ANALISIS KESALAHAN SISWA KELAS II SMU PANGUDI LUHUR YOGYAKARTA TAHUN AJARAN 1999/2000 DALAM MENYELESAIKAN SOAL-SOAL MATRIKS

SKRIPSI

Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Memperoleh Gelar Sarjana Pendidikan
Program Studi Pendidikan Matematika

Oleh :

AGNES WARDANI

NIM : 93 1414 005

NIRM : 930052010501120005

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS SANATA DHARMA
YOGYAKARTA

2000

SKRIPSI

ANALISIS KESALAHAN SISWA KELAS II

SMU PANGUDI LUHUR YOGYAKARTA TAHUN AJARAN 1999/2000

DALAM MENYELESAIKAN SOAL-SOAL MATRIKS

Oleh :

AGNES WARDANI

NIM : 93 1414 005

NIRM : 930052010501120005

Telah disetujui oleh:

Dosen Pembimbing

Dr. Yansen Marpaung

Tanggal, 13 November 2000

SKRIPSI

ANALISIS KESALAHAN SISWA KELAS II SMU PANGUDI LUHUR YOGYAKARTA TAHUN AJARAN 1999/2000 DALAM MENYELESAIKAN SOAL-SOAL MATRIKS

Yang disusun dan dipersiapkan oleh:

AGNES WARDANI
NIM : 93 1414 005
NIRM : 930052010501120005

Telah dipertahankan di depan Panitia Penguji
Pada tanggal 9 Oktober 2000
Dan dinyatakan telah memenuhi syarat

SUSUNAN PANITIA

	Nama Lengkap	Tanda Tangan
Ketua	: Drs. R. Rohandi, M.Ed	....
Sekretaris	: Drs. St. Susento, M.Si	....
Anggota	: Dr. Y. Marpaung	....
	Dr. St. Suwarsono	....
	Drs. Al. Haryono	....

Yogyakarta, 17 November 2000
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Universitas Sanata Dharma
Dekan FKIP

Dr. Paul Suparno, S.J. MST

Karya kecil ini kupersembahkan untuk yang tercinta:

- ♥ *Bapak dan Ibu*
- ♥ *mbak Warti dan mbak Tati*
- ♥ *dik Linda, dik Ningsih dan dik Tio*
- ♥ *Keponakanku Nico dan Mia*
- ♥ *Mas Dwi*

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur kepada Allah Bapa melalui PutraNya Yesus Kristus, karena hanya atas berkat karuniaNya, skripsi dengan judul "**Analisis Kesalahan Siswa Kelas II SMU Pangudi Luhur Yogyakarta Tahun Ajaran 1999/2000 dalam Menyelesaikan Soal-Soal Matriks**" dapat penulis selesaikan. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu persyaratan pencapaian gelar Sarjana Pendidikan pada Program Studi Pendidikan Matematika di Universitas Sanata Dharma Yogyakarta.

Banyak hambatan dan rintangan penulis alami selama proses penyusunan skripsi ini. Akan tetapi dengan keterlibatan dan bantuan berbagai pihak penulis dapat melalui semua dengan baik. Oleh karena itu dalam kesempatan ini, dengan penuh rasa syukur penulis mengucapkan terima kasih atas segala bantuan, dorongan, perhatian, kasih dan dukungan baik secara moril, materiil maupun spirituil kepada semua pihak, antara lain:

1. Dr. Y. Marpaung, selaku Dosen Pembimbing yang dengan penuh perhatian memberikan bimbingan, dorongan dan masukan selama proses penyusunan skripsi ini.
2. Kepala SMU Pangudi Luhur Yogyakarta yang telah memberikan ijin untuk pelaksanaan penelitian di SMU Pangudi Luhur Yogyakarta.
3. Guru Bidang Studi Matematika Kelas II SMU Pangudi Luhur Yogyakarta yang telah memberikan bantuan dan kerjasamanya selama pelaksanaan penelitian.

4. Kedua orang tua dan saudara-saudariku terkasih yang telah memberikan kesempatan, dukungan, semangat dan doa untuk menyelesaikan studi.
5. Rekan-rekan Angkatan'93 rumpun MIPA yang telah memberikan dukungan, perhatian, dorongan, bantuan dan cinta selama penulisan skripsi ini.
6. Pihak Staf Perpustakaan Universitas Sanata Dharma atas bantuan dalam proses peminjaman buku, serta pihak Workstation atas pelayanan dalam persewaan komputer.
7. Dan semua pihak yang terlibat langsung maupun tidak langsung dalam proses penyusunan skripsi ini, yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Penulis percaya bahwa segala kebaikan, bantuan, kasih serta pengorbanan yang diberikan untuk menyelesaikan skripsi ini tidaklah sia-sia dan semoga akan mendapat penghargaan yang sepadan dari Tuhan.

Akhirnya tanggung jawab seluruh isi skripsi ini ada pada penulis. Oleh karena itu saran dan kritik yang membangun sangat penulis harapkan.

Yogyakarta, Oktober 2000

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

LAMPIRAN

ABSTRAK

Agnes Wardani, 2000. Analisis Kesalahan Siswa Kelas II SMU Pangudi Luhur Yogyakarta Tahun Ajaran 1999/2000 Dalam Menyelesaikan Soal-Soal Matriks.

Penelitian ini dimaksudkan untuk mengetahui kesalahan-kesalahan apa saja yang dibuat oleh siswa-siswa kelas II SMU Pangudi Luhur Yogyakarta sewaktu menyelesaikan soal-soal matriks yang penulis berikan.

Penelitian dilaksanakan di SMU Pangudi Luhur Yogyakarta, dan sebagai subyek penelitiannya adalah sejumlah siswa kelas II. Sampel penelitian terdiri dari 38 siswa, yang dipilih berdasarkan kesepakatan penulis dengan guru bidang studi matematika kelas II.

Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah tes berbentuk essay yang terdiri dari 12 butir soal.

Jenis data yang dianalisis dalam penelitian ini adalah jenis data kualitatif yang berupa kesalahan-kesalahan yang dibuat siswa sewaktu menyelesaikan soal-soal matriks. Analisis data kualitatif dalam penelitian ini menggunakan metode analisis kesalahan.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa terdapat empat kategori jenis kesalahan, yaitu jenis kesalahan konsep, jenis kesalahan hitung, jenis kesalahan memahami informasi dalam soal, dan jenis kesalahan lambang. Jenis kesalahan yang paling banyak dibuat siswa sewaktu menyelesaikan soal-soal matriks adalah jenis kesalahan hitung khususnya kesalahan perkalian dan kesalahan pengurangan antara bilangan negatif dengan bilangan positif, yang masing-masing dibuat oleh 20(dua puluh) orang (52,6%) dan 16(enam belas) orang (42,1%), dan jenis kesalahan memahami informasi dalam soal, khususnya kesalahan sewaktu menyalin soal, yang dibuat oleh 16(enam belas) orang (42,1%) dari 38 siswa.

BAB I

PENDAHULUAN

A. LATAR BELAKANG

Banyak siswa di Sekolah Dasar dan Sekolah Menengah maupun di Perguruan Tinggi mengeluh dan mengatakan bahwa mempelajari matematika lebih sukar dibandingkan mempelajari mata pelajaran lain (Murtiyasa, 1987). Memang matematika diakui oleh banyak orang sebagai suatu mata pelajaran yang sulit dipahami oleh siswa. Sebabnya ialah karena obyeknya abstrak dan hanya ada dalam pikiran manusia, tidak terdapat dalam dunia nyata yang dapat diamati dengan panca indera (Marpaung, 1999).

Sulitnya mempelajari matematika ini menyebabkan siswa cenderung untuk menghafal daripada memahami konsep-konsep dalam matematika. Seperti yang dikatakan oleh Marpaung, bahwa pemahaman siswa terhadap matematika yang dipelajari di sekolah rendah sekali. Konsep-konsep dasar hampir tidak dipahami. Mereka cenderung menghafalkan konsep-konsep tanpa pemahaman (Marpaung, 1999).

Menurut Sujono, bila matematika diajarkan dengan cara yang benar, maka matematika dapat mengembangkan kemampuan berpikir dan menalar, dengan demikian maka dapat mengurangi kebiasaan menghafal. Siswa yang terbiasa berpikir akan lebih mudah dan berhasil dalam mempelajari bidang studi yang lain. Dengan kata lain matematika melatih dan mendisiplinkan pikiran (Sujono, 1988).

Rendahnya pemahaman siswa terhadap matematika dapat dilihat dari rendahnya nilai hasil tes matematika dibandingkan dengan nilai hasil tes mata pelajaran lain (Murtiyasa,1987). Rendahnya hasil belajar matematika ini menunjukkan bahwa siswa mengalami kesulitan dalam belajar matematika. Salah satu sumber informasi untuk mengetahui kesulitan siswa dalam belajar matematika adalah dengan meneliti letak kesalahan-kesalahan yang dibuat siswa dalam menyelesaikan soal-soal matematika.

Kesalahan-kesalahan yang dibuat siswa dalam menyelesaikan soal-soal matematika dapat disebabkan oleh kecerobohan siswa, dapat juga disebabkan karena kurangnya pemahaman siswa terhadap suatu konsep atau definisi atau rumus atau teorema yang seharusnya digunakan. Disamping itu banyak konsep, prinsip dan keterampilan dalam matematika kurang dikuasai oleh siswa, dan ini pada akhirnya menyebabkan siswa sering melakukan kesalahan dalam menyelesaikan soal-soal matematika.

Dari sedikit pengalaman penulis selama mengajar, diketahui bahwa siswa sering melakukan kesalahan dalam menyelesaikan soal matematika terutama soal essay, karena kurangnya pemahaman siswa terhadap soal yang diberikan. Hal ini menyebabkan siswa menyelesaikan soal tidak sesuai dengan yang dimaksud oleh soal tersebut. Selain itu siswa kurang menguasai konsep-konsep dalam matematika dan kurang terampil dalam melakukan operasi-operasi hitung dasar, seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian terutama yang berhubungan dengan bilangan negatif dan bilangan pecahan.

Dalam penelitian ini, penulis tertarik untuk mengetahui letak kesulitan siswa dalam bidang studi matematika khususnya pada pokok bahasan Matriks. Matriks merupakan salah satu cabang matematika yang sangat besar manfaatnya untuk membantu memecahkan persoalan-persoalan baik dalam matematika sendiri maupun dalam bidang ilmu yang lain. Dalam Kurikulum Matematika tahun 1994, pokok bahasan Matriks dipelajari di Sekolah Menengah Umum (SMU) Kelas Dua, Caturwulan pertama, sedangkan dalam Penyempurnaan Kurikulum Matematika Tahun 1994 (Suplemen GBPP), pokok bahasan Matriks dipelajari di Kelas Satu, Caturwulan ketiga. Pokok bahasan Matriks merupakan pokok bahasan yang baru bagi siswa-siswa di SMU karena belum pernah dipelajari ditingkat pendidikan sebelumnya (SD maupun SLTP).

Untuk mempelajari Matriks, selain diperlukan kemampuan untuk memahami konsep-konsep Matriks itu sendiri, juga diperlukan kemampuan numerik, yaitu kemampuan melakukan pengerjaan hitung seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, pemangkatan, penarikan akar, dan aplikasi dari pengerjaan-pengerjaan hitung tersebut.

Bagi sebagian siswa, mengerjakan soal Matriks merupakan pekerjaan yang mudah karena merupakan soal menghitung, yang telah mereka pelajari sejak di Sekolah Dasar. Akan tetapi setelah pekerjaannya diperiksa, tidak sedikit yang melakukan kesalahan. Dan ini menunjukkan bahwa siswa mengalami kesulitan dalam menguasai konsep Matriks atau siswa melakukan kecerobohan dalam melakukan perhitungan.

Kesulitan belajar yang dialami siswa dalam mempelajari pokok bahasan Matriks akan diteliti dengan menganalisis kesalahan-kesalahan yang dilakukan siswa dalam menyelesaikan soal-soal Matriks yang diberikan. Dalam hal ini, kesalahan-kesalahan yang diteliti adalah kesalahan yang langsung terlihat pada hasil pekerjaan tertulis siswa. Soal-soal yang diberikan berbentuk essay siswa dituntut untuk menyelesaikan setiap soal disertai dengan langkah-langkah yang tepat. Dari hasil pekerjaan-pekerjaan siswa tersebut akan tampak dimana letak kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal-soal Matriks. Dengan demikian akan diketahui letak kesulitan belajar siswa, apakah itu karena kecerobohan siswa, kurangnya pemahaman siswa akan konsep-konsep Matriks, ataukah karena siswa kurang terampil dalam melakukan operasi-operasi hitung dalam Matriks.

Dengan mengetahui letak kesulitan belajar siswa, guru dapat membantu siswa-siswa yang mengalami kesulitan belajar matematika, khususnya pada pokok bahasan Matriks, dengan cara memperbaiki metode mengajarnya atau dapat pula dengan merencanakan pengajaran remidi terutama bagi siswa yang mengalami kesulitan belajar.

B. PERUMUSAN MASALAH

Rendahnya pencapaian belajar siswa-siswa SMU, menggugah penulis untuk menyelidiki kesulitan-kesulitan belajar yang dialami siswa khususnya dalam pokok bahasan Matriks. Dari uraian diatas, penulis merumuskan masalah sebagai berikut:

"Kesalahan-kesalahan apa saja yang dibuat siswa Kelas II SMU Pangudi Luhur Yogyakarta dalam menyelesaikan soal-soal matriks?"

C. TUJUAN PENELITIAN

Sesuai dengan perumusan masalah diatas, penelitian ini bertujuan untuk mengetahui kesalahan-kesalahan apa saja yang dibuat oleh siswa-siswa Kelas II SMU Pangudi Luhur Yogyakarta dalam menyelesaikan soal-soal Matriks.

D. PERUMUSAN VARIABEL DAN PEMBATASAN ISTILAH

1. Perumusan Variabel

Variabel yang akan diteliti dalam penelitian ini adalah: Jenis kesalahan. Variabel ini berisi jenis-jenis kesalahan yang dibuat siswa kelas II SMU dalam menyelesaikan soal-soal Matriks.

2. Pembatasan Istilah

Dalam laporan penelitian ini ada beberapa istilah yang perlu dijelaskan, agar tidak menimbulkan pengertian yang berbeda-beda. Istilah-istilah yang akan dibahas antara lain:

1. Kesulitan

   Siswa dikatakan mengalami kesulitan apabila siswa merasakan adanya hambatan ketika menyelesaikan soal yang diberikan. Jika seorang siswa mengalami kesulitan, maka ia cenderung akan membuat kesalahan. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa kesulitan bisa menyebabkan terjadinya kesalahan.

2. Kesalahan

   Kesalahan yang dimaksud dalam penelitian ini adalah kesalahan yang langsung terlihat pada hasil pekerjaan tertulis siswa dalam menyelesaikan soal-soal Matriks.

3. Definisi Matriks

Matriks didefinisikan sebagai susunan sekelompok bilangan dalam bentuk persegipanjang yang diatur menurut baris dan kolom dan dibatasi dengan tanda kurung (kurung biasa atau kurung siku). Dalam penelitian ini, penulis menggunakan kurung biasa.

Misal: $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$, A merupakan Matriks yang elemen-elemennya adalah 1, 3, 4,dan 5.

E. MANFAAT PENELITIAN

1. Bagi Guru Bidang Studi Matematika

   Hasil penelitian ini diharapkan dapat membantu guru menyusun program remidi bagi siswa yang mengalami kesulitan belajar matematika, khususnya pada pokok bahasan Matriks. Dengan mengetahui jenis-jenis kesalahan yang dibuat siswa dalam mengerjakan soal Matriks ini, guru akan lebih mudah membuat program bantuan untuk siswa.

2. Bagi Penulis Sebagai Calon Guru

   Hasil penelitian ini diharapkan agar penulis dapat berusaha untuk mengantisipasi masalah-masalah yang akan timbul setelah terjun langsung kelapangan.

3. Menarik minat guru (calon guru) matematika untuk menganalisis kesalahan siswa sebagai titik tolak perencanaan pengajaran remedial.

BAB II

LANDASAN TEORI

A. KONSEP DAN PEMAHAMAN KONSEP

Matematika diakui oleh banyak orang sebagai suatu mata pelajaran yang sulit dipahami oleh siswa. Pertama-tama, sebabnya ialah karena obyeknya abstrak dan hanya ada dalam pikiran manusia, tidak terdapat dalam dunia nyata yang dapat diamati dengan panca indera (Marpaung, 1998).

Dienes, salah seorang ahli matematika, mengatakan bahwa sebenarnya konsep adalah struktur matematika, dan ada tiga macam konsep matematika, yaitu:

1. Konsep matematika murni, yaitu konsep yang berhubungan dengan pengelompokan bilangan-bilangan dan tidak bergantung pada bagaimana bilangan-bilangan itu disajikan.
2. Konsep notasi, yaitu konsep yang berhubungan dengan sifat bilangan sebagai konsekuensi dari penulisannya (representasinya).
3. Konsep matematika terapan, yaitu konsep yang keberadaannya ditentukan oleh penerapan matematika pada keadaan praktis. (Bell, 1970).

Menurut Marpaung, pembelajaran matematika akan efektif bila pembelajaran itu bermakna bagi siswa. Bermakna disini mempunyai arti, bahwa informasi yang diterima dapat masuk dalam frame yang dimiliki siswa. Dengan kata lain suatu informasi baru akan mudah dipahami siswa bila terkait dengan pengalaman yang sudah dimiliki siswa. Di lain pihak, bermakna dapat juga berarti bahwa siswa dapat merepresentasikan dalam model-model yang dapat dipersepsinya. Kesulitan siswa mengerjakan soal-soal atau tugas-tugas yang diberikan guru banyak dipengaruhi oleh tidak adanya bayangan dalam pikiran siswa tentang makna suatu konsep (Marpaung, 1995:5).

Bruner (1966) menyatakan bahwa matematika akan lebih berhasil jika proses pengajaran diarahkan kepada konsep-konsep dan struktur-struktur yang termuat dalam pokok bahasan yang diajarkan. Herman Hudoyo menyimpulkan bahwa pengalaman belajar yang lalu atau pengetahuan-pengetahuan prasyarat memegang peranan penting dalam proses memahami konsep-konsep baru, dengan akibat bahwa konsep yang baru itu kemungkinan besar lalu hanya dihafalkan begitu saja. Di dalam matematika, bila konsep A dan konsep B mendasari konsep C, maka konsep C tidak mungkin dipelajari sebelum konsep A dan konsep B dipelajari terlebih dahulu. Demikian pula jika konsep C mendasari konsep D, maka konsep D baru dapat dipelajari bila konsep C sudah dipahami, demikian seterusnya (Herman H., 1979:93).

Disamping itu, Dienes menyebutkan bahwa proses pemahaman suatu konsep berjalan dari pengalaman ke penetapan klasifikasi. Berarti pemahaman konsep atau ide matematika yang baru harus didasarkan pada pengalaman yang terdahulu, karena siswa akan ingat konsep baru secara baik bila konsep baru itu tidak bertentangan dengan yang telah dikenal sebelumnya (Herman H., 1979:110).

Demikian pula dalam pokok bahasan matriks, banyak digunakan perhitungan-perhitungan seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, pemangkatan dan penarikan akar. Dan kemungkinan akan terjadi kesalahan ketika siswa melakukan operasi-operasi hitung tersebut, karena hal ini merupakan ketrampilan dan pengetahuan yang sangat mendasar. Oleh karena itu siswa harus sudah memahami konsep-konsep perhitungan dalam himpunan bilangan real, yang merupakan pengetahuan yang sangat mendasar tersebut.

Berikut ini akan dijelaskan konsep-konsep matriks yang dipelajari di Sekolah Menengah Umum, disertai dengan contoh-contohnya.

B. KONSEP MATRIKS YANG DIPELAJARI DI SMU

Pokok bahasan Matriks merupakan pokok bahasan yang baru bagi siswa-siswa di SMU, karena belum pernah dipelajari di tingkat pendidikan sebelumnya (SD maupun SLTP). Dalam mempelajari pokok bahasan Matriks banyak digunakan perhitungan-perhitungan seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian. Operasi-operasi hitung tersebut merupakan keterampilan dan pengetahuan yang sangat mendasar, untuk itu siswa dituntut benar-benar telah menguasai pengetahuan-pengetahuan prasyarat tersebut.

Di sini akan dijelaskan mengenai pengertian suatu matriks, kesamaan dua matriks, transpos suatu matriks, operasi-operasi pada matriks, determinan suatu matriks, dan invers suatu matriks. Operasi-operasi pada matriks meliputi: penjumlahan matriks, pengurangan matriks, perkalian skalar dengan suatu matriks, perkalian matriks dan pemangkatan matriks persegi. Untuk determinan suatu matriks dan invers suatu matriks dibatasi pada matriks persegi berordo dua.

1. Pengertian Suatu Matriks

Matriks adalah susunan sekelompok bilangan dalam bentuk persegipanjang yang diatur menurut baris dan kolom dan dibatasi dengan tanda kurung (kurung biasa atau kurung siku). Dalam penelitian ini penulis menggunakan kurung biasa.

Sebuah matriks dapat diberi nama dan nama itu biasanya dinyatakan dengan memakai huruf besar (kapital), seperti A, B, C, ... dan seterusnya. Jika matriks A terdiri dari m baris dan n kolom, maka matriks itu berordo mxn dan ditulis sebagai: $A_{m \times n}$. Banyaknya elemen matriks A sama dengan (mxn) buah. Matriks A yang berordo mxn dapat disajikan sebagai:

$$A_{m \times n} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ . & . & \cdots & . \\ . & . & \cdots & . \\ . & . & \cdots & . \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

, dengan a_{ij} adalah elemen pada baris ke-i dan kolom ke-j.

Contoh:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Banyaknya baris 2 dan banyaknya kolom 2, dikatakan matriks A berordo 2x2. Matriks A yang berordo 2x2 ini dituliskan sebagai: $A_{2 \times 2}$.

2. Kesamaan Dua Matriks

Dua buah matriks A dan B dikatakan sama, jika dan hanya jika kedua matriks itu mempunyai ordo sama dan elemen-elemen yang seletak sama.

Contoh:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -4 & 5 \end{pmatrix},\quad B = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix},\ \text{dan}\ \ C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$$

Matriks A dan B berordo sama, akan tetapi ada elemen yang seletak tidak sama, maka A tidak sama dengan B, ditulis $A \neq B$.

Matriks A dan C berordo sama dan elemen-elemen yang seletak juga sama. Jadi, A sama dengan C, ditulis $A = C$.

3. Pengertian Transpos Suatu Matriks

Transpos dari matriks A adalah sebuah matriks baru yang disusun dengan cara menuliskan baris pertama matriks A menjadi kolom pertama matriks baru, baris kedua matriks A menjadi kolom kedua matriks baru, baris ketiga matriks A menjadi kolom ketiga matriks baru, dan seterusnya.

Transpos dari matriks A dilambangkan dengan A' atau A^T

Contoh:

Bila $Q = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$;

maka transpos dari Q adalah $Q^T = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$.

4. Operasi-Operasi Matriks

a. Penjumlahan Matriks

Jika A dan B adalah dua buah matriks yang berordo sama, maka jumlah matriks A dan B (ditulis A + B) adalah sebuah matriks baru yang didapat dengan cara menjumlahkan elemen-elemen matriks A dengan elemen-elemen matriks B yang seletak.

$$\mathrm{A}+\mathrm{B}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} \end{pmatrix}$$

Contoh:

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3+4 & 4+5 \\ 7+6 & 6+(-2) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 7 & 9 \\ 13 & 4 \end{pmatrix}.$$

Sifat-sifat penjumlahan matriks:

1) Bersifat komutatif : A+B = B+A.
2) Bersifat assosiatif : (A+B)+C = A+(B+C).
3) Terdapat sebuah matriks identitas yaitu matriks O : A+O = O+A = A.
4) Setiap matriks A mempunyai lawan atau negatif -A : A+(-A) = O.

b. Pengurangan Matriks

Jika A dan B adalah dua buah matriks yang berordo sama, maka pengurangan matriks A dengan B (ditulis A-B) adalah sebuah matriks baru yang didapat dengan mengurangkan elemen-elemen matriks A dengan elemen-elemen matriks B yang seletak.

$$A - B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} - b_{11} & a_{12} - b_{12} \\ a_{21} - b_{21} & a_{22} - b_{22} \end{pmatrix}$$

Contoh:

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -9 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-1 & -5-(-9) \\ 4-5 & 2-7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}$$

Sifat-sifat penjumlahan matriks tidak berlaku pada pengurangan matriks.

c. Perkalian Bilangan Real (Skalar) dengan Sebuah Matriks

Jika A adalah sebuah matriks dan k adalah bilangan real, maka kA adalah sebuah matriks baru yang didapat dari hasil perkalian k dengan elemen-elemen matriks A. Dalam aljabar matriks, bilangan real k sering disebut sebagai skalar. Operasi perkalian bilangan real k dengan matriks A disebut perkalian skalar.

$$k\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka_{11} & ka_{12} & ka_{13} \\ ka_{21} & ka_{22} & ka_{23} \end{pmatrix}$$

Contoh:

$$2\begin{pmatrix} 2 & 4 & -2 \\ 5 & 6 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x2 & 2x4 & 2x(-2) \\ 2x5 & 2x6 & 2x(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 8 & -4 \\ 10 & 12 & -2 \end{pmatrix}$$

Sifat-sifat perkalian matriks dengan skalar:

Jika p dan q adalah bilangan real, serta A dan B adalah matriks berordo (m x n) maka:

1) (p+q)A = pA + qA

2) p(A+B) = pA + pB

3) p(qA) = (pq)A

4) 1A = A

5) (-1)A = -A

d. Perkalian Matriks

Perkalian matriks A dengan matriks B (ditulis A · B) ada hasilnya, jika banyak kolom matriks A (matriks yang kiri) sama dengan banyak baris matriks B (matriks yang kanan).

Perkalian matriks dapat dilakukan dengan menggunakan aturan sebagai berikut: "Mengalikan tiap elemen pada baris matriks sebelah kiri dengan elemen-elemennya yang bersesuaian pada kolom matriks sebelah kanan, kemudian hasilnya dijumlahkan".

Misalkan A adalah matriks berordo 2x2 dan B matriks berordo 2x2 dengan,

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$$

Jika hasil perkalian matriks A dengan matriks B itu adalah matriks C, maka matriks C berordo 2x2. Elemen-elemen matriks C dapat ditentukan dengan proses baris pada kolom sebagai berikut:

$$\underset{A}{\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}} \cdot \underset{B}{\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{pmatrix} = \underset{C}{\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix}}$$

Elemen matriks C, yaitu c_{ij} diperoleh dengan mengalikan setiap elemen pada baris ke-i matriks A dengan elemen-elemennya yang bersesuaian pada kolom ke-j matriks B, kemudian hasilnya dijumlahkan.

Contoh:

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 & 5 & 7 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4(-2)+3(1) & 4(5)+3(4) & 4(7)+3(9) \\ -2(-2)+1(1) & -2(5)+1(4) & -2(7)+1(9) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -8+3 & 20+12 & 28+27 \\ 4+1 & -10+4 & -14+9 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -5 & 32 & 55 \\ 5 & -6 & -5 \end{pmatrix}$$

Sifat-sifat perkalian Matriks:

1) Perkalian matriks pada umumnya tidak komutatif : $A \cdot B \neq B \cdot A$.

2) Perkalian matriks bersifat assosiatif : $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$.

3) Perkalian matriks bersifat distributif :

   Distributif kiri : $A \cdot (B+C) = A \cdot B + A \cdot C$.

   Distributif kanan: $(B+C) \cdot A = B \cdot A + C \cdot A$.

4) Dalam perkalian matriks yang hanya memuat matriks-matriks persegi dengan ordo yang sama, terdapat sebuah matriks identitas yakni matriks satuan $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, yang bersifat: $I \cdot A = A \cdot I = A$.

5). (a) Jika $A \cdot B = O$, belum tentu $A = O$ atau $B = O$.

   Contoh:

   Jika diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$;

   maka $A \cdot B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} -1(2)+2(1) & -1(2)+2(1) \\ 3(2)+(-6)1 & 3(2)+(-6)1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = O$$

Tampak bahwa meskipun $A \cdot B = O$, belum tentu $A = O$ atau $B = O$.

(b) Jika $A \cdot B = A \cdot C$, belum tentu $B = C$.

Contoh:

Jika diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; dan $C = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$;

maka $A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1(0)+2(0) & 1(0)+2(1) \\ 3(0)+6(0) & 3(0)+6(1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$;

$$A \cdot C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1(-2)+2(1) & 1(0)+2(1) \\ 3(-2)+6(1) & 3(0)+6(1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 6 \end{pmatrix};$$

Tampak bahwa $A \cdot B = A \cdot C$, belum tentu $B = C$.

6) Jika p dan q adalah bilangan-bilangan real serta A dan B adalah matriks-matriks, maka berlaku hubungan: $(pA) \cdot (qB) = (pq)(A \cdot B)$.

7) Jika A^T dan B^T berturut-turut adalah transpos dari matriks A dan matriks B, maka berlaku hubungan: $(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$.

e. Pengertian Pemangkatan Matriks Persegi

Dalam aljabar bilangan real, perkalian berulang dengan faktor-faktor yang sama dapat dinyatakan dalam bentuk bilangan berpangkat dengan eksponen positif. Misalkan, a bilangan real, maka:

$a \cdot a = a^2$

$a \cdot a \cdot a = a \cdot a^2 = a^3$

$a \cdot a \cdot a \cdot a = a \cdot a^3 = a^4$

....

$a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a = a \cdot a^{n-1} = a^n$

Pengertian pemangkatan dalam aljabar bilangan real itu dapat diperluas pada pemangkatan matriks persegi. Jadi, jika A matriks persegi maka:

$A^2 = A \cdot A$

$A^3 = A \cdot A^2 = A \cdot A \cdot A$

$A^4 = A \cdot A^3 = A \cdot A \cdot A \cdot A$, demikian seterusnya

....

$A^n = A \cdot A^{n-1} = A \cdot A \cdot A \cdot \ldots \cdot A$

Contoh:

Jika $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$;

maka $A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} 9+(-4) & (-3)+(-5) \\ 12+20 & (-4)+25 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 5 & -8 \\ 32 & 21 \end{pmatrix}$$

5. Determinan Matriks Persegi Berordo Dua

Dalam penelitian ini, determinan suatu matriks dibatasi pada determinan matriks persegi berordo dua. Sebelum membahas mengenai determinan matriks persegi berordo dua, terlebih dahulu akan dibahas mengenai permutasi dan determinan matriks persegi.

a. Permutasi

Banyaknya permutasi dari n bilangan bulat adalah n!. Sebagai contoh, banyaknya permutasi dari bilangan bulat 1, 2, 3 yang diambil secara bersama-sama adalah $3! = 6$, yaitu: 123 132 213 231 312 321

Jika dalam suatu permutasi yang diketahui, bilangan bulat yang lebih besar mendahului bilangan yang lebih kecil, dikatakan terdapat inversi. Jika dalam permutasi yang diberikan banyaknya inversi adalah genap, permutasi itu disebut genap. Jika dalam permutasi yang diberikan banyaknya inversi adalah ganjil, permutasi itu disebut ganjil. Misalnya, permutasi 123 adalah genap karena tidak terdapat inversi, permutasi 132 adalah ganjil karena 3 mendahului 2, permutasi 312 adalah genap karena 3 mendahului 1 dan 3 mendahului 2, dan seterusnya.

b. Determinan Matriks Persegi

Pandang matriks persegi berordo n berikut:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

dan hasilkali $a_{1j_1}a_{2j_2}a_{3j_3}\ldots a_{nj_n}$ dari n elemen-elemennya yang dipilih sedemikian sehingga satu hanya satu elemen berasal dari suatu baris dan hanya satu elemen berasal dari suatu kolom.

Pada $a_{1j_1}a_{2j_2}a_{3j_3}\ldots a_{nj_n}$, barisan indeks pertama adalah urutan biasa 1,2,3,..., n; dan barisan $j_1, j_2, j_3, \ldots, j_n$ dari indeks kedua adalah salah satu dari n! permutasi bilangan bulat 1,2,3, ..., n.

Untuk permutasi indeks kedua $j_1, j_2, j_3, \ldots, j_n$ yang diberikan, didefinisikan $\varepsilon\, j_1 j_2 j_3 \cdots j_n = +1$ atau -1 tergantung kepada apakah permutasi genap atau ganjil, dan bentuk hasilkali bertanda $\varepsilon\, j_1 j_2 j_3 \cdots j_n \; a_{1j_1}a_{2j_2}a_{3j_3}\ldots a_{nj_n}$. Dengan determinan A, dinyatakan oleh $|A|$, diartikan sebagai jumlah semua hasilkali bertanda yang berlainan berbentuk $\varepsilon\, j_1 j_2 j_3 \cdots j_n \; a_{1j_1}a_{2j_2}a_{3j_3}\ldots a_{nj_n}$, disebut suku dari $|A|$, yang dapat dibentuk dari elemen-elemen A; jadi,

$$|A| = \sum_{\rho} \varepsilon\, j_1 j_2 j_3 \cdots j_n \; a_{1j_1}a_{2j_2}a_{3j_3}\ldots a_{nj_n}$$

dengan penjumlahan meluas sampai $\rho = n!$ permutasi $j_1 j_2 j_3 \cdots j_n$ dari bilangan bulat 1,2,3,...,n. Determinan suatu matriks persegi berordo n disebut determinan berordo n.

c. Determinan Matriks Berordo Dua

Dalam penelitian ini determinan matriks dibatasi pada determinan matriks persegi berordo dua. Untuk n = 2, didapat:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = \varepsilon_{12}a_{11}a_{22} + \varepsilon_{21}a_{12}a_{21} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

Selain cara diatas, untuk menentukan determinan matriks persegi berordo dua dapat dilakukan dengan cara sebagai berikut:

Misalkan A adalah matriks persegi berordo dua yang dituliskan dalam bentuk $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. Elemen-elemen yang terletak pada diagonal utama dari matriks A ditunjukkan oleh a dan d, sedangkan elemen-elemen yang terletak pada diagonal sampingnya ditunjukkan oleh b dan c. Hasilkali elemen-elemen yang terletak pada diagonal utama dikurangi hasilkali elemen-elemen yang terletak pada diagonal samping, yaitu (ad - bc), disebut determinan matriks A. Determinan matriks A biasanya disingkat dengan det A atau dilambangkan dengan $|A|$.

Determinan matriks $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ dituliskan sebagai berikut:

$$\det A = |A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = (ad - bc).$$

Contoh:

Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 9 & 5 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$;

maka determinannya adalah $\det A = \begin{vmatrix} 9 & 5 \\ 7 & 4 \end{vmatrix} = 9(4) - 5(7) = 36 - 35 = 1.$

6. Invers Matriks

Invers matriks dalam penelitian ini dibatasi pada invers matriks persegi berordo dua.

Pengertian dua matriks saling invers, yaitu:

Jika A dan B masing-masing adalah matriks persegi dan mempunyai ordo yang sama, serta berlaku hubungan: $A \cdot B = B \cdot A = I$, maka B adalah invers A dan A adalah invers B (A dan B saling invers).

Dalam hal ini, pernyataan B adalah invers dari A ditulis $B = A^{-1}$ dan A adalah invers B ditulis $A = B^{-1}$. Perlu diingat bahwa notasi A^{-1} tidak diartikan sebagai $\frac{1}{A}$, karena dalam aljabar matriks tidak didefinisikan adanya operasi pembagian.

Untuk menentukan invers matriks persegi berordo dua, perlu dipahami pengertian determinan matriks persegi berordo dua, minor dan kofaktor, serta adjoin dari suatu matriks. Pengertian determinan matriks persegi berordo dua telah dibahas didepan, disamping itu;

(i) jika det A = 0, maka A dinamakan matriks singular, dalam hal ini A^{-1} tidak dapat ditentukan,

(ii) jika det A $\neq$ 0, maka A dinamakan matriks nonsingular, dalam hal ini A^{-1} dapat ditentukan.

Berikut ini akan dijelaskan pengertian minor dan kofaktor, serta adjoin dari suatu matriks.

a. Minor dan Kofaktor

Misal A matriks persegi berordo n yang determinannya diberikan oleh:

$|A| = \sum_{p} \varepsilon j_1 j_2 j_3 \cdots j_n \; a_{1j_1} a_{2j_2} a_{3j_3} \ldots a_{nj_n}$. Bila elemen-elemen baris ke-i dan kolom ke-j dari A dihapus, determinan matriks persegi sisanya (berordo (n - 1)), disebut minor dari determinan matriks A, dilambangkan dengan $|M_{ij}|$. Minor dari determinan matriks A sering disebut minor a_{ij}.

Jika $|M_{ij}|$ adalah minor a_{ij} dari matriks A maka bentuk $(-1)^{i+j}|M_{ij}|$ disebut kofaktor a_{ij}. Kofaktor a_{ij} dilambangkan dengan α_{ij}. Jadi kofaktor a_{ij} dapat ditentukan dengan rumus:

$$\alpha_{ij} = (-1)^{i+j}|M_{ij}|$$

b. Adjoin

Misal A matriks persegi berordo n, dan α_{ij} adalah kofaktor dari a_{ij}, maka menurut definisi, adjoin A (disingkat adj A) ditentukan sebagai berikut:

$$\text{adj } A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{21} & \cdots & \alpha_{n1} \\ \alpha_{12} & \alpha_{22} & \cdots & \alpha_{n2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \alpha_{1n} & \alpha_{2n} & \cdots & \alpha_{nn} \end{pmatrix}$$

c. Invers Matriks

Setelah dapat menentukan determinan dan adjoin dari suatu matriks persegi berordo n, maka invers matriks persegi berordo n dapat ditentukan dengan menggunakan definisi berikut ini:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \text{ adj } A; \text{ dengan } |A| \neq 0$$

Contoh:

Untuk matriks persegi berordo dua.

Jika diketahui $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$; maka $\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$;

Minor dari A adalah:

Minor a_{11} adalah $|M_{11}| = a_{22}$

Minor a_{12} adalah $|M_{12}| = a_{21}$

Minor a_{21} adalah $|M_{21}| = a_{12}$

Minor a_{22} adalah $|M_{22}| = a_{11}$

Kofaktor dari A adalah:

$\alpha_{11} = (-1)^{1+1}|M_{11}| = |M_{11}| = a_{22}$

$\alpha_{12} = (-1)^{1+2}|M_{12}| = -|M_{12}| = -a_{21}$

$\alpha_{21} = (-1)^{2+1}|M_{21}| = -|M_{21}| = -a_{12}$

$\alpha_{22} = (-1)^{2+2}|M_{22}| = |M_{22}| = a_{11}$

$$\text{Adj A} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{21} \\ \alpha_{12} & \alpha_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{pmatrix}$$

Jadi invers A adalah: $A^{-1} = \dfrac{1}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \begin{pmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{pmatrix}$

Selain menggunakan cara diatas, untuk menentukan invers matriks persegi berordo dua dapat juga menggunakan cara sebagai berikut:

Invers matriks persegi berordo dua didefinisikan sebagai berikut:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \text{ adj A};$$

dengan $|A| \neq 0$ dan adj A ditentukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

(i) elemen-elemen pada diagonal utama dipertukarkan,

(ii) tanda elemen-elemen pada diagonal samping diganti dengan lawannya.

Misalkan $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$;

maka invers matriks A adalah: $A^{-1} = \dfrac{1}{ad - bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

Contoh:

Tentukan invers dari matriks $A = \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$

$\det A = |A| = \begin{vmatrix} 4 & 9 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} = 4(7) - 9(3) = 28 - 27 = 1$,

maka invers matriks A adalah: $A^{-1} = \dfrac{1}{1}\begin{pmatrix} 7 & -9 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -9 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$

C. ANALISIS KESALAHAN DALAM PENGAJARAN MATEMATIKA

Akhir-akhir ini telah banyak dilakukan penelitian dalam bidang pendidikan matematika, diantaranya penelitian dengan metode analisis kesalahan dalam pengajaran matematika. Dalam penelitian ini pun penulis menggunakan metode analisis kesalahan untuk menyelidiki kesalahan-kesalahan apa saja yang dibuat oleh siswa SMU dalam menyelesaikan soal-soal Matriks.

Untuk mendukung penelitian ini, penulis akan membahas penelitian tentang analisis kesalahan yang dilakukan oleh Cox (1975), Hadar, Zaslavsky dan Inbar (1987), serta Robert (1988).

Cox dari Pasific Lutheran University melakukan penelitian untuk mengidentifikasikan kesalahan-kesalahan sistematis yang sering terjadi dalam penjumlahan biasa, pengurangan, perkalian dan pembagian.

Operasi-operasi hitung tersebut merupakan materi prasyarat yang harus dikuasai oleh siswa dalam menyelesaikan soal-soal matriks. Oleh karena itu penting bagi penulis untuk membahas penelitian yang dilakukan oleh Cox.

Cox melakukan pengumpulan data selama satu tahun dimulai dari bulan September 1972, secara berturut-turut mengenai penjumlahan dan pengurangan, perkalian dan pembagian. Siswa yang diikutsertakan dalam penelitian sudah mendapat pelajaran tentang algoritma dan terampil mengerjakan penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian dengan algoritma. Cox mengklasifikasikan hasil analisis kesalahannya menurut kategori kesalahan berikut:

a. Kesalahan Sistematis

Kesalahan ini terjadi jika siswa membuat kesalahan dengan pola kesalahan yang sama pada paling sedikit 3 soal dari 5 soal yang diberikan. Dalam hal ini, siswa mempunyai anggapan yang salah tentang suatu konsep.

Contoh kesalahan sistematis:

$$\begin{array}{r} 2\,3 \\ 4 \\ \hline 9 \end{array}+\;; \qquad \begin{array}{r} 9\,3 \\ 2 \\ \hline 4 \end{array}-\;; \qquad \begin{array}{r} 1\,5\,4 \\ 2\,3 \\ \hline 1\,5 \end{array}+$$

Dalam contoh tersebut, siswa menjumlahkan 23 dan 4 adalah dengan menjumlahkan masing-masing "digit" secara terpisah (2+3+4=9), dan menjumlahkan 154 dan 23 adalah dengan menjumlahkan masing-masing "digit" secara terpisah (1+5+4+2+3=15), demikian pula siswa mengurangkan 93 dengan 2 adalah dengan mengurangkan masing-masing "digit" secara terpisah (9-3-2=4).

b. Kesalahan Random

Kesalahan ini terjadi jika siswa membuat kesalahan pada paling sedikit 3 soal dari 5 soal yang ada tetapi dengan pola kesalahan yang berbeda.

c. Kesalahan Kecerobohan

Kesalahan ini terjadi jika siswa hanya membuat satu atau dua kesalahan dari 5 soal yang diberikan. Dalam hal ini, pada dasarnya siswa mengetahui bagaimana mengerjakan soal tersebut.

d. Lembar Data Tidak Lengkap

Siswa tidak mengerjakan seluruh soal, ada beberapa soal yang tidak dikerjakan sehingga tidak dapat diklasifikasikan pada salah satu tipe kesalahan diatas.

Dari hasil penelitiannya, kesalahan yang paling sering terjadi adalah kesalahan pada pengurangan. Sedangkan kesalahan pada operasi perkalian sangat kompleks dan tiap kesalahan dibuat secara individu, yaitu kesalahan yang dibuat oleh siswa yang satu berbeda dengan kesalahan yang dibuat siswa lainnya. Disamping itu dari hasil penelitiannya, Cox memperoleh hasil bahwa kesalahan sistematis merupakan kejadian yang berlangsung lama.

Hadar dan kawan-kawan mengadakan penelitian dalam suatu ujian akhir pada pelajaran matematika di sekolah menengah (High School) di Israel. Yang mendorong Hadar dan kawan-kawan mengadakan penelitian adalah kegagalan yang berulang-ulang dengan prosentase yang cukup besar pada ujian akhir sebelumnya. Dalam penelitian tersebut mereka tidak menggunakan landasan teori untuk memulainya, jadi hanya bergantung pada data jawaban-jawaban siswa pada satu ujian. Kesalahan-kesalahan yang dibuat oleh siswa dianalisis secara kualitatif dalam analisis yang disebut "Constructive error analysis". Dalam proses analisis kesalahan ini, Hadar dan kawan-kawan mengklasifikasikan kesalahan dalam lima tipe kesalahan, yaitu:

a. Siswa menambah atau mengabaikan data.
b. Siswa menterjemahkan pernyataan verbal kedalam pernyataan matematika dengan arti yang berbeda.
c. Siswa menggunakan teorema atau definisi yang salah.
d. Siswa menggunakan logika secara salah dalam mengambil kesimpulan.
e. Siswa membuat kesalahan dalam keterampilan dasar.

Kelima kategori kesalahan diatas bersifat hipotesis. Pada tahun berikutnya, mereka mengadakan penelitian lagi dengan menambah satu kriteria baru, yaitu "penyelesaian yang tidak diperiksa kembali".

Kemudian Hadar dan kawan-kawan menetapkan model klasifikasi kesalahan yang dibuat oleh para siswa sekolah menengah di Israel sebagai berikut:

a. Kesalahan data.
b. Kesalahan menginterpretasikan bahasa.
c. Kesalahan menggunakan logika untuk menarik kesimpulan.

d. Kesalahan menggunakan definisi atau teorema.

e. Kesalahan teknis.

Penjelasan dari tiap-tiap kategori kesalahan menurut Hadar dan kawan-kawan adalah sebagai berikut :

a. Kesalahan data

Kategori ini meliputi kesalahan-kesalahan yang dapat dihubungkan dengan ketidaksesuaian antara data yang diketahui dengan data yang dikutip oleh peserta tes. Kategoti ini meliputi kesalahan-kesalahan berikut:

1) Menambah data yang tidak ada hubungannya dengan soal.
2) Mengabaikan data penting yang diberikan.
3) Menguraikan syarat-syarat (dalam pembuktian, perhitungan) yang sebenarnya tidak dibutuhkan dalam masalah.
4) Mengartikan informasi tidak sesuai dengan teks yang sebenarnya.
5) Mengganti syarat yang ditentukan dengan informasi lain yang tidak sesuai.
6) Menggunakan nilai suatu variabel untuk variabel yang lain.
7) Salah menyalin soal.

b. Kesalahan menginterpretasikan bahasa

Yang termasuk dalam kategori kesalahan ini adalah:

1) Mengubah bahasa sehari-hari kedalam bentuk persamaan matematika dengan arti yang berbeda.
2) Menuliskan simbol dari suatu konsep dengan simbol lain yang artinya berbeda.

3) Salah mengartikan grafik.

c. Kesalahan menggunakan logika untuk menarik kesimpulan

Pada umumnya, yang termasuk kategori ini adalah kesalahan-kesalahan di dalam menarik kesimpulan dari suatu bentuk informasi yang diberikan atau dari kesimpulan sebelumnya, yaitu:

1) Dari pernyataan bentuk implikasi $p \Rightarrow q$, siswa menarik kesimpulan sebagai berikut:

- bila q diketahui terjadi, maka p pasti terjadi.
- bila diketahui p salah, maka q pasti juga salah.

2) Mengambil kesimpulan yang tidak benar, misalnya memberikan q sebagai akibat dari p tanpa dapat menjelaskan urutan pembuktian yang betul.

d. Kesalahan menggunakan definisi atau teorema

Kesalahan ini merupakan suatu penyimpangan dari prinsip, aturan, teorema atau definisi yang pokok dan khas. Yang termasuk kesalahan ini antara lain:

1) Menerapkan suatu teorema pada kondisi yang tidak sesuai. Misalnya menerapkan hukum: $\dfrac{a}{\sin \alpha} = \dfrac{b}{\sin \beta}$; dimana unsur-unsur a dan α terdapat pada segitiga yang berbeda dengan segitiga yang memuat unsur-unsur b dan β.

2) Menerapkan sifat distributif untuk fungsi atau operasi yang bukan distributif. Misalnya:

- $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha + \sin\beta$
- $(a+b)^n = a^n + b^n$

3) Tidak teliti atau tidak tepat dalam mengutip definisi, rumus atau teorema.

e. Penyelesaian yang tidak diperiksa kembali

Kesalahan ini terjadi jika setiap langkah yang ditempuh oleh peserta tes benar, akan tetapi hasil akhir yang diberikan bukan penyelesaian dari soal tersebut.

f. Kesalahan teknis

Yang termasuk dalam kategori ini adalah:

1) Kesalahan-kesalahan perhitungan, contoh: $7 \times 8 = 54$.

2) Kesalahan di dalam mengutip data dari tabel.

3) Kesalahan dalam memanipulasi simbol-simbol aljabar dasar, misalnya: menulis $a\text{-}4 \cdot b\text{-}4$ sebagai pengganti dari (a-4) (b-4).

Robert (1988) mengidentifikasi empat kategori kesalahan yang sering disebut "kegagalan strategi" dalam studi kasus tentang penulisan hasil penghitungan siswa. Kategori kesalahan tersebut sebagai berikut:

1. Kesalahan Operasi

Kesalahan operasi ini sering terjadi pada siswa karena siswa berusaha untuk menjawab dengan melakukan operasi yang biasanya tidak dilakukan untuk menyelesaikan suatu masalah.

Contoh: Pada soal persamaan linear, seharusnya digunakan operasi pembagian untuk menyelesaikan soal tersebut, tetapi siswa menggunakan operasi pengurangan.

Dalam penelitian ini, kesalahan operasi mungkin dilakukan siswa, khususnya dalam menyelesaikan soal perkalian matriks dengan skalar.

2. Kesalahan Penghitungan

Kebiasaan salah menghitung ini sering terjadi pada siswa, mungkin karena tergesa-gesa atau karena faktor kecerobohan yang lain. Pada kategori ini siswa sudah menerapkan operasi dengan benar tetapi salah dalam menghitung angka-angkanya sehingga jawabannya salah.

Contoh: 354 + 123 = 476, operasi penjumlahan sudah dikerjakan dengan baik. Kesalahan terletak pada hasil penjumlahan satuannya (4+3=6).

Dalam penelitian ini kesalahan tersebut mungkin akan sering terjadi, karena dalam matriks melibatkan operasi-operasi hitung dasar, seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian.

3. Penggunaan Algoritma Yang Tidak Sempurna

Pada kategori ini siswa sudah menggunakan cara pengoperasian yang tepat, melakukan cara penghitungan yang benar tetapi kesalahannya terletak pada langkah-langkah yang diambil.

Contoh: Diberikan soal mengenai pemangkatan matriks persegi pada siswa. Siswa telah menggunakan cara mengalikan matriks yang diketahui dengan matriks yang sama, tetapi pada langkah selanjutnya, siswa mengalikan elemen-elemen matriks yang seletak. Padahal untuk perkalian matriks digunakan proses "baris pada kolom".

4. Jawaban Acak

Kategori jawaban acak yang diklasifikasikan oleh Robert ini menekankan pada pekerjaan siswa yang sembarangan tanpa pemikiran yang rasional. Siswa sama sekali tidak memperhatikan cara operasi mana yang dipakai, tidak melakukan penghitungan dengan benar, juga tidak menggunakan algoritma tertentu dalam menyelesaikan suatu masalah tetapi hanya secara langsung menjawab, sehingga jawaban yang diberikan tidak ada hubungannya dengan masalah yang ditanyakan.

Contoh: Diberikan soal perkalian antara ratusan dengan ratusan. Tanpa menghitung siswa langsung menjawab soal tersebut secara acak. Misalkan: 345 x 231 = 71125.

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

A. JENIS PENELITIAN

Penelitian ini termasuk jenis penelitian deskriptif, karena bertujuan untuk mendeskripsikan suatu gejala, peristiwa atau kejadian yang terjadi pada saat sekarang. Selain itu, penelitian ini secara khusus merupakan penelitian kualitatif, karena lebih menekankan pada proses daripada hasil.

B. POPULASI DAN SAMPEL PENELITIAN

1. Populasi Penelitian

Populasi dalam penelitian ini adalah himpunan semua siswa Kelas II SMU Pangudi Luhur Yogyakarta Tahun Ajaran 1999/2000. Banyaknya Kelas II pada SMU Pangudi Luhur Yogyakarta Tahun Ajaran 1999/2000 ada 4 kelas, dengan perincian sebagai berikut:

Kelas	Banyaknya Siswa
II.1	39 siswa
II.2	40 siswa
II.3	39 siswa
II.4	39 siswa
Banyak siswa seluruhnya	157 siswa

2. Sampel Penelitian

Dalam penelitian ini penulis tidak mengambil keseluruhan populasi, karena keterbatasan dana, waktu dan tenaga maka penulis hanya mengambil sebagian dari populasi yang disebut dengan sampel, yaitu himpunan bagian dari populasi

Penelitian ini ditujukan kepada siswa Kelas II SMU Pangudi Luhur Yogyakarta yang telah mempelajari materi pelajaran matematika pokok bahasan Matriks. Materi ini dalam Kurikulum Matematika SMU Tahun 1994 termasuk dalam caturwulan pertama Kelas II, tetapi dalam Penyempurnaan Kurikulum Matematika SMU Tahun 1994 (Suplemen GBPP) materi ini termasuk dalam caturwulan ketiga Kelas I. Karena penelitian ini dilaksanakan pada caturwulan kedua, maka penulis mengambil sebagian siswa-siswa kelas II sebagai sampel dalam penelitian ini. Dengan pertimbangan siswa-siswa kelas II telah mempelajari materi yang akan penulis ujikan.

Banyaknya Kelas II di SMU Pangudi Luhur Yogyakarta ada 4 kelas, yaitu Kelas II.1, II.2, II.3 dan II.4. Dari keempat kelas tersebut penulis memilih salah satu kelas, yaitu kelas II.2 yang terdiri dari 40 siswa sebagai sampel dalam penelitian ini. Penulis memilih kelas II.2 berdasarkan kesepakatan antara penulis dengan guru bidang studi matematika dan juga disesuaikan dengan jadwal pelajaran matematika dengan waktu pelaksanaan penelitian, karena pelaksanaan penelitian ini tidak bisa menggunakan jam pelajaran bidang studi lain.

Penulis tidak mengambil sampel secara random, karena penulis tidak bermaksud untuk menggeneralisasikan hasil penelitian ini. Dalam penelitian ini penulis bermaksud untuk mengetahui kesalahan-kesalahan apa saja yang dibuat siswa dalam menyelesaikan soal-soal matriks, khususnya soal-soal matriks yang penulis berikan.

C. INSTRUMEN PENELITIAN

Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah tes buatan penulis yang disusun berdasarkan GBPP (Garis-garis Besar Program Pengajaran) Matematika SMU Kelas II Tahun 1994, pada pokok bahasan Matriks.

Soal tes yang diberikan terdiri dari 12 soal dan merupakan soal tes berbentuk essay, karena sesuai dengan maksud penelitian ini yang berorientasi kepada proses. Menurut Subino (1987), soal tes bentuk essay tidak hanya menuntut siswa mampu mengingat dan mengenal kembali apa yang telah dipelajari, akan tetapi sekaligus juga menuntut siswa untuk mampu mengintegrasikan apa yang telah dipelajari itu. Disamping itu pada soal tes bentuk essay, proses berpikir siswa dapat dilacak dari jawaban-jawabannya. (Subino,1987:3-4).

Sebelum soal tes ini diberikan kepada siswa yang telah dipilih sebagai sampel terlebih dahulu diberikan kepada siswa-siswa yang tidak termasuk sebagai sampel sebagai uji coba. Uji coba ini dilakukan untuk mengetahui apakah waktu yang digunakan yaitu sembilan puluh menit cukup untuk menyelesaikan semua soal matriks yang diberikan. Selain itu, uji coba ini juga bertujuan untuk mengetahui kira-kira kesalahan apa saja yang dibuat siswa sewaktu mengerjakan soal-soal matriks.

D. METODE ANALISIS DATA

Jenis data yang dianalisis dalam penelitian ini adalah data kualitatif. Data kualitatif berupa kesalahan-kesalahan yang dibuat siswa dalam menyelesaikan soal-soal matriks, yaitu kesalahan-kesalahan yang langsung terlihat pada hasil pekerjaan siswa.

Analisis data kualitatif dalam penelitian ini menggunakan metode analisis kesalahan. Mula-mula jawaban siswa diteliti, kemudian kesalahan-kesalahan yang dibuat siswa dicatat. Setelah itu kesalahan-kesalahan yang dibuat siswa digolong-golongkan menurut kategori jenis kesalahan.

Dalam penelitian ini, penulis cenderung menggunakan kategori jenis kesalahan yang dikemukakan oleh Hadar dan kawan-kawan (1987). Dengan pertimbangan jenis kesalahan yang dikemukakan oleh Hadar dan kawan-kawan lebih didasarkan pada kesalahan yang langsung terlihat pada hasil pekerjaan siswa. Hal ini sesuai dengan maksud penulis, yaitu meneliti kesalahan-kesalahan yang langsung terlihat pada hasil pekerjaan siswa. Disamping itu pengkategorian jenis kesalahan dalam penelitian ini disesuaikan dengan materi yang menjadi obyek penelitian, yaitu pokok bahasan matriks.

Rumusan kategori jenis kesalahan menurut penulis, adalah sebagai berikut:

1. Kesalahan Konsep

   Kategori ini meliputi kesalahan-kesalahan yang berkaitan dengan definisi, sifat, rumus maupun aturan dalam pokok bahasan matriks. Jenis kesalahan konsep yang dibuat siswa tersebut diklasifikasikan kedalam tipe-tipe kesalahan sebagai berikut:

a. Kesalahan yang berkaitan dengan transpos suatu matriks.

b. Kesalahan yang berkaitan dengan penjumlahan dan pengurangan matriks.

c. Kesalahan yang berkaitan dengan perkalian matriks dengan skalar.

d. Kesalahan yang berkaitan dengan perkalian matriks.

e. Kesalahan yang berkaitan dengan pemangkatan matriks persegi.

f. Kesalahan yang berkaitan dengan determinan matriks berordo 2.

g. Kesalahan yang berkaitan dengan invers matriks persegi berordo 2.

2. Kesalahan Hitung

Yang termasuk dalam kategori ini adalah kesalahan-kesalahan perhitungan dalam himpunan bilangan real yang merupakan operasi-operasi hitung dasar seperti: penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian.

3. Kesalahan Memahami Informasi dalam Soal

Kategori ini meliputi kesalahan-kesalahan yang berkaitan dengan ketidaksesuaian antara data yang diketahui dengan data yang dikutip oleh peserta tes, diantaranya:

a. Salah menyalin data.

b. Siswa mengerjakan soal tidak sesuai dengan maksud dari soal.

4. Kesalahan Lambang

Kategori ini meliputi kesalahan-kesalahan dalam menggunakan lambang atau notasi dalam pokok bahasan matriks maupun dalam operasi himpunan bilangan real.

Namun tidak menutup kemungkinan adanya kategori jenis kesalahan yang baru. Selain itu, dari masing-masing kategori jenis kesalahan diatas masih dapat dibagi lagi atas tipe-tipe kesalahan.

Untuk mengetahui berapa banyak siswa yang membuat kesalahan dari setiap kategori jenis kesalahan, dibuat tabel jenis kesalahan beserta prosentasenya. Untuk menentukan prosentase siswa yang membuat setiap jenis kesalahan digunakan perbandingan banyaknya siswa yang membuat setiap jenis kesalahan dibagi banyak siswa seluruhnya.

Berikut ini disajikan model tabel jenis kesalahan beserta prosentase dari setiap jenis kesalahan siswa.

TABEL JENIS KESALAHAN

Jenis Kesalahan Konsep

Tipe kesalahan	1.a	1.b	1.c	1.d	1.e	1.f	1.g
Banyaknya siswa	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
Prosentase	. . . %	. . . %	. . . %	. . . %	. . . %	. . . %	. . . %

Jenis Kesalahan Hitung

Tipe kesalahan	2.a	2.b	2.c	2.d
Banyaknya siswa	. . .	. . .	. . .	. . .
Prosentase	. . . %	. . . %	. . . %	. . . %

Jenis Kesalahan Memahami Informasi dalam Soal

Tipe kesalahan	3.a	3.b
Banyaknya siswa	. . .	. . .
Prosentase	. . . %	. . . %

Jenis Kesalahan Lambang

Tipe kesalahan	4.a	4.b
Banyaknya siswa	. . .	. . .
Prosentase	. . . %	. . . %

BAB IV

DESKRIPSI DATA DAN ANALISIS DATA

A. UJI COBA

Sebelum mengadakan penelitian, penulis terlebih dahulu mengadakan uji coba. Uji coba dalam penelitian ini diberikan pada siswa-siswa kelas II.1 SMU Pangudi Luhur Yogyakarta Tahun Ajaran 1999/2000 yang diikuti oleh 36 siswa. Waktu yang digunakan untuk uji coba adalah sembilan puluh menit (2 jam pelajaran). Dan ternyata selama waktu yang ditentukan, siswa dapat menyelesaikan tes matriks dengan baik. Dengan demikian waktu yang digunakan untuk tes sebenarnya tetap sembilan puluh menit.

Dalam uji coba ini masing-masing siswa mendapat lembar-soal, lembar-jawab dan buram, dan setelah waktu yang ditentukan selesai siswa diminta mengumpulkan kembali lembar-soal, lembar-jawab dan buramnya.

Tes yang diberikan dalam uji coba ini terdiri dari 12 soal berbentuk essay. Siswa diminta untuk menyelesaikan setiap soal disertai dengan langkah-langkah yang tepat. Dari langkah-langkah penyelesaian yang dibuat oleh siswa dapat diketahui letak kesalahan yang dibuat siswa sewaktu menyelesaikan soal-soal yang diberikan, sehingga dapat diketahui kesalahan-kesalahan apa saja yang dibuat siswa. Kesalahan-kesalahan tersebut kemudian dicatat dan dikelompokkan dalam kategori jenis kesalahan. Dari hasil uji coba diperoleh jenis-jenis kesalahan yang dibuat siswa sewaktu menyelesaikan soal-soal matriks, yaitu:

1. Kesalahan Konsep

Kesalahan konsep meliputi kesalahan-kesalahan yang berkaitan dengan definisi, sifat, rumus maupun aturan dalam pokok bahasan matriks. Jenis kesalahan konsep yang dibuat siswa tersebut diklasifikasikan kedalam empat tipe kesalahan, sebagai berikut:

a. Kesalahan tipe 1.a (Kesalahan Perkalian Matriks)

adalah kesalahan yang berkaitan dengan perkalian matriks. Kesalahan ini terdiri dari 5 macam, yaitu:

1.a.1. siswa mengalikan elemen baris pertama kolom pertama matriks kiri dengan setiap elemen kolom pertama matriks kanan kemudian hasilnya dijumlahkan; mengalikan elemen baris pertama kolom kedua matriks kiri dengan setiap elemen kolom kedua matriks kanan kemudian hasilnya dijumlahkan; demikian seterusnya.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a_{11}b_{11}+a_{11}b_{21} & a_{12}b_{12}+a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11}+a_{21}b_{21} & a_{22}b_{12}+a_{22}b_{22} \end{pmatrix}$$

Contoh soal no.8, beserta jawaban siswa:

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2(2)+2(3) & -4(-4)+(-4)5 \\ 3(2)+3(3) & 5(-4)+5(5) \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 4+6 & 16+(-20) \\ 6+9 & -20+25 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 10 & -4 \\ 15 & 5 \end{pmatrix}$$

1.a.2. Siswa mengalikan setiap elemen kolom pertama matriks kiri dengan elemen baris pertama kolom pertama matriks kanan kemudian hasilnya dijumlahkan; mengalikan setiap elemen kolom kedua matriks kiri dengan elemen baris pertama kolom kedua matriks kanan kemudian hasilnya dijumlahkan; demikian seterusnya.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + a_{21}b_{11} & a_{12}b_{12} + a_{22}b_{12} \\ a_{11}b_{21} + a_{21}b_{21} & a_{12}b_{22} + a_{22}b_{22} \end{pmatrix}$$

Contoh soal no.11, beserta jawaban siswa:

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3(-3)+2(-3) & 5(1)+4(1) \\ 3(2)+2(2) & 5(0)+4(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9+(-6) & 5+4 \\ 6+4 & 0+0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -15 & 9 \\ 10 & 0 \end{pmatrix}$$

1.a.3. Siswa mengalikan elemen baris pertama kolom pertama matriks kiri dengan setiap elemen baris pertama matriks kanan kemudian hasilnya dijumlahkan; mengalikan elemen baris pertama kolom kedua matriks kiri dengan setiap elemen baris pertama matriks kanan kemudian hasilnya dijumlahkan; demikian seterusnya.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + a_{11}b_{12} + a_{11}b_{13} & a_{12}b_{11} + a_{12}b_{12} + a_{12}b_{13} \\ a_{21}b_{21} + a_{21}b_{22} + a_{21}b_{23} & a_{22}b_{21} + a_{22}b_{22} + a_{22}b_{23} \end{pmatrix}$$

Contoh soal no.7, beserta jawaban siswa:

$$\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 2 & -9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & -1 & 4 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48-6+24 & 32-4+16 \\ 10+4+2 & -45-18-9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 66 & 44 \\ 16 & -72 \end{pmatrix}$$

1.a.4. siswa mengalikan setiap elemen baris pertama matriks kiri dengan elemen baris pertama kolom pertama matriks kanan kemudian hasilnya dijumlahkan; mengalikan setiap elemen baris pertama matriks kiri dengan elemen baris pertama kolom kedua matriks kanan kemudian hasilnya dijumlahkan; demikian seterusnya.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{11} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{12} \\ a_{21}b_{21}+a_{22}b_{21} & a_{21}b_{22}+a_{22}b_{22} \end{pmatrix}$$

Contoh soal no.11, beserta jawaban siswa:

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3(-3)+5(-3) & 3(1)+5(1) \\ 2(2)+4(2) & 2(0)+4(0) \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} -9-15 & 3+5 \\ 4+8 & 0+0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -24 & 8 \\ 12 & 0 \end{pmatrix}$$

1.a.5. siswa menganggap perkalian matriks dengan ordo yang berbeda tidak ada hasilnya sehingga siswa menuliskan hasilnya sebagai himpunan kosong.

Contoh soal no.7 beserta jawaban siswa:

$$\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 2 & -9 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 8 & -1 & 4 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}=\varnothing$$

b. Kesalahan tipe 1.b (Kesalahan Pemangkatan Matriks)

adalah kesalahan yang berkaitan dengan pemangkatan matriks persegi, yaitu dalam operasi pemangkatan matriks siswa tidak mengalikan dua matriks yang sama, melainkan mengkuadratkan elemen-elemen pada matriks yang diketahui.

Contoh soal no.8 beserta jawaban siswa:

$$A^2=\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}^2=\begin{pmatrix} 2^2 & -4^2 \\ 3^2 & 5^2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 & 16 \\ 9 & 25 \end{pmatrix}$$

c. Kesalahan tipe 1.c (Kesalahan Determinan Matriks)

adalah kesalahan yang berkaitan dengan determinan matriks persegi berordo 2. Pada tipe kesalahan ini siswa menggunakan rumus determinan yang salah, yang digunakan siswa adalah $|A| = \frac{1}{ad - bc}$; seharusnya $|A| = ad - bc$.

Contoh soal no.9 beserta jawaban siswa:

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix},$$

determinan matriks A adalah: $|A| = \frac{1}{ad - bc} = \frac{1}{6(2) - 4(2)} = \frac{1}{12 - 8} = \frac{1}{4}$

d. Kesalahan tipe 1.d (Kesalahan Invers Matriks)

adalah kesalahan yang berkaitan dengan invers matriks persegi berordo 2. Kesalahan ini terdiri dari dua macam, yaitu:

1.d.1. dalam menentukan invers, siswa tidak membagi adjoin matriks A dengan determinan matriks A, yaitu $A^{-1} = \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$;

seharusnya $A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$.

Contoh soal no.9 beserta jawaban siswa:

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix},$$

invers matriks A adalah: $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$

1.d.2. dalam menentukan invers, siswa tidak menentukan adjoin matriks B terlebih dahulu, melainkan langsung membagi matriks B dengan determinan B, yaitu: $B^{-1} = \frac{1}{|B|}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$; seharusnya $B^{-1} = \frac{1}{|B|}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$.

Contoh soal no.10 beserta jawaban siswa:

$B = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$,

invers matriks B adalah: $B^{-1} = \frac{1}{1}\begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

2. Kesalahan Hitung

Kesalahan hitung meliputi kesalahan-kesalahan perhitungan dalam himpunan bilangan real yang merupakan operasi-operasi hitung dasar seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian. Jenis kesalahan hitung yang dibuat siswa tersebut diklasifikasikan dalam tiga tipe kesalahan, yaitu:

a. Kesalahan tipe 2.a (Kesalahan Penjumlahan)

Pada kesalahan ini siswa salah dalam menggunakan operasi penjumlahan bilangan real.

Contoh: $-9 + 17 = 6$

$8 + (-6) = 3$

b. Kesalahan tipe 2.b (Kesalahan Pengurangan)

Pada kesalahan ini siswa salah dalam menggunakan operasi pengurangan bilangan real.

Contoh: 3 - (-5) = 5

-5 - (-6) = -1

3a - 7a = -5a

c. Kesalahan tipe 2.c (Kesalahan Perkalian)

Pada kesalahan ini siswa salah dalam menggunakan operasi perkalian bilangan real.

Contoh: 3 x 5 = 20

2/4 x (-2) = 4/4

3. Kesalahan Memahami Informasi dalam Soal

Ketidakcermatan siswa dalam menyalin soal dapat menyebabkan kesalahan, walaupun langkah-langkah penyelesaiannya betul. Demikian pula jika siswa tidak mengerjakan soal sesuai dengan maksud dari soal maka hasil pekerjaan siswa pun menjadi salah. Jenis kesalahan memahami informasi dalam soal yang dibuat siswa tersebut diklasifikasikan kedalam dua tipe kesalahan, yaitu:

a. Kesalahan tipe 3.a (Salah menyalin soal)

Pada kesalahan tipe ini siswa melakukan kesalahan sewaktu menyalin soal dari lembar-soal ke lembar-jawab.

Contoh: -5 ditulis 5

-2x ditulis 2x

b. Kesalahan tipe 3.b (Mengerjakan soal tidak sesuai dengan maksud soal)

Pada kesalahan tipe ini siswa mengerjakan soal tidak sesuai dengan maksud dari soal.

Contoh soal no.2:

Diketahui matriks A dan B. Tentukanlah matriks B - A.

Yang dikerjakan siswa adalah: menentukan matriks A - B.

4. Kesalahan Lambang

Kategori ini meliputi kesalahan-kesalahan dalam menggunakan lambang atau notasi dalam pokok bahasan matriks, yaitu:

a. Kesalahan tipe 4.a

Pada kesalahan tipe ini siswa menggunakan lambang invers A dengan A'.

b. Kesalahan tipe 4.b

Pada kesalahan tipe ini siswa mengunakan lambang invers B dengan I_B

Untuk mengetahui banyaknya siswa yang melakukan tiap-tiap kategori jenis kesalahan beserta tipe-tipe kesalahannya, dapat dilihat pada tabel berikut:

TABEL JENIS KESALAHAN

Jenis Kesalahan Konsep

Tipe Kesalahan	1.a					1.b	1.c	1.d	
	1.a.1	1.a.2	1.a.3	1.a.4	1.a.5			1.d.1	1.d.2
Banyaknya siswa	5	3	2	1	2	5	10	4	5
Prosentase	13,9%	8,3%	5,6%	2.8%	5,6%	13,9%	27,8%	11,1%	13,9%

Jenis Kesalahan Hitung

Tipe Kesalahan	2.a	2.b	2.c
Banyaknya siswa	6	12	12
Prosentase	16,7%	33,3%	33,3%

Jenis Kesalahan Data

Tipe Kesalahan	3.a	3.b
Banyaknya siswa	11	2
Prosentase	30,6%	5,6%

Jenis Kesalahan Lambang

Tipe Kesalahan	4.a	4.b
Banyaknya siswa	2	2
Prosentase	5,6%	5,6%

B. DESKRIPSI DATA PENELITIAN

Setelah diadakan uji coba, ternyata siswa-siswa dapat menyelesaikan soal tes dengan baik, dengan waktu yang telah ditentukan, maka penulis melaksanakan penelitian dengan waktu yang sama dengan pada saat uji coba yaitu sembilan puluh menit (2 jam pelajaran). Soal yang penulis gunakan untuk penelitian juga sama dengan soal yang penulis gunakan pada saat uji coba, yaitu soal essay yang terdiri dari 12 soal. Tetapi dengan sedikit perubahan, namun perubahan ini tidak mengubah maksud dari soal, yaitu pada soal nomor 9 dan 12 (lihat lampiran). Perubahan tersebut dapat dilihat pada tabel 1 berikut:

Tabel 1

Perbedaan antara soal tes uji coba dengan soal tes matriks

No.Soal	Tes uji coba	Tes matriks
9.	Diketahui matriks A= $\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$; Tentukanlah determinan A dan tentukan pula invers matriks A	Diketahui matriks A= $\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$; a. Tentukan determinan matriks A b. Tentukan invers matriks A
12.	Diketahui matriks A= $\begin{pmatrix} 7 & 14 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$; Tentukanlah $(A^{-1})^T$	Diketahui matriks A= $\begin{pmatrix} 7 & 14 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$; a. Tentukan determinan matriks A b. Tentukanlah $(A^{-1})^T$

Perubahan ini penulis lakukan karena pada saat uji coba, banyak siswa yang menentukan invers tanpa menentukan determinannya terlebih dahulu. Oleh karena itu pada soal tes untuk penelitian, penulis membagi soal-soal tersebut menjadi dua bagian, yaitu a dan b, dengan maksud agar siswa-siswa dapat menyelesaikan soal-soal matriks dengan lebih terstruktur.

Tes matriks ini diberikan pada siswa-siswa kelas II.2 SMU Pangudi Luhur Yogyakarta Tahun Ajaran 1999/2000, dengan banyaknya siswa 40 orang. Pada waktu tes dilaksanakan, ada dua siswa yang tidak hadir karena sakit. Jadi siswa yang mengikuti tes matriks sebanyak 38 orang.

Tes matriks dilaksanakan pada caturwulan kedua, sedangkan pokok bahasan matriks diberikan pada caturwulan pertama, maka sebelum tes matriks ini dilaksanakan siswa diminta untuk mempelajari kembali materi pelajaran matematika pada pokok bahasan matriks untuk menghindari kesalahan dalam mengerjakan soal karena lupa.

Tes matriks yang diberikan terdiri dari dua belas soal essay. Siswa diminta untuk mengerjakan semua soal disertai langkah-langkah penyelesaiannya, karena pada tes ini lebih menekankan proses daripada hasil. Langkah-langkah perhitungan dalam mengerjakan setiap soal digunakan untuk mengetahui pemahaman siswa tehadap konsep-konsep maupun proses-proses yang terlibat dalam pengerjaan soal tersebut. Sebagai contoh, perhitungan pada himpunan bilangan real, jika perhitungan siswa salah dan siswa tidak mencantumkan langkah-langkah penyelesaiannya maka tidak dapat diketahui letak kesalahan siswa tersebut. Bisa jadi proses penyelesaiannya betul, akan tetapi karena siswa tidak teliti dalam menghitung maka hasilnya menjadi salah. Hal ini sering terjadi pada soal berbentuk pilihan berganda dimana siswa tidak perlu mencantumkan langkah-langkah penyelesaiannya.

Tabel berikut berisikan topik-topik pada pokok bahasan matriks yang penulis ujikan beserta nomor soal dan banyaknya soal yang berhubungan dengan topik tersebut.

Tabel 2

Topik-topik pada pokok bahasan matriks yang diujikan

Topik	Jumlah	Nomor Soal
Transpos suatu matriks	2	6, 12
Penjumlahan matriks	3	1, 3, 4
Pengurangan matriks	3	2, 3, 5
Perkalian matriks dengan skalar	2	4, 5
Perkalian matriks	4	6, 7, 8, 9
Pemangkatan matriks	1	8
Determinan	4	9, 10, 11, 12
Invers suatu matriks	4	9, 10, 11, 12

Pada saat pelaksanaan, tes matriks berjalan dengan lancar, setiap siswa menunjukkan respon yang baik terhadap pelaksanaan tes yang penulis berikan. Masing-masing siswa mendapat soal beserta lembar-jawab dan buram, dengan maksud agar siswa dapat mengerjakan setiap soal dengan baik tanpa bertanya atau menyalin hasil pekerjaan siswa yang lain. Kertas buram, selain untuk oret-oret juga dimaksudkan untuk mengetahui apakah siswa melakukan perhitungan dengan betul, hal ini ditujukan bagi siswa yang tidak menuliskan langkah-langkah penyelesaian pada lembar-jawab.

Setelah waktu yang ditentukan selesai, siswa diminta untuk mengumpulkan kembali lembar-soal beserta lembar-jawab dan kertas buram kepada penulis.

Pada waktu memeriksa hasil tes matriks, ada beberapa siswa yang tidak menyelesaikan soal dengan lengkap atau disingkat TL (tidak lengkap). Pada tabel 2 (lampiran) dapat diketahui bahwa banyaknya siswa yang tidak menyelesaikan soal dengan lengkap ada 11 orang. Selain itu juga dapat diketahui soal-soal mana saja yang tidak diselesaikan dengan lengkap. Soal nomor 5 menempati urutan pertama dengan banyaknya siswa yang tidak menyelesaikan soal dengan lengkap ada 8 orang. Soal nomor 6 menempati urutan kedua dengan banyaknya siswa yang tidak menyelesaikan soal dengan lengkap ada 6 orang.

C. ANALISIS DATA PENELITIAN

Data yang dianalisis dalam penelitian ini adalah data kualitatif. Data kualitatif berupa kesalahan-kesalahan yang dibuat siswa sewaktu menyelesaikan soal-soal matriks. Kesalahan-kesalahan yang dibuat siswa tersebut dikelompokkan berdasarkan kategori jenis kesalahan.

Berikut ini adalah hasil pengelompokkan jenis-jenis kesalahan siswa sewaktu menyelesaikan soal-soal matriks beserta contoh jawaban siswa yang salah.

1. Kesalahan Konsep

Kesalahan konsep meliputi kesalahan-kesalahan yang berkaitan dengan definisi, sifat, rumus maupun aturan dalam pokok bahasan matriks. Tabel 3 (lampiran) menunjukkan jenis kesalahan konsep yang dibuat oleh setiap siswa. Jenis kesalahan konsep yang dibuat siswa tersebut diklasifikasikan kedalam lima tipe kesalahan. Dari kelima tipe kesalahan tersebut kemudian dibagi atas beberapa macam tipe kesalahan. Macam-macam tipe kesalahan tersebut kemudian diberi nama. Nama-nama tersebut merupakan singkatan dari masing-masing tipe kesalahan dengan maksud untuk mempermudah dalam mengingat tipe-tipe kesalahan pada setiap jenis kesalahan yang ada. Lima tipe kesalahan dalam jenis kesalahan konsep tersebut adalah sebagai berikut:

a. Kesalahan tipe 1.a (Kesalahan Transpos Matriks)

adalah kesalahan yang berkaitan dengan transpos suatu matriks. Kesalahan ini dibedakan atas dua macam, yaitu:

1.a.1. Transkoper di Badu

Maksudnya: transpos kolom pertama menjadi baris kedua.

Yaitu: dalam menentukan transpos suatu matriks, siswa menuliskan elemen-elemen kolom pertama menjadi elemen-elemen baris kedua, dan elemen-elemen kolom kedua menjadi elemen-elemen baris pertama.

Yang dikerjakan siswa:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}^{T} = \begin{pmatrix} a_{12} & a_{22} \\ a_{11} & a_{21} \end{pmatrix}$$

Seharusnya:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}^{T} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{pmatrix}$$

Contoh soal no.6, beserta jawaban siswa:

$$(A \cdot B)^{T} = \begin{pmatrix} -1 & 20 \\ -22 & 90 \end{pmatrix}^{T} = \begin{pmatrix} 20 & 90 \\ -1 & -22 \end{pmatrix}$$

1.a.2. Trans Kuadrat

Maksudnya: transpos dengan cara dikuadratkan.

Yaitu: siswa beranggapan bahwa lambang transpos suatu matriks sama dengan lambang pemangkatan matriks, khususnya pangkat dua, sehingga siswa mengerjakan transpos suatu matriks dengan cara mengalikan dua matriks yang sama.

Yang dikerjakan siswa:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}^{T} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}a_{11} + a_{12}a_{21} & a_{11}a_{12} + a_{12}a_{22} \\ a_{21}a_{11} + a_{22}a_{21} & a_{21}a_{12} + a_{22}a_{22} \end{pmatrix}$$

Seharusnya:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}^{T} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{pmatrix}$$

Contoh soal no.6, beserta jawaban siswa:

$$(\mathrm{A} \cdot \mathrm{B})^{T} = \begin{pmatrix} -1 & 20 \\ -22 & 90 \end{pmatrix}^{T} = \begin{pmatrix} -1 & 20 \\ -22 & 90 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 20 \\ -22 & 90 \end{pmatrix}$$

b. Kesalahan tipe 1.b (Kesalahan Perkalian Matriks)

adalah kesalahan yang berkaitan dengan perkalian matriks. Kesalahan ini terdiri dari tiga macam, yaitu:

1.b.1. Rista Kota di Kota

Maksudnya: baris pertama dikali kolom pertama menjadi kolom pertama.

Yaitu: siswa mengalikan tiap elemen baris pertama matriks kiri dengan elemen-elemen kolom pertama matriks kanan yang bersesuaian; serta mengalikan tiap elemen baris kedua matriks kiri dengan elemen-elemen kolom kedua matriks kanan yang bersesuaian.

Yang dikerjakan siswa:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} & a_{21}b_{12} \\ a_{12}b_{21} & a_{22}b_{22} \\ a_{13}b_{31} & a_{23}b_{32} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \\ c_{31} & c_{32} \end{pmatrix}$$

Seharusnya:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} + a_{13}b_{32} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} + a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} + a_{23}b_{32} \end{pmatrix}$$

Contoh soal no.6, beserta jawaban siswa:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 4 & 6 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 8 \\ -4 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2(1) & 4(-2) \\ 3(-1) & 6(8) \\ 0(-4) & 5(10) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -8 \\ -3 & 48 \\ 0 & 50 \end{pmatrix}$$

1.b.2. Kali di Jumlah

Maksudnya: perkalian matriks disamakan dengan penjumlahan matriks.

Yaitu: siswa mengalikan elemen-elemen matriks sebelah kiri dengan elemen-elemen matriks sebelah kanan yang seletak, proses perkalian dua matriks seperti ini disamakan dengan proses penjumlahan dua matriks.

Yang dikerjakan siswa:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} & a_{12}b_{12} \\ a_{21}b_{21} & a_{22}b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix}$$

Seharusnya:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{pmatrix}$$

Contoh soal no. 11, beserta jawaban siswa:

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3(-3) & 5(1) \\ 2(2) & 4(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 5 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$$

1.b.3. Rista 1-1 Plus

Maksudnya: baris pertama dikali baris 1 kolom 1 hasilnya dijumlah.

Yaitu: siswa mengalikan tiap elemen baris pertama matriks kiri dengan elemen baris pertama kolom pertama matriks kanan, kemudian hasilnya dijumlahkan; mengalikan tiap elemen baris pertama matriks kiri dengan elemen baris pertama kolom kedua matriks kanan, kemudian hasilnya dijumlahkan; demikian seterusnya.

Yang dikerjakan siswa:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{11} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{12} & a_{11}b_{13} + a_{12}b_{13} \\ a_{21}b_{21} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{22} + a_{22}b_{22} & a_{21}b_{23} + a_{22}b_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix}$$

Seharusnya:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23} \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix}$$

Contoh soal no.7, beserta jawaban siswa:

$$\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 2 & -9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 8 & -1 & 4 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 6(8)+4(8) & 6(-1)+4(-1) & 6(4)+4(4) \\ 2(5)+(-9)5 & 2(2)+(-9)2 & 2(1)+(-9)1 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 48+32 & -6-4 & 24+16 \\ 10-45 & 4-18 & 2-9 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 80 & -10 & 40 \\ -35 & -14 & -7 \end{pmatrix}$$

c. Kesalahan tipe 1.c (Kesalahan Pemangkatan matriks)

adalah kesalahan yang berkaitan dengan pemangkatan matriks persegi. Kesalahan ini terdiri dari dua macam, yaitu:

1.c.1. Elemen Kuadrat

Maksudnya: setiap elemen dikuadratkan.

Yaitu: siswa melakukan pemangkatan matriks dengan cara memangkatkan setiap elemen-elemen pada matriks, dalam hal ini dipangkatkan dua.

Yang dikerjakan siswa:

$$A^2=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}^2=\begin{pmatrix} a_{11}{}^2 & a_{12}{}^2 \\ a_{21}{}^2 & a_{22}{}^2 \end{pmatrix}$$

Seharusnya:

$$A^2=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a_{11}a_{11}+a_{12}a_{21} & a_{11}a_{12}+a_{12}a_{22} \\ a_{21}a_{11}+a_{22}a_{21} & a_{21}a_{12}+a_{22}a_{22} \end{pmatrix}$$

Contoh soal no.8, beserta jawaban siswa:

$$A^2 = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 2^2 & -4^2 \\ 3^2 & 5^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 16 \\ 9 & 25 \end{pmatrix}$$

1.c.2. Pangkat Jumlah

Maksudnya: pemangkatan disamakan dengan penjumlahan.

Yaitu: siswa telah melakukan proses pemangkatan matriks dengan benar, tetapi hasil akhirnya salah karena siswa mengalikan elemen-elemen matriks kiri dengan elemen-elemen matriks kanan yang seletak.

Yang dikerjakan siswa:

$$A^2 = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}a_{11} & a_{12}a_{12} \\ a_{21}a_{21} & a_{22}a_{22} \end{pmatrix}$$

Seharusnya:

$$A^2 = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}a_{11} + a_{12}a_{21} & a_{11}a_{12} + a_{12}a_{22} \\ a_{21}a_{11} + a_{22}a_{21} & a_{21}a_{12} + a_{22}a_{22} \end{pmatrix}$$

Contoh soal no.8, beserta jawaban siswa:

$$A^2 = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2(2) & -4(-4) \\ 3(3) & 5(5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 16 \\ 9 & 25 \end{pmatrix}$$

d. Kesalahan tipe 1.d (Kesalahan Determinan Matriks)

adalah kesalahan yang berkaitan dengan determinan matriks persegi berordo dua. Kesalahan ini terdiri dari tiga macam, yaitu:

1.d.1. Determinan 2-3

Maksudnya: menentukan determinan berordo 2 seperti berordo 3.

Yaitu: siswa menentukan determinan matriks berordo 2 dengan menggunakan aturan yang sama seperti menentukan determinan matriks berordo 3, yaitu dengan aturan Sarrus.

Yang dikerjakan siswa:

$$|A| = \left|\begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{matrix}\middle|\begin{matrix} a_{11} \\ a_{21} \end{matrix}\right| = a_{11}a_{22} + a_{12}a_{21} - a_{12}a_{21} - a_{11}a_{22} = 0$$

Seharusnya:

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

Contoh soal no.9, beserta jawaban siswa:

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$|A| = \left|\begin{matrix} 6 & 4 \\ 2 & 2 \end{matrix}\middle|\begin{matrix} 6 \\ 2 \end{matrix}\right| = 6(2) + 4(2) - 4(2) - 6(2) = 12 + 8 - 8 - 12 = 0$$

1.d.2. Det Samping Min Utama

Maksudnya: determinan dengan diagonal samping minus diagonal utama.

Yaitu: siswa menentukan determinan matriks persegi berordo dua dengan cara mengurangkan hasilkali elemen-elemen diagonal samping dengan hasilkali elemen-elemen diagonal utamanya.

Yang dikerjakan siswa:

$$|B| = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{vmatrix} = b_{12}b_{21} - b_{11}b_{22}$$

Seharusnya:

$$|B| = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{vmatrix} = b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21}$$

Contoh soal no.10, beserta jawaban siswa:

$$B = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

determinan matriks B adalah $|B| = 3(5) - 8(2) = 15 - 16 = -1$

1.d.3. Det Silang dalam Matriks

Maksudnya: determinan dengan mempertukarkan kedua diagonal dan hasilnya dalam bentuk matriks.

Yaitu: siswa menentukan determinan matriks persegi berordo dua dengan mempertukarkan elemen-elemen pada kedua diagonalnya dan hasilnya merupakan suatu matriks.

Yang dikerjakan siswa:

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} a_{22} & a_{21} \\ a_{12} & a_{11} \end{pmatrix}$$

Seharusnya:

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

Contoh soal no.9, beserta jawaban siswa:

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

determinan matriks A adalah $|A| = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$

e. Kesalahan tipe 1.e (Kesalahan Invers Matriks)

adalah kesalahan yang berkaitan dengan invers matriks persegi berordo dua. Kesalahan ini terdiri dari enam macam, yaitu:

1.e.1. Invers Matriks per Det

Maksudnya: invers dengan cara membagi matriks yang diketahui dengan determinannya.

Yaitu: dalam menentukan invers, siswa membagi matriks A dengan determinan A, dengan kata lain siswa tidak menentukan adjoin A terlebih dahulu.

Yang dikerjakan siswa:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}; \text{maka } A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

Seharusnya:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{pmatrix}$$

Contoh soal no.9, beserta jawaban siswa:

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

invers matriks A adalah $A^{-1} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/2 & 1 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$

1.e.2. Invers Adjoin

Maksudnya: invers sama dengan adjoin.

Yaitu: dalam menentukan invers, siswa tidak membagi adjoin A dengan determinan A.

Yang dikerjakan siswa:

$$A^{-1} = \text{adj } A = \begin{pmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{pmatrix}$$

Seharusnya:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{pmatrix}$$

Contoh soal no.12, beserta jawaban siswa:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 14 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

invers matriks A adalah $A^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & -14 \\ -2 & 7 \end{pmatrix}$

1.e.3. Adjoin Diatama

Maksudnya: adjoin dengan mempertukarkan elemen diagonal utamanya.

Yaitu: dalam menentukan invers, kesalahan siswa terletak pada cara menentukan adjoin A, yaitu dengan mempertukarkan elemen-elemen pada diagonal utamanya.

Yang dikerjakan siswa;

$$B^{-1} = \frac{1}{|B|}\begin{pmatrix} b_{22} & b_{12} \\ b_{21} & b_{11} \end{pmatrix}$$

Seharusnya:

$$B^{-1} = \frac{1}{|B|}\begin{pmatrix} b_{22} & -b_{12} \\ -b_{21} & b_{11} \end{pmatrix}$$

Contoh soal no.10, beserta jawaban siswa:

$$B = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

invers matriks B adalah $B^{-1} = \frac{1}{1}\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$

1.e.4. Invers di Trans

Maksudnya: invers dengan cara ditranspos.

Yaitu: dalam menentukan invers suatu matriks, siswa menuliskan elemen-elemen baris pertama matriks B menjadi elemen-elemen kolom pertama matriks baru; dan menuliskan elemen-elemen baris kedua matriks B menjadi elemen-elemen kolom kedua matriks baru.

Yang dikerjakan siswa:

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}; \text{maka } B^{-1} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{21} \\ b_{12} & b_{22} \end{pmatrix}$$

Seharusnya:

$$B^{-1} = \frac{1}{|B|}\begin{pmatrix} b_{22} & -b_{12} \\ -b_{21} & b_{11} \end{pmatrix}$$

Contoh soal no.10, beserta jawaban siswa:

$$B = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

invers matriks B adalah $B^{-1} = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$

1.e.5. Adjoin Silang Negatif

Maksudnya: menentukan adjoin dengan mempertukarkan elemen-elemen kedua diagonal dan mengganti dengan lawannya.

Yaitu: dalam menentukan invers suatu matriks, kesalahan siswa terletak pada cara menentukan adjoin suatu matriks, yaitu dengan mempertukarkan elemen-elemen pada diagonal utama dan mengganti tanda elemen-elemen tersebut dengan lawannya; demikian pula dengan elemen-elemen pada diagonal samping, dipertukarkan dan tanda elemen-elemen tersebut diganti dengan lawannya.

Yang dikerjakan siswa:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}; \text{maka } A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} -a_{22} & -a_{21} \\ -a_{12} & -a_{11} \end{pmatrix}$$

Seharusnya:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{pmatrix}$$

Contoh soal no. 12, beserta jawaban siswa:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 14 \\ 2 & 5 \end{pmatrix};$$

invers matriks A adalah $A^{-1} = \frac{1}{7}\begin{pmatrix} -5 & -2 \\ -14 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5/7 & -2/7 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$

1.e.6. Adjoin Silang Samping Negatif

Maksudnya: adjoin dengan mempertukarkan elemen-elemen pada kedua diagonal dan mengganti tanda elemen pada diagonal samping dengan lawannya.

Yaitu: dalam menentukan invers suatu matriks, kesalahan siswa terletak pada cara menentukan adjoin suatu matriks, yaitu dengan mempertukarkan elemen-elemen pada diagonal utama serta mempertukarkan elemen-elemen pada diagonal samping dan mengganti tanda elemen-elemen pada diagonal samping tersebut dengan lawannya.

Yang dikerjakan siswa:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}; \text{maka } A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} a_{22} & -a_{21} \\ -a_{12} & a_{11} \end{pmatrix}$$

Seharusnya:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{pmatrix}$$

Contoh soal no.9, beserta jawaban siswa:

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

invers matriks A adalah $A^{-1} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -4 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & -1/2 \\ -1 & 3/2 \end{pmatrix}$

Untuk mengetahui berapa banyak siswa yang melakukan kesalahan konsep, berikut disajikan tabel banyaknya siswa yang melakukan jenis kesalahan konsep.

Tabel 3

Jenis Kesalahan Konsep

Tipe Kesalahan	1.a		1.b			1.c	
	1.a.1	1.a.2	1.b.1	1.b.2	1.b.3	1.c.1	1.c.2
Banyaknya siswa	2	2	5	5	2	3	2
Prosentase	5,3%	5,3%	13,2%	13,2%	5,3%	7,9%	5,3%

Tipe Kesalahan	1.d			1.e					
	1.d.1	1.d.2	1.d.3	1.e.1	1.e.2	1.e.3	1.e.4	1.e.5	1.e.6
Banyaknya siswa	3	3	3	9	7	4	3	2	2
Prosentase	7,9%	7,9%	7,9%	23,7%	18,4%	10,5%	7,9%	5,3%	5,3%

Tabel jenis kesalahan konsep diatas menunjukkan bahwa ada lima tipe kesalahan konsep, yaitu tipe 1.a, tipe 1.b, tipe 1.c, tipe 1.d, dan tipe 1.e. Kesalahan tipe 1.a terdiri dari dua macam, yaitu kesalahan tipe 1.a.1 dan tipe 1.a.2 dengan banyaknya siswa yang melakukan kesalahan masing-masing terdiri dari 2(dua) orang (5,3%). Kesalahan tipe 1.b terdiri dari tiga macam, yaitu kesalahan tipe 1.b.1, tipe 1.b.2 dan tipe 1.b.3 dengan banyaknya siswa yang melakukan kesalahan masing-masing terdiri dari 5(lima) orang (13,2%), 5(lima) orang (13,2%), dan 2(dua) orang (5,3%). Kesalahan tipe 1.c terdiri dari dua macam, yaitu kesalahan tipe 1.c.1 dan tipe 1.c.2 dengan banyaknya siswa yang melakukan kesalahan masing-masing terdiri dari 3(tiga) orang (7,9%) dan 2(dua) orang (5,3%). Kesalahan tipe 1.d terdiri dari tiga macam, yaitu kesalahan tipe 1.d.1, tipe 1.d.2, dan tipe 1.d.3 dengan banyaknya siswa yang melakukan kesalahan masing-masing terdiri dari

3(tiga) orang (7,9%). Dan kesalahan tipe 1.e terdiri dari enam macam, yaitu kesalahan tipe 1.e.1, tipe 1.e.2, tipe 1.e.3, tipe 1.e.4, tipe 1.e.5, dan tipe 1.e.6 dengan banyaknya siswa yang melakukan kesalahan masing-masing terdiri dari 9(sembilan) orang (23,7%), 7(tujuh) orang (18,4%), 4(empat) orang (10,5%), 3(tiga) orang (7,9%), 2(dua) orang (5,3%), dan 2(dua) orang (5,3%).

Dari tipe-tipe kesalahan konsep tersebut yang paling banyak dibuat siswa sewaktu mengerjakan soal-soal matriks adalah kesalahan tipe 1.e.1 dan kesalahan tipe 1.e.2 yang masing-masing terdiri dari 9 (sembilan) orang (23,7%) dan 7 (tujuh) orang (18,4%).

2. Kesalahan Hitung

Yang termasuk dalam kategori ini adalah kesalahan-kesalahan perhitungan dalam himpunan bilangan real yang merupakan operasi-operasi hitung dasar seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian. Tabel 4 (lampiran) menunjukkan jenis kesalahan hitung yang dibuat oleh setiap siswa. Jenis kesalahan hitung yang dibuat siswa tersebut diklasifikasikan dalam empat tipe, yaitu:

a. Kesalahan tipe 2.a (Kesalahan Penjumlahan)

adalah kesalahan dalam mengerjakan soal yang berkaitan dengan penjumlahan. Kesalahan ini terdiri dari dua macam, yaitu:

2.a.1. Jumlah Negatif Positif

Penjumlahan bilangan negatif dengan bilangan positif.

Contoh: $-5 + 14 = -9$

$-9 + 17 = -8$

2.a.2. Jumlah Positif Negatif

Penjumlahan bilangan positif dengan bilangan negatif.

Contoh: $e + (-5e) = 4e$

$3a + (-14a) = 11a$

b. Kesalahan tipe 2.b (Kesalahan Pengurangan)

adalah kesalahan dalam mengerjakan soal yang berkaitan dengan pengurangan. Kesalahan ini terdiri dari empat macam, yaitu:

2.b.1. Kurang Negatif Positif

Pengurangan bilangan negatif dengan bilangan positif.

Contoh: $-13 - 6 = -7$

$-7 - 2 = 9$

$-6b - 4b = -2b$

2.b.2. Kurang Positif Negatif

Pengurangan bilangan positif dengan bilangan negatif.

Contoh: $3 - (-5) = -2$

$2c - (-5c) = -7c$

$3 - (-4/3) = 5/3$

2.b.3. Kurang Negatif Negatif

Pengurangan bilangan negatif dengan bilangan negatif.

Contoh: $-4e - (-2e) = -6e$

$-7b - (-10b) = -17b$

$-3/2 - (-1/2) = -2/4$

2.b.4. Kurang Positif Positif

Pengurangan bilangan positif dengan bilangan positif.

Contoh: $4 - 3 = -1$

$3a - 14a = 11a$

$1/2 - 1/4 = -1/4$

c. Kesalahan tipe 2.c (Kesalahan Penjumlahan dan Pengurangan)

adalah kesalahan dalam mengerjakan soal yang berkaitan dengan penjumlahan dan pengurangan.

Contoh: $3a + (-2a) + 6a = 7a$

$-2c + 4c - (-5c) = -3c$

$4b + (-11b) - (-10b) = -17b$

d. Kesalahan tipe 2.d (Kesalahan Perkalian)

adalah kesalahan dalam mengerjakan soal yang berkaitan dengan perkalian.

Contoh: $2(4) + (-9)1 = 1$

$2(-4) + (-4)5 = -17$

$13/3 \times 2 = 16/3$

$4(1) + 6(-1) + 5(-4) = -12$

Kesalahan hitung dalam menyelesaikan soal-soal matematika akan berakibat fatal terhadap prestasi belajar siswa, terutama pada soal-soal berbentuk pilihan berganda. Hal ini dapat terjadi karena walaupun langkah penyelesaian betul tetapi perhitungannya keliru maka akan memberikan hasil akhir yang salah, sehingga langkah-langkah penyelesaian yang dikerjakan menjadi tidak berguna karena hasil akhirnya salah.

Untuk mengetahui banyaknya siswa yang melakukan kesalahan hitung, berikut disajikan tabel banyaknya siswa yang melakukan kesalahan hitung.

Tabel 4

Jenis Kesalahan Hitung

Tipe Kesalahan	2.a		2.b				2.c	2.d
	2.a.1	2.a.2	2.b.1	2.b.2	2.b.3	2.b.4		
Banyaknya siswa	6	3	16	8	9	7	7	20
Prosentase	15,8%	7,9%	42,1%	21,5%	23,7%	18,4%	18,4%	52,6%

Tabel jenis kesalahan hitung diatas menunjukkan bahwa ada 4 (empat) tipe kesalahan hitung, yaitu tipe 2.a, tipe 2.b, tipe 2.c, dan tipe 2.d. Kesalahan tipe 2.a terdiri dari dua macam, yaitu kesalahan tipe 2.a.1 dan tipe 2.a.2, dengan banyaknya siswa yang melakukan kesalahan masing-masing terdiri dari 6(enam) orang (15,8%) dan 3(tiga) orang (7,9%). Kesalahan tipe 2.b terdiri dari empat macam, yaitu kesalahan tipe 2.b.1, tipe 2.b.2, tipe 2.b.3 dan tipe 2.b.4, dengan banyaknya siswa yang melakukan kesalahan masing-masing terdiri dari 16(enam belas) orang (42,1%), 8(delapan) orang (21,5%), 9(sembilan) orang (23,7%) dan 7(tujuh) orang (18,4%). Kesalahan tipe 2.c dilakukan oleh 7(tujuh) orang (18,4%). Dan kesalahan tipe 2.d dilakukan oleh 20(dua puluh) orang (52,6%).

Tampak bahwa kesalahan tipe 2.d dan kesalahan tipe 2.b.1 yang paling banyak dilakukan oleh siswa, yaitu masing-masing terdiri dari 20(dua puluh) orang

(52,6%) dan 16(enam belas) orang (42,1%). Hal ini menunjukkan bahwa siswa kurang terampil dalam melakukan perhitungan terutama yang berkaitan dengan pengurangan dan perkalian.

3. Kesalahan Memahami Informasi dalam Soal

Ketidakcermatan siswa dalam menyalin soal dapat menyebabkan kesalahan, walaupun langkah-langkah penyelesaian betul, demikian pula dengan perhitungan nya, tetapi karena salah dalam menyalin soal maka hasil akhirnya pun menjadi salah. Jenis kesalahan memahami informasi yang dibuat siswa tersebut diklasifikasikan kedalam dua tipe kesalahan, yaitu:

a. Kesalahan tipe 3.a (Salah menyalin soal)

Pada tipe kesalahan ini siswa menyalin soal tidak sesuai dengan soal sebenarnya.

Contoh: 17 ditulis -17

-7f ditulis 7f

b. Kesalahan tipe 3.b (Mengerjakan soal tidak sesuai dengan maksud soal)

Pada kesalahan tipe ini, siswa mengerjakan soal tidak sesuai dengan maksud dari soal.

Contoh soal no.2:

Pada soal: Diketahui matriks A dan B, siswa diminta untuk menentukan matriks B-A, tetapi yang dikerjakan siswa adalah menentukan matriks A-B.

Untuk mengetahui banyaknya siswa yang melakukan kesalahan memahami informasi dalam soal, berikut disajikan tabel banyaknya siswa yang melakukan kesalahan memahami informasi dalam soal.

Tabel 5

Jenis Kesalahan Memahami Informasi dalam Soal

Tipe Kesalahan	3.a	3.b
Banyaknya siswa	16	5
Prosentase	42,1%	13,2%

Tabel jenis kesalahan memahami informasi dalam soal diatas menunjukkan bahwa masih banyak siswa yang tidak teliti dalam menyalin soal. Banyaknya siswa yang melakukan kesalahan tipe 3.a terdiri dari 16(enam belas) orang (42,1%), sedangkan banyaknya siswa yang melakukan kesalahan tipe 3.b terdiri dari 5(lima) orang (13,2%).

4. Kesalahan Lambang

Kategori ini meliputi kesalahan-kesalahan dalam menuliskan lambang atau notasi dalam pokok bahasan matriks. Jenis kesalahan lambang yang dibuat siswa diklasifikasikan kedalam dua tipe, yaitu:

a. Kesalahan tipe 4.a

Pada kesalahan tipe ini, siswa melambangkan invers matriks A dengan $|A|^{-1}$.

b. Kesalahan tipe 4.b

Pada kesalahan tipe ini, siswa melambangkan invers matriks A dengan A'.

Untuk mengetahui banyaknya siswa yang melakukan kesalahan lambang, berikut disajikan tabel banyaknya siswa yang melakukan jenis kesalahan lambang.

Tabel 6

Jenis Kesalahan Lambang

Tipe Kesalahan	4.a	4.b
Banyaknya siswa	3	2
Prosentase	7,9%	5,3%

Dari tabel tampak bahwa masih ada siswa yang belum dapat membedakan lambang invers matriks dengan lambang determinan. Hal ini ditunjukkan dengan tipe kesalahan 4.a yang dibuat oleh 3(tiga) orang (7,9%). Sedangkan lambang aksen (′) yang juga digunakan untuk melambangkan transpos suatu matriks digunakan siswa untuk melambangkan invers suatu matriks, kesalahan tipe 4.b ini dibuat oleh 2(dua) orang (5,3%).

BAB V

PEMBAHASAN, KESIMPULAN DAN SARAN

A. PEMBAHASAN

Dalam penelitian mengenai analisis kesalahan siswa kelas II SMU dalam menyelesaikan soal-soal matriks ini, penulis mengkategorikan jenis kesalahan dalam empat kategori, yaitu jenis kesalahan konsep, jenis kesalahan hitung, jenis kesalahan memahami informasi dalam soal, dan jenis kesalahan lambang. Pengkategorian jenis kesalahan tersebut diurutkan berdasarkan banyaknya tipe-tipe kesalahan dari masing-masing kategori, yang dimulai dari yang paling banyak tipe-tipe kesalahannya.

Dalam pembahasan ini akan dibahas mengenai kasalahan-kesalahan apa saja yang dibuat oleh siswa dan kesalahan-kesalahan apa yang paling banyak dibuat oleh siswa. Kesalahan-kesalahan tersebut adalah sebagai berikut:

1. Jenis Kesalahan Konsep

Banyaknya tipe-tipe kesalahan dalam jenis kesalahan konsep ini menunjukkan bahwa masih banyak siswa yang belum menguasai konsep-konsep dalam pokok bahasan matriks. Jenis kesalahan konsep dalam penelitian ini diklasifikasikan kedalam lima tipe kesalahan, yaitu kesalahan transpos suatu matriks, kesalahan perkalian matriks, kesalahan pemangkatan matriks, kesalahan determinan matriks persegi berordo dua, dan kesalahan invers matriks persegi berordo dua. Penjabaran dari masing-masing tipe kesalahan tersebut adalah sebagai berikut:

a. Tipe kesalahan transpos suatu matriks (Kesalahan tipe 1.a)

Kesalahan transpos suatu matriks atau kesalahan tipe 1.a dibagi ke dalam dua macam tipe kesalahan, yaitu tipe 1.a.1 dan tipe 1.a.2. Pada kesalahan tipe 1.a.1, siswa menuliskan elemen-elemen kolom pertama menjadi elemen-elemen baris kedua, dan elemen-elemen kolom kedua menjadi elemen-elemen baris pertama. Dalam kesalahan tipe ini, siswa lupa definisi dari transpos suatu matriks sehingga siswa mengerjakan soal tidak sesuai dengan definisi yang sebenarnya. Kesalahan ini dibuat oleh 2(dua) orang atau 5,3 % dari 38 siswa.

Pada kesalahan tipe 1.a.2, siswa beranggapan bahwa lambang transpos suatu matriks sama dengan lambang pemangkatan matriks. Dalam tipe kesalahan ini, siswa mencampuradukkan antara lambang transpos dengan pangkat, sehingga siswa menyelesaikan soal transpos dengan langkah-langkah yang digunakan untuk menyelesaikan pemangkatan matriks. Kesalahan ini dibuat oleh 2(dua) orang atau 5,3 % dari 38 siswa.

b. Tipe kesalahan perkalian matriks (Kesalahan tipe 1.b)

Pada tipe kesalahan ini, kesalahan yang dibuat siswa berbeda-beda, masing-masing siswa memiliki cara sendiri untuk menyelesaikan perkalian matriks. Kesalahan perkalian matriks atau kesalahan tipe 1.b dibagi ke dalam tiga macam tipe kesalahan, yaitu tipe 1.b.1, tipe 1.b.2 dan tipe 1.b.3.

Pada kesalahan tipe 1.b.1, siswa mengalikan tiap elemen baris pertama matriks kiri dengan elemen-elemen kolom pertama matriks kanan yang bersesuaian; serta mengalikan tiap elemen baris kedua matriks kiri dengan elemen-elemen kolom kedua matriks kanan yang bersesuaian. Dalam tipe kesalahan ini siswa telah menggunakan proses "baris pada kolom" untuk menyelesaikan perkalian matriks, tetapi proses yang dilakukan siswa tersebut tidak sesuai dengan proses "baris pada kolom" untuk menyelesaikan perkalian matriks yang betul. Disamping itu siswa tidak memperhatikan ordo dari masing-masing matriks yang dapat digunakan untuk menentukan ordo dari matriks hasil. Kesalahan tipe ini dibuat oleh 5(lima) orang atau 13,2 % dari 38 siswa. Bila dikaitkan dengan kategori kesalahan menurut Cox, maka tipe kesalahan ini termasuk kesalahan sistematis (lihat lampiran). Dalam hal ini siswa memiliki pemahaman yang keliru mengenai konsep perkalian matriks. Dan bila kesalahan ini tidak diperbaiki, besar kemungkinan siswa tersebut akan mengulangi kembali kesalahan yang sama.

Pada kesalahan tipe 1.b.2, siswa mengalikan elemen-elemen matriks sebelah kiri dengan elemen-elemen matriks sebelah kanan yang seletak. Dalam tipe kesalahan ini, siswa beranggapan bahwa untuk menyelesaikan perkalian matriks dapat diselesaikan dengan cara sebagaimana menyelesaikan soal penjumlahan matriks, karena proses perkalian seperti ini hanya diberlakukan siswa pada matriks yang berordo sama (lihat lampiran). Kesalahan tipe ini dibuat oleh 5(lima) orang atau 13,2 % dari 38 siswa.

Pada kesalahan tipe 1.b.3, siswa mengalikan tiap elemen baris pertama matriks kiri dengan elemen baris pertama kolom pertama matriks kanan, kemudian hasilnya dijumlahkan; mengalikan tiap elemen baris pertama matriks kiri dengan elemen baris pertama kolom kedua matriks kanan, kemudian hasilnya dijumlahkan;

demikian seterusnya. Dalam tipe kesalahan ini, siswa telah memperhatikan ordo dari masing-masing matriks, akan tetapi siswa tidak mempergunakan proses "baris pada kolom" untuk menyelesaikan soal perkalian matriks tersebut. Kesalahan tipe ini dibuat oleh 2(dua) orang atau 5,3 % dari 38 siswa.

Dalam kesalahan tipe 1.b.2 dan tipe 1.b.3, masing-masing siswa hanya melakukan satu kali kesalahan, dengan demikian bila dikaitkan dengan kategori kesalahan menurut Cox, maka siswa-siswa tersebut melakukan kesalahan kecerobohan, karena pada soal lain dengan tipe yang sama, siswa dapat menyelesaikan soal dengan betul.

c. Tipe kesalahan pemangkatan matriks (Kesalahan tipe 1.c)

Pada tipe kesalahan ini, siswa beranggapan bahwa pemangkatan matriks sama dengan pemangkatan pada bilangan real, hal ini tampak pada hasil pekerjaan siswa (lihat lampiran). Kesalahan pemangkatan matriks atau kesalahan tipe 1.c dibagi ke dalam dua macam tipe kesalahan, yaitu tipe 1.c.1 dan tipe 1.c.2. Baik pada kesalahan tipe 1.c.1 maupun kesalahan tipe 1.c.2, pada dasarnya proses yang digunakan siswa adalah sama, yaitu dengan mengkuadratkan setiap elemen pada matriks.

Pada kesalahan tipe 1.c.1, siswa melakukan pemangkatan matriks dengan cara mengkuadratkan setiap elemen pada matriks, sedangkan pada kesalahan tipe 1.c.2, siswa telah melakukan proses pemangkatan matriks dengan benar, tetapi hasil akhirnya salah karena siswa mengalikan elemen-elemen matriks kiri dengan elemen-elemen matriks kanan yang seletak. Dalam tipe kesalahan 1.c.2 ini, siswa telah memahami konsep pemangkatan matriks. Kesalahan siswa terletak pada proses perkalian matriks, yaitu siswa mengalikan elemen-elemen matriks yang seletak, padahal pada pemangkatan matriks, perkalian matriks merupakan perkalian dua matriks yang sama. Kesalahan tipe 1.c.1 dibuat oleh 3(tiga) orang atau 7,9% dan kesalahan tipe 1.c.2 dibuat oleh 2(dua) orang atau 5,3% dari 38 siswa.

d. Tipe kesalahan determinan berordo dua (Kesalahan tipe 1.d)

Kesalahan pada determinan suatu matriks dapat mengakibatkan kesalahan pada invers dari matriks yang bersangkutan, dengan demikian kesalahan dalam menentukan determinan berakibat cukup fatal. Walaupun siswa telah memahami konsep invers, tetapi keliru dalam menentukan determinannya, tetap saja hasil akhir yang diperoleh salah. Kesalahan determinan berordo dua atau kesalahan tipe 1.d, dibagi ke dalam tiga macam tipe kesalahan, yaitu tipe 1.d.1, tipe 1.d.2, dan tipe 1.d.3.

Pada kesalahan tipe 1.d.1, siswa menentukan determinan matriks berordo dua dengan menggunakan aturan yang sama seperti menentukan determinan matriks berordo tiga, yaitu dengan aturan Sarrus. Dalam tipe kesalahan ini, siswa berusaha menentukan determinan berordo dua dengan menggunakan aturan Sarrus, tetapi langkah-langkahnya keliru, dengan demikian hasilnya menjadi salah. Dalam hal ini siswa belum menguasai cara menggunakan aturan Sarrus untuk menentukan determinan suatu matriks. Bila dikaitkan dengan kategori kesalahan menurut Cox, kesalahan tipe 1.d.1 ini termasuk kesalahan sistematis, karena siswa melakukan kesalahan ini berulang kali (lihat lampiran).

Pada kesalahan tipe 1.d.2, siswa menentukan determinan matriks berordo dua dengan cara mengurangkan hasilkali elemen-elemen diagonal samping dengan hasilkali elemen-elemen diagonal utamanya. Pada dasarnya siswa telah memahami langkah-langkah dalam menentukan determinan, akan tetapi kesalahan siswa terletak pada proses pengurangannya. Seharusnya hasilkali elemen-elemen pada diagonal utama dikurangi hasilkali elemen-elemen pada diagonal samping, tetapi yang dikerjakan siswa adalah sebaliknya, yaitu mengurangkan hasilkali elemen-elemen pada diagonal samping dengan elemen-elemen pada diagonal utamanya.

Pada kesalahan tipe 1.d.3, siswa mempertukarkan elemen-elemen pada kedua diagonalnya dan hasilnya merupakan suatu matriks. Dalam tipe kesalahan ini siswa tidak menerapkan definisi dari determinan, karena dalam menentukan determinan suatu matriks yang dikerjakan siswa adalah mempertukarkan elemen-elemen pada kedua diagonalnya dan hasilnya tetap merupakan suatu matriks, padahal determinan suatu matriks merupakan suatu nilai, bukan suatu matriks baru.

Banyaknya siswa yang membuat kesalahan pada determinan matriks ini, masing-masing terdiri dari 3(tiga) orang atau 7,9% dari 38 siswa.

e. Tipe kesalahan invers matriks persegi berordo dua (Kesalahan tipe 1.e)

Tipe kesalahan ini adalah tipe kesalahan yang paling banyak dibuat oleh siswa diantara tipe-tipe kesalahan konsep lainnya. Disamping itu tipe kesalahan ini mempunyai macam yang paling banyak yaitu terdiri dari enam macam. Banyaknya tipe kesalahan pada kesalahan invers ini menunjukkan masih banyaknya siswa yang belum menguasai konsep invers.

Kesalahan invers suatu matriks atau kesalahan tipe 1.e dibagi kedalam enam macam tipe kesalahan, yaitu tipe 1.e.1, tipe 1.e.2, tipe 1.e.3, tipe 1.e.4, tipe 1.e.5, dan tipe 1.e.6.

Pada kesalahan tipe 1.e.1, siswa membagi matriks A dengan determinan A, dengan kata lain siswa tidak menentukan adjoin A terlebih dahulu. Tipe kesalahan ini merupakan tipe kesalahan yang paling banyak dibuat oleh siswa, yaitu ada 9(sembilan) orang atau 23,7% dari 38 siswa. Tipe kesalahan inipun termasuk kesalahan sistematis, karena siswa melakukan kesalahan ini berulang kali (lihat lampiran).

Pada kesalahan tipe 1.e.2, siswa tidak membagi adjoin matriks dengan determinan matriks. Pada tipe kesalahan ini siswa beranggapan bahwa determinan matriks yang ditentukan inversnya selalu sama dengan 1, sehingga dalam menentukan invers siswa tidak membagi adjoin dengan determinan. Jika determinannya sama dengan 1, maka proses menentukan invers sudah betul, akan tetapi jika determinannya tidak sama dengan 1, maka inversnya menjadi salah. Tipe kesalahan ini menempati urutan kedua dari banyaknya siswa yang melakukan kesalahan invers, yaitu dibuat oleh 7(tujuh) orang atau 18,4% dari 38 siswa.

Pada kesalahan tipe 1.e.3, tipe 1.e.4, tipe 1.e.5 dan tipe 1.e.6, kesalahan siswa menentukan invers suatu matriks terletak pada cara menentukan adjoin suatu matriks. Pada kesalahan tipe 1.e.3, siswa menentukan adjoin dengan cara mempertukarkan elemen-elemen pada diagonal utamanya. Tipe kesalahan ini dibuat oleh 4(empat) orang atau 10,5% dari 38 siswa.

Pada kesalahan tipe 1.e.4, siswa menuliskan elemen-elemen baris pertama menjadi elemen-elemen kolom pertama matriks baru; dan menuliskan elemen-elemen baris kedua menjadi elemen-elemen kolom kedua matriks baru. Dalam hal ini siswa menentukan adjoin suatu matriks dengan langkah-langkah sebagaimana menentukan transpos suatu matriks. Dengan demikian siswa belum dapat membedakan antara cara menentukan transpos suatu matriks dengan menentukan invers suatu matriks. Tipe kesalahan ini dibuat oleh 3(tiga) orang atau 7,9% dari 38 siswa.

Pada kesalahan tipe 1.e.5, siswa menentukan adjoin suatu matriks dengan cara mempertukarkan elemen-elemen pada kedua diagonal dan mengganti tanda elemen-elemen tersebut dengan lawannya. Kesalahan tipe ini dibuat oleh 2(dua) orang atau 5,3% dari 38 siswa.

Pada kesalahan tipe 1.e.6, siswa menentukan adjoin suatu matriks dengan cara mempertukarkan elemen-elemen pada kedua diagonal dan mengganti tanda elemen-elemen diagonal samping dengan lawannya. Kesalahan tipe ini dibuat oleh 2(dua) orang atau 5,3% dari 38 siswa.

Untuk lebih jelasnya, kesalahan-kesalahan konsep yang dibuat oleh siswa dapat dilihat pada tabel 3 lampiran.

2. Jenis Kesalahan Hitung

Untuk mempelajari matriks, selain diperlukan kemampuan untuk memahami konsep-konsep matriks, juga diperlukan kemampuan numerik, yaitu kemampuan melakukan pengerjaan hitung seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian. Operasi-operasi hitung tersebut merupakan pengetahuan-pengetahuan prasyarat yang harus dikuasai oleh siswa.

Sepintas lalu kesalahan hitung sepertinya termasuk kesalahan yang dianggap sepele atau tidak terlalu penting. Akan tetapi dalam pokok bahasan matriks yang memerlukan ketelitian dalam menghitung, hal ini merupakan masalah yang cukup besar. Banyak siswa yang hasil testnya jelek hanya karena tidak teliti dalam menghitung. Ketidaktelitian (kecerobohan) siswa dalam menyelesaikan suatu soal akan menyebabkan hasil akhir menjadi salah, meskipun langkah-langkah yang diambil dalam menyelesaikan suatu soal sudah betul.

Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa kesalahan hitung menempati urutan teratas ditinjau dari banyaknya siswa yang melakukan kesalahan. Walaupun pelajaran berhitung telah dipelajari siswa semenjak di Sekolah Dasar, namun masih banyak siswa yang melakukan kesalahan hitung ini, terutama pada operasi perkalian dan pengurangan.

Jenis kesalahan hitung dalam penelitian ini diklasifikasikan kedalam empat tipe kesalahan, yaitu kesalahan penjumlahan, kesalahan pengurangan, kesalahan penjumlahan dan pengurangan, dan kesalahan perkalian. Penjabarannya adalah sebagai berikut:

a. Kesalahan Penjumlahan (Kesalahan tipe 2.a)

Kesalahan penjumlahan atau kesalahan tipe 2.a terdiri dari dua macam, yaitu kesalahan tipe 2.a.1 dan tipe 2.a.2. Pada kesalahan tipe 2.a.1, kesalahan siswa terletak pada penjumlahan bilangan negatif dengan bilangan positif. Sedangkan pada kesalahan tipe 2.a.2, kesalahan siswa terletak pada penjumlahan bilangan positif dengan bilangan negatif. Banyaknya siswa yang melakukan kesalahan tipe 2.a.1 dan tipe 2.a.2 masing-masing terdiri dari 6(enam) orang atau 15,8% dan 3(tiga) orang atau 7,9% dari 38 siswa.

b. Kesalahan pengurangan (Kesalahan tipe 2.b)

Kesalahan perhitungan dalam operasi pengurangan atau kesalahan tipe 2.b penulis bedakan atas empat macam, yaitu kesalahan tipe 2.b.1, tipe 2.b.2, tipe 2.b.3, dan tipe 2.b.4.

Kesalahan tipe 2.b.1 adalah kesalahan siswa dalam menggunakan operasi pengurangan antara bilangan negatif dengan bilangan positif yang dibuat oleh 16(enam belas) orang atau sekitar 42,1% dari 38 siswa.

Kesalahan tipe 2.b.3 adalah kesalahan siswa dalam menggunakan operasi pengurangan antara bilangan positif dengan bilangan negatif yang dibuat oleh 8(delapan) orang atau 21,5% dari 38 siswa.

Kesalahan tipe 2.b.3 adalah kesalahan siswa dalam menggunakan operasi pengurangan antara bilangan negatif dengan bilangan negatif yang dibuat oleh 9(sembilan) orang atau 23,7% dari 38 siswa.

Sedangkan kesalahan tipe 2.b.4 adalah kesalahan siswa dalam menggunakan operasi pengurangan antara bilangan positif dengan bilangan positif yang dibuat oleh 7(tujuh) orang atau 10,4% dari 38 siswa.

Banyaknya siswa yang melakukan kesalahan dalam menggunakan operasi pengurangan ini menunjukkan bahwa siswa belum terampil melakukan perhitungan dalam himpunan bilangan real. Hal ini mengakibatkan banyaknya hasil akhir yang salah dalam penyelesaian soal-soal matriks.

c. Kesalahan penjumlahan dan pengurangan (Kesalahan tipe 2.c)

Kesalahan penjumlahan dan pengurangan atau kesalahan tipe 2.c ini merupakan kesalahan pada operasi gabungan, yaitu antara penjumlahan dan pengurangan. Kesalahan ini dibuat oleh 7(tujuh) orang atau 18,4% dari 38 siswa.

d. Kesalahan perkalian (Kesalahan tipe 2.d)

Kesalahan perkalian atau kesalahan tipe 2.d merupakan kesalahan dalam melakukan operasi perkalian bilangan real. Kesalahan perkalian dalam penelitian ini merupakan kesalahan yang paling banyak dibuat oleh siswa, yaitu terdiri dari 20(dua puluh) orang atau 52,6% dari 38 siswa. Hal ini menunjukkan bahwa masih banyak siswa yang belum terampil dalam melakukan perkalian bilangan real. Padahal dalam pokok bahasan matriks, banyak digunakan operasi perkalian.

Dari hasil penelitian ini ternyata operasi perkalian dan operasi pengurangan yang berkaitan dengan bilangan negatif yang paling banyak dibuat oleh siswa.

3. Jenis Kesalahan Memahami Informasi dalam Soal

Ketidakcermatan siswa dalam menyalin soal dapat menyebabkan kesalahan walaupun langkah-langkah penyelesaiannya dan perhitungannya sudah betul. Karena salah dalam menyalin soal maka hasil akhirnya pun menjadi salah. Banyak siswa yang keliru menyalin soal, yaitu dengan tidak mencantumkan tanda negatif atau bahkan menambahkan tanda negatif pada bilangan, padahal operasi hitung antara bilangan positif dengan bilangan negatif memberikan hasil yang berbeda, sehingga menyebabkan hasil akhirnya menjadi salah. Tipe kesalahan menyalin soal atau kesalahan tipe 3.a cukup banyak dibuat oleh siswa, yaitu ada 16(enam belas) orang atau 42,1% dari 38 siswa.

Sedangkan siswa yang mengerjakan soal tidak sesuai dengan maksud dari soal atau kesalahan tipe 3.b ada 5(lima) orang atau 13,2% dari 38 siswa. Dalam kesalahan tipe ini, siswa mengerjakan soal pengurangan matriks dan perkalian matriks tanpa memperhatikan sifat-sifat operasinya, padahal diketahui bahwa pengurangan matriks dan perkalian matriks tidak bersifat komutatif.

4. Jenis Kesalahan Lambang

Dari hasil penelitian ini ternyata masih ada siswa yang belum dapat membedakan lambang invers matriks, determinan matriks maupun transpos suatu matriks. Pada kesalahan tipe 4.a, siswa menggunakan lambang determinan untuk melambangkan invers suatu matriks. Sedangkan pada kesalahan tipe 4.b, siswa menggunakan lambang transpos untuk melambangkan invers suatu matriks.

Jenis kesalahan ini memang tidak banyak dibuat oleh siswa, masing-masing kesalahan dibuat oleh 3(tiga) orang atau 7,9% dan 2(dua) orang atau 5,3% dari 38 siswa. Namun, penting bagi siswa untuk dapat membedakan lambang, notasi maupun simbol yang satu dengan yang lainnya dalam matematika yang begitu banyak digunakan agar tidak terjadi kekacauan, yang dapat menyebabkan kesalahan dalam menyelesaikan suatu soal.

B. KESIMPULAN

Dari hasil penelitian ini, yang dapat penulis simpulkan antara lain:

1. Jenis-jenis kesalahan yang dibuat siswa kelas II SMU Pangudi Luhur Yogyakarta Tahun Ajaran 1999/2000 dalam menyelesaikan soal-soal matriks ada 4 jenis, yaitu: kesalahan konsep, kesalahan hitung, kesalahan memahami informasi dalam soal, dan kesalahan lambang.
2. Dari jenis-jenis kesalahan tersebut, kesalahan yang paling banyak dilakukan oleh siswa adalah jenis kesalahan hitung, yaitu kesalahaan perkalian atau tipe 2.d dan kesalahan pengurangan antara bilangan negatif dengan bilangan positif atau tipe 2.b.1, serta jenis kesalahan memahami informasi dalam soal khususnya kesalahan sewaktu menyalin soal atau tipe 3.a. Banyaknya siswa yang melakukan ketiga tipe kesalahan itu adalah sebanyak 20(dua puluh) orang atau 52,6%, 16(enam belas) orang atau 42,1% dan 16(enam belas) orang atau 42,1% dari 38 siswa.
3. Dari hasil penelitian yang didasarkan pada hasil pekerjaan siswa ini, penulis dapat menarik kesimpulan, bahwa kesalahan-kesalahan tersebut dapat terjadi karena:
   a. Siswa belum menguasai materi-materi prasyarat yang memegang peranan penting dalam proses memahami konsep-konsep baru,
   b. pemahaman siswa yang kurang lengkap terhadap suatu konsep,
   c. siswa belum dapat membedakan antara satu konsep dengan konsep yang lain,
   d. siswa tidak teliti dalam melakukan operasi hitung dasar seperti penjumlahan, pengurangan, dan perkalian, terutama yang berkaitan dengan bilangan negatif,

e. siswa tidak teliti sewaktu menyalin soal dari lembar soal ke lembar jawab,

f. siswa kurang menguasai dengan baik lambang, notasi, simbol maupun istilah dalam matematika.

C. SARAN

Setelah mengkaji teori dan menelaah hasil penelitian secara serius, penulis ingin memberikan saran sebagai berikut:

1. Bagi Guru

- Dari hasil penelitian ini diperoleh masukan bahwa masih banyak siswa-siswa SMU yang kurang terampil dalam melakukan perhitungan, dengan demikian guru diharapkan dapat meluangkan sedikit waktu untuk menguji ketelitian siswa dalam melakukan perhitungan terutama yang berkaitan dengan bilangan negatif, baik itu penjumlahan, pengurangan, perkalian, maupun pembagian.
- Sebelum masuk pada pokok bahasan baru, guru mengingatkan kembali materi-materi prasyarat yang akan digunakan dalam pokok bahasan tersebut, karena bila siswa lupa akan materi-materi prasyarat tersebut, guru akan mengalami kesulitan dalam menjelaskan pokok bahasan baru tersebut.
- Setiap guru diharapkan pernah mengadakan analisis kesalahan pada hasil pekerjaan siswa. Pernah disini maksudnya bahwa tidak semua pokok bahasan harus dianalisis karena akan menghabiskan banyak waktu. Analisis dilakukan terutama pada pokok bahasan-pokok bahasan dimana siswa banyak membuat kesalahan. Disamping itu juga pada pokok bahasan yang menjadi prasyarat

bagi pokok bahasan selanjutnya untuk mengetahui sejauh mana siswa-siswa memahami konsep-konsep yang ada pada pokok bahasan prasyarat tersebut.

- Guru perlu membantu siswa untuk berani membicarakan bagaimana kesalahan itu dibuat dan mengapa itu salah. Siswa yang berani mengungkapkan kesalahan tentu suatu ketika akan dapat memutuskan sendiri mengapa, bagaimana, dan kapan kesalahan itu dia perbuat. Dengan demikian, bila dia mengalami kesulitan dia tahu persis kesulitan yang dialaminya dan kemudian dapat menanyakan pada gurunya. Disamping itu bila siswa telah mengetahui letak kesalahannya, maka diharapkan siswa tersebut tidak mengulangi kesalahan yang sama.
- Guru perlu meluangkan waktu untuk menganalisis hasil pekerjaan siswa dan merencanakan serta melaksanakan pengajaran remidi bagi siswa-siswa yang memerlukan pengajaran remidi, agar siswa tersebut dapat meningkatkan prestasi belajarnya. Dengan demikian seorang guru tidak hanya sekedar memberi nilai atau skor saja.

2. Bagi Mahasiswa

- Mahasiswa terutama mahasiswa FKIP yang merupakan calon guru, diharapkan mau meluangkan waktu untuk mengadakan penelitian yang dapat menunjang keberhasilan proses belajar-mengajar di sekolah seperti penelitian mengenai analisis kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal-soal matematika pada pokok bahasan-pokok bahasan tertentu.

- Menambah dan memperoleh bekal pengetahuan dan pengalaman yang dapat dimanfaatkan dan dikembangkan pada saat terjun langsung dilapangan menjadi seorang guru.
- Dengan menyumbangkan tulisan berupa hasil penelitian berarti mahasiswa ikut menyumbangkan referensi, terutama metode analisis kesalahan yang masih kurang ini, khususnya bagi guru SD, SLTP, SMU, maupun bagi almamater dan dunia pendidikan pada umumnya.

DAFTAR PUSTAKA

Ayres, Frank, *Theory And Problems of Matrices,* Cetakan ke-4, Singapura: Kin Keong Printing Co. PTE LTD, 1987.

Bell, F., *Teaching Elementary School of Mathematic,* 1970.

Cox, L. S., *Systematic Errors in Four vertical Algorithms,* Journal of Mathematics Jakarta, 1985.

Hadar, Zaslavsky, Inbar, *An Empirical Classification Model for Error In High School Mathematics,* Journal for Research in Mathematics Education, January 1987.

Hudoyo, H., *Pengembangan Kurikulum Matematika dan Pelaksanaannya di Depan Kelas,* Usaha Nasional, Surabaya, 1979.

Hudoyo, H., *Teori Belajar untuk Pengajaran Matematika,* Depdikbud, Jakarta, 1981.

Marpaung, Y., *Representasi dan Internalisasi Konsep-Konsep Matematika: Fungsinya dalam Pembelajaran Matematika,* Yogyakarta, 1995.

Marpaung, Y., *Peranan Media dalam Pembelajaran Matematika,* Makalah Seminar di Program Studi Pendidikan Matematika, FKIP, Univ. Sanata Dharma, Yogyakarta, 1998.

Marpaung, Y. *Peningkatan Mutu untuk Mempertahankan Eksistensi,* Makalah Seminar di Program Studi Pendidikan Matematika, FKIP, Univ. Sanata Dharma, Yogyakarta, 1999.

Murtiyasa, B., *Meningkatkan Motivasi Siswa, Upaya Mengembangkan Kemampuan Matematis Siswa SMTA,* Makalah Seminar Pendidikan Fisika dan Matematika se DIY dan Ja-Teng di IKIP Sadhar, 1987.

Robert, *Error Patterns in Computation,* New Jersey: Prentice Hall, 1994.

Sartono, *Matematika untuk SMU Kelas 2 Cawu 1,* Penerbit Erlangga, Jakarta,1998.

Subino, *Konstruksi dan Analisis Tes : Suatu Pengantar kepada Teori Tes dan Pengukuran,* Depdikbud, Jakarta 1987.

Sujono, Drs. *Pengajaran Matematika untuk Sekolah Menengah,* Depdikbud, Jakarta, 1988

-------, *Garis-Garis Besar Program Pengajaran Matematika SMU,* Depdikbud, Jakarta, 1994.

-------, *Suplemen GBPP Matematika SMU,* Depdikbud, Jakarta, 1999.

LAMPIRAN

Tabel 1

DAFTAR NILAI SISWA KELAS II.2 SMU PANGUDI LUHUR YOGYAKARTA

TAHUN AJARAN 1999/2000

NO	NAMA SISWA	NOMOR SOAL												NILAI
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
1	Aloysius Pramudigta R	10	10	2	8	1	10	10	10	5	8	7	9	7,5
2	Andayani Astuti	10	3	10	10	10	0	10	2	5	6	2	4	6,0
3	Anton Darmaji	10	7	6	5	0	10	10	8	8	10	9	9	7,7
4	Antonius Bhre Wirabhumi	10	10	10	6	1	3	8	10	5	10	5	4	6,8
5	Antonius Supriyanto	3	5	10	8	10	10	6	10	10	10	10	10	8,5
6	Arden Papilaja	10	5	7	10	5	3	8	7	2	3	7	4	5,9
7	Basilia Ria Irmawati	10	7	7	9	3	10	4	10	7	10	2	8	7,3
8	Bernadus Endri K	10	7	10	10	5	3	2	4	10	6	3	10	6,7
9	Dedy Kristiawan	10	10	10	5	10	10	10	10	8	10	9	9	9,3
10	Dian Ambrian *)													
11	Dian Marwati	10	10	7	10	10	3	2	4	1	2	2	2	5,3
12	Dicky	10	2	3	7	5	5	10	10	5	5	6	4	6,0
13	Dody Sanjaya	10	7	10	5	9	3	6	4	10	2	7	10	6,9
14	Don Bosco Eko Sulistyo P	9	5	1	1	1	1	2	7	2	2	3	2	3,0
15	Edhi Puspita Surya L	10	10	10	9	6	10	10	10	5	5	6	4	7,9
16	Egenius Pandu Dewa W	10	5	7	9	10	0	10	7	7	5	9	10	7,4
17	Ethen	10	7	10	2	3	3	10	10	5	10	5	4	6,6
18	Fella Tirta Sari	4	2	2	2	3	3	4	4	2	5	3	2	3,0
19	Firma Eka I	10	7	7	9	6	10	8	10	9	10	4	10	8,3
20	FX Dicky Adhy Yudi K	10	10	10	10	10	3	8	4	10	10	10	10	8,8
21	F. Primanto Himawan	10	5	5	1	0	7	8	2	7	6	1	4	4,7
22	Heny Susilowati	5	3	2	9	3	10	4	10	8	10	2	4	5,8
23	Hieronimus Febriyanto C	10	2	3	7	5	5	10	10	5	5	6	4	6,0
24	Hugo Endro Dewo	10	3	10	10	1	5	8	10	5	10	5	4	6,8
25	Ignatius Bangun Adi Y	10	10	10	5	7	7	10	10	5	10	5	4	7,8
26	Johanes Paulus S	10	5	5	0	0	6	10	7	2	2	4	2	4,6
27	Katrin Anggraeni	10	5	7	2	2	10	2	10	3	3	5	3	5,2
28	Lina Sulistyowati	10	7	10	0	0	7	8	0	7	9	5	7	5,8
29	N Ressa Parningotan T	10	10	10	10	3	10	8	10	5	5	7	4	7,7
30	R. Bartholomeus Nastiti D	9	5	7	9	0	0	8	8	0	0	0	0	3,8
31	R. Danang Guntur S *)													
32	Ririn Ristiani	10	3	7	10	6	10	10	10	8	10	2	4	7,5
33	Rivan	5	2	2	0	0	0	6	2	1	1	2	0	1,8
34	Robertus Topan Bayu Aji	10	7	10	2	5	0	10	7	7	5	0	4	5,6
35	Shanty Herawaty	3	5	5	5	2	3	8	2	2	5	5	2	3,9
36	Stanislaus Suryanto	10	2	7	3	0	0	4	0	5	2	1	4	3,2
37	Stephanus Lulu Agusfina	10	10	10	10	10	10	10	10	8	8	9	9	9,5
38	Swasinto Hernukoro	10	2	7	10	3	3	2	4	10	4	2	2	4,9
39	Veronica Wendy Adisty T	10	7	5	0	0	7	10	8	2	3	5	0	4,8
40	Willy B. J.	10	7	10	1	3	10	10	10	9	8	7	4	7,4

Keterangan

*) siswa yang tidak hadir

Tabel 2

DAFTAR NAMA SISWA YANG TIDAK MENYELESAIKAN SOAL DENGAN LENGKAP

NO	NAMA SISWA	STATUS	NO SOAL	JUMLAH
1	Aloysius Pramudigta R			
2	Andayani Astuti	TL	6	1
3	Anton Darmaji	TL	5	1
4	Antonius Bhre Wirabhumi			
5	Antonius Supriyanto			
6	Arden Papilaja			
7	Basilia Ria Irmawati			
8	Bernadus Endri K			
9	Dedy Kristiawan			
10	Dian Ambrian *)			
11	Dian Marwati			
12	Dicky			
13	Dody Sanjaya			
14	Don Bosco Eko Sulistyo P			
15	Edhi Puspita Surya L			
16	Egenius Pandu Dewa W	TL	6	1
17	Ethen			
18	Fella Tirta Sari			
19	Firma Eka I			
20	FX Dicky Adhy Yudi K			
21	F. Primanto Himawan	TL	5	1
22	Heny Susilowati			
23	Hieronimus Febriyanto C			
24	Hugo Endro Dewo			
25	Ignatius Bangun Adi Y			
26	Johanes Paulus S	TL	4,5	2
27	Katrin Anggraeni			
28	Lina Sulistyowati	TL	4,5,8	3
29	N Ressa Parningotan T			
30	R. Bartholomeus Nastiti D	TL	5,6,9,10,11,12	6
31	R. Danang Guntur S *)			
32	Ririn Ristiani			
33	Rivan	TL	4,5,6,12	4
34	Robertus Topan Bayu Aji	TL	6,11	2
35	Shanty Herawaty			
36	Stanislaus Suryanto	TL	5,6,8	3
37	Stephanus Lulu Agusfina			
38	Swasinto Hernukoro			
39	Veronica Wendy Adisty T	TL	4,5,12	3
40	Willy B. J.			

Keterangan

TL : Tidak Lengkap

Tabel 3: Jenis Kesalahan Konsep

Tabel Kesalahan Transpos Tipe 1.a.1

No. Siswa	No. Soal	Perhitungan
6	6	$(A \cdot B)^T = \begin{pmatrix} -1 & 20 \\ -22 & 90 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 20 & 90 \\ -1 & -22 \end{pmatrix}$
39	6	$(A \cdot B)^T = \begin{pmatrix} -1 & 20 \\ -22 & 90 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 20 & 90 \\ -1 & -22 \end{pmatrix}$

Tabel Kesalahan Transpos Tipe 1.a.2

No. Siswa	No. Soal	Perhitungan
4	6	$\begin{pmatrix} -1 & 20 \\ -22 & 90 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} -1 & 20 \\ -22 & 90 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 20 \\ -22 & 90 \end{pmatrix}$
24	6	$\begin{pmatrix} -1 & 20 \\ -22 & 90 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} -1 & 20 \\ -22 & 90 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 20 \\ -22 & 90 \end{pmatrix}$
	12	$\begin{pmatrix} 5/7 & -2 \\ -2/7 & 1 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 5/7 & -2 \\ -2/7 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5/7 & -2 \\ -2/7 & 1 \end{pmatrix}$

Tabel Kesalahan Perkalian Matriks Tipe 1.b.1

No.Siswa	No.Soal	Perhitungan
8	6	$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 4 & 6 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 8 \\ -4 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2(1) & 4(-2) \\ 3(-1) & 6(8) \\ 0(-4) & 5(10) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -8 \\ -3 & 48 \\ 0 & 50 \end{pmatrix}$
	7	$\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 2 & -9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 8 & -1 & 4 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6(8) & 2(-1) & 6(4) \\ 4(5) & -9(2) & 4(1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 & -2 & 24 \\ 20 & -18 & 4 \end{pmatrix}$
	8	$\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2(2) & 3(-4) \\ -4(3) & 5(5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -12 \\ -12 & 25 \end{pmatrix}$

	11	$\begin{pmatrix}3 & 5\\2 & 4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3 & 1\\2 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3(-3) & 2(1)\\5(2) & 4(0)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-9 & 2\\10 & 0\end{pmatrix}$
13	6	$\begin{pmatrix}2 & 3 & 0\\4 & 6 & 5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -2\\-1 & 8\\-4 & 10\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2(1) & 4(-2)\\3(-1) & 6(8)\\0(-4) & 5(10)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & -8\\-3 & 48\\0 & 50\end{pmatrix}$
	8	$\begin{pmatrix}2 & -4\\3 & 5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & -4\\3 & 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2(2) & 3(-4)\\-4(3) & 5(5)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & -12\\-12 & 25\end{pmatrix}$
20	6	$\begin{pmatrix}2 & 3 & 0\\4 & 6 & 5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -2\\-1 & 8\\-4 & 10\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2(1) & 4(-2)\\3(-1) & 6(8)\\0(-4) & 5(10)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & -8\\-3 & 48\\0 & 50\end{pmatrix}$
	8	$\begin{pmatrix}2 & -4\\3 & 5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & -4\\3 & 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2(2) & 3(-4)\\-4(3) & 5(5)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & -12\\-12 & 25\end{pmatrix}$
21	11	$\begin{pmatrix}3 & 5\\2 & 4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3 & 1\\2 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3(-3) & 2(1)\\5(2) & 4(0)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-9 & 2\\10 & 0\end{pmatrix}$
38	6	$\begin{pmatrix}2 & 3 & 0\\4 & 6 & 5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -2\\-1 & 8\\-4 & 10\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2(1) & 4(-2)\\3(-1) & 6(8)\\0(-4) & 5(10)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & -8\\-3 & 48\\0 & 50\end{pmatrix}$
	8	$\begin{pmatrix}2 & -4\\3 & 5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & -4\\3 & 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2(2) & 3(-4)\\-4(3) & 5(5)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & -12\\-12 & 25\end{pmatrix}$
	11	$\begin{pmatrix}3 & 5\\2 & 4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3 & 1\\2 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3(-3) & 2(1)\\5(2) & 4(0)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-9 & 2\\10 & 0\end{pmatrix}$

Tabel Kesalahan Perkalian Matriks Tipe 1.b.2

No.Siswa	No.Soal	Perhitungan
2	11	$\begin{pmatrix}3 & 5\\2 & 4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3 & 1\\2 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3(-3) & 5(1)\\2(2) & 4(0)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-9 & 5\\4 & 0\end{pmatrix}$
7	11	$\begin{pmatrix}3 & 5\\2 & 4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3 & 1\\2 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3(-3) & 5(1)\\2(2) & 4(0)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-9 & 5\\4 & 0\end{pmatrix}$

22	11	$\begin{pmatrix}3 & 5\\2 & 4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3 & 1\\2 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3(-3) & 5(1)\\2(2) & 4(0)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-9 & 5\\4 & 0\end{pmatrix}$
32	11	$\begin{pmatrix}3 & 5\\2 & 4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3 & 1\\2 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3(-3) & 5(1)\\2(2) & 4(0)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-9 & 5\\4 & 0\end{pmatrix}$
33	11	$\begin{pmatrix}3 & 5\\2 & 4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3 & 1\\2 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3(-3) & 5(1)\\2(2) & 4(0)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-9 & 5\\4 & 0\end{pmatrix}$

Tabel Kesalahan Perkalian Matriks Tipe 1.b.3

No.Siswa	No.Soal	Perhitungan
14	7	$\begin{pmatrix}6 & 4\\2 & -9\end{pmatrix}\begin{pmatrix}8 & -1 & 4\\5 & 2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6(8)+4(8) & 6(-1)+4(-1) & 6(4)+4(4)\\2(5)+(-9)5 & 2(2)+(-9)2 & 2(1)+(-9)1\end{pmatrix}$ $=\begin{pmatrix}48+32 & -6-4 & 24+16\\10-45 & 4-18 & 2-9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}80 & -10 & 40\\-35 & -14 & -7\end{pmatrix}$
27	7	$\begin{pmatrix}6 & 4\\2 & -9\end{pmatrix}\begin{pmatrix}8 & -1 & 4\\5 & 2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6(8)+4(8) & 6(-1)+4(-1) & 6(4)+4(4)\\2(5)+(-9)5 & 2(2)+(-9)2 & 2(1)+(-9)1\end{pmatrix}$ $=\begin{pmatrix}48+32 & -6-4 & 24+16\\10-45 & 4-18 & 2-9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}80 & -10 & 40\\-35 & -14 & -7\end{pmatrix}$

Tabel Kesalahan Pemangkatan Matriks Tipe 1.c.1

No.Siswa	No.Soal	Perhitungan
2	8	$A^2=\begin{pmatrix}2 & -4\\3 & 5\end{pmatrix}^2=\begin{pmatrix}2^2 & -4^2\\3^2 & 5^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 16\\9 & 25\end{pmatrix}$
21	8	$A^2=\begin{pmatrix}2 & -4\\3 & 5\end{pmatrix}^2=\begin{pmatrix}2^2 & -4^2\\3^2 & 5^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 16\\9 & 25\end{pmatrix}$
33	8	$A^2=\begin{pmatrix}2 & -4\\3 & 5\end{pmatrix}^2=\begin{pmatrix}2^2 & -4^2\\3^2 & 5^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 16\\9 & 25\end{pmatrix}$

Tabel Kesalahan Pemangkatan Matriks Tipe 1.c.2

No.Siswa	No.Soal	Perhitungan
11	8	$A^2 = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 16 \\ 9 & 25 \end{pmatrix}$
35	8	$A^2 = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 16 \\ 9 & 25 \end{pmatrix}$

Tabel Kesalahan Determinan Berordo Dua Tipe 1.d.1

No.Siswa	No.Soal	Perhitungan
26	9	$\left\lvert\begin{array}{cc\|c} 6 & 4 & 6 \\ 2 & 2 & 2 \end{array}\right\rvert = -6(2) - 4(2) + 4(2) + 6(2) = 0$
	12	$\left\lvert\begin{array}{cc\|c} 7 & 14 & 7 \\ 2 & 5 & 2 \end{array}\right\rvert = -7(5) - 14(2) + 14(2) + 7(5) = 0$
27	9	$\left\lvert\begin{array}{cc\|c} 6 & 4 & 6 \\ 2 & 2 & 2 \end{array}\right\rvert = 4(2) - 6(2) = 8 - 12 = -4$
	10	$\left\lvert\begin{array}{cc\|c} 8 & 5 & 8 \\ 3 & 2 & 3 \end{array}\right\rvert = 5(3) - 8(2) = 15 - 16 = -1$
	11	$\left\lvert\begin{array}{cc\|c} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{array}\right\rvert = 3(2) - 1(2) = 6 - 2 = 4$
	12	$\left\lvert\begin{array}{cc\|c} 7 & 14 & 7 \\ 2 & 5 & 2 \end{array}\right\rvert = 14(2) - 7(5) = 28 - 35 = -7$
39	9	$\lvert A\rvert = \left\lvert\begin{array}{cc\|c} 6 & 4 & 6 \\ 2 & 2 & 2 \end{array}\right\rvert = 8 - 12 + 12 + 8 = 16$
	10	$\lvert B\rvert = \left\lvert\begin{array}{cc\|c} 8 & 5 & 8 \\ 3 & 2 & 3 \end{array}\right\rvert = 15 - 16 + 16 + 15 = 30$
	11	$\lvert A \cdot B\rvert = \left\lvert\begin{array}{cc\|c} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{array}\right\rvert = 6 - 2 + 2 + 6 = 12$

Tabel Kesalahan Determinan Berordo Dua Tipe 1.d.2

No.Siswa	No.Soal	Perhitungan
1	11	$\lvert A\cdot B\rvert = \begin{vmatrix}1 & 3\\ 2 & 2\end{vmatrix} = 3(2)-1(2)=6-2=4$
13	11	$\lvert A\cdot B\rvert = \begin{vmatrix}1 & 3\\ 2 & 2\end{vmatrix} = 3(2)-1(2)=6-2=4$
40	11	$\lvert A\cdot B\rvert = \begin{vmatrix}1 & 3\\ 2 & 2\end{vmatrix} = 3(2)-1(2)=6-2=4$

Tabel Kesalahan Determinan Berordo Dua Tipe 1.d.3

No.Siswa	No.Soal	Perhitungan
11	9	$A=\begin{pmatrix}6 & 4\\ 2 & 2\end{pmatrix}; \lvert A\rvert = \begin{pmatrix}2 & 2\\ 4 & 6\end{pmatrix}$
18	9	$A=\begin{pmatrix}6 & 4\\ 2 & 2\end{pmatrix}; \lvert A\rvert = \begin{pmatrix}2 & 2\\ 4 & 6\end{pmatrix}$
35	9	$A=\begin{pmatrix}6 & 4\\ 2 & 2\end{pmatrix}; \lvert A\rvert = \begin{pmatrix}2 & 2\\ 4 & 6\end{pmatrix}$

Tabel Kesalahan Invers Tipe 1.e.1

No.Siswa	No.Soal	Perhitungan
12	9	$A^{-1}=\frac{1}{4}\begin{pmatrix}6 & 4\\ 2 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3/2 & 1\\ 1/2 & 1/2\end{pmatrix}$
	10	$B^{-1}=\frac{1}{1}\begin{pmatrix}8 & 5\\ 3 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8 & 5\\ 3 & 2\end{pmatrix}$
	11	$(A\cdot B)^{-1}=-\frac{1}{4}\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1/4 & -3/4\\ -1/2 & -1/2\end{pmatrix}$
	12	$A^{-1}=\frac{1}{7}\begin{pmatrix}7 & 14\\ 2 & 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2/7 & 5/7\end{pmatrix}$

15	9	$A^{-1} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/2 & 1 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$
	10	$B^{-1} = \frac{1}{1}\begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$
	11	$(A \cdot B)^{-1} = -\frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/4 & -3/4 \\ -1/2 & -1/2 \end{pmatrix}$
	12	$A^{-1} = \frac{1}{7}\begin{pmatrix} 7 & 14 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2/7 & 5/7 \end{pmatrix}$
18	10	$B^{-1} = \frac{1}{1}\begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$
23	9	$A^{-1} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/2 & 1 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$
	10	$B^{-1} = \frac{1}{1}\begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$
	11	$(A \cdot B)^{-1} = -\frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/4 & -3/4 \\ -1/2 & -1/2 \end{pmatrix}$
	12	$A^{-1} = \frac{1}{7}\begin{pmatrix} 7 & 14 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2/7 & 5/7 \end{pmatrix}$
29	9	$A^{-1} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/2 & 1 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$
	11	$(A \cdot B)^{-1} = -\frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/4 & -3/4 \\ -1/2 & -1/2 \end{pmatrix}$
	12	$A^{-1} = \frac{1}{7}\begin{pmatrix} 7 & 14 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2/7 & 5/7 \end{pmatrix}$
32	12	$A^{-1} = \frac{1}{7}\begin{pmatrix} 7 & 14 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2/7 & 5/7 \end{pmatrix}$
36	9	$A^{-1} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/2 & 1 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$

	12	$A^{-1} = \frac{1}{7}\begin{pmatrix}7 & 14\\2 & 5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & 2\\2/7 & 5/7\end{pmatrix}$
38	9	$A^{-1} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix}6 & 4\\2 & 2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3/2 & 1\\1/2 & 1/2\end{pmatrix}$
	10	$B^{-1} = \frac{1}{1}\begin{pmatrix}8 & 5\\3 & 2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}8 & 5\\3 & 2\end{pmatrix}$
	11	$(A \cdot B)^{-1} = -\frac{1}{4}\begin{pmatrix}1 & 3\\2 & 2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1/4 & -3/4\\-1/2 & -1/2\end{pmatrix}$
39	9	$A^{-1} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix}6 & 4\\2 & 2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3/2 & 1\\1/2 & 1/2\end{pmatrix}$
	10	$B^{-1} = \frac{1}{1}\begin{pmatrix}8 & 5\\3 & 2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}8 & 5\\3 & 2\end{pmatrix}$
	11	$(A \cdot B)^{-1} = -\frac{1}{4}\begin{pmatrix}1 & 3\\2 & 2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1/4 & -3/4\\-1/2 & -1/2\end{pmatrix}$

Tabel Kesalahan Invers Tipe 1.e.2

No.Siswa	No.Soal	Perhitungan
1	9	$A^{-1} = \begin{pmatrix}6 & 4\\2 & 2\end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix}2 & -4\\-2 & 6\end{pmatrix}$
4	9	$A^{-1} = \begin{pmatrix}6 & 4\\2 & 2\end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix}2 & -4\\-2 & 6\end{pmatrix}$
	11	$(A \cdot B)^{-1} = \begin{pmatrix}1 & 3\\2 & 2\end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix}2 & -3\\-2 & 1\end{pmatrix}$
	12	$A^{-1} = \begin{pmatrix}7 & 14\\2 & 5\end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix}5 & -14\\-2 & 7\end{pmatrix}$
17	9	$A^{-1} = \begin{pmatrix}6 & 4\\2 & 2\end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix}2 & -4\\-2 & 6\end{pmatrix}$

	11	$(A\cdot B)^{-1}=\begin{pmatrix}1&3\\2&2\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}2&-3\\-2&1\end{pmatrix}$
	12	$A^{-1}=\begin{pmatrix}7&14\\2&5\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}5&-14\\-2&7\end{pmatrix}$
24	9	$A^{-1}=\begin{pmatrix}6&4\\2&2\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}2&-4\\-2&6\end{pmatrix}$
	11	$(A\cdot B)^{-1}=\begin{pmatrix}1&3\\2&2\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}2&-3\\-2&1\end{pmatrix}$
	12	$A^{-1}=\begin{pmatrix}7&14\\2&5\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}5&-14\\-2&7\end{pmatrix}$
25	9	$A^{-1}=\begin{pmatrix}6&4\\2&2\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}2&-4\\-2&6\end{pmatrix}$
	11	$(A\cdot B)^{-1}=\begin{pmatrix}1&3\\2&2\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}2&-3\\-2&1\end{pmatrix}$
	12	$A^{-1}=\begin{pmatrix}7&14\\2&5\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}5&-14\\-2&7\end{pmatrix}$
28	11	$(A\cdot B)^{-1}=\begin{pmatrix}1&3\\2&2\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}2&-3\\-2&1\end{pmatrix}$
38	12	$A^{-1}=\begin{pmatrix}7&14\\2&5\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}5&-14\\-2&7\end{pmatrix}$

Tabel Kesalahan Invers Tipe 1.e.3

No.Siswa	No.Soal	Perhitungan
8	10	$B^{-1}=\begin{pmatrix}8&5\\3&2\end{pmatrix}^{-1}=\frac{1}{1}\begin{pmatrix}2&5\\3&8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&5\\3&8\end{pmatrix}$
21	10	$B^{-1}=\begin{pmatrix}8&5\\3&2\end{pmatrix}^{-1}=\frac{1}{1}\begin{pmatrix}2&5\\3&8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&5\\3&8\end{pmatrix}$

	12	$A^{-1} = \begin{pmatrix} 7 & 14 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{7}\begin{pmatrix} 5 & 14 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5/7 & 2 \\ 2/7 & 1 \end{pmatrix}$
27	11	$(A \cdot B)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{-4}\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/2 & -3/4 \\ -1/2 & -1/4 \end{pmatrix}$
34	10	$B^{-1} = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{1}\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$

Tabel Kesalahan Invers Tipe 1.e.4

No.Siswa	No.Soal	Perhitungan
14	10	$B^{-1} = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$
26	10	$B^{-1} = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$
36	10	$B^{-1} = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$

Tabel Kesalahan Invers Tipe 1.e.5

No.Siswa	No.Soal	Perhitungan
27	10	$B^{-1} = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -5 & -8 \end{pmatrix}$
35	12	$A^{-1} = \begin{pmatrix} 7 & 14 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -5 & -2 \\ -14 & -7 \end{pmatrix}$

Tabel Kesalahan Invers Tipe 1.e.6

No.Siswa	No.Soal	Perhitungan
2	9	$A^{-1} = \frac{1}{\lvert A \rvert}\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -4 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & -1/2 \\ -1 & 3/2 \end{pmatrix}$
	10	$B^{-1} = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{1}\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -5 & 8 \end{pmatrix}$
11	9	$A^{-1} = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -4 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & -1/2 \\ -1 & 3/2 \end{pmatrix}$
	12	$A^{-1} = \begin{pmatrix} 7 & 14 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{7}\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -14 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5/7 & -2/7 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

Tabel 4: Jenis Kesalahan Hitung

Tabel Kesalahan Penjumlahan Tipe 2.a.1

No.Siswa	No.Soal	Perhitungan
4	7	-6 + 8 = -2
		-9 + 17 = -8
12	3	-7f + 8f = 15f
18	1	-5 + 14 = -9
21	3	-2c + 4c = -2c
22	1	-5 +14 = -19
33	1	-9 + 17 = -26

Tabel Kesalahan Penjumlahan Tipe 2.a.2

No.Siswa	No.Soal	Perhitungan
1	3	e + (-5e) = 5e
12	4	3a + (-14a) = 11a
23	3	e + (-5e) = 4e
	4	3a + (-14a) = 11a
	5	3/4 + (-1/4) = -2/4

Tabel Kesalahan Pengurangan Tipe 2.b.1

No.Siswa	No.Soal	Perhitungan
1	3	-1a - 6a = 5a
3	5	-4/3 - 3 = -33/12
8	5	-4/3 - 3 = -10/3
14	2	-3/4 -1/2 = -2
15	5	-3 - 2 = -3
21	2	-3/4 - 1/2 = -1
22	2	-7 - 2 = -5 ; -13 - 6 = -7 ; -3/4 - 1/2 = -1/4
24	2	-17 - 2 = -5 ; -13 - 6 = 7
27	2	-3/4 - 1/2 = -2
30	2	-7 - 2 = 9 ; -13 - 6 = -21

32	2	-7 - 2 = -5 ; -13 - 6 = -7
33	2	-7 - 2 = -5 ; -13 - 6 = -7
35	4	-6b - 4b = -2b
38	5	-4/3 - 3 = 1
39	2	-13 - 6 = -21
40	2	-3/4 - 1/2 = -1/2

Tabel Kesalahan Pengurangan Tipe 2.b.2

No.Siswa	No.Soal	Perhitungan
2	2	11 - (-6) = 16
13	2	3 - (-5) = -2
25	5	3 - (-4/3) = -1/3
27	4	7 - (-22) = -15
32	5	3 - (-4/3) = 5/3
34	5	3 - (-4/3) = 5/3
35	3	2c - (-5c) = -7c ; 14d - (-12d) = -2d
38	2	11 - (-6) = 5 ; 3 - (-5) = -3 ; 3/2 - (-1/2) = -1

Tabel Kesalahan Pengurangan Tipe 2.b.3

No.Siswa	No.Soal	Perhitungan
1	3	-7b - (-10b) = -3b
2	2	-3/2 - (-1/2) = -4/2
3	3	-7b - (-10b) = -3b
7	3	-7b - (-10b) = 10b
28	2	-3/2 - (-1/2) = -4/2
30	3	-7b - (-10b) = 10b
33	2	-3/2 - (-1/2) = -2/4
34	2	-3/2 - (-1/2) = 1
35	2	-3/2 - (-1/2) = -4/2 ; -7b - (-10b) = -17b ; -4e - (-2e) = -6e

Tabel Kesalahan Pengurangan Tipe 2.b.4

No.Siswa	No.Soal	Perhitungan
16	2	9 - 4 = 6
17	2	1/2 - 1/4 = 3/4
19	3	a - 6a = 5a
	4	3a - 14a = 11a
21	2	4 - 3 = -1
27	2	4 - 3 = -1
33	2	1/2 - 1/4 = 1/2
38	12	35 - 28 = 17

Tabel Kesalahan Penjumlahan dan Pengurangan Tipe 2.c

No.Siswa	No.Soal	Perhitungan
6	3	3a - 2a - 6a = 11a
16	3	3a - 2a - 6a = 7a
18	3	3a + (-2a) – 6a = 7a ; -2c + 4c – (-5c) = -7c
		e + (-5e) – (-2e) = -6e ; 4b + (-11b) – (-10b) = -17b
		5d + 9d – (-12d) = 2d ; -7f + 8f – (-3f) = -2f
22	3	-2c + 4c - (-5c) = -3c ; e + (-5e) - (-2e) = 5e
		4b + (-11b) - (-10b) = -17b ; 5d + 9d - (-12d) = 2d
26	3	3a + (-2a) - 6a = 5a ; 4b + (-11b) - (-10b) = 17b
38	3	3a - 2a - 6a = -4a
39	3	3a + (-2a) - 6a = -7a ; e + (-5e) - 2e = -4e

Tabel Kesalahan Perkalian Tipe 2.d

No.Siswa	No.Soal	Perhitungan
6	6	3(8) + 6(8) = 816
	7	2(8) + (-9)5 = -17
7	7	6(8) + 4(5) = 79 ; 2(4) + (-9)1 = -7
12	6	4(1) + 6(-1) + 5(-4) =22
13	7	2(4) + (-9)1 = -45

16	8	3(-4) + 5(5) = -2
17	6	0 x (-4) = 10 ; 6 x 8 = -48
19	9	1/4 x (-2) = -1
	11	2(1) + 4(0) = 0
21	7	4 x 2 = 12
23	6	4(1) + 6(-1) + 5(-4) = 22
24	6	4(1) + 6(-1) + 5(-4) = -12
26	6	6(-2) + 6(8) + 5(10) = 84
	8	3(-4) + 5(5) = 23
27	12	2(-3) + 4(2) = -2 ; -1/7 x 5 = -7/5 ; -1/7 x 2 = -7/2
28	7	2(8) + (-9)5 = -19
29	7	2(8) + (-9)5 = -27
30	7	2(4) + (-9)1 =1
	8	2(-4) + (-4)5 = -17
33	7	6(8) + 4(5) = 75
34	8	3(-4) + 5(5) = -2
35	7	2(8) + (-9)5 = -27
36	7	6(8) + 4(5) = 84 ; 2(-1) + (-9)2 = 20 ; 2(1) + (-9)1 = 7
39	8	2(-4) + (-4)5 = -17

Tabel 5: Tabel Kesalahan Memahami Informasi dalam Soal

Tabel Kesalahan Menyalin Soal Tipe 3.a

No.Siswa	No.Soal	Kesalahan
2	2	4 ditulis 9
3	8	-4 ditulis -2
5	7	6 ditulis 4
6	8	5 ditulis 3
7	4	$-\frac{11}{3}a$ ditulis $\frac{11}{3}a$
9	4	$\frac{3a-14a}{3}$ ditulis $\frac{14a-3a}{3}$; $\frac{-6b-4b}{3}$ ditulis $\frac{4b+6b}{3}$
11	3	1f ditulis -1f
21	6	-1 ditulis -11
22	4	$-\frac{11}{3}a$ ditulis $\frac{11}{3}a$
23	7	-1 ditulis 1
25	4	4 ditulis -4
27	7	5 ditulis 2
30	4	$-\frac{11}{3}a$ ditulis $\frac{11}{3}a$
32	9	6 ditulis 8
35	7	-9 ditulis 9
38	5	3/4 ditulis 3/2

Tabel Kesalahan Mengerjakan Soal Tidak Sesuai dengan Maksud dari Soal Tipe 3.b

No.Siswa	No.Soal	Kesalahan
12	2	Soal: B - A ; Yang dikerjakan: A - B
18	2	Soal: B - A ; Yang dikerjakan: A - B
23	2	Soal: B - A ; Yang dikerjakan: A - B
25	11	Soal: A · B ; Yang dikerjakan: B · A
36	2	Soal: B - A ; Yang dikerjakan: A - B

Tabel 6: Tabel Kesalahan Lambang

Tabel Kesalahan Lambang Invers Tipe 4.a

No.Siswa	No.Soal	Kesalahan
7	10	lambang invers B : $\|B\|^{-1}$
12	10	lambang invers B : $\|B\|$
32	9	lambang invers A : $\|A\|^{-1}$

Tabel Kesalahan Lambang Invers Tipe 4.b

No.Siswa	No.Soal	Kesalahan
13	10	lambang invers B : B'
36	12	lambang invers A : A'

SOAL TEST UJI COBA

BIDANG STUDI : MATEMATIKA
POKOK BAHASAN : MATRIKS
KELAS : II (DUA)
WAKTU : 90 MENIT

Petunjuk Mengerjakan Soal :

1. Tulis nama dan nomor absen anda di lembar-jawaban kanan atas.
2. Jawablah setiap soal dengan langkah-langkah penyelesaian yang selengkap dan sejelas mungkin untuk setiap pertanyaan, karena dalam penilaian diutamakan cara anda mengerjakan, bukan hasilnya saja.
3. Kerjakan seluruh soal dengan lengkap, anda boleh mengerjakan lebih dahulu soal yang bagi anda lebih mudah, asal dicantumkan nomor soal yang jelas pada lembar-jawaban anda.
4. Periksa kembali jawaban anda.

SOAL :

1. Tentukan hasil dari penjumlahan matriks berikut :

$$\begin{pmatrix} 8 & 3 \\ -5 & -9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 & -4 \\ 14 & 17 \end{pmatrix} = \ldots\ldots\ldots$$

2. Diketahui matriks :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -5 \\ 2 & 6 & -6 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} 4 & 9 & 3 \\ -7 & -13 & 11 \\ -\frac{3}{4} & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

Tentukanlah B - A.

3. Tentukanlah hasil dari operasi matriks berikut :

$$\begin{pmatrix} 3a & 4b \\ -2c & 5d \\ e & -7f \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2a & -11b \\ 4c & 9d \\ -5e & 8f \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6a & -10b \\ -5c & -12d \\ -2e & -3f \end{pmatrix} = \ldots\ldots$$

4. Tentukan matriks X yang berordo 3x2 yang memenuhi persamaan matriks berikut :

$$2\begin{pmatrix} 7a & 3 \\ 5 & 2b \\ -11 & 0 \end{pmatrix} + 3X = \begin{pmatrix} 3a & 4 \\ 10 & -6b \\ 7 & 8c \end{pmatrix}$$

5. Tentukanlah matriks A, jika :

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{4} & 3 \\ -2 & \frac{3}{4} \end{pmatrix} - \frac{1}{2}A = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & -\frac{4}{3} \\ -3 & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

6. Diketahui matriks :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 4 & 6 & 5 \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 8 \\ -4 & 10 \end{pmatrix}$$

Tentukanlah $(A \cdot B)^T$.

7. Tentukanlah hasil dari perkalian matriks berikut :

$$\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 2 & -9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 & -1 & 4 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \ldots\ldots\ldots$$

8. Diketahui matriks : $A = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$;

Tentukanlah A^2.

9. Diketahui matriks : $A = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$;

Tentukanlah determinan A dan tentukan pula invers matriks A.

10. Tentukanlah invers dari matriks $B = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$.

11. Diketahui matriks :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Tentukanlah $(A \cdot B)^{-1}$

12. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 7 & 14 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$; Tentukanlah $(A^{-1})^T$.

Selamat Mengerjakan

LEMBAR SOAL TEST

BIDANG STUDI	:	MATEMATIKA
POKOK BAHASAN	:	MATRIKS
KELAS	:	II (DUA)
WAKTU	:	90 MENIT

Petunjuk Mengerjakan Soal :

1. Tulis nama dan nomor absen anda di lembar-jawaban kanan atas.
2. Jawablah setiap soal dengan langkah-langkah penyelesaian yang selengkap dan sejelas mungkin untuk setiap pertanyaan, karena dalam penilaian diutamakan cara anda mengerjakan, bukan hasilnya saja.
3. Kerjakan seluruh soal dengan lengkap, anda boleh mengerjakan lebih dahulu soal yang bagi anda lebih mudah, asal dicantumkan nomor soal yang jelas pada lembar-jawaban anda.
4. Periksa kembali jawaban anda.

SOAL :

1. Tentukan hasil dari penjumlahan matriks berikut :

$$\begin{pmatrix} 8 & 3 \\ -5 & -9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 & -4 \\ 14 & 17 \end{pmatrix} = \ldots\ldots\ldots$$

2. Diketahui matriks :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -5 \\ 2 & 6 & -6 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} 4 & 9 & 3 \\ -7 & -13 & 11 \\ -\frac{3}{4} & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

Tentukanlah B - A.

3. Tentukanlah hasil dari operasi matriks berikut :

$$\begin{pmatrix} 3a & 4b \\ -2c & 5d \\ e & -7f \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2a & -11b \\ 4c & 9d \\ -5e & 8f \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6a & -10b \\ -5c & -12d \\ -2e & -3f \end{pmatrix} = \ldots\ldots$$

4. Tentukan matriks X yang berordo 3x2 yang memenuhi persamaan matriks berikut :

$$2\begin{pmatrix} 7a & 3 \\ 5 & 2b \\ -11 & 0 \end{pmatrix} + 3X = \begin{pmatrix} 3a & 4 \\ 10 & -6b \\ 7 & 8c \end{pmatrix}$$

5. Tentukanlah matriks A, jika :

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{4} & 3 \\ -2 & \frac{3}{4} \end{pmatrix} - \frac{1}{2}A = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & -\frac{4}{3} \\ -3 & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

6. Diketahui matriks :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 4 & 6 & 5 \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 8 \\ -4 & 10 \end{pmatrix}$$

Tentukanlah $(A \cdot B)^T$.

7. Tentukanlah hasil dari perkalian matriks berikut :

$$\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 2 & -9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 8 & -1 & 4 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \ldots\ldots\ldots$$

8. Diketahui matriks : $A = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$;

Tentukanlah A^2.

9. Diketahui matriks : $A = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$;

a. Tentukan determinan matriks A

b. Tentukan invers matriks A.

10. Tentukanlah invers dari matriks $B = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$.

11. Diketahui matriks :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Tentukanlah $(A \cdot B)^{-1}$

12. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 7 & 14 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$;

a. Tentukan determinan matriks A

b. Tentukanlah $(A^{-1})^T$.

Selamat Mengerjakan

KUNCI JAWABAN

NO. SOAL	PENYELESAIAN	SKOR
1.	$\begin{pmatrix} 8 & 3 \\ -5 & -9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 & -4 \\ 14 & 17 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8+(-6) & 3+(-4) \\ -5+14 & -9+17 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 9 & 8 \end{pmatrix}$	5 5 10
2.	B - A $= \begin{pmatrix} 4 & 9 & 3 \\ -7 & -13 & 11 \\ -\frac{3}{4} & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 4 & -5 \\ 2 & 6 & -6 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 4-3 & 9-4 & 3-(-5) \\ -7-2 & -13-6 & 11-(-6) \\ -\frac{3}{4}-\frac{1}{2} & \frac{1}{2}-\frac{1}{4} & -\frac{3}{2}-(-\frac{1}{2}) \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 1 & 5 & 8 \\ -9 & -19 & 17 \\ -\frac{5}{4} & \frac{1}{4} & -1 \end{pmatrix}$	3 3 4 10
3.	$\begin{pmatrix} 3a & 4b \\ -2c & 5d \\ e & -7f \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2a & -11b \\ 4c & 9d \\ -5e & 8f \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6a & -10b \\ -5c & -12d \\ -2e & -3f \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 3a+(-2a)-6a & 4b+(-11b)-(-10b) \\ -2c+4c-(-5c) & 5d+9d-(-12d) \\ e+(-5e)-(-2e) & -7f+8f-(-3f) \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} -5a & 3b \\ 7c & 26d \\ -2e & 4f \end{pmatrix}$	5 5 10
4.	$2\begin{pmatrix} 7a & 3 \\ 5 & 2b \\ -11 & 0 \end{pmatrix} + 3X = \begin{pmatrix} 3a & 4 \\ 10 & -6b \\ 7 & 8c \end{pmatrix}$	

	$3X = \begin{pmatrix} 3a & 4 \\ 10 & -6b \\ 7 & 8c \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 14a & 6 \\ 10 & 4b \\ -22 & 0 \end{pmatrix}$	2
	$3X = \begin{pmatrix} 3a-14a & 4-6 \\ 10-10 & -6b-4b \\ 7-(-22) & 8c-0 \end{pmatrix}$	2
	$3X = \begin{pmatrix} -11a & -2 \\ 0 & -10b \\ 29 & 8c \end{pmatrix}$	2
	$X = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -11a & -2 \\ 0 & -10b \\ 29 & 8c \end{pmatrix}$	2
	$X = \begin{pmatrix} -\frac{11a}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & -\frac{10b}{3} \\ \frac{29}{3} & \frac{8c}{3} \end{pmatrix}$	2 10
5.	$\begin{pmatrix} \frac{1}{4} & 3 \\ -2 & \frac{3}{4} \end{pmatrix} - \frac{1}{2}A = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & -\frac{4}{3} \\ -3 & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$	
	$\frac{1}{2}A = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & -\frac{4}{3} \\ -3 & \frac{1}{4} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & 3 \\ -2 & \frac{3}{4} \end{pmatrix}$	2
	$\frac{1}{2}A = \begin{pmatrix} -\frac{3}{4}+\frac{1}{4} & \frac{4}{3}+3 \\ 3+(-2) & -\frac{1}{4}+\frac{3}{4} \end{pmatrix}$	2
	$\frac{1}{2}A = \begin{pmatrix} -\frac{2}{4} & \frac{13}{3} \\ 1 & \frac{2}{4} \end{pmatrix}$	2

	$A = 2\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{13}{3} \\ 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$	2
	$A = \begin{pmatrix} -1 & \frac{26}{3} \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$	2
		10
6	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 4 & 6 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 8 \\ -4 & 10 \end{pmatrix}$	
	$= \begin{pmatrix} 2(1)+3(-2)+0(4) & 2(-2)+3(8)+0(10) \\ 4(1)+6(-1)+5(-4) & 4(-2)+6(8)+5(10) \end{pmatrix}$	2
	$= \begin{pmatrix} 2-3 & -4+24 \\ 4-6-20 & -8+48+50 \end{pmatrix}$	2
	$= \begin{pmatrix} -1 & 20 \\ -22 & 90 \end{pmatrix}$	3
	$(A \cdot B)^T = \begin{pmatrix} -1 & -22 \\ 20 & 90 \end{pmatrix}$	3
		10
7.	$\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 2 & -9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 8 & -1 & 4 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	
	$= \begin{pmatrix} 6(8)+4(5) & 6(-1)+4(2) & 6(4)+4(1) \\ 2(8)+(-9)5 & 2(-1)+(-9)2 & 2(4)+(-9)1 \end{pmatrix}$	3
	$= \begin{pmatrix} 48+20 & -6+8 & 24+4 \\ 16-45 & -2-18 & 8-9 \end{pmatrix}$	3
	$= \begin{pmatrix} 68 & 2 & 28 \\ -29 & -20 & -1 \end{pmatrix}$	4
		10
8.	$A^2 = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$	3

		$= \begin{pmatrix} 2(2)+(-4)3 & 2(-4)+(-4)5 \\ 3(2)+5(3) & 3(-4)+5(5) \end{pmatrix}$	2
		$= \begin{pmatrix} 4-12 & -8-20 \\ 6+15 & -12+25 \end{pmatrix}$	2
		$= \begin{pmatrix} -8 & -28 \\ 21 & 13 \end{pmatrix}$	3
			10
9.		$A = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$	
	a.	$\det A = \begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 6(2) - 4(2) = 12 - 8 = 4$	5
	b.	$A^{-1} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$	2
		$= \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$	3
			10
10.		$B = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$	
		$\det B = \begin{vmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 8(2) - 5(2) = 16 - 15 = 1$	5
		$B^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}$	5
			10
11.		$A \cdot B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3(-3)+5(2) & 3(1)+5(0) \\ 2(-3)+4(2) & 2(1)+4(0) \end{pmatrix}$	2
		$= \begin{pmatrix} -9+10 & 3 \\ -6+8 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$	2
		$\det (A \cdot B) = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 1(2) - 3(2) = -4$	2

	$(A \cdot B)^{-1} = -\frac{1}{4}\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$	2
	$= \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{4} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}$	2
		10
12.	$A = \begin{pmatrix} 7 & 14 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$	
a.	$\det A = \begin{vmatrix} 7 & 14 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 7(5) - 14(2) = 35 - 28 = 7$	3
b.	$A^{-1} = \frac{1}{7}\begin{pmatrix} 5 & -14 \\ -2 & 7 \end{pmatrix}$	2
	$= \begin{pmatrix} \frac{5}{7} & -2 \\ -\frac{2}{7} & 1 \end{pmatrix}$	2
	$(A^{-1}) = \begin{pmatrix} \frac{5}{7} & -\frac{2}{7} \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$	3
		10
	skor total	120