pendekatan tersebut terdapat pula perbedaan-perbedaannya yang penting. Perbedaan-perbedaan tersebut dapat dirumuskan sebagai berikut :

Pendekatan PPSI

- PPSI diterapkan dalam rangka pengajaran klasikal
- Dalam pendekatan PPSI peranan guru bersifat dominan
- PPSI menjadi suatu wahana pembaharuan pendidikan jangka pendek.

Pendekatan modul

- Pendekatan modul dilaksanakan dalam rangka pengajaran individual
- Modul adalah satuan program pengajaran yang bersifat *self-instructional*
- Modul menjadi wahana pembaharuan pendidikan jangka panjang.

Mengkomparasikan sistem pengajaran klasikal dengan sistem pengajaran modul berarti mengkomparasikan PPSI dengan modul. Mengkomparasikan PPSI dengan modul berarti mengidentifikasi persamaan dan perbedaan diantara keduanya. Komparasi tersebut didasarkan pada tiga macam kriteria, yaitu (1) Tujuan Pembelajaran Khusus (TPK), (2) Kegiatan belajar mengajar, dan (3) Evaluasi.

E.1. Tujuan Pembelajaran Khusus (TPK)

Secara esensial TPK pada PPSI dan modul itu sama, baik ditinjau dari definisi, ciri-ciri, maupun cara merumuskannya.

Dalam PPSI pengembangan satuan program pengajaran terkecil bersama TPK-nya diserahkan pada masing-masing guru, sehingga pengembangan satuan-satuan program pengajaran maupun rumusan TPK-nya sangat bervariasi.

Pengajaran modul adalah pengajaran yang struktur bahan dan proses mempelajarinya telah dirumuskan sedemikian sehingga menjadi *standardized*. Ini berarti bahwa rumusan TPK pada setiap modul telah tercantum secara eksplisit dalam modul.

E.2. Kegiatan belajar mengajar

Di atas telah dikatakan bahwa PPSI itu diterapkan dalam pengajaran klasikal. Dengan demikian semua kelemahan yang melekat pada pengajaran klasikal itu melekat pula pada PPSI. Salah satu kelemahan penting pengajaran klasikal adalah bahwa dalam sistem itu perkembangan potensi-potensi siswa sulit mencapai titik optimal. Perkembangan potensi optimal ini hanya dapat dicapai apabila dalam proses belajar mengajar diterapkan asas continuous progress. Kemungkinan penerapan asas continuous progress dalam sistem klasikal adalah melalui achievement grouping yaitu membagi kelas dalam beberapa kelompok : kelompok siswa yang pandai, sedang, dan kurang. Namun jika achievement grouping itu dilakukan, kita sudah memodifikasi sistem klasikal itu sendiri.

Modul adalah satuan program pengajaran terkecil yang bersifat *self-instructional*, yang dikembangkan dalam rangka pengajaran individual. Dengan demikian dalam mempelajari suatu modul seorang siswa tidak tergantung pada gurunya atau siswa lain, baik prosedur maupun waktunya. Dengan demikian asas *continuous progress* dapat diterapkan. Kepada siswa-siswa yang cepat dengan mudah dapat diberikan program-program pengayaan. Demikian pula kepada siswa-siswa yang lambat diberikan program-program remedial. Dengan demikian pengembangan potensi-potensi pribadi siswa dapat mencapai titik optimal. Oleh karena materi pelajaran yang terdapat dalam modul itu telah ditata-urutkan sedemikian logisnya, maka proses belajar siswa dapat dituntun dan diarahkan secara sistematis. Dalam pendekatan PPSI oleh karena penyampaian materi pelajaran dilakukan oleh guru, maka efeknya tergantung pada kualitas masing-masing guru dan pada situasi sesaat.

E.3. Evaluasi hasil belajar siswa

PPSI dan modul yang diterapkan di Indonesia dewasa ini mempunyai tiga persamaan dalam bidang evaluasi, yaitu (1) keduanya menggunakan evaluasi formatif sebagai bagian hakiki dari satuan pelajaran atau modul, (2) keduanya menggunakan *criterion-referenced test* pada evaluasi formatif tersebut, dan (3) keduanya menetapkan standard 75% sebagai *kriterium mastery level*. Meskipun dalam bidang evaluasi PPSI dan modul mempunyai tiga persamaan penting, namun penerapannya akan mempunyai akibat yang berbeda.

Evaluasi formatif pada PPSI dilakukan dengan menggunakan post-test yang merupakan bagian akhir dari setiap satuan pelajaran. Item-item post-test dikembangkan berdasarkan rumusan TPK yang dibuat oleh guru, karena rumusan TPK dari masing-masing guru sangat bervariasi, maka pengembangan item-item post-test tentu juga akan berbeda-beda. Jadi meskipun kurikulumnya sama, belum tentu taraf penguasaan kurikulum diantara semua siswa sama, karena pengembangan TPK, satuan pelajaran, dan item-item post-test tidak mungkin distandardisasikan.

Modul yang merupakan sistem pengajaran terkecil yang bersifat self-contained, didalamnya telah memuat secara lengkap dan eksplisit rumusan TPK (materi pelajaran, assignments dengan kunci jawabannya, item-item test formatif dengan kunci jawabannya. Dengan demikian penguasaan siswa atas satuan pelajaran yang modul itu tidak banyak dipengaruhi oleh improvisasi guru yang berbeda-beda. Dengan demikian ditinjau dari sudut rumusan TPK, materi pelajaran, dan item-item test formatifnya, modul lebih standardized dari pada PPSI).

Baik PPSI maupun modul menggunakan jenis *criterion-referenced test* (CRT), yaitu jenis test yang biasanya dipertentangkan dengan *norm-referenced test* (NRT). Dalam dunia pendidikan kita sampai saat ini, jenis NRT-lah yang kita kenal. CRT merupakan perkembangan baru dalam bidang evaluasi, perkembangan dimana mempunyai relevansi dengan perkembangan teori *mastery learning* dalam teori belajar. Sebagai suatu perkembangan baru, pemahamannya sulit diharapkan meluas dikalangan guru. Apabila pemahaman tentang CRT dan

konsep *mastery learning* belum mencukupi, sulit diharapkan penerapan PPSI menurut konsep yang seharusnya. Bahaya seperti di atas lebih kecil kemungkinannya terjadi pada modul karena modul-modul itu dikembangkan oleh suatu team penulis ahli.

Baik PPSI maupun modul menggunakan standard 75% berarti, bahwa siswa dikatakan telah menguasai materi pelajaran pada suatu satuan pelajaran apabila siswa tersebut dalam mengerjakan post test / test formatif mencapai skor 75% atau lebih dari keseluruhan test tersebut. Siswa yang belum mencapai standart tersebut dianggap belum mencapai taraf mastery yang ditetapkan: dia harus mempelajari kembali satuan pelajaran itu. Bagaimana hal itu dapat dilakukan dalam PPSI yang klasikal itu ?

Apa yang harus dilakukan guru apabila 85% siswa dalam kelasnya belum mencapai taraf mastery 75% itu ? Itu merupakan contoh kasus yang jelas merupakan kesulitan besar yang dihadapi guru dalam penerapan PPSI yang klasikal itu.

Masalah itu tidak akan menimbulkan banyak kesulitan dalam pengajaran modul yang bersifat individual. Siswa-siswa dapat belajar menurut irama kecepatannya masing-masing dalam menguasai suatu modul.

F. Pengujian Hipotesa

Hipotesa dapat diartikan sebagai rumusan jawaban sementara yang harus diuji dengan data yang terkumpul melalui kegiatan penelitian. Dalam suatu penelitian ilmiah, hipotesa dapat dibedakan dalam dua jenis yaitu :

1. Hipotesa Nihil atau disebut juga hipotesa nol (H_0), yaitu hipotesa yang merupakan sangkalan dari apa yang diharapkan atau diramalkan oleh peneliti.
2. Hipotesa Alternatif (H_a), yaitu hipotesa yang berfungsi sebagai alternatif lain yang timbul karena penolakan hipotesa nol (H_0).

Apabila dilakukan pengujian dengan metode statistik ternyata diperoleh bahwa H_0 diterima maka rumusnya diangkat sebagai kesimpulan penelitian. Sebaliknya jika H_0 ditolak maka H_a diterima dan rumusannya diangkat sebagai kesimpulan penelitian.

Berdasarkan komparasi di muka dapatlah dirumuskan hipotesa penelitian sebagai berikut :

- H_0 : Sistem pengajaran modul untuk pokok bahasan Sistem Persamaan Linear bagi siswa SMUN I Sanden Bantul kelas I catur wulan II tahun ajaran 1997/1998 memberikan hasil belajar yang sama dengan sistem pengajaran klasikal.
- H_a : Sistem pengajaran modul untuk pokok bahasan Sistem Persamaan Linear bagi siswa SMUN I Sanden Bantul kelas I caturwulan II tahun ajaran 1997/1998 memberikan hasil yang berbeda secara signifikan dengan sistem pengajaran klasikal.

Jika ternyata hasil pengujian lebih mendukung H_a maka akan ditinjau lebih lanjut arah perbedaan hasil belajar siswa pada kedua sistem pengajaran tersebut. Hal ini dimaksudkan untuk mengetahui sistem pengajaran manakah yang memberikan hasil belajar yang lebih baik dalam menyajikan pokok bahasan Sistem Persamaan Linear khususnya bagi siswa kelas I caturwulan II SMUN I Sanden Bantul tahun ajaran 1997/1998.

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

A. Jenis Penelitian

Sesuai dengan tujuan dalam penelitian ini, jenis penelitiannya termasuk penelitian eksperimen. Pengertian dari penelitian eksperimen itu sendiri adalah suatu penelitian yang menggambarkan apa yang akan terjadi bila variabel-variabel tertentu dikendalikan dan diberi manipulasi dengan teliti. (Latunussa, 1988 : 66)

Dalam penelitian eksperimen ada tiga unsur utama yaitu: pengendalian (kontrol), manipulasi (perlakuan), pengamatan dan pengukuran terhadap variabel terikat.

1. Pengendalian (kontrol)

Pengendalian adalah prosedur yang ditempuh peneliti untuk menghindari akibat-akibat yang berbeda dari variabel-variabel diluar tujuan-tujuan penelitian. (Latunussa, 1988 : 69)

Yang dimaksud dengan variabel-variabel diluar tujuan penelitian yaitu variabel-variabel yang mungkin berpengaruh tetapi tidak menjadi bagian dari masalah penelitian, dan itu harus dikontrol.

Dalam penelitian ini, variabel-variabel yang dikontrol adalah usia siswa, jenis kelamin, NEM matematika, dan keadaan ekonomi keluarga (pekerjaan orang tua).

Dalam pengendalian ini peneliti mengusahakan homogenitas atau kesamaan dua kelompok yang akan diteliti yaitu mengenai variabel-variabel di atas, kecuali cara

yang akan digunakan untuk mengajar. Dalam penelitian ini peneliti akan membuat tabel homogenitas antara dua kelas yang telah terpilih.

2. Manipulasi (perlakuan)

Manipulasi adalah tindakan yang sengaja dilakukan oleh peneliti untuk melihat efek yang terjadi dari tindakan tersebut. (Izaak, 1988: 69)

Dalam penelitian ini, manipulasi dilakukan pada satu kelas dan satu kelas lainnya sebagai kontrol. Manipulasi yang dilakukan adalah dengan memberikan metode pengajaran dengan menggunakan modul pada kelas eksperimen, dan kelas kontrol diberi pengajaran dengan sistem klasikal.

3. Pengamatan (observasi) dan pengukuran

Pengamatan dan pengukuran yang dimaksud dalam penelitian eksperimen ini adalah pengamatan dan pengukuran terhadap variabel terikat (nilai hasil post-test) sebagai efek dari variabel bebas (sistem pengajaran). (Sudjana, 1989: 19)

B. Populasi dan sampel penelitian

B.1. Populasi penelitian

Populasi adalah sekelompok obyek atau individu atau peristiwa yang menjadi perhatian peneliti yang akan dikenai generalisasi penelitian. (Latunussa, 1988: 88)

Dalam penelitian ini populasinya adalah himpunan siswa SMUN I Sanden Bantul kelas I catur wulan II tahun ajaran 1997/1998

Tabel III.1. Populasi penelitian

Kelas	Jumlah Siswa
I.1	40
I.2	40
I.3	40
I.4	40
I.5	40
I.6	40

B.2. Sampel penelitian

Sampel adalah bagian dari populasi yang dipilih untuk mewakili populasi. (Latunussa, 1988 :88)

Dalam rangka penelitian ini metode pengambilan sampel dilakukan dengan teknik kombinasi antara teknik cluster sampling dan teknik random sampling melalui prosedur sebagai berikut: dari populasi di atas sudah berbentuk kelompok-kelompok (kelas-kelas) yang dianggap sebagai cluster-cluster, kemudian dari cluster-cluster tersebut secara acak ditentukan kelas mana yang akan dijadikan kelas eksperimen, dan kelas mana yang akan dijadikan kelas terkontrol.

Peneliti tidak mungkin mengubah kelas siswa dalam menentukan subyek untuk kelompok eksperimen, jadi peneliti mengambil sampel dari kelas-kelas yang sudah ada.

Setelah dilakukan pengambilan sampel secara acak, peneliti mendapatkan sampel sebagai berikut :

Tabel III.2. Sampel Penelitian

Sampel	Kelas
Eksperimen	I.5
Kontrol	I.4

C. Teknik pengumpulan data

C.1. Dokumentasi

Dokumentasi adalah pengumpulan data melalui pencatatan dokumen yang ada di sekolah, yaitu data mengenai usia, NEM matematika, jenis kelamin, dan pekerjaan orang tua.

C.2. Tes

Tes adalah alat ukur yang diberikan kepada individu untuk mendapatkan jawaban-jawaban yang diharapkan baik secara tertulis atau lisan atau perbuatan.

Dalam penelitian ini tes yang digunakan adalah tes prestasi belajar, yaitu pengukuran penguasaan atau kemampuan tertentu sebagai hasil dari proses belajar.

C.3. Wawancara

Wawancara adalah teknik pengumpulan data dengan melakukan tanya jawab secara langsung dengan orang-orang yang berkepentingan dengan obyek yang diteliti.

D. Instrumen penelitian

Dalam penelitian ini digunakan dua macam tes, yaitu pre-test dan post-test.

D.1. Pre-test

Pre-test dilakukan di awal sebelum kegiatan belajar mengajar dilaksanakan. Pre-test dilaksanakan dengan tes pengukur keberhasilan belajar siswa yang telah disusun pada langkah pengembangan alat pengukur. Pre-test diberikan dengan maksud untuk menilai sampai dimana siswa-siswa telah menguasai tingkah laku yang tercantum dalam berbagai tujuan pembelajaran khusus sebelum mereka mengikuti atau menerima materi pelajaran yang telah disiapkan oleh guru.

D.2. Post-test

Post-test diberikan setelah siswa mengikuti penyampaian materi pelajaran dengan maksud untuk menilai tingkah laku siswa setelah mengikuti pelajaran. Post-test dilaksanakan dengan tes pengukur keberhasilan belajar siswa seperti yang telah dipakai pada pre-test.

Kemudian hasil pre-test dan post-test para siswa dibandingkan untuk mengetahui kemajuan prestasi belajar mereka atau untuk mengetahui efektivitas proses kegiatan pembelajaran yang telah dilaksanakan.

Menurut Nana Sudjana, keberhasilan mengungkapkan hasil dan proses belajar siswa sebagaimana adanya (obyektivitas hasil penilaian) sangat bergantung pada kualitas alat penilaiannya disamping pada cara pelaksanaannya. (1990 : 12).

Suatu alat penilaian dikatakan mempunyai kualitas baik apabila alat tersebut memiliki atau memenuhi dua hal, yakni ketepatannya atau validitasnya dan ketetapan atau reliabilitasnya.

Untuk hal di atas, dalam penilaian ini sebelum soal test digunakan maka akan diujicobakan terlebih dahulu untuk menguji reliabilitas soal dan validitas soal.

1. Uji validitas lembaran evaluasi

Yang dimaksud dengan validitas suatu tes adalah taraf sampai dimana suatu tes mampu mengukur apa yang seharusnya diukur. Taraf validitas empiris suatu tes dinyatakan dalam suatu koefisien yang disebut koefisien validitas (r_{xy}). Koefisien validitas suatu tes dinyatakan dalam suatu bilangan koefisien antara -1,00 sampai dengan 1,00.

Untuk memberi arti terhadap koefisien validitas dipakai besar koefisien korelasi dalam tabel statistik atas dasar taraf signifikansi 5%, jika r_{xy} hitung lebih besar dari r_{xy} tabel maka item soal dinyatakan valid (sahih).

Ancar-ancar besar koefisien validitas suatu tes adalah :

Koefisien korelasi	Kualifikasi
0,91 - 1,00	Sangat tinggi
0,71 - 0,90	Tinggi
0,41 - 0,70	Cukup
0,21 - 0,40	Rendah
negatif - 0,20	Sangat rendah

Besar koefisien validitas suatu tes dapat dihitung dengan tehnik korelasi Product-Moment dari Pearson .(Arikunto, 1993: 75)

$$r_{xy} = \frac{N \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{[N \sum X^2 - (\sum X)^2][N \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

Dimana : r_{xy} = koefisien validitas

X = skor tiap item soal

Y = skor total

N = jumlah siswa

2. Uji reliabilitas lembaran evaluasi

Yang dimaksud dengan reliabilitas suatu tes adalah taraf sampai dimana suatu tes mampu menunjukkan konsistensi hasil pengukurannya yang diperlihatkan dalam taraf ketepatan dan ketelitian hasil. Taraf reliabilitas suatu tes dinyatakan dalam suatu koefisien yang disebut koefisien reliabilitas atau r_{tt} .

Koefisien reliabilitas dinyatakan dalam suatu bilangan koefisien antara -1,00 sampai dengan 1,00. Untuk memberi arti terhadap koefisien reliabilitas yang diperoleh dipakai besar koefisien korelasi dalam tabel statistik atas dasar taraf signmifikansi 5%, Jika r_{tt} hitung lebih besar dari r_{xy} tabel maka lembaran evaluasi dinyatakan reliabel (handal).

Ancar-ancar besar koefisien reliabilitas suatu tes adalah sebagai berikut :

Koefisien korelasi	Kualifikasi
0,91 - 1,00	Sangat tinggi
0,71 - 0,90	Tinggi
0,41 - 0,70	Cukup
0,21 - 0,40	Rendah
negatif - 0,20	Sangat rendah

Dalam penelitian ini besar koefisien reliabilitas lembar evaluasi untuk soal pilihan berganda dihitung dengan metode Kuder-Richardson (KR) ke-20 yang disingkat KR-20. (Masidjo, 1995 :233)

$$r_u = \left(\frac{n}{n-1} \right) \left(\frac{S^2 - \sum pq}{S^2} \right)$$

Dimana : r_u = Koefisien reliabilitas

n = Jumlah siswa

S = Standar deviasi

p = Indeks kesukaran

= $\frac{\text{Banyaknya subyek yang skornya } 1}{n}$

q = $1 - p$

Besar koefisien reliabilitas lembar evaluasi untuk soal essay (soal kelompok B) dihitung dengan menggunakan rumus Koefisien Alpha. (Masidjo, 1995 : 238)

$$r_u = \alpha = \left(\frac{n}{n-1} \right) \left(1 - \frac{\sum S_i^2}{S^2} \right)$$

Dimana : r_u = Koefisien reliabilitas

n = Jumlah siswa

$\sum S_i^2$ = Jumlah kuadrat S dari masing-masing item

S^2 = Kuadrat dari S total keseluruhan item

E. Uji Validitas dan Reliabilitas Instrumen (Lembaran Evaluasi)

Sebagai alat ukur pencapaian Tujuan Pembelajaran Khusus (TPK), Lembaran Evaluasi harus dapat dipertanggungjawabkan validitas dan reliabilitasnya. Untuk itu dilakukan uji coba lembar evaluasi di SMUN I Sanden Bantul, dengan melibatkan

39 siswa kelas II caturwulan II. Hal ini dilakukan karena siswa Kelas II sudah mendapatkan materi Sistem Persamaan Linear.

E.1. Uji validitas lembar evaluasi

Validitas lembar evaluasi dicari dengan menggunakan rumus korelasi Product-Moment. Lembaran evaluasi yang diujicobakan ada 15 item soal, 12 item soal berupa pilihan berganda dan 3 item soal berupa soal essay . Dalam mencari validitas lembar evaluasi, dicari validitas tiap item soal (lihat Lampiran 1 dan Lampiran 2).

Dari Lampiran 1 dan Lampiran 2, setelah dihitung menggunakan korelasi Product-Moment akan didapat r_{xy} hitung tiap item soal, kemudian dikonsultasikan dengan r_{xy} tabel. Dengan menggunakan taraf signifikansi 5% da jumlah siswa (N = 39) didapat r_{xy} tabel = 0,316. Hasil perhitungannya adalah sebagai berikut :

Tabel III.3 : Koefisien validitas item soal lembar evaluasi

No. Item	r_{xy} hitung	r_{xy} tabel	Status	Kualifikas
1.	0,55	0,316	Valid	Cukup
2.	0,352	0,316	Valid	Rendah
3.	0,337	0,316	Valid	Rendah
4.	0,367	0,316	Valid	Rendah
5.	0,38	0,316	Valid	Rendah
6.	0,387	0,316	Valid	Rendah
7.	0,55	0,316	Valid	Cukup
8.	0,353	0,316	Valid	Rendah
9.	0,352	0,316	Valid	Rendah
10.	-0,129	0,316	Gugur	S Rendah
11.	0,323	0,316	Valid	Rendah
12.	-0,096	0,316	Gugur	S Rendah
13.	0,733	0,316	Valid	Tinggi
14.	0,688	0,316	Valid	Cukup
15.	-0.18	0,316	Gugur	S Rendah

Dari tabel III.3 di atas ternyata ada 3 item soal yang gugur, selanjutnya ketiga soal dibuang, jadi lembar evaluasi yang dipakai selanjutnya dalam penelitian hanya 12 item soal, dimana 10 item soal berupa pilihan berganda dan 2 item soal berupa soal essay.

E.2. Uji reliabilitas lembar evaluasi

Ditinjau dari jawaban benar yang diperoleh, suatu lembar evaluasi bermutu tampak pada taraf reliabilitasnya, yaitu taraf sampai dimana suatu tes mampu menunjukkan konsistensi hasil pengukurannya.

Diatas sudah kita dapatkan validitas item soal, selanjutnya, untuk menghitung taraf reliabilitasnya, soal yang gugur dibuang. Jadi untuk menghitung taraf reliabilitas lembar evaluasi digunakan item soal yang valid saja, yang selanjutnya akan digunakan dalam penelitian (lihat Lampiran 3 dan Lampiran 4).

Untuk menghitung taraf reliabilitas soal kelompok A digunakan rumus Kuder-Richardson ke-20 (KR20), sedangkan untuk menghitung reliabilitas soal kelompok B digunakan rumus Koefisien Alpha.

E.2.1. Soal kelompok A

Setelah dilakukan perhitungan (lihat Lampiran 3) diperoleh harga $r_{tt} = 0,480$. Dengan menggunakan taraf signifikansi 5% dan $N = 39$ diperoleh harga r_{xy} pada tabel = 0,316.

Ternyata r_{tt} hitung lebih besar dari r_{xy} tabel ($0,480 > 0,316$), jadi dapat disimpulkan lembar evaluasi untuk soal kelompok A dengan KR20

termasuk signifikan dan termasuk cukup reliabel (koefisien reliabilitas 0,41 - 0,70).

E.2.2. Soal kelompok B

Koefisien reliabilitas yang diperoleh dari perhitungan yaitu $r_{tt} = 0,422$ (lihat Lampiran 4).

Atas dasar taraf signifikansi 5% untuk $N = 39$ dari tabel diperoleh $r_{xy} = 0,316$. Ternyata r_{tt} hitung lebih besar dari r_{xy} tabel ($0,422 > 0,316$), jadi reliabilitas lembaran evaluasi untuk soal kelompok B dengan Koefisien Alpha termasuk signifikan pada taraf signifikansi 5% dan termasuk cukup reliabel (koefisien reliabilitas 0,41 - 0,70).

Dari analisa data di atas dapat diambil kesimpulan bahwa lembaran evaluasi yang akan digunakan dalam penelitian mempunyai keterandalan (reliabilitas) yang cukup.

F. Teknik Analisa Data

Langkah-langkah yang dilakukan dalam analisis data adalah sebagai berikut :

F.1. Pengujian Kesepadanan Sampel

F.1.1. Pengujian kesepadanan jenis kelamin

F.1.2. Pengujian kesepadanan usia siswa

H_0 : Sampel penelitian sepadan dalam hal usia siswa

H_a : Sampel penelitian tidak sepadan dalam hal usia siswa

Untuk pengujian ini digunakan uji Chi-Kuadrat (X^2), rumusnya adalah sebagai berikut : (Sutrisno Hadi, 1988 : 322)

$$X^2 = \sum \frac{(fo - fh)^2}{fh}$$



Dimana : X^2 = Koefisien Chi Kuadrat

fo = Frekuensi yang diperoleh dari sampel

fh = Frekuensi yang diharapkan dari sampel.

Dengan menggunakan taraf signifikansi 5% dan derajat kebebasan

$$db = (\text{baris} - 1)(\text{kolom} - 1)$$

Kriteria pengujian adalah :

Jika X^2 hitung lebih kecil dari X^2 tabel maka H_0 diterima dan H_a ditolak.

Jika X^2 hitung lebih besar dari X^2 tabel maka H_a diterima dan H_0 ditolak.

F.1.3. Pengujian kesepadanan keadaan ekonomi keluarga

Untuk pengujian keadaan ekonomi keluarga ini, ada dua pengujian yaitu pengujian kesepadanan pekerjaan orang tua dan pengujian keadaan siswa.

F.1.3.1. Pengujian kesepadanan pekerjaan orang tua

H_0 : Sampel penelitian sepadan dalam hal pekerjaan orang tua.

H_a : Sampel penelitian tidak sepadan dalam hal pekerjaan orang tua.

Rumus dan kriteria pengujian sama dengan pengujian kesepadanan usia (1.2.).

F.1.3.2. Pengujian kesepadanan kondisi dan situasi siswa

Ho : Sampel penelitian sepadan dalam hal kondisi dan situasi siswa

Ha : Sampel penelitian tidak sepadan dalam hal kondisi dan situasi siswa.

Rumus dan kriteria pengujian sama dengan pengujian kesepadanan usia siswa (1.2.).

F.1.4. Pengujian Kesepadanan NEM matematika

Untuk kesepadanan NEM matematika siswa pengujian yang dilakukan adalah :

F.1.4.1. Uji normalitas populasi

Digunakan uji normalitas Lilliefors

Ho : Sampel penelitian berasal dari populasi normal

Ha : Distribusi populasi tidak normal

Dihitung mean sampel sebagai estimasi mean populasi,

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

Dihitung standar deviasi sampel sebagai estimasi standar deviasi populasi

$$Z_i S = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$$

harga variabel

Dihitung unit standar dengan rumus:

$$Z_i = \frac{X_i - \bar{X}}{S} ; i = 1, 2, \dots, n$$

Rumus :

$$T = \text{maksimum} |F^*(X) - S(X)|$$

$F^*(X)$ = Fungsi distribusi kumulatif normal

$S(X)$ = Fungsi distribusi kumulatif empirik Z_i

Kriteria pengujian adalah :

H_0 ditolak dan H_a diterima jika harga statistik penguji T lebih besar dari harga kuantil $(1-\alpha)$

H_0 diterima dan H_a ditolak jika harga statistik penguji T lebih kecil dari harga kuantil $(1-\alpha)$.

F.1.4.2. Uji homogenitas variansi

$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$; tidak ada perbedaan secara signifikan variansi NEM matematika antara kelas eksperimen dan kelas kontrol.

$H_a : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$; ada perbedaan secara signifikan variansi NEM matematika antara kelas eksperimen dan kelas kontrol.

Rumus :

$$F = \frac{\text{variansi terbesar}}{\text{variansi terkecil}}$$

Digunakan taraf signifikansi 5%.

Kriteria pengujian adalah :

H_0 diterima jika $F < F_{1/2\alpha} (V_1, V_2)$

$F_{1/2\alpha} (V_1, V_2)$ didapat dari tabel distribusi F dengan peluang $1/2\alpha$, V_1 = derajat kebebasan (db) pembilang, V_2 = derajat kebebasan (db) penyebut, dan V_1 = (banyaknya data yang mempunyai variansi terbesar) - 1, V_2 = (banyaknya data yang mempunyai variansi terkecil) - 1. Untuk harga lainnya H_0 ditolak.

F.1.4.3. Uji kesamaan rata-rata

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$; tidak ada perbedaan secara signifikan rata-rata NEM matematika antara kelas eksperimen dan kelas kontrol

$H_a : \mu_1 \neq \mu_2$; ada perbedaan secara signifikan rata-rata NEM matematika antara kelas eksperimen dan kelas kontrol.

Rumus : (Arikunto, 1989 ; 255)

$$t = \frac{M_x - M_y}{\sqrt{\left(\frac{\sum X^2 + \sum Y^2}{N_x + N_y - 2}\right) \left(\frac{1}{N_x} + \frac{1}{N_y}\right)}}$$

Dimana : t = Koefisien t-tes

M_x = Rata-rata kelas eksperimen

M_y = Rata-rata kelas terkontrol

N_x = Jumlah subyek kelas eksperimen

N_y = Jumlah subyek kelas terkontrol

X = Deviasi nilai kelas eksperimen

Y = Deviasi nilai kelas terkontrol

Untuk mengetahui apakah ada perbedaan yang signifikan atau tidak maka hasil t-hitung di konsultasikan dengan t-tabel dengan db $(N_x + N_y) - 2$ pada taraf signifikansi 5%.

Kriteria pengujian adalah :

H_0 diterima dan H_a ditolak jika t-hitung terletak dalam interval $-t_{\alpha/2} < t < t_{\alpha/2}$.

H_0 ditolak dan H_a diterima jika t-hitung terletak di luar interval $-t_{\alpha/2} < t < t_{\alpha/2}$.

F.1.5. Pengujian nilai hasil pre-test

Pengujian hasil pre-test ini meliputi :

F.1.5.1. Uji normalitas populasi

Digunakan uji normalitas lilliefors

H_0 : Sampel berasal dari populasi normal

H_a : Distribusi populasi tidak normal

Langkah-langkah dan rumus sama dengan pengujian kenormalan populasi pada 1.4.1.

F.1.5.2. Uji homogenitas variansi

$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$; tidak ada perbedaan secara signifikan variansi nilai hasil pre-test antara kelas eksperimen dan kelas kontrol.

$H_a : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$; ada perbedaan secara signifikan variansi nilai hasil pre-test antara kelas eksperimen dan kelas kontrol.

Rumus dan kriteria pengujian sama dengan pengujian homogenitas variansi pada 1.4.2.

F.1.5.3. Uji kesamaan rata-rata nilai hasil pre-test

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$; tidak ada perbedaan secara signifikan rata-rata nilai hasil pre-test antara kelas eksperimen dan kelas kontrol

$H_a : \mu_1 \neq \mu_2$; ada perbedaan secara signifikan rata-rata nilai hasil pre-test antara kelas eksperimen dan kelas kontrol.

Rumus dan kriteria pengujian sama dengan pengujian kesamaan rata-rata pada 1.4.3.

F.1.6. Pengujian nilai hasil post-test

Pengujian hasil post-test ini meliputi :

F.1.6.1. Uji normalitas populasi

Digunakan uji normalitas lilliefors

H_0 : Sampel berasal dari populasi normal

Ha : Distribusi populasi tidak normal

Langkah-langkah dan rumus sama dengan pengujian kenormalan populasi pada 1.4.1.

F.1.6.2. Uji homogenitas variansi

Ho : $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$; tidak ada perbedaan secara signifikan variansi nilai hasil post-test antara kelas eksperimen dan kelas kontrol.

Ha : $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$; ada perbedaan secara signifikan variansi nilai hasil post-test antara kelas eksperimen dan kelas kontrol.

Rumus dan kriteria pengujian sama dengan pengujian homogenitas variansi pada 1.4.2.

F.1.6.3. Uji kesamaan rata-rata nilai hasil post-test

Ho : $\mu_1 = \mu_2$; tidak ada perbedaan secara signifikan rata-rata nilai hasil post-test antara kelas eksperimen dan kelas kontrol

Ha : $\mu_1 \neq \mu_2$; ada perbedaan secara signifikan rata-rata nilai hasil post-test antara kelas eksperimen dan kelas kontrol.

Rumus dan kriteria pengujian sama dengan pengujian kesamaan rata-rata pada 1.4.3.

G. Prosedur Pelaksanaan Penelitian

G.1. Tahap persiapan

G.1.1. Pembuatan proposal

G.1.2. Persiapan alat pengumpulan data

Ditinjau dari berlangsungnya pengumpulan data, penelitian ini dapat dibagi dalam tiga periode, yaitu sebelum, selama, dan setelah pengajaran berlangsung. Oleh karena itu tentang alat pengumpulan data yang perlu dipersiapkan dapat dirinci berdasarkan urutan waktu tersebut.

G.1.2.1. Sebelum pengajaran

Sebelum pengajaran berlangsung segala hal yang berpengaruh terhadap hasil belajar siswa di kelas eksperimen dan kelas kontrol harus sepadan. Oleh karena perlu ditinjau dulu hal-hal berikut :

- * Jenis kelamin
- * Usia
- * Pekerjaan orang tua
- * NEM matematika

Selain itu juga diberi pre-test. Soal pre-test yang digunakan adalah soal pada lembaran evaluasi.

Demi tercapainya efisiensi dan efektifitas pengumpulan data maka perlu dipersiapkan :

- ◆ Tabel yang memuat kolom nama, jenis kelamin, usia, pekerjaan orang tua dan NEM matematika.
- ◆ Pertanyaan sebagai pedoman wawancara dengan guru BP dan guru bidang studi untuk memperoleh keterangan lebih lanjut tentang hal-hal tersebut di atas.

G.1.2.2. Selama pengajaran

Untuk mengajarkan pokok bahasan Sistem Persamaan Linear di kelas eksperimen dan di kelas kontrol dipergunakan modul dan PSP. Oleh karena itu harus disusun terlebih dahulu dengan memperhatikan pertimbangan waktu dan keluasaan materi.

G.1.2.3. Setelah pengajaran

Setelah pengajaran berlangsung, kepada semua siswa di kelas eksperimen dan di kelas kontrol diberi Lembaran Evaluasi yang sudah dipertanggungjawabkan validitas dan reliabilitasnya. Hal ini dimaksudkan untuk mengetahui signifikan tidaknya perbedaan hasil belajar kedua kelas tersebut. Untuk itu perlu dipersiapkan tabel analisis statistik.

G.1.3. Pematangan sampel

Data hasil stidi dokumentasi dan wawancara dianalisis lebih lanjut untuk mengetahui signifikan tidaknya perbedaan antara kelas eksperimen dan kelas kontrol dalam hal jenis kelamin, usia, keadaan

ekonomi, dan NEM matematika siswa. Hasil pemadanan sampel antara kelas eksperimen dengan kelas kontrol dapat dilihat pada BAB IV.

G.1.4. Ujicoba lembaran evaluasi

Sebagai salah satu alat pengumpul data, Lembaran Evaluasi harus dapat dipertanggungjawabkan validitas dan reliabilitasnya. Oleh karena itu perlu diujicobakan terlebih dahulu.

G.2. Tahap Pelaksanaan

G.2.1. Pelaksanaan sistem pengajaran modul pokok bahasan Sistem Persamaan Linear di kelas eksperimen.

G.2.1.1. Sebelum pengajaran

- Kegiatan guru
 - ⇒ Mempelajari pedoman guru dan bahan modul
 - ⇒ Mempelajari dan mempersiapkan alat-alat pelajaran dan sumber bahan (teks modul, buku-buku yang relevan).
- Kegiatan siswa
 - Membantu mempersiapkan dan membagikan teks modul, buku acuan dan sebagainya.
- Keterangan
 - Pengurus kelas membagikan teks modul, buku-buku acuan dan sebagainya.

G.2.1.2. Selama pengajaran

- Kegiatan guru

- ◇ Menumbuhkan motivasi pada siswa, misalnya dengan menguraikan secara singkat kegunaan bahasan ruang dimensi tiga untuk penyelesaian SPL tiga peubah.
- ◇ Menegaskan agar siswa berani bertanya kepada guru atau teman dekatnya tentang hal-hal yang kurang jelas.
- ◇ Mengadakan pengecekan keliling untuk mengetahui seberapa jauh siswa memahami petunjuk modul, seberapa jauh siswa telah mengerjakan tugas-tugasnya, dan kesulitan apa saja yang dihadapi siswa secara umum.
- ◇ Mengawasi dan membantu siswa yang mengalami kesulitan secara perseorangan.
- ◇ Setelah siswa selesai mengerjakan tugas-tugasnya, guru memberikan kunci lembaran kerja, lalu memberikan program pengayaan kepada siswa yang mempunyai kelebihan waktu. Program pengayaan itu berupa pemberian soal-soal yang lebih berbobot, atau dapat pula berupa kegiatan membantu siswa lain yang mengalami kesulitan.
- Kegiatan siswa
 - ◇ Memperhatikan dengan seksama setiap penjelasan guru, mencamkan nasehat-nasehatnya.
 - ◇ Mulai belajar sendiri dengan cara mempelajari petunjuk modul khususnya bagian tujuan dan pokok-pokok materi, mencatat yang dianggap penting, mengerjakan

tugas-tugas yang berkaitan dengan modul itu dengan mengisi jawaban pada ruang yang sudah disediakan, mempelajari strategi pemecahan masalah atau teori-teori yang mendasarinya.

- ◇ Setelah semua tugas dapat terjawab, siswa mencocokkan hasil kerjanya dengan kunci yang sudah disediakan.
- ◇ Jika masih ada pekerjaan yang salah, siswa mempelajari kembali kegiatan yang berkaitan dengan tugas itu sampai mengerti dimana letak kesalahannya. Jika ternyata masih mengalami kesulitan, siswa dapat meminta bimbingan pada guru atau teman dekatnya.
- ◇ Jika semua tugas dapat terselesaikan dengan benar, siswa dapat melanjutkan belajarnya dengan melaksanakan kegiatan pengayaan sampai waktu yang ditetapkan untuk penguasaan modul habis.

- Keterangan

- ◇ Pada pertemuan I, 5 menit sebelum jam pelajaran berakhir ada 5 orang siswa yang meminta program pengayaan dan ada 3 orang siswa mengalami kesulitan terutama mengenai kedudukan dua buah garis pada suatu bidang jika persamaanya diketahui, sehingga harus diberi bimbingan perseorangan.

- ◇ Pada pertemuan II, 8 menit sebelum jam pelajaran berakhir ada 10 orang siswa meminta program pengayaan, sedang 2 orang siswa mengalami kesulitan terutama pada penggunaan metode eliminasi, sehingga harus diberi bimbingan perseorangan. Dan akhirnya dapat menyelesaikan modul bersama-sama dengan sebagian besar siswa lainnya.
- ◇ Pada pertemuan III, 6 menit sebelum jam pelajaran berakhir ada 3 orang siswa yang meminta program pengayaan dan ada 4 orang siswa mengalami kesulitan terutama mengenai penggunaan gabungan metode substitusi dan eliminasi, sehingga harus diberi bimbingan perseorangan.
- ◇ Pada pertemuan IV, 5 menit sebelum jam pelajaran berakhir ada 2 orang siswa meminta program pengayaan, sedang 3 orang siswa mengalami kesulitan terutama pada penyelesaian soal cerita, sehingga harus diberi bimbingan perseorangan. Dan akhirnya dapat menyelesaikan modul bersama-sama dengan sebagian besar siswa lainnya.
- ◇ Pada pertemuan V, 7 menit sebelum jam pelajaran berakhir ada 6 orang siswa yang meminta program pengayaan dan ada 3 orang siswa mengalami kesulitan

terutama mengenai penggunaan metode substitusi untuk SPL tiga variabel, sehingga harus diberi bimbingan perseorangan.

- ◇ Pada pertemuan VI, 5 menit sebelum jam pelajaran berakhir ada 6 orang siswa meminta program pengayaan, sedang 2 orang siswa mengalami kesulitan terutama pada penggunaan gabungan metode substitusi dan metode eliminasi untuk SPL tiga variabel, sehingga harus diberi bimbingan perseorangan. Dan akhirnya dapat menyelesaikan modul bersama-sama dengan sebagian besar siswa lainnya.
- ◇ Pada pertemuan VII, 6 menit sebelum jam pelajaran berakhir ada 4 orang siswa yang meminta program pengayaan dan ada 5 orang siswa mengalami kesulitan terutama mengenai mencari determinan matriks ordo tiga dengan cara minor kofaktor, sehingga harus diberi bimbingan perseorangan.
- ◇ Pada pertemuan VIII, 8 menit sebelum jam pelajaran berakhir ada 4 orang siswa meminta program pengayaan, sedang 6 orang siswa mengalami kesulitan terutama mengenai penyelesaian SPL tiga variabel dengan menggunakan metode determinan, sehingga harus diberi bimbingan perseorangan. Dan akhirnya dapat menyelesaikan

modul bersama-sama dengan sebagian besar siswa lainnya.

G.2.1.3. Setelah pengajaran

- Kegiatan guru
 - ◇ Menyelenggarakan kegiatan evaluasi secara serentak bagi semua siswa.
 - ◇ Setelah jatah waktu evaluasi habis, guru meminta siswa untuk mengumpulkan hasil kerjanya.
- Kegiatan siswa
 - ◇ Secara serentak mengikuti kegiatan evaluasi.
 - ◇ Setelah jatah waktu evaluasi habis, siswa mengumpulkan hasil kerjanya.
- Keterangan

Idealnya kegiatan evaluasi dilaksanakan setelah masing-masing siswa menyelesaikan seluruh tugasnya dengan benar, sehingga pelaksanaannya tidak bersama-sama. Namun demi menghindari kebocoran soal-soal evaluasi maka kegiatan evaluasi dilaksanakan secara serentak.

G.2.2. Pelaksanaan sistem pengajaran klasikal untuk pokok bahasan Sistem Persamaan Linear di kelas kontrol.

Sistem pengajaran klasikal pokok bahasan Sistem Persamaan Linear di kelas kontrol terlaksana seperti rencana dalam Program Satuan Pelajaran (PSP) Dalam pelaksanaan ada beberapa siswa (20%)

mengalami kesulitan dalam memahami metode substitusi dan metode eliminasi, dan gabungan metode substitusi dan eliminasi, serta sebagian besar (60%) mengalami kesulitan dalam penyelesaian SPL tiga variabel dengan metode determinan dan cara mencari determinan matriks ordo tiga dengan menggunakan minor kofaktor.



BAB IV

ANALISIS DATA DAN PEMBAHASANNYA

Penelitian ini terbagi dalam tiga periode yaitu sebelum, selama, dan setelah pengajaran berlangsung. Oleh karena itu, analisis data penelitian dan pembahasannya pun dapat dipisahkan menurut waktu tersebut.

A. Analisa data sebelum pengajaran dan pembahasannya

Pada Landasan Teori (BAB II) telah disebutkan bahwa sebelum pengajaran berlangsung faktor-faktor yang mempengaruhi proses dan hasil belajar siswa di kelas eksperimen dan di kelas kontrol harus sepadan. Hal tersebut akan dibahas dalam uraian berikut ini.

A.1. Pemadanan Sampel

Berikut ini ditunjukkan bahwa kelas eksperimen (kelas I.5) dan kelas kontrol (kelas I.4) sepadan / homogen dalam hal jenis kelamin, usia, keadaan ekonomi keluarga (pekerjaan orang tua) dan NEM matematika siswa.

A.1.1. Kesepadanan dalam hal jenis kelamin

Tabel IV.1. Jenis Kelamin

Kelas	Putra	Putri
I.5	16	24
I.4	16	24

Dari tabel dapat dilihat bahwa jumlah siswa putra di kelas eksperimen sama dengan jumlah siswa putra di kelas kontrol, begitu juga dengan jumlah siswa putri.

Jadi dapat disimpulkan bahwa antara kelas eksperimen dan kelas kontrol sepadan / homogen dalam hal jenis kelamin.

A.1.2. Kesepadanan dalam hal usia siswa

Tabel IV.2. Usia Siswa

Kelas	14 thn	15 thn	16 thn	17 thn	Jumlah
I.4	1	20	12	7	40
I.5	1	20	16	3	40
Jumlah	2	40	28	10	80

Tabel IV.3. Frekuensi Harapan Usia Siswa

Kelas	14 thn	15 thn	16 thn	17 thn
I.5	1	20	14	5
I.4	1	20	14	5

Dengan menggunakan uji Chi-Kuadrat (X^2) menurut sutrisno Hadi, hasilnya adalah sebagai berikut :

$$X^2 \text{ hitung} = 2,17$$

$$db = (\text{baris}-1)(\text{kolom}-1)$$

$$= (4-1)(2-1) = 3 \times 1 = 3$$

Dengan menggunakan taraf signifikansi 5%, dari tabel diperoleh X^2 tabel = 7,81

Ternyata X^2 hitung lebih kecil dari X^2 tabel, jadi kesimpulannya adalah tidak ada perbedaan yang signifikan bagi kelas eksperimen dan kelas kontrol sehubungan dengan usia.

A.1.3. Kesepadanan dalam hal keadaan ekonomi

Tabel IV.4. Pekerjaan Orang Tua

Kelas	Tani	Swasta	PNS	POLRI	Buruh	Jumlah
I.5	4	22	11	1	2	40
I.4	8	22	8	0	2	40
Jumlah	12	44	19	1	4	80

Tabel IV.5. Frekuensi Harapan Pekerjaan Orang Tua

Kelas	Tani	Swasta	PNS	POLRI	Buruh
I.5	6	22	9,5	0,5	2
I.4	6	22	9,5	0,5	2

Dengan menggunakan uji Chi-Kuadrat (X^2) menurut Sutrisno Hadi, hasilnya adalah sebagai berikut :

$$X^2 \text{ hitung} = 2,8$$

$$db = (\text{baris}-1)(\text{kolom}-1)$$

$$= (5-1)(2-1) = 4 \times 1 = 4$$

Dengan menggunakan taraf signifikansi 5%, dari tabel diperoleh X^2 tabel = 9,49

Ternyata X^2 hitung lebih kecil dari X^2 tabel, jadi kesimpulannya adalah tidak ada perbedaan yang signifikan bagi kelas eksperimen dan kelas kontrol sehubungan dengan pekerjaan orang tua.

Hal diatas belum mencerminkan kesepadanan dalam hal keadaan ekonomi. Oleh karena itu perlu dilakukan pengkajian lebih lanjut dengan wawancara pada guru BP.

Hasil wawancara menunjukkan bahwa kelas eksperimen sepadan dengan kelas kontrol dalam hal siswa yang terlambat membayar SPP (TSPP), jumlah siswa yang berangkat mengendarai sepeda (SPD), jumlah siswa yang berangkat ke sekolah mengendarai sepeda motor (SPDM), jumlah siswa yang berangkat ke sekolah dengan naik bus (BUS) dan jalan kaki (JLK).

Tabel IV.6. Kondisi dan situasi siswa

Kelas	TSPP	SPDM	SPD	BUS	JLK	Jumlah
I.5	5	13	12	9	1	40
I.4	3	19	9	7	2	40
Jumlah	8	32	21	16	3	80

Tabel IV.7. Frekuensi harapan kondisi dan situasi siswa

Kelas	TSPP	SPDM	SPD	BUS	JLK
I.5	4	16	10,5	8	1,5
I.4	4	16	10,5	8	1,5

Perhitungan dilakukan dengan menggunakan uji Chi-Kuadrat (X^2) menurut Sutrisno Hadi, hasilnya adalah sebagai berikut :

$$X^2 \text{ hitung} = 1,32$$

$$db = (\text{baris}-1)(\text{kolom}-1)$$

$$= (5-1)(2-1) = 4 \times 1 = 4$$

Dengan menggunakan taraf signifikansi 5%, dari tabel diperoleh X^2 tabel = 9,49

Ternyata X^2 hitung lebih kecil dari X^2 tabel, jadi kesimpulannya adalah tidak ada perbedaan yang signifikan bagi kelas eksperimen dan kelas kontrol sehubungan dengan kondisi dan situasi siswa.

Didasari pertimbangan-pertimbangan tersebut dapat ditarik kesimpulan bahwa kelas eksperimen (kelas I.5) sepadan dengan kelas kontrol (kelas I.4) dalam hal keadaan ekonomi.

A.1.4. Kesepadanan dalam hal NEM matematika

Kesepadanan dalam hal NEM matematika ini dijamin apabila kedua jenis kelas itu tidak berbeda secara signifikan dalam hal variansi dan meannya. Untuk itu dilakukan pengujian F-tes dan t-tes, namun sebelumnya dilakukan pengujian prasyarat yaitu uji normalitas.

A.1.4.1. Uji normalitas populasi

Dalam pengujian ini dilakukan dua kali yaitu uji normalitas populasi untuk sampel eksperimen dan uji normalitas populasi untuk sampel kontrol. Dari tabel pada lampiran 5 dan 6 diperoleh data sebagai berikut :

Tabel IV.8. Diskripsi data mengenai NEM matematika

Kelas	ΣX	ΣX^2	N	\bar{X}	S ²	S
I.5	231,86	1357,27	40	5,797	0,341	0,584
I.4	232,48	1365,85	40	5,812	0,376	0,613

A.1.4.1.1. Uji normalitas populasi NEM matematika untuk kelas eksperimen

Dari tabel IV.8. dan tabel pada lampiran 5 kemudian dicari Z_i , $F^*(X_i)$, $S(X_i)$ dan $|F^*(X_i) - S(X_i)|$. Hasil perhitungan lihat pada lampiran 7.

Dalam pengujian ini digunakan taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ dengan statistik penguji $T = \text{maksimum } |F^*(X) - S(X)|$ dipunyai daerah kritik H_0 ditolak jika $T > 0,140$ (dari tabel).

$$\begin{aligned} \text{Ternyata } T &= \text{maksimum } |F^*(X_i) - S(X_i)| \\ &= 0,081 \end{aligned}$$

Karena $T < T$ tabel ($0,081 < 0,140$) maka H_0 diterima dan H_a ditolak. Jadi sampel penelitian berasal dari populasi yang berdistribusi normal.

A.1.4.1.2. Uji normalitas populasi NEM matematika untuk kelas kontrol

Dari tabel IV.8 dan tabel pada lampiran 6 kemudian dicari Z_i , $F^*(X_i)$, $S(X_i)$ dan $|F^*(X_i) - S(X_i)|$. Hasil perhitungan lihat pad lampiran 8.

Dalam pengujian ini digunakan taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ dengan statistik penguji $T = \text{maksimum}$

$|F^*(X) - S(X)|$ dipunyai daerah kritik H_0 ditolak jika $T > 0,140$ (dari tabel).

$$\begin{aligned} \text{Ternyata } T &= \text{maksimum } |F^*(X_i) - S(X_i)| \\ &= 0,0950 \end{aligned}$$

Karena $T < T$ tabel ($0,0950 < 0.140$) maka H_0 diterima dan H_a ditolak. Jadi sampel penelitian berasal dari populasi yang berdistribusi normal.

A.1.4.2. Uji homogenitas variansi NEM Matematika SLTP

Salah satu syarat agar analisa data perbedaan dapat dilakukan adalah dengan uji homogenitas variansi, sebab pada dasarnya t-tes dapat digunakan pada dua sampel yang variansinya homogen. Untuk pengujian ini, dicari nilai F yang menunjukkan perbedaan variansi NEM matematika SLTP antara kelas eksperimen dan kelas kontrol.

Dari tabel pada lampiran 6 didapat variansi 0,341 untuk kelas eksperimen (S_E^2) dan 0,376 untuk kelas kontrol (S_K^2),

$$\begin{aligned} \text{dari dua variansi ternyata } S_E^2 < S_K^2, \text{ karena itu : } F &= \frac{0,376}{0,341} \\ &= 1,103 \end{aligned}$$

db pembilang = $40-1 = 39$ dan db penyebut = $40 - 1 = 39$.

Dengan taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ dari tabel dicari $F_{0,025}(39,39) = 1,705$

Ternyata $F < F_{0,025} (39,39)$, jadi H_0 diterima dan H_a ditolak, ini berarti tidak ada perbedaan secara signifikan variansi NEM matematika SLTP antara kelas eksperimen dan kelas kontrol.

A.1.4.3. Uji kesamaan rata-rata NEM Matematika SLTP

Dalam pengujian ini digunakan rumus t-tes, dimana nilai t menunjukkan perbedaan mean NEM matematika SLTP antara kelas eksperimen dan kelas kontrol (perhitungan lihat pada lampiran 9). Dari perhitungan didapat nilai $t = -0,04$, kemudian dengan menggunakan taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ dan $db = (40 + 40) - 2 = 78$ dari tabel t didapatkan wilayah kritik $t < -1,99$ dan $t > 1,99$.

Ternyata t terletak dalam interval $-1,99 < t < 1,99$, jadi H_0 diterima dan H_a ditolak, ini berarti tidak ada perbedaan secara signifikan rata-rata NEM matematika SLTP antara kelas eksperimen dan kelas kontrol.

Dari ketiga pengujian diatas dapat disimpulkan bahwa kedua kelas yaitu kelas eksperimen dan kelas kontrol sepadan dalam hal NEM matematika.

A.2. Pemadanan Nilai Hasil Pre-test

Sebelum suatu eksperimen dilakukan, terlebih dahulu dicek apakah antara kelas eksperimen dan kelas kontrol sudah seimbang, sehingga kedua-duanya berawal dari titik tolak yang sama. Untuk keperluan itu, dalam

penelitian ini diadakan pre-test yaitu suatu tes yang diberikan diawal sebelum pelajaran dilaksanakan.

Untuk pepadanan nilai hasil pre-test ini pengujian yang dilakukan meliputi :

A.2.1. Uji normalitas populasi

Dalam pengujian ini dilakukan dua kali yaitu uji normalitas populasi untuk sampel eksperimen dan uji normalitas populasi untuk sampel kontrol. Dari tabel pada lampiran 5 dan 6 diperoleh data sebagai berikut :

Tabel IV.9. Diskripsi data mengenai nilai hasil pre-test

Kelas	ΣX	ΣX^2	N	X	S^2	S
I.5	126	421,5	40	3,15	0,631	0,794
I.4	124,5	421,25	40	3,1125	0,634	0,796

A.2.1.1. Uji normalitas populasi nilai hasil pre-test untuk kelas eksperimen

Dari tabel IV.9. dan tabel pada lampiran 5 kemudian dicari Z_i , $F^*(X_i)$, $S(X_i)$ dan $|F^*(X_i) - S(X_i)|$. Hasil perhitungan lihat pada lampiran 10.

Dalam pengujian ini digunakan taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ dengan statistik penguji $T = \text{maksimum } |F^*(X) - S(X)|$ dipunyai daerah kritik H_0 ditolak jika $T > 0,140$ (dari tabel).

$$\begin{aligned} \text{Ternyata } T &= \text{maksimum } |F^*(X_i) - S(X_i)| \\ &= 0,117 \end{aligned}$$

Karena $T < T_{\text{tabel}}$ ($0,117 < 0,140$) maka H_0 diterima dan H_a ditolak. Jadi sampel penelitian berasal dari populasi yang berdistribusi normal.

A.2.1.2. Uji normalitas populasi nilai hasil pre-test untuk kelas kontrol

Dari tabel IV.9. dan tabel pada lampiran 6 kemudian dicari Z_i , $F^*(X_i)$, $S(X_i)$ dan $|F^*(X_i) - S(X_i)|$. Hasil perhitungan lihat pada lampiran 10.

Dalam pengujian ini digunakan taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ dengan statistik penguji $T = \text{maksimum } |F^*(X) - S(X)|$ dipunyai daerah kritik H_0 ditolak jika $T > 0,140$ (dari tabel).



$$\begin{aligned} \text{Ternyata } T &= \text{maksimum } |F^*(X_i) - S(X_i)| \\ &= 0,1057 \end{aligned}$$

Karena $T < T_{\text{tabel}}$ ($0,1057 < 0,140$) maka H_0 diterima dan H_a ditolak. Jadi sampel penelitian berasal dari populasi yang berdistribusi normal.

A.2.2. Uji homogenitas variansi nilai pretest

Salah satu syarat agar analisa data perbedaan dapat dilakukan adalah dengan uji homogenitas variansi, sebab pada

dasarnya t-tes dapat digunakan pada dua sampel yang variansnya homogen. Untuk pengujian ini, dicari nilai F yang menunjukkan perbedaan variansi nilai hasil pre-test antara kelas eksperimen dan kelas kontrol.

Dari tabel IV.9. didapat variansi 0,631 untuk kelas eksperimen (S_E^2) dan 0,634 untuk kelas kontrol (S_K^2), dari dua variansi

$$\text{ternyata } S_E^2 < S_K^2, \text{ karena itu : } F = \frac{0,634}{0,631} = 1,005$$

db pembilang = $40 - 1 = 39$ dan db penyebut = $40 - 1 = 39$.

Dengan taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ dari tabel dicari $F_{0,025}(39,39) = 1,705$

Ternyata $F < F_{0,025}(39,39)$, jadi H_0 diterima dan H_a ditolak, ini berarti tidak ada perbedaan secara signifikan variansi nilai hasil pre-test antara kelas eksperimen dan kelas kontrol.

A.2.3. Uji kesamaan rata-rata nilai pre-test

Dalam pengujian ini digunakan rumus t-tes, dimana nilai t menunjukkan perbedaan mean nilai hasil pre-test antara kelas eksperimen dan kelas kontrol (perhitungan lihat pada lampiran 11). Dari perhitungan didapat nilai $t = 0,212$, kemudian dengan menggunakan taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ dan $db = (40 + 40) - 2 = 78$ dari tabel t didapatkan wilayah kritik $t < -1,99$ dan $t > 1,99$.

Ternyata t hitung terletak dalam interval $-1,99 < t < 1,99$, jadi H_0 diterima dan H_a ditolak, ini berarti tidak ada perbedaan secara signifikan rata-rata nilai pre-test matematika antara kelas eksperimen dan kelas kontrol.

Dari ketiga pengujian diatas dapat disimpulkan bahwa kedua kelas yaitu kelas eksperimen dan kelas kontrol sepadan dalam hal nilai hasil pre-test.

B. Analisa Data Selama Pengajaran dan pembahasannya

Ditinjau dari segi tingkah laku siswa selama pengajaran berlangsung diperoleh kesan bahwa sistem pengajaran modul lebih baik daripada sistem pengajaran klasikal dalam hal partisipasi, motivasi dan minat siswa dalam mempelajari pokok bahasan Sistem Persamaan Linear. Berikut ini akan diuraikan secara singkat keunggulan sistem pengajaran modul dibandingkan dengan sistem pengajaran klasikal.

B.1. Keunggulan sistem pengajaran modul dibandingkan dengan sistem pengajaran klasikal

B.1.1. Hal partisipasi siswa dalam mempelajari pokok bahasan

Keunggulan sistem pengajaran klasikal dalam hal ini dapat dilihat dari intensitas kegiatan siswa yang dilakukan siswa selama pengajaran. Jenis kegiatan ini antara lain telah disajikan pada halaman 64 . Dalam mempelajari pokok bahasan Sistem Persamaan Linear tampak beberapa siswa berulang kali mempelajari materi modul sebelum mulai mengerjakan tugas, tampak pula beberapa siswa

berusaha membuka-buka buku acuan sambil membandingkannya dengan teks modul seolah-olah ingin memperoleh gambaran yang lebih jelas tentang hal yang dipelajari. Tidak sedikit pula siswa yang mengajukan pertanyaan yang tertuju pada aspek ingatan, pemahaman dan aplikasi.

Dalam sistem pengajaran klasikal intensitas kegiatan siswa tidak sepadat dalam sistem pengajaran modul. Jenis kegiatan itu antara lain akan disajikan pada halaman lampiran Program Satuan Pelajaran (PSP). Pada umumnya sehabis guru menerangkan, siswa mencatat hal-hal yang penting, pada saat inilah terjadi penggunaan waktu yang kurang efektif, sebab siswa hanya mencatat saja. Pemahaman akan hal yang dicatat itu telah mereka lakukan pada saat guru menerangkan, baru kemudian siswa mulai mengerjakan soal latihan. Ada kecenderungan bahwa siswa kurang antusias dalam mengerjakan soal latihan, bahkan tampak sejumlah siswa menunggu temannya menyelesaikan soal latihan di depan kelas, tidak berusaha mencari sendiri jalan pemecahannya. Lagipula waktu yang tersedia untuk mengerjakan soal latihan hanya digunakan oleh beberapa siswa yang terpendang cukup pandai dan hanya itu-itu saja siswa yang mau mengerjakan soal di depan kelas. Baru setelah hasil kerja siswa tersebut dinyatakan benar oleh guru, siswa yang lain mulai menyalinnya.

Pada pertemuan I - VIII ada beberapa siswa yang mengajukan pertanyaan yang tertuju pada aspek ingatan, pemahaman dan aplikasi, tetapi ditinjau dari banyaknya pertanyaan yang muncul pada setiap pertemuan sistem pengajaran modul lebih banyak dari pada sistem pengajaran klasikal.

B.1.2. Hal motivasi siswa dalam mempelajari pokok bahasan

Dalam sistem pengajaran modul, sebelum jam pelajaran berakhir ada beberapa siswa yang sudah menyelesaikan modul inti lebih cepat dari pada teman-temannya, lalu meminta program pengayaan. Sebagian dari mereka memilih mengerjakan soal-soal yang lebih berbobot dan relevan dengan bahan yang baru saja dipelajari, sebagian lagi memilih untuk membantu siswa yang mengalami kesulitan. Kondisi semacam ini tentu saja dapat membangkitkan motivasi baik pada siswa yang lamban maupun pada siswa yang cepat. Hal ini semakin nampak pada pertemuan VII dan VIII, beberapa siswa tampak masih meminta bimbingan pada teman-temannya meskipun jatah waktu pelajaran sudah habis.

Dalam sistem pengajaran klasikal, hal di atas tidak tampak jelas, begitu jam pelajaran berakhir siswa tidak lagi berbincang-bincang tentang matematika. Hanya ada satu, dua siswa yang berusaha meminjam catatan temannya, inipun mungkin disebabkan siswa itu tidak memiliki catatan yang lengkap. Dengan kata lain,

begitu jam pelajaran matematika berakhir seolah-olah tidak ada kesan yang menarik untuk diperbincangkan.

B.1.3. Hal minat siswa dalam mempelajari pokok bahasan

Pada akhir pertemuan II, IV, VI diberi tugas rumah untuk kemudian pada awal pertemuan berikutnya dilakukan inventarisasi hasil kerja siswa untuk mengetahui sejauh mana minat siswa dalam mempelajari satuan bahasan. Pada awal pertemuan III, V dan VII ada 30, 33, 35 siswa dikelas eksperimen mengumpulkan tugas, sedang dikelas kontrol jumlah siswa yang mengumpulkan tugas berturut-turut ada 30, 29, 28. Tampak bahwa dalam sistem pengajaran modul jumlah siswa yang mengumpulkan tugas lebih banyak daripada dalam sistem pengajaran klasikal. Hal ini menunjukkan bahwa sistem pengajaran modul mampu meningkatkan minat belajar siswa. Hal ini juga nampak dari adanya siswa yang masih meminta bimbingan kepada teman-temannya meskipun jatah waktu pelajaran sudah habis dan juga nampak dari adanya beberapa siswa yang meminta program pengayaan sebelum jam pelajaran berakhir.

Berdasarkan Bab II, kemungkinan besar keunggulan-keunggulan diatas disebabkan oleh kenyataan bahwa dalam sistem pengajaran modul siswa dapat belajar menurut kecepatannya masing-masing. Siswa yang cepat dapat menggunakan sisa waktunya untuk mempelajari bahan pengayaan atau membantu teman-temannya yang mengalami kesulitan. Alternatif yang kedua ini dapat menumbuhkan

sikap sosial pada siswa yang cepat, dengan demikian ia merasa bahwa dirinya dibutuhkan oleh orang lain. Sebaliknya siswa yang lamban merasa dihargai sebagai anggota kelas itu. Dari pihak guru, ia memiliki kesempatan yang cukup untuk memberikan bimbingan individual kepada siswa. Keadaan semacam ini memungkinkan berkembangnya motivasi, minat dan partisipasi siswa dalam mempelajari pokok bahasan.

Mungkin juga keunggulan-keunggulan di atas disebabkan oleh kenyataan bahwa dalam sistem pengajaran modul *reinforcement* terhadap *response* siswa terjadi segera, yaitu konfirmasi dengan segera atas jawaban yang benar, dan terjadi koreksi dengan segera pula atas jawaban yang salah. Untuk jawaban yang benar tentu saja siswa cenderung ingin mengulanginya lagi dan muncul rasa bangga, sedang untuk jawaban yang salah siswa cenderung tidak ingin mengulanginya lagi.

Disamping keunggulan-keunggulan di atas, sistem pengajaran modul juga memiliki kelemahan-kelemahan, antara lain bahwa mempelajari modul jauh lebih melelahkan dari pada belajar melalui penjelasan guru, menyusun modul yang baik untuk bidang studi matematika itu sangat sulit. Berikut ini diuraikan kedua kelemahan itu :

B.2. Kelemahan-kelemahan sistem pengajaran modul dibanding dengan sistem pengajaran klasikal

B.2.1. Mempelajari modul lebih melelahkan dari pada belajar melalui penjelasan guru

Seperti disebutkan dalam uraian di muka, dalam sistem pengajaran modul tampak beberapa siswa membuka-buka buku acuan seolah-olah hendak mencari gambaran yang lebih jelas tentang hal yang dipelajari. Ini menunjukkan bahwa belajar memahami isi modul menuntut kemampuan yang cukup memadai dalam berbahasa, dengan demikian mudah dipahami jika belajar memahami modul lebih melelahkan dari pada belajar melalui penjelasan guru.

Misalnya tentang pencarian determinan matriks, sebagian siswa mengalami kesulitan dalam memahami modul yang memuat materi itu. Dengan susah payah dan lama memeras otak siswa berusaha memahami konsep itu, padahal bila dijelaskan secara lisan hanya membutuhkan waktu sebentar.

B.2.2. Menyusun modul yang baik untuk bidang studi matematika itu sangat sulit

Banyak hal yang harus diperhatikan agar diperoleh modul yang baik untuk bidang studi matematika, antara lain : bahasa modul harus yang sederhana dan komunikatif, ringkas namun memberikan gambaran yang jelas, sistematika penjabarannya harus sistematis logis dan berada dalam taraf kemampuan siswa. Jika penyusunan modul itu

sepenuhnya diserahkan kepada guru bidang studi matematika tidak mustahil akan diperoleh modul yang kurang baik. Terjadi salah ketik dalam satu lambang, bilangan atau kalimat saja akan membingungkan siswa. Disamping itu jika biaya penggandaan modul dibebankan kepada guru, hal ini jelas akan membuat guru enggan melaksanakan sistem pengajaran modul.

Untuk mengatasi kelemahan yang pertama maka guru harus benar-benar memahami isi teks modul dan jeli mengamati gejala-gejala kesulitan belajar siswa, misalnya mengeluh, menggerutu, mendesah, dahi berkerut, tangan kiri menyangga dahi dan sebagainya. Jika yang mengalami kesulitan hanya sekelompok kecil siswa, maka penanganannya dapat secara individual, tetapi jika yang mengalami kesulitan adalah sebagian besar siswa, maka guru harus cepat-cepat memberikan penjelasan secukupnya secara umum. Dengan demikian waktu, tenaga, dan pikiran siswa tidak banyak terbuang untuk memahami sesuatu konsep yang sebenarnya dapat dipahami dengan mudah melalui penjelasan guru secara lisan.

Untuk mengatasi kelemahan kedua, dalam rangka penyusunan modul matematika, guru perlu berkonsultasi dengan pihak lain misalnya dengan guru bahasa Indonesia, atau pihak lain yaitu dalam hal penggunaan bahasa modul yang sederhana dan komunikatif, serta sistematika penjabarannya. Disamping itu, modul yang sudah tersusun itu perlu diujicobakan. Dengan demikian dapat dipertanggungjawabkan baik isi, bahasa maupun sistematikanya. Sedang masalah penggandaan modul, sekiranya sekolah

cukup mampu maka dapat dimintakan kepada kepala sekolah, jika tidak, hal itu dapat diajukan kepada perwakilan Depdikbud setempat.

C. Analisa Data Setelah Pengajaran dan Pembahasannya

Sesuai dengan masalah yang diteliti, yaitu tentang perbedaan hasil belajar siswa pada sistem pengajaran modul dan sistem pengajaran klasikal untuk pokok bahasan Sistem Persamaan Linear, maka data utama penelitian ini adalah hasil belajar siswa untuk pokok bahasan tersebut. Agar lebih mudah melakukan analisa maka perlu dibuat tabel berikut : tabel rangkuman data tentang keadaan siswa, tabel data mentah hasil belajar siswa, tabel distribusi frekuensi hasil belajar siswa.

Tabel IV.10. Rangkuman data tentang keadaan siswa

Hal		Kelas	
		I.5	I.4
Jns	Pa	16	16
Klmn	Pi	24	24
P	Ptn	4	8
O	Sw	22	22
T	PNS	11	8
	POLRI	1	0
	Brh	2	2
U	14	1	1
S	15	20	20
I	16	16	12
A	17	3	7

Tabel IV.11. Data distribusi frekuensi hasil belajar siswa di kelas eksperimen (kelas I.5)

Nilai	Frekuensi
5	3
5,5	2
6	4
6,5	6
7	5
7,5	11
8	5
8,5	3
9	1

Tabel IV.12. Data distribusi frekuensi hasil belajar siswa di kelas kontrol (kelas I.4)

Nilai	Frekuensi
4	1
4,5	3
5	3
5,5	3
6	10
6,5	2
7	10
7,5	4
8	4

C.1. Analisis Data

Dalam uraian BAB II telah disebutkan bahwa penelitian ini lebih dimaksudkan untuk menganalisis perbedaan hasil belajar pada kedua sistem pengajaran dengan menggunakan t-tes. Untuk itu perlu dipersiapkan tabel analisisnya.

Tabel IV.13. Deskripsi data mengenai hasil belajar siswa

Kelas	ΣX	ΣX^2	N	\bar{X}	S^2	S
I.5	281	2014,5	40	7,025	1,038	1,019
I.4	254	1658	40	6,35	1.158	1,075

Untuk menganalisis data mengenai perbedaan yang perlu dilakukan adalah sebagai berikut :

C.1.1. Uji normalitas populasi

Seperti halnya pada uji normalitas di muka, di sini uji normalitas juga meliputi uji normalitas untuk sampel eksperimen dan uji normalitas untuk sampel kontrol.

C.11.1. Uji normalitas populasi untuk kelas eksperimen

Dari tabel IV.13. dan tabel pada lampiran 5 kemudian dicari Z_i , $F^*(X_i)$, $S(X_i)$ dan $|F^*(X_i) - S(X_i)|$. Berikut ini perhitungannya :

Tabel IV.14. Uji normalitas populasi untuk kelas eksperimen

No	X_i	f	Z_i	$F^*(X_i)$	$S(X_i)$	$ F^*(X_i)-S(X_i) $
1	5,0	3	-1,99	0,0233	0,075	0,0517
2	5,5	2	-1,50	0,0668	0,125	0,0582
3	6,0	4	-1,01	0,1562	0,225	0,0688
4	6,5	6	-0,52	0,3015	0,375	0,0735
5	7,0	5	-0,02	0,4920	0,500	0,0080
6	7,5	11	+0,47	0,6808	0,775	0,0942
7	8,0	5	+0,96	0,8315	0,900	0,0685
8	8,5	3	+1,45	0,9265	0,975	0,0485
9	9,0	1	+1,94	0,9738	1,000	0,0262

$$Z_i = \frac{X_i - \bar{X}}{S}$$

$F^*(X_i) = P(Z \leq Z_i)$ dicari pada tabel distribusi normal standar

$S(X_i)$ = Banyak data yang lebih kecil atau sama dengan X_i dibagi banyaknya semua data yang ada.

Dalam pengujian ini digunakan taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ dengan statistik penguji $T = \text{maksimum } |F^*(X) - S(X)|$ dipunyai daerah kritik H_0 ditolak jika $T > 0,140$ (dari tabel).

$$\begin{aligned} \text{Ternyata } T &= \text{maksimum } |F^*(X_i) - S(X_i)| \\ &= 0,0942 \end{aligned}$$

Karena $T < T \text{ tabel } (0,0942 < 0,140)$ maka H_0 diterima dan H_a ditolak. Jadi sampel penelitian berasal dari populasi yang berdistribusi normal.

C.1.1.2. Uji normalitas populasi untuk kelas kontrol

Dari tabel IV.13 dan tabel pada lampiran 6 kemudian dicari Z_i , $F^*(X_i)$, $S(X_i)$ dan $|F^*(X_i) - S(X_i)|$. Berikut ini adalah perhitungannya :

Tabel IV.15. Uji normalitas populasi untuk kelas kontrol

No	X_i	f	Z_i	$F^*(X_i)$	$S(X_i)$	$ F^*(X_i)-S(X_i) $
1	4,0	1	-2,19	0,0143	0,025	0,0107
2	4,5	3	-1,72	0,0427	0,100	0,0573
3	5,0	3	-1,23	0,1093	0,175	0,0657
4	5,5	3	-0,79	0,2148	0,250	0,0352
5	6,0	10	-0,33	0,3707	0,500	0,1293
6	6,5	2	+0,14	0,5557	0,550	0,0052
7	7,0	10	+0,60	0,7257	0,800	0,0743
8	7,5	4	+1,07	0,8577	0,900	0,0423
9	8,0	4	+1,53	0,9370	1,000	0,0630

$$Z_i = \frac{X_i - \bar{X}}{S}$$

$F^*(X_i) = P(Z \leq Z_i)$ dicari pada tabel distribusi normal standar

$S(X_i) =$ Banyak data yang lebih kecil atau sama dengan X_i dibagi banyaknya semua data yang ada.

Dalam pengujian ini digunakan taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ dengan statistik penguji $T = \text{maksimum } |F^*(X) - S(X)|$ dipunyai daerah kritik H_0 ditolak jika $T > 0,140$ (dari tabel).

$$\begin{aligned} \text{Ternyata } T &= \text{maksimum } |F^*(X_i) - S(X_i)| \\ &= 0,1293 \end{aligned}$$

Karena $T < T$ tabel ($0,1293 < 0,140$) maka H_0 diterima dan H_a ditolak. Jadi sampel penelitian berasal dari populasi yang berdistribusi normal.

C.1.2. Uji homogenitas variansi

Salah satu syarat agar analisa data perbedaan dapat dilakukan adalah dengan uji homogenitas variansi, sebab pada dasarnya t-tes dapat digunakan pada dua sampel yang variansinya homogen. Untuk pengujian ini, dicari nilai F yang menunjukkan perbedaan variansi nilai hasil post-test antara kelas eksperimen dan kelas kontrol.

Dari tabel IV.13. diperoleh variansi 1,038 untuk kelas eksperimen (S_E^2) dan 1,156 untuk kelas kontrol (S_K^2), dari dua variansi ternyata $S_E^2 < S_K^2$, karena itu :

$$F = \frac{1,156}{1,038} = 1,114$$

db pembilang = 40-1 = 39 dan db penyebut = 40 - 1 = 39. Dengan taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ dari tabel dicari $F_{0,025} (39,39) = 1,705$

Ternyata $F < F_{0,025} (39,39)$, jadi H_0 diterima dan H_a ditolak, ini berarti tidak ada perbedaan secara signifikan pada variansi nilai hasil post-test antara kelas eksperimen dan kelas kontrol.

C.1.3. Uji perbedaan nilai rata-rata post-test

Pengujian yang terakhir adalah pengujian perbedaan nilai rata-rata post-test dengan menggunakan t-tes, antara kelas eksperimen dengan kelas kontrol. Hasil perhitungannya adalah sebagai berikut :

Tabel IV.16. Analisis data nilai hasil post-test untuk kelas eksperimen

No	X_i	X_E	f	X_E^2	fX_E^2
1	5,0	-2,025	3	4,1006	12,3018
2	5,5	-1,525	2	2,3256	4,6512
3	6,0	-1,025	4	1,0506	4,2024
4	6,5	-0,525	6	0,2756	1,6536
5	7,0	-0,025	5	0,0006	0,0030
6	7,5	+0,475	11	0,2256	2,4816
7	8,0	+0,975	5	0,9506	4,753
8	8,5	+1,475	3	2,1756	6,5268
9	9	+1,975	1	3,9006	3,9006

X_i = nilai hasil post-test kelas eksperimen

$$X_E = X_i - \bar{X}, \quad \bar{X} = 7,025$$

f = frekuensi

Tabel IV.17. Analisis data nilai hasil post-test untuk kelas kontrol

No	X_i	X_E	f	X_E^2	fX_E^2
1	4,0	-2,35	1	5,5225	5,5225
2	4,5	-1,85	3	3,4225	10,2675
3	5,0	-1,35	3	1,8225	5,4675
4	5,5	-0,85	3	0,7225	2,1675
5	6,0	-0,35	10	0,1225	1,2250
6	6,5	+0,15	2	0,0225	0,0450
7	7,0	+0,65	10	0,4225	4,2250
8	7,5	+1,15	4	1,3225	5,2900
9	8	+1,65	4	2,7225	10,890

X_i = nilai hasil post-test kelas kontrol

$X_E = X_i - \bar{X}$, $\bar{X} = 6,35$

f = frekuensi

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$

$H_a : \mu_1 \neq \mu_2$

Perhitungan :

$$t = \frac{\bar{X}_E - \bar{X}_k}{\sqrt{\left(\frac{\sum fX_E^2 + \sum fX_K^2}{n_E + n_K - 2}\right)\left(\frac{1}{n_E} + \frac{1}{n_K}\right)}}$$

$$t = \frac{7,025 - 6,35}{\sqrt{\left(\frac{40,474 + 45,1}{80 - 2}\right)\left(\frac{1}{40} + \frac{1}{40}\right)}}$$

$$t = \frac{0,675}{\sqrt{\left(\frac{85,574}{78}\right)\left(\frac{2}{40}\right)}}$$

$$t = \frac{0,675}{\sqrt{(1,097)(0,05)}}$$

$$t = \frac{0,675}{\sqrt{0,05485}}$$

$$t = \frac{0,675}{0,234}$$

$$t = 2,88$$

Dari perhitungan didapat nilai $t = 2,88$, kemudian dengan menggunakan taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ dan $db = (40 + 40) - 2 = 78$ dari tabel t didapatkan wilayah kritik $t < -1,99$ dan $t > 1,99$.

Ternyata t hitung terletak di luar $-1,99 < t < 1,99$, jadi H_0 ditolak dan H_a diterima, ini berarti ada perbedaan secara signifikan pada rata-rata nilai hasil post-test antara kelas eksperimen dan kelas kontrol.

C.2. Pembahasan hasil analisis data

Telah diketahui dalam analisa data bahwa nilai t pada pengujian lebih besar dari batas signifikansi penolakan H_0 pada taraf signifikansi 5%, dengan kata lain H_a diterima dengan taraf kepercayaan 95%. Dengan demikian, pernyataan “sistem pengajaran modul untuk pokok bahasan Sistem persamaan Linear bagi siswa kelas I caturwulan II SMUN I Sanden Bantul tahun ajaran 1997/1998 memberikan hasil yang berbeda dibandingkan dengan sistem pengajaran klasikal” adalah pernyataan yang benar untuk taraf kepercayaan 95%.

Lebih lanjut jika diperhatikan nilai t pada kedua pengujian yang lalu ternyata berharga positif. Ini berarti Mean hasil belajar siswa di kelas eksperimen

Lebih besar daripada Mean hasil belajar di kelas kontrol. Kemudian untuk mengetahui sistem pengajaran yang lebih efektif digunakan uji-t satu arah. Jika dilakukan perhitungan, maka t-hitung yang diperoleh sama dengan pada uji-t dua arah, akan tetapi jika kita lihat daerah kritisnya berbeda. Untuk uji-t dua arah, H_0 diterima jika t-hitung terletak di dalam interval $-1,99 < t < 1,99$, untuk uji-t satu arah, H_0 diterima jika $t < 1,66$ untuk taraf signifikansi 0,05, dan untuk taraf signifikansi 0,025 daerah kritis H_0 diterima jika $t < 1,99$. Jika dilihat dari daerah kritis di atas, baik dengan taraf signifikansi 0,05 ataupun 0,025 ternyata t-hitung = 2,88 di luar batas signifikansi. Jadi hasil belajar untuk sistem pengajaran modul berbeda secara signifikan dan lebih baik dibandingkan dengan sistem pengajaran klasikal. Ini menunjukkan bahwa sistem pengajaran modul untuk pokok bahasan Sistem Persamaan Linear bagi siswa di kelas I caturwulan II SMUN I Sanden Bantul tahun ajaran 1997/1998 lebih efektif dibandingkan dengan sistem pengajaran klasikal.

Tentunya agar hasil penelitian ini dapat memiliki kekuatan generalisasi yang lebih luas di masa mendatang, masih perlu dilakukan penelitian serupa dengan menggunakan sampel yang lebih luas, dengan menggunakan topik-topik yang bervariasi.

BAB V

PENUTUP

A. Kesimpulan

Berdasarkan analisis data dan pembahasannya maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Sistem pengajaran modul untuk pokok bahasan Sistem Persamaan Linear bagi siswa SMUN I Sanden Bantul memberikan hasil yang berbeda dibandingkan dengan sistem pengajaran klasikal.
2. Dalam hal di atas, sistem pengajaran modul memberikan hasil belajar yang lebih baik dibandingkan dengan sistem pengajaran klasikal.

B. Saran

Berdasarkan kesimpulan yang telah dikemukakan di depan, ada beberapa saran yang dapat diajukan. Untuk penyampaian materi Sistem Persamaan Linear bagi siswa SMU kelas I diwaktu mendatang hendaknya dilakukan dengan menggunakan sistem pengajaran modul. Sedangkan untuk pokok bahasan lainnya sistem pengajaran modul perlu diujicobakan dengan menggunakan berbagai alat peraga yang berkaitan dengan materi yang akan disampaikan. Untuk pengajaran pokok-pokok bahasan yang lain itu, penelitian juga perlu dilakukan untuk mengamati perbandingan efektivitas antara sistem pengajaran modul dan sistem pengajaran klasikal.

Dalam penerapannya sebagai salah satu metode pengajaran, sebaiknya sistem modul dipergunakan untuk pokok bahasan yang sekiranya siswa dapat belajar sendiri

atau pokok bahasan yang tidak terlalu sulit. Untuk pokok bahasan yang terlalu sulit sebaiknya disampaikan dengan metode lain mengingat kelemahan-kelemahan dari sistem pengajaran modul itu sendiri. Sehingga sistem pengajaran modul dan sistem pengajaran klasikal diberikan kepada siswa secara bergantian. Hal ini juga dimaksudkan agar siswa tidak bosan dengan sistem pengajaran tertentu.



DAFTAR PUSTAKA

- Arikunto, Suharsimi. (1989). Prosedur Penelitian Suatu Pendekatan Praktek. PT Bina Aksara. Jakarta.
- _____ (1993). Dasar-Dasar Evaluasi Pendidikan, Bumi Aksara. Jakarta.
- Ali, Mohamad. (1987). Penelitian Pendidikan Prosedur dan Strategi. Angkasa. Bandung.
- Hadi, Sutrisno. (1986) . Metodologi Research (bagian 4). Yayasan Penerbit Fakultas Psikologi Universitas Gadjah Mada. Yogyakarta.
- Hadi, Sutrisno. (1988). Analisa Butir Untuk Instrumen, Angket, Tes dan Skala Nilai dengan Basica. Andi Offset. Jakarta.
- Latunussa, Izaak. (1988). Penelitian Pendidikan Suatu Pengantar. Depdikbud. Jakarta.
- Masidjo. (1995). Penilaian Pencapaian Hasil Belajar Siswa Di Sekolah. Sinar Baru. Bandung.
- Purwanto, Ngalim. (1984). Psikologi Pendidikan. Remadja Karya. Bandung.
- Samana, A. (1982). Prosedur Pengembangan Sistem Instruksional (PPSI). FKIP Sanata Dharma. Yogyakarta.
- _____ (1992). Sistem Pengajaran (PPSI) dan Pertimbangan Metodologisnya. Kanisius. Yogyakarta.
- Soejoeti, Zanzawi. (1985). Metode Statistik II. Departemen Pendidikan dan Kebudayaan Universitas Terbuka. Jakarta.
- Sudjana, Nana. (1989). Penelitian dan Penilaian Pendidikan. Sinar Baru. Bandung.
- Sriyono. (1992). Teknik-teknik Belajar Mengajar dalam CBSA. Rineka Cipta . Jakarta.
- Suryosubroto, B. (1983). Sistem Pengajaran dengan Modul. Radar Jaya Offset. Jakarta.
- Suryosubroto, B. (1990). Tata Laksana Kurikulum. Rineka Cipta. Jakarta.
- Syah, Muhibin. (1995). Psikologi Pendidikan Sebagai Pendekatan Baru. Remaja Rosda Karya Offset. Bandung.

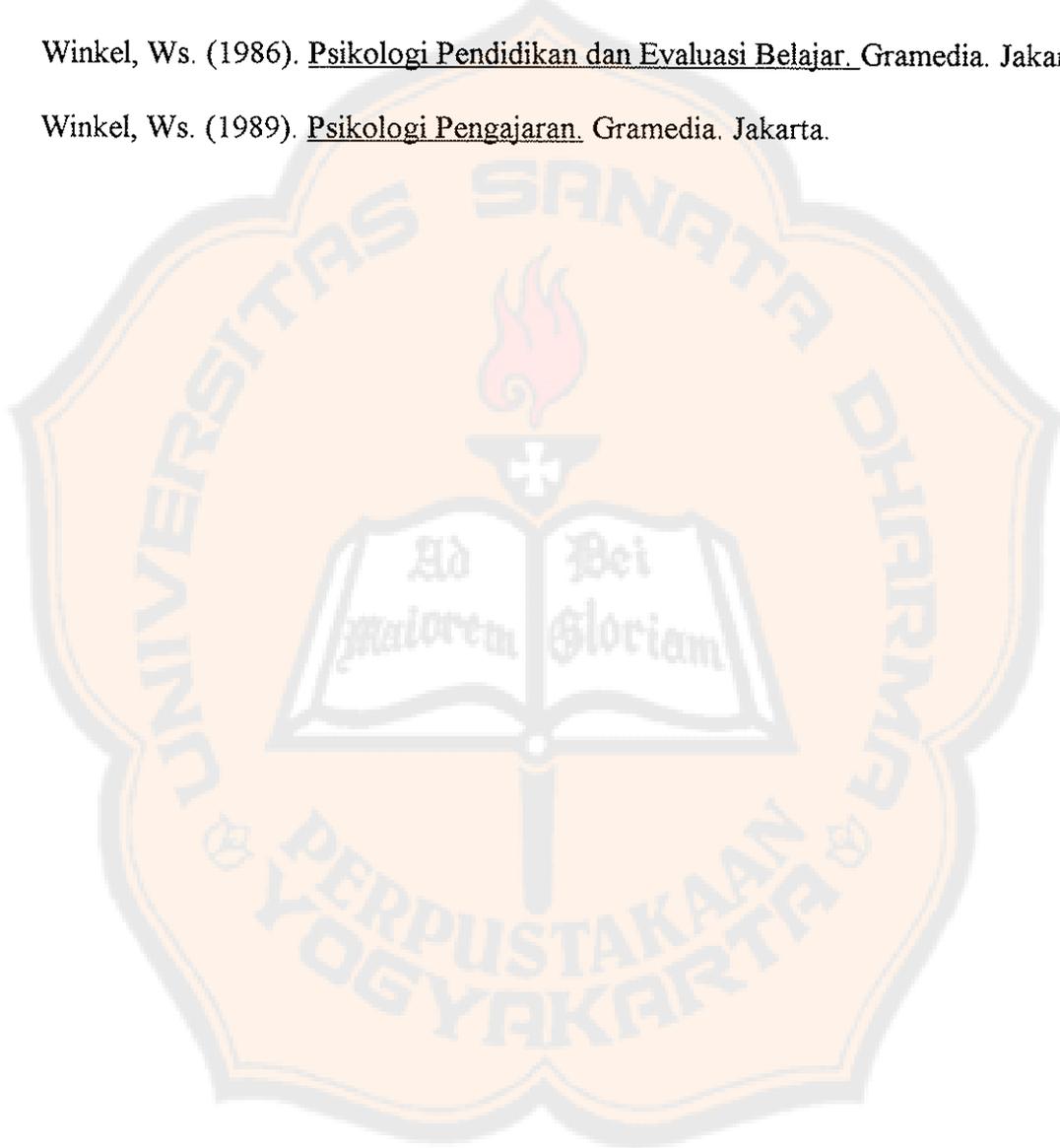
Usman, Moh Uzer. (1993). Upaya Optimalisasi Kegiatan Belajar Mengajar. Remaja Rosda Karya Offset. Bandung.

Vembrianto. (1981). Pengantar pengajaran Modul. Paramita. Yogyakarta.

Vembrianto. (1989). Kapita Selekta pendidikan (Jilid 2). Andi Offset. Yogyakarta.

Winkel, Ws. (1986). Psikologi Pendidikan dan Evaluasi Belajar. Gramedia. Jakarta.

Winkel, Ws. (1989). Psikologi Pengajaran. Gramedia. Jakarta.





LAMPIRAN-LAMPIRAN

Lampiran 1

TABEL ANALISIS ITEM SOAL KELOMPOK A

NO ABSEN	NOMOR ITEM												TOTAL (Xi)
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	10
2	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	10
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	9
4	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	6
5	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	9
6	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	10
7	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	7
8	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	7
9	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	8
10	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	10
11	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	8
12	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	10
13	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	7
14	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	6
15	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	7
16	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	8
17	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	9
18	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	10
19	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	7
20	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	9
21	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	6
22	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	9
23	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	8
24	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	7
25	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	10
26	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	7
27	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	10
28	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	10
29	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	6
30	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	7
31	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	9
32	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	5
33	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	10
34	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	10
35	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	4
36	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	6
37	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	8
38	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	6
39	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	7
Jumlah Xi	33	32	31	16	28	21	22	29	29	29	23	19	312

Lampiran 2

TABEL ANALISIS ITEM SOAL KELOMPOK B

No. Item	1	2	3	Total Skor
Besar Skor	5	5	5	(Xi)
No. Absen				
1	5	5	1	11
2	5	5	0	10
3	5	5	0	10
4	5	4	2	11
5	5	5	0	10
6	3	4	1	8
7	3	2	3	8
8	5	5	0	10
9	5	3	0	8
10	5	5	0	10
11	3	4	1	8
12	5	5	1	11
13	3	2	3	8
14	5	5	0	10
15	3	4	1	8
16	3	2	4	9
17	5	4	0	9
18	3	2	3	8
19	3	3	0	6
20	5	3	1	9
21	5	5	0	10
22	5	5	0	10
23	3	2	3	8
24	5	4	2	11
25	5	5	2	12
26	3	4	1	8
27	5	4	0	9
28	5	4	0	9
29	1	3	4	8
30	3	2	3	8
31	3	3	2	8
32	5	3	1	9
33	3	3	2	8
34	3	2	2	7
35	5	4	0	9
36	3	2	4	9
37	3	3	2	8
38	3	2	3	8
39	3	3	0	6
Jumlah Xi	155	140	52	347
Jumlah Xi ²	663	552	138	3157

Lampiran 3

TABEL ITEM SOAL KELOMPOK A YANG VALID

NO ABSEN	NOMOR ITEM										TOTAL (Xt)	(Xt) ²
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	11		
1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	9	81
2	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	8	64
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	9	81
4	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	4	16
5	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	8	64
6	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	8	64
7	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	6	36
8	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	5	25
9	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	6	36
10	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	8	64
11	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	6	36
12	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	8	64
13	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	6	36
14	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	4	16
15	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	7	49
16	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	7	49
17	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	8	64
18	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	9	81
19	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	6	36
20	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	9	81
21	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	4	16
22	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	9	81
23	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	8	64
24	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	5	25
25	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	9	81
26	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	6	36
27	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	9	81
28	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	8	64
29	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	5	25
30	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	5	25
31	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	8	64
32	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	3	9
33	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	9	81
34	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	9	81
35	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	2	4
36	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	6	36
37	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	7	49
38	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	4	16
39	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	7	49
NP	33	32	31	16	28	21	22	29	29	23	Jumlah Xt	Jumlah (Xt) ²
P	0.846	0.821	0.795	0.410	0.718	0.538	0.564	0.744	0.744	0.590	264	1930
Q	0.154	0.179	0.205	0.590	0.282	0.462	0.436	0.256	0.256	0.410	Jumlah PQ	
PQ	0.130	0.147	0.163	0.242	0.202	0.249	0.246	0.191	0.191	0.242	2.003	



Pengujian reliabilitas item soal kelompok A.

$$S^2 = \frac{N \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}{N(N-1)}$$

$$S^2 = \frac{(39)(1930) - (264)^2}{(39)(39-1)}$$

$$S^2 = \frac{75270 - 69696}{(39)(38)}$$

$$S^2 = \frac{5574}{1482}$$

$$S^2 = 3,761$$

Untuk reliabilitas soal kelompok A digunakan rumus KR20 :

$$r_{tt} = \left(\frac{n}{n-1} \right) \left(\frac{S^2 - \sum pq}{S^2} \right)$$

$$r_{tt} = \left(\frac{39}{39-1} \right) \left(\frac{3,761 - 2,003}{3,761} \right)$$

$$r_{tt} = \left(\frac{39}{38} \right) \left(\frac{1,758}{3,761} \right)$$

$$r_{tt} = (1,026)(0,467)$$

$$r_{tt} = 0,480$$

Lampiran 4

TABEL ITEM SOAL KELOMPOK B YANG VALID

No. Item	1		2		Total	(Xt) ²
Besar Skor	5		5		Xt	
No. Absen	X1	X1 ²	X1	X2 ²	Xt	
1	5	25	5	25	10	100
2	5	25	5	25	10	100
3	5	25	5	25	10	100
4	5	25	4	16	9	81
5	5	25	5	25	10	100
6	3	9	4	16	7	49
7	3	9	2	4	5	25
8	5	25	5	25	10	100
9	5	25	3	9	8	64
10	5	25	5	25	10	100
11	3	9	4	16	7	49
12	5	25	5	25	10	100
13	3	9	2	4	5	25
14	5	25	5	25	10	100
15	3	9	4	16	7	49
16	3	9	2	4	5	25
17	5	25	4	16	9	81
18	3	9	2	4	5	25
19	3	9	3	9	6	36
20	5	25	3	9	8	64
21	5	25	5	25	10	100
22	5	25	5	25	10	100
23	3	9	2	4	5	25
24	5	25	4	16	9	81
25	5	25	5	25	10	100
26	3	9	4	16	7	49
27	5	25	4	16	9	81
28	5	25	4	16	9	81
29	1	1	3	9	4	16
30	3	9	2	4	5	25
31	3	9	3	9	6	36
32	5	25	3	9	8	64
33	3	9	3	9	6	36
34	3	9	2	4	5	25
35	5	25	4	16	9	81
36	3	9	2	4	5	25
37	3	9	3	9	6	36
38	3	9	2	4	5	25
39	3	9	3	9	6	36
Jumlah Xi	155		140		295	
Jumlah Xi ²		663		552		2395

Pengujian reliabilitas untuk soal kelompok B

$$S_t^2 = \frac{N \sum X_t^2 - (\sum X_t)^2}{N(N-1)}$$

$$S_t^2 = \frac{(39)(2395) - (295)^2}{39(39-1)}$$

$$S_t^2 = \frac{93405 - 87025}{(39)(38)}$$

$$S_t^2 = \frac{6380}{1482}$$

$$S_t^2 = 4,305$$

$$S_1^2 = \frac{N \sum X_1^2 - (\sum X_1)^2}{N(N-1)}$$

$$S_1^2 = \frac{(39)(663) - (155)^2}{(39)(39-1)}$$

$$S_1^2 = \frac{25857 - 24025}{(39)(38)}$$

$$S_1^2 = \frac{1832}{1482}$$

$$S_1^2 = 1,236$$

$$S_2^2 = \frac{N \sum X_2^2 - (\sum X_2)^2}{N(N-1)}$$

$$S_2^2 = \frac{(39)(552) - (140)^2}{(39)(39-1)}$$

$$S_2^2 = \frac{21528 - 19600}{(39)(38)}$$

$$S_2^2 = \frac{1928}{1482}$$

$$S_2^2 = 1,301$$

$$\sum S_i^2 = 1,236 + 1,301$$

$$\sum S_i^2 = 2,537$$

Untuk pengujian reliabilitas soal kelompok B digunakan rumus Alpha :

$$r_{tt} = \alpha = \left(\frac{N}{N-1} \right) \left(1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2} \right)$$

$$r_{tt} = \alpha = \left(\frac{39}{38} \right) \left(1 - \frac{2,537}{4,305} \right)$$

$$r_{tt} = \alpha = (1,0263)(1-0,589)$$

$$r_{tt} = \alpha = (1,0263)(0,411)$$

$$r_{tt} = \alpha = 0,422$$

Lampiran 5

**DATA MENTAH TENTANG KEADAAN SISWA DI KELAS
EKSPERIMEN (KELAS I5) DAN HASIL BELAJARNYA**

NO.	NAMA	JK	US	POT	RNUH	NPRE	NPOST	NEMM
1	AGUS SUMARYANTO	Pa	15	Ptn	6	3.5	7.5	6.09
2	ARDHY NUGROHO	Pa	15	Sw	6	3.5	7.5	6.00
3	ARRUM VERDINITA	Pi	16	PNS	8	3.5	8.5	6.28
4	BANU SAPTONO	Pa	16	PNS	6	3.5	7.0	5.78
5	BAYU HERMANTO	Pa	16	PNS	6	3.5	7.5	6.03
6	BAYU KUAT PURWANTI	Pi	15	Polri	6	3.0	6.5	5.19
7	DANTI PUSPITA ANGG.	Pi	14	Sw	6	2.5	6.5	5.47
8	DENI WAHYUNI	Pi	16	Sw	6	1.5	5.5	5.43
9	EASTEER AMBAR	Pi	15	PNS	7	4.0	8.0	6.13
10	ELIS SUTANTI	Pi	15	Brh	6	3.5	7.0	5.47
11	EMI ASTUTI	Pi	15	Sw	7	3.5	7.5	6.45
12	FITRI NURWAHYUNI	Pi	16	Ptn	6	2.5	5.0	5.56
13	HERLIN MARGARETTA	Pi	15	Ptn	6	2.5	7.5	6.20
14	INDRA HERYANTO	Pa	15	PNS	7	3.5	8.0	5.69
15	ISTININGSIH	Pi	16	Sw	6	4.0	6.5	5.20
16	KRISTIN WULANDARI	Pi	16	Sw	6	2.5	7.0	5.83
17	MUJIANTO	Pa	16	Sw	6	1.5	7.0	6.66
18	NUR WASHILATUS S	Pi	15	PNS	6	2.5	7.5	6.00
19	PURNOMO	Pa	16	PNS	5	2.5	6.5	5.05
20	RÓHMAD ZURMADI	Pa	16	PNS	7	4.0	8.0	6.25
21	SANHAJI SURYANTO	Pa	16	PNS	6	1.5	6.0	5.75
22	SAPTOWO	Pa	17	Sw	7	3.5	8.0	6.35
23	SONI BUDI PRASETYO	Pa	15	PNS	6	4.0	7.5	5.81
24	SRI SUMARYANTI	Pi	16	Sw	7	4.0	8.0	6.03
25	SUGIARSIH	Pi	17	Sw	8	4.5	9.0	6.29
26	SUHARMINI	Pi	16	Sw	7	4.0	8.5	6.22
27	SUMARNI	Pi	16	Sw	5	1.5	6.0	5.00
28	SUMARNI	Pi	17	Sw	7	3.0	5.0	5.00
29	SUMARYATI	Pi	15	Sw	6	4.0	7.5	6.24
30	SUPRIS WANTARA	Pa	16	PNS	6	3.0	6.0	5.18
31	SUPRIYANTO	Pa	15	Ptn	6	2.5	5.5	4.45
32	SUWARTINIYATI	Pi	15	Sw	6	3.0	6.5	5.78
33	TENANG DEMYATI	Pa	15	Sw	5	3.5	6.0	5.09
34	TITIK PURWANINGSIH	Pi	15	Sw	7	4.0	8.5	6.54
35	TRI BUSI SUSANTO	Pa	16	Brh	6	3.5	7.5	6.00
36	TRIO ALASKA	Pa	15	Sw	6	2.0	7.5	6.09
37	WARSIYEM	Pi	15	Sw	6	3.0	7.0	6.53
38	WURI MULYANI	Pi	15	Sw	6	3.5	7.5	6.96
39	YATINAH	Pi	15	Sw	5	3.5	5.0	4.48
40	ZULIANTI	Pi	15	Sw	6	3.5	6.5	5.31
Jumlah					249	126	281	231.86

Lampiran 6

**DATA MENTAH TENTANG KEADAAN SISWA DI KELAS
KONTROL (KELAS I4) DAN HASIL BELAJARNYA**

NO.	NAMA	JK	US	POT	NEMM	RNUH	NPRE	NPOST
1	AL. NUGROHO H.	Pa	15	PNS	5.42	6	3.5	7.0
2	ARIEF ANSHORI	Pa	16	PNS	6.00	7	3.0	8.0
3	DALTRIYANI	Pa	17	Sw	6.69	6	3.0	6.5
4	DARYANTI	Pi	17	Sw	6.20	5	1.5	6.0
5	DWI WARNI	Pi	17	Sw	4.83	7	4.0	7.0
6	EMI SUPRIYANTI	Pi	15	Sw	6.43	6	4.0	7.0
7	ENI HARYANTI	Pi	16	Ptn	5.28	6	2.0	7.0
8	ENI SUSILOWATI	Pi	16	Sw	5.38	6	4.0	7.5
9	HENI LESTARI	Pi	16	Ptn	5.00	8	4.5	8.0
10	IMAM SUTRIYANA	Pa	17	Sw	6.06	6	2.0	7.0
11	INDRI WAHYUNINGSIH	Pi	15	Ptn	5.64	6	4.0	7.0
12	JUMIDAH	Pi	16	Brh	6.23	6	2.5	6.0
13	KAMIDAH	Pi	15	Sw	5.54	6	3.5	5.0
14	MARYANI	Pi	15	Sw	5.43	7	3.5	7.0
15	NARWANTO	Pa	17	Sw	6.00	6	2.5	5.5
16	NGADINO	Pa	15	Sw	5.52	7	3.0	7.0
17	NURUL KARMANITA	Pi	15	PNS	6.00	7	3.5	8.0
18	PANCA DEWI	Pi	16	Sw	6.62	8	3.0	5.5
19	PURWOKO	Pa	15	Ptn	6.65	7	4.0	8.0
20	RATNAWATI	Pi	16	Sw	6.29	6	4.5	7.5
21	RATRI FAROHMAYADHI	Pa	15	PNS	5.21	5	2.5	4.5
22	RINI KUSWATI	Pi	15	Sw	5.26	5	2.5	6.5
23	ROFIAH	Pi	16	Ptn	6.19	6	3.5	6.0
24	SARJITA	Pa	15	PNS	6.14	6	3.0	6.0
25	SARWI YULIANI	Pi	15	Sw	6.27	6	2.5	4.5
26	SIGIT BUDIARTO	Pa	14	PNS	5.27	5	3.0	4.5
27	SINGGIH M	Pa	15	Ptn	4.41	5	2.5	4.0
28	SITI MARIYAH	Pi	15	Ptn	5.48	6	1.5	6.0
29	SRI MARYATI	Pi	15	Sw	6.28	6	3.0	7.0
30	SUATMADJI	Pa	16	Sw	6.43	7	3.0	7.5
31	SUJIYANTI	Pi	15	Sw	5.32	5	3.5	5.5
32	SULISTYO HARSONO	Pa	16	PNS	6.03	7	3.5	6.0
33	SUPRPTI	Pi	16	Sw	6.64	7	2.5	6.0
34	SUWARDI	Pa	16	Ptn	6.03	8	4.0	6.0
35	TURJADMOKO	Pa	17	Ptn	4.43	5	4.0	5.0
36	VERONIKA TRI U.	Pi	15	Sw	6.30	6	2.5	6.0
37	WIDENI	Pi	15	Sw	6.43	7	4.0	7.5
38	YUWAN ISWANTO	Pa	15	Sw	5.62	6	3.5	5.0
39	YUWONO DEDI H.	Pa	17	Sw	5.00	6	1.5	6.0
40	ZAENAP FARIDA M.D.	Pi	16	PNS	6.53	7	3.0	7.0
Jumlah					232.48	250	124.5	254

Lampiran 7

**UJI NORMALITAS NEM MATEMATIKA
KELAS I5 (EKSPERIMEN)**

Data diurutkan:

NO.	X_i	Z_i	$F^*(X_i)$	$S(X_i)$	$ F^*(X_i) - S(X_i) $
1	4.45	-2.31	0.010	0.025	0.015
2	4.48	-2.26	0.012	0.050	0.038
3	5.00	-1.36	0.087	0.100	0.013
4	5.00				
5	5.05	-1.28	0.100	0.125	0.025
6	5.09	-1.21	0.113	0.150	0.037
7	5.18	-1.06	0.145	0.175	0.030
8	5.19	-1.04	0.149	0.200	0.051
9	5.20	-1.02	0.154	0.225	0.071
10	5.31	-0.83	0.203	0.250	0.047
11	5.43	-0.63	0.264	0.275	0.011
12	5.47	-0.56	0.288	0.325	0.036
13	5.47				
14	5.56	-0.41	0.341	0.350	0.009
15	5.69	-0.11	0.456	0.375	0.081 *
16	5.75	-0.05	0.480	0.400	0.080
17	5.78	-0.03	0.488	0.450	0.038
18	5.78				
19	5.81	0.02	0.508	0.475	0.033
20	5.83	0.06	0.524	0.500	0.024
21	6.00				
22	6.00	0.35	0.637	0.575	0.062
23	6.00				
24	6.03	0.40	0.655	0.625	0.030
25	6.03				
26	6.09	0.50	0.692	0.675	0.017
27	6.09				
28	6.13	0.57	0.716	0.700	0.016
29	6.20	0.69	0.755	0.725	0.030
30	6.22	0.72	0.764	0.750	0.014
31	6.24	0.76	0.776	0.775	0.001
32	6.25	0.78	0.782	0.800	0.018
33	6.28	0.83	0.797	0.825	0.028
34	6.29	0.84	0.800	0.850	0.051
35	6.35	0.95	0.829	0.875	0.046
36	6.45	1.11	0.867	0.900	0.034
37	6.53	1.26	0.896	0.925	0.029
38	6.54	1.27	0.898	0.950	0.052
39	6.66	1.48	0.931	0.975	0.042
40	6.96	1.99	0.977	1.000	0.023

Lampiran 8

**UJI NORMALITAS NEM MATEMATIKA
KELAS I4 (EKSPERIMEN)**

Data diurutkan:

NO.	X_i	Z_i	$F^*(X_i)$	$S(X_i)$	$ F^*(X_i)-S(X_i) $
1	4.41	-2.29	0.0110	0.025	0.0140
2	4.43	-2.25	0.0122	0.050	0.0378
3	4.83	-1.60	0.0548	0.075	0.0202
4	5.00	-1.32	0.0934	0.125	0.0316
5	5.00				
6	5.21	-0.98	0.1635	0.150	0.0135
7	5.26	-0.90	0.1841	0.175	0.0091
8	5.27	-0.88	0.1894	0.200	0.0106
9	5.28	-0.87	0.1949	0.225	0.0301
10	5.32	-0.80	0.2119	0.250	0.0381
11	5.38	-0.70	0.2420	0.275	0.0330
12	5.42	-0.64	0.2611	0.300	0.0389
13	5.43	-0.62	0.2676	0.325	0.0574
14	5.48	-0.54	0.2946	0.350	0.0554
15	5.52	-0.48	0.3156	0.375	0.0594
16	5.53	-0.46	0.3228	0.400	0.0772
17	5.54	-0.44	0.3300	0.425	0.0950
18	5.62	-0.31	0.3783	0.450	0.0717
19	5.64	-0.28	0.3897	0.475	0.0853
20	6.00	0.31	0.6217	0.550	0.0717
21	6.00				
22	6.00				
23	6.03	0.36	0.6406	0.600	0.0406
24	6.03				
25	6.06	0.40	0.6554	0.625	0.0304
26	6.14	0.54	0.7054	0.650	0.0554
27	6.19	0.62	0.7324	0.675	0.0574
28	6.20	0.63	0.7357	0.700	0.0357
29	6.23	0.68	0.7517	0.725	0.0267
30	6.27	0.75	0.7734	0.750	0.0234
31	6.28	0.76	0.7764	0.775	0.0014
32	6.29	0.78	0.7794	0.800	0.0206
33	6.30	0.80	0.7852	0.825	0.0398
34	6.43	1.01	0.8438	0.900	0.0562
35	6.43				
36	6.43				
37	6.62	1.32	0.9066	0.925	0.0184
38	6.64	1.35	0.9115	0.950	0.0385
39	6.65	1.37	0.9147	0.975	0.0603
40	6.69	1.43	0.9236	1.000	0.0764

Lampiran 9

**ANALISA DATA NEM MATEMATIKA
 UJI t UNTUK NEM MATEMATIKA**

Kelas Eksperimen

Kelas Kontrol

No.	X_i	XE	XE^2	X_i	XK	XK^2
1	4.45	-1.347	1.8140	4.41	-1.402	1.9656
2	4.48	-1.317	1.7340	4.43	-1.382	1.9099
3	5.00	-0.797	0.6350	4.83	-0.982	0.9643
4	5.00	-0.797	0.6350	5.00	-0.812	0.6593
5	5.05	-0.747	0.5580	5.00	-0.812	0.6593
6	5.09	-0.707	0.4990	5.21	-0.602	0.3624
7	5.18	-0.617	0.3810	5.26	-0.552	0.3047
8	5.19	-0.607	0.3680	5.27	-0.542	0.2938
9	5.20	-0.597	0.3560	5.28	-0.532	0.2830
10	5.31	-0.487	0.2370	5.32	-0.492	0.2421
11	5.43	-0.367	0.1350	5.38	-0.432	0.1866
12	5.47	-0.327	0.1070	5.42	-0.392	0.1537
13	5.47	-0.327	0.1070	5.43	-0.382	0.1459
14	5.56	-0.237	0.0560	5.48	-0.332	0.1102
15	5.69	-0.107	0.0110	5.52	-0.292	0.0853
16	5.75	-0.047	0.0020	5.53	-0.282	0.0795
17	5.78	-0.017	0.0002	5.54	-0.272	0.0740
18	5.78	-0.017	0.0002	5.62	-0.192	0.0369
19	5.81	0.013	0.0001	5.64	-0.172	0.0296
20	5.83	0.033	0.0010	6.00	0.188	0.0353
21	6.00	0.203	0.0410	6.00	0.188	0.0353
22	6.00	0.203	0.0410	6.00	0.188	0.0353
23	6.00	0.203	0.0410	6.03	0.218	0.0475
24	6.03	0.233	0.0540	6.03	0.218	0.0475
25	6.03	0.233	0.0540	6.06	0.248	0.0615
26	6.09	0.293	0.0860	6.14	0.328	0.1076
27	6.09	0.293	0.0860	6.19	0.378	0.1429
28	6.13	0.333	0.1110	6.20	0.388	0.1505
29	6.20	0.403	0.1620	6.23	0.418	0.1747
30	6.22	0.423	0.1790	6.27	0.458	0.2098
31	6.24	0.443	0.1960	6.28	0.468	0.2190
32	6.25	0.453	0.2050	6.29	0.478	0.2285
33	6.28	0.483	0.2330	6.30	0.488	0.2381
34	6.29	0.493	0.2430	6.43	0.618	0.3819
35	6.35	0.553	0.3060	6.43	0.618	0.3819
36	6.45	0.653	0.4260	6.43	0.618	0.3819
37	6.53	0.733	0.5370	6.62	0.808	0.6529
38	6.54	0.743	0.5520	6.64	0.828	0.6856
39	6.66	0.863	0.7450	6.65	0.838	0.7022
40	6.96	1.163	1.3530	6.69	0.878	0.7709
Jumlah		ΣXE^2	13.2875	Jumlah	ΣXK^2	14.2372

Perhitungan uji-t untuk NEM Matematika:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_a : \mu_1 \neq \mu_2$$

Dengan taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ dan db = 78 diperoleh wilayah kritik $t < -1,99$ dan $t > 1,99$.

$$\begin{aligned} t &= \frac{M_E - M_K}{\sqrt{\left(\frac{\sum fX_E^2 + fX_K^2}{N_E + N_K - 2}\right)\left(\frac{1}{N_E} + \frac{1}{N_K}\right)}} \\ &= \frac{5,797 - 5,812}{\sqrt{\left(\frac{13,2875 + 14,2372}{80 - 2}\right)\left(\frac{1}{40} + \frac{1}{40}\right)}} \\ &= \frac{-0,015}{\sqrt{\left(\frac{27,525}{78}\right)\left(\frac{2}{40}\right)}} = \frac{-0,015}{\sqrt{(0,3529)(0,05)}} \\ &= \frac{-0,015}{\sqrt{0,14168}} = \frac{-0,015}{0,379} = -0,04 \end{aligned}$$

Ternyata t hitung terletak dalam interval $-1,99 < t < 1,99$, maka H_0 diterima dan H_a ditolak.

Lampiran 10

**UJI NORMALITAS NILAI HASIL PRE-TEST KELAS I5
(EKSPERIMEN)**

Data diurutkan:

No.	X_i	Z_i	$F^*(X_i)$	f	$S(X_i)$	$F^*(X_i)-S(X_i)$
1	1.5	-2.23	0.0129	4	0.100	0.087
2	2.0	-1.45	0.0735	1	0.125	0.052
3	2.5	-0.82	0.2061	7	0.300	0.094
4	3.0	-0.19	0.4247	5	0.425	0.000
5	3.5	0.44	0.6700	14	0.775	0.105
6	4.0	1.07	0.8577	8	0.975	0.117 *
7	4.5	1.70	0.9554	1	1.000	0.045

**UJI NORMALITAS NILAI HASIL PRE-TEST KELAS I4
(EKSPERIMEN)**

Data diurutkan:

No.	X_i	Z_i	$F^*(X_i)$	f	$S(X_i)$	$F^*(X_i)-S(X_i)$
1	1.5	-2.03	0.0212	3	0.075	0.0538
2	2.0	-1.40	0.0808	2	0.125	0.0442
3	2.5	-0.77	0.2206	8	0.325	0.1044
4	3.0	-0.14	0.4443	9	0.550	0.1057 *
5	3.5	0.49	0.6879	8	0.750	0.0621
6	4.0	1.11	0.8665	8	0.950	0.0835
7	4.5	1.74	0.9591	2	1.000	0.0409

Lampiran 11

**ANALISA DATA NILAI HASIL PRE-TEST
UNTUK UJI-t**

Kelas Eksperimen

No.	Nilai	XE	XE ²	f	f XE ²	
1	1.5	-1.65	2.7230	4	10.892	
2	2.0	-1.15	1.3230	1	1.323	
3	2.5	-0.65	0.4230	7	2.961	
4	3.0	-0.15	0.0230	5	0.115	
5	3.5	0.35	0.1230	14	1.722	
6	4.0	0.85	0.7230	8	5.784	
7	4.5	1.35	1.8230	1	1.823	
JUMLAH						24.620

Kelas Kontrol

No.	Nilai	XK	XK ²	f	f XK ²	
1	1.5	-1.613	2.602	3	7.806	
2	2.0	-1.113	1.239	2	2.478	
3	2.5	-0.613	0.376	8	3.008	
4	3.0	-0.113	0.013	9	0.117	
5	3.5	-0.388	0.151	9	1.359	
6	4.0	0.886	0.785	7	5.495	
7	4.5	1.388	1.927	2	3.854	
JUMLAH						24.117

Perhitungan uji-t untuk nilai hasil pre-test :

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_a : \mu_1 \neq \mu_2$$

Dengan taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ dan db = 78 dari tabel diperoleh wilayah kritik $t < -1,99$ dan $t > 1,99$.

$$t = \frac{M_E - M_K}{\sqrt{\left(\frac{\sum fX_E^2 + \sum fX_K^2}{N_E + N_K - 2}\right)\left(\frac{1}{N_E} + \frac{1}{N_K}\right)}}$$

$$t = \frac{3,15 - 3,1125}{\sqrt{\left(\frac{24,620 + 24,117}{40 + 40 - 2}\right)\left(\frac{1}{40} + \frac{1}{40}\right)}}$$

$$t = \frac{3,15 - 3,1125}{\sqrt{\left(\frac{48,737}{78}\right)\left(\frac{2}{40}\right)}}$$

$$t = \frac{0,0375}{\sqrt{(0,625)(0,05)}}$$

$$t = \frac{0,0375}{\sqrt{0,03125}}$$

$$t = \frac{0,0375}{0,01768}$$

$$t = 0,212$$

Ternyata t hitung terletak dalam interval $-1,99 < t < 1,99$ maka H_0 diterima dan H_a ditolak.



LAMPIRAN 12: LEMBAR EVALUASI

LEMBAR EVALUASI

Pokok Bahasan : Sistem Persamaan Linear
Kelas : I / 2
Waktu : 90 menit

Petunjuk:

1. Untuk soal pada kelompok A, pilih salah satu dari kelima alternatif jawaban yang anda anggap paling tepat dengan cara memberi tanda silang (x) pada huruf di depannya.
2. Untuk soal pada kelompok B, jawablah secara singkat dan tepat.
3. Skor untuk masing-masing soal pada kelompok A adalah 1, sedang untuk masing-masing soal pada kelompok B adalah 5. Sehingga nilai evaluasi dirumuskan

sebagai berikut:
$$N = \left[\frac{Sa + Sb}{\text{skor total}} \right] \times 10$$

Dimana:

N = nilai yang diperoleh pada kegiatan evaluasi

Sa = skore yang diperoleh pada soal kelompok A

Sb = skore yang diperoleh pada soal kelompok B

Kelompok A

1. Tentukan persamaan garis lurus yang melalui (-3,4) dan (6,-5).
A. $x + y = 1$ C. $-x - y = 1$ E. $x + y = -1$
B. $x - y = 1$ D. $-x + y = 1$
2. Persamaan garis lurus yang melalui (3,2) dan membuat sudut 60° dengan sumbu x adalah
A. $x\sqrt{3} - 3y = 3(2 - \sqrt{3})$ C. $x\sqrt{3} - y = 2 - 3\sqrt{3}$
B. $x - 3y = 3$ D. $x - 3y = 9$
E. $x\sqrt{3} + 3y = 3(\sqrt{3} - 2)$
3. Sistem persamaan $\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$ memiliki penyelesaian:
A. $(\frac{1}{2}, -2)$ C. $(2, -\frac{1}{2})$ E. $(2, -2)$
B. $(-\frac{1}{2}, 2)$ D. $(2, \frac{1}{2})$
4. Persamaan garis lurus yang melalui (1,1) dan sejajar dengan garis yang melalui (1,1) dan (-3,3)
A. $2y + x = 1$ C. $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ E. $2y = x - 1$
B. $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ D. $2y = -x + 3$

5. Pilihlah determinan yang tidak bernilai nol.

A. $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$

C. $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}$

E. $\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}$

B. $\begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 0 & 4 \end{vmatrix}$

D. $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$

6. Dua persamaan $a_1x + b_1y = c_1$ dan $a_2x + b_2y = c_2$ secara geometris merupakan dua garis sejajar bila:

A. $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

C. $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

E. $\frac{a_1}{b_1} \neq \frac{a_2}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

B. $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

D. $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

7. Sistem persamaan $\begin{cases} x + 2y - 4z = -4 \\ 5x - 3y - 7z = 6 \\ 3x - 2y + 3z = 11 \end{cases}$ memiliki penyelesaian:

A. (2,1,-1)

C. (1,-1,2)

E. (-1,2,1)

B. (2,-1,1)

D. (-1,2,2)

8. Hitunglah determinan dari $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}$

A. -2

C. 2

E. 6

B. 4

D. -4

9. Sistem persamaan $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ -3x + 6y = -10 \end{cases}$ memiliki penyelesaian:

A. (1,-2)

C. $(2, -\frac{2}{3})$

E. Tak hingga banyak

B. $(0, -\frac{5}{3})$

D. Tak ada penyelesaian

10. Tentukan nilai determinan $\begin{vmatrix} 6 & 24 \\ 4 & 18 \end{vmatrix}$

A. -12

C. 12

E. 8

B. 72

D. -72

Kelompok B

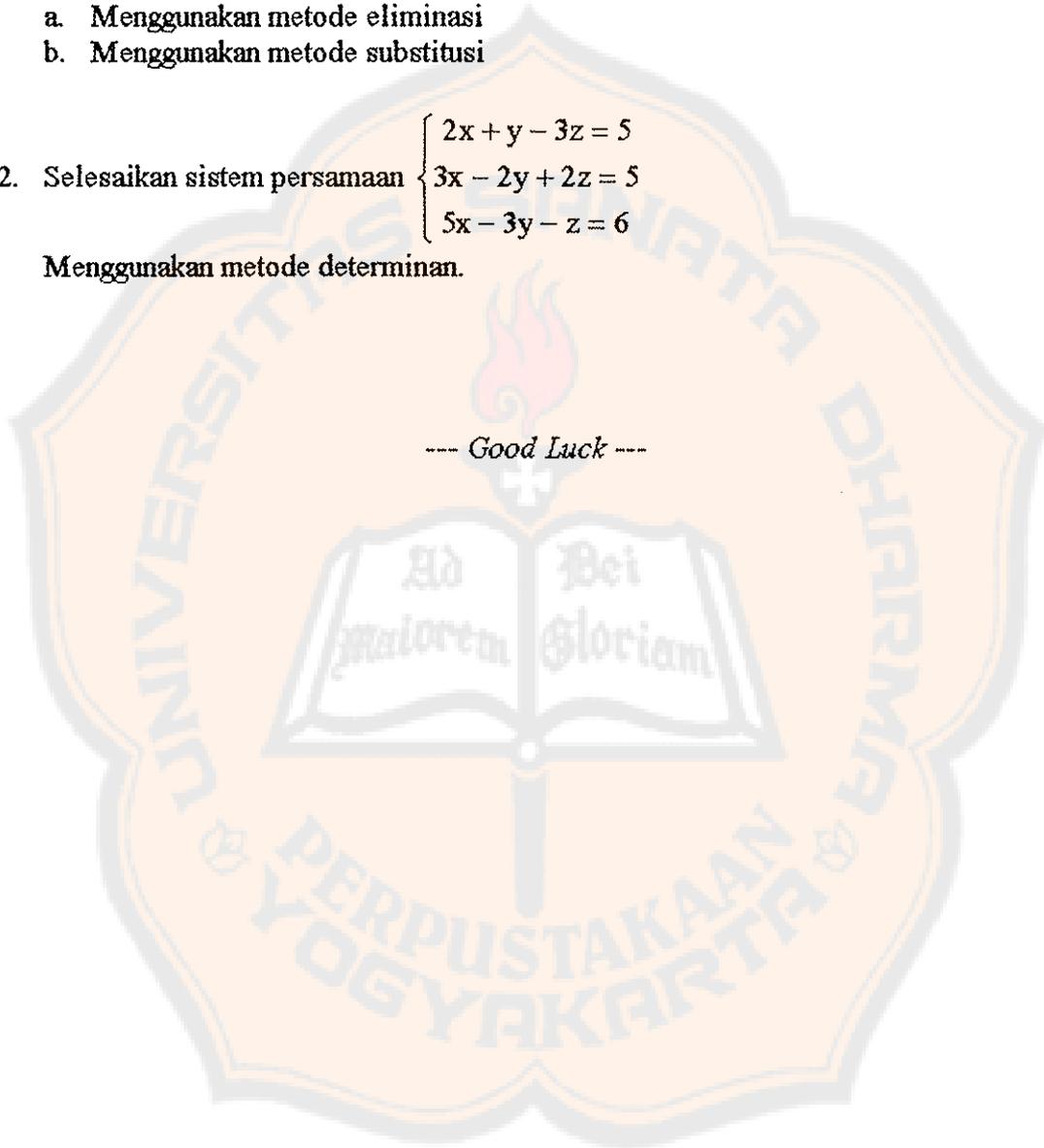
1. Selesaikan sistem persamaan $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$

- a. Menggunakan metode eliminasi
- b. Menggunakan metode substitusi

2. Selesaikan sistem persamaan $\begin{cases} 2x + y - 3z = 5 \\ 3x - 2y + 2z = 5 \\ 5x - 3y - z = 6 \end{cases}$

Menggunakan metode determinan.

--- Good Luck ---



KUNCI LEMBARAN EVALUASI

Kelompok A

1. A 2. C 3. C 4. D 5. D 6. D 7. B 8. A 9. D 10. C

Kelompok B

1. a. Jawab :

$$\begin{array}{r} (1) 3x + 2y = 5 \\ (2) 3x - 2y = 1 \\ \hline 4y = 4 \\ y = 1 \\ (1) 3x + 2y = 5 \\ (2) 3x - 2y = 1 \\ \hline 6x = 6 \\ x = 1 \end{array}$$

Jadi penyelesaian dari sistem persamaan $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$ adalah $x = 1$ dan $y = 1$ atau $(1,1)$

b. Jawab :

$$\begin{array}{r} (1) 3x + 2y = 5 \\ (2) 3x - 2y = 1 \\ (1) 3x + 2y = 5 \\ 2y = 5 - 3x \quad (3) \\ (3) \text{ dimasukkan ke (2) diperoleh } 3x - (5 - 3x) = 1 \\ 3x - 5 + 3x = 1 \\ 6x = 1 + 5 \\ x = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (1) 3x + 2y = 5 \\ 3x = 5 - 2y \quad (4) \\ (4) \text{ dimasukkan ke (2) diperoleh } (5 - 3x) - 2y = 1 \\ 5 - 4y = 1 \\ -4y = -4 \\ x = 1 \end{array}$$

Jadi penyelesaian dari sistem persamaan $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$ adalah $x = 1$ dan $y = 1$ atau $(1,1)$

2. Jawab

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 3 & -2 & 2 \\ 5 & -3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 3 & -2 & 2 \\ 5 & -3 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & 2 & 3 & -2 \\ 5 & -3 & -1 & 5 & -3 \end{vmatrix}$$

$$= (2)(-2)(-1) + (1)(2)(5) + (-3)(3)(-3) + (-3)(-2)(5) + (2)(2)(-3) - (1)(3)(-1)$$

$$= 4 + 10 + 27 - 15 + 12 + 3$$

$$= 41$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 5 & 1 & -3 \\ 5 & -2 & 2 \\ 6 & -3 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 1 & -3 & 5 & 1 \\ 5 & -2 & 2 & 5 & -2 \\ 6 & -3 & -1 & 6 & -3 \end{vmatrix}$$

$$= (5)(-2)(-1) + (1)(2)(6) + (-3)(-5)(-3) - (-3)(-2)(6) - (5)(2)(-3) - (1)(5)(-1)$$

$$= 10 + 12 + 45 - 36 + 30 + 5$$

$$= 66$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 2 & 5 & -3 \\ 3 & 5 & 2 \\ 5 & 6 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 5 & -3 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 2 & 3 & 5 \\ 5 & 6 & -1 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

$$= (2)(5)(-1) + (5)(2)(5) + (-3)(3)(6) - (-3)(5)(5) - (2)(2)(6) - (5)(3)(-1)$$

$$= -10 + 50 - 54 + 75 - 24 + 15$$

$$= 52$$

$$D_z = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 3 & -2 & 5 \\ 5 & -3 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 5 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & 5 & 3 & -2 \\ 5 & -3 & 6 & 5 & -3 \end{vmatrix}$$

$$= (2)(-2)(6) + (1)(5)(5) + (5)(3)(-3) - (5)(-2)(5) - (2)(5)(-3) - (1)(3)(6)$$

$$= -24 + 25 - 45 + 50 + 30 - 18$$

$$= 18$$

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{66}{41}$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{52}{41}$$

$$z = \frac{D_z}{D} = \frac{18}{41}$$



LAMPIRAN 13: PROGRAM SATUAN PELAJARAN

PROGRAM SATUAN PELAJARAN

MATA PELAJARAN : MATEMATIKA
POKOK BAHASAN : SISTEM PERSAMAAN LINEAR
SATUAN PENDIDIKAN : SMU
KELAS/PROGRAM : 1 (SATU)/UMUM
CATUR WULAN : 2 (KEDUA)
WAKTU : 18 JAM PELAJARAN

I. TUJUAN PEMBELAJARAN

Siswa dapat menyelesaikan sistem persamaan linear/dapat membuat sistem persamaan dari suatu keadaan dan menggunakannya.

II. MATERI PALAJARAN, SUMBER, ALAT, DAN ALOKASI WAKTU

NO	SUB POKOK BAHASAN	SUMBER/ ALAT	ALOKASI WAKTU
1	1.1.Pengulangan cara menggambar garis yang diketahui persamaannya	Buku Paket	2
2	<ul style="list-style-type: none">• Cara menyelesaikan sistem persamaan linear dua peubah dengan metode grafik, metode substitusi, metode eliminasi dan kombinasi metode substitusi dan eliminasi		3
3	<ul style="list-style-type: none">• Pengertian determinan ordo dua		2
4	<ul style="list-style-type: none">• Cara menyelesaikan SPL dua peubah dengan determinan• Cara menyelesaikan soal cerita yang berkaitan dengan SPL dua variabel		3
5	1.2.Cara menyelesaikan SPL tiga peubah dengan metode—grafik, metode substitusi, dan kombinasi metode substitusi dan eliminasi	Buku/ Karton	3
6	<ul style="list-style-type: none">• Pengertian determinan ordo tiga		2
7	<ul style="list-style-type: none">• Cara menyelesaikan SPL tiga peubah dengan determinan		3

III. RENCANA PENGAJARAN

IV. PENILAIAN POKOK BAHASAN

Prosedur:

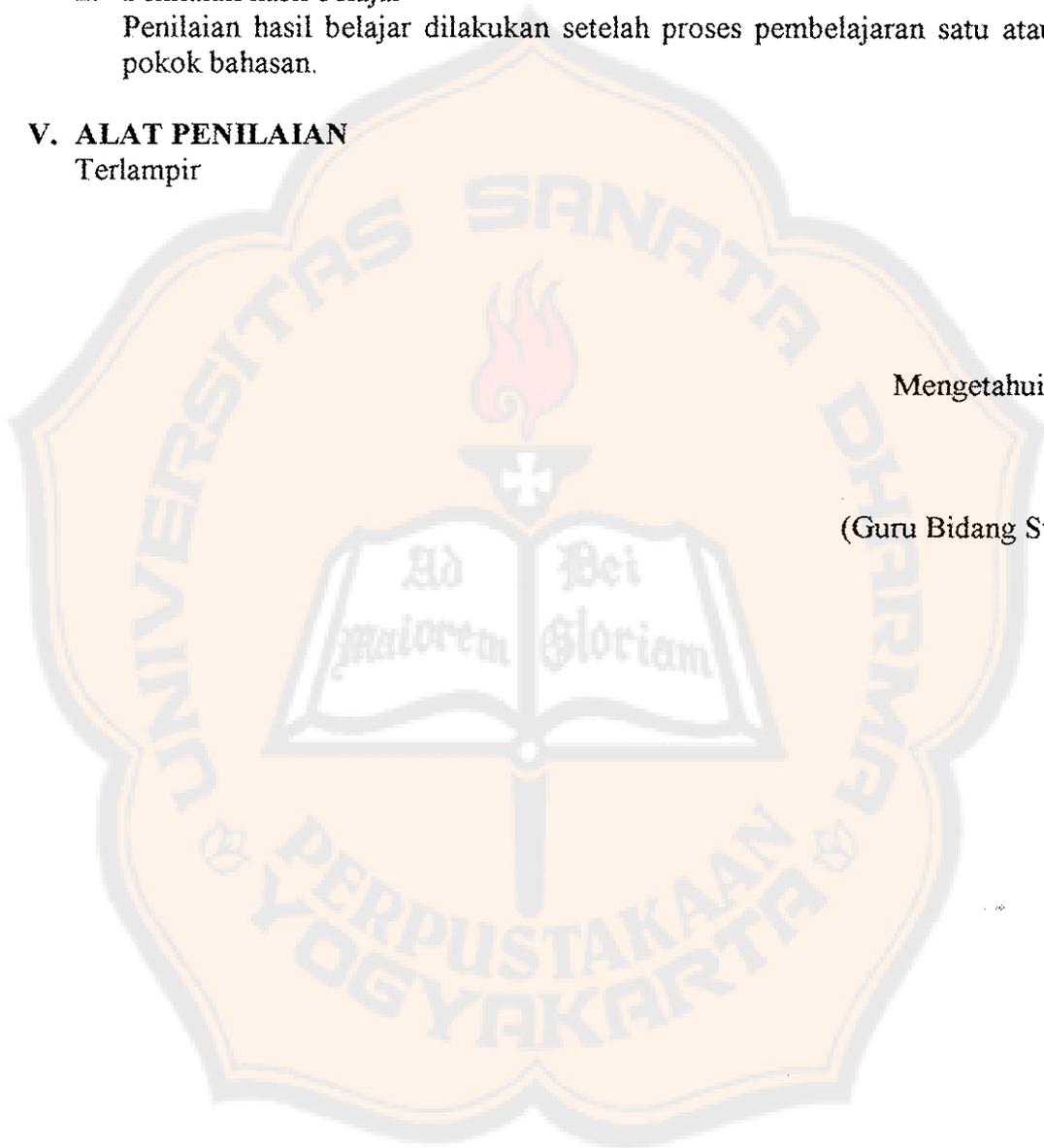
1. Penilaian proses belajar
Penilaian proses belajar dilakukan selama berlangsungnya pelaksanaan pembelajaran.
2. Penilaian hasil belajar
Penilaian hasil belajar dilakukan setelah proses pembelajaran satu atau dua pokok bahasan.

V. ALAT PENILAIAN

Terlampir

Mengetahui,

(Guru Bidang Studi)



PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

RENCANA PENGAJARAN

Sub Pokok Bahasan : Sistem Persamaan Linear Dua Peubah

- Topik : - Cara menggambar garis
 - Persamaan garis lurus
 - Pengertian sistem persamaan linear

Waktu : 2 x 45 menit

TUJUAN PEMBELAJARAN KHUSUS	MATERI	KEGIATAN PEMBELAJARAN	PENILAIAN PROSES BELAJAR												
1. Siswa dapat menggambar garis yang diketahui persamaannya	<ul style="list-style-type: none"> Cara menggambar garis 	<p>Pendahuluan:</p> <ul style="list-style-type: none"> Membuka pelajaran Memberi pengantar menangani pokok bahasan yang akan diberikan <p>Pengembangan 1:</p> <p>Membahas cara menggambar garis suatu persamaan linear dua peubah.</p> <p>Contoh: Gambar garis yang persamaannya $2x + y = 4$</p> <p>Diberikan nilai sembarang x untuk mencari nilai y (atau sebaliknya)</p> <p>Dibuat tabel:</p> <table style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">x</td> <td style="padding: 2px 5px;">y</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">-2</td> <td style="padding: 2px 5px;">8</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">-1</td> <td style="padding: 2px 5px;">6</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">4</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">2</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> </tr> </table> <p>Jika $x = -2$ maka $2(-2) + y = 4$ $-4 + y = 4$ $y = 8$</p> <p>Selanjutnya pasangan bilangan (x, y) dalam tabel digambar sebagai titik pada bidang kartesius.</p>	x	y	-2	8	-1	6	0	4	1	2	2	0	1. Gambar garis yang persamaannya $X + 3y = 6$
x	y														
-2	8														
-1	6														
0	4														
1	2														
2	0														

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

TUJUAN PEMBELAJARAN KHUSUS	MATERI	KEGIATAN PEMBELAJARAN	PENILAIAN PROSES BELAJAR
<p>2. Siswa dapat menentukan persamaan garis lurus melalui dua titi.</p> <p>3. Siswa dapat menentukan persamaan garis lurus dengan gradien tertentu</p>	<ul style="list-style-type: none"> Persamaan garis lurus 	<p>Penerapan 1: Siswa mengerjakan latihan pemberian guru.</p> <p>Pengembangan 2: Garis lurus yang melalui titik A (x_1, y_1) dan B (x_2, y_2) dengan $x_1 \neq x_2$ mempunyai persamaan: $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$</p> <p>Penerapan 2: Siswa mengerjakan soal buatan guru dan dari buku paket.</p> <p>Pengembangan 3: Garis lurus yang melalui titik A (x_1, y_1) dengan gradien m mempunyai persamaan: $y - y_1 = m (x - x_1)$</p> <p>Penerapan 3: Siswa mengerjakan soal dari buku paket.</p>	<p>2. Tentukan persamaan garis yang melalui titik $(-3, 4)$ dan $(6, -5)$</p> <p>3. Tentukan persamaan garis yang melalui titik $(1, 2)$ dan gradien -2.</p>
<p>4. Siswa dapat menentukan kedudukan dua buah garis pada suatu bidang jika persamaannya diketahui.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Pengertian sistem persamaan linear 	<p>Pengembangan 4:</p> <ol style="list-style-type: none"> Jika $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ maka kedua garis berimpit Jika $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ maka kedua garis sejajar 	<p>3. Tentukan persamaan garis yang melalui titik $(1, 2)$ dan gradien -2.</p>



PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

TUJUAN PEMBELAJARAN KHUSUS	MATERI	KEGIATAN PEMBELAJARAN	PENILAIAN PROSES BELAJAR
		<p>3. Jika $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ maka kedua garis saling berpotongan</p> <p>Penerapan 4: Siswa mengerjakan soal latihan dari buku paket.</p> <p>Penutup: Guru memberi PR dari buku paket.</p>	

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

RENCANA PENGAJARAN

Sub Pokok Bahasan : Sistem Persamaan Linear Dua Peubah

- Topik : - Metode Grafik
 - Metode Substitusi
 - Metode Eliminasi

Waktu : 2 x 45 menit

TUJUAN PEMBELAJARAN KHUSUS	MATERI	KEGIATAN PEMBELAJARAN	PENILAIAN PROSES BELAJAR
1. Siswa dapat menyelesaikan SPL dua variabel dengan menggunakan metode grafik	<ul style="list-style-type: none"> Metode Grafik 	Pendahuluan: <ul style="list-style-type: none"> Membahas PR yang tidak dapat diselesaikan oleh siswa Pengembangan 1: Langkah menyelesaikan SPL dua variabel menggunakan metode grafik: <ol style="list-style-type: none"> Menggambar grafik himpunan penyelesaian dari masing-masing persamaan. Menentukan titik potong kedua grafik dan koordinatnya, yang merupakan pasangan penyelesaian sistem persamaan Penerapan 1: Siswa mengerjakan latihan pada buku paket	1. Selesaikan SPL dua variabel dengan menggunakan metode grafik $\begin{cases} 3x + 4y = 9 \\ -x + 2y = 7 \end{cases}$
2. Siswa dapat menyelesaikan SPL dua variabel dengan menggunakan metode substitusi	<ul style="list-style-type: none"> Metode Substitusi 	Pengembangan 2: Langkah-langkah: <ol style="list-style-type: none"> Dengan memilih salah satu persamaan, kita nyatakan salah satu variabel dalam variabel lainnya. 	2. Selesaikan SPL pada (1) dengan metode substitusi

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

TUJUAN PEMBELAJARAN KHUSUS	MATERI	KEGIATAN PEMBELAJARAN	PENILAIAN PROSES BELAJAR
<p>3. Siswa dapat menyelesaikan SPL dua variabel dengan menggunakan metode eliminasi.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Metode Eliminasi 	<p>2. Substitusikan hasil 1) pada persamaan lainnya. Dari sini akan diperoleh nilai salah satu variabel.</p> <p>3. Substitusikan hasil 2) pada hasil 1), akan kita peroleh nilai variabel lainnya.</p> <p>Penerapan 2: Siswa mengerjakan latihan pada buku paket.</p> <p>Pengembangan 3: Langkah-langkah:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Mengelalikan setiap persamaan masing-masing dengan sebuah bilangan, sehingga salah satu variabel dapat dieliminasi. 2. Tambahkan atau kurangkan kedua persamaan yang diperoleh dari 1). 3. Lakukan hal yang sama untuk variabel yang lainnya. <p>Penerapan 3: Siswa mengerjakan latihan pada buku paket.</p> <p>Penutup: Guru memberi PR dari buku paket.</p>	<p>3. Selesaikan SPL pada (1)</p>

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

RENCANA PENGAJARAN

Sub Pokok Bahasan : Sistem Persamaan Linear Dua Peubah

- Topik : - Gabungan metode substitusi dan metode eliminasi
 - Pengertian dan cara menghitung determinan ordo dua

Waktu : 2 x 45 menit

TUJUAN PEMBELAJARAN KHUSUS	MATERI	KEGIATAN PEMBELAJARAN	PENILAIAN PROSES BELAJAR
<p>1. Siswa dapat menyelesaikan SPL dua variabel dengan menggunakan gabungan metode substitusi dan eliminasi.</p> <p>2. Siswa dapat menghitung determinan ordo dua.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Gabungan metode substitusi dan eliminasi • Membahas pengertian dan cara menghitung 	<p>Pendahuluan:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Membahas PR yang tidak dapat diselesaikan oleh siswa <p>Pengembangan 1:</p> <p>Membahas cara menyelesaikan SPL dua variabel dengan menggunakan gabungan metode substitusi dan eliminasi, dengan langkah-langkah:</p> <ol style="list-style-type: none"> a. Mengeliminasi salah satu variabel sehingga akan diperoleh persamaan linear satu variabel. b. Mensubstitusikan hasil a) ke salah satu persamaan, sehingga akan diperoleh persamaan linear satu variabel yang lainnya. <p>Penerapan 1:</p> <p>Siswa mengerjakan latihan pada buku paket.</p> <p>Pengembangan 2:</p> <p>Membahas pengertian dan cara menghitung nilai determinan ordo dua.</p>	<p>1. Selesaikan SPL dua variabel dengan menggunakan gabungan metode substitusi dan eliminasi</p> $\begin{cases} 3x + 4y = 9 \\ -x + 2y = 7 \end{cases}$ <p>2. Carilah nilai determinan dari matriks:</p>

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

TUJUAN PEMBELAJARAN KHUSUS	MATERI	KEGIATAN PEMBELAJARAN	PENILAIAN PROSES BELAJAR
	nilai determinan ordo dua	<p>Jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ adalah matriks berordo 2×2, maka determinan matriks A ditulis dengan $\det. A$ atau A adalah $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$</p> <p>Nilai dari $\det. A$ ditentukan dengan rumus:</p> $\det. A = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ <p>Penerapan 2: Siswa mengerjakan latihan pada buku paket.</p> <p>Penutup: Guru memberi PR</p>	a. $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 9 & 5 \end{pmatrix}$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

RENCANA PENGAJARAN

Sub Pokok Bahasan : Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

- Topik : - Cara menyelesaikan SPL Dua variabel dengan determinan
 - Cara menyelesaikan soal cerita yang berkaitan dengan SPL dua variabel

Waktu : 2 x 45 menit

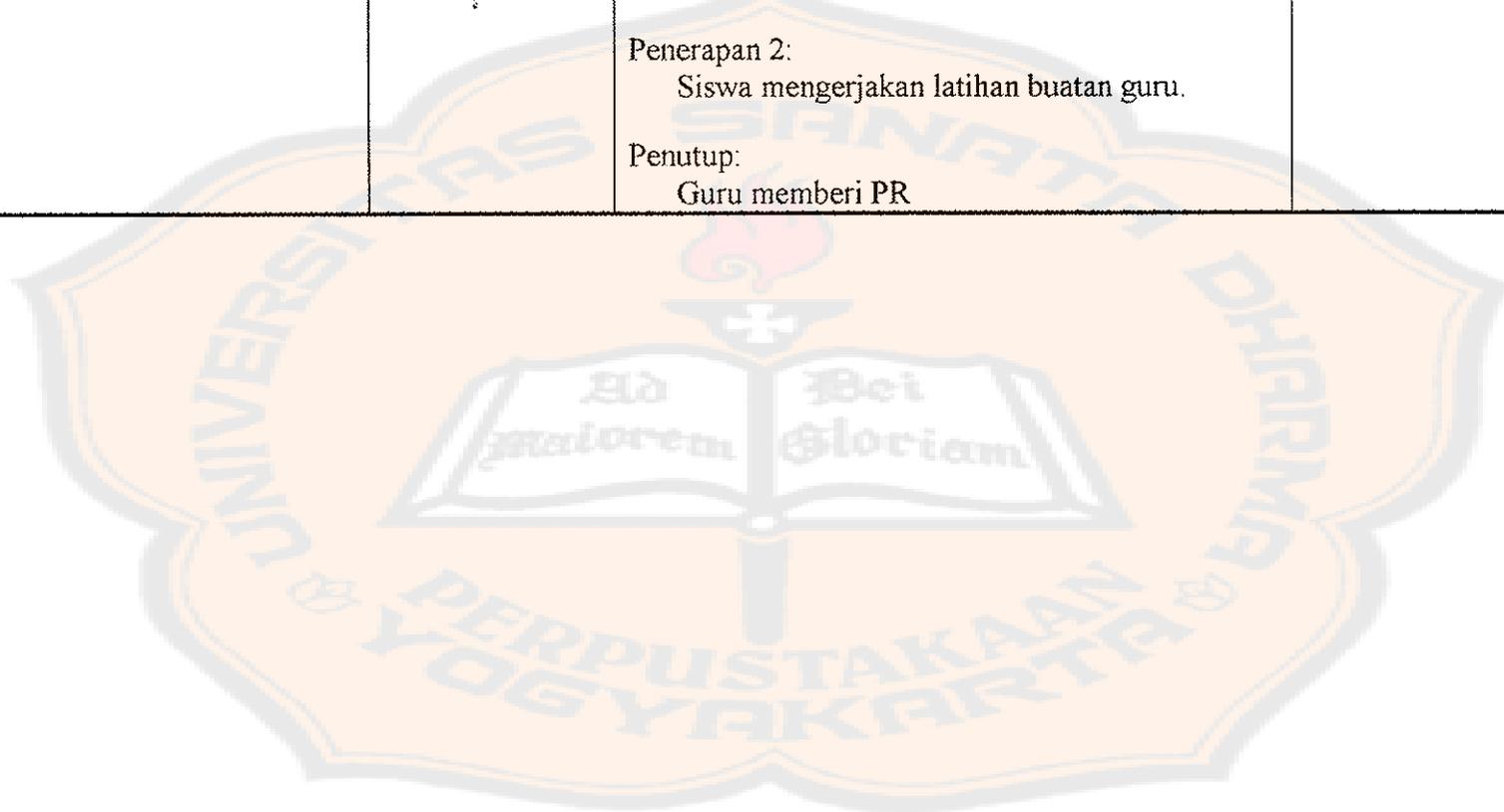
TUJUAN PEMBELAJARAN KHUSUS	MATERI	KEGIATAN PEMBELAJARAN	PENILAIAN PROSES BELAJAR
<p>1. Siswa dapat menyelesaikan SPL dua variabel dengan menggunakan determinan</p>	<ul style="list-style-type: none"> Cara menyelesaikan SPL dua variabel menggunakan determinan 	<p>Pendahuluan:</p> <ul style="list-style-type: none"> Membahas PR yang tidak dapat diselesaikan oleh siswa <p>Pengembangan 1:</p> <p>Membahas cara menyelesaikan SPL dua variabel menggunakan determinan.</p> <p>Pada uraian yang lalu, SPL dinyatakan dengan:</p> $\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = c_1 \\ a_{21}x + a_{22}y = c_2 \end{cases}$ <p>Dengan menggunakan metode eliminasi, penyelesaian dari SPL ini akan diperoleh:</p> $x = \frac{c_1 a_{22} - c_2 a_{12}}{a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}} \text{ dan } y = \frac{c_2 a_{11} - c_1 a_{21}}{a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}}$ <p>Untuk $a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21} \neq 0$</p> <p>Penyelesaian di atas dapat ditulis:</p> $x = \frac{D_x}{D} \text{ dan } y = \frac{D_y}{D} \text{ dengan}$	<p>1. Tentukan penyelesaian dari SPL dua variabel berikut:</p> <p>a. $\begin{cases} 3x - 2 = 6 \\ 2x - 3y = -1 \end{cases}$</p> <p>b. $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ 3x - 2y = 3 \end{cases}$</p>

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

TUJUAN PEMBELAJARAN KHUSUS	MATERI	KEGIATAN PEMBELAJARAN	PENILAIAN PROSES BELAJAR								
<p>2. Siswa dapat menyelesaikan soal cerita yang berkaitan dengan SPL dua variabel</p>	<ul style="list-style-type: none"> Cara menyelesaikan soal cerita yang berkaitan dengan SPL dua variabel 	$D = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$ $D_x = c_1a_{22} - c_2a_{12} = \begin{vmatrix} c_1 & a_{12} \\ c_2 & a_{22} \end{vmatrix}$ $D_y = c_2a_{11} - c_1a_{21} = \begin{vmatrix} a_{11} & c_1 \\ a_{21} & c_2 \end{vmatrix}$ <p>Penerapan 1: Siswa mengerjakan latihan dari buku paket.</p> <p>Pengembangan 2: Membahas cara menyelesaikan soal cerita yang berkaitan dengan SPL dua variabel. Contoh: Dua bilangan berjumlah 24 dan selisihnya 6. Cari bilangan-bilangan itu. Jawab: Misalkan bilangan I = x bilangan II = y Maka: $x + y = 24$ $x - y = 6$</p> <table style="border-collapse: collapse; margin-left: 20px;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">$x + y = 24$</td> <td style="padding-left: 5px;">$x + y = 24$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">$x - y = 6$</td> <td style="padding-left: 5px;">$15 + y = 24$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">$2x = 30$</td> <td style="padding-left: 5px;">$y = 9$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">$x = 15$</td> <td></td> </tr> </table>	$x + y = 24$	$x + y = 24$	$x - y = 6$	$15 + y = 24$	$2x = 30$	$y = 9$	$x = 15$		<p>2. Keliling suatu persegi panjang adalah 16 m. Jika lebar diduakalikan, maka kelilingnya menjadi 26 m. Tentukan ukuran persegi panjang semula.</p>
$x + y = 24$	$x + y = 24$										
$x - y = 6$	$15 + y = 24$										
$2x = 30$	$y = 9$										
$x = 15$											

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

TUJUAN PEMBELAJARAN KHUSUS	MATERI	KEGIATAN PEMBELAJARAN	PENILAIAN PROSES BELAJAR
		Jadi, kedua bilangan itu adalah 15 dan 9. Penerapan 2: Siswa mengerjakan latihan buatan guru. Penutup: Guru memberi PR	



PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

RENCANA PENGAJARAN

Sub Pokok Bahasan : Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel
Topik : Cara menyelesaikan SPL tiga variabel dengan Menggunakan Gabungan Metode Substitusi Dan Eliminasi
Waktu : 2 jam pelajaran

Tujuan Pembelajaran Khusus	Materi	Kegiatan Pembelajaran	Penilaian Proses Belajar
1. Menentukan penyelesaian SPL tiga variabel menggunakan gabungan metode substitusi dan eliminasi	<ul style="list-style-type: none">Cara menyelesaikan SPL tiga variabel menggunakan gabungan metode substitusi dan eliminasi	<p>Pendahuluan:</p> <ul style="list-style-type: none">Membahas PR yang tidak dapat diselesaikan oleh siswa <p>Pengembangan I</p> <ul style="list-style-type: none">Membahas cara menyelesaikan SPL tiga variabel dengan menggunakan gabungan metode substitusi dan eliminasi <p>Penerapan I</p> <ul style="list-style-type: none">Siswa mengerjakan soal latihan dari buku paket dan buku penunjang. <p>Penutup:</p> <ul style="list-style-type: none">Guru memberikan PR dari buku penunjang.	<p>1. Tentukan himpunan penyelesaian SPL tiga variabel berikut dengan menggunakan gabungan metode substitusi dan eliminasi.</p> $\begin{cases} 3x + 4y + 5z = 3 \\ x + y + 7z = 12 \\ 4x - 4y + 3z = 6 \end{cases}$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

RENCANA PENGAJARAN

Sub Pokok Bahasan : Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel
 Topik : - Pengertian Matriks Ordo Tiga
 - Cara Menghitung Nilai Determinan Ordo Tiga
 Waktu : 2 jam pelajaran

Tujuan Pembelajaran Khusus	Materi	Kegiatan Pembelajaran	Penilaian Proses Belajar
1. Siswa dapat menghitung nilai determinan ordo tiga.	<ul style="list-style-type: none"> Pengertian dan cara menghitung nilai determinan ordo tiga. 	<p>Pendahuluan:</p> <ul style="list-style-type: none"> Membahas PR yang tidak dapat diselesaikan oleh siswa <p>Pengembangan I</p> <ul style="list-style-type: none"> Membahas cara membawa SPL tiga variabel dalam bentuk matriks. Membahas cara menghitung nilai determinan ordo tiga. <ul style="list-style-type: none"> Menggunakan cara samus Menggunakan cara minor-kotaktor <p>Penerapan I</p> <ul style="list-style-type: none"> Siswa mengerjakan soal latihan dari buku paket. <p>Penutup:</p> <ul style="list-style-type: none"> Guru memberi PR. 	<p>1. Ubahlah SPL tiga variabel berikut ini ke dalam bentuk matriks.</p> $\begin{cases} x + y + z = 12 \\ 2x - 3y + 2z = 5 \\ 3x - y - 2z = 8 \end{cases}$ <p>2. Tentukan nilai determinan soal 1) dengan cara:</p> <ol style="list-style-type: none"> Samus Minor – Kotaktor

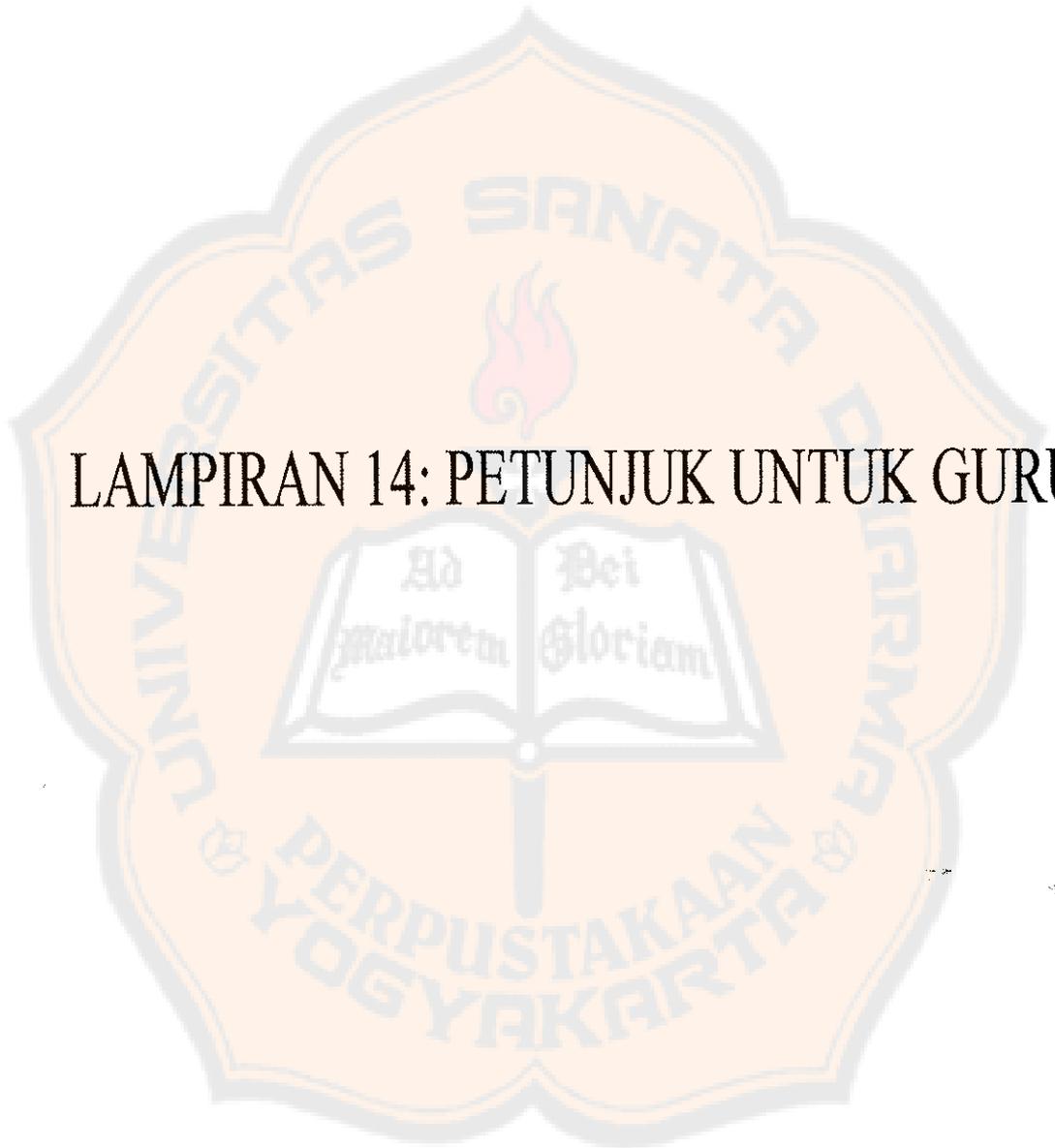
PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

RENCANA PENGAJARAN

Sub Pokok Bahasan : Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel
 Topik : Cara menyelesaikan Sistem Persamaan Linear Tiga Peubah
 Waktu : 2 jam pelajaran

Tujuan Pembelajaran Khusus	Materi	Kegiatan Pembelajaran	Penilaian Proses Belajar
1. Menentukan penyelesaian sistem persamaan linear tiga peubah menggunakan determinan.	<ul style="list-style-type: none"> Cara menyelesaikan sistem persamaan linear tiga peubah menggunakan determinan. 	<p>Pendahuluan:</p> <ul style="list-style-type: none"> Membahas PR yang tidak dapat diselesaikan oleh siswa <p>Pengembangan I</p> <ul style="list-style-type: none"> Membahas cara menyelesaikan sistem persamaan linear tiga peubah menggunakan determinan dengan aturan: $x = \frac{D_x}{D}, y = \frac{D_y}{D}, z = \frac{D_z}{D}, D \neq 0$ <p>dengan</p> $D_x = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}, D_y = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}$ $D_z = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}, D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ <p>Penerapan I</p> <ul style="list-style-type: none"> Siswa mengerjakan soal latihan dari buku paket dan buku penunjang. <p>Penutup:</p> <ul style="list-style-type: none"> Siswa diarahkan membuat rangkuman. Diberi PR 	1. Tentukan himpunan penyelesaian sistem persamaan berikut menggunakan determinan. $\begin{aligned} x - y - z &= 10 \\ 2x - 2y + 3z &= -7 \\ 3x - y &= 3 \end{aligned}$

LAMPIRAN 14: PETUNJUK UNTUK GURU



PETUNJUK UNTUK GURU

A. Petunjuk Umum

Modul ini berisi pengenalan konsep sistem persamaan linear kepada siswa sebagai langkah awal untuk mempelajarinya lebih lanjut. Oleh karena itu dalam mempelajari topik ini mungkin sekali beberapa siswa mengalami kesulitan.

Dalam pelaksanaan pengajaran di kelas, modul ini terbagi menjadi 8 bagian yaitu modul I – modul VIII. Untuk mempelajari modul I tidak dibutuhkan prasyarat khusus. Sedang untuk mempelajari modul II siswa harus sudah menguasai modul I dan mampu menyelesaikan sistem persamaan linear 2 variabel dengan metode eliminasi dan substitusi. Modul III mempersyaratkan penguasaan modul I dan II. Selanjutnya modul IV mempersyaratkan penguasaan terhadap modul I, II, III, dan seterusnya.

B. Petunjuk Khusus

1. Pokok Bahasan : Sistem Persamaan Linear
2. Kelas/Caturwulan : I / 2
3. Waktu : Modul I – Modul VIII masing-masing 2 x 45 menit (belum termasuk evaluasi)

4. Tujuan

Tujuan Pembelajaran Umum

Siswa dapat menyelesaikan sistem persamaan linear, dapat membuat sistem persamaan dari suatu keadaan dan menggunakannya lebih lanjut.

Tujuan Pembelajaran Khusus

Modul I

- a. Siswa dapat menentukan persamaan garis lurus melalui dua titik,
- b. Siswa dapat menentukan persamaan garis lurus dengan gradien tertentu,
- c. Siswa dapat menentukan kedudukan dua buah garis pada suatu bidang jika persamaannya diketahui,
- d. Siswa dapat menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel menggunakan metode grafik

Modul II

- a. Siswa dapat menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel menggunakan metode substitusi,
- b. Siswa dapat menyelesaikan sistem persamaan linear variabel dengan menggunakan metode eliminasi.

Modul III

- a. Siswa dapat menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel menggunakan gabungan metode substitusi dan eliminasi.
- b. Siswa dapat menghitung nilai determinan ordo dua.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

RENCANA PENGAJARAN

Sub Pokok Bahasan : Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel
Topik : Cara menyelesaikan SPL tiga variabel dengan Metode Substitusi
Waktu : 2 jam pelajaran

Tujuan Pembelajaran Khusus	Materi	Kegiatan Pembelajaran	Penilaian Proses Belajar
1. Siswa dapat menyelesaikan SPL tiga variabel dengan menggunakan metode substitusi.	<ul style="list-style-type: none">Cara menyelesaikan SPL tiga variabel dengan menggunakan metode substitusi.	<p>Pendahuluan:</p> <ul style="list-style-type: none">Membahas PR yang tidak dapat diselesaikan oleh siswa <p>Pengembangan I</p> <ul style="list-style-type: none">Membahas pengertian SPL homogen dan non-homogen.Membahas cara menyelesaikan SPL tiga variabel dengan menggunakan metode substitusi <p>Penerapan I</p> <ul style="list-style-type: none">Siswa mengerjakan soal latihan dari buku paket. <p>Penutup:</p> <ul style="list-style-type: none">Siswa diberi PR soal buatan guru.	1. Tentukan himpunan penyelesaian SPL berikut dengan menggunakan metode substitusi. $\begin{cases} 3x + 2y + 3z = 11 \\ 4x - z = -6 \\ x - y + 5z = 5 \end{cases}$

Modul IV

- a. Siswa dapat menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel menggunakan determinan,
- b. Siswa dapat menyelesaikan soal cerita yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dua variabel.

Modul V

- a. Siswa dapat menyelesaikan sistem persamaan linear tiga variabel dengan menggunakan metode substitusi,

Modul VI

- a. Siswa dapat menyelesaikan sistem persamaan linear tiga variabel dengan menggunakan gabungan metode substitusi dan eliminasi,

Modul VII

- a. Siswa dapat menghitung determinan ordo tiga.

Modul VIII

- a. Siswa dapat menyelesaikan sistem persamaan linear tiga variabel dengan menggunakan determinan,

5. Pokok Materi

Modul I

- a. Persamaan garis lurus melalui:
 - Dua titik
 - Sebuah titik dengan gradien tertentu
- b. Pengertian Sistem Persamaan Linear
- c. Penyelesaian SPL dua variabel dengan metode grafik.

Modul II

- a. Penyelesaian SPL dua variabel dengan metode substitusi.
- b. Penyelesaian SPL dua variabel dengan metode eliminasi.

Modul III

- a. Menyelesaikan SPL dua variabel dengan menggunakan gabungan metode substitusi dan metode eliminasi.
- b. Pengertian dua cara menghitung determinasi ordo dua.

Modul IV

- a. Penyelesaian SPL dua variabel dengan menggunakan determinasi.
- b. Soal cerita yang berkaitan dengan SPL dua variabel.

Modul V

- a. Bentuk umum SPL tiga variabel.
- b. Pengertian SPL tiga variabel homogen dan non homogen.
- c. Penyelesaian SPL tiga variabel dengan menggunakan substitusi.

Modul VI

- a. Penyelesaian SPL tiga variabel dengan menggunakan gabungan metode substitusi dan metode eliminasi.

Modul VII

- a. Pengertian dan cara menghitung nilai determinan ordo 3.

Modul VIII

- a. Penyelesaian SPL tiga variabel dengan menggunakan determinan.

6. Kegiatan Belajar Mengajar

Kegiatan Guru

- a. Menciptakan suasana kelas yang cocok untuk memulai pelajaran.
- b. Mempersiapkan alat-alat yang diperlukan untuk pelajaran.
- c. Menjelaskan tugas-tugas yang harus dikerjakan siswa.
- d. Mengawasi dan membantu siswa yang mengalami kesulitan.
- e. Menghentikan kegiatan belajar mengajar bila ada hal-hal yang dirasa sulit bagi sebagian besar siswa.
- f. Mengevaluasi hasil belajar siswa.

Kegiatan Siswa

- a. Membaca petunjuk untuk siswa.
- b. Memahami tujuan pengajaran.
- c. Membaca dengan cermat isi teks modul.
- d. Menanyakan hal-hal yang dirasa kurang jelas dan sulit kepada guru atau teman dekatnya.
- e. Mengerjakan soal-soal evaluasi.

7. Alat-alat pelajaran dan sumber bahan.
(Seperti yang tertulis pada PSP)

8. Istilah-istilah

- | | |
|---------------------|---------------|
| a. Sistem | h. Determinan |
| b. Persamaan linear | i. Ordo |
| c. Konstanta | j. Eliminasi |
| d. Eksplisit | k. Substitusi |
| e. Variabel | |
| f. Koefisien arah | |
| g. Intersep | |

9. Evaluasi

- a. Prosedur : seperti tertulis dalam PSP
- b. Alat-alat evaluasi: lembaran evaluasi, kunci lembaran evaluasi, lembaran kerja siswa, kunci lembaran kerja siswa.



LAMPIRAN 15: MODUL

MODUL I LEMBARAN KEGIATAN SISWA

PETUNJUK KEGIATAN SISWA

A. Petunjuk Umum

1. Dengan mempelajari modul ini siswa diperkenalkan pada konsep Sistem Persamaan Linear (SPL) sebagai langkah awal untuk dapat mempelajari pokok bahasan ini lebih lanjut. Secara terinci modul ini memuat bahan: persamaan garis lurus, pengertian sistem persamaan linear, metode grafik, metode substitusi, metode eliminasi.
2. Pelajarilah tujuan dan materi yang tercantum pada kegiatan I, lalu kerjakan tugas-tugasnya. Baru sesudah itu Anda lanjutkan pada kegiatan II. Jika dalam mempelajari modul ini ada kesulitan hendaknya Anda berani bertanya kepada guru atau teman dekat Anda. Setelah selesai mengerjakan tugas-tugas pada kegiatan I – II segeralah Anda meminta kunci lembar kerja siswa agar Anda tahu benar atau salahkah hasil kerja Anda.
3. Untuk dapat mempelajari modul ini tidak dibutuhkan prasyarat khusus.

A. Petunjuk Khusus

1. Pokok Bahasan : Sistem Persamaan Linear
2. Sub Pokok Bahasan : Sistem Persamaan Linear Dua Variabel
3. Kelas/Program : 1 (satu)/Umum
4. Waktu : 2 x 45 menit
5. Tujuan :
 - a. Tujuan pembelajaran umum
Siswa dapat menyelesaikan SPL, dan membuat sistem persamaan dari suatu keadaan dan menggunakannya lebih lanjut.
 - b. Tujuan pembelajaran khusus
 - Siswa dapat menentukan persamaan garis lurus melalui dua titik.
 - Siswa dapat menentukan persamaan garis lurus dengan gradien tertentu.
 - Siswa dapat menentukan tempat kedudukan dua buah garis pada suatu bidang jika persamaannya diketahui.
6. Pokok-pokok materi :
 - Persamaan garis lurus melalui:
 - ⇒ Dua titik
 - ⇒ Sebuah titik dengan gradien tertentu
 - Pengertian SPL
7. Alat-alat pelajaran dan sumber bahan
 - Alat pelajaran : Gabus, buku
 - Sumber bahan : a. Matematika SMA Jilid 2
Prof. Dra. Noeniek Soemartojo
Penerbit Erlangga, 1989

- b. Matematika SMU
Andi Hakim Nasution, dkk
Penerbit Balai Pustaka, 1996
- c. Matematika SMU

KEGIATAN SISWA

Kegiatan I : Persamaan Garis Lurus
Tujuan : Siswa dapat menentukan persamaan garis lurus melalui dua titik
 Siswa dapat menentukan persamaan garis lurus dengan gradien tertentu.

Uraian :
 Suatu persamaan linear dengan dua perubah x dan y dapat dituliskan dalam bentuk:
 $ax + by = c$ (1)
 Dimana a,b,c bilangan riil. Berkaitan dengan persamaan timbul masalah mencari pasangan bilangan (k_1, k_2) yang memenuhi persamaan linear di atas, sehingga pernyataan:

$$ak_1 + bk_2 = c$$

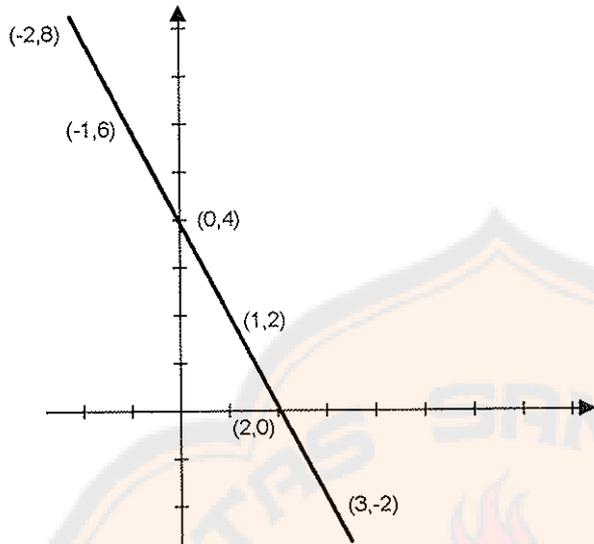
Bernilai benar. Penyelesaian dari persamaan tersebut didapat dengan memberikan nilai sembarang x untuk mencari nilai y (atau sebaliknya).

Contoh 1.1. Perhatikan persamaan $2x + y = 4$
 Jika kita mengganti $x = -2$ dalam persamaan di atas, kita dapatkan $2(-2) + y = 4$ atau $y = 8$. Jadi $(-2,8)$ merupakan salah satu jawabannya.

Perhatikan tabel sebelah kanan menunjukkan daftar enam nilai-nilai x yang berkaitan dengan keenam nilai y, sebagai hasil dari persamaan di atas.

x	y
-2	8
-1	6
0	4
1	2
2	0
3	-2

Selanjutnya setiap (k_1, k_2) yang memenuhi persamaan linear $ax + by = c$ digambar sebagai titik pada bidang kartesius.



Ternyata semuanya terletak pada sebuah garis lurus. Kita sebut garis lurus itu sebagai grafik dari persamaan linear, karena garis tersebut berkaitan dengan himpunan jawab dari persamaan $2x + y = 4$.

Persamaan linear $ax + by = c$ dapat ditulis secara eksplisit $y = mx + n$ (2) Bentuk eksplisit ini dapat diturunkan dari bentuk umum (1) dengan mengubah (1) menjadi:

$$y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}; b \neq 0 \quad (3)$$

Sehingga hubungan antara m , n dan a, b, c adalah:

$$m = -\frac{a}{b}; n = \frac{c}{b} \quad (4)$$

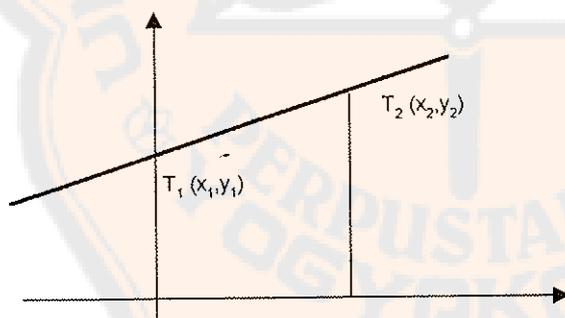
Contoh 1.2.

Persamaan garis linear $3x - 2y = 1$ memiliki nilai $a = 2$, $b = -2$, dan $c = 1$.

Karena $m = -\frac{a}{b} = -\frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$ dan $n = \frac{c}{b} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$

Karena itu persamaan $3x - 2y = 1$ setara dengan persamaan eksplisit $y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$

Sekarang perhatikan gambar di bawah ini :



Gambar 1.1.

Pada umumnya, kalau $T_1(x_1, y_1)$ dan $T_2(x_2, y_2)$, serta $x_1 \neq x_2$, maka persamaan garis yang melalui kedua titik itu dapat diucapkan sebagai fungsi koordinat kedua titik itu sebagai berikut:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) \quad (5)$$

atau

$$y = \left[y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right] + \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x \quad (6)$$

Pembandingan rumus (6) ini dengan (2) mengungkapkan, bahwa jika diucapkan sebagai fungsi koordinat dua titik T_1 dan T_2 yang dilalui garis, koefisien arah m sama dengan:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (7)$$

Intersepnya sama dengan:

$$n = y_1 - mx_1 \quad (8)$$

Rumus (5) mengingat definisi m pada (7) dapat ditulis sebagai:

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad (9)$$

Hal ini berarti bahwa persamaan suatu garis lurus juga sudah dapat didefinisikan asal diketahui sebuah titik yang dilewatinya, serta koefisien arahnya.

Contoh 1.2. : Tentukan persamaan garis yang melalui titik (1,2) dan (3,4)

Jawab : $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$

$$y - 2 = \frac{4 - 2}{3 - 1} (x - 1)$$

$$y - 2 = 1(x - 1)$$

$$-x + y = 1 \text{ (persamaan garis yang dicari)}$$

Contoh 1.3. : Suatu garis yang melalui titik (1,3) dan kecondongannya sama dengan $m = 1$, persamaan eksplisitnya adalah:

Jawab : $y - y_1 = m (x - x_1)$

$$y - 3 = 1 (x - 1)$$

$$y = x + 2 \text{ (persamaan eksplisit)}$$

$$\text{persamaan umumnya adalah } x - y = -2$$

TUGAS I

Kerjakan soal berikut ini pada lembar jawaban yang disediakan.

Tentukan persamaan garis yang melalui:

1. Titik (2,4) dan (3,7)
2. Titik (1,2) dan gradien -2
3. Titik (-3,4) dan (6,-5)
4. Titik (0,0) dan membuat sudut 45° dengan sumbu x
5. Titik (0,0) dan membuat sudut 135° dengan sumbu x

Kegiatan II : Pengertian Sistem Persamaan Linear

Tujuan : Siswa dapat menentukan tempat kedudukan dua buah garis pada suatu bidang jika persamaannya diketahui.

Uraian :

Selanjutnya perhatikan sistem terdiri atas persamaan linear dengan dua peubah x dan y sebagai berikut:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \quad (6)$$

untuk $a_1, b_1, a_2, b_2, a_3, b_3 \in \mathbb{R}$
 a_1 dan b_1 tidak bersamaan nol,
 a_2 dan b_2 tidak bersamaan nol.

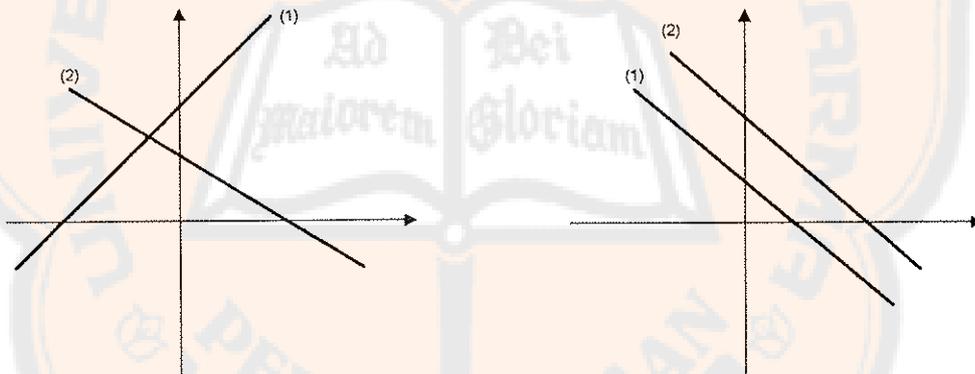
Pada sistem ini,
 a_1 dan a_2 disebut koefisien variabel x
 b_1 dan b_2 disebut koefisien variabel y
 c_1 dan c_2 disebut konstanta

Contoh 2.1.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

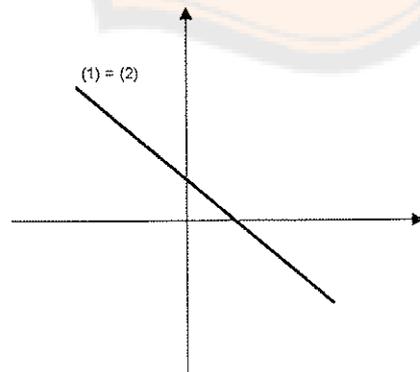
Sepasang bilangan yang memenuhi kedua persamaan tersebut di atas (persamaan (6)) disebut suatu penyelesaian simultan dari persamaan yang diberikan atau suatu penyelesaian dari sistem persamaan.

Ada tiga kasus yang bisa terjadi, yang dapat digambarkan secara geometris.



(a) $\begin{cases} x - y = -3 & (1) \\ x + 2y = 3 & (2) \end{cases}$

(b) $\begin{cases} x + y = 1 & (1) \\ 2x + 2y = 6 & (2) \end{cases}$



(c) $\begin{cases} x + y = 1 & (1) \\ 3x + 3y = 3 & (2) \end{cases}$

Gambar 2.1

Perhatikan Gambar 2.1.

- (a) Sistem hanya memiliki satu penyelesaian.
Kedua garis lurus yang tidak sejajar hanya memiliki satu titik potong saja.
 - (b) Sistem tidak memiliki penyelesaian
Kedua garis tersebut saling sejajar, jadi tidak memiliki titik potong.
 - (c) Sistem memiliki tak-terhingga banyak penyelesaian
Kedua garis saling berimpit jadi memiliki tak-hingga banyak titik potong.
- Sekarang kita perhatikan sistem persamaan (a), (b), dan (c).

Pada persamaan (a) $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

Pada persamaan (b) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

Pada persamaan (c) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

Nah sekarang apa yang dapat kita simpulkan?

1. Jika $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ maka kedua garis berimpit. Sistem memiliki takhingga banyak penyelesaian.
2. Jika $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ maka kedua garis sejajar. Sistem tidak memiliki penyelesaian.
3. Jika $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ maka kedua garis saling berpotongan sistem memiliki satu penyelesaian.

TUGAS II

Kerjakan soal pada lembar jawaban yang tersedia.

Perhatikan persamaan-persamaan berikut:

- | | |
|------------------|------------------|
| a. $x + y = 1$ | e. $-x + y = -1$ |
| b. $x - y = 1$ | f. $2x - y = 2$ |
| c. $-x + y = 1$ | g. $x - 3y = -1$ |
| d. $-x - y = -1$ | h. $x + y = 0$ |

Tentukan pasangan-pasangan persamaan yang:

- | | |
|------------------|---------------------------|
| a) Sejajar | d) Berpotongan pada (2,1) |
| b) Berimpit | e) Berpotongan pada (1,0) |
| c) Melalui (0,0) | |

LEMBAR KERJA SISWA

TUGAS I:

1. Titik (2,4) dan (3,7)

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

$$y - \dots = \frac{\dots - \dots}{\dots - \dots} (x - \dots)$$

$$y - \dots = \dots (x - \dots)$$

$$y - \dots = \dots x - \dots$$

$$\dots = \dots$$

Jadi persamaan garis yang dicari adalah

2. Titik (1,2) dan gradien -2

$$y - y_1 = m (x - x_1)$$

$$y - \dots = \dots (x - \dots)$$

$$\dots = \dots$$

Jadi persamaan garis yang dicari adalah

3. Titik (-3,4) dan (6,-5)

$$y - y_1 = \frac{\dots - \dots}{\dots - \dots} (x - x_1)$$

$$y - \dots = \frac{\dots - \dots}{\dots - \dots} (x - \dots)$$

$$y - \dots = \dots (x - \dots)$$

$$y - \dots = \dots x - \dots$$

$$\dots = \dots$$

Jadi persamaan garis yang dicari adalah

4. Titik (0,0) dan membuat sudut 45° dengan sumbu x

Koefisien arah = $\text{tg } \alpha^\circ = \text{tg } 45^\circ = 1$

$$y - \dots = m (x - \dots)$$

$$y - \dots = \dots (x - \dots)$$

$$y - \dots = \dots x - \dots$$

$$\dots = \dots$$

Jadi persamaan garis yang dicari adalah

5. Titik (0,0) dan membuat sudut 135° dengan sumbu x

Koefisien arah = $\text{tg } \dots = \dots$

$$y - \dots = \dots (x - x_1)$$

$$y - \dots = \dots (x - \dots)$$

$$\dots = \dots x - \dots$$

$$\dots = \dots$$

Jadi persamaan garis yang dicari adalah

TUGAS II

1. a. Pasangan-pasangan persamaan yang sejajar adalah:
 - $x + y = 1$ dan
 - dan $-x + y = 1$
 - dan
- b. Pasangan-pasangan persamaan yang berimpit adalah:
 - $x + y = 1$ dan
 - dan
- c. Melalui $(0,0)$ adalah persamaan
 -
- d. Pasangan-pasangan persamaan yang berpotongan pada $(2,1)$ adalah:
 - dan $x - 3y = -1$
- e. Pasangan-pasangan persamaan yang berpotongan pada $(1,0)$ adalah:
 - $x - y = 1$ dan
 - dan

KUNCI LEMBAR KERJA SISWA

TUGAS I :

1. Titik $(2,4)$ dan $(3,7)$

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

$$y - 4 = \frac{7 - 4}{3 - 2} (x - 2)$$

$$y - 4 = \frac{3}{1} (x - 2)$$

$$y - 4 = 3x - 2$$

$$y = 3x + 2$$

Jadi persamaan garis yang dicari adalah $y = 3x + 2$

2. Titik $(1,2)$ dan gradien -2

$$y - y_1 = m (x - x_1)$$

$$y - 2 = -2(x - 1)$$

$$y = -2x + 4$$

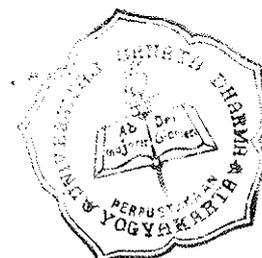
Jadi persamaan garis yang dicari adalah $y = -2x + 4$

3. Titik $(-3,4)$ dan $(6,-5)$

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

$$y - 4 = \frac{-5 - 4}{6 + 3} (x + 3)$$

$$y - 4 = -1(x + 3)$$



$$y - 4 = -x - 3$$

$$y = -x + 1$$

Jadi persamaan garis yang dicari adalah $y = -x + 1$

4. Titik (0,0) dan membuat sudut 45° dengan sumbu x

Koefisien arah = $\text{tg } \alpha^\circ = \text{tg } 45^\circ = 1$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 0 = 1(x - 0)$$

$$y = x - 0$$

$$y = x$$

Jadi persamaan garis yang dicari adalah $y = x$

5. Titik (0,0) dan membuat sudut 135° dengan sumbu x

Koefisien arah = $\text{tg } 135^\circ = -1$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 0 = -1(x - 0)$$

$$y = -x$$

Jadi persamaan garis yang dicari adalah $y = -x$

TUGAS II

1. a. Pasangan-pasangan persamaan yang sejajar adalah:
 - $x + y = 1$ dan $x + y = 0$
 - $-x + y = -1$ dan $-x + y = 1$
 - $-x - y = -1$ dan $x + y = 0$
- b. Pasangan-pasangan persamaan yang berimpit adalah:
 - $x + y = 1$ dan $-x - y = -1$
 - $x - y = 1$ dan $-x + y = -1$
- c. Melalui (0,0) adalah persamaan
 - $x + y = 0$
- d. Pasangan-pasangan persamaan yang berpotongan pada (2,1) adalah:
 - $-x + y = -1$ dan $x - 3y = -1$
- e. Pasangan-pasangan persamaan yang berpotongan pada (1,0) adalah:
 - $x - y = 1$ dan $2x - y = 2$
 - $x + y = 1$ dan $x - y = 1$

**MODUL II
LEMBARAN KEGIATAN SISWA**

PETUNJUK KEGIATAN SISWA

A. Petunjuk Umum

1. Modul ini merupakan lanjutan dari modul I yang telah Anda pelajari. Hendaknya pelajaran pada modul I jangan dilupakan sebab akan membantu dalam mempelajari modul ini.
2. Secara terinci modul ini memuat bahan: materi penyelesaian SPL dua variabel dengan metode grafik, metode substitusi, metode eliminasi.
3. Langkah mempelajari modul ini seperti pada modul sebelumnya.
4. Untuk dapat mempelajari modul ini dengan baik, harus menguasai modul sebelumnya.

A. Petunjuk Khusus

1. Pokok Bahasan : Sistem Persamaan Linear
2. Sub Pokok Bahasan : Sistem Persamaan Linear Dua Variabel
3. Kelas/Program : 1 (satu)/Umum
4. Waktu : 2 x 45 menit
5. Tujuan :
 - a. Tujuan pembelajaran umum
Siswa dapat menyelesaikan SPL, dan membuat sistem persamaan dari suatu keadaan dan menggunakannya lebih lanjut.
 - b. Tujuan pembelajaran khusus
 - Siswa dapat menyelesaikan SPL dua variabel dengan menggunakan metode grafik.
 - Siswa dapat menyelesaikan SPL dua variabel dengan metode substitusi.
 - Siswa dapat menyelesaikan SPL dua variabel dengan menggunakan metode eliminasi.
6. Pokok-pokok materi :
 - Penyelesaian SPL dua variabel dengan metode:
 - ⇒ Grafik
 - ⇒ Substitusi
 - ⇒ Eliminasi
7. Alat-alat pelajaran dan sumber bahan
 - Alat pelajaran : Gabus, bukuSumber bahan : Seperti Modul I

KEGIATAN SISWA

Kegiatan I : Metode Grafik

Tujuan : Siswa dapat menyelesaikan SPL dua variabel dengan menggunakan metode grafik.

Uraian :

Misalkan sistem persamaan linear dua peubah.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Apabila kedua garis itu perpotongan pada tepat satu titik $T(x_0, y_0)$, maka nilai x_0 dan y_0 dipenuhi. Hubungan berikut secara serempak

1. $a_1x_0 + b_1y_0 = c_1$
2. $a_2x_0 + b_2y_0 = c_2$

Penyelesaian sistem persamaan linear dengan dua peubah ini hanya satu oleh karena itu bersifat khas.

Sekarang anda akan mempelajari cara penyelesaian SPL dua variabel. Cara penyelesaian SPL dua variabel ada empat macam yaitu metode grafik, metode eliminasi, metode substitusi dan gabungan metode eliminasi dan metode substitusi.

Sudah disebutkan cara-cara penyelesaian SPL dua peubah, dalam kegiatan ini, anda akan mempelajari cara yang pertama yaitu dengan metode grafik.

Langkah-langkah yang diperlukan untuk menyelesaikan SPL dua variabel menggunakan metode grafik adalah:

- a. Menggambar grafik himpunan penyelesaian dari masing-masing persamaan.
- b. Menentukan titik potong kedua grafik dan koordinatnya, yang merupakan pasangan penyelesaian Sistem Persamaan.

Contoh 1.1. : Selesaikan sistem persamaan berikut dengan menggunakan metode grafik.

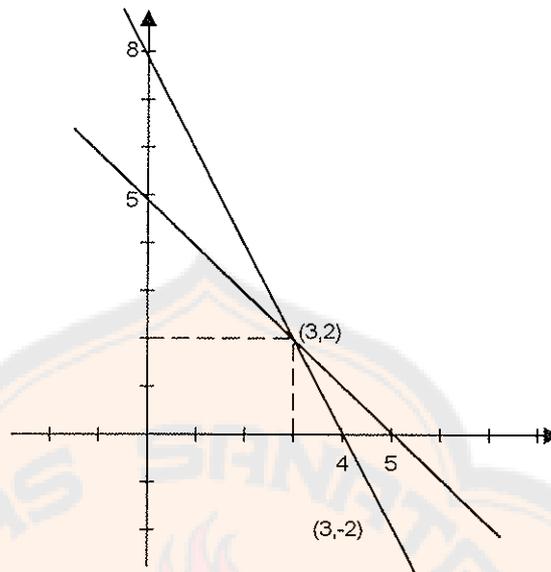
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$$

Jawab : Garis $x + y = 5$

x	y	(xy)
0	5	(0,5)
5	0	(5,0)

Jawab : Garis $2x + y = 8$

x	y	(xy)
0	8	(0,8)
4	0	(4,0)



Koordinat titik potong kedua garis adalah (3,2)
Jadi, penyelesaiannya adalah $x = 3$ dan $y = 2$

TUGAS I

Kerjakan soal berikut pada lembar jawaban yang tersedia.

1. Selesaikan sistem persamaan berikut dengan menggunakan metode grafik.

a. $\begin{cases} 2x - 3y = 12 \\ x + 3y = -3 \end{cases}$ b. $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 2x - 5y = -1 \end{cases}$ c. $\begin{cases} 3x + 4y = 9 \\ -x + 2y = 7 \end{cases}$

Kegiatan II : Metode Substitusi

Tujuan : Siswa dapat menyelesaikan SPL dua variabel dengan menggunakan metode substitusi.

Uraian :

Anda sudah mempelajari cara menyelesaikan SPL dua variabel menggunakan metode grafik, sekarang anda akan mempelajari cara lain yaitu metode substitusi.

Langkah-langkah yang diperlukan untuk menyelesaikan SPL dua variabel dengan menggunakan metode substitusi adalah:

a) Dengan memilih salah satu persamaan, kita nyatakan salah satu variabel dalam variabel lainnya.

$$a_1x + b_1y = c_1 \tag{1}$$

dinyatakan dalam $x = \frac{c_1}{a_1} - \frac{b_1}{a_1}y$ atau $\tag{2}$

$$y = \frac{c_1}{b_1} - \frac{a_1}{b_1}x \tag{3}$$

b) Substitusikan hasil a) pada persamaan lainnya. Dari kegiatan ini akan diperoleh salah satu variabel.

$$a_2x + b_2y = c_2 \tag{4}$$

Persamaan (2) disubstitusikan ke (4)

$$a_2 \left[\frac{c_1}{a_1} - \frac{b_1}{a_1} y \right] + b_2 y = c_2$$

$$\frac{c_1}{a_1} - \frac{b_1}{a_1} y + \frac{b_2}{a_2} y = \frac{c_2}{a_2}$$

Setelah disederhanakan:

$$y = \frac{c_2 a_1 - c_1 a_2}{b_2 a_1 - b_1 a_2} = \frac{a_1 c_2 - a_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$

$$y = \frac{a_1 c_2 - a_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1} \tag{5}$$

Substitusikan ke (2) diperoleh:

$$x = \frac{c_1}{a_1} - \frac{b_1}{a_1} \left(\frac{a_1 c_2 - a_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1} \right)$$

$$x = \frac{c_1 b_2 - c_2 b_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1} \tag{6}$$

Tampak bahwa nilai x dan y mempunyai penyebut yang sama, yaitu $a_1 b_2 - a_2 b_1$. Nilai penyebut ini tidak boleh sama dengan 0 kalau pasangan persamaan itu harus memiliki tepat satu penyelesaian.

Contoh 2.1. : Selesaikan sistem persamaan linear berikut dengan metode substitusi.

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$$

Jawab : $x + y = 5$ (1)
 $2x + y = 8$ (2)
 (1) $x + y = 5$
 $y = 5 - x$ (3)

Substitusikan (3) pada (2)
 (2) $2x + y = 8$
 $2x + 5 - x = 8$
 $x = 3$ (4)

Substitusikan (4) ke (3), diperoleh:
 (3) $y = 5 - x$
 $y = 5 - 3$
 $y = 2$

Jadi penyelesaiannya adalah $x = 3$ dan $y = 2$

TUGAS II

Kerjakan soal berikut pada lembar jawaban yang tersedia.

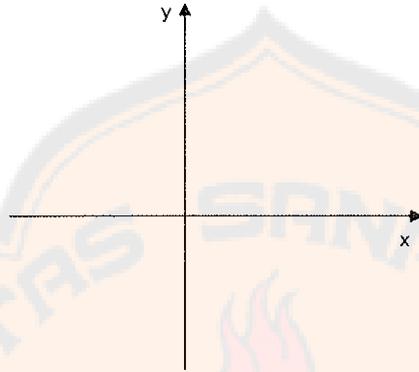
1. Selesaikan SPL berikut dengan metode substitusi.

a. $\begin{cases} 2x + 5y = 8 \\ 3x - 2y = -7 \end{cases}$ b. $\begin{cases} 2x - 3y = 12 \\ x + 3y = -3 \end{cases}$ c. $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 5x + 4y = -3 \end{cases}$

Garis=-3

x	y	(xy)
...	...	(...)
...	...	(...)

Gambar:



Koordinat titik potong kedua garis adalah (.....,.....)

Jadi penyelesaiannya adalah $x = \dots$ dan $y = \dots$

b.
$$\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 2x - 5y = -1 \end{cases}$$

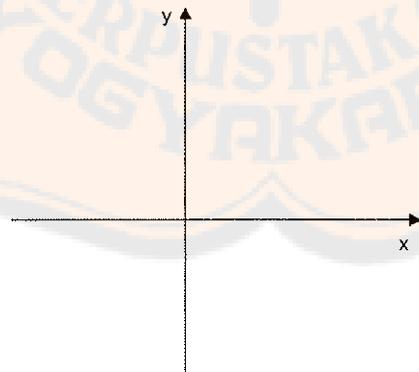
Garis= 8

x	y	(xy)
...	...	(...)
...	...	(...)

Garis=

x	y	(xy)
...	...	(...)
...	...	(...)

Gambar:



Koordinat titik potong kedua garis adalah (.....,.....)

Jadi penyelesaiannya adalah $x = \dots$ dan $y = \dots$

c.
$$\begin{cases} 3x + 4y = 9 \\ -x + 2y = 7 \end{cases}$$

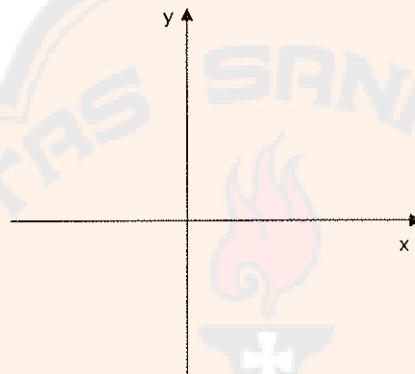
Garis =

x	y	(xy)
...	...	(,..)
...	...	(,..)

Garis =

x	y	(xy)
...	...	(,..)
...	...	(,..)

Gambar:



Koordinat titik potong kedua garis adalah (.....,.....)

Jadi penyelesaiannya adalah $x = \dots$ dan $y = \dots$

TUGAS II

1. a. $2x + 5y = 8$ (1)

$3x - 2y = -7$ (2)

(1) $2x + 5y = 8$
 $x = \dots$ (3)

Substitusikan (3) pada (2)

(2) $3x - 2y = -7$
 $\dots = \dots$
 $y = \dots$ (4)

Substitusikan (4) ke (3), diperoleh:

(3) $x = \dots$
 $x = \dots$
 $x = \dots$

Jadi penyelesaiannya adalah $x = \dots$ dan $y = \dots$

b. $2x - 3y = 12$ (1)

$x + 3y = -3$ (2)

(1) $\dots = \dots$
 $3y = \dots$ (3)

Substitusikan (3) pada (2)

(2) $\dots = \dots$
 $\dots = \dots$
 $x = \dots$ (4)

Substitusikan (4) ke (3), diperoleh:

$$\begin{aligned} (3) \quad 3y &= \dots\dots\dots \\ 3y &= \dots\dots\dots \\ y &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

Jadi penyelesaiannya adalah $x = \dots\dots$ dan $y = \dots\dots\dots$

c. $2x + 3y = 1$ (1)
 $5x + 4y = -3$ (2)

$$\begin{aligned} (1) \quad \dots\dots\dots &= \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots &= \dots\dots\dots \end{aligned} \quad (3)$$

Substitusikan (3) pada (2)

$$\begin{aligned} (2) \quad \dots\dots\dots &= \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots &= \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots &= \dots\dots\dots \end{aligned} \quad (4)$$

Substitusikan (4) ke (3), diperoleh:

$$\begin{aligned} (3) \quad \dots\dots &= \dots\dots\dots \\ \dots\dots &= \dots\dots\dots \\ \dots\dots &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

Jadi penyelesaiannya adalah $x = \dots\dots$ dan $y = \dots\dots\dots$

TUGAS III

1. a. $3x - 3y = 12$ (1)
 $x + 3y = -8$ (2)

$$\begin{array}{r} \dots\dots = 9 \\ 2x - 3y = 12 \quad | \times 1 | \Leftrightarrow 2x - 3y = 12 \\ x + 3y = -8 \quad | \times 2 | \Leftrightarrow 2x + 6y = -16 \\ \hline \dots\dots = \dots\dots \\ \dots\dots = \dots\dots \end{array}$$

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah $\{(\dots, \dots)\}$

b. $3x - 2y = 8$ (1) $| \times 3 | \Leftrightarrow 2x - 3y = 12$
 $5x - 3y = 13$ (2) $| \times 2 | \Leftrightarrow 2x + 6y = -6$

$$\begin{array}{r} \dots\dots = \dots\dots \\ \dots\dots = \dots\dots \\ 3x - 2y = 8 \quad | \times 5 | \Leftrightarrow \dots\dots = \dots\dots \\ 5x - 3y = 13 \quad | \times 3 | \Leftrightarrow \dots\dots = \dots\dots \\ \hline \dots\dots = \dots\dots \\ \dots\dots = \dots\dots \end{array}$$

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah $\dots\dots\dots$

c. $3x + 4y = 9$ (1) $| \times \dots | \Leftrightarrow \dots\dots = \dots\dots$
 $-x + 2y = 7$ (2) $| \times \dots | \Leftrightarrow \dots\dots = \dots\dots$

$$\begin{array}{r} \dots\dots = \dots\dots \\ \dots\dots = \dots\dots \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 3x + 4y = 9 \quad (1) \quad |x| \Leftrightarrow \dots\dots\dots = \dots\dots \\
 -x + 2y = 7 \quad (2) \quad |x| \Leftrightarrow \dots\dots\dots = \dots\dots \\
 \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \\
 \dots\dots\dots = \dots\dots\dots
 \end{array}$$

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah

KUNCI LEMBAR KERJA SISWA

TUGAS I

1. a.
$$\begin{cases}
 2x - 3y = 12 \\
 x + 3y = -3
 \end{cases}$$

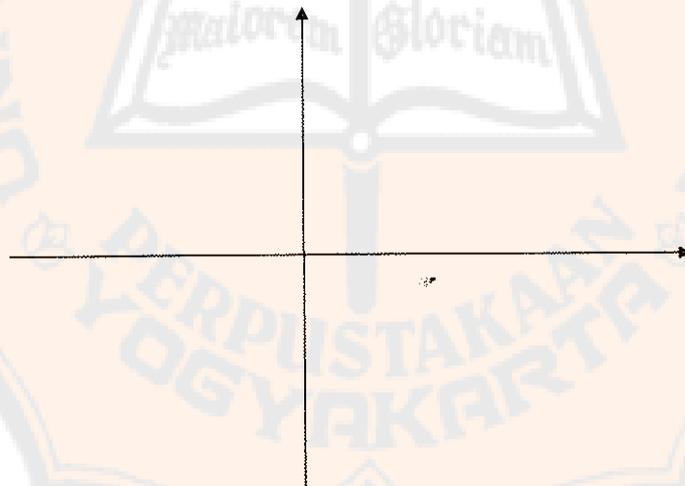
Garis $2x - 3y = 12$

x	y	(xy)
0	-4	(0,-4)
6	0	(6,0)

Garis $x + 3y = -3$

x	y	(xy)
0	-1	(0,-1)
-3	0	(-3,0)

Gambar:



Koordinat titik potong kedua garis adalah (3,-2)

Jadi penyelesaiannya adalah $x = 3$ dan $y = -2$

b.
$$\begin{cases}
 3x + 2y = 8 \\
 2x - 5y = -1
 \end{cases}$$

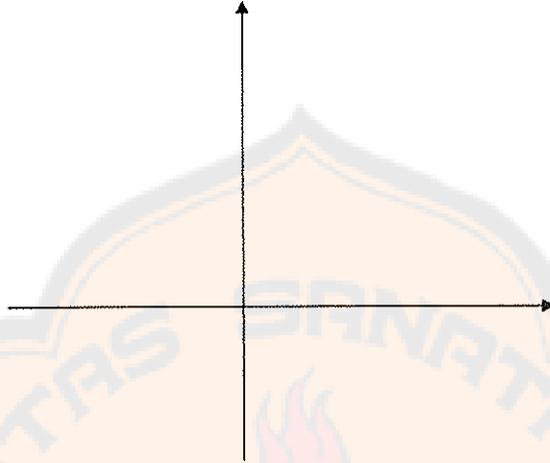
Garis $3x + 2y = 8$

x	y	(xy)
0	4	(0,4)
8/3	0	(8/3,0)

Garis $2x - 5y = -1$

x	y	(xy)
0	1/5	(0, 1/5)
-1/2	0	(-1/2, 0)

Gambar:



Koordinat titik potong kedua garis adalah (2,1)
Jadi penyelesaiannya adalah $x = 2$ dan $y = 1$

c.
$$\begin{cases} 3x + 4y = 9 \\ -x + 2y = 7 \end{cases}$$

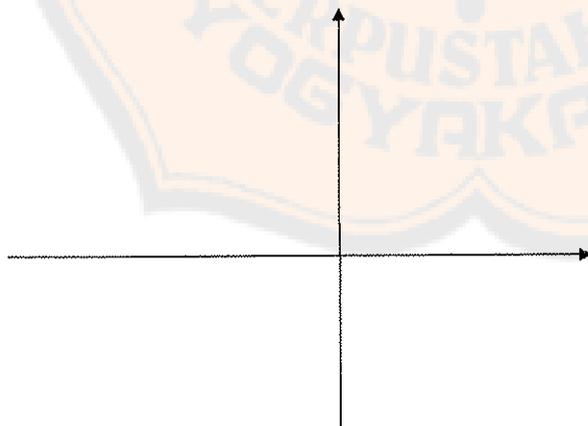
Garis $3x + 4y = 9$

x	y	(xy)
0	9/4	(0, 9/4)
3	0	(3, 0)

Garis $-x + 2y = 7$

x	y	(xy)
0	7/2	(0, 7/2)
-7	0	(-7, 0)

Gambar:



Koordinat titik potong kedua garis adalah (-1,3)
Jadi penyelesaiannya adalah $x = -1$ dan $y = 3$

TUGAS II

1. a. $2x + 5y = 8$ (1)
 $3x - 2y = -7$ (2)

(1) $2x + 5y = 8$
 $2x = 8 - 5y$
 $x = \frac{8 - 5y}{2}$ (3)

Substitusikan (3) pada (2)

(2) $3x - 2y = -7$
 $3 \cdot \frac{8 - 5y}{2} - 2y = -7$
 $24 - 15y - 2y = (-7)(2)$
 $-17y = -14 - 24$
 $y = \frac{-38}{-17}$
 $y = \frac{38}{17}$ (4)

Substitusikan (4) ke (3), diperoleh:

(3) $x = \frac{8 - 5y}{2}$
 $x = \frac{8 - 5 \cdot \frac{38}{17}}{2}$
 $x = \frac{78}{17}$

Jadi penyelesaiannya adalah $x = \frac{78}{17}$ dan $y = \frac{38}{17}$

b. $2x - 3y = 12$ (1)
 $x + 3y = -3$ (2)

(1) $2x - 3y = 12$
 $3y = 2x - 12$ (3)

Substitusikan (3) pada (2)

(2) $x + 3y = -3$
 $x + 2x - 12 = -3$
 $3x = 9$
 $x = 3$ (4)

Substitusikan (4) ke (3), diperoleh:

(3) $3y = 2x - 12$
 $3y = 2 \cdot 3 - 12$
 $3y = -6$
 $y = -2$

Jadi penyelesaiannya adalah $x = 3$ dan $y = -2$

$$\begin{aligned} \text{c. } 2x + 3y &= 1 & (1) \\ 5x + 4y &= -3 & (2) \\ (1) \cdot 2 & \Rightarrow 2x + 3y = 1 \\ 2x &= 1 - 3y \\ x &= \frac{1 - 3y}{2} & (3) \end{aligned}$$

Substitusikan (3) pada (2)

$$\begin{aligned} (2) \quad 5x + 4y &= -3 \\ 5 \cdot \frac{1 - 3y}{2} + 4y &= -3 \\ 5 - 15y + 4y &= -3 \cdot 2 \\ -11y &= -6 - 5 \\ y &= 1 & (4) \end{aligned}$$

Substitusikan (4) ke (3), diperoleh:

$$\begin{aligned} (3) \quad x &= \frac{1 - 3y}{2} \\ x &= \frac{1 - 3 \cdot 1}{2} \\ x &= -1 \end{aligned}$$

Jadi penyelesaiannya adalah $x = -1$ dan $y = 1$

TUGAS III

$$\begin{aligned} 1. \text{ a. } 2x - 3y &= 12 & (1) \\ x + 3y &= -3 & (2) \\ 3x &= 9 \\ x &= 3 \\ 2x - 3y &= 12 \quad | \cdot 1x | \Leftrightarrow 2x - 3y = 12 \\ x + 3y &= -3 \quad | \cdot 2x | \Leftrightarrow 2x + 6y = -6 \\ \hline & & 3y = 6 \\ & & y = 2 \\ \text{Jadi himpunan penyelesaiannya adalah } & \{(3, 2)\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } 3x - 2y &= 8 & (1) \quad | \cdot 3 | \Leftrightarrow 9x - 6y = 24 \\ 5x - 3y &= 13 & (2) \quad | \cdot 2 | \Leftrightarrow 10x + 6y = 26 \\ \hline & & 19x = 50 \\ & & x = \frac{50}{19} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x - 2y &= 8 & | \cdot 5 | \Leftrightarrow 15x - 10y = 40 \\ 5x - 3y &= 13 & | \cdot 3 | \Leftrightarrow 15x - 9y = 39 \\ \hline & & -y = 1 \\ & & y = -1 \end{aligned}$$

**MODUL III
LEMBAR KEGIATAN SISWA**

Petunjuk kegiatan siswa

A. Petunjuk Umum

1. Modul ini merupakan lanjutan dari modul I dan II yang telah anda pelajari. Hendaknya pelajaran pada modul I dan II jangan dilupakan sebab akan membantu dalam mempelajari modul.
2. Secara ringkas modul ini memuat bahan: gabungan metode substitusi dan eliminasi, determinan ordo dua.
3. Langkah mempelajari modul ini sama dengan modul sebelumnya.
4. Untuk dapat mempelajari modul ini dengan baik, harus menguasai modul I dan II

B. Petunjuk Khusus

1. Pokok Bahasan : Sistem Persamaan Linear
2. Sub Pokok Bahasan : Sistem Persamaan Linear Dua Variabel
3. Kelas/catur Wulan : I / 2
4. waktu : 2 x 45 menit
5. Tujuan
Tujuan Pembelajaran Khusus
 - a. Siswa dapat menyelesaikan SPL dua variabel dengan menggunakan gabungan metode substitusi dan eliminasi.
 - b. Siswa dapat menghitung determinan ordo dua.
6. Pokok-pokok materi
 - a. Gabungan metode substitusi dan eliminasi.
 - b. Pengertian dan cara menghitung determinan ordo dua.
7. Alat-alat pelajaran dan sumber bahan
Alat-alat pelajaran : -
sumber bahan : seperti yang tercantum pada modul I

KEGIATAN SISWA

Kegiatan I : Gabungan metode substitusi dan eliminasi

Tujuan : Siswa dapat menyelesaikan SPL dua variabel dengan menggunakan gabungan metode substitusi dan eliminasi.

Uraian :

Pada modul I, Anda telah mempelajari cara menyelesaikan SPL dua variabel menggunakan metode substitusi dan eliminasi. Pada kegiatan ini, Anda akan mempelajari cara menyelesaikan SPL dua variabel dengan menggunakan gabungan dari metode substitusi dan eliminasi.

Misalkan Sistem Persamaan Linear Dua Peubah :

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Langkah-langkah yang diperlukan untuk menyelesaikan SPL di atas dengan menggunakan gabungan metode substitusi dan eliminasi adalah :

1. Mengeleminasi (menghilangkan) salah satu variabel, misalnya variabel y. Untuk itu, koefisien variabel x pada kedua persamaan disamakan, kemudian mengurangkan atau menjumlahkan ruas-ruas yang sama dari kedua persamaan, sehingga akan diperoleh persamaan linear satu variabel dalam y. Dengan demikian, nilai y dapat dicari.

$$(1) \begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 & | \times a_2 \\ a_2x + b_2y = c_2 & | \times a_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_2a_1x + a_2b_1y = a_2c_1 \\ a_2a_1x + a_1b_2y = a_1c_2 \end{cases}$$

$$y(a_2b_1 - a_1b_2) = a_2c_1 - a_1c_2$$

$$y = \frac{a_2c_1 - a_1c_2}{a_2b_1 - a_1b_2}$$

2. Mensubstitusi nilai y yang diperoleh kedalam salah satu persamaan, sehingga akan diperoleh persamaan linear satu variabel dalam x, dengan demikian, nilai x dapat dicari.

Substitusikan (3) ke (2)

$$(1) a_1x + b_1y = c_1$$

$$a_1x + b_1 \cdot \frac{a_2c_1 - a_1c_2}{a_2b_1 - a_1b_2} = c_1$$

$$a_1(a_2b_1 - a_1b_2)x = c_1(a_2b_1 - a_1b_2) - b_1(a_2c_1 - a_1c_2)$$

$$x = \frac{a_1(b_1c_2 - b_2c_1)}{a_1(a_2b_1 - a_1b_2)}$$

$$x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_2b_1 - a_1b_2}$$

Untuk memperjelas, perhatikan contoh berikut ini.

Contoh 1.1 : tentukan himpunan penyelesaian dari SPL

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$$

Jawab : (1) $x + y = 5$
 (2) $2x + y = 8$
 $-x = -3$
 $x = 3 \dots\dots\dots(3)$

(3) disubstitusikan ke (1)
 (1) $x + y = 5$
 $3 + y = 5$
 $y = 2 \dots\dots\dots(4)$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{(3,2)\}$

TUGAS I

Kerjakan pada lembar kerja yang sudah disediakan.

Tentukan himpunan penyelesaian dari SPL :

$$\begin{array}{ll} \text{a. } \begin{cases} 2x - 3y = 12 \\ x + 3y = -3 \end{cases} & \text{c. } \begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ 5x - 3y = 13 \end{cases} \\ \text{b. } \begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ x + 2y = 1 \end{cases} & \text{d. } \begin{cases} 2x - y = 0 \\ 3x - 2y = 3 \end{cases} \end{array}$$

Kegiatan II : Determinan Ordo Dua

Tujuan : Siswa dapat menghitung nilai determinan ordo dua.

Uraian :

Sistem Persamaan Linear $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ dapat ditulis kedalam bentuk matriks

yaitu $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$

Sekarang kita perhatikan matriks $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$, ini adalah matriks berordo 2×2 , karena terdiri dari 2 baris dan 2 kolom. Dari sini Anda sudah bisa membawa SPL ke dalam bentuk matriks, selanjutnya Anda akan belajar bagaimana cara mencari nilai determinan matriks di atas. Namun mungkin Anda bertanya-tanya, apakah determinan suatu matriks itu ?

Determinan suatu matriks $A = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$ diberi notasi sebagai berikut :

$$|A| = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

Determinan suatu matriks A biasanya ditulis dengan $\det A$, atau $|A|$, atau D. Sekarang Anda sudah tahu apa itu determinan suatu matriks, lalu bagaimana cara menghitung nilai determinan itu ?

Nilai suatu determinan matriks A ($\det A$) ditentukan dengan rumus :

$$\det A = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1b_2 - b_1a_2$$

Untuk memperjelas perhatikan contoh di bawah ini.

Contoh 2.1 : Carilah determinan dari matriks $B = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} \text{Jawab : } \det B &= \begin{vmatrix} 6 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} \\ &= (6)(5) - (3)(4) \\ &= 30 - 12 \\ &= 18 \end{aligned}$$

TUGAS II

Kerjakan pada lembar kerja yang disediakan

1. Bawalah SPL dua variabel ini ke dalam bentuk matriks

a. $\begin{cases} 5x + 7y = -2 \\ -x + 3y = 9 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 4x - 2y = 6 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$

c. $\begin{cases} x - 2y = 10 \\ 3x + 5y = 8 \end{cases}$

d. $\begin{cases} 4x + 3y = 5 \\ 6x - 7y = 12 \end{cases}$

2. Tentukan nilai determinan dari matriks berikut ini :

A = $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

C = $\begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 8 & 6 \end{pmatrix}$

B = $\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$

D = $\begin{pmatrix} 7 & 8 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$ E = $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$

LEMBAR KERJA SISWA

TUGAS I

1. a. (1) $2x - 3y = 12$

(2) $\frac{x + 3y = -3}{3x = \dots}$

$x = \dots$ (3)

(3) disubstitusikan ke (1)

(1) $2x - 3y = 12$

$\dots - \dots = 12$

$-3y = \dots$

$y = \dots$ (4)

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah $\{(\dots, \dots)\}$

b. (1) \dots

(2) \dots

\dots (3)

(3) disubstitusikan ke (1)

(1) $\dots = 7$

$\dots = 7$

$\dots = \dots$

$y = \dots$ (4)

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah $\{(\dots, \dots)\}$

(1) $3x - 2y = 8 \quad | \times 3 | \Leftrightarrow \dots = 24$

c. (2) $5x - 3y = 13 \quad | \times 2 | \Leftrightarrow \dots = \dots$

$\dots = \dots$

$x = \dots$ (3)

(3) disubstitusikan ke (1)

(1) $3x - 2y = 8$

..... =

..... =

$y = \dots\dots\dots(4)$

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah $\{(\dots, \dots)\}$

d. (1) $|x| \Leftrightarrow$
 (2) $|x| \Leftrightarrow$

..... =

$x = \dots\dots\dots(3)$

(3) disubstitusikan ke (1)

(1) =

..... =

..... =

$y = \dots\dots\dots(4)$

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah $\{(\dots, \dots)\}$

TUGAS II

1. a. $\det.A = \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} = \dots - \dots = \dots$

b. $\det.B = \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} = \dots - \dots = \dots$

c. $\det.C = \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} = \dots - \dots = \dots$

d. $\det.D = \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} = \dots - \dots = \dots$

e. $\det.E = \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} = \dots - \dots = \dots$

2. a. $\begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$

KUNCI LEMBAR KERJA SISWA

TUGAS I

1. a. (1) $2x - 3y = 12$

(2) $\frac{x + 3y = -3}{3x = 9} +$

$x = 3 \dots\dots\dots (3)$

(3) disubstitusikan ke (1)

(1) $2x - 3y = 12$

$2 \cdot 3 - 3y = 12$

$-3y = 6$

$y = -2 \dots\dots\dots (4)$

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah $\{(3, -2)\}$

b. (1) $3x - 2y = 7$

(2) $\frac{x + 2y = 1}{4x = 8}$

$x = 2 \dots\dots\dots (3)$

(3) disubstitusikan ke (1)

(1) $3x - 2y = 7$

$3 \cdot 2 - 2y = 7$

$-2y = 1$

$y = 1/2 \dots\dots\dots (4)$

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah $\{(2, 1/2)\}$

c. (1) $3x - 2y = 8 \mid x3 \Leftrightarrow 9x - 6y = 24$

(2) $5x - 3y = 13 \mid x2 \Leftrightarrow 10x - 6y = 26$

$-x = -2$

$x = 2 \dots\dots\dots (3)$

(3) disubstitusikan ke (1)

(1) $3x - 2y = 8$

$3 \cdot 2 - 2y = 8$

$-2y = 2$

$y = -1 \dots\dots\dots (4)$

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah $\{(2, -1)\}$

d. (1) $2x - y = 0 \mid x2 \Leftrightarrow 4x - 2y = 0$

(2) $3x - 2y = 3 \mid x1 \Leftrightarrow 3x - 2y = 3$

$x = -3 \dots\dots\dots (3)$

(3) disubstitusikan ke (1)

(1) $2x - y = 0$

$2 \cdot (-3) - y = 0$

$-y = 6$

$y = -6 \dots\dots\dots (4)$

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah $\{(-3, -6)\}$

TUGAS II

$$1. a. \det.A = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 4 - 6 = -2$$

$$b. \det.B = \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = 40 - 42 = -2$$

$$c. \det.C = \begin{vmatrix} 7 & 4 \\ 8 & 6 \end{vmatrix} = 42 - 32 = 10$$

$$d. \det.D = \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 6 & 4 \end{vmatrix} = 28 - 48 = -20$$

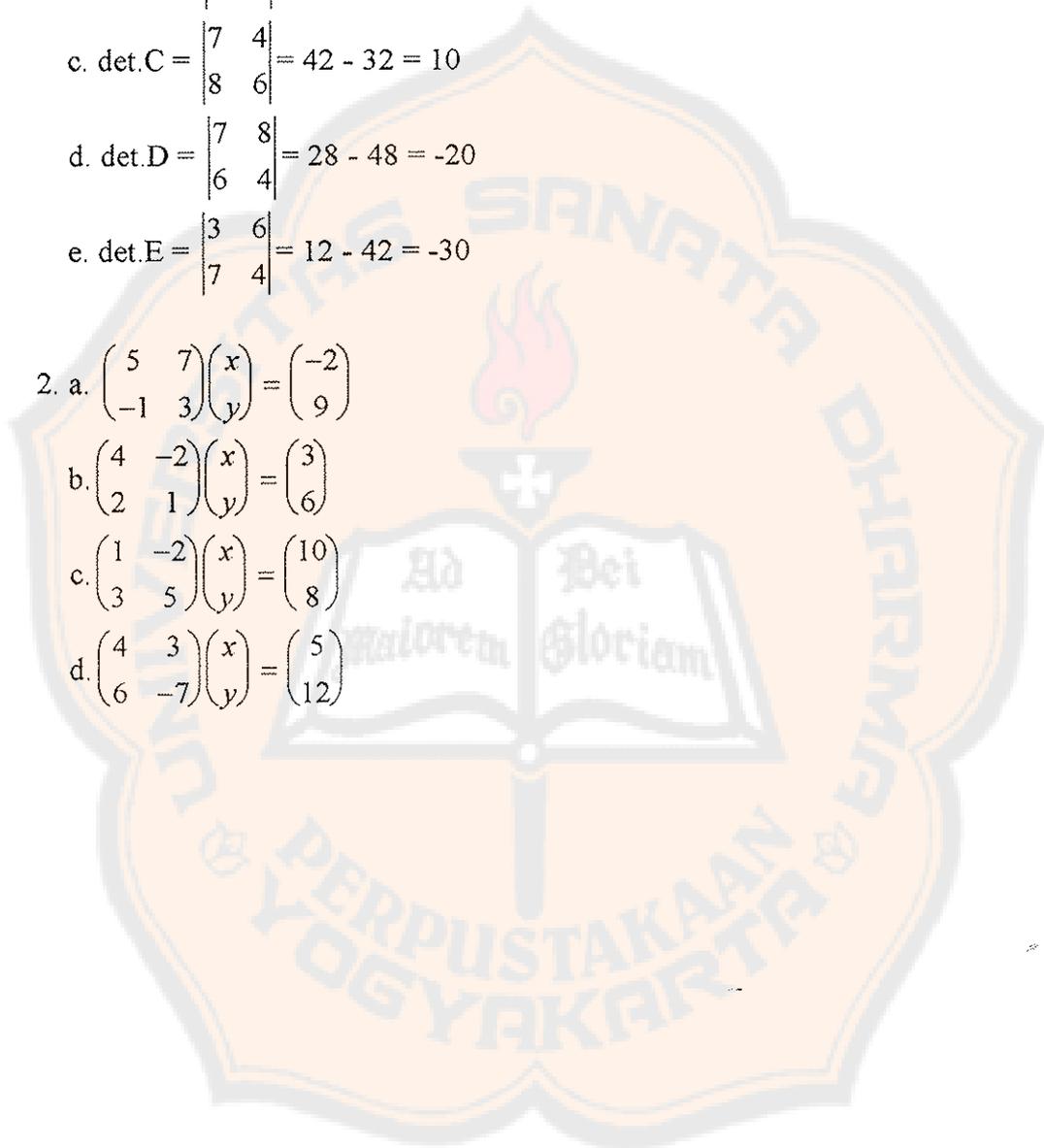
$$e. \det.E = \begin{vmatrix} 3 & 6 \\ 7 & 4 \end{vmatrix} = 12 - 42 = -30$$

$$2. a. \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$b. \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$c. \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$d. \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 6 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix}$$



**MODUL IV
LEMBAR KEGIATAN SISWA**

Petunjuk kegiatan siswa

A. Petunjuk Umum

1. Modul ini merupakan lanjutan dari modul I, II dan III yang telah anda pelajari. Hendaknya pelajaran pada modul I, II dan III jangan dilupakan sebab akan membantu dalam mempelajari modul.
2. Secara ringkas modul ini memuat bahan: penyelesaian SPL dua variabel dengan menggunakan metode determinan.
3. Langkah mempelajari modul ini sama dengan modul sebelumnya.
4. Untuk dapat mempelajari modul ini dengan baik, harus menguasai modul I, II dan III.

B. Petunjuk Khusus

1. Pokok Bahasan : Sistem Persamaan Linear
2. Sub Pokok Bahasan : Sistem Persamaan Linear Dua Variabel
3. Kelas/catur Wulan : I / 2
4. waktu : 2 x 45 menit
5. Tujuan
Tujuan Pembelajaran Khusus
 - a. Siswa dapat menyelesaikan SPL dua variabel dengan menggunakan metode determinan.
 - b. Siswa dapat menyelesaikan soal cerita yang berhubungan dengan SPL dua variabel.
6. Pokok-pokok materi
 - a. Penyelesaian SPL dua variabel dengan menggunakan metode determinan
 - b. Soal cerita
7. Alat-alat pelajaran dan sumber bahan
Alat-alat pelajaran : -
sumber bahan : seperti yang tercantum pada modul I

KEGIATAN SISWA

Kegiatan I : Metode Determinan

Tujuan : Siswa dapat menyelesaikan SPL dua variabel dengan menggunakan metode determinan

Uraian :

Pada uraian yang lalu sistem persamaan linear dinyatakan dengan
$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Dengan menggunakan metode eliminasi, penyelesaian sistem persamaan ini akan diperoleh :

$$x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_2b_1 - a_1b_2}, \quad y = \frac{a_2c_1 - a_1c_2}{a_2b_1 - a_1b_2}$$

untuk $a_2b_1 - a_1b_2 \neq 0$ (persyaratan ini diperlukan agar sistem persamaan mempunyai satu penyelesaian).

Penyelesaian di atas dapat ditulis :

$$x = \frac{D_x}{D} \quad \text{dan} \quad y = \frac{D_y}{D} \quad \text{dengan}$$

$$D = b_2a_1 - b_1a_2 = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$D_x = c_1b_2 - c_2b_1 = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$D_y = a_1c_2 - a_2c_1 = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

Aturan di atas disebut aturan Cramer untuk menyelesaikan sistem persamaan linear dengan dua variabel.

Dengan demikian aturan Cramer dapat juga ditulis :

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}, D \neq 0 \dots\dots\dots(1)$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}, D \neq 0 \dots\dots\dots(2)$$

Untuk lebih jelasnya perhatikan contoh berikut ini.

Contoh 1.1. selesaikan SPL $\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$ dengan menggunakan metode determinan menurut Cramer.

Jawab : SPL dibawa terlebih dahulu dalam bentuk matriks

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 12 \end{pmatrix}$$

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 12 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{3 + 12}{3 + 2} = \frac{15}{5} = 3$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 12 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{12 - 2}{3 + 2} = \frac{10}{5} = 2$$

Jadi penyelesaiannya adalah $x = 3$ dan $y = 2$

TUGAS I

Kerjakan pada lembar kerja yang telah disediakan

1. tentukan penyelesaian SPL dua variabel berikut ini dengan menggunakan metode determinan :

$$\begin{array}{ll} \text{a. } \begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ 2x - 3y = -1 \end{cases} & \text{c. } \begin{cases} x + 2y - 3 = 0 \\ 12x - 2y + 2 = 0 \end{cases} \\ \text{b. } \begin{cases} 2x - y = 0 \\ 3x - 2y = 3 \end{cases} & \text{d. } \begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ x + 2y = 1 \end{cases} \end{array}$$

Kegiatan II : Soal cerita

Tujuan : Siswa dapat menyelesaikan soal cerita yang berhubungan dengan SPL dua variabel.

Uraian :

Anda sudah mempelajari SPL dua variabel dari modul I, II dan III. Pada kegiatan ini, Anda akan diberi latihan mengerjakan soal cerita yang berhubungan dengan SPL dua variabel. Untuk itu perhatikan contohnya terlebih dahulu.

Contoh 2.1. Dua bilangan berjumlah 24 dan selisihnya 6 carilah bilangan-bilangan itu.

Jawab :

Misalkan bilangan I = x
bilangan II = y

Maka $x + y = 24$

$x - y = 6$

(1) $x + y = 24$

(2) $x - y = 6$ +

$2x = 30$

$x = 15$

$x + y = 24$

$15 + y = 24$

$y = 9$

Jadi kedua bilangan itu adalah 15 dan 9.

TUGAS II

Kerjakan pada lembar kerja yang disediakan.

1. Jumlah dua bilangan adalah 49 dan selisihnya 21. carilah kedua bilangan itu.

2. Keliling suatu persegi panjang adalah 16 m

Jika lebar diduakalikan, maka kelilingnya menjadi 26 m. Tentukan ukuran persegi panjang semula.

3. Sebuah perahu motor bergerak melawan arus selama 2 jam dan mengikuti arus selama 3 jam. Jarak seluruh perjalanan adalah 88 km. Pada keadaan yang lain ia

bergerak melawan arus selama 3 jam dan mengikuti arus selama 2 jam. Pada perjalanan ini jarak yang ditempuh seluruhnya adalah 82 km. Hitunglah kecepatan perahu motor pada saat bergerak melawan arus dan pada saat mengikuti arus.

LEMBAR KERJA SISWA

TUGAS I

1. a. SPL dibawa ke bentuk matriks

$$\begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{\begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{\begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

Jadi penyelesaiannya adalah $x = \dots$ dan $y = \dots$

b. SPL dibawa ke bentuk matriks

$$\begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{\begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{\begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

Jadi penyelesaiannya adalah $x = \dots$ dan $y = \dots$

c. SPL dibawa ke bentuk matriks

$$\begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$



$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{\begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}} = \frac{\dots}{\dots} = \dots = \dots$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{\begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}} = \frac{\dots}{\dots} = \dots = \dots$$

Jadi penyelesaiannya adalah $x = \dots$ dan $y = \dots$

d. SPL dibawa ke bentuk matriks

$$\begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{\begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}} = \frac{\dots}{\dots} = \dots = \dots$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{\begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}} = \frac{\dots}{\dots} = \dots = \dots$$

Jadi penyelesaiannya adalah $x = \dots$ dan $y = \dots$

TUGAS II

- Misalkan bilangan I = x
bilangan II = y

maka :

Jadi kedua bilangan itu adalah :

- Misalkan panjangnya = x
lebarnya = y
Keliling = 2 panjang + 2 lebar

Maka :

Ukuran mula-mula Panjang =..... dan lebar =

3. Misalkan kecepatan perahu motor saat melawan arus = x
 kecepatan perahu motor saat mengikuti arus = y

Jarak = kecepatan x waktu

Maka :

Jadi kecepatan perahu motor saat melawan arus = dan kecepatan perahu motor saat mengikuti arus =

KUNCI LEMBAR KERJA SISWA

TUGAS I

1. a. SPL dibawa ke bentuk matriks

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{\begin{vmatrix} 6 & -2 \\ -1 & -3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}} = \frac{-18 - 2}{-9 + 4} = \frac{-20}{-5} = 4$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 6 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}} = \frac{-3 - 12}{-9 + 4} = \frac{-15}{-5} = 3$$

Jadi penyelesaiannya adalah $x = 4$ dan $y = 3$

- b. SPL dibawa ke bentuk matriks

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}} = \frac{0+3}{-4+3} = \frac{3}{-1} = -3$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}} = \frac{6-0}{-4+3} = \frac{6}{-1} = -6$$

Jadi penyelesaiannya adalah $x = -3$ dan $y = -6$

c. SPL dibawa ke bentuk matriks

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \sqrt{2} & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ \sqrt{2} & -2 \end{vmatrix}} = \frac{-6+4}{-2-1} = \frac{-2}{-3} = 2/3$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ \sqrt{2} & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ \sqrt{2} & -2 \end{vmatrix}} = \frac{-2-3/2}{-2-1} = \frac{-5/2}{-3} = 5/6$$

Jadi penyelesaiannya adalah $x = 2/3$ dan $y = 5/6$

d. SPL dibawa ke bentuk matriks

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{\begin{vmatrix} 7 & -2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{14+2}{6+2} = \frac{16}{8} = 2$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{3-7}{6+2} = \frac{-4}{8} = -1/2$$

Jadi penyelesaiannya adalah $x = 2$ dan $y = -1/2$

MODUL V LEMBAR KEGIATAN SISWA

Petunjuk Kegiatan Siswa

A. Petunjuk Umum

1. Modul ini merupakan lanjutan dari modul I – IV, yang telah Anda pelajari. Hendaknya pelajaran pada modul I – IV jangan dilupakan karena akan membantu dalam mempelajari modul ini.
2. Secara ringkas modul ini memuat bahan. Bentuk SPL tiga variabel, pengertian SPL tiga variabel homogen dan non homogen, penyelesaian SPL tiga variabel menggunakan metode substitusi.
3. Langkah mempelajari modul ini sama seperti modul-modul sebelumnya.
4. Untuk menguasai modul ini dengan baik harus menguasai modul I – III.

B. Petunjuk Khusus

1. Pokok Bahasan : Sistem Persamaan Linear
2. Sub Pokok Bahasan : Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel
3. Kelas / Caturwulan : I/2
4. Waktu : 2 x 45 menit
5. Tujuan :
Tujuan pembelajaran khusus
 - Siswa dapat menyelesaikan SPL tiga variabel dengan menggunakan metode substitusi.
6. Pokok-pokok materi
 - a. Bentuk umum SPL tiga variabel.
 - b. Pengertian SPL tiga variabel homogen dan non-homogen.
 - c. Penyelesaian SPL tiga variabel dengan menggunakan metode substitusi.
7. Alat dan sumber bahan
Alat pembelajaran: –
Sumber bahan : Seperti yang tercantum pada modul I

KEGIATAN SISWA

Kegiatan I : - Pengertian SPL tiga variabel homogen dan non homogen
- Metode substitusi

Tujuan : Siswa dapat menyelesaikan SPL tiga variabel dengan menggunakan metode substitusi.

Uraian :

Persamaan yang menyusun suatu sistem persamaan linear dapat ditambah peubahnya dari dua hingga menjadi tiga. Persamaan linear dengan tiga variabel/peubah x , y , dan z dapat dilambangkan oleh persamaan berikut:

$$a_1x + b_1y + c_1z = k_1$$

TUGAS II

1. Misalkan bilangan I = x

bilangan II = y

maka : $x + y = 49$ (1)

$x - y = 21$ (2)

(1) $x + y = 49$

(2) $x - y = 21$ +

$2x = 70$

$x = 35$

$x + y = 49$

$35 + y = 49$

$y = 49 - 35$

$y = 14$

Jadi kedua bilangan itu adalah : 35 dan 14

2. Misalkan panjangnya = x

lebarnya = y

Keliling = 2 panjang + 2 lebar

Maka : $2x + 2y = 16$

$2x + 4y = 26$

(1) $2x + 2y = 16$

(2) $2x + 4y = 26$ -

$-2y = -10$

$y = 5$

$2x + 2y = 16$

$2x + 2.5 = 16$

$2x = 16 - 10$

$2x = 6$

$x = 3$

Ukuran mula-mula Panjang = 3 dan lebar = 5

3. Misalkan kecepatan perahu motor saat melawan arus = x

kecepatan perahu motor saat mengikuti arus = y

Jarak = kecepatan x waktu

Maka : $2x + 3y = 88$

$3x + 2y = 82$

(1) $2x + 3y = 88$ |x2| $\Leftrightarrow 4x + 6y = 176$

(2) $3x + 2y = 82$ |x3| $\Leftrightarrow 9x + 6y = 246$ -

$-5x = -70$

$x = 14$

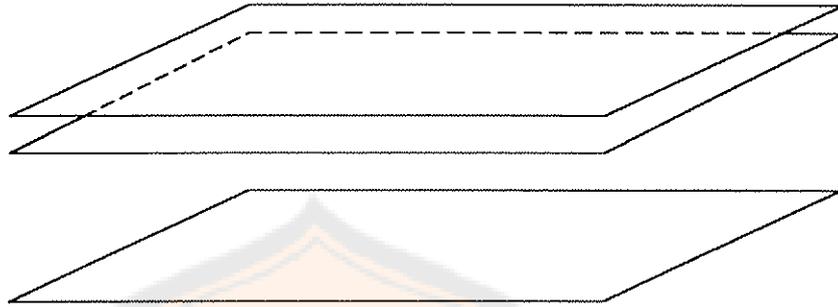
$2x + 3y = 88$

$3y = 88 - 28$

$3y = 60$

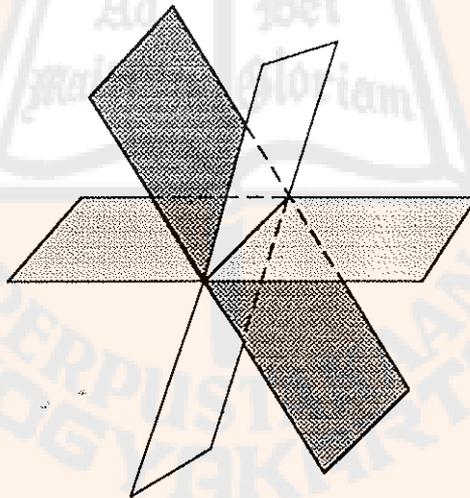
$y = 20$

Jadi kecepatan perahu motor saat melawan arus = 14 dan kecepatan perahu motor saat mengikuti arus = 20



Gambar 1.2.
Tiga bidang sejajar didalam ruang tidak memiliki
Satupun titik sekutu

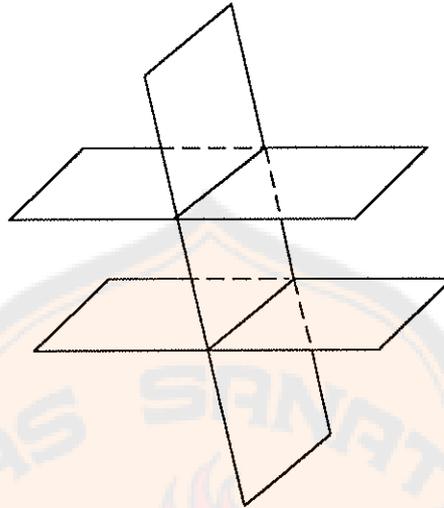
2. Ketiga bidang berimpit. Semua titik ketiga bidang itu merupakan titik sekutu kedua bidang lainnya. Setiap titik yang koordinatnya memenuhi hubungan yang ditampilkan salah satu persamaan linear dalam sistem itu terletak pada bidang-bidang yang berimpit itu. Kalau digambarkan, maka ketiga bidang yang berimpit itu tampak sebagai satu bidang datar dalam ruang berdimensi tiga.
3. Ketiga bidang itu berpotongan sepanjang satu garis lurus.



Gambar 1.3.
Tiga bidang berpotongan sepanjang satu garis lurus

Setiap titik $T(x_0, y_0, z_0)$ yang koordinatnya memenuhi SPL itu tempat kedudukannya ada pada garis sekutu ketiga bidang datar itu.

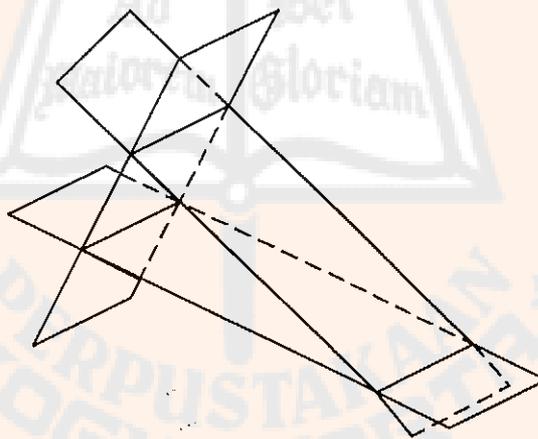
4. Dua bidang itu sejajar dan dipotong oleh bidang ketiga sepanjang dua garis potong yang sejajar. Jadi tidak ada titik yang koordinatnya serempak memenuhi ketiga persamaan yang melambangkan ketiga bidang tadi.



Gambar 1.4.

Dua bidang sejajar dipotong oleh bidang ketiga
Sepanjang dua garis potong yang sejajar

5. Ketiga bidang itu sepasang demi sepasang berpotongan sepanjang sebuah garis lurus, sedangkan ketiga garis itu sejajar terhadap sesamanya.

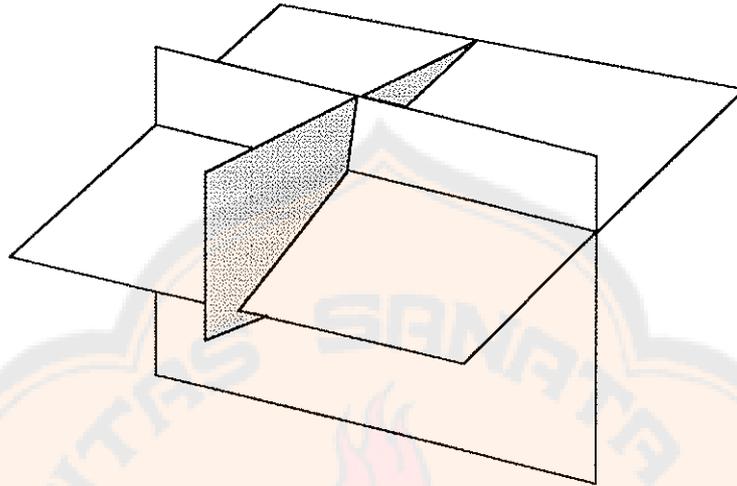


Gambar 1.5.

Tiga bidang datar berpotongan sepasang-sepasang
Sepanjang garis lurus yang masing-masing saling sejajar

Ada tiga jenis titik T_1 , T_2 dan T_3 yang masing-masing memiliki koordinat yang memenuhi hanya dua dari tiga persamaan anggota SPL itu. Tempat kedudukan ketiga jenis titik itu masing-masing ada pada satu dari ketiga garis sekutu sejajar itu. Akan tetapi, tidak ada satupun titik yang menjadi penyelesaian serempak SPL itu.

6. Ketiga bidang itu saling potong-memotong dan garis sekutu setiap dua bidang berpotongan pada tepat satu titik. Hal ini diteladankan pada gambar 1.6.



Gambar 1.6.

Tiga bidang saling berpotongan dan garis sekutu
Setiap dua bidang berpotongan pada satu titik

Bentuk umum SPL tiga variabel, adalah:

$$a_1x + b_1y + c_1z = k_1$$

$$a_2x + b_2y + c_2z = k_2$$

$$a_3x + b_3y + c_3z = k_3$$

Untuk $a_1, b_1, c_1, k_1, a_2, b_2, c_2, k_2, a_3, b_3, c_3, k_3 \in \mathbb{R}$

Pada sistem ini:

a_1, a_2, a_3 disebut koefisien variabel x,

b_1, b_2, b_3 disebut koefisien variabel y,

c_1, c_2, c_3 disebut koefisien variabel z,

k_1, k_2, k_3 disebut konstanta.

Jika k_1, k_2, k_3 bersamaan nol, sistem di atas disebut SPL homogen. Jika k_1, k_2, k_3 tidak bersamaan nol, sistem di atas disebut SPL non-homogen.

Contoh 1.1. Contoh SPL homogen

$$\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 0 \\ 3x + 2y - 2z = 0 \\ x - 3y + 5z = 0 \end{cases}$$

Contoh SPL non-homogen

$$\begin{cases} 3x + 2y - 3z = 10 \\ 2x + y - 2z = 6 \\ x - 2y + z = 0 \end{cases}$$

Anda sudah mengetahui bentuk umum SPL tiga variabel, dan letak-letak 3 bidang dalam ruang, serta pengertian SPL tiga variabel homogen dan non homogen.

Sekarang Anda akan mempelajari cara menyelesaikan SPL tiga variabel dengan menggunakan metode substitusi.

Langkah-langkah yang diperlukan untuk menyelesaikan SPL tiga variabel hampir sama dengan SPL dua variabel yaitu:

- a) Memilih salah satu persamaan, kemudian memilih salah satu variabel, misalnya x , untuk dinyatakan dengan variabel lainnya.

Misalnya SPL tiga variabel:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = k_1 & (1) \\ a_2x + b_2y + c_2z = k_2 & (2) \\ a_3x + b_3y + c_3z = k_3 & (3) \end{cases}$$

Dari (1) diperoleh:

$$\begin{aligned} (1) \quad a_1x + b_1y + c_1z &= k_1 \\ a_1x &= k_1 - b_1y - c_1z \\ x &= \frac{k_1 - b_1y - c_1z}{a_1} \end{aligned} \quad (4)$$

- b) Substitusikan hasil a) pada dua persamaan lainnya, sehingga akan diperoleh SPL dua variabel, dalam y dan z .

Substitusikan (4) dalam (2) dan (3)

$$\begin{aligned} (2) \quad a_2x + b_2y + c_2z &= k_2 \\ a_2 \frac{k_1 - b_1y - c_1z}{a_1} + b_2y + c_2z &= k_2 \\ a_2k_1 - a_2b_1y - a_2c_1z + a_1b_2y + a_1c_2z &= a_1k_2 \\ (a_1b_2 - a_2b_1)y + (a_1c_2 - a_2c_1)z &= a_1k_2 - a_2k_1 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} (3) \quad a_3x + b_3y + c_3z &= k_3 \\ a_3 \frac{k_1 - b_1y - c_1z}{a_1} + b_3y + c_3z &= k_3 \\ a_3k_1 - a_3b_1y - a_3c_1z + a_3a_1y + c_3a_1z &= k_3a_1 \\ (a_1b_3 - a_3b_1)y + (a_1c_3 - a_3c_1)z &= a_1k_3 - a_3k_1 \end{aligned} \quad (6)$$

- c) Menyelesaikan sistem persamaan hasil b) dengan menggunakan metode substitusi, sehingga akan diperoleh nilai y dan z .

$$\begin{aligned} (5) \quad (a_1b_2 - a_2b_1)y + (a_1c_2 - a_2c_1)z &= a_1k_2 - a_2k_1 \\ y &= \frac{(a_1k_2 - a_2k_1) - (a_1c_2 - a_2c_1)z}{(a_1b_2 - a_2b_1)} \end{aligned} \quad (7)$$

(7) Disubstitusikan ke (6) akan diperoleh nilai z .

- d) Mensubstitusikan hasil c), nilai y dan z , ke dalam hasil a) sehingga diperoleh nilai x .

Untuk memperjelas, perhatikan contoh berikut.

Contoh 1.2. : Selesaikan sistem persamaan berikut:

$$\begin{cases} 3x + 2y - 3z = 10 \\ 2x + y - 2z = 6 \\ x - 2y + z = 0 \end{cases}$$

Jawab:

$$3x + 2y - 3z = 10 \quad (1)$$

$$2x + y - 2z = 6 \quad (2)$$

$$x - 2y + z = 0 \quad (3)$$

Dari persamaan (3) diperoleh

$$(3) \quad x - 2y + z = 0$$

$$x = 2y - z \quad (4)$$

Dengan mensubstitusikan (4) ke (1) dan (2) diperoleh:

$$(1) \quad 3x + 2y - 3z = 10$$

$$3(2y - z) + 2y - 3z = 10$$

$$6y - 3z + 2y - 3z = 10$$

$$8y - 6z = 10$$

$$4y - 3z = 5 \quad (5)$$

$$(2) \quad 2x + y - 2z = 6$$

$$2(2y - z) + y - 2z = 6$$

$$4y - 2z + y - 2z = 6$$

$$5y - 4z = 6 \quad (6)$$

Dari (5) dan (6) diperoleh sistem persamaan:

$$(5) \quad 4y - 3z = 5$$

$$(6) \quad 5y - 4z = 6$$

Dari (5) diperoleh:

$$(5) \quad 4y - 3z = 5$$

$$4y = 5 + 3z$$

$$y = \frac{5 + 3z}{4} \quad (7)$$

Substitusikan (7) ke (6)

$$(6) \quad 5y - 4z = 6$$

$$5\left(\frac{5 + 3z}{4}\right) - 4z = 6$$

$$5(5 + 3z) - 16z = 24$$

$$15z + 25 - 16z = 24$$

$$-z = -1$$

$$z = 1 \quad (8)$$

Substitusikan (8) ke (7)

$$(7) y = \frac{5+3z}{4}$$

$$y = \frac{5+3 \cdot 1}{4}$$

$$y = \frac{8}{4} = 2 \quad (9)$$

Substitusikan (8) dan (9) ke (4)

$$(4) x = 2y - z$$

$$x = 4 - 1$$

$$x = 3 \quad (10)$$

Jadi penyelesaiannya adalah $x = 3$, $y = 2$ dan $z = 1$

TUGAS I

Kerjakan pada lembar kerja yang disediakan.

Selesaikan sistem persamaan berikut dengan menggunakan metode substitusi:

$$a. \begin{cases} 3x + 2y + 3z = 11 \\ 4x - z = -6 \\ x - y + 5z = 5 \end{cases}$$

$$b. \begin{cases} x - y - 2z = -1 \\ x - 2y + z = -1 \\ 2x - y - z = -1 \end{cases}$$

LEMBAR KERJA SISWA

TUGAS I

$$a. \quad 3x + 2y + 3z = 11 \quad (1)$$

$$4x - z = -6 \quad (2)$$

$$x - y + 5z = 5 \quad (3)$$

Dari (2) diperoleh:

$$(2) \quad 4x - z = -6 \\ z = \dots \dots \dots (4)$$

(4) Disubstitusikan ke (1) dan (3)

$$(1) \quad 3x + 2y + 3z = 11 \\ 3x + 2y + 3(\dots + \dots) = 11 \\ \dots \dots \dots = 11 \\ \dots \dots \dots = \dots \quad (5)$$

$$(3) \quad x - y + 5z = 5 \\ x - y + 5(\dots + \dots) = 5 \\ \dots \dots \dots = 5 \\ \dots \dots \dots = \dots \quad (6)$$

Didapat persamaan (5) dan (6)

(5)

(6)

Dari (6) diperoleh

(6) =
 $y = \dots\dots\dots$ (7)

Substitusikan (7) ke (5)

(5) =
 =
 $x = -1$ (8)

Substitusikan (8) ke (7)

(7) $y = \dots\dots\dots$
 $y = \dots\dots\dots$
 $y = \dots\dots\dots$ (9)

Substitusikan (8) ke (2)

(2) =
 =
 =
 $z = \dots\dots\dots$ (10)

Jadi penyelesaiannya adalah

b. $x - y - 2z = -1$ (1)

$x - 2y + z = -1$ (2)

$2x - y - z = -1$ (3)

Dari (1) diperoleh:

(1) $x - y - 2z = -1$
 $x = \dots\dots\dots$ (4)

(4) Disubstitusikan ke (2) dan (3)

(2) $x - 2y + z = -1$
 = -1
 = (5)

(3) $2x - y - z = -1$
 = -1
 = -1
 = 1 (6)

Diperoleh persamaan (5) dan (6)

(5)

(6)

Dari (5) diperoleh:

(5) =
 $y = \dots\dots\dots$ (7)

(7) Disubstitusikan ke (6)

(6) = 1
 =
 =
 $z = \dots\dots\dots$ (8)

- (8) Disubstitusikan ke (7)
 (7) $y = \dots\dots\dots$
 $y = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ (9)
 (8) dan (9) disubstitusikan ke (4)
 (4) $x = \dots\dots\dots$
 $x = \dots\dots\dots$
 $x = \dots\dots\dots$
 $x = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ (10)
 Jadi penyelesaiannya adalah $\dots\dots\dots$

KUNCI LEMBAR KERJA SISWA

TUGAS I

- a. $3x + 2y + 3z = 11$ (1)
 $4x - z = -6$ (2)
 $x - y + 5z = 5$ (3)
 Dari (2) diperoleh:
 (2) $4x - z = -6$
 $z = 4x + 6$ (4)
 (4) Disubstitusikan ke (1) dan (3)
 (1) $3x + 2y + 3z = 11$
 $3x + 2y + 3(4x + 6) = 11$
 $3x + 2y + 3(4x + 6) = 11$
 $3x + 12x + 2y + 18 = 11$
 $15x + 2y = -7$ (5)
 (3) $x - y + 5z = 5$
 $x - y + 5(4x + 6) = 5$
 $x - y + 20x + 30 = 5$
 $21x - y = -25$ (6)
 Didapat persamaan (5) dan (6)
 (5) $15x + 2y = -7$
 (6) $21x - y = -25$
 Dari (6) diperoleh
 (6) $21x - y = -25$
 $y = 21x + 25$ (7)
 Substitusikan (7) ke (5)
 (5) $15x + 2y = -7$
 $15x + 2(21x + 25) = -7$
 $15x + 42x + 50 = -7$
 $57x = -57$
 $x = -1$ (8)

Substitusikan (8) ke (7)

$$\begin{aligned} (7) \quad y &= 21x + 25 \\ y &= 21(-1) + 25 \\ y &= 4 \end{aligned} \quad (9)$$

Substitusikan (8) ke (2)

$$\begin{aligned} (2) \quad 4x - z &= -6 \\ 4(-1) - z &= -6 \\ -z &= -2 \\ z &= 2 \end{aligned} \quad (10)$$

Jadi penyelesaiannya adalah $x = -1$, $y = 4$ dan $z = 2$

$$\begin{aligned} \text{b.} \quad x - y - 2z &= -1 & (1) \\ x - 2y + z &= -1 & (2) \\ 2x - y - z &= -1 & (3) \end{aligned}$$

Dari (1) diperoleh:

$$\begin{aligned} (1) \quad x - y - 2z &= -1 \\ x &= y + 2z - 1 \end{aligned} \quad (4)$$

(4) Disubstitusikan ke (2) dan (3)

$$\begin{aligned} (2) \quad x - 2y + z &= -1 \\ (y + 2z - 1) - 2y + z &= -1 \\ -y + 3z &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} (3) \quad 2x - y - z &= -1 \\ 2(y + 2z - 1) - y - z &= -1 \\ 2y + 4z - 2 - y - z &= -1 \\ y + 3z &= 1 \end{aligned} \quad (6)$$

Diperoleh persamaan (5) dan (6)

$$(5) \quad -y + 3z = 0$$

$$(6) \quad y + 3z = 1$$

Dari (5) diperoleh:

$$\begin{aligned} (5) \quad -y + 3z &= 0 \\ y &= 3z \end{aligned} \quad (7)$$

(7) Disubstitusikan ke (6)

$$\begin{aligned} (6) \quad y + 3z &= 1 \\ 3z + 3z &= 1 \\ 6z &= 1 \\ z &= 1/6 \end{aligned} \quad (8)$$

(8) Disubstitusikan ke (7)

$$\begin{aligned} (7) \quad y &= 3z \\ y &= 3 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (9)$$

(8) dan (9) disubstitusikan ke (4)

$$\begin{aligned} (4) \quad x &= y + 2z - 1 \\ x &= \frac{1}{2} + 2(1/6) - 1 \\ x &= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 1 \end{aligned}$$

$$x = \frac{3+2-1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad (10)$$

Jadi penyelesaiannya adalah $x = \frac{2}{3}$, $y = \frac{1}{2}$, $z = \frac{1}{6}$



MODUL VI LEMBAR KEGIATAN SISWA

Petunjuk Untuk Siswa

A. Petunjuk Umum

1. Modul ini merupakan lanjutan dari Modul I – V, yang telah Anda pelajari. Hendaknya pelajaran Modul I – V jangan dilupakan karena akan membantu dalam mempelajari modul ini.
2. Secara ringkas modul ini memuat bahan penyelesaian SPL tiga variabel dengan menggunakan gabungan metode substitusi dan eliminasi.
3. Langkah mempelajari modul ini sama seperti modul-modul sebelumnya.
4. Untuk menguasai modul ini dengan baik harus menguasai modul I – IV.

B. Petunjuk Khusus

1. Pokok Bahasan : Sistem Persamaan Linear
2. Sub Pokok Bahasan : Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel
3. Kelas/Caturwulan : I/2
4. Waktu : 2 x 45 menit
5. Tujuan
Tujuan pembelajaran khusus
 - Siswa dapat menyelesaikan SPL tiga variabel dengan menggunakan gabungan metode substitusi dan eliminasi.
6. Pokok Materi
 - Penyelesaian SPL tiga variabel dengan menggunakan gabungan metode substitusi dan eliminasi.
7. Alat dan Sumber bahan:
 - Alat pembelajaran: -
 - Sumber bahan : Seperti Modul I

KEGIATAN SISWA

Kegiatan I : Gabungkan metode substitusi dan eliminasi.

Tujuan : Siswa dapat menyelesaikan SPL tiga variabel dengan menggunakan metode substitusi dan metode eliminasi.

Uraian :

Pada modul III Anda sudah mempelajari cara menyelesaikan SPL dua variabel dengan menggunakan gabungan metode substitusi dan eliminasi. Nah sekarang Anda akan mempelajari cara menyelesaikan SPL tiga variabel dengan menggunakan gabungan metode substitusi dan eliminasi.

Langkah-langkah yang diperlukan untuk menyelesaikan SPL tiga variabel dengan menggunakan gabungan metode substitusi dan eliminasi, hampir sama dengan SPL dua variabel yaitu:

- (a) Memilih dua pasang persamaan, kemudian dari kedua pasangan ini kita eliminasi variabel yang sama, misalnya x . Sehingga akan diperoleh SPL dua variabel dalam y dan z .

Misalkan SPL

$$a_1x + b_1y + c_1z = k_1 \quad (1)$$

$$a_2x + b_2y + c_2z = k_2 \quad (2)$$

$$a_3x + b_3y + c_3z = k_3 \quad (3)$$

Dari persamaan (1) dan (2)

$$(1) \quad a_1x + b_1y + c_1z = k_1 \quad \left| \begin{array}{l} \times a_2 \\ \times a_1 \end{array} \right| \Leftrightarrow a_1a_2x + a_2b_1y + a_2c_1z = a_2k_1$$

$$(2) \quad a_2x + b_2y + c_2z = k_2 \quad \left| \begin{array}{l} \times a_2 \\ \times a_1 \end{array} \right| \Leftrightarrow a_1a_2x + a_1b_2y + a_1c_2z = a_1k_2$$

$$(a_2b_1 - a_1b_2)y + (a_2c_1 - a_1c_2)z = a_2k_1 - a_1k_2 \quad (4)$$

Dari persamaan (2) ke (3)

$$(2) \quad a_2x + b_2y + c_2z = k_2 \quad \left| \begin{array}{l} \times a_3 \\ \times a_2 \end{array} \right| \Leftrightarrow a_2a_3x + a_3b_2y + a_3c_2z = a_3k_2$$

$$(3) \quad a_3x + b_3y + c_3z = k_3 \quad \left| \begin{array}{l} \times a_3 \\ \times a_2 \end{array} \right| \Leftrightarrow a_2a_3x + a_2b_3y + a_2c_3z = a_2k_3$$

$$(a_3b_2 - a_2b_3)y + (a_3c_2 - a_2c_3)z = a_3k_2 - a_2k_3 \quad (5)$$

Dari (4) dan (5) diperoleh persamaan:

$$(4) \quad (a_2b_1 - a_1b_2)y + (a_2c_1 - a_1c_2)z = a_2k_1 - a_1k_2$$

$$(5) \quad (a_3b_2 - a_2b_3)y + (a_3c_2 - a_2c_3)z = a_3k_2 - a_2k_3$$

- b) Menyelesaikan sistem persamaan hasil a) dengan menggunakan gabungan metode substitusi dan eliminasi. Sehingga akan diperoleh nilai y dan z.
- c) Mensubstitusikan hasil b) pada salah satu persamaan, sehingga akan diperoleh nilai x.

Untuk memperjelas perhatikan contoh berikut:

Contoh 1.1. : Tentukan penyelesaian dari:

$$\begin{cases} 3x + 2y - 3z = 10 \\ 2x + y - 2z = 6 \\ x - 2y + z = 0 \end{cases}$$

Jawab : $3x + 2y - 3z = 10 \quad (1)$

$$2x + y - 2z = 6 \quad (2)$$

$$x - 2y + z = 0 \quad (3)$$

Dari (1) dan (3) diperoleh:

$$(1) \quad 3x + 2y - 2z = 10$$

$$(3) \quad \underline{x - 2y + z = 0}$$

$$4x \quad - 2z = 10$$

$$2x - z = 5 \quad (4)$$

Dari (2) dan (3)

$$(2) \quad 2x + y - 2z = 6 \quad \left| \begin{array}{l} \times 2 \\ \times 1 \end{array} \right| \Leftrightarrow 4x + 2y - 4z = 12$$

$$(3) \quad x - 2y + z = 0 \quad \left| \begin{array}{l} \times 1 \\ \times 2 \end{array} \right| \Leftrightarrow \underline{x - 2y + z = 0}$$

$$5x - 3z = 12 \quad (5)$$

Dari (4) dan (5) diperoleh:

$$(4) \quad 2x - z = 5 \quad | \times 3 | \Leftrightarrow 6x - 3z = 15$$

$$(5) \quad 5x - 3z = 12 \quad | \times 1 | \Leftrightarrow 5x - 3z = 12$$

$$x = 3 \quad (6)$$

Substitusikan (6) ke (4)

$$(4) \quad 2x - z = 5$$

$$2(3) - z = 5$$

$$6 - z = 5$$

$$-z = -1$$

$$z = 1 \quad (7)$$

Substitusikan (6) dan (7) ke (2)

$$(2) \quad 3x + y - 2z = 6$$

$$2(3) + y - 2(1) = 6$$

$$6 - 2 + y = 6$$

$$4 + y = 6$$

$$y = 2$$

Jadi penyelesaiannya adalah $x = 3$, $y = 2$ dan $z = 1$

TUGAS I

Kerjakan pada lembar kerja yang disediakan.

Selesaikan SPL berikut dengan menggunakan gabungan metode substitusi dan eliminasi.

$$a. \begin{cases} 3x + 2y + 3z = 11 \\ 4x - z = -6 \\ x - y + 5z = 5 \end{cases} \quad b. \begin{cases} 3x + 4y + 5z = 3 \\ x + y + 7z = 12 \\ 4x - 4y + 3z = 6 \end{cases}$$

LEMBAR KERJA SISWA

TUGAS I

$$a) \quad 3x + 2y + 3z = 11 \quad (1)$$

$$4x - z = -6 \quad (2)$$

$$x - y + 5z = 5 \quad (3)$$

Dari (1) dan (3) diperoleh:

$$(1) \dots\dots\dots = 11 \quad | \times 1 | \Leftrightarrow \dots\dots\dots$$

$$(2) \dots\dots\dots = 5 \quad | \times 2 | \Leftrightarrow \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots \quad (4)$$

Dari (2) diperoleh

$$4x - z = -6$$

$$z = \dots\dots\dots \quad (5)$$

(5) Disubstitusikan ke (4)

$$(4) \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\begin{aligned} \dots\dots\dots &= \dots\dots \\ \dots\dots\dots &= \dots\dots \\ x &= \dots\dots \end{aligned} \quad (6)$$

(6) Disubstitusikan ke (5)

$$\begin{aligned} (5) z &= \dots\dots\dots \\ z &= \dots\dots\dots \\ z &= \dots\dots\dots \end{aligned} \quad (7)$$

(6) dan (7) disubstitusikan ke (3)

$$\begin{aligned} (3) \dots\dots\dots &= 5 \\ \dots\dots\dots &= 5 \\ \dots\dots\dots &= \dots\dots \\ \dots\dots\dots &= \dots\dots \\ y &= \dots\dots \end{aligned} \quad (8)$$

Jadi penyelesaiannya adalah

b)
$$\begin{aligned} 3x + 4y + 5z &= 3 & (1) \\ x + y + 7z &= 12 & (2) \\ 4x - 4y + 3z &= 6 & (3) \end{aligned}$$

Dari (1) dan (3) diperoleh:

$$\begin{aligned} (1) \dots\dots\dots &= \dots\dots\dots \\ (3) \dots\dots\dots &= \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots &= \dots\dots\dots \end{aligned} \quad (4)$$

(1) dan (2) diperoleh

$$\begin{aligned} (1) \dots\dots\dots &= \dots\dots\dots \begin{matrix} |x1| \\ \hline |x4| \end{matrix} \Leftrightarrow \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \\ (2) \dots\dots\dots &= \dots\dots\dots \begin{matrix} |x1| \\ \hline |x4| \end{matrix} \Leftrightarrow \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots &= \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots &= \dots\dots\dots \\ x &= \dots\dots \end{aligned} \quad (5)$$

(5) disubstitusikan (4)

$$\begin{aligned} (4) \dots\dots\dots &= \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots &= \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots &= \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots &= \dots\dots\dots \\ z &= 2 \end{aligned} \quad (6)$$

(6) Disubstitusikan ke (5)

$$\begin{aligned} (5) x &= \dots\dots\dots \\ x &= \dots\dots\dots \\ x &= \dots\dots\dots \\ x &= \dots\dots\dots \end{aligned} \quad (7)$$

(6) dan (7) disubstitusikan ke (2)

$$\begin{aligned} (2) x + y + 7z &= 12 \\ \dots\dots\dots &= \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots &= \dots\dots\dots \\ y &= \dots\dots \end{aligned} \quad (8)$$

Jadi penyelesaiannya adalah

KUNCI LEMBAR KERJA SISWA

TUGAS I

a) $3x + 2y + 3z = 11$ (1)
 $4x - z = -6$ (2)
 $x - y + 5z = 5$ (3)

Dari (1) dan (3) diperoleh:

$$\begin{array}{r} (1) \ 3x + 2y + 3z = 11 \quad | \times 1 | \Leftrightarrow 3x + 2y + 3z = 11 \\ (2) \ x - y + 5z = 5 \quad | \times 2 | \Leftrightarrow 2x - 2y + 10z = 10 \\ \hline 5x + 13z = 21 \end{array} \quad (4)$$

Dari (2) diperoleh

$$\begin{array}{l} 4x - z = -6 \\ z = 4x + 6 \end{array} \quad (5)$$

(5) Disubstitusikan ke (4)

$$\begin{array}{l} (4) \ 5x + 13z = 21 \\ 5x + 13(4x + 6) = 21 \\ 5x + 52x + 78 = 21 \\ 57x = 57 \\ x = 1 \end{array} \quad (6)$$

(6) Disubstitusikan ke (5)

$$\begin{array}{l} (5) \ z = 4x + 6 \\ z = 4(1) + 6 \\ z = 10 \end{array} \quad (7)$$

(6) dan (7) disubstitusikan ke (3)

$$\begin{array}{l} (3) \ x - y + 5z = 5 \\ (1) \ -y + 5(10) = 5 \\ -y + 51 = 5 \\ -y = -46 \\ y = 46 \end{array} \quad (8)$$

Jadi penyelesaiannya adalah $x = 1$, $y = 46$, $z = 10$

b) $3x + 4y + 5z = 3$ (1)
 $x + y + 7z = 12$ (2)
 $4x - 4y + 3z = 6$ (3)

Dari (1) dan (3) diperoleh:

$$\begin{array}{l} (1) \ 3x + 4y + 5z = 3 \\ (3) \ 4x - 4y + 3z = 6 \\ \hline 4x + 8z = 9 \end{array} \quad (4)$$

(1) dan (2) diperoleh

$$\begin{array}{l} (1) \ 3x + 4y + 5z = 3 \quad | \times 1 | \Leftrightarrow 3x + 4y + 5z = 3 \\ (2) \ x + y + 7z = 12 \quad | \times 4 | \Leftrightarrow 4x + 4y + 28z = 48 \\ \hline -x - 23z = -45 \\ x + 23z = 45 \\ x = 45 - 23z \end{array} \quad (5)$$

(5) disubstitusikan (4)

$$(4) 7x + 8z = 9$$

$$7(45 - 23z) + 8z = 9$$

$$315 - 161z + 8z = 9$$

$$153z = 306$$

$$z = 2$$

(6)

(6) Disubstitusikan ke (5)

$$(5) x = 45 - 23z$$

$$x = 45 - 23(2)$$

$$x = 45 - 46$$

$$x = -1$$

(7)

(6) dan (7) disubstitusikan ke (2)

$$(2) x + y + 7z = 12$$

$$(-1) + y + 7(2) = 12$$

$$y + 13 = 12$$

$$y = -1$$

(8)

Jadi penyelesaiannya adalah $x = -1$, $y = -1$ dan $z = 2$



MODUL VII LEMBAR KEGIATAN SISWA

Petunjuk Untuk Siswa

A. Petunjuk Umum

1. Modul ini merupakan lanjutan dari modul I – VI, yang telah Anda pelajari. Hendaknya pelajaran pada modul I – VI jangan dilupakan karena akan membantu dalam mempelajari modul ini.
2. Secara ringkas modul ini memuat bahan pengertian dan cara menghitung nilai determinan ordo tiga.
3. Langkah-langkah mempelajari modul ini sama seperti modul-modul sebelumnya.
4. Untuk menguasai modul ini dengan baik harus menguasai modul I – VI.

B. Petunjuk Khusus

1. Pokok Bahasan : Sistem Persamaan Linear
2. Sub Pokok Bahasan : Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel
3. Kelas/Caturwulan : I / 2
4. Waktu : 2 x 45 menit
5. Tujuan :
Tujuan Pembelajaran Khusus
 - Siswa dapat menghitung nilai determinan ordo tiga.
6. Pokok-pokok Materi :
 - a. Pengertian dan cara menghitung nilai determinan ordo tiga.
 - b. Penyelesaian SPL tiga variabel dengan menggunakan determinan.
7. Alat dan sumber bahan:
 - Alat Pembelajaran: –
 - Sumber bahan : Seperti yang tercantum pada modul I

KEGIATAN SISWA

Kegiatan I : - Pengertian dan cara menghitung nilai determinan ordo tiga.

Tujuan : Siswa dapat menghitung nilai determinan ordo tiga.

Uraian :

Pada modul IV, Anda sudah mempelajari cara membawa SPL dua variabel ke dalam bentuk matriks dan menghitung nilai determinannya. Pada modul ini Anda akan mempelajari hal yang sama, namun bukan SPL dua variabel. Sekarang Anda mempelajari cara menghitung nilai determinan ordo tiga.

Bentuk umum SPL tiga variabel:

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = k_1 \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = k_2 \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = k_3 \end{cases}$$

Sistem persamaan linear di atas di bawah ke dalam bentuk matriks, yaitu:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{pmatrix}$$

Misalkan A suatu matriks:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Maka determinan matriks A, yang ditulis $\det. A$ atau $|A|$ adalah:

$$\text{Det. } A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Pada determinan di atas,

- a_{11}, a_{12}, a_{13} disebut elemen-elemen pada baris pertama
- a_{21}, a_{22}, a_{23} disebut elemen-elemen pada baris kedua
- a_{31}, a_{32}, a_{33} disebut elemen-elemen pada baris ketiga
- a_{11}, a_{21}, a_{31} disebut elemen-elemen pada kolom pertama
- a_{12}, a_{22}, a_{32} disebut elemen-elemen pada kolom kedua
- a_{13}, a_{23}, a_{33} disebut elemen-elemen pada kolom ketiga
- a_{11}, a_{22}, a_{33} disebut elemen-elemen pada diagonal utama
- a_{13}, a_{22}, a_{31} disebut elemen-elemen pada diagonal kedua

Untuk menghitung nilai determinan ordo tiga dapat dilakukan dengan dua cara, yaitu:

Cara I : menggunakan cara Sarrus

Langkah-langkahnya adalah:

- a) Menuliskan elemen-elemen pada kolom pertama dan kedua di sebelah kanan determinan.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

- b) Mengalikan elemen-elemen yang ada pada diagonal utama serta elemen-elemen pada barisan yang sejajar dengan diagonal utama, hasil perkaliannya diberi tanda positif.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

(+) (+) (+)

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, M_{11} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Minor dari a_{12} adalah: membuang elemen pada baris 1, kolom 2.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, M_{12} = \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Minor dari a_{13} adalah : membuang elemen baris 1, kolom 3.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, M_{13} = \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

Kofaktor suatu elemen a_{ij} , ditulis dengan notasi K_{ij} , didefinisikan sebagai hasil perkalian $(-1)^{i+j}$ dengan minor dari elemen a_{ij} .

Kofaktor dari a_{11} adalah:

$$\begin{aligned} k_{11} &= (-1)^{1+1} M_{11} = (-1)^2 \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \\ &= (1) \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \end{aligned}$$

Kofaktor dari a_{12} adalah:

$$\begin{aligned} k_{12} &= (-1)^{1+2} M_{12} = (-1)^3 \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} \\ &= (-1) \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} \end{aligned}$$

Kofaktor dari a_{13} adalah:

$$\begin{aligned} k_{13} &= (-1)^{1+3} M_{13} = (-1)^4 \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \\ &= (1) \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \end{aligned}$$

Nilai suatu determinan merupakan hasil penjumlahan dari perkalian elemen-elemen suatu baris (kolom) dengan kofaktornya.

Nilai determinan ordo tiga di atas adalah:

$$|A| = a_{11} k_{11} + a_{12} k_{12} + a_{13} k_{13}$$

Untuk memperjelas perhatikan contoh berikut ini:

Contoh 1.2. : Hitung nilai determinan matriks A, dengan menggunakan cara minor kofaktor, jika:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

Jawab:

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \end{vmatrix}$$

Minornya:

$$M_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{vmatrix}, \quad M_{12} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{vmatrix}, \quad M_{13} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}$$

Kofaktornya:

$$k_{11} = (-1)^{1+1} M_{11} = (1) \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{vmatrix}$$

$$k_{12} = (-1)^{1+2} M_{12} = (-1) \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{vmatrix}$$

$$k_{13} = (-1)^{1+3} M_{13} = (1) \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}$$

Determinan matriks A adalah:

$$\begin{aligned} |A| &= a_{11} k_{11} + a_{12} k_{12} + a_{13} k_{13} \\ &= (3)(1) \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} + (4)(-1) \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} + (5)(1) \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} \\ &= (3)(6 - 6) + (-4)(12 - 15) + (5)(4 - 5) \\ &= (3)(0) + (-4)(-3) + (5)(-1) \\ &= 0 + 12 - 5 \\ &= 7 \end{aligned}$$

TUGAS I

Kerjakan pada lembar kerja yang disediakan:

1. Hitung nilai determinan dari matriks di bawah ini:

a. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -2 & 3 \\ 0 & 5 & -1 \end{pmatrix}$

d. $D = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

b. $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 1 & 2 & -3 \\ -1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$

e. $E = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix}$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

c. $C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

Menggunakan 2 cara, cara Sarrus dan cara minor dan kofaktor.

2. Ubahlah SPL tiga variabel di bawah ini ke dalam bentuk matriks.

a. $\begin{cases} 2x + 3y - z = 1 \\ 3x + 5y + 2z = 8 \\ x - 2y - 3z = -1 \end{cases}$

d. $\begin{cases} x + y + z = 12 \\ 2x - 3y + z = 5 \\ 3x - y - 2z = 8 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 2x - 5y + 2z = 7 \\ x + 2y - 4z = 3 \\ 3x - 4y - 6z = 5 \end{cases}$

e. $\begin{cases} x - 2y - z - 1 = 0 \\ x + y + z - 4 = 0 \\ 2x - y - 2z + 1 = 0 \end{cases}$

c. $\begin{cases} -3x - y + 2z = 3 \\ x - 2y - 3z = 1 \\ 2x + 3y + z = 2 \end{cases}$

LEMBAR KERJA SISWA

TUGAS I

1. a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -2 & 3 \\ 0 & 5 & -1 \end{pmatrix}$

Cara Sarrus

$$\begin{aligned} |A| &= \begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} \\ &= (1)(-2)(-1) + \dots + \dots \\ &= \dots \\ &= \dots \end{aligned}$$

Cara minor dan kotaktor

$$\begin{aligned} |A| &= \begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} \\ &= \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} - \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} + \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} \end{aligned}$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

b) $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 1 & 2 & -3 \\ -1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$

Cara Sarrus

$$|B| = \begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}$$

$$= \dots\dots\dots + \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$$

$$- \dots\dots\dots - \dots\dots\dots - \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

c) $C = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

Cara Sarrus

$$|C| = \begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}$$

$$= \dots\dots\dots + \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$$

$$- \dots\dots\dots - \dots\dots\dots - \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

Cara minor dan kotaktor

$$|C| = \begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}$$

$$= \dots\dots\dots - \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

d) $D = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Cara Sarrus

$$|D| = \begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}$$

$$= \dots + \dots + \dots$$

$$- \dots - \dots - \dots$$

$$= \dots$$

Cara minor dan kotaktor

$$|D| = \begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}$$

$$= \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} - \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} + \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

e) $E = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix}$

Cara Sarrus

$$|E| = \begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}$$

$$= \dots + \dots + \dots$$

$$- \dots - \dots - \dots$$

$$= \dots$$

Cara minor dan kotaktor

$$|E| = \begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}$$

$$= \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} - \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} + \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

2. a. $\begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}$
- b. $\begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}$
- c. $\begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}$
- d. $\begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}$
- e. $\begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}$

KUNCI LEMBAR KERJA SISWA

TUGAS I

1. a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -2 & 3 \\ 0 & 5 & -1 \end{pmatrix}$

Cara sarrus

$$D = |A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 4 & -2 & 3 & 4 & -2 \\ 0 & 5 & -1 & 6 & 5 \end{vmatrix}$$

(-) (-) (-) (+) (+) (+)

$$\begin{aligned} |A| &= (1)(-2)(-1) + (2)(3)(0) + (3)(4)(5) - (3)(-2)(0) - (1)(3)(5) - (2)(4)(-1) \\ &= 2 + 0 + 60 - 0 - 15 + 8 \\ &= 55 \end{aligned}$$

Cara minor dan kofaktor

$$\begin{aligned}
 |A| &= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -2 & 3 \\ 0 & 5 & -1 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} \\
 &= 1(2+15) - 2(-4-0) + 3(20-0) \\
 &= -13 + 8 + 60 \\
 &= 60
 \end{aligned}$$

b) $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 1 & 2 & -3 \\ -1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$

Cara sarrus

$$\begin{aligned}
 D = |B| &= \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 1 & 2 & -3 \\ -1 & -2 & 5 \end{vmatrix} \\
 & \quad \begin{matrix} (-) & (-) & (-) & (+) & (+) & (+) \end{matrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 |B| &= (2)(2)(5) + (-3)(-3)(-1) + (4)(1)(-2) - (4)(2)(-1) - (2)(-3)(-2) - (-3)(1)(5) \\
 &= 20 - 9 - 8 + 8 - 12 + 15 \\
 &= 14
 \end{aligned}$$

Cara minor dan kofaktor

$$\begin{aligned}
 |B| &= \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 1 & 2 & -3 \\ -1 & -2 & 5 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 5 \end{vmatrix} - (-3) \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 5 \end{vmatrix} + 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} \\
 &= 2(10-6) + 3(5-3) + 4(-2+2) \\
 &= 8 + 6 \\
 &= 14
 \end{aligned}$$

c) $C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

Cara sarrus

$$\begin{aligned}
 D = |C| &= \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 3 \end{vmatrix} \\
 & \quad \begin{matrix} (-) & (-) & (-) & (+) & (+) & (+) \end{matrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |C| &= (2)(2)(3) + (3)(1)(-1) + (-1)(1)(-1) - (-1)(2)(-1) - (2)(1)(-1) - (3)(1)(3) \\ &= 12 - 3 + 1 - 2 + 2 - 9 \\ &= 1 \end{aligned}$$

Cara minor dan kofaktor

$$\begin{aligned} |C| &= \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} + (-1) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} \\ &= 2(6+1) - 3(3+1) - 1(-1+2) \\ &= 14 - 12 - 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

d) $D = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Cara sarrus

$$D = |D| = \begin{vmatrix} 4 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 5 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$(-)$ $(-)$ $(-)$ $(+)$ $(+)$ $(+)$

$$\begin{aligned} |D| &= (4)(2)(1) + (-1)(-3)(5) + (-2)(0)(2) - (-2)(2)(5) - (4)(-3)(2) - (-1)(0)(1) \\ &= 8 + 15 + 0 + 20 + 24 + 0 \\ &= 67 \end{aligned}$$

Cara minor dan kofaktor

$$\begin{aligned} |A| &= \begin{vmatrix} 4 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 5 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 4 \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} - (-1) \begin{vmatrix} 0 & -3 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} + (-2) \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} \\ &= 4(2+6) + 1(0+15) - 2(0-10) \\ &= 32 + 15 + 10 \\ &= 67 \end{aligned}$$

e) $E = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix}$

Cara sarrus

$$|E| = \begin{vmatrix} -2 & 2 & -3 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 4 & -2 & 5 & 4 & -2 \end{vmatrix}$$

(-) (-) (-) (+) (+) (+)

$$\begin{aligned} |E| &= (-1)(1)(5) + (2)(0)(4) + (-3)(2)(-2) - (-3)(1)(4) - (-1)(0)(-2) - (2)(2)(5) \\ &= -5 + 0 + 12 + 12 + 0 - 20 \\ &= -1 \end{aligned}$$

Cara minor dan kofaktor

$$\begin{aligned} |C| &= \begin{vmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 5 \end{vmatrix} = (-1) \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 5 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} + (-3) \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} \\ &= (-1)(5-0) - 2(10-0) - 3(-4-4) \\ &= -5 - 20 + 24 \\ &= -1 \end{aligned}$$

2. a. $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 3 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ -3 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 2 & -5 & 2 \\ 1 & 2 & -4 \\ 3 & -4 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} -3 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & -3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}$

e. $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$

MODUL VIII LEMBAR KEGIATAN SISWA

Petunjuk Untuk Siswa

A. Petunjuk Umum

1. Modul ini merupakan lanjutan dari Modul I – VII yang telah Anda pelajari. Hendaknya pelajaran Modul I – VII jangan dilupakan karena akan membantu dalam mempelajari modul ini.
2. Secara ringkas modul ini memuat bahan penyelesaian SPL tiga variabel dengan menggunakan determinan.
3. Langkah-langkah mempelajari modul ini sama seperti modul-modul sebelumnya.
4. Untuk menguasai modul ini dengan baik harus menguasai modul I – VII.

B. Petunjuk Khusus

1. Pokok Bahasan : Sistem Persamaan Linear
2. Sub Pokok Bahasan : Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel
3. Kelas/Caturwulan : I/2
4. Waktu : 2 x 45 menit
5. Tujuan
Tujuan pembelajaran khusus
 - Siswa dapat menyelesaikan SPL tiga variabel dengan menggunakan determinan.
6. Pokok Materi
 - Penyelesaian SPL tiga variabel dengan menggunakan determinan.
7. Alat dan Sumber bahan:
 - Alat pembelajaran : -
 - Sumber bahan : Seperti yang tercantum pada Modul I

KEGIATAN SISWA

Kegiatan I : Penyelesaian SPL tiga variabel dengan menggunakan determinan
Tujuan : Siswa dapat menyelesaikan SPL tiga variabel dengan menggunakan determinan

Uraian :

Pada Modul VII anda sudah mempelajari membawa SPL tiga variabel dan menghitung determinan. Sekarang Anda akan mempelajari penyelesaian SPL tiga variabel dengan menggunakan determinan.

Perhatikan SPL tiga variabel di bawah ini:

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = k_1 \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = k_2 \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = k_3 \end{cases} \quad (1)$$

SPL (1) dibawa dalam bentuk matriks yaitu:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{pmatrix}$$

SPL (1) akan mempunyai penyelesaian tunggal jika dan hanya jika determinan dari matriks koefisiennya tidak nol atau

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \neq 0$$

Dalam hal ini, penyelesaian tunggal dari SPL dapat dinyatakan sebagai hasil bagi dari determinan-determinan berikut:

$$x = \frac{D_x}{D}, \quad y = \frac{D_y}{D}, \quad z = \frac{D_z}{D}$$

Dimana D, sebagai penyebut pada setiap hasil bagi di atas, adalah determinan matriks koefisien, sedangkan pembilangnya, yaitu D_x , D_y , D_z , merupakan determinan matriks yang diperoleh dengan menempatkan kolom konstanta dari koefisien-koefisien variabel dalam matriks koefisiennya, yaitu:

$$D_x = \begin{vmatrix} k_1 & a_{12} & a_{13} \\ k_2 & a_{22} & a_{23} \\ k_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, \quad D_y = \begin{vmatrix} a_{11} & k_1 & a_{13} \\ a_{21} & k_2 & a_{23} \\ a_{31} & k_3 & a_{33} \end{vmatrix}, \quad D_z = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & k_1 \\ a_{21} & a_{22} & k_2 \\ a_{31} & a_{32} & k_3 \end{vmatrix}$$

Ditekankan bahwa jika determinan D matriks koefisien adalah nol, maka SPL itu tidak mempunyai penyelesaian atau mempunyai tak hingga banyak penyelesaian.

Contoh 2.1. Selesaikan SPL berikut dengan memakai determinan

$$\begin{cases} 2x + y - z = 3 \\ x + y + z = 1 \\ x - 2y - 3z = 4 \end{cases}$$

Jawab:

SPL dibawa dalam bentuk matriks:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

D determinan matriks koefisien diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 D &= \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -3 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} + (-1) \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} \\
 &= 2(-3 + 2) - 1(-3 - 1) - 1(-2 - 1) \\
 &= -2 + 4 + 3 \\
 &= 5
 \end{aligned}$$

Karena $D \neq 0$, sistem memiliki penyelesaian.

Dicari D_x, D_y, D_z :

$$\begin{aligned}
 D_x &= \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & -2 & -3 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} + (-1) \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} \\
 &= 3(-3 + 2) - 1(-3 - 4) - 1(-2 - 4) \\
 &= -3 + 7 + 6 \\
 &= 10
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_y &= \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & -3 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} + (-1) \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} \\
 &= 2(-3 - 4) - 3(-3 - 1) - 1(4 - 1) \\
 &= -14 + 12 - 3 \\
 &= -5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_z &= \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} \\
 &= 2(4 + 2) - 1(4 - 1) + 3(-2 - 1) \\
 &= 12 - 3 - 9 \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

Maka:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{10}{5} = 2$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{-5}{5} = -1$$

$$z = \frac{D_z}{D} = \frac{0}{5} = 0$$

Jadi penyelesaiannya adalah: $x = 2, y = -1, z = 0$

TUGAS II

Kerjakan pada lembar kerja yang disediakan:

1. Selesaikan SPL tiga variabel di bawah ini:

$$a. \begin{cases} 2x + 3y - z = 1 \\ 3x + 5y + 2z = 8 \\ x - 2y - 3z = -1 \end{cases}$$

$$b. \begin{cases} 2x - 5y + 2z = 7 \\ x + 3y - 4z = 3 \\ 3x - 4y - 6z = 5 \end{cases}$$

LEMBAR KERJA SISWA

TUGAS I

$$1. a. \begin{cases} 2x + 3y - z = 1 \\ 3x + 5y + 2z = 8 \\ x - 2y - 3z = -1 \end{cases}$$

Bentuk matrik = $\begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}$

$$D = \begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}$$

$$= \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} - \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} + \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$D_x = \begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}$$

$$= \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} - \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} + \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$D_y = \begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}$$

$$= \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} - \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} + \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$D_z = \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}$$

$$= \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} - \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} + \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

maka:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$y = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$z = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

Jadi penyelesaiannya adalah

b. $\begin{cases} \dots = \dots \\ \dots = \dots \\ \dots = \dots \end{cases}$

Bentuk matrik = $\begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}$

$$D = \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}$$

$$= \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} - \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} + \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$D_x = \begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}$$

$$= \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} - \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} + \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$D_y = \begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}$$

$$= \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} - \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} + \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$D_z = \begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}$$

$$= \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} - \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} + \dots \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

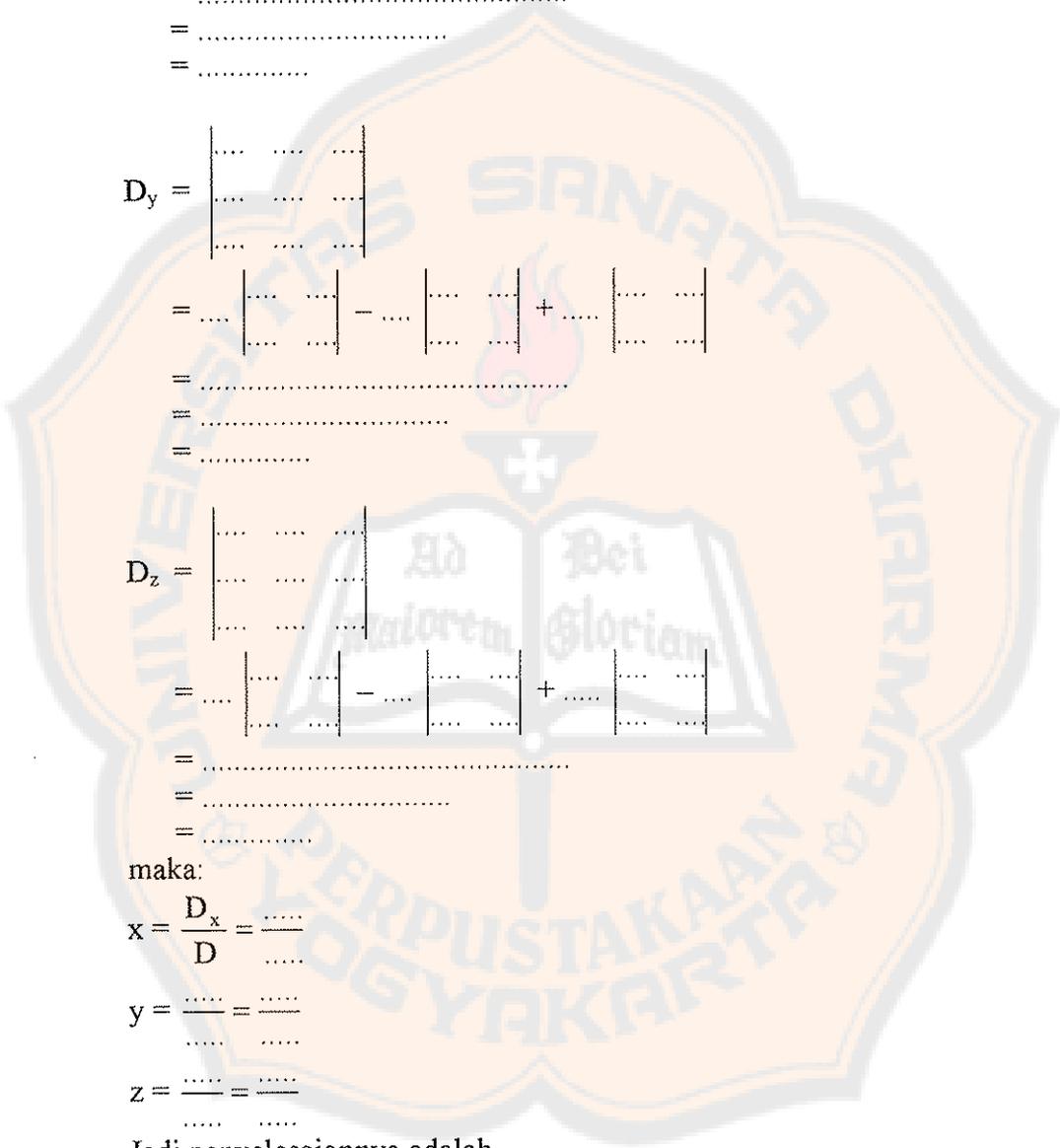
maka:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$y = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$z = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

Jadi penyelesaiannya adalah



KUNCI LEMBAR KERJA SISWA

TUGAS I

$$1. a. \begin{cases} 2x + 3y - z = 1 \\ 3x + 5y + 2z = 8 \\ x - 2y - 3z = -1 \end{cases}$$

$$\text{Bentuk matriks} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 3 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} D &= \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 3 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & -3 \end{vmatrix} \\ &= 2 \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} + (-1) \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} \\ &= 2(-15+4) - 3(-9-2) - 1(-6-6) \\ &= -22 + 33 + 12 \\ &= 23 \neq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_x &= \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 8 & 5 & 2 \\ -1 & -2 & -3 \end{vmatrix} \\ &= 1 \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} + (-1) \begin{vmatrix} 8 & 5 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} \\ &= 1(-15+4) - 3(-24+2) - 1(-16+5) \\ &= -11 + 66 + 11 \\ &= 66 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_y &= \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 8 & 2 \\ 1 & -1 & -3 \end{vmatrix} \\ &= 2 \begin{vmatrix} 8 & 2 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} + (-1) \begin{vmatrix} 3 & 8 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \\ &= 2(-24+2) - 1(-9-2) - 1(-3-8) \\ &= -44 + 11 + 24 \\ &= -9 \end{aligned}$$

$$D_z = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 5 & 8 \\ 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 &= 2 \begin{vmatrix} 5 & 8 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} 3 & 8 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} \\
 &= 2(-5+16) - 3(-3-8) + 1(-6-6) \\
 &= 22 + 33 - 12 \\
 &= 43
 \end{aligned}$$

Maka:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{66}{23}$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{-9}{23}$$

$$z = \frac{D_z}{D} = \frac{43}{23}$$

Jadi penyelesaiannya adalah $x = \frac{66}{23}$, $y = \frac{-9}{23}$, $z = \frac{43}{23}$

$$\text{b. } \begin{cases} 2x - 5y + 2z = 7 \\ x + 3y - 4z = 3 \\ 3x - 4y - 6z = 5 \end{cases}$$

$$\text{Bentuk matriks} = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 2 \\ 1 & 3 & -4 \\ 3 & -4 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{vmatrix} 2 & -5 & 2 \\ 1 & 3 & -4 \\ 3 & -4 & -6 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 &= (2) \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ -4 & -6 \end{vmatrix} - (-5) \begin{vmatrix} 1 & -4 \\ 3 & -6 \end{vmatrix} + (2) \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} \\
 &= (2)(-18-16) - (-5)(-6+12) + (2)(-4-9) \\
 &= (2)(-34) - (-5)(6) + (2)(-13) \\
 &= -68 + 30 - 26 \\
 &= 64 \neq 0
 \end{aligned}$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 7 & -5 & 2 \\ 3 & 3 & -4 \\ 5 & -4 & -6 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 &= (7) \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ -4 & -6 \end{vmatrix} - (-5) \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 5 & -6 \end{vmatrix} + (2) \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 5 & -4 \end{vmatrix} \\
 &= (7)(-18-16) - (-5)(-18+20) + (2)(-12-15) \\
 &= (7)(-34) - (-5)(2) + (2)(-27) \\
 &= -238 + 10 - 54 \\
 &= -282
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_y &= \begin{vmatrix} 2 & 7 & 2 \\ 1 & 3 & -4 \\ 3 & 5 & -6 \end{vmatrix} \\
 &= (2) \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 5 & -6 \end{vmatrix} - (7) \begin{vmatrix} 1 & -4 \\ 3 & -6 \end{vmatrix} + (2) \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} \\
 &= (2)(-18+20) - (7)(-6+12) + (2)(5-9) \\
 &= (2)(2) - (7)(6) + (2)(-4) \\
 &= 4 - 42 - 8 \\
 &= -46
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_z &= \begin{vmatrix} 2 & -5 & 7 \\ 1 & 3 & 3 \\ 3 & -4 & 5 \end{vmatrix} \\
 &= (2) \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ -4 & 5 \end{vmatrix} - (-5) \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} + (7) \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} \\
 &= (2)(15+12) - (-5)(5-9) + (7)(-4-9) \\
 &= (2)(27) - (-5)(-4) + (7)(-13) \\
 &= 54 - 20 - 91 \\
 &= -57
 \end{aligned}$$

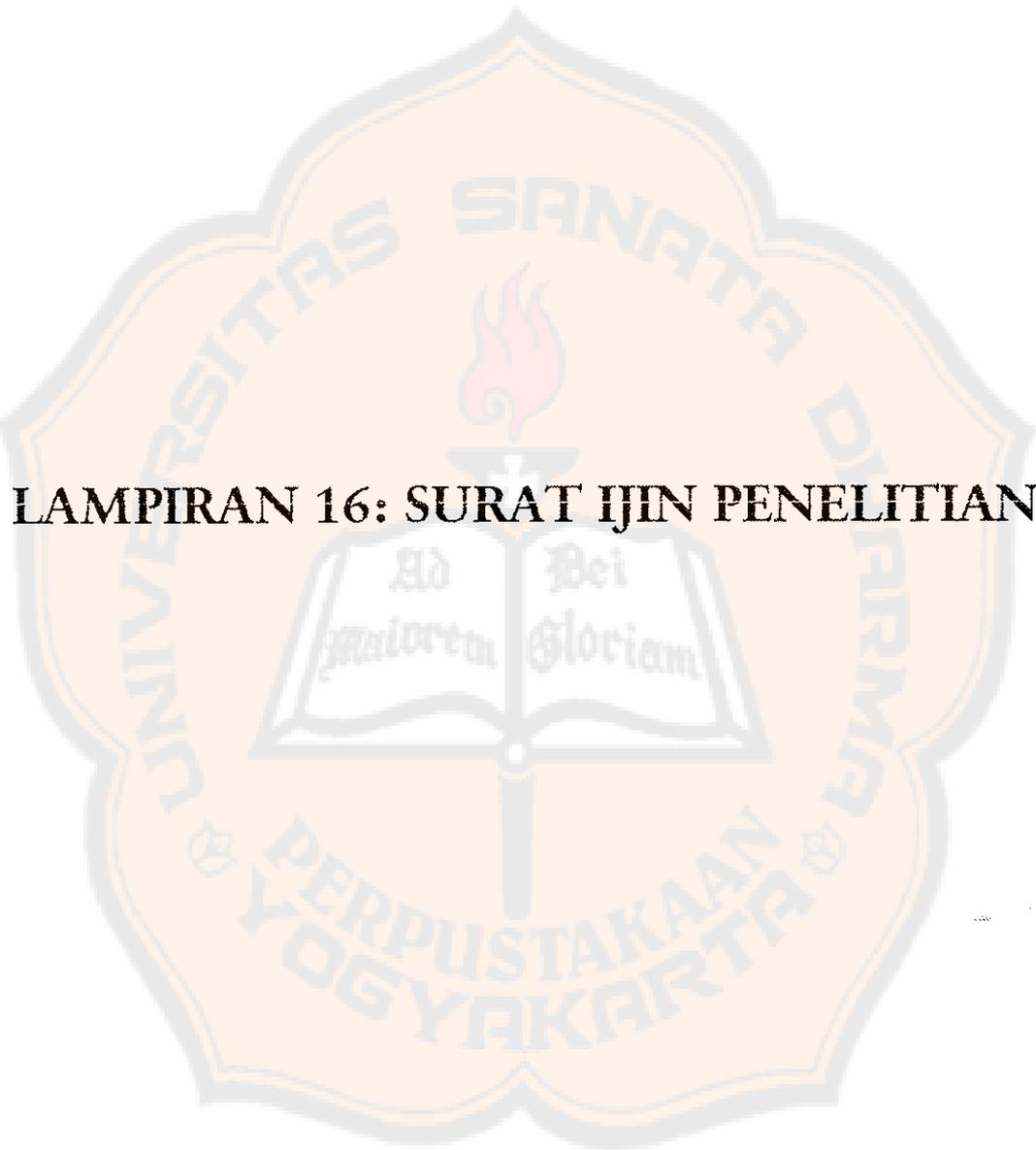
Maka:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{-282}{64}$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{46}{64}$$

$$z = \frac{D_z}{D} = \frac{-57}{64}$$

Jadi penyelesaiannya adalah $x = \frac{-282}{64}$, $y = \frac{46}{64}$, $z = \frac{-57}{64}$



LAMPIRAN 16: SURAT IJIN PENELITIAN



UNIVERSITAS SANATA DHARMA
PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN

Tromol Pos 29, Yogyakarta 55002
Telp. (0274) 513301, 515352, Fax. (0274) 562383

epada
th. Bapak/Ibu Kepala Sekolah
MU Negeri I Sanden
Bantul.

Kal : *Permohonan untuk pelaksanaan penelitian*

Dengan hormat,

Dalam rangka penulisan skripsi sebagai tugas akhir pada Program S1 Pendidikan Matematika di Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam FKIP Universitas Sanata Dharma, mahasiswa kami berikut ini :

Nama : Prapti Sunarsih
No. Mhsw : 931414001
Jenjang Studi : Strata Satu (S1)
Program Studi : Pendidikan Matematika

bermaksud melaksanakan sebuah penelitian di SMU Negeri I Sanden Bantul. Adapun Judul penelitian tersebut adalah :

"Studi Komparasi Hasil Belajar Siswa Kelas I Caturwulan XI Tahun Ajaran 1997/1998 pada Sistem Pengajaran Modul dan Klasikal, dengan Pokok Bahasan Sistem Persamaan Linear"

Sehubungan dengan itu, kami mohon kesediaan Bapak/Ibu mengizinkan mahasiswa kami melaksanakan penelitian tersebut di SMU yang Bapak/Ibu pimpin ini.

Atas izin dan bantuan yang diberikan kami ucapkan banyak terima kasih.

Mengetahui
Dekan FKIP USD,

Dr. Haulus Suparno SJ MST

Yogyakarta, 26 Nopember 1997

Hormat kami
Dosen Pembimbing,

Dr. St. Suwarsono

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

DEPARTEMEN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
KANTOR WILAYAH DEPDIKBUD PROPINSI DAERAH ISTIMEWA YOGYAKARTA
SMU NEGERI 1 SANDEN

Alamat : Murtigading - Sanden - Bantul - D.I. Yogyakarta

55763.

SURAT - KETERANGAN

Nomor : 48 / I.13.2 / SMU 01 / / 1998

Yang bertanda tangan di bawah ini Kepala SMU Negeri 1 Sanden menerangkan dengan sesungguhnya bahwa :

N a m a : PRAPTI SUNARSIH.
N I M : 931414001
Fakultas : FKIP / Unif. "SANATA DHARMA" Yogyakarta.
Predi/Jurusan : P. Matematika
Jenjang Program : S₁

telah melaksanakan penelitian pada SMU Negeri 1 Sanden dari tanggal 1 Desember 1997 s.d. tanggal 13 Februari 1998 dengan hasil baik.

Demikian Surat Keterangan ini diberikan kepada ybs. untuk dapat dipergunakan sebagaimana mestinya, dan harap maklum bagi yang berkepentingan.

