PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

TEKNIK PENARIKAN SAMPEL ACAK BERKELOMPOK DAN APLIKASINYA PADA PENDUGAAN PARAMETER

SKRIPSI

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Memperoleh Gelar Sarjana Pendidikan
Program Studi Pendidikan Matematika

UNIVERSITAS SANATA DHARMA PERPUSTAKAAN YOGYAKARTA

Diajukan Oleh :

Debbie Santoso

NIM : 931414008
NIRM 930052010501120008

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS SANATA DHARMA
YOGYAKARTA

2000

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

SKRIPSI

TEKNIK PENARIKAN SAMPEL ACAK BERKELOMPOK DAN APLIKASINYA PADA PENDUGAAN PARAMETER

Oleh :
Debbie Santoso
NIM : 931414008
NIRM: 930052010501120008

Telah Disetujui Oleh

Pembimbing Utama

Ir.Ig. Aris Dwiatmoko, M.Sc

tanggal : 30/9/2000

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

SKRIPSI

TEKNIK PENARIKAN SAMPEL ACAK BERKELOMPOK DAN APLIKASINYA PADA PENDUGAAN PARAMETER

Yang dipersiapkan dan disusun oleh:

DEBBIE SANTOSO
NIM : 931414008
NIRM : 930052010501120008

Telah dipertahankan didepan Panitia Penguji
Pada tanggal 15 Agustus 2000
Dan dinyatakan telah memenuhi syarat

Susunan Panitia Penguji

	Nama Lengkap	Tanda Tangan
Ketua	: Drs. R. Rohandi, M.Ed	....
Sekretaris	: Drs. St. Susento, M. Si.	....
Anggota	: Ir. Ig. Aris Dwiatmoko, M. Si.	....
Anggota	: Dr. Y. Marpaung	....
Anggota	: Drs. St. Susento, M. Si.	....

Yogyakarta, ... 2000
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Universitas Sanata Dharma

Dekan,

(Dr. Paulus Suparno, S. J. M. S. T.)

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Siapa Mau Naik Tangga Harus Mulai
Dari Tangga Paling Bawah

Dipersembahkan Untuk :

Papa – Mama , Bosco, Shirley, Ferry, Menik.
Jack's Catur, Nila, Dahlia, Terima kasih atas dukungan doa.
Spesial buat Pak Aris yang telah membimbing hingga jadi Sarjana.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

KATA PENGANTAR

Syukur dan Puji bagi Tuhan Yang Maha Esa atas Rahmat dan Kasih-Nya sehingga skripsi ini dapat terselesaikan.

Penyusunan skripsi ini dimaksudkan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Pendidikan di Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Sanata Dharma, Yogyakarta.

Pada kesempatan ini, penyusun ingin mengucapakan terima kasih kepada :

1. Bapak Ir. Ig. Aris Dwiatmoko, M.Sc., selaku Pembimbing Utama, yang dengan teliti, sabar, dan penuh pengertian dalam membimbing penyusunan skripsi ini.
2. Bapak dan Ibu dosen yang telah membimbing dan mendidik penulis selama belajar di Universitas Sanata Dharma.
3. Bapak Sunarjo, Ibu Warni dan Bapak Sugeng yang dengan sabar membantu penyusun selama kuliah hingga menyelesaikan penyusunan skripsi ini.
4. Semua pihak yang tidak dapat penyusun sebutkan satu-persatu yang telah membantu penyusun selama penyusunan skripsi hingga selesai.

Penyusun menyadari bahwa skripsi ini masih ada kekurangan dan kelemahannya . Untuk itu segala masukan dan kritik yang membangun akan penyusun terima dengan senang hati.

Yogyakarta,

Penyusun

Debbie Santoso

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

DAFTAR ISI

Halaman

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

ABSTRAK

Teknik Penarikan Sampel Acak Berkelompok (PSAK) merupakan salah satu metode penarikan sampel dalam penelitian. Metode PSAK akan sangat penting dalam kondisi kerangka penarikan sampel tidak tersedia atau tidak lengkap karena peneliti tidak dapat menggunakan metode PSAS maupun PSAB.

Langkah utama dalam PSAK adalah membagi anggota populasi dalam kelompok-kelompok yang saling asing sebagai unit penarikan sampel. Selanjutnya diambil secara acak n kelompok sebagai sampel primer. Istilah sampel primer dikenal dalam PSAK 1 tingkat sedangkan untuk PSAK 2 tingkat, sampel yang diobservasi adalah sampel sekunder.

Hasil penghitungan rata-rata maupun variansi dari data sampel disebut Statistik. Penghitungan rata-rata dan variansi dari data populasi disebut Parameter yang dapat diduga dari data sampel. Dengan kata lain statistik merupakan penduga parameter populasi. Demikian pula untuk PSAK 2 tingkat, statistik yang diperoleh dari sampel sekunder sebagai penduga parameter populasi.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

BAB I

PENDAHULUAN

Ketepatan metode penelitian sangat berpengaruh terhadap tercapainya tujuan penelitian tersebut. Beberapa faktor umum dalam menentukan metode penelitian antara lain : biaya, waktu maupun tenaga. Apabila penelitian melibatkan obyek penelitian dalam jumlah besar, akan membutuhkan waktu, biaya serta tenaga yang besar pula. Oleh karena itu peneliti harus mengefisienkannya dengan melakukan sampling (penarikan sampel) artinya, peneliti hanya mengobservasi sebagian dari obyek penelitian tersebut.

Beberapa metode penarikan sampel antara lain Penarikan Sampel Acak Sederhana (PSAS), Penarikan Sampel Acak Berlapis (PSAB), ataupun Penarikan Sampel Acak Berkelompok (PSAK). Metode yang akan dibahas dalam tulisan ini adalah metode Penarikan Sampel Acak Berkelompok. Dalam praktek, penggunaan metode PSAK untuk mengatasi kelemahan PSAS maupun PSAB. Ketidaktersedianya atau ketidaklengkapan kerangka penarikan sampel dapat diatasi dengan penggunaan metode PSAK.

Langkah-langkah penggunaan metode PSAK secara garis besar adalah: menentukan tujuan penelitian secara pasti dan selanjutnya mengelompokkan keseluruhan obyek penelitian dalam kelompok-kelompok yang saling asing. Kemudian peneliti mengambil beberapa kelompok secara acak untuk keperluan observasi. Hasil perhitungan dari data sampel menghasilkan statistik yang dipakai untuk menarik kesimpulan bagi keseluruhan obyek penelitian.

Dalam bab II akan dibahas teori-teori yang mendasari PSAK. Antara lain pengertian sampel, populasi, statistik, parameter, pengetahuan dasar probabilitas

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

seperti probabilitas bersyarat, variabel random, nilai harapan, kesalahan penarikan sampel dan selang kepercayaan.

Penarikan Sampel Acak Berkelompok secara khusus akan dibahas dalam bab III dan IV. Pada bab III diberikan pengantar mengenai PSAK beserta definisinya dan uraian dari sampel yang representatif. Selanjutnya dibahas pemilihan elemen pada PSAS yang merupakan metode penarikan sampel yang mendasari PSAK. Sedangkan untuk menentukan metode yang sesuai dalam suatu penelitian, peneliti harus mengetahui kelemahan maupun kelebihan suatu metode penarikan sampel yang dibahas oleh penulis dalam bab III. Selain itu diberikan notasi-notasi untuk menyesuaikan perhitungan, selanjutnya dibahas cara menentukan ukuran sampel acak berkelompok untuk pendugaan rata-rata dan proporsi beserta penerapannya dalam contoh kasus yang diangkat peneliti.

Bab IV membahas pendugaan parameter rata-rata dan proporsi dalam PSAK dilanjutkan dengan pembahasan untuk PSAK 2 tingkat. Selain itu juga dibuat perbandingan ketelitian antara PSAS dengan PSAK. Untuk mempermudah pemahaman diberikan pula contoh PSAK 2 tingkat tersebut

Beberapa materi prasyarat yang diperlukan dalam pembahasan antara lain teori himpunan, persamaan diferensial dan teori probabilitas. Sebagai pembatasan, beberapa teorema tidak dibuktikan, misalnya teorema Limit Pusat. Penulis akan menerapkannya secara langsung dalam pembahasan yang menggunakan teorema tersebut.

Pada akhir tulisan, bab V , diberikan kesimpulan yang berkaitan dengan pembahasan teori PSAK pada bab-bab sebelumnya.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

BAB II

LANDASAN TEORI

Dalam bab II ini akan dibahas beberapa pengertian dasar yang perlu dikuasai untuk mempelajari bab-bab selanjutnya. Definisi-definisi, teorema-teorema dan beberapa contoh akan diberikan sebagai dasar untuk membahas teknik Penarikan Sampel Acak Sederhana (PSAS).

Salah satu usaha yang dilakukan manusia untuk memecahkan suatu masalah adalah dengan penelitian. Dalam melakukan penelitian perlu didefinisikan populasi dengan jelas. Tidak perlu seluruh anggota populasi tersebut diteliti tetapi dapat diambil sebagian dari populasi tersebut. Bagian yang diambil dari populasi yang sudah ditentukan disebut sampel. Cara pengumpulan data yang hanya meneliti elemen sampel dinamakan sampling. Sampling merupakan alat yang utama dan penting dalam penelitian. Harapan yang ingin dicapai dari penelitian adalah hasil yang semaksimal mungkin sehingga kesimpulannya mendekati hasil yang sebenarnya dan meminimalkan semua tenaga serta biaya yang dikeluarkan.

Beberapa keuntungan yang didapat dari melakukan sampling :

- Biaya berkurang

  Pengeluaran atau biaya akan lebih murah jika data didapat dari sebagian kecil populasi daripada meneliti seluruh anggota populasi.

- Kecepatan pengumpulan data lebih besar

  Data sebuah sampel dapat dikumpulkan dan diringkas lebih cepat dari daripada seluruh anggota populasi.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

- Tingkat ketelitian lebih besar

  Sebuah sampel akan memberikan hasil yang lebih teliti daripada populasi karena volume pekerjaan menjadi lebih kecil. Dengan tenaga yang berkualitas baik dan pengawasan terhadap pekerjaan diperketat maka hasil dapat diproses dengan lebih baik dibandingkan bila mengobservasi seluruh anggota populasi.

Probabilitas merupakan konsep dasar yang diperlukan dalam teknik penarikan sampel. Penarikan sampel yang dilakukan berhubungan dengan probabilitas terjadinya suatu kejadian. Bagaimana cara menentukan besar peluang terjadinya suatu kejadian dalam ruang sampel digunakan konsep probabilitas.

2.1. Pengantar Probabilitas

Beberapa pengertian, teorema, contoh probabilitas yang berhubungan dengan teknik penarikan sampel akan dibahas.

Definisi 2.1.1. Percobaan

Percobaan adalah suatu proses yang secara teoritis dapat diulang tak hingga kali dengan kondisi tidak berubah dan mempunyai hasil yang terdefinisi.

Contoh 2.1.1.

Percobaan melempar sekeping mata uang

Percobaan melempar sebuah dadu.

Definisi 2.1.2 Ruang Sampel (S) adalah himpunan yang menyatakan semua hasil yang mungkin dari suatu percobaan. Setiap unsur dari ruang sampel disebut titik sampel.

Definisi 2.1.2.1. Ruang Sampel Diskret adalah ruang sampel yang mempunyai jumlah titik sampel yang berhingga atau tak berhingga terbilang.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Definisi 2.1.2.2. Ruang Sampel Kontinu adalah ruang sampel yang titik sampelnya tidak berhingga dan tidak terbilang.

Contoh 2.1.2.1. Sebuah percobaan bertujuan mengamati sisi apa yang muncul dari percobaan melemparkan dua mata uang bersama-sama satu kali. Ruang sampelnya adalah : S = {MM, MB, BM, BB}, M adalah sisi muka, dan B adalah sisi belakang. Sedangkan MM merupakan salah satu titik sampel dari S

Contoh 2.1.2.2.Percobaan mengamati lama hidup (dalam satuan waktu) lampu akan menghasilkan ruang sampel kontinu.

Definisi 2.1.3. Kejadian adalah himpunan bagian dari ruang sampel S.

Contoh 2.1.3. Dari contoh 2.1.2.1. A = {BB, MM} adalah kejadian munculnya sisi sama.

Definisi 2.1.4. Probabilitas Klasik

Jika suatu percobaan dapat menghasilkan N titik sampel yang berbeda dan masing-masing berkemungkinan sama untuk terjadi, dan jika tepat ada sebanyak n dari titik sampel tersebut merupakan unsur kejadian A, maka probabilitas kejadian A adalah P(A) = n/N.

Contoh 2.1.4. Jika dari suatu kotak kartu brigde yang berisi 52 buah kartu ditarik sebuah kartu secara acak, berapa probabilitas bahwa kartu yang terpilih berwarna merah ?

Jawab : N= jumlah seluruh kartu = 52

Setiap kartu memiliki kemungkinan sama untuk terpilih.

A = kejadian terpilih kartu berwarna merah

n = jumlah kartu yang berwarna merah = 26

Maka probabilitas bahwa kartu yang terpilih berwarna merah.

$$P(A) = \frac{n}{N} = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Definisi 2.1.5. Fungsi Probabilitas

Fungsi probabilitas P (.) adalah suatu fungsi dengan domain himpunan kelas kejadian (yang dilambangkan dengan U) dan kodomain interval [0,1] yang memenuhi aksioma-aksioma berikut :

- Bernilai tak negatif $P(A) \geq 0, \forall A \notin U$
- $P(S) = 1$
- Jika $A_1, A_2, \ldots$ adalah kejadian-kejadian yang saling asing dalam U (yaitu $A_i \cap A_j = \varnothing$, untuk $i \neq j$, dan $i, j = 1,2, \ldots$) dan jika

  $A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_i = \bigcup_{i=1}^{N} A_i \in U$ maka

  $$P\left(\bigcup_{i=1}^{N} A_i\right) = \sum_{i=1}^{N} P(A_i)$$

  P (A) dibaca "Probabilitas kejadian A" atau "Probabilitas bahwa kejadian A terjadi". Sifat-sifat P (.) berlaku untuk setiap teorema berikut, andaikan bahwa S dan U diberikan dan P (.) adalah fungsi probabilitas yang mempunyai domain U.

Teorema 2.1.1.

$$P(\varnothing) = 0$$

Bukti :

$A \cap \varnothing = \varnothing$ dan $A \cup \varnothing = A$

A dan $\varnothing$ adalah 2 kejadian saling asing.

maka $P(A \cup \varnothing) = P(A) + P(\varnothing)$

$P(A) = P(A) + P(\varnothing)$

$P(\varnothing) = P(A) - P(A) = 0$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Teorema 2.1.2.

Jika $A \subset B$ maka $P(A) \leq P(B)$

Bukti :

Karena $A \subset B$ maka $B = A \cup (A^C \cap B)$ ... (1)

dan $A \cap (A^C \cap B) = \varnothing$ ... (2)

Dari (1) $P(B) = P(A \cup (A^C \cap B))$

Karena (2) maka $P(B) = P(A) + P(A^C \cap B)$ ≥ 0

Karena $P(A^C \cap B) \geq 0$ maka $P(A) \leq P(B)$

Teorema 2.1.3

Jika A dan B adalah sembarang kejadian, maka

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Bukti :

Pendekatan yang digunakan adalah mengekspresikan kejadian $A \cup B$ dan A sebagai gambaran dari kejadian yang saling lepas.

$A \cup B = (A \cap B^C) \cup B$

$A \quad = (A \cap B) \cup (A \cap B^C)$

jadi $P(A \cup B) = P(A \cap B^C) + P(B)$

karena $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^C)$

maka $P(A \cup B) = P(A \cap B^C) + P(B)$

$= [P(A) - P(A \cap B)] + P(B)$

$= P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Contoh 2.1.5. Probabilitas

Dari contoh 2.1.2. diketahui S = { MM, MB, BM, BB}. Probabilitas kejadian munculnya sisi sama adalah P (A) = P {BB, MM) = $^2/_4$ = ½ .

2.2. Probabilitas Bersyarat

Probabilitas terjadinya suatu kejadian A jika diketahui kejadian B terjadi disebut probabilitas bersyarat dan dinyatakan dengan lambang P (A/B), dibaca probabilitas A dengan syarat B terjadi.

Definisi 2.2.1. Probabilitas Bersyarat

Probabilitas bersyarat kejadian A, jika diketahui kejadian B terjadi didefinisikan sebagai :

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \text{ dimana } P(B) > 0$$

Definisi 2.2.2. Kejadian Saling Bebas

Kejadian A dan B disebut 2 buah kejadian yang bebas bila dan hanya bila $P(A \cap B) = P(A) \,.\, P(B)$.

Teorema 2.2.1.

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A) \,.\, P(B/A) \\ &= P(B) \,.\, P(A/B) \end{aligned}$$

Bukti : akibat langsung dari definisi probabilitas bersyarat.

2.3. Variabel Random

Peluang timbulnya suatu kejadian dalam ruang sampel dideskripsikan dalam model matematika yang diekspresikan dalam bentuk nilai-nilai numeris dari hasil percobaan. Hal tersebut menimbulkan gagasan untuk mendefinisikan sebuah fungsi yang dikenal dengan variabel random, yang memetakan setiap hasil dalam suatu percobaan dengan bilangan real.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Definisi 2.3.1. Variabel Random

Variabel random, misalnya X, adalah suatu fungsi yang didefinisikan pada ruang sampel S, yang memetakan setiap elemen $e \in S$ ke bilangan real, $X(e) = x$

Catatan :

Huruf kapital X digunakan sebagai lambang variabel random, sedangkan huruf kecil x yang bersesuaian melambangkan nilai variabel random yang mungkin.

Terdapat 2 jenis variabel random yaitu variabel random diskret dan variabel random kontinu.

Definisi 2.3.2. Variabel Random Diskret

Suatu variabel random disebut variabel random diskret bila daerah hasilnya merupakan suatu himpunan diskret.

Definisi 2.3.3. Variabel Random Kontinu

Suatu variabel random kontinu X adalah variabel random yang daerah hasilnya merupakan suatu himpunan non diskret (kontinu).

Definisi 2.3.4. Fungsi Probabilitas Diskret

Probabilitas variabel random diskret didefinisikan sebagai berikut :

$P(X = x) = P(\{e \in S \mid X(e) = x\})$

$P(X = x)$ biasa ditulis dengan $f(x_i)$

Jadi f adalah fungsi probabilitas diskret jika memenuhi sifat berikut :

1. $f(x_i) \geq 0$
2. $\sum_{\text{semua } x_i} f(x_i) = 1$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Contoh 2.3.4. Fungsi Probabilitas Binomial Didefinisikan sebagai berikut :

$$P\left(X=k\right)=\binom{n}{k}p^{k}\left(1-p\right)^{n-k},\ k=0,1,2,\ldots,n$$

Untuk X = k dalam perluasan binomial $[p + (1 - p)]^n$ memberikan probabilitas munculnya nilai dari k. Distribusi yang didefinisikan diatas dinamakan distribusi binomial dan X dinamakan variabel random binomial.

Definisi 2.3.5. Fungsi Probabilitas Kontinu

Jika X variabel random kontinu maka suatu kejadian akan berkaitan dengan suatu interval. Probabilitas variabel random X terletak antara a dan b atau $P\ (a \le x \le b)$ dapat diperoleh dengan mengandaikan ada fungsi f(x) sedemikian sehingga luas dibawah kurva fungsi ini pada interval [a,b] sama dengan $P\ (a < x < b)$.

Jadi $P\left(a \le x \le b\right) = \int_a^b f\left(x\right)\, dx$. Fungsi probabilitas variabel random kontinu juga dikenal luas dengan nama fungsi densitas. f merupakan fungsi densitas kontinu jika memenuhi syarat berikut :

1. $f(x) \ge 0$ untuk semua $x \in R$
2. $\int f(x)dx = 1$

Contoh 2.3.5.

Distribusi normal. Variabel random X dikatakan berdistribusi normal dengan mean μ dan simpangan baku σ bila fungsi probabilitasnya berbentuk :

$$f\left(x,\mu,\sigma\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{2}},\ \text{untuk } -\infty < X < \infty,$$

dimana $\pi = 3{,}14159$ dan $e = 2{,}171828$.

Distribusi peluang kontinu yang paling penting dalam bidang statistika adalah distribusi normal. Grafiknya disebut kurva normal, adalah kurva yang berbentuk

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

seperti lonceng yang dapat digunakan dalam banyak sekali kumpulan data yang terjadi di dalam praktek-praktek penelitian. Persamaan matematik bagi distribusi peluang variabel random normal tersebut bergantung pada dua parameter mean dan simpangan baku. Oleh karena itu dilambangkan nilai-nilai fungsi densitas normal bagi X dengan N (X, μ, σ). Pada tulisan ini distribusi normal berperan dalam pembahasan selang kepercayaan, kesalahan sampling.

Definisi 2.3.6. Variabel Random Bebas Stokastik

Variabel random X_i disebut bebas stokastik bila fungsi probabilitas bersamanya.

$$f_{X1,2,\dots k}(x_1, x_2, \dots x_k) = \begin{cases} \prod_{i=1}^{k} p(x_i), & \text{untuk } X_i \text{ diskrit} \\ \prod_{i=1}^{k} f(x_i), & \text{untuk } X_i \text{ kontinu} \end{cases}$$

Konsep variabel random bebas stokastik sangat penting untuk memberikan dasar konsep sampel acak.

Definisi 2.3.7. Sampel Acak

Jika diketahui variabel random X_1, X_2, ... , X_n mempunyai suatu fungsi probabilitas $^{f}X_1, X_2, \dots, X_n (x_1, x_2, \dots x_n)$ maka $^{f}X_1, X_2, \dots, X_n (x_1, x_2, \dots x_n)$ $= f(x_1), f(x_2) \dots f(x_n)$. f (.) adalah fungsi probabilitas untuk masing-masing X_i, maka X_1, X_2, ... X_n disebut sampel acak berukuran n dari suatu populasi dengan fungsi probabilitas f (.).

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

2.4. Nilai Harapan

Konsep nilai harapan memegang peranan penting dalam statistika. Contoh yang paling mudah adalah rata-rata dan variansi suatu variabel random. Keduanya adalah parameter-parameter yang hampir selalu muncul dalam teknik-teknik analisis statistika elementer atau lanjut. Yang dimaksud dengan nilai harapan dinyatakan dengan definisi berikut.

Definisi 2.4.1. Nilai Harapan

$$E(X) = \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} x_i \; p(x_i) & \text{Jika X diskret dengan fungsi probabilitas } p(x) \\ \int_{-\infty}^{+\infty} x\, f(x)\, dx & \text{Jika X diskret dengan fungsi densitas } f(x) \end{cases}$$

Teorema 2.4 Nilai harapan , E (X)

Misalkan X suatu variabel random dengan distribusi peluang f(x). Nilai harapan fungsi g (x) adalah :

$$E\,[g(x)] = \sum_{\forall x} g(x).f(x) \quad ; \text{ bila X diskret}$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} g(x).f(x) \quad ; \text{ bila X kontinu}$$

Sifat-sifat Nilai Harapan

Teorema 2.4.1

Bila a dan b konstanta, maka

$E\,(aX + b) = a\,E\,(X) + b$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Bukti : Menurut teorema nilai harapan

$$E(aX+b) = \int_{-\infty}^{\infty} (aX+b).f(x)\ dx$$

$$= a\int_{-\infty}^{\infty} x.f(x).dx + b\int_{-\infty}^{\infty} f(x).dx$$

Integral pertama disebelah kanan adalah E (X) dan integral kedua = 1, jadi E (aX + b) = a. E (X) + b.

Teorema 2.4.2.

$$E(X+Y) = E(X) + E(Y)$$

Bukti :

Misalkan g (x,y) adalah fungsi dari variabel random X dan Y.

$$E(g(x,y)) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} g(x,y).f(x,y)\ dx.dy$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} g(x,y).f(x,y)\ dx.dy$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} x\ g(x,y)\ dx.dy + \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} y\,f(x,y)\ dx.dy$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x \int_{-\infty}^{\infty} g(x,y)\ dx.dy + \int_{-\infty}^{\infty} y \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\ dx.dy$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x.g(x)\ dx + \int_{-\infty}^{\infty} y.f(y)\ dy$$

$$= E(X) + E(Y)$$

Teorema 2.4.3

Misalkan X dan Y variabel random independen, maka E (XY) = E(X) . E(Y)

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Bukti :

$$E(XY) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} x.y\ f(x,y)\ dx.dy$$

Karena X dan Y independen, maka dapat ditulis f(x,y) = g(x).h(y) dengan g(x) dan h(y) menyatakan masing-masing distribusi marginal X dan Y, jadi

$$\begin{aligned}
E(XY) &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} xy\ g(x)\ h(y)\ dx.dy \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} x.g(x)\left[\int_{-\infty}^{\infty} y\ h(y)\ dy\right] dx \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} x.g(x)\ E(Y)\ dx \\
&= E(Y)\int_{-\infty}^{\infty} x.g(x)\ dx \\
&= E(Y).E(X) \\
&= E(X).E(Y)
\end{aligned}$$

2.5. Variansi dan Kovariansi

Salah satu nilai harapan yang penting adalah variansi yang merupakan nilai harapan fungsi $g(x) = (x - \mu)^2$, dimana $\mu = E(X)$

Definisi 2.5.1. Variansi Variabel Random X

$$\begin{aligned}
Var(X) &= E[(X-\mu)^2] \\
&= E[X^2] - \mu^2
\end{aligned}$$

Akar pangkat dua dari Var (X) adalah standar deviasi dari X dan diberi notasi σ_X.

Kegunaan dari variansi adalah untuk mengukur keragaman data.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Teorema 2.5.

Bila a adalah konstanta, maka $Var(aX) = a^2 Var X$

Bukti :

$$Var(aX) = E(aX - a\mu)^2$$
$$= a^2 E(X - \mu)^2$$
$$= a^2 Var X$$

Definisi 2.5.2. Kovariansi dari U dan W

$$Kov(U,W) = E[(U - \overline{U})(W - \overline{W})]$$
$$= E(U.W) - E(U) . E(W).$$

2.6. Populasi dan Sampel

Keseluruhan pengamatan yang menjadi perhatian peneliti baik terhingga maupun tak hingga disebut *populasi*. Populasi berkaitan dengan sembarang pengamatan yang menarik perhatian peneliti, apakah itu sekelompok orang, binatang, atau bilangan atau benda apa saja. Berikut akan didefinisikan pengertian populasi.

Definisi 2.6.1. Populasi adalah

- himpunan (yang lengkap atau sempurna) dari semua *unit observasi yang mungkin*, dimana unit observasi adalah individu atau kelompok yang dapat memberikan keterangan tentang apa yang ingin diamati atau dipelajari oleh seorang peneliti (I Gusti Ngurah Agung, 1992 : 12).
- himpunan berhingga atau tak hingga dari individu-individu. Populasi tersebut analog dengan istilah semesta pembicaraan dalam teori himpunan. Secara praktis, populasi sinonim dengan suatu kumpulan yang anggotanya tidak selalu berupa organisme hidup (Kendal, S.M.G, W.r. Buckland. 1982).

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Kedua definisi tersebut pada dasarnya mempunyai inti yang sama dan saling melengkapi.

Populasi merupakan suatu kumpulan, yang pendefenisiannya tergantung pada minat dan kepentingan masing-masing peneliti. Peneliti yang satu mungkin ingin membuat pengamatan tentang karakteristik mahasiswa-mahasiswa di semua perguruan tinggi di Indonesia. Peneliti yang lain mungkin ingin meneliti karakteristik mahasiswa-mahasiswa di suatu perguruan tinggi tertentu saja. Kedua peneliti tersebut sama-sama menganggap populasi sebagai kumpulan mahasiswa yang akan menjadi objek peneliti.

Dalam beberapa konteks tertentu, peneliti juga menggunakan istilah populasi untuk kumpulan nilai variabel random (hasil pengukuran) yang dilakukan terhadap sekumpulan orang, tempat atau benda. Sebagai contoh peneliti berminat menyelidiki usia semua mahasiswa dengan memilih sebagian anggota populasi untuk membantu peneliti menarik kesimulan mengenai populasi tersebut. Berikut akan didefinisikan pengertian sampel.

Definisi 2.6.2. Sampel adalah himpunan bagian dari populasi.

2.7. Kerangka (frame)

Peneliti membutuhkan populasi yang jelas, dan elemen populasi juga harus diketahui oleh peneliti. Sebelum sampel diambil dari populasi, populasi dibagi dalam bagian-bagian yang disebut unit penarikan sampel. Unit tersebut harus mencakup seluruh populasi dan tidak boleh tumpang tindih, dalam arti bahwa setiap elemen dalam populasi hanya menjadi anggota satu unit saja.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Unit penarikan sampel dapat berupa individu-individu ataupun kumpulan individu tergantung dari metode penarikan sampel yang dipergunakan dalam penelitian. Apabila penelitian mempergunakan metode PSAK maka unit penarikan sampel berupa kumpulan individu.

Definisi 2.7. Kerangka adalah daftar unit penarikan sampel.

2.8. Langkah-Langkah Umum Penarikan Sampel

Ada beberapa langkah yang perlu diperhatikan dalam penarikan sampel :

1. Merumuskan tujuan survei
2. Mendefinisikan populasi penelitian secara jelas yang merupakan agregat darimana sampel dipilih.
3. Mengumpulkan data yang relevan berdasarkan tujuan survei.
4. Memilih instrumen pengukuran dan metode pengumpulan data yang lengkap.
5. Menentukan kerangka penarikan sampel.
6. Memilih sampel dari kerangka penarikan sampel yang telah ditetapkan, dengan menentukan ukuran sampel yang didasarkan pada pertimbangan tingkat ketelitian yang diinginkan oleh peneliti, kendala dana, waktu, dan tenaga yang ada.
7. Pengorganisasian pekerjaan lapangan.

2.9. Parameter dan Statistik

Notasi yang digunakan statistikawan dalam mengolah data statistik sepenuhnya tergantung pada apakah data tersebut merupakan hasil pengukuran seluruh anggota populasi atau sampel yang diambil dari populasi tersebut. Jika pengukuran besar dari seluruh populasi maka akan didapatkan rangkuman atau deskripsi tentang populasi tersebut.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Definisi 2.9.1 Parameter

Parameter adalah suatu nilai berdasarkan data yang diobservasi dari anggota populasi secara keseluruhan.

Dari definisi tersebut parameter ditafsirkan sebagai karakteristik dari populasi. Dalam teori probabilitas populasi dicirikan dengan distribusi probabilitas dari variabel random yang merupakan fungsi dari parameter. Contoh-contohnya antara lain adalah rata-rata populasi μ, variasi populasi σ^2. Parameter biasanya tidak diketahui, dan dengan statistiklah nilai parameter tersebut ditaksir atau diduga. Sebagai contoh rata-rata sampel x untuk menduga rata-rata populasi μ.

Definisi 2.9.2. Statistik adalah suatu fungsi dari variabel random yang diobservasi dari suatu sampel.

Statistik digunakan untuk membuat kesimpulan (atau pendugaan) tentang parameter populasi yang tidak diketahui. Statistik yang sering dijumpai adalah rata-rata sampel $\bar{x}$, variansi sampel s^2, yang masing-masing dapat dipakai untuk menduga μ dan σ^2.

2.10. Distribusi Sampling Statistik

Penelitian yang dilakukan biasanya menghasilkan statistik untuk menduga parameter populasi. Suatu statistik dihitung dari suatu sampel yang diambil dari suatu populasi, dan berdasarkan statistik tersebut dibuat pernyataan mengenai nilai parameter populasi. Misalkan petugas perusahaan ingin mengatur mesin minuman agar dapat mengeluarkan minuman ringan sebanyak 240 ml setiap kali. Petugas

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

perusahaan tersebut melakukan percobaan pada 40 gelas dan mendapatkan $\bar{x}$ = 236 ml, dan berdasarkan nilai tersebut diputuskan bahwa mesin tersebut secara rata-rata mengeluarkan minuman sebanyak μ = 240 ml setiap kali. Ke-40 gelas tersebut dapat dianggap sebagai suatu sampel dari suatu populasi tak hingga minuman yang dikeluarkan oleh mesin tersebut.

Karena banyak sekali sampel acak yang mungkin dapat ditarik dari suatu populasi yang sama, maka dapat dikatakan bahwa setiap statistik apakah $\bar{x}$, s^2 akan bervariasi dari sampel yang satu ke sampel yang lain. Jadi suatu statistik sesungguhnya merupakan suatu variabel random yang nilainya bergantung pada sampel yang diamati. Karena suatu statistik merupakan variabel random maka statistik mempunyai sebaran (distribusi).

Definisi 2.10. Distribusi Sampling Statistik

Distribusi Sampling Statistik adalah distribusi probabilitas suatu statistik.

Contoh 2.10.

Distribusi peluang untuk x adalah distribusi sampling untuk rata-rata. Wajar bila menyebut simpangan baku distribusi sampling statistik sebagai simpangan baku statistik tersebut. Jadi simpangan baku rata-rata adalah simpangan baku distribusi sampling statistik untuk $\bar{x}$.

Teorema 2.10.

a. Andaikan sampel acak berukuran n diambil dari suatu populasi dengan rata-rata μ maka nilai harapan dari $\overline{x}$ akan sama dengan μ ($\mu_{\bar{x}} = \mu$).

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Bukti :

a. Akan dibutikan $\mu_{\bar{x}} = E(\bar{X}) = \mu$

$$E\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}\right) = E\left(\frac{X_1}{n} + \frac{X_2}{n} + \dots + \frac{X_n}{n}\right)$$

$$= E\left(\frac{X_1}{n}\right) + E\left(\frac{X_2}{n}\right) + \dots + E\left(\frac{X_n}{n}\right)$$

$$= \frac{1}{n}(E(X_1) + E(X_2) + \dots + E(X_n))$$

$$= \frac{1}{n}(n.\mu)$$

$$= \mu$$

b. Andaikan sampel acak berukuran n diambil dari suatu populasi dengan simpangan baku, σ, maka simpangan baku dari $\bar{x}$ akan mendekati (sama dengan) simpangan baku populasi dibagi dengan akar kuadrat ukuran sampel dituliskan sebagai

Bukti : $\sigma_{\bar{x}} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$ sama saja dengan $\sigma_{\bar{x}}^2 = \dfrac{\sigma^2}{n} = \text{var}(\bar{x})$

$$\text{Var}(\bar{x}) = \text{var}\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i\right)$$

$$= \text{var}\left(\frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)\right)$$

$$= \frac{1}{n^2}\text{var}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$$

$$= \frac{1}{n^2} \cdot n \cdot \text{var}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)$$

$$= \frac{\text{var}(x_i)}{n}$$

$$= \frac{\sigma^2}{n}$$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Kalau populasi terbatas, tetapi pemilihan sampel dilakukan tanpa pengembalian, maka $\operatorname{var}(\bar{x}) = \sigma_{\bar{x}}^{2} = \frac{\sigma^2}{n} \frac{N-n}{N-1}$

Faktor $\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$ disebut faktor koreksi populasi terbatas. Untuk N yang relatif besar dibandingkan dengan ukuran sampel n, $\sigma_{\bar{x}}^{2}$ akan menghampiri $\frac{\sigma^2}{n}$

Teorema 2.10.1. Limit Pusat

Bila sampel acak berukuran n ditarik dari suatu populasi yang besar dengan rata-rata μ dan variansi σ^2, maka rata-rata sampel $\bar{x}$ akan menyebar menghampiri distribusi normal. Berdasarkan teorema 2.10.a dan 2.10.b maka $Z = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ merupakan sebuah nilai untuk peubah acak normal baku Z.

2.11. Penduga Parameter

Statistika banyak berhubungan dengan penarikan kesimpulan mengenai parameter populasi. Penarikan kesimpulan ini bersifat tidak pasti, karena hanya didasarkan pada hasil yang berasal dari sampel. Tingkat kebenaran penarikan kesimpulan diukur dengan seberapa besar peluang kesimpulan tersebut benar. Andaikan seorang peneliti ingin mengetahui berapa rata-rata produktivitas ubi kayu pada tahun 1998 di Kabupaten Gunungkidul, peneliti dapat mengambil sampel sebanyak 26 desa secara acak dari 144 desa yang ada. Berdasarkan hasil perhitungan dari data sampel, rata-rata produktivitas ubi kayu sebesar 154,97 kw/ha, maka yang

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

dimaksud dengan statistik adalah $\bar{x}$ = 154,97 sebagai penduga bagi μ. Contoh lain bagi penduga parameter adalah s^2 yang merupakan penduga bagi σ^2.

Pendugaan parameter merupakan usaha penentuan nilai parameter yang sedang diselidiki. Untuk melakukan pendugaan nilai suatu parameter dapat ditempuh dengan 2 cara. Cara pertama merupakan penentuan nilai tunggal yang mendekati nilai parameter itu dengan sebaik-baiknya (pendugaan titik). Cara kedua dapat merupakan penentuan suatu selang nilai dengan peluang yang besar mencakup nilai parameter yang diselidiki (pendugaan selang).

Secara umum dalam pembahasan selanjutnya, aplikasi teori penarikan sampel acak berkelompok difokuskan pada pendugaan rata-rata populasi (μ), proporsi populasi (P).

Distribusi sampling statistik yang bersesuaian dengan parameter-parameter tersebut menggunakan distribusi normal. Dengan demikian hal yang berkaitan dengan distribusi penarikan sampel akan selalu berkaitan dengan distribusi normal standar.

2.11.1. Definisi Penduga Titik

Penduga titik adalah sembarang statistik yang digunakan untuk menduga parameter θ.

Suatu penduga titik bagi suatu parameter populasi adalah nilai tunggal numerik dari suatu statistik yang relevan dengan parameter tersebut.

2.11.2. Definisi Selang Kepercayaan

Andaikan pada populasi yang berdistribusi normal akan dilakukan pendugaan parameter θ (μ dan P) maka selang kepercayaan (1-α) bagi parameter populasi adalah suatu interval nilai [$\hat{\theta} - Z_{\alpha/2} \cdot \sigma_{\hat{\theta}}$, $\hat{\theta} + Z_{\alpha/2} \cdot \sigma_{\hat{\theta}}$] sedemikian hingga.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

$\theta \in [\ \hat{\theta} - Z_{\alpha/2}.\ \sigma_{\hat{\theta}}\ ,\ \hat{\theta} + Z_{\alpha/2}.\ \sigma_{\hat{\theta}}\ ]$ dan $P\ (\hat{\theta} - Z_{\alpha/2}.\ \sigma_{\hat{\theta}} < \theta < \hat{\theta} + Z_{\alpha/2}.\ \sigma_{\hat{\theta}}\ ) = 1 - \alpha$ dimana $\hat{\theta}$ penduga titik bagi θ. Pernyataan taraf kepercayaan 95 % (misalnya) mempunyai implikasi bahwa jika rencana penarikan sampel berukuran sama dengan teknik yang sama dilakukan berulang kali, misalnya 100 kali penarikan sampel, kemudian dari setiap sampel dibuat pernyataan tentang pendugaan selang, maka sekitar 95 kali dari selang nilai $[\ \hat{\theta} - z_{\alpha/2}.\ \sigma_{\hat{\theta}}\ ,\ \hat{\theta} + z_{\alpha/2}.\ \sigma_{\hat{\theta}}\ ]$ mencakup parameter poulasi akan benar, dan hanya sekitar 5 kali bahwa pernyataan diatas akan salah.

Data sampel yang diperoleh melalui penarikan sampel menghasilkan nilai statistik yang dapat dipakai sebagai penduga parameter. Nilai statistik tidak bisa tepat sama dengan nilai parameter populasi, tetapi dapat ditentukan sejauh mana ketepatan pendugaan tersebut. Langkah-langkah pendugaan parameter dapat digambarkan dalam diagram berikut :

Penarikan sampel → data dari penarikan sampel → statistik → penduga parameter.

Para peneliti, administrator dalam bidang pendidikan, atau pemerintahan semuanya berkepentingan dalam masalah pendugaan. Prosedur pendugaan nilai parameter populasi yang belum diketahui harus berdasarkan informasi yang dikandung oleh data sampel yang didasarkan pada distribusi sampling statistik yang telah dibahas pada pokok bahasan sebelumnya. Distribusi sampling statistik tersebut memungkinkan peneliti untuk mengaitkan suatu taraf kepercayaan tertentu dengan setiap kesimpulan statistik yang dibuat, sebagai suatu ukuran seberapa jauh peneliti menaruh kepercayaan pada ketepatan statistik dalam menduga parameter populasinya.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

2.11.3. Ciri Penduga yang Baik

Besarnya parameter yang tidak diketahui menyebabkan diperlukannya metode pendugaan parameter yang menjamin bahwa hasil pendugaan harus sedekat mungkin dengan parameter yang diduga. Dengan kata lain, penduga yang dihasilkan haruslah dengan "baik" mendekati nilai parameter sebenarnya.

Suatu parameter yang tidak diketahui dimungkinkan mempunyai lebih dari satu penduga titik. Jika dihadapkan pada dua pilihan penduga tertentu, maka diperlukan ciri yang menjadi acuan untuk menentukan penduga mana yang lebih baik. Adapun ciri-ciri penduga yang baik adalah :

1. Tidak bias
2. Mempunyai variansi minimum

Definisi 2.11.3.1. Penduga Tak Bias

Suatu statistik $\hat{\theta}$ disebut penduga tak bias dari parameter θ, jika $E(\hat{\theta}) = \theta$.

Penduga tak bias menyatakan bahwa bila dilakukan pengambilan sampel berukuran n secara berulang-ulang dan setiap kali dihitung penduganya maka yang diharapkan adalah rata-rata penduga tersebut sama dengan parameter yang diduga.

Sebaliknya $\hat{\theta}$ merupakan penduga yang berbias, jika $E(\hat{\theta}) \neq \theta$ dan besarnya bias tersebut adalah $E(\hat{\theta}) - \theta$.

Definisi 2.11.3.2.

$\hat{\theta}$ merupakan penduga terbaik atau penduga yang mempunyai variansi minimum, jika memenuhi syarat- syarat berikut :

a) $E(\hat{\theta}) = \theta$
b) $\sigma_{\hat{\theta}}^2$ minimum, artinya apabila dibandingkan dengan penduga θ lainnya, maka $\hat{\theta}$ mempunyai variansi terkecil.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Dua macam penduga dapat dibandingkan atas dasar efisiensi relatif, misalnya : $\hat{\theta}_1$, $\hat{\theta}_2$ masing-masing merupakan penduga bagi θ, maka efisiensi relatif dari $\hat{\theta}_2$ terhadap $\hat{\theta}_1$ adalah :

$$R\left(\hat{\theta}_2, \hat{\theta}_1\right) = \frac{E\left(\hat{\theta}_1 - \theta\right)^2}{E\left(\hat{\theta}_2 - \theta\right)^2}$$

Jika $R > 1$ maka secara relatif $\hat{\theta}_2$ lebih efisien daripada $\hat{\theta}_1$; jika $R = 1$ maka kedua penduga $\hat{\theta}_1$ dan $\hat{\theta}_2$ mempunyai tingkat efisiensi yang sama, sedangkan jika $R < 1$ maka secara relatif $\hat{\theta}_1$ lebih efesien daripada $\hat{\theta}_2$.

2.12. Kesalahan Sampling

Penarikan sampel bermaksud untuk melakukan pendugaan parameter populasi berdasarkan nilai statistik sampel. Timbul masalah dalam pendugaan tersebut yaitu berapa besar kesalahan yang dibuat sebagai akibat menarik kesimpulan tentang sifat populasi berdasarkan sampel yang dipelajari. Persoalan tersebut dalam statistika disebut kesalahan sampling. Setelah mengetahui besar kesalahan sampling, peneliti dapat membuat suatu selang kepercayaan dengan tingkat kepercayaan tertentu untuk meyakini suatu pernyataan diterima atau tidak.

Definisi 2.12.1. Kesalahan Sampling

Jika $\hat{\theta}$ merupakan penduga tak bias bagi parameter θ, maka kesalahan sampling didefinisikan sebagai jarak antara $\hat{\theta}$ dan θ atau penyimpangan mutlak dari $\hat{\theta}$ dengan θ, yang dinotasikan sebagai $KS = |\hat{\theta} - \theta|$

KS dan galat (G) pada dasarnya mempunyai definisi yang sama. Galat merupakan penyimpangan pendugaan yang telah ditetapkan oleh peneliti sebelum

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

melakukan penelitian, sedangkan KS merupakan kesalahan pendugaan berdasarkan data yang didapat dari penelitian, dan diharapkan KS lebih kecil dari galat pendugaan.

Bila $(1 - \alpha)$ = tingkat keyakinan, maka perhatikan kurva normal berikut :

$$P\left(-Z_{\alpha/2} \le Z \le Z_{\alpha/2}\right) = 1 - \alpha$$

$$-Z_{\alpha/2} \le \frac{\hat{\theta} - \theta}{\sigma_{\hat{\theta}}} \le Z_{\alpha/2}$$

$$-Z_{\alpha/2}\,\sigma_{\hat{\theta}} < \hat{\theta} - \theta < Z_{\alpha/2}\,\sigma_{\hat{\theta}}$$

$$-Z_{\alpha/2}\,\sigma_{\hat{\theta}} < KS < Z_{\alpha/2}\,\sigma_{\hat{\theta}}$$

$$|KS| < Z_{\alpha/2}\,\sigma_{\hat{\theta}}$$

Jadi besarnya kesalahan sampling sebesar $Z_{\alpha/2}\,\sigma_{\hat{\theta}}$

Nilai $Z_{\alpha/2}$ diperoleh dari tabel normal. Sedangkan $\sigma_{\hat{\theta}}$ sering disebut sebagai galat pendugaan $\hat{\theta}$.

Contoh 2.12. Kesalahan Sampling

Misalnya ada 1.000 perusahaan di Jateng. Dari 1.000 perusahaan diambil 625 perusahaan secara acak. Rata-rata pendugaan modal perusahaan ($\bar{x}$) yang dihitung berdasarkan penelitian sampel Rp. 150 juta dengan simpangan baku sebesar 30 juta. Untuk pendugaan μ digunakan tingkat kepercayaan sebesar 95 %. Berikut akan ditentukan besar kesalahan sampling dan selang kepercayaannya.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Jawab :

$\bar{x} = 150 \qquad \sigma_{\bar{x}} = 30 \qquad N = 1.000 \qquad n = 625$

$(1-\alpha) = 0{,}95 \qquad \alpha = 1 - 0{,}95 = 0{,}05$

$Z_{\alpha/2} = Z_{0.025} = 1{,}96$

$KS = Z_{\alpha/2}\ \sigma_{\bar{x}} = 1{,}96\left(30/\sqrt{625}\right) = 1{,}96\ (1{,}2) = 2{,}352$ juta rupiah

$$P\left(\hat{\theta} - Z_{\alpha/2}\ \sigma_{\hat{\theta}} < \theta < \hat{\theta} + Z_{\alpha/2}\ \sigma_{\hat{\theta}}\right) = 1 = \alpha$$

$$P\left(\bar{x} - Z_{0.025}\ \sigma_{\bar{x}} \le \mu \le \bar{x} + Z_{0.025}\ \sigma_{\bar{x}}\right) = 1 - 0{,}05$$

$$P\left(150 - 1{,}96\ .\left(30/\sqrt{625}\right) \le \mu \le 150 + 196\ .\left(30/\sqrt{625}\right)\right) = 0{,}95$$

$$P\left(150 - 2{,}352 \le \mu \le 150 + 2{,}352\right) = 0{,}95$$

$$P\left(147{,}648 \le \mu \le 152{,}352\right) = 0{,}95$$

Dari hasil diatas dapat dikatakan selang nilai (147,65 , 152,35) mencakup parameter μ dengan tingkat kepercayaan sebesar 95 %.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

BAB III
PENARIKAN SAMPEL ACAK BERKELOMPOK

Dalam bab III ini diberikan definisi-definisi beserta contohnya yang berkaitan dengan teknik-teknik penarikan sampel serta akan dibahas teorema yang dianggap penting untuk mempermudah pemahaman teknik penarikan sampel acak berkelompok.

Sebelum membahas penarikan sampel acak berkelompok, penulis memberikan sedikit uraian mengenai penarikan sampel acak sederhana, karena dalam metode Penarikan Sampel Acak Berkelompok, pengambilan sampel kelompoknya menggunakan cara acak yaitu dengan menggunakan Tabel Bilangan Acak. Oleh karena itu , perlu dibahas secara singkat apa yang dimaksud Penarikan Sampel Acak Sederhana (PSAS).

3.1. Pengambilan Sampel Secara Acak

Suatu proses disebut acak (random) apabila hasil proses tersebut tidak dapat diketahui sebelumnya dengan pasti. Pemilihan sampel yang obyektif caranya harus acak dengan cara pengambilan sedemikian rupa sehingga setiap elemen populasi mendapat kesempatan yang sama untuk terpilih menjadi anggota sampel.

Sebagai contoh seorang dosen ingin mengetahui rata-rata Indeks Prestasi (IP) mahasiswa MIPA Universitas Sanata Dharma angkatan 1993, kemudian diambil sampel mahasiswa MIPA Universitas Sanata Dharma angkatan 1993 secara acak, tanpa memperhatikan apakah mahasiswa yang terpilih sebagai sampel tersebut pria – wanita atau memiliki Indeks Prestasi (IP) diatas 2,0 maupun dibawahnya.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

3.1.1. Definisi Sampel Acak Sederhana (SAS)

Suatu sampel dikatakan telah terpilih secara acak (sederhana) dari populasi apabila setiap anggota populasi mempunyai kesempatan yang sama besar untuk dijadikan angggota sampel. Karena anggota sampel tersebut dipilih secara acak, maka sampel tersebut juga disebut **sampel acak.**

Pada umumnya, persoalan yang dihadapi adalah bagaimana cara mengambil sampel dari suatu populasi agar diperoleh keterangan yang sebaik-baiknya sesuai dengan biaya dan waktu yang tersedia. Salah satu cara mengambil sampel adalah pengambilan sampel acak. Berikut akan didefinisikan penarikan sampel acak.

3.1.2 Definisi Penarikan Sampel Acak

Penarikan Sampel Acak adalah metode pengambilan sampel berukuran n dari suatu populasi berukuran N sedemikian rupa sehingga semua sampel yang mungkin terambil memiliki probabilitas yang sama untuk terpilih

Suatu sampel yang ditarik secara acak tidaklah mengandung bias, dalam arti bahwa tidak satu sampelpun mempunyai peluang lebih besar untuk terpilih dibanding dengan sembarang sampel lainnya. Akan tetapi jika sampel tersebut tidak terambil secara acak, ada faktor yang tidak diketahui yang mungkin membuat peneliti condong memilih sampel yang mengandung bias.

3.2. Metode Penarikan Sampel

Masalah yang dianggap penting dalam suatu penelitian adalah penentuan besar sampel dan bagaimana cara pengambilan sampel agar sampel benar-benar

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

mewakili keseluruhan anggota populasi (representatif) dengan memperhatikan besar biaya serta tingkat ketelitian agar tujuan penelitian tercapai.

Metode penarikan sampel dibedakan menjadi dua, yaitu probability sampling (pengambilan sampel berdasarkan probabilitas) dan non-probability sampling (pengambilan sampel tanpa probabilitas).

Perbedaan utama diantara keduanya dalam hal keacakan dimana setiap elemen dalam populasi pada pengambilan sampel berdasarkan probabilitas mempunyai kesempatan yang sama untuk terpilih sebagai sampel, sedangkan dalam pengambilan sampel non-probabilitas tidak memperhitungkan hukum acak, tetapi memasukkan subyektivitas peneliti. Dalam pembahasan selanjutnya, penulis membatasi hanya untuk penarikan sampel probabilitas.

3.2.1. Beberapa Contoh Metode Penarikan Sampel

Arti penarikan sampel dengan probabilitas adalah metode penarikan sampel untuk memberikan kesempatan yang sama pada setiap elemen populasinya untuk dipilih sebagai sampel. Metode tersebut berdasarkan konsep pengambilan sampel secara acak. Selanjutnya akan diberikan penjelasan dari masing-masing metode pengambilan sampel dengan probabilitas.

Penarikan sampel acak sederhana adalah penarikan sampel penarikan sampel dimana penelitian meliputi seluruh elemen yang terpilih sebagai sampel.

Penarikan sampel acak berlapis adalah penarikan sampel dimana populasi dibagi menjadi beberapa strata (lapisan) yang relatif homogen , selanjutnya dilakukan penarikan sampel dari masing-masing strata secara acak.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Penarikan sampel sistematik adalah penarikan sampel yang diawali dengan pengambilan secara acak untuk sampel pertama dan sampel berikutnya diambil dengan pola (sistematika) tertentu.

Penarikan sampel berkelompok adalah penarikan sampel dengan populasi yang terbagi menjadi beberapa kelompok (cluster). Selanjutnya diambil beberapa kelompok secara acak untuk dipilih sebagai sampel.

Penarikan sampel bertingkat adalah penarikan sampel yang dilakukan lebih dari satu kali atau bertahap. Langkah pertama memperoleh data dengan menggunakan salah satu dari ke – 4 metode diatas dan selanjutnya dilakukan penarikan sampel berdasarkan metode yang sama atau metode lainnya.

Penelitian yang dilakukan biasanya menghasilkan statistik untuk menduga parameter populasi. Hanya sampel acak (yang pemilihan elemen-elemennya dilakukan sedemikian rupa sehingga mempunyai kesempatan yang sama untuk menjadi anggota sampel) yang dapat dipergunakan untuk menyimpulkan nilai parameter populasi. Sedangkan sampel yang pemilihan elemen-elemennya tidak acak tidak dapat dipergunakan untuk memproyeksikan karakteristik populasi darimana sampel tersebut berasal.

3.3. Sampel yang Representatif

Sebelum diuraikan macam dan prosedur penarikan sampel akan dibahas dulu hakekat kedudukan sampel baik terhadap populasi maupun terhadap kegiatan penelitian secara keseluruhan. Andaikan peneliti dapat melakukan observasi pada

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

semua subjek dalam penelitian yang dilakukan, sampel tidak diperlukan lagi. Namun karena keterbatasan waktu, dana, dan kemampuan maka seorang peneliti tidak mungkin meneliti satu persatu elemen dalam populasi tersebut. Satu masalah yang muncul dalam penelitian adalah apakah data/sampel yang diambil tersebut betul-betul mewakili populasi yang ada. Dalam penelitian, peneliti mengambil sampel acak dengan harapan dan mengasumsikan sampel tersebut representatif, yaitu bahwa karakteristik populasi tersebut akan terdapat pula dalam sampel yang diambil. Ada beberapa hal yang mempengaruhi representativitas sampel, yaitu :

(1). Homogenitas populasi

(2). Jumlah (besar) sampel yang dipilih

(3). Banyaknya karakteristik subjek yang akan dipelajari

(4). Teknik penarikan sampel yang memadai

Makin homogen distribusi atau keadaan karakter subjek dalam suatu populasi maka makin mudah dicapai representativitas sampel, karena sampel yang diambil akan mendapatkan hasil yang sama. Sebagai contoh, distribusi eritrosit dalam darah sedemikian homogen, sehingga dari tiap tetes darah yang diambil dari bagian tubuh manapun akan diperoleh sifat yang sama. Sebaliknya tempat tinggal penduduk kaya dan miskin di suatu tempat tidak berdistribusi secara merata, maka pengambilan sampel pada tiap bagian daerah tidak akan menggambarkan distribusi kaya-miskin yang sama.

Makin banyak subjek yang dijadikan sampel makin tinggi tingkat representativitasnya. Hal tersebut karena makin banyak subjek yang dipilih berarti

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

makin besar proporsi sampel terhadap populasi, sehingga makin dekat karakteristik subjek sampel dengan karakteristik populasi.

Makin banyak karakteristik subjek yang dipelajari, yang secara praktis berarti makin banyak variabel yang akan diteliti, mengakibatkan keadaan populasi makin kurang homogen sebab masing-masing variabel mempunyai distribusi sendiri dalam populasi. Dengan demikian, banyaknya karakteristik akan menurunkan tingkat representativitas sampel. Untuk mengatasi hal tersebut maka dibutuhkan jumlah sampel yang lebih besar dan teknik pemilihan sampel yang memadai. Teknik pemilihan sampel yang memadai adalah teknik pemilihan subjek-subjek penelitian yang sesuai dengan keadaan populasi. Berikut ini akan didefinisikan sampel yang representatif.

Definisi 3.3. Sampel yang representatif adalah sampel yang memiliki karakteristik populasi yang relevan dengan tujuan penelitian yang bersangkutan.

Contoh 3.3.

Seorang peneliti ingin mengetahui total pengeluaran penduduk DIY untuk bulan Januari 1998. Karakteristik populasi yang relevan dengan tujuan penelitian adalah tingkat kemampuan ekonomi masyarakat tingkat bawah, masyarakat tingkat sedang, maupun masyarakat tingkat atas. Jadi dalam pengambilan sampel acak, peneliti berharap bahwa sampel yang terambil memuat atau mengandung karakteristik populasi tersebut.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

3.4. Prosedur Penarikan Sampel Acak Sederhana (PSAS)

Pemilihan sampel disebut PSAS dengan pengembalian (with replacement) artinya penarikan seluruh N anggota populasi yang memberikan kesempatan yang sama untuk terpilih kembali tanpa melihat sudah berapa kali terpilih sebagai sampel. Sedangkan PSAS tanpa pengembalian (without replacement) artinya suatu elemen dalam populasi yang telah terpilih sebagai sampel tidak mungkin terpilih kembali (dikeluarkan dari populasinya untuk seluruh penarikan berikutnya).

Penarikan dengan pengembalian dari N elemen populasi, diambil n elemen sampel akan diperoleh sampel sebanyak: $K = N^n$; dan untuk pemilihan tanpa pengembalian diperoleh rumus sebagai berikut : $K = NCn = \dfrac{N!}{n!\,(N-n)!}$

Dalam praktek, lebih sering digunakan metode pengambilan sampel yang tanpa pengembalian, hal tersebut dikarenakan alasan praktis bahwa terasa janggal apabila penelitian dilakukan terhadap elemen/unit yang sama lebih dari satu kali. Dalam tulisan ini PSAS tanpa pengembalian ditulis sebagai PSAS.

Berikut akan dibahas cara-cara memilih elemen anggota sampel agar sampel yang dihasilkan bersifat acak, sebagai berikut :

3.4.1. Pemilihan dengan cara undian

Cara untuk memilih n buah unit dari populasi berukuran N agar terbentuk Sampel Acak Sederhana berukuran n dapat dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Membentuk kerangka penarikan sampel dengan mendaftarkan semua unit yang ada dan diberi nomor urut 1,2,…,N, dimana N adalah ukuran populasi.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

2. Membuat gulungan kertas yang berukuran sama sebanyak N buah dengan dengan masing-masing bertuliskan nomor unit tersebut.
3. N buah gulungan kertas tersebut dimasukkan ke dalam kotak kemudian dikocok.
4. Menarik atau mengambil gulungan kertas tersebut sebanyak ukuran sampel n yang ditentukan.

Potongan kertas yang sudah terpilih tidak dikembalikan lagi, sehingga tidak mungkin terpilih kembali untuk menjadi anggota sampel, sehingga banyaknya kemungkinan sampel sebesar

$$K = N\,Cn = \frac{N\,!}{n\,!\,(N-n)\,!} = \frac{5\,!}{2\,!\,(5-2)\,!} = \frac{5\,!}{2\,!\,3\,!} = \frac{5.4.3.2.1}{2.1.3.2.1} = 10$$

yaitu sebagai berikut : (1,2) (1,4) (2,3) (2,5) (3,5)
(1,3) (1,5) (2,4) (2,4) (4,5)

Setiap pasangan berurutan memiliki peluang yang sama untuk terpilih sebagai sampel yaitu sebesar 1/10, dan peluang angka 1 untuk terpilih sebagi sampel sebanyak 4 kali, demikian pula untuk angka 2,3,4,5 sehingga setiap angka populasi memiliki peluang untuk terpilih sebagai sampel dalam survei sebesar 4/10 = 2/5.

3.4.2. Pemilihan dengan menggunakan Tabel Angka Acak

Apabila ukuran populasi yang diteliti dalam jumlah yang besar, maka tidak dimungkinkan menggunakan cara undian, karena selain membutuhkan banyak waktu dan tenaga juga penggunaan potongan kertas yang sudah diberi nomor urut dalam pengambilan sampelnya harus dijamin bahwa pengocokan yang dilakukan sebelum pengambilan potongan kertas berikutnya harus sempurna dan sama intensitas

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

pengocokannya. Dalam prakteknya sukar dilakukan, maka diperkenalkan tabel angka acak yang jauh lebih praktis dalam PSAS.

Tabel Angka Acak adalah tabel yang memuat angka-angka yang pembuatannya dilakukan sedemikian rupa terjamin keacakannya.

Langkah-langkah penggunaan Tabel Angka Acak (terdapat dalam lampiran) adalah sebagai berikut :

1. Membentuk kerangka penarikan sampel dengan jalan mendaftarkan semua unit yang ada dalam populasi N. Unit-unit tersebut diberi nomor urut sesuai dengan jumlah digit. Adapun penentuan jumlah digit berdasarkan ukuran populasi yaitu :
   a. Jika N diantara 1-10 menggunakan 1 digit
   b. Jika N diantara 11-100 menggunakan 2 digit
   c. Jika N diantara 101-1000 menggunakan 3 digit
   d. Jika N diantara 1001-10000 menggunakan 4 digit
   e. Jika N diantara 10001-100000 menggunakan 5 digit
   f. Jika N diantara 100001-1000000 menggunakan 6 digit
2. Menentukan secara sembarang pada tabel angka acak kemudian pembacaan dilakukan vertikal kebawah atau horisontal kesamping secara berurutan. Angka acak yang dipilih sebanyak jumlah sampel n dan jumlah digit sesuai dengan ketentuan di atas. Yang perlu diperhatikan dalam penunjukan tabel angka acak adalah bila angka acak yang terpilih lebih besar dari N maka angka acak tersebut ditolak. Sebagai contoh bila N=128, maka angka acak yang mungkin terpilih adalah diantara 001-128, serta angka acak yang lebih besar dari 128 dan angka 000 jelas ditolak.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

3. Jika ukuran n besar, maka pembacaan dilanjutkan terus hingga baris 99 pada posisi kolom yang sama. Kemudian dilanjutkan dengan memulai dari baris 00 dengan posisi kolom berubah kesamping kanan bertambah sesuai dengan jumlah digit yang ditentukan.
4. Dalam pembacaan angka acak, apabila ada angka acak yang muncul lebih dari satu kali, maka angka acak yang muncul kemudian diabaikan dan pembacaan dilanjutkan sampai terpilih n buah angka acak berukuran jumlah digit tertentu.
5. Hasil penunjukan pada tabel angka acak, merupakan unit-unit yang terpilih sebagai sampel acak sederhana. Untuk mempermudah pembacaan, angka acak yang terpilih disusun dalam bentuk tabel dengan bagan sebagai berikut :

Tabel 1
Penarikan Sampel Menggunakan Angka Acak

Urutan pembacaan Angka Acak	Angka Acak dalam susunan ....digit	Terletak dalam Baris;Kolom
1	Jumlah digit sesuai ketentuan no. 2	..... ; .....
2		...... ; .....
.		..... ; .....
.		...... ; .....
n		...... ; ......

Berikut ini akan diberikan contoh untuk mempermudah pemahaman dalam penggunaan Tabel Angka Acak. Diambil populasi berukuran N = 537 dan sampel berukuran n=15, akan ditunjukkan unit-unit yang terpilih sebagai sampel, yaitu :

1. Unit-unit dalam populasi N diberi nomor urut dengan 3 digit, karena N terletak diantara 101-1000.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

2. Penunjukan secara sembarang tabel Angka Acak jatuh pada baris 95; kolom 25-27, dan dilakukan pembacaan vertikal kebawah, maka 15 angka acak berbeda antara 001 dan 537 yang diperoleh disajikan dalam tabel berikut :

Tabel 2
Penarikan Sampel Menggunakan Angka Acak

Urutan pembacaan angka acak	Angka acak dalam susunan 3 digit	Terletak dalam Baris;kolom
1	040	96;25-27
2	145	97;27-27
3	282	99;25-27
4	170	00;28-30
5	440	06;28-30
6	178	07;28-30
7	326	11;28-30
8	386	12;28-30
9	049	13;28-30
10	400	15;28-30
11	151	18;28-30
12	168	22;28-30
13	129	23;28-30
14	520	24;28-30
15	323	25;28-30

Berdasarkan ketentuan langkah-langkah di atas, maka angka acak pada baris 95, 98, 01, 02, 03, 04, 05, 08, 09, 10, 14, 16,17, 19, 20,21 yaitu 615, 988, 565, 879, 952, 871, 946, 577, 870, 700, 659, 559, 833, 904, 687, 616, ditolak karena angka-angka tersebut lebih besar dari ukuran populasi yang ditentukan yaitu 537.

3. Karena penunjukan tabel angka acak jatuh pada baris 95 dan ukuran n=15, maka pembacaan setelah sampai pada baris 99 dilanjutkan ke baris 00.
4. Semua angka acak yang terpilih berbeda, sehingga tidak ada angka acak yang diabaikan.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

5. Dengan melihat tabel 2 unit-unit yang bernomor 040, 145, …..,520,323 terpilih sebagai sampel acak sederhana yang berukuran n=15.

Dalam pembacaan angka acak, apabila ada angka acak yang muncul lebih dari satu kali, maka angka acak yang muncul kemudian diabaikan serta pembacaan dilanjutkan terus sampai terpilih n buah angka acak berukuran jumlah digit tertentu.

Setelah melihat contoh diatas, penulis menganggap penggunaan tabel angka acak kurang menguntungkan karena ada angka-angka yang tidak mungkin terpilih sebagai sampel.

Apabila ukuran populasi N kurang dari 1000, terdapat alternatif lain untuk memperoleh angka-angka acak yaitu dengan menggunakan kalkulator Casio. Caranya adalah sebagai berikut :

1. Angka acak diperoleh dengan menekan tombol RAN #.
2. Angka acak tersebut dikalikan 1000 karena angka acak yang muncul berbentuk tiga desimal.

Sehingga populasi yang berukuran lebih besar dari 1000 tidak dapat menggunakan kalkulator Casio.

3.5. Kelemahan Penarikan Sampel Acak Sederhana

Dalam suatu survei, penulis harus mengetahui dengan jelas tujuan dari penelitian tersebut sehingga dapat memilih metode penarikan sampel yang tepat, artinya pada tingkat ketelitian yang sama dibutuhkan biaya yang lebih murah.

Sebagai contoh, seorang peneliti ingin mengetahui rata-rata pendapatan penduduk kota Yogyakarta. Dengan menggunakan metode acak sederhana untuk

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

mendapatkan sampel dapat terjadi kemungkinan sampel yang terpilih letaknya berjauhan sehingga membutuhkan biaya transportasi yang besar untuk penelitian. Alternatif penggunaan metode lain yang dapat diambil peneliti dalam menekan biaya dengan menggunakan metode penarikan sampel dimana populasi dibagi dalam kelompok rumah tangga sehingga penelitian akan menghemat waktu serta biaya, karena jarak elemen dalam satu kelompok lebih berdekatan secara geografis.

Untuk kasus-kasus tertentu dimana daftar elemen tidak tersedia maka PSAS tidak dapat digunakan. Sebagai ilustrasi, seorang pimpinan perusahaan perakitan mobil memberikan pelayanan pasca penjualan kepada perusahaan-perusahaan yang membeli mobil hasil produksinya dengan jalan memberikan penggantian biaya perbaikan selama satu tahun. Pimpinan ingin mengetahui rata-rata biaya reparasi per-mobil yang terjual, akan tetapi data mengenai biaya reparasi untuk tiap mobil tidak tersedia, sehingga tidak mungkin dipergunakan PSAS. Data yang tersedia adalah banyaknya mobil yang dibeli dan jumlah biaya reparasi yang dikeluarkan oleh perusahaan pembeli mobil. Oleh karena biaya reparasi setiap mobil tidak tersedia maka digunakan PSAK , dimana setiap perusahaan pembeli mobil diperlakukan sebagai kelompok dan dari data tersebut dapat diketahui rata-rata biaya reparasi per mobil.

Berdasarkan uraian diatas, penulis dapat menyimpulkan bahwa kelemahan PSAS adalah :

1. Biaya untuk penelitian cukup besar.
2. Waktu yang kurang cepat
3. Penelitian tidak dapat dilakukan apabila kerangka penarikan sampal tidak tersedia

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

3.6. Penarikan Sampel Acak Berlapis (PSAB)

Suatu populasi berukuran N dibagi-bagi menjadi beberapa kelompok yang lebih kecil yang disebut lapisan (sub-populasi) merupakan langkah pertama yang harus dikerjakan peneliti dalam menggunakan teknik penarikan sampel acak berlapis.

Definisi 3.6. Penarikan Sampel Acak Berlapis

Penarikan Sampel Acak Berlapis adalah teknik penarikan sampel melalui pemisahan unit-unit populasi ke dalam kelompok-kelompok yang saling asing dan relatif homogen, yang disebut strata atau lapisan-lapisan. Dari setiap lapisan dipilih sampel acak sederhana. Rancangan tersebut dilakukan pada populasi yang heterogenitasnya diwarnai oleh adanya beberapa kelompok atau lapisan subjek, dengan batas yang jelas antar kelompok.

Contoh 3.6. PSAB

Seorang peneliti ingin mengetahui rata-rata waktu selama seminggu yang dipergunakan penduduk (elemennya berupa anggota rumah tangga) untuk menonton televisi. Penduduk sebagai populasi dibagi 3 lapisan. Lapisan I penduduk yang tinggal dekat pabrik (sebagian besar karyawan pabrik); lapisan II penduduk yang tinggal dekat pertokoan (sebagian besar karyawan toko); dan lapisan III penduduk yang tinggal di pinggiran kota sebagai petani. Seluruhnya ada 1500 penduduk sebagai populasi. Dengan lapisan I, II, III masimg-masing 900, 200, dan 400 penduduk.. Dari masing-masing lapisan dipilih sampel acak sebanyak $n_1=200$, $n_2=50$, dan $n_3=100$. Dari hasil penelitian diperoleh rata-rata $\bar{x}_1= 34,1$; $\bar{x}_2=25,25$; $\bar{x}_3=19,40$. Jadi penduduk yang tinggal dekat pabrik,dekat pertokoan, maupun di pinggiran kota rata-rata menonton siaran televisi selama 34,1; 25,25; dan 19,40 jam per minggu.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

3.6.1. Prinsip-prinsip PSAB

Dalam PSAB pertama-tama membagi N anggota populasi kedalam L buah lapisan yang disebut subpopulasi, masing-masing berukuran $N_1, N_2, \ldots N_L$. Subpopulasi tersebut tidak boleh tumpang tindih, dan bila seluruh subpopulasi dijumlahkan maka diperoleh $N_1 + N_2 + \ldots\ldots + N_L = N$. Serta harus diketahui dengan tepat ukuran setiap lapisan. Bila lapisan telah ditentukan, dilakukan pengambilan sampel secara acak dari masing-masing lapisan, ukuran sampel dalam tiap lapisan dinotasikan dengan $n_1, n_2, \ldots n_L$.

Persyaratan yang harus dipenuhi dalam penggunaan PSAB adalah :

1. Kriteria yang dipergunakan sebagai dasar untuk membagi populasi dalam lapisan-lapisan harus jelas dan tegas. Kriteria pembagian populasi adalah variabel yang akan diteliti atau jika hal tesebut tidak memungkinkan maka dapat dipergunakan variabel-variabel lain yang menurut pengetahuan peneliti mempunyai korelasi yang kuat dengan variabel yang akan diteliti tersebut. Sebagai contoh seorang seorang peneliti ingin mengetahui tingkat produksi harian di kawasan industri tertentu. Karena kawasan tersebut sangat bervariasi yakni industri-industri berskala kecil, sedang dan besar maka peneliti dapat memutuskan variabel pengganti tingkat produksi harian dengan variabel jumlah tenaga kerja yang dianggap berkorelasi erat sehingga variabel jumlah tenaga kerja dapat dijadikan dasar untuk pelapisan.
2. Harus ada data pendahuluan dari populasi mengenai kriteria yang dipergunakan sebagai dasar pelapisan. Dari contoh diatas, data populasi yang lengkap mengenai jumlah tenaga kerja yang lengkap dalam industri sehingga setiap industri dapat dikelompokkan secara tegas termasuk industri berskala kecil, sedang, maupun besar.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

3. Harus diketahui dengan tepat jumlah unit-unit dari setiap lapisan dalam populasi tersebut. Untuk kasus diatas peneliti harus mengetahui jumlah perusahaan berskala kecil (N_1), sedang (N_2), maupun besar (N_3) secara tepat, serta $N_1+N_2+N_3=N$. Jadi jumlah dari ukuran tiap lapisan dalam populasi harus sama dengan ukuran populasi tersebut. Peneliti kemudian menetapkan kerangka penarikan sampel. Untuk contoh di atas yang menjadi unit penarikan sampel adalah perusahaan industri.

Berdasarkan prinsip-prinsip yang harus dipenuhi dalam penarikan sampel acak berlapis, pada sub-bab berikut akan dijelaskan mengenai kelemahan metode penarikan sampel tersebut.

3.6.2 Kelemahan Penarikan Sampel Acak Berlapis

Langkah awal metode penarikan sampel acak berlapis adalah pembentukan kerangka yakni pembagian populasi dalam lapisan-lapisan yang relatif homogen. Pembuatan kerangka tersebut membutuhkan biaya yang cukup besar apabila data populasi yang diperlukan tidak tersedia (peneliti harus mendata populasi untuk mengetahui karakteristiknya). Waktu untuk mengumpulkan data tersebut juga harus diperhitungkan.

Dalam kasus-kasus tertentu seperti yang diilustrasikan sebagai berikut : Seorang pimpinan perusahaan perakitan mobil yang ingin mengetahui rata-rata biaya reparasi per mobil yang terjual, tetapi data yang tersedia hanyalah banyaknya mobil yang dibeli dan jumlah biaya reparasi yang dikeluarkan oleh perusahaan pembeli mobil. Oleh karena kerangka penarikan sampel yang berupa data mengenai biaya

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

reparasi per-mobil tidak tersedia, maka peneliti tidak dapat menggunakan metode penarikan sampel acak berlapis. Untuk mengatasi kelemahan dari metode PSAS maupun PSAB selanjutnya akan diperkenalkan metode PSAK.

3.7. Penarikan Sampel Acak Berkelompok (PSAK)

Salah satu tujuan penggunaan metode penarikan sampel dalam suatu penelitian ialah untuk menduga parameter populasi dengan biaya yang minimum pada tingkat ketelitian tertentu atau dengan biaya tertentu mendapatkan ketelitian maksimum. Dalam sub-bab 3.7. akan dibahas mengenai penarikan sampel acak berkelompok beserta kelebihannya.

Dalam penelitian dengan menggunakan metode PSAK, peneliti dapat membagi populasi berdasarkan letak geografis menjadi kelompok-kelompok yang relatif homogen. Hal tersebut disebabkan karakteristik elemen dalam suatu kelompok tidak begitu jauh berbeda. Misalkan suatu RT yang diperlakukan sebagai kelompok, rumah tangga-rumah tangga didalam RT tersebut biasanya mempunyai sifat-sifat yang tidak terlalu bervariasi seperti penghasilannya, pengeluarannya, anggota keluarganya, dan lain sebagainya.

Sebagai contoh, seorang peneliti yang ingin menduga rata-rata penghasilan penduduk di Yogyakarta, membagi populasi dalam kelompok-kelompok RT. Oleh karena penduduk yang tinggal dalam satu RT biasanya memiliki karakteristik yang hampir sama (kebanyakan pegawai negeri, pegawai swasta, dosen ataupun karyawan bank), maka sebaiknya diambil banyak RT sebagai kelompok sampel dan diteliti sedikit rumah tangga dalam RT. Hal tersebut disebabkan variansi di dalam RT relatif

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

kecil sebab karakteristik elemennya relatif homogen sedangkan variansi antar RT relatif lebih besar sebab lebih heterogen. Jadi dalam PSAK, elemennya berupa kelompok-kelompok dan selanjutnya dilakukan penarikan sampel secara acak. Kelompok yang terpilih disebut sebagai **sampel kelompok** serta dari sampel kelompok tersebut dilakukan penelitian terhadap elemennya untuk mendapatkan pendugaan parameter.

Hal-hal yang harus diperhatikan dalam menggunakan metode PSAK adalah sebagai berikut :

1. Populasi terbagi dalam kelompok-kelompok yang disebut unit penarikan sampel. Unit-unit tersebut harus mencakup seluruh populasi dan tidak boleh tumpang tindih, dalam arti bahwa setiap elemen dalam populasi hanya mempunyai satu unit, sehingga batas-batas pengelompokan harus jelas.
2. Masalah yang dihadapi peneliti dalam menggunakan metode PSAK adalah penentuan jumlah kelompok sampel serta jumlah elemen dalam tiap kelompok agar diperoleh kelompok yang optimum. Pembentukan kelompok telah mencapai optimum apabila dengan biaya terkecil diperoleh ketelitian yang terbesar.

3.7.1. Definisi Penarikan Sampel Acak Berkelompok

PSAK adalah metode penarikan sampel melalui pemisahan unit-unit populasi kedalam kelompok-kelompok yang saling asing dan relatif homogen, kemudian dilakukan penarikan sampel acak sederhana terhadap kelompok-kelompok tersebut untuk mendapatkan sampel kelompok.

3.7.2 Definisi Sampel Berkelompok

Sampel berkelompok adalah suatu sampel yang berupa kelompok-kelompok dari elemen populasi dimana kelompok-kelompok tersebut diperoleh dengan menggunakan metode PSAS. Misalnya RT yang terdiri dari beberapa rumah tangga, blok toko yang terdiri dari beberapa toko maupun rayon sekolah yang terdiri dari beberapa sekolah.

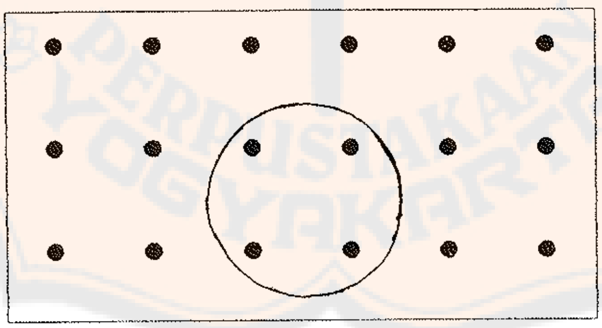
PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

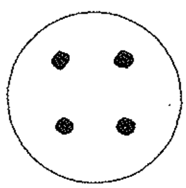
3.8. Prosedur PSAK

Misalnya seorang peneliti dalam bidang ekonomi ingin menduga rata-rata pendapatan penduduk di suatu kota (elemennya berupa rumah tangga). Bagaimana peneliti dapat mengambil sampel untuk penelitian ? perhatikan ilustrasi berikut untuk membedakan sampel acak sedehana , sampel acak berlapis, maupun sampel acak berkelompok.

1. Sampel Acak Sederhana

   Andaikan populasi berupa seluruh rumah tangga yang berukuran N. Apabila digunakan teknik PSAS harus disediakan daftar seluruh rumah tangga sebagai kerangka penarikan sampel dan kemudian dari daftar tersebut diambil sampel rumah tangga secara acak. Dalam suatu kasus tertentu dimana daftar kerangka penarikan sampel tidak tersedia, pembentukannya membutuhkan biaya yang mahal serta memakan banyak waktu dan tenaga. Apalagi kalau secara geografis jarak rumah tangga yang terpilih sebagi sampel berjauhan, maka biaya penelitian khususnya untuk biaya transportasi menjadi mahal.



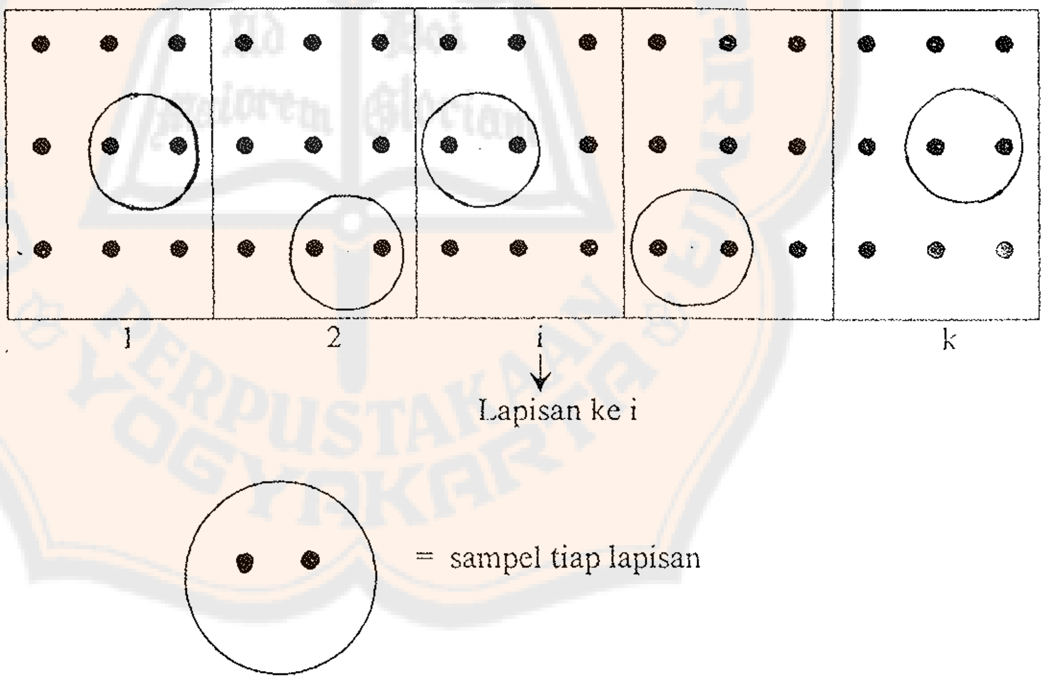


= sampel penelitian

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

2. Sampel Acak Berlapis

Apabila digunakan PSAB masih diperlukan daftar rumah tangga dari seluruh lapisan untuk memperoleh kerangka penarikan sampel, kemudian dari masing-masing lapisan diambil sampel secara acak. Penyusunan kerangka penarikan sampel membuat biaya penelitian menjadi mahal, atau dalam praktek sering dijumpai ketidaklengkapan kerangka penarikan sampel. Dibandingkan dengan PSAS, teknik pelapisan akan meningkatkan ketelitian, hal tersebut dikarenakan data pada setiap lapisan lebih homogen dari data populasi secara keseluruhan dan sub-populasi yang homogen akan memperkecil variansi populasi.

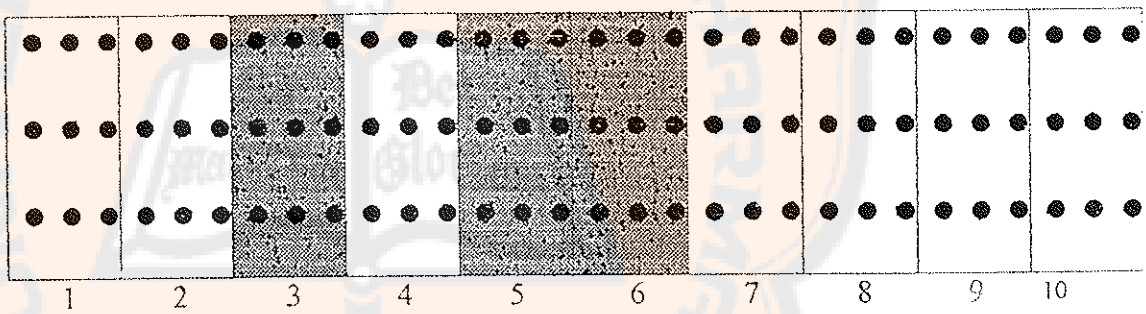


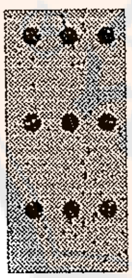
3. Sampel Acak Berkelompok

Diandaikan populasi berukuran N elemen dibagi menjadi 10 kelompok dimana banyaknya elemen masing-masing kelompok tidak harus sama. Apabila

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

dipergunakan PSAK, populasi dibagi menjadi kelompok-kelompok dimana setiap kelompok terdiri dari beberapa rumah tangga yang berdekatan secara geografis. Kemudian diambil sampel kelompok secara acak dan selanjutnya dilakukan penelitian terhadap seluruh elemen dalam kelompok yang terpilih sebagai sampel. Jadi dalam survei tidak memerlukan daftar seluruh rumah tangga, namun hanya daftar kelompok rumah tangga yang terpilih sebagai sampel. Dilihat dari segi biaya PSAK membutuhkan biaya termurah daripada PSAS maupun PSAB.





= kelompok yang terpilih sebagai sampel

Setelah melihat ilustrasi di atas, secara garis besar dapat dikemukakan langkah-langkah penggunaan PSAK, sebagai berikut :

1. Bagilah populasi kedalam kelompok-kelompok berdasarkan kriteria yang dijadikan dasar pengelompokan (biasanya berdasarkan letak geografis) sehingga variasi data dalam setiap kelompok relatif homogen dan akan berlaku variansi

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

dalam kelompok lebih kecil daripada variansi antar kelompok. Serta elemen dari masing-masing kelompok harus saling asing artinya setiap elemen dalam populasi hanya menjadi anggota satu kelompok saja. Sebagai contoh dalam kehidupan sehari-hari, terdapat peraturan bahwa seseorang hanya diperbolehkan memiliki 1 KTP, apabila seseorang memiliki 2 KTP, maka pencatatan identitas orang tersebut baik mengenai penghasilan, pendidikan, pekerjaan dan sebagainya akan terdapat di dua tempat sehingga akan menyebabkan kesalahan pendugaan yang semakin besar. Maka tingkat ketelitian menjadi berkurang. Pembagian kelompok berdasarkan RW akan memberikan data yang lebih bervariasi daripada kelompok yang terbagi atas RT-RT, hal tersebut disebabkan karakteristik elemen dalam RT relatif lebih homogen daripada karakteristik elemen dalam RW. Dengan semakin kecil jumlah elemen dalam kelompok karakteristiknya akan semakin homogen ,sehingga variansi dalam kelompok menjadi lebih kecil (pendugaan semakin mendekati parameter populasi). Hal tersebut digunakan peneliti sebagai dasar penentuan kelompok yang optimum dalam suatu survei.

2. Bentuklah kerangka penarikan sampel berupa berupa daftar semua kelompok dalam populasi. Dengan demikian yang menjadi unit penarikan sampel dalam metode PSAK adalah kelompok-kelompok yang terbentuk.
3. Lakukan PSAS dengan menggunakan undian atau Tabel Angka Acak untuk setiap kelompok dalam populasi. Unit-unit yang terpilih sebagai sampel berupa kelompok-kelompok penarikan sampel. Jadi penerapan metode PSAS dalam PSAK adalah untuk memperoleh sampel kelompok.
4. Lakukan penelitian terhadap seluruh elemen yang termasuk dalam sampel kelompok sesuai dengan tujuan penelitian.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

3.9. Kelebihan PSAK terhadap PSAS dan PSAB

Seorang peneliti yang ingin menduga rata-rata pendapatan penduduk di suatu kota, apabila dia menggunakan metode PSAS, diperlukan kerangka penarikan sampel berupa daftar seluruh rumah tangga di kota tersebut sebagai daftar elemen yang akan diteliti, disini rumah tangga sebagai unit penarikan sampel. Kegiatan tersebut membutuhkan biaya yang mahal, waktu dan tenaga yang cukup banyak. Seandainya peneliti menggunakan PSAB, juga diperlukan kerangka penarikan sampel untuk setiap lapisan . Untuk mempermurah biaya dipergunakan metode PSAK, dimana unit penarikan sampelnya berupa kelompok-kelompok (terdiri dari beberapa rumah tangga) karena daftar yang diperlukan hanya berupa daftar kelompok sedangkan untuk daftar rumah tangga hanya yang terpilih sebagai sampel saja yang diperlukan.

Dalam PSAK pembagian populasi dalam kelompok berdasarkan letak geografis menjadikan data lebih homogen, hal tersebut dikarenakan karakteristik suatu daerah hampir mirip satu dengan yang lainnya, sehingga pendugaan parameter akan lebih akurat.

Menghadapi kasus-kasus tertentu, dimana daftar elemen tidak tersedia, peneliti dapat mengatasi dengan menggunakan metode PSAK dalam penelititan.

Berdasarkan uraian dan contoh-contoh yang telah diberikan dalam subbab terdahulu , penggunaan PSAK memiliki keunggulan sebagai berikut :

1. Biaya untuk pelaksanaan PSAK lebih murah daripada PSAS maupun PSAB dalam hal pengumpulan data untuk membentuk kerangka penarikan sampel.
2. Waktu dan tenaga lebih efisien.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

3. Dalam kasus tertentu, dimana daftar semua elemen tidak tersedia atau tidak lengkap dapat dipergunakan metode PSAK

Untuk dapat menentukan metode yang tepat dalam suatu penelitian seorang peneliti harus mengetahui kelemahan maupun keunggulan suatu metode penarikan sampel agar tujuan penelitian dapat tercapai.

3.10. Optimasi Kelompok

Seperti telah dijelaskan dalam subbab sebelumnya, bahwa variasi dalam suatu kelompok lebih homogen daripada variasi antar kelompok sehingga dalam suatu penelitian diusahakan pembagian kelompok dilakukan dalam lingkup terkecil. Dengan variasi yang semakin kecil maka variansi data akan semakin kecil. Pada bab IV akan ditunjukkan bahwa penduga parameter akan semakin mendekati parameter yang sebenarnya jika variansi semakin kecil. Disamping itu biaya untuk mengumpulkan data akan lebih murah bila letak elemen saling berdekatan secara geografis.

Hal yang perlu diperhatikan peneliti dalam pembagian kelompok adalah efisiensi pemilihan jenis kelompok, apakah pembagian kelompok berdasarkan RT atau RW; propinsi atau kabupaten dan sebagainya pada populasi yang sama. Peneliti dapat melakukan perbandingan biaya serta perbandingan ketelitian untuk mendapatkan ukuran optimum suatu kelompok, artinya menentukan jumlah kelompok sampel serta elemen dalam masing-masing kelompok agar ketelitian yang terbesar dengan biaya minimum dapat tercapai sejalan dengan tercapainya tujuan penelitian.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Untuk dapat mengetahui ukuran suatu kelompok, diperlukan informasi awal tentang biaya untuk meneliti tiap elemen. Informasi tersebut dapat diperoleh dari peneliti-peneliti lain yang pernah melakukan survei di daerah tersebut maupun melalui sampel pendahuluan, artinya peneliti mengambil sampel dalam jumlah yang kecil kemudian dilakukan pendugaan terhadap biaya maupun ketelitian. Dari hasil pendugaan tersebut peneliti dapat menentukan ukuran optimum suatu kelompok.

Jadi dalam menggunakan metode PSAK peneliti harus dapat menentukan ukuran suatu kelompok agar tujuan penelitian dengan biaya yang minimum dengan variansi yang terkecil dapat tercapai.

3.11. Notasi dalam Penarikan Sampel Acak Berkelompok

Sebelum membahas lebih lanjut, perlu dikemukakan notasi yang diperlukan penulis antara lain :

1. N = banyaknya kelompok dalam populasi
2. n = banyaknya kelompok sampel yang diambil secara acak
3. M_i = banyaknya elemen dalam kelompok ke-i dengan $i = 1, 2, \ldots, N$
4. M_k = banyaknya elemen dalam kelompok ke-k dengan $k = 1, 2, \ldots, n$
5. M_p = total elemen dalam sampel dimana $M_p = \sum_{k=1}^{n} M_k$
6. M = total elemen dalam populasi dimana $M = \sum_{i=1}^{N} M_i$
7. $\overline{m}$ = rata-rata banyaknya elemen dalam kelompok yang terpilih secara acak sebagai sampel

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

dimana $\overline{m} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} M_k$

atau $\overline{m} = \frac{M_p}{n}$

8. $\overline{M}$ = rata-rata ukuran kelompok untuk populasi

dimana $\overline{M} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} M_i$

9. x_k = nilai variabel random dalam kelompok ke-k ($k = 1, 2, \ldots, n$) dalam sampel

10. x_i = nilai variabel random dalam kelompok ke-i ($i = 1, 2, \ldots, N$) dalam populasi.

11. $\overline{x}_k$ = rata-rata sampel dalam kelompok ke-k

dimana $\overline{x}_k = \frac{x_k}{M_k}$

12. $\overline{x}$ = rata-rata sampel sebagai penduga rata-rata populasi.

dimana $\overline{x} = \frac{\sum_{k=1}^{n} x_k}{\sum_{k=1}^{n} M_k}$

13. μ = rata-rata populasi

dimana $\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{\sum_{i=1}^{N} M_i}$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

14. $V(\bar{x})$ = variansi pada penarikan sampel acak berkelompok ,dengan =

$$V(\bar{x}) = \frac{N-n}{Nn.\bar{M}^2} \cdot \sigma_k^2$$

15. s_k^2 = variansi antar elemen pada kelompok primer ke-k dan k = 1, 2, … n dengan

$$s_k^2 = \frac{\sum_{k=1}^{n} \left(x_k - \bar{x} M_k\right)^2}{n-1}$$

16. $\hat{V}(\bar{x})$ = penduga variansi pada PSAK, dimana σ_k^2 diduga oleh s_k^2 dan $\bar{M}$ dapat diduga dengan $\bar{m}$, maka :

$$\hat{V}(\bar{x}) = \frac{N-n}{Nn\,\bar{m}^2} s_k^2$$

3.12. Penentuan Ukuran Sampel Acak Berkelompok Untuk Pendugaan Nilai Rata-Rata

Seperti telah disebutkan dalam pembahasan yang lalu, PSAK adalah penarikan sampel acak dimana elemen atau unit penarikan sampelnya berupa kelompok-kelompok atau kumpulan elemen dengan jumlah elemen dalam masing-masing kelompok (Mk) tidak harus sama, selanjutnya dilakukan observasi atau survei terhadap seluruh elemen yang terpilih sebagai kelompok sampel. Oleh karenanya pendugaan dari rata-rata populasi dan total populasi merupakan pengembangan dari rumus untuk PSAS. Secara khusus rata-rata sampel sebagai penduga yang baik untuk populasi beserta penentuan ukuran sampel bagi pendugaan nilai rata-rata akan dibahas dalam sub-bab 3.12. ini.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Pendugaan nilai rata-rata telah dijelaskan dalam Bab II, mengenai distribusi sampling statistik dan selang kepercayaan. Selang kepercayaan bagi nilai rata-rata adalah penentuan nilai yang berbentuk $\bar{x}$-KS<μ<$\bar{x}$+ KS yang memuat nilai rata-rata yang sesungguhnya.

Dalam PSAK yang menjadi pertanyaan adalah berapa banyaknya kelompok sampel yang dipilih secara acak (=n) serta jumlah elemen masing-masing kelompok agar menghasilkan variansi dan biaya yang minimum. Andaikan jumlah elemen dalam masing-masing kelompok sudah ditentukan sebelumnya, persoalan yang timbul adalah menentukan besarnya n yang harus dipilih dari N kelompok sebagai populasi untuk menduga nilai rata-rata.

Faktor penentu yang perlu diperhatikan dalam menentukan ukuran sampel acak berkelompok pada masalah pendugaan tersebut, adalah :

1. Jumlah kelompok sebagai populasi (N)
2. Variansi populasi yang diduga oleh s_k^2
3. Jumlah kelompok sebagai sampel pendahuluan
4. Besar kesalahan penarikan sampel yang ditolerir sebagai ukuran tingkat ketelitian (G)
5. Tingkat kepercayaan yang nilainya dapat dilihat dalam tabel kurva normal (Z)
6. Rata-rata jumlah elemen dalam kelompok populasi ($\bar{M}$) yang dapat diduga ($\bar{m}$)

Banyaknya sampel kelompok mempengaruhi kuantitas informasi dalam sampel. Semakin besar proporsi sampel terhadap populasi, semakin besar pula informasi yang dapat diperoleh. Sebagai contoh, sampel berukuran n=25 dari

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

populasi berukuran N=500 akan mengandung informasi yang lebih banyak daripada sampel berukuran n=25 dari N=1000. Dengan demikian besar kecilnya populasi akan mempengaruhi ukuran sampel. Dalam penentuan ukuran sampel seorang peneliti terlebih dahulu mengambil sampel pendahuluan/ sampel sementara serta perlu mengetahui jumlah elemen dalam kelompok-kelompok sampel untuk menduga besarnya variansi. Selain itu dengan melakukan penelitian pendahuluan, dapat dibuat pendugaan terhadap biaya untuk observasi agar biaya yang dikeluarkan seminim mungkin.

Dalam teori pendugaan parameter, galat pendugaan akan berbanding terbalik dengan ukuran sampel. Bila n kecil maka galat pendugaan menjadi besar sehingga selang kepercayaan semakin lebar. Apabila tingkat kepercayaan yang diinginkan peneliti semakin besar, maka nilai n akan semakin besar sehingga pendugaan mendekati parameter populasi, jadi n berbading lurus dengan tingkat kepercayaan. Berikut ini akan diberikan nilai Z = nilai tabel kurva normal yang besarnya tergantung tingkat kepercayaan yang diinginkan peneliti sebagai berikut :

Tingkat Kepercayaan	80%	90%	95%	99%
Nilai Z	1,290	1,645	1,960	2,575

Tingkat kepercayaan /ketelitian berbeda-beda menurut tujuan/ jenis penelitiannya. Mungkin dalam bidang kedokteran/farmasi, terutama obat-obatan yang menyangkut kesehatan manusia dan dapat menyebabkan kematian, tingkat ketelitiannya tinggi, hal tersebut berarti pendugaan kesalahan harus sekecil mungkin, kurang dari 1%, dibidang lain (ekonomi-sosial) mungkin dapat ditolerir sampai 5% atau 10%.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Berdasarkan faktor-faktor yang telah disebutkan diatas, didefinisikan rumus umum penentuan n pada PSAK untuk pendugaan nilai rata-rata sebagai berikut :

misal $\left|\hat{\theta}-\theta\right| = G$ sehingga $G^2 = Z_{\alpha/2}^{\;2} \cdot \sigma_{\bar{k}}^{\;2}$

dengan $\sigma_{\bar{k}}^{\;2} = \dfrac{N-n}{nN\overline{M}^2} \cdot \sigma_k^{\;2}$

maka $G^2 = Z^2 \cdot \dfrac{N-n}{nN\overline{M}^2} \cdot \sigma_k^{\;2}$

$$n\,N\overline{M}^2\,G^2 = (N-n)\,Z^2\,\sigma_k^{\;2}$$

$$n\,N\overline{M}^2\,G^2 = N\,Z^2\sigma_k^{\;2} - n\,Z^2\,\sigma_k^{\;2}$$

$$n\,N\overline{M}^2\,G^2 + n\,Z^2\sigma_k^{\;2} = N\,Z^2\,\sigma_k^{\;2}$$

$$n\left(N\overline{M}^2\,G^2 + Z^2\sigma_k^{\;2}\right) = N\,Z^2\,\sigma_k^{\;2}$$

$$n = \frac{NZ^2\,\sigma_k^{\;2}}{N\overline{M}^2\,G^2 + Z^2\sigma_k^{\;2}} \qquad \text{.... (3.12.1)}$$

Besar kesalahan maksimum yang diharapkan dalam suatu survei untuk nilai rata-rata $\bar{x}$ sebagai penduga dari μ adalah $G_{\bar{x}} = \left|\bar{x}-\mu\right|$ dengan $G_{\bar{x}}$ = galat pendugaan untuk nilai rata-rata. Dengan melihat rumus 3.12.1 tersebut dapat dilihat bahwa ukuran kelompok (n) berbanding terbalik dengan ukuran populasi. Jadi semakin besar M, nilai n akan semakin kecil karena M bisa tidak diketahui maka dapat diduga oleh m (ukuran sampel). Jadi ukuran kelompok berbanding terbalik dengan ukuran sampel.

Contoh 3.12.

Seorang ahli sosiologi bermaksud menduga rata-rata penghasilan remaja putus sekolah (RPS) di kota Yogyakarta. Tetapi alamat para remaja tersebut tidak

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

seluruhnya tersedia, oleh karenanya dipergunakan PSAK ,kemudian peneliti memberi tanda pada peta kota Yogya dengan membagi menjadi 415 RT dengan banyaknya rumah tangga ditiap RT berlainan satu dengan lainnya. Kelompok-kelompok diberi nomor urut 1 s/d 415 dilakukan penelitian pendahuluan yang mengambil sampel acak sebanyak 25 $(n' = 25)$ RT. Andaikan peneliti menginginkan galat pendugaan nilai rata-rata $G_{\bar{x}} = |\bar{x} - \mu|$, untuk selanjutnya disingkat dengan G, tidak lebih besar dari Rp. 500,00, artinya pendugaan nilai rata-rata penghasilan remaja di Yogya ditolerir sebesar Rp. 500,00. Tingkat kepercayaan yang diinginkan peneliti dalam pendugaan adalah 95 %. Berikut data hasil penelitian (fiktif) terhadap semua remaja putus sekolah yang tinggal dalam RT yang terpilih sebagai kelompok sampel :

Tabel 3
Data Penghasilan Remaja Putus Sekolah (RPS)
Di Kota Yogyakarta

Nomor Kelompok RT (k)	Banyaknya RPS di Kota Yogyakarta (M_k)	Jumlah penghasilan RPS dalam kelompok (x_k); dalam Rp.
1	8	96.000
2	12	121.000
3	4	42.000
4	5	65.000
5	6	52.000
6	6	40.000
7	7	75.000
8	5	65.000
9	8	45.000
10	3	50.000
11	2	85.000
12	6	43.000
13	5	54.000

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

14	10	49.000
15	9	53.000
16	3	50.000
17	6	32.000
18	5	22.000
19	5	45.000
20	4	37.000
21	6	51.000
22	8	30.000
23	7	39.000
24	3	47.000
25	8	41.000
$n' = 25$	$\sum_{k=1}^{25} M_k = 151$	$\sum_{k=1}^{25} x_k = 1.329.000$

1. Galat pendugaan , G = 500

2. Taraf kepercayaan 95 %, berarti $Z_{tabel} = 1,960$

3. Rata-rata ukuran kelompok untuk populasi; $\overline{M}$ yang diduga oleh $\overline{m} = \frac{1}{n'} \sum_{k=1}^{n'} M_k$

$$\overline{m} = \frac{1}{25} \cdot 151 = 6,04$$

4. Besar variansi berdasarkan sampel pendahuluan s_k^2 sebagai penduga σ_k^2

dimana $s_k^2 = \dfrac{\sum_{k=1}^{25} (x_k - \bar{x}M_k)^2}{n' - 1}$

dengan $\bar{x} = \dfrac{\sum_{k=1}^{25} x_k}{\sum_{k=1}^{25} M_k} = \dfrac{1329000}{151} = 8801,325$

Untuk menghitung s_k^2, diperlukan perhitungan sebagai berikut :

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

$$\sum_{k=1}^{25} x_k^2 = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{25}^2$$

$$= (96000)^2 + (121000)^2 + \dots + (41000)^2$$

$$= 82039000000$$

$$\sum_{k=1}^{25} M_k^2 = M_1^2 + M_2^2 + \dots + M_{25}^2$$

$$= 8^2 + 12^2 + \dots + 8^2$$

$$= 1047$$

$$\sum_{k=1}^{25} x_k M_k = x_1 M_1 + x_2 M_2 + \dots + x_{25} M_{25}$$

$$= (96000)\,8 + (121000)\,12 + \dots + (41000)\,8$$

$$= 8403000$$

Sehingga diperoleh :

$$s_k^2 = \frac{\sum_{k=1}^{25} x_k^2 - 2\bar{x}\sum_{k=1}^{25} x_k M_k + \bar{x}^2 \sum_{k=1}^{25} M_k^2}{n' - 1}$$

$$= \frac{82039000000 - 2\,(8801{,}325)\,.\,(8403000) + (8801{,}325)^2 . 1047}{25 - 1}$$

$$= \frac{15228029950}{24}$$

$$= 634504247{,}9$$

Maka ukuran sampel acak berkelompok, n, untuk pendugaan rata-rata adalah :

$$n = \frac{NZ^2 s_k^2}{NG^2 \bar{m}^2 + Z^2 s_k^2}$$

$$= \frac{(415)\,(1{,}960)^2\,.\,(634501247{,}9)}{(415)\,.\,(500)^2\,.\,(6{,}04)^2 + (1{,}960)^2\,.\,(634501247{,}9)}.$$

$$= 162{,}566$$

$$= 163 \text{ (dibulatkan)}$$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Jadi untuk membuat pendugaan rata-rata penghasilan remaja putus sekolah di kota Yogya dengan kesalahan penarikan sampel yang ditolerir sebesar Rp. 500,- dan tingkat kepercayaan 95 % diperlukan sampel (n) sebesar 163 kelompok. Berdasarkan perhitungan diatas, peneliti perlu mengambil 163 kelompok sebagai sampel, tetapi dari ke 163 kelompok tersebut, jenjang pendidikan para remaja sangat bervariasi.

Apabila peneliti ingin mengkhususkan pendugaan mengenai penghasilan remaja putus sekolah menengah umum dan yang sederajat maka dilakukan pengklasifikasian elemen-elemen populasi dalam dua kategori yaitu RPS SMU (dan yang sederajat) serta RPS diluar kriteria penelitian mengenai masalah tersebut, akan dibahas dalam sub-bab 3.13. berikut.

3.13. Penentuan Ukuran Sampel Acak Berkelompok Untuk Pendugaan Proporsi

Dalam suatu penelitian kadang-kadang peneliti ingin menduga nilai rata-rata, proporsi dari unit yang ada dalam populasi yang mempunyai beberapa karakteristik yang berada dalam kelas tertentu. Misalnya peneliti ingin menduga proporsi remaja putus SMU sederajat terhadap total remaja putus sekolah di kota Yogyakarta. Tampak bahwa setiap elemen dalam populasi terletak dalam salah satu dari dua klasifikasi tersebut. Selanjutnya, parameter proporsi populasi dinotasikan dengan P, sedangkan penduga bagi P adalah nilai proporsi sampel yang diberi notasi $\hat{p}$. Berikut diberikan definisi dari proporsi yaitu sebagai berikut :

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Definisi 3.13. Proporsi

Proporsi adalah perbadingan antara nilai variabel random yang termasuk dalam karakteristik yang diteliti dengan keseluruhan elemen dalam penelitian.

Menurut teori penarikan sampel, selang kepercayaan bagi nilai proporsi adalah penentuan, selang nilai yang berbentuk $\hat{p}$ - KS $\leq P \leq \hat{p}$ + KS, yang memuat nilai proporsi yang sesungguhnya. Contoh 3.12. diatas, $\hat{p}$ adalah proporsi remaja putus sekolah menengah umum/ sederajat, serta diberikan notasi a_k sebagai jumlah elemen dalam kelompok ke-k yang termasuk dalam kategori RPS SMU/sederajat. Sehingga penduga $\hat{p}$ untuk n kelompok sampel adalah sebagai berikut :

$$\hat{p} = \frac{\sum_{k=1}^{n} a_k}{\sum_{k=1}^{n} M_k}$$

Perhatikan bahwa $\hat{p}$ mempunyai rumus seperti $\bar{x}$, tetapi x_k diganti a_k.

Seperti halnya dalam pendugaan nilai rata-rata, faktor-faktor serupa juga perlu diperhatikan pula dalam pendugaan proporsi, hanya saja untuk fungsi variansi dipergunakan rumus $s_k^2 = \dfrac{\sum_{k=1}^{n} (a_k - \hat{p} M_k)^2}{n-1}$; dimana s_k^2 sebagai penduga bagi parameter σ_k^2. Persamaan tersebut dipergunakan untuk penentuan ukuran sampel untuk membuat pendugaan proporsi P, yakni :

$$n = \frac{NZ^2 s_k^2}{NG^2 \bar{m}^2 + Z s_k^2}$$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Untuk memperjelas penerapannya akan diberikan contoh sebagai berikut :

Contoh 3.13

Berdasarkan data tabel 3 yang merupakan sampel sementara (n'), peneliti menduga P yaitu proporsi remaja putus SMU/sederajat, sehingga dapat dibuat pendugaan $\hat{p}$ dengan kesalahan penarikan sampel ditolerir sebesar 0,04 dan tingkat kepercayaan 95 %, serta diberikan tabel 4 yang menggambarkan jumlah remaja putus SMU/sederajat di kota Yogya. Selanjutnya peneliti menentukan besar sampel untuk pendugaan proporsi.

Tabel 4
Data Remaja Putus Sekolah SMU dan Sederajat di kota Yogyakarta

Kelompok RT (k)	Banyaknya RPS di Kota Yogya (M_k)	Banyaknya RPSMU dan sederajat dalam kelompok (a_k)
1	8	4
2	12	7
3	4	1
4	5	3
5	6	3
6	6	4
7	7	4
8	5	2
9	8	3
10	3	2
11	2	1
12	6	3
13	5	2
14	10	5
15	9	4
16	3	1
17	6	4
18	5	2
19	5	3

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

20	4	1
21	6	3
22	8	3
23	7	4
24	3	0
25	8	3
	$\sum_{k=1}^{25} M_k = 151$	$\sum_{k=1}^{25} a_k = 72$

Dengan melihat data pada tabel 3 dan tabel 4, peneliti akan menghitung besar sampel untuk menduga P, dengan :

1. G = 0,04
2. Z tabel = 1,960
3. $\overline{m}$ = 6,04
4. $\hat{p}$ = penduga tak bias untuk P

$$\hat{p} = \frac{\sum_{k=1}^{25} a_k}{\sum_{k=1}^{25} M_k} = \frac{72}{151} = 0{,}477$$

5. s_k^2 = penduga tak bias untuk σ_k^2

$$s_k^2 = \frac{\sum_{k=1}^{25} \left(a_k - \hat{p}\, M_k\right)^2}{n-1}$$

untuk menghitung s_k^2 diperlukan perhitungan sebagai berikut :

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

$$\sum_{k=1}^{25} a_k^2 = a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_{25}^2$$
$$= (4)^2 + (7)^2 + \ldots + (3)^2$$
$$= 262$$

$$\sum_{k=1}^{25} M_k^2 = 1047$$

$$\sum_{k=1}^{25} a_k M_k = a_1 M_1 + a_2 M_2 + \ldots + a_{25} M_{25}$$
$$= (4)(8) + (7)(12) + \ldots + (3)(8)$$
$$= 511$$

Sehingga diperoleh :

$$s_k^2 = \frac{\sum_{k=1}^{25} a_k^2 - 2\hat{p} \sum_{k=1}^{25} a_k M_k + \hat{p}^2 \sum_{k=1}^{25} M_k^2}{n-1}$$

$$s_k^2 = \frac{262 - 2(0{,}477)(511) + (0{,}477)^2 (1.047)}{25-1}$$

$$s_k^2 = 0{,}530$$

Maka ukuran sampel acak berkelompok n , untuk pendugaan proporsi adalah :

$$n = \frac{NZ^2 s_k^2}{NG^2 \bar{m}^2 + Z^2 s_k^2}$$
$$= \frac{(415)(1{,}960)^2 (0{,}530)}{(415)(0{,}04)^2 (6{,}04)^2 + (1{,}960)^2 (0{,}530)}$$
$$= 32{,}177$$
$$= 33 \text{ (dibulatkan)}$$

Jadi diperlukan minimum 33 kelompok sampel untuk menduga proporsi remaja putus SMU/sederajat di kota Yogya dengan kesalahan penarikan sampel sebesar 0,04 pada tingkat kepercayaan 95 %.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Persoalan penentuan ukuran sampel untuk membuat pendugaan rata-rata dan proporsi yang telah diuraikan diatas, pada hakekatnya ekuivalen. Perbedaan hanyalah pada rumus variansinya yang disubstitusikan pada masing-masing rumus, dimana x_k diganti a_k.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

BAB IV

PENDUGAAN PARAMETER POPULASI PADA PENARIKAN SAMPEL ACAK BERKELOMPOK

Dalam bab III telah dibahas prosedur Penarikan Sampel Acak Berkelompok, (yang untuk pembahasan selanjutnya disebut sebagai PSAK 1 tingkat atau 1 tahap) dan penentuan ukuran sampel acak berkelompok untuk pendugaan nilai rata-rata maupun pendugaan proporsi. Selanjutnya dalam bab IV akan diberikan gambaran tentang PSAK 2 tingkat yang merupakan pengembangan dari PSAK 1 tingkat. Selain itu dibuktikan pula teorema-teorema yang berkaitan dengan PSAK 2 tingkat dan diberikan contoh-contoh untuk mempermudah pemahaman.

Seperti telah disebutkan diatas, metode PSAK dapat dilakukan dengan meneliti keseluruhan elemen yang terpilih sebagai sampel kelompok primer dan dinamakan PSAK 1 tingkat, berikut akan diperkenalkan terlebih dahulu suatu metode penarikan sampel pengembangan dari PSAK 1 tingkat. Pada metode PSAK 2 tingkat tidak seluruh elemen dalam kelompok primer diteliti, tetapi hanya elemen yang terpilih sebagai kelompok sampel sekunder. Berikut dibahas terlebih dahulu definisi maupun prosedur serta keuntungan peneliti menggunakan metode tersebut. Selanjutnya akan dibahas mengenai pendugaan parameter populasi baik PSAK 1 tingkat ataupun PSAK 2 tingkat.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

4.1. Penarikan Sampel Acak Berkelompok 2 Tingkat

PSAK disebut 2 tingkat karena diperlukan 2 tahap atau 2 tingkat untuk mendapatkan sampel bagi keperluan penelitian. Adapun dasar pemikiran yang melatarbelakangi dirancangnya PSAK 2 tingkat adalah bahwa pada umumnya kelompok yang sama memiliki karakteristik yang serupa. Alasan selain itu adalah berkaitan dengan prinsip efisiensi dalam penarikan sampel yaitu menekan biaya seminimal mungkin dengan catatan informasi yang diperoleh tetap memadai untuk suatu survei , artinya pada tingkat ketelitian yang sama , biaya penelitian dapat diminimalkan. Hal tersebut dikarenakan banyaknya elemen yang diteliti pada PSAK 2 tingkat jelas lebih sedikit dibandingkan dengan 1 tingkat. Mengenai waktu, karena lokasi atau kondisi geografis pada kelompok sampel sekunder letaknya lebih berdekatan serta lingkupnya lebih kecil maka waktu untuk pengumpulan data survei menjadi lebih singkat.

Dalam PSAK , anggota populasi dibagi menjadi N kelompok, dimana banyaknya elemen dalam masing-masing kelompok (M_i; $i= 1,2,\ldots,N$) tidak harus sama. Selanjutnya diambil secara acak n kelompok sampel dari N kelompok dalam populasi yang tersedia. Pada PSAK 2 tingkat peneliti tidak perlu melakukan survei terhadap seluruh elemen dari n kelompok tersebut, melainkan cukup mengobservasi sebagian dari elemen dalam masing-masing sampel kelompok dimana elemen tersebut diambil secara acak pula.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Dalam PSAK 1 tingkat , n kelompok sampel yang terpilih secara acak tersebut disebut '<u>kelompok primer</u>', sedangkan yang dimaksud dengan '<u>kelompok sekunder</u> ' adalah kelompok sampel yang terpilih secara acak dari masing-masing kelompok primer dimana kelompok sekunder tersebut merupakan sampel bagi PSAK 2 tingkat. Karena dalam pengambilan kelompok sekunder dilakukan secara acak, maka PSAK 2 tingkat juga dilandasi metode PSAS.

Teknik PSAK 2 tingkat merupakan pengembangan dari PSAK 1 tingkat , sehinggar prinsip-prinsip yang berlaku pada PSAK 1 tingkat juga berlaku pada 2 tingkat, hanya dilakukan penyesuaian notasinya. Pada pengembangan lebih lanjut terdapat PSAK 3 tingkat dan seterusnya, yang disebut 'multi stage'. Berikut diberikan gambaran PSAK 2 tingkat beserta prosedurnya.

4.1.1 Definisi Penarikan Sampel Acak Berkelompok 2 Tingkat

PSAK 2 tingkat adalah penarikan sampel yang dilakukan secara 2 tahap, dimana tahap pertama memilih n kelompok sampel primer secara acak, selanjutnya pada tahap kedua dilakukan pengambilan kelompok sampel sekunder secara acak pula dari masing-masing kelompok primer, sehingga diperoleh sampel untuk keperluan penelitian. Banyaknya elemen untuk masing-masing kelompok primer (M_k; k = 1, 2, ... ,n) maupun banyaknya elemen pada masing-masing kelompok sekunder (m_k ; k = 1,2,...,n) tidak harus sama. Jelas bahwa banyaknya elemen dalam masing-masing kelompok sekunder akan lebih kecil dari pada kelompok primernya.

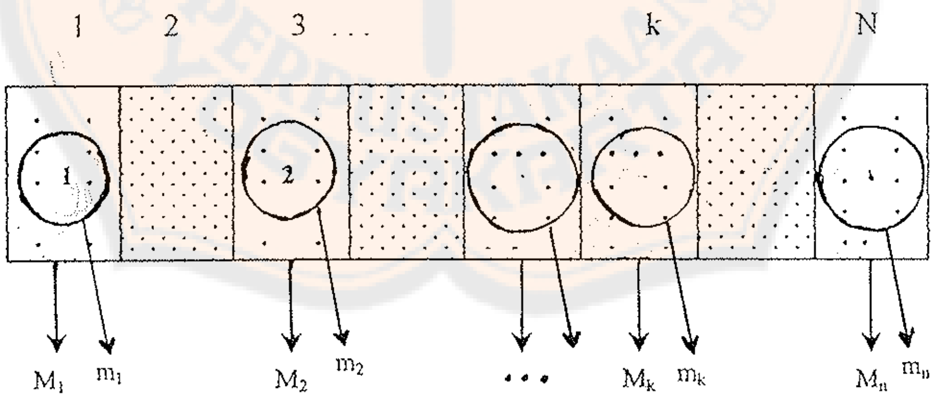
PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

4.1.2 Prosedur Penarikan Sampel Acak Berkelompok 2 Tingkat

Berikut langkah-langkah PSAK 2 tingkat tersebut :

1. Menentukan populasi dengan jelas .
2. Populasi dibagi dalam N kelompok , dengan M_i ; i = 1,2,..,N, sebagai banyknya elemen dalam masing-masing kelompok dan tidak harus sama.
3. Mengambil n kelompok sampel secara acak dari N kelompok populasi yang tersedia.
4. n kelompok sampel yang diperoleh pada tahap1 (no.3) disebut kelompok primer.
5. Setiap kelompok primer, diambil secara acak kelompok sekunder dengan banyaknya elemen pada masing-masing kelompok sekunder diberi notasi m_k ; k= 1,2,.,n tidak harus sama.
6. Melakukan observasi terhadap masing-masing elemen yang termasuk dalam kelompok sekunder.

Prosedur diatas digambarkan dalam diagram berikut :



PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Dengan keterangan :

- Populasi = N kelompok
- yang diarsir dalam kotak sebagai kelompok sampel primer (ada n kelompok), dengan banyaknya elemen pada kelompok ke-k adalah M_k
- yang diarsir dalam lingkaran sebagai kelompok sampel sekunder (ada n kelompok), dengan banyaknya elemen pada kelompok ke-k adalah m_k

Banyaknya kelompok primer maupun kelompok sekunder adalah sama, yang berbeda adalah banyaknya elemen dalam masing-masing kelompok. Indeks k menjalani nilai 1,2, ..., n.

Sebagai ilustrasi misalnya seorang peneliti dalam bidang ekonomi akan membuat pendugaan rata-rata penghasilan per rumah tangga di Yogyakarta. Bagaimana peneliti harus mengambil sampelnya? Apabila metode yang digunakan adalah PSAS, diperlukan kerangka penarikan sampel berupa daftar seluruh rumah tangga di kota Yogyakarta sebagai daftar elemen atau obyek yang akan diteliti. Cara tersebut akan membutuhkan waktu dan biaya yang cukup besar, oleh karenanya peneliti mempergunakan metode PSAK dengan menetapkan keseluruhan rumah tangga di Yogyakarta sebagai populasi. Langkah selanjutnya adalah membagi populasi dalam N kelompok berdasarkan kecamatan yang ada dengan banyaknya rumah tangga dalam tiap kecamatan belum tentu sama, selanjutnya diambil secara acak sebanyak n kecamatan sebagai sampel primer. Dengan mempertimbangkan efisiensi waktu dan biaya, diambil desa sebanyak n dari masing-masing kecamatan yang terpilih sebagai sampel primer diambil satu desa sebagai sampel sekunder, serta

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

banyaknya rumah tangga dalam tiap desa juga belum tentu sama. Dari penjelasan di atas, diketahui bahwa banyaknya kelompok primer (dalam contoh tersebut adalah kecamatan) dan kelompok sekunder (kelompok masyarakat yang lebih kecil dari kecamatan yaitu desa) besarnya sama. Jelas bahwa banyaknya rumah tangga yang tercakup dalam suatu desa lebih sedikit dibandingkan dalam suatu kecamatan. Barulah langkah berikutnya rumah tangga yang termasuk dalam desa yang terpilih secara acak tersebut diteliti satu per satu, dengan asumsi rata-rata pendapatan tiap rumah tangga yang diteliti akan menunjukkan rata-rata pendapatan pada masing-masing rumah tangga di tiap kecamatan serta lebih lanjut dipergunakan sebagai penduga rata-rata pendapatan rumah tangga di kota Yogyakarta sebagai populasi dalam penelitian.

Dalam PSAK 2 tingkat, yang menjadi masalah adalah penentuan banyaknya sampel kelompok primer maupun sampel kelompok sekunder, dalam hal banyaknya elemen. Peneliti harus dapat memutuskan lebih efisien mana antara memilih kelompok yang sedikit dengan jumlah elemen yang banyak atau kelompok yang banyak dengan jumlah elemen dalam masing-masing kelompok lebih sedikit pada suatu populasi yang sama. Untuk mengetahui perbandingan efisiensi tersebut, akan dibahas dalam sub-bab selanjutnya. Berdasarkan uraian di atas, penulis akan membahas perbandingan antara PSAK 1 tingkat dengan 2 tingkat serta menunjukkan kelebihan ataupun kekurangannya pada sub-bab berikut ini.

Antara PSAK 1 tingkat dan PSAK 2 tingkat memiliki banyak kesamaan, hal tersebut dikarenakan PSAK 2 tingkat merupakan pengembangan dari PSAK 1

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

tingkat, sehingga hal-hal yang prinsip dalam PSAK 1 tingkat juga berlaku bagi PSAK 2 tingkat. Sebagai contoh kesamaan kedua metode tersebut antara lain:

1. Pada PSAK 1 tingkat maupun 2 tingkat, sampel yang diambil berupa kelompok-kelompok.
2. Karena dilatarbelakangi metode PSAS dalam pengambilan sampelnya, maka sampel kelompok yang terpilih baik kelompok primer (untuk PSAK 1 tingkat) maupun kelompok sekunder (untuk PSAK 2 tingkat) diperoleh secara acak.

4.1.3. Kelebihan PSAK 2 Tingkat Dibandingkan PSAK 1 Tingkat

Dalam suatu penelitian, seorang peneliti perlu mengetahui dengan jelas apa yang menjadi tujuan dari penelitiannya tersebut, sehingga dapat ditentukan metode penarikan sampel yang sesuai agar tujuan tersebut dapat tercapai. Oleh karenanya peneliti perlu mengetahui definisi maupun kegunaan beserta keuntungan dari penggunaan suatu metode penarikan sampel.

Berdasarkan prosedur PSAK 2 tingkat, di mana tidak semua elemen dalam kelompok primer diteliti atau diobservasi, tetapi hanya elemen-elemen yang termasuk dalam kelompok sekunder, maka dapat disimpulkan bahwa keuntungan penggunaan metode PSAK 2 tingkat tersebut berkaitan dengan lebih efisiennya waktu dan biaya dibandingkan dengan PSAK 1 tingkat.

4.1.4. Kelemahan PSAK 2 Tingkat Dibandingkan PSAK 1 Tingkat

Selain memiliki kelebihan, ternyata PSAK 2 tingkat juga memiliki kelemahan dibandingkan dengan PSAK 1 tingkat, sehingga peneliti harus dapat menentukan metode yang terbaik yang sesuai dengan penelitian yang dilakukan agar efisiensi dapat tercapai.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Karena dalam PSAK 2 tingkat dilakukan 2 tahap dalam penarikan sampelnya, maka nilai variansinya merupakan gabungan antara variansi penarikan sampel pada tahap 1 dengan variansi penarikan sampel tahap 2 (perumusan matematisnya akan diberikan dalam pembahasan mengenai pendugaan variansi populasi). Variansi tahap 1 merupakan variansi antar kelompok primer yang terpilih sebagai sampel, Sedangkan variansi tahap 2 merupakan penjumlahan dari variansi antar elemen dalam kelompok ke-k yang terpilih sebagai sampel sekunder (total variansi antar elemen dalam sampel sekunder). Sehingga dapat disimpulkan penggunaan metode PSAK 1 tingkat memberikan nilai variansi yang lebih kecil dibandingkan dengan PSAK 2 tingkat. Untuk lebih jelasnya akan diberikan contoh dalam pendugaan variansi pada PSAK 2 tingkat.

4.2. Pendugaan Nilai Rata-rata Populasi dengan PSAK

Berikut akan dibahas bagaimana menduga rata-rata populasi dengan menggunakan metode PSAK. Rumus-rumus untuk menduga nilai rata-rata populasi pada PSAS juga berlaku pada PSAK, hanya saja sampel yang terpilih pada PSAK berupa kelompok-kelompok sehingga rumus mengalami penyesuaian.

4.2.1. Pendugaan Nilai Rata-rata Populasi dengan PSAK 1 Tingkat

Karena elemen dalam PSAK 1 tingkat berupa kelompok-kelompok, maka untuk mengetahui rata-rata populasinya, peneliti harus mengetahui:

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

1. M_k = banyaknya elemen dalam kelompok ke-k yang terpilih secara acak sebagai sampel dengan k = 1,2, ..., n.
2. x_k = total nilai variabel random dalam kelompok ke-k , sehingga rata-rata variabel random kelompok ke- k adalah :

$$\overline{x_k} = \frac{x_k}{M_k}$$

Maka rata-rata variabel random untuk n kelompok sampel yang terpilih secara acak adalah:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{k=1}^{n} x_k}{\sum_{k=1}^{n} M_k}$$

sedangkan diketahui bahwa $\bar{x}$ merupakan penduga dari rata-rata populasi μ, sehingga: $\hat{\mu} = \bar{x}$

Berikut diberikan keterangan mengenai:

M_p = banyaknya elemen dalam sampel yang terpilih secara acak (jumlah semua elemen dalam sampel), dengan $M_p = \sum_{k=1}^{n} M_k$ serta $\overline{M}_p$ dipergunakan sebagai penduga dari $\overline{M}$ (rata-rata banyaknya elemen dalam populasi kelompok, sehingga $\overline{M} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} Mp$

Selanjutnya akan dibuktikan teorema variansi penduga rata-rata sampel acak berkelompok sebagai berikut:

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Teorema 4.2.1. :

Penduga dari variansi rata-rata PSAK , V $(\bar{x})$ adalah:

$$\hat{V}(\bar{x}) = \frac{N-n}{nN\bar{M}^2} \frac{\sum_{k=1}^{n} (x_k - \bar{x} M_k)^2}{n-1}$$

$$\hat{V}(\bar{x}) = \frac{N-n}{nN\bar{M}_p^2} \frac{\sum_{k=1}^{n} (x_k - \bar{x} M_k)^2}{n-1}$$

atau

$$\hat{V}(\bar{x}) = \frac{N-n}{nN\bar{M}^2} \sigma_k^2$$. dimana σ_k diduga oleh s_k dan M diduga oleh M_p

Bukti:

Dari PSAS telah diberikan definisi bahwa :

$$V(\bar{x}) = \frac{N-n}{N} \cdot \frac{\sigma^2}{n}$$

Berdasarkan pendugaan nilai total populasi, yang didefinisikan : $\hat{\tau} = M.\bar{x}$ (M = banyaknya elemen dalam populasi), serta penduga variansi dari total populasi sebagai berikut:

$$\hat{V}(\hat{\tau}) = \hat{V}(M.\bar{x})$$

$$= M^2 \hat{V}(\bar{x})$$

$$= M^2 \frac{N-n}{Nn\bar{M}^2} \cdot \frac{\sum_{k=1}^{n} (x_k - \bar{x} M_k)^2}{n-1}$$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

dan $\overline{M}^2 = \frac{M^2}{N^2}$

$$= M^2 \cdot \frac{N-n}{Nn.\frac{M^2}{N^2}} \cdot \frac{\sum_{k=1}^{n}\left(x_k - \bar{x}M_k\right)^2}{n-1}$$

$$= M^2 \cdot \frac{N^2}{M^2} \cdot \frac{N-n}{Nn} \cdot \frac{\sum_{k=1}^{n}\left(x_k - \bar{x}M_k\right)^2}{n-1}$$

$$= N^2 \cdot \left(\frac{N-n}{Nn}\right) \cdot \frac{\sum_{k=1}^{n}\left(x_k - \bar{x}M_k\right)^2}{n-1}$$

Maka penduga variansi rata-rata pada PSAK,

$$\hat{V}\left(\bar{x}\right) = \frac{N^2\left(\frac{(N-n)}{Nn}\right)\frac{\sum_{k=1}^{n}\left(x_k - \bar{x}M_k\right)^2}{n-1}}{M^2}$$

$$= \frac{N^2\,(N-n)}{Nn\,M^2}\;\frac{\sum_{k=1}^{n}\left(x_k - \bar{x}M_k\right)^2}{n-1}$$

diketahui : $\overline{M} = \frac{M}{n}$ shg $\overline{M}^2 = \frac{M^2}{n^2}$

maka :

$$= \frac{(N-n)}{Nn.\overline{M}^2}\;\frac{\sum_{k=1}^{n}\left(x_k - \bar{x}M_k\right)^2}{n-1}$$

$$= \frac{N-n}{Nn.\overline{M}^2}\;\frac{\sum_{k=1}^{n}\left(x_k - \bar{x}M_k\right)^2}{n-1}$$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Terbukti bahwa:

$$\hat{V}(\bar{x}) = \frac{N-n}{Nn\,\bar{M}^2} \cdot \frac{\sum_{k=1}^{n}\left(x_k - \bar{x}M_k\right)^2}{n-1}$$

Apabila M tidak diketahui, dapat diduga oleh m, sehingga diperoleh :

$$\hat{V}(\bar{x}) = \frac{N-n}{Nn\,\bar{m}^2} \cdot \frac{\sum_{k=1}^{n}\left(x_k - \bar{x}M_k\right)^2}{n-1},$$

Berdasarkan teorema 4.2.1 dapat dihitung penduga simpangan baku dari nilai rata-rata PSAK, $s_{\bar{x}}$, yaitu akar pangkat dua dari $\hat{V}(\bar{x})$. Dari simpangan baku tersebut dapat diperkirakan besarnya kesalahan sampling rata-rata, $G(\bar{x}) = |\bar{x} - \mu|$, yang dapat dinyatakan dalam bentuk peluang (1-α), seperti dalam persamaan berikut:

$P\left\{G(\bar{x}) < Z\alpha/_2 . s_{\bar{x}}.\right\} = 1 - \alpha$. Dengan demikian batas kesalahan pendugaan nilai rata-rata populasi berdasarkan nilai rata-rata sampel acak kelompok, $KS(\bar{x}) = Z\alpha/_2 . s_{\bar{x}}$.

Selang kepercayaan (1-α).100% untuk nilai rata-rata populasi, μ, diberikan dalam persamaan berikut:

$$P\left\{\bar{x} - KS(\bar{x}) < \mu < \bar{x} + KS(\bar{x})\right\} = 1 - \alpha$$

dengan $KS(\bar{x}) = Z_{\alpha/2} . s_{\bar{x}}$, maka

$$P\left\{\bar{x} - Z_{\alpha/2} . s_{\bar{x}} . \langle \mu < \bar{x} + Z_{\alpha/2} . s_{\bar{x}}\right\} = 1 - \alpha$$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Berikut akan diberikan contoh mengenai penduga variansi dari rata-rata populasi pada PSAK 1 tingkat.

Contoh 4.2. Pendugaan Nilai Rata-rata Populasi

Penulis skripsi sebagai peneliti ingin menduga rata-rata produktivitas ubi kayu tiap hektar yang dihasilkan di Kabupaten Gunungkidul pada tahun 1998. Berdasarkan data yang diperoleh, Kabupaten Gunungkidul yang ditetapkan sebagai populasi terbagi menjadi 144 desa dengan daerah yang ditanami ubi kayu seluas 52085 hektar. Selanjutnya, akan diduga berapa kuintal produksi/hasil panen ubi kayu tiap hektarnya pada tahun 1998 di Gunungkidul. Peneliti menetapkan bahwa penelitian yang dilakukan menggunakan metode PSAK, hal tersebut dikarenakan tidak mungkin melakukan observasi terhadap keseluruhan lahan seluas 52085 ha tersebut, serta data yang diperoleh dari BPS (Biro Pusat Statistik) Gunungkidul berupa hasil panen tiap kecamatan (bukan tiap desa), hal tersebut berarti kerangka penarikan sampel tidak tersedia. Untuk menyusun kerangka penarikan sampel membutuhkan waktu dan biaya yang cukup besar oleh karena itu untuk mempersingkat waktu serta biaya dipilih metode PSAK dengan mengambil secara acak 26 desa sebagai sampel kelompok. Berikut akan ditampilkan data yang diperoleh:

- N = banyaknya desa di Kabupaten Gunungkidul sebagai populasi,
- n = banyaknya desa di Kabupaten Gunungkidul yang terpilih secara acak sebagai sampel kelompok dengan besarnya hasil panen untuk tiap desa berbeda-beda.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

- x_k (dalam satuan kuintal) menunjukkan besar panenan ubi kayu pada desa ke- k (kelompok ke-k) yang terpilih sebagai sampel secara acak.
- M_k dengan satuan hektar (ha) merupakan luas lahan yang ditanami ubi kayu pada desa ke-k yang terpilih sebagai sampel kelompok.

Sehingga dapat dinotasikan sebagai berikut:

N = 144 (Kelompok desa)

n = 26 (Kelompok desa)

Serta diberikan tabel 5 yang menunjukkan hasil produksi ubi kayu pada desa-desa yang terpilih secara acak sebagai sampel serta luas lahannya untuk menduga produktivitas ubi kayu di Kabupaten Gunungkidul di tahun 1998.

Tabel 5. Luas Panen dan Produksi Ubi Kayu Per-Desa Di Kabupaten Gunungkidul Tahun 1998.

k	Nama Desa	M_k	x_k	$\tilde{x}_k$
		(ha)	(kw)	(kw/ha)
1	Tepus	625	98157	157,05
2	Karangmojo	333	50293	151,03
3	Wiladeg	400	62440	156,10
4	Mulo	612	94258	154,02
5	Natah	348	53444	153,57
6	Jerukwudel	601	94358	157,00
7	Pilangrejo	423	66311	156,76
8	Gandu	410	61817	150,77
9	Katongan	320	49596	154,99
10	Jepitu	641	97452	152,03
11	Ngrancah	600	94203	157,00
12	Kemadang	631	98068	155,42
13	Bintaos	301	46046	152,98
14	Kedung Poh	370	56870	153,70
15	Kemiri	628	98586	156,98
16	Ngawis	356	56259	158,03
17	Kedung Keris	373	57169	153,27

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

18	Bendungan	300	45801	152,67
19	Wunung	633	99373	156,99
20	Candi	266	40176	151,04
21	Nglipar	310	48051	155,00
22	Ngipak	280	44258	158,06
23	Pengkol	247	37554	152,04
24	Gedangrejo	640	100580	157,16
25	Plembutan	354	54780	154,75
26	Semuluh	639	98087	153,50

Sumber : Data BPS Kabupaten Gunungkidul tahun 1998.

$$\sum_{k=1}^{26} M_k = 11641 \qquad \sum_{k=1}^{26} x_k = 1803987$$

Sehingga diperoleh rata-rata sampel sebagai penduga rata-rata populasi dengan metode PSAK=

$$\bar{x} = \frac{\sum_{k=1}^{26} x_k}{\sum_{k=1}^{26} M_k} = \frac{1803987}{11641} = 154,97$$

Untuk menghitung, $s_{\bar{x}}^2$ diperlukan perhitungan sebagai berikut:

$$\sum_{k=1}^{26} x_k^2 = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{26}^2$$
$$= 98157^2 + 50293^2 + \dots + 98087^2$$
$$= 138883935700$$

$$\sum_{k=1}^{26} M_k^2 = M_1^2 + M_2^2 + \dots + M_{26}^2$$
$$= 625^2 + 333^2 + \dots + 639^2$$
$$= 5764775$$

$$\sum_{k=1}^{26} x_k M_k = x_1 M_1 + x_2 M_2 + \dots + x_{26} M_{26}$$
$$= (98157 \,.\, 625) + (50293 \,.\, 333) + \dots + (98087 \,.\, 639)$$
$$= 894700964$$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Sehingga

$$s_k^{\,2} = \frac{\sum_{k=1}^{26}\left(x_k - \bar{x}\,M_k\right)^2}{n-1}$$

$$= \frac{\sum_{k=1}^{26} x_k^{\,2} - 2\bar{x}\sum_{k=1}^{26} x_k\,M_k + \bar{x}^2 \sum_{k=1}^{26} M_k^{\,2}}{n-1}$$

$$= \frac{138883935700 - (2\ .\ 154{,}97\ .\ 894700964) + (154{,}97^2\ .\ 5764775)}{26-1}$$

$$= \frac{25514775}{25} = 1020590{,}28$$

Maka penduga variansi untuk nilai rata-rata $\hat{V}(\bar{x})$, adalah:

$$\hat{V}(\bar{x}) = \frac{N-n}{Nn\,\bar{M}^2}\cdot\frac{\sum_{k=1}^{26}\left(x_k - \bar{x}\,M_k\right)^2}{n-1}$$

dimana

$$\bar{m} = \frac{\sum_{k=1}^{26} M_k}{n} = \frac{11641}{26} = 447{,}73$$

maka

$$\hat{V}(\bar{x}) = \frac{144-26}{144\ .\ 26\ .\ (447{,}73)^2}\ .\ 1020590{,}28$$

$$= 0{,}16$$

sehingga

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\hat{V}(\bar{x})} = \sqrt{0{,}16}$$

$$= 0{,}4$$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Dengan menggunakan taraf kepercayaan 95%, maka batas kesalahan pendugaan nilai rata-rata populasi, KS $(\bar{x})$ adalah KS $(\bar{x}) = Z\alpha/_2 . s_{\bar{x}} = 1{,}96 \; . \; 0{,}4 = 0{,}78$

Setelah diketahui batas kesalahan nilai rata-rata populasi, KS $(\bar{x})$, maka dapat dibuat pendugaan selang bagi rata-rata populasi dengan taraf kepercayaan 95% adalah sebagai berikut:

$$P\left[\,\bar{x} - KS\,(\bar{x}) < \mu < \bar{x} + KS\,(\bar{x})\,\right] = 1 - \alpha$$
$$P\left[\,154{,}97 - 0{,}78 < \mu < 154{,}97 + 0{,}78\,\right] = 0{,}95$$
$$P\left[\,154{,}19 < \mu < 155{,}75\,\right] = 0{,}95$$

Jadi dengan taraf kepercayaan 95% diharapkan interval antara 154,19 s/d 155,75 akan memuat rata-rata produktivitas ubi kayu di tiap desa se-kabupaten Gunungkidul, pada tahun 1998.

Selanjutnya penulis/peneliti juga ingin mengetahui proporsi hasil produksi ubi kayu terhadap hasil panen keseluruhan di wilayah tersebut. Dalam sub-bab berikut akan diuraikan perhitungan proporsinya.

4.3. Pendugaan Proporsi Populasi Dengan PSAK

Untuk mengetahui proporsi yang sebenarnya antara sukses dan gagal (yang termasuk dalam karakteristik yang sedang diteliti atau tidak, seperti telah diuraikan dalam Bab III, sub-bab 3.13 mengenai pendugaan proporsi), akan dilakukan pendugaan terhadap proporsi populasi. Apabila pendugaan yang dilakukan menggunakan metode PSAK, rumus yang diterapkan sedikit berbeda dengan metode PSAS, karena unit dalam PSAK berupa kelompok elemen di mana besar proporsi untuk masing-masing kelompok belum tentu sama. Misalkan a_k menyatakan banyaknya elemen dalam kelompok ke-k yang mempunyai karakteristik tertentu, dengan mengambil kelompok sampel sebesar n kelompok, maka diberikan definisi sebagai berikut:

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Definisi 4.3.1. Penduga Proporsi Populasi

Penduga proporsi populasi didefinisikan dalam rumus sebagai berikut:

$$\hat{p} = \frac{\sum_{k=1}^{n} a_k}{\sum_{k=1}^{n} M_k}$$

Serta menurut teorema 4.3.1., penduga variansi dari $\hat{p}$, yaitu:

$$\hat{V}(\hat{p}) = \frac{N-n}{n\,N\overline{M}^2} \frac{\sum_{k=1}^{n} (a_k - \hat{p}\,M_k)^2}{n-1}$$

dengan penduga simpangan baku nilai proporsi sampel, s $(\hat{p})$ adalah $s(\hat{p}) = \sqrt{\hat{V}(\hat{p})}$.

Perhatikan bahwa $\hat{p}$ mempunyai rumus yang bentuknya seperti $\bar{x}$ akan tetapi x_k diganti dengan a_k. Penduga variansi proporsi populasi $\hat{p}$ juga sama dengan $\bar{x}$, sehingga diperoleh rumus seperti teorema 4.3.1. di atas, sehingga peneliti dapat menentukan batas kesalahan penarikan sampel dengan tingkat kesalahan sebesar α, sebagai berikut: $KS(\hat{p}) = Z\alpha/_2 . s_{\hat{p}}$

Jika diketahui bentuk pernyataan peluang sebagai (1-α), maka nilai kesalahan penarikan sampel untuk proporsi dapat dinyatakan dua persamaan sebagai berikut:

$$P\left[G(\hat{p}) < KS(\hat{p})\right] = 1 - \alpha$$

dengan $G(\hat{p}) = |\hat{p} - p|$

dan selang kepercayaan (1-α).100% oleh parameter proporsi populasi P, digunakan dalam persamaan berikut:

$$P\left[\hat{p} - KS(\hat{p}) < P < \hat{p} + KS(\hat{p})\right] = 1 - \alpha$$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Contoh 4.3. Pendugaan proporsi populasi

Berdasarkan data hasil panen (produksi) ubi kayu di Gunungkidul tahun 1998, pada tabel 5 peneliti juga akan meneliti proporsi ubi kayu di Gunungkidul. Luas lahan se Kabupaten Gunungkidul adalah 115129 ha, tetapi tidak seluruh lahan ditanami ubi kayu. Hanya sebagian besar (52.085 Ha) sebagai lahan tanaman ubi kayu, ada pula hasil produksi yang lain, yaitu: padi, jagung, ubi jalar, kacang tanah, cantel, kacang kedelai, kacang hijau, sayur-sayuran, buah-buahan serta tanaman perdagangan, sehingga hasil penelitian dibedakan dalam 2 kategori sukses dan gagal. Dianggap sukses apabila termasuk dalam kategori yang sedang diteliti yaitu hasil panen ubi kayu di Kabupaten Gunungkidul dan tidak sukses untuk hasil panen selain ubi kayu. Dengan keterangan notasi sebagai berikut:

- N maupun n menunjukkan hal yang sama seperti pada contoh 4.2 dengan besar populasi maupun sampel yang sama pula.
- a_k dalam satuan ha menunjukkan luas lahan yang ditanami ubi kayu pada desa ke-k pada tahun 1998 di Gunungkidul yang terpilih secara acak sebagai sampel.
- M_k dalam satuan ha merupakan luas lahan (areal pertanian) baik yang ditanami ubi kayu maupun tanaman lain yang terpilih sebagai sampel kelompok secara acak sehingga dapat ditulis sebagai berikut:

N = 144 (Kelompok desa)

n = 26 (kelompok desa)

Tabel 6 yang menunjukkan hasil produksi ubi kayu pada desa-desa yang terpilih sebagai sampel, juga luas lahan secara keseluruhan di wilayah Kabupaten Gunungkidul yang dipergunakan untuk pertanian pada tahun 1998:

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Tabel 6. Luas Lahan yang Ditanami Ubi Kayu dan Keseluruhan Luas Lahan di Kabupaten Gunungkidul Tahun 1998

k	Nama Desa	M_k (ha)	a_k (ha)
1	Tepus	2.197	625
2	Karangmojo	2.046	333
3	Wiladeg	2.470	400
4	Mulo	1.976	612
5	Natah	2.282	348
6	Jerukwudel	1.899	601
7	Pilangrejo	2.907	423
8	Gandu	2.530	410
9	Katongan	2.160	320
10	Jepitu	2.616	641
11	Ngrancah	1.888	600
12	Kemadang	2.361	631
13	Binatos	1.977	301
14	Kedung Poh	2.305	370
15	Kemiri	2.259	628
16	Ngawis	2.093	356
17	Kedung Keris	2.401	373
18	Bendungan	1.989	300
19	Wunung	2.387	633
20	Candi	1.801	266
21	Nglipar	2.237	310
22	Ngipak	1.878	280
23	Pengkol	1.864	247
24	Gedangrejo	2.534	640
25	Plembutan	2.057	354
26	Semuluh	2.480	639
		$\sum_{k=1}^{26} M_k = 57.594$	$\sum_{k=1}^{26} a_k = 11641$

Dari data pada tabel di atas, peneliti dapat menduga proporsi populasi dengan perhitungan sebagai berikut:

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

$$\hat{p} = \frac{\sum_{k=1}^{26} a_k}{\sum_{k=1}^{26} M_k} = \frac{11641}{57594} = 0{,}202$$

Selanjutnya variansi dugaan dari $\hat{p} =$

$$\hat{V}(\hat{p}) = \frac{N-n}{Nn\,\overline{M}^2} \cdot \frac{\sum_{k=1}^{26} (a_k - \hat{p} M_k)^2}{n-1}$$

dengan $\overline{M}$ diduga oleh $\overline{m}$, di mana :

$$\overline{m} = \frac{\sum_{k=1}^{26} M_k}{n} = \frac{57594}{26} = 2215{,}15$$

Selanjutnya dilakukan perhitungan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{26} a_k^2 &= a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_{26}^2 \\ &= 625^2 + 333^2 + \ldots + 639^2 \\ &= 5764775\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{26} M_k^2 &= M_1^2 + M_2^2 + \ldots + M_{26}^2 \\ &= 2197^2 + 2046^2 + \ldots + 2480^2 \\ &= 129507526\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{26} a_k M_k &= a_1 M_1 + a_2 M_2 + \ldots + a_{26} M_{26} \\ &= (625 \,.\, 2197) + (333 \,.\, 2046) + \ldots + (639 \,.\, 2480) \\ &= 26153171\end{aligned}$$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Jadi:

$$\hat{V}(\hat{p}) = \frac{N-n}{Nn\,\bar{m}^2} \cdot \frac{\sum_{k=1}^{26} (a_k - \hat{p} M_k)^2}{n-1}$$

$$\hat{V}(\hat{p}) = \frac{N-n}{Nn\,\bar{m}^2} \cdot \frac{\sum_{k=1}^{26} a_k^{\,2} - 2\hat{p} \sum_{k=1}^{26} a_k m_k - \hat{p}^2 \sum_{k=1}^{26} M_k^{\,2}}{n-1}$$

$$\hat{V}(\hat{p}) = \frac{(144-26)\left[\,5764775 - (2\,.\,0{,}202\,.\,26153171) + (0{,}202^2\,.\,129507526)\right]}{(144\,.\,26\,.\,2215{,}15^2)\,.\,(26-1)}$$

$$= 0{,}00124$$

Diperoleh:

$$s_{\hat{p}} = \sqrt{\hat{V}(\hat{p})} = \sqrt{0{,}000124} = 0{,}011$$

Dengan menggunakan taraf kepercayaan 95%, maka batas kesalahan pendugaan proporsi populasi, KS $(\hat{p})$ adalah:

$$\begin{aligned} KS(\hat{p}) &= Z_{\alpha/2}\,.\,s_{\hat{p}} \\ &= 1{,}96\,.\,0{,}011 \\ &= 0{,}02156 \end{aligned}$$

Sehingga pendugaan selangnya adalah sebagai berikut:

$$P\left[\,\hat{p} - KS(\hat{p}) < P < \hat{p} + KS(\hat{p})\,\right] = 1 - \alpha$$
$$P\left[\,0{,}202 - 0{,}02156 < P < 0{,}202 + 0{,}02156\,\right] = 0{,}95$$
$$P\left[\,0{,}180 < P < 0{,}224\,\right] = 0{,}95$$

Berdasarkan perhitungan di atas, dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

1. Proporsi produksi (hasil panen) ubi kayu pada tahun 1998 di Kabupaten Gunungkidul adalah $0{,}202 \approx 20\%$.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

2. Dengan menggunakan taraf kepercayaan 95%, diyakini bahwa dugaan proporsi tidak akan menyimpang lebih dari 0,011
3. Dengan taraf kepercayaan 95% tersebut, diyakini bahwa selang nilai (0,180; 0,224) akan mencakup nilai proporsi yang sebenarnya dari hasil panen ubi kayu di Gunungkidul atau dengan kata lain, sekitar 18% sampai dengan 22,4% lahan pertanian di Kabupaten Gunungkidul pada tahun 1998 memberikan hasil panenan ubi kayu dan selebihnya adalah produksi tanaman yang lain.

Kalau kita perhatikan, kesalahan penarikan sampel sebesar 1,76 dapat diperkecil dengan jalan menambah banyaknya sampel kelompok. Selanjutnya peneliti akan mentolerir kesalahan penarikan sampel hingga G = 0,02 dengan tingkat kepercayaan yang sama yaitu 95% dengan data pada tabel 6 yang dianggap sebagai sampel pendahuluan, maka berikut akan diberikan langkah-langkah penentuan ukuran sampelnya. Dalam Bab III telah didefinisikan:

$$n = \frac{NZ^2\,\sigma_k^{\,2}}{NG^2\,\overline{M}^2 + Z^2\,\sigma_k^{\,2}}$$, di mana σ_k^2 dapat diduga oleh s_k^2 yang dihitungkan dari data yang diperoleh pada tabel 6 tersebut:

$$s_k^{\,2} = \frac{\sum_{k=1}^{26} (a_k - \hat{p}\,M_k)^2}{n-1}$$

$$= 19332,76$$

Serta $\overline{M}$ diduga oleh $\overline{m} = 2215,15$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Sehingga $$n = \frac{144 \, . \, 1{,}96^2 \, . \, 19332{,}76}{144 \, . \, 0{,}02^2 \, . \, 2215{,}15^2 + 1{,}96^2 \, . \, 19332{,}76}$$
$= 29{,}97$
$= 30$ (dibulatkan)

Maka diperlukan 30 kelompok sebagai sampel untuk penelitian dengan batas kesalahan penarikan sampel sebesar 0,02 pada tingkat kepercayaan 95%.

Apabila peneliti ingin mengetahui besarnya ukuran sampel dengan besar G G=0,03 dan nilai $Z\alpha/_2 = 196$ pada tingkat kepercayaan 95%, maka:

$$n = \frac{144 \, . \, 1{,}96^2 \, . \, 19332{,}76}{144 \, . \, (0{,}03)^2 \, . \, (2215{,}15)^2 + (1{,}96)^2 \, . \, 19332{,}76}$$
$= 15{,}06$
$= 15$ (dibulatkan)

Sehingga peneliti mengambil 15 kelompok (desa) untuk keperluan penelitian.

Berdasarkan kedua perhitungan di atas, dapat disimpulkan bahwa untuk memperkecil kesalahan penarikan sampel (G semakin kecil), diperlukan ukuran sampel yang semakin besar (n semakin besar) dengan resiko biaya yang harus dikeluarkan untuk observasi akan semakin besar, serta waktu dan tenaga untuk meneliti keseluruhan desa yang terpilih sebagai sampel akan semakin besar.

Selanjutnya peneliti ingin menduga hasil produksi ubi kayu di Kabupaten Gunungkidul. Untuk mengefisienkan waktu serta biaya, dilakukan penelitian menggunakan metode PSAK 2 tingkat, dengan contoh perhitungan akan diberikan dalam sub-bab 4.5.

Sebelumnya pada sub-bab 4.4. akan ditunjukkan perbandingan ketelitian antara PSAS dengan PSAK. Dilihat dari segi biaya dan waktu, jelas PSAK lebih efisien, namun dari segi ketelitian, perlu dibahas lebih lanjut.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

4.4. Perbandingan Ketelitian Antara PSAS dengan PSAK

Pemilihan metode penarikan sampel akan tergantung pada jenis kasus yang dihadapi sesuai dengan karakteristiknya. Misalkan untuk contoh kasus dimana kerangka penarikan sampel sulit didapat atau untuk mendapatkannya memerlukan waktu dan biaya yang mahal, maka peneliti tidak mungkin mempergunakan metode PSAS maupun PSAB yang membutuhkan kerangka penarikan sampel. Untuk kondisi yang demikian dapat dipergunakan metode PSAK. Namun demikian ada pula kasus yang dapat diselesaikan dengan kedua metode di atas yakni PSAS maupun PSAK. Oleh karenanya peneliti harus dapat menentukan penggunaan metode yang tepat sesuai tujuan penelitian agar penelitian efektif dan efisien. Untuk itu, perlu dilakukan penelitian pendahuluan agar besar biaya maupun ketelitian masing-masing metode dapat diketahui. Seperti telah dijelaskan, mengenai biaya, PSAK jelas lebih murah dibandingkan dengan metode PSAS, demikian juga dalam hal waktu. Sedangkan untuk ketelitian tidak dapat ditarik kesimpulan secara pasti. Untuk itu diperlukan perbandingan tiap-tiap kasus, di mana masing-masing kasus dapat berbeda tingkat ketelitiannya (walaupun populasi penelitiannya sama), dikarenakan wilayah populasi atau letak geografis maupun kondisi fisik populasi mempengaruhi tingkat kehomogenan data serta besar kecilnya kelompok yang terpilih sebagai sampel.

Perbandingan antara PSAK dengan PSAS dilihat dari segi teoritis dan praktisnya. Variansi penduga untuk nilai rata-rata dengan metode :

$$\text{PSAS} : \frac{N-n}{N} \cdot \frac{s^2}{n} \quad \text{sedangkan untuk PSAK} : \frac{N-n}{Nm^2} \cdot \frac{s_k^{\,2}}{n}$$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

berdasarkan rumus di atas dapat dilihat bahwa unsur $\frac{N-n}{N}$ serta faktor pengali 1/n terdapat pada kedua rumus sehingga perbandingan rumus di atas dapat disederhanakan menjadi $s^2 \sim \frac{s_k^{\ 2}}{\bar{m}^2}$ dengan $\bar{m}^2$ merupakan konstanta, sehingga secara teoritis $s^2 \sim s_k^{\ 2}$ mempunyai kemungkinan-kemungkinan kondisi sebagai berikut :

1. $s^2 < s_k^{\ 2}$
2. $s^2 > s_k^{\ 2}$

berikut akan dibahas aplikasi kedua kondisi tersebut dalam penelitian .

4.4.1. Ketelitian Relatif PSAS terhadap PSAK pada Kondisi $s^2 < s_k^{\ 2}$

Seperti telah disinggung diatas bahwa untuk masing-masing kasus terdapat 2 kemungkinan (secara praktis , hal ini akan dijelaskan dalam sub-bab 4.4.2 berikut). Kemungkinan pertama, variansi antar elemen lebih kecil dibandingkan variansi antar kelompok, yaitu $s^2 < s_k^{\ 2}$. Hal tersebut dapat terjadi apabila pengelompokan elemen memberikan hasil yang kurang homogen. Berikut akan diberikan contoh dimana penggunaan metode PSAS memberikan tingkat ketelitian yang lebih tinggi dibandingkan dengan metode PSAK.

Berdasarkan data yang sama dari penelitian akan dibuat perbandingan ketelitian antara kedua metode tersebut .

Seorang peneliti ingin menduga rata-rata nilai ulangan matematika siswa SMTP kelas I yang terdiri dari 210 siswa. Dalam penelitian tersebut diambil sampel secara acak sebanyak 60 siswa serta diperoleh data nilainya sebagai berikut:

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

67	68	74	65	65	61	66	66	72	67	64	63	75
60	70	64	67	69	63	63	62	71	71	65	74	63
64	64	65	66	66	68	73	66	62	65	75	75	69
66	62	63	72	75	66	63	63	63	63	63	68	71
74	67	63	65	65	67	68	64					

Dengan menggunakan metode PSAS, dihitung statistik-statistik sebagai berikut :

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{60} x_k$$
$$= \frac{1}{60}(67+68+\ldots+68+64) = \frac{1}{60}.4001$$
$$= 66{,}683$$

serta:

$$s^2 = \frac{\sum_{n=1}^{60}\left(x_n - \bar{x}\right)^2}{n-1}$$
$$= \frac{(67-66{,}683)^2+\ldots+(64-66{,}683)^2}{60-1}$$
$$= \frac{934{,}983334}{59} = 15{,}847$$

sehingga diperoleh

$$\hat{V}(\bar{x}) = \frac{s^2}{n}\left(\frac{N-n}{N}\right)$$
$$= \frac{15{,}847}{60}\left(\frac{210-60}{210}\right) = 0{,}189$$

dan

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\hat{V}(\bar{x})}$$
$$= \sqrt{0{,}189} = 0{,}435$$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

dengan menggunakan tingkat kepercayaan 95%, batas kesalahan penarikan sampel,

$$\begin{aligned} KS\left(\bar{x}\right) &= Z_{\alpha/2} \cdot s_{\bar{x}} \\ &= 1{,}96 \cdot 0{,}435 \\ &= 0{,}8526 \end{aligned}$$

maka pendugaan selangnya =

$$P\left[\bar{x} - KS\left(\bar{x}\right) < \mu < \bar{x} + KS\left(\bar{x}\right)\right] = 1 - \alpha$$
$$P\left[66{,}638 - 0{,}8526 < \mu < 66{,}638 + 0{,}8526\right] = 0{,}95$$
$$P\left[65{,}7854 < \mu < 67{,}4906\right] = 0{,}95$$

Jadi dengan menggunakan PSAS, pada taraf kepercayaan 95 %, diharapkan interval antara [65,7854 ; 67,4906] akan memuat rata-rata nilai ulangan matematika seluruh siswa SMTP kelas I .

Sedangkan bila dipergunakan metode PSAK di mana banyaknya elemen dalam masing-masing kelompok adalah sama yaitu $M_1 = M_2 = \ldots = M_k = 3$. Dengan data yang sama seperti pada PSAS, dibentuk pengelompokan data dengan hasil pengelompokan berdasarkan No.absen siswa. Akan diperoleh n =- 20 kelompok siswa yang terpilih secara acak sebagai sampel Hasil pengelompokan tersebut akan ditampilkan pada tabel 7 berikut yang menunjukkan nilai yang diperoleh siswa.

Tabel 7. Daftar Nilai Ulangan Matematika SLTP Kelas I

k	x_{kl}			x_k	M_k
1	67	68	74	209	3
2	65	65	61	191	3
3	66	66	72	204	3
4	67	64	63	194	3
5	75	60	70	205	3
6	64	67	69	100	3

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

7	63	63	62	188	3
8	71	71	65	207	3
9	71	93	64	198	3
10	64	65	66	195	3
11	66	68	73	207	3
12	66	62	65	193	3
13	75	75	69	219	3
14	66	62	63	191	3
15	72	75	66	213	3
16	63	63	63	189	3
17	63	63	38	194	3
18	71	74	67	212	3
19	63	65	65	193	3
20	67	68	64	199	3

Berdasarkan data pada tabel 7. di atas, dapat dihitung :

$N = 70$

$n = 20$

$$\sum_{k=1}^{20} x_k = 209 + \ldots + 199 = 4001$$

$$\sum_{k=1}^{20} M_k = 3 + \ldots + 3 = 60$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{k=1}^{20} x_k}{\sum_{k=1}^{20} M_k} = \frac{4001}{60} = 66{,}683$$

$$\sum_{k=1}^{20} x_k^{\ 2} = 209^2 + \ldots + 199^2 = 801921$$

$$\sum_{k=1}^{20} M_k^{\ 2} = 3^2 + \ldots + 3^2 = 180$$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

$$\sum_{k=1}^{20} x_k M_k = (209 \, . \, 3) + (191 \, . \, 3) + \ldots + (193 \, . \, 3) + (199 \, . \, 3) = 12003$$

$$\overline{m} = \frac{\sum_{k=1}^{20} M_k}{n} = \frac{60}{20} = 3$$

sehingga

$$s_k^{\,2} = \frac{\sum_{k=1}^{20} \left(x_k - \overline{x} M_k\right)^2}{n-1} = \frac{\sum_{k=1}^{20} x_k^{\,2} - 2\overline{x} \sum_{k=1}^{20} x_k M_k + \overline{x}^2 \sum_{k=1}^{20} M_k^{\,2}}{n-1}$$

$$= \frac{801921 - 2 \, . \, 66{,}683 \, . \, 12003 + 66{,}683^2 \, . \, 180}{20-1} \, . \, \frac{1520{,}95002}{19}$$

$$= 80{,}050$$

maka

$$\hat{V}\left(\overline{x}\right) = \frac{N-n}{Nn\,\overline{m}^2} \, . \, s_k^{\,2} = \frac{70-20}{70 \, . \, 20 \, . \, 3^2} \, . \, 80{,}050$$

$$= 0{,}318$$

$$s_{\overline{x}} = \sqrt{0{,}318} = 0{,}564$$

Dengan taraf kepercayaan 95% maka batas kesalahan pendugaan nilai rata-rata populasi $KS\left(\overline{x}\right) = Z_{\alpha/2} \, . \, s_{\overline{x}} = 1{,}96 \, . \, 0{,}564 = 1{,}105$

dan pendugaan selangnya:

$$P\left[\overline{x} - KS\left(\overline{x}\right) < \mu < \overline{x} + KS\left(\overline{x}\right)\right] = 1 - \alpha$$

$$P\left[66{,}683 - 1{,}105 < \mu < 66{,}683 + 1{,}105\right] = 0{,}95$$

$$P\left[65{,}578 < \mu < 67{,}788\right] = 0{,}95$$

Jadi dengan metode PSAK, pada taraf kepercayaan 95%, diharapkan interval (65,578 ; 67, 788) akan memuat rata-rata nilai ulangan matematika seluruh siswa SMTP kelas I.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Berdasarkan kedua hasil perhitungan diatas, dengan menggunakan taraf kepercayaan yang sama yaitu 95 %, metode PSAS memberikan nilai pendugaan $\hat{V}(\bar{x})$ yang lebih kecil dibanding $\hat{V}(\bar{x})$ pada metode PSAK. Dimana $\hat{V}(\bar{x})$ pada PSAS = 0,189 dengan selang kepercayaan [65,785 ; 67,491] sedangkan $\hat{V}(\bar{x})$ pada PSAK = 0,318 dengan selang kepercayaan [65,578 ; 67,788]. Tampak bahwa penduga variansi rata-rata dengan metode PSAS lebih kecil, serta penduga selangnya lebih sempit dibandingkan pada penarikan sampel dengan PSAK. Hal tersebut berarti dalam contoh diatas pendugaan menggunakan metode PSAS lebih baik daripada metode PSAK. Ketelitian relatifnya adalah $\dfrac{\hat{V}(\bar{x})\,\mathrm{PSAK}}{\hat{V}(\bar{x})\,\mathrm{PSAS}} = \dfrac{0{,}318}{0{,}189} = 1{,}683 > 1$. Tetapi dalam sub-bab berikut, berdasarkan data yang sama seperti pada PSAS, akan disusun tabel 8 dengan cara pengelompokkan yang berbeda dari tabel 7.

4.4.2. Ketelitian Relatif PSAS terhadap PSAK pada Kondisi $s^2 > s_K^2$

Dalam sub-bab berikut akan dibuat perbandingan dengan data yang sama seperti contoh 4.4.1 maupun data tabel 7 , tetapi cara pengelompokannya berbeda. Siswa-siswa yang duduk sebangku (bertiga) dikelompokkan menjadi 1 kelompok ditampilkan pada tabel 8. Pengelompokan dengan cara ini menghasilkan variansi antar kelompok yang berbeda dengan variansi antar kelompok berdasarkan pengelompokan sebelumnya. Demikian pula variansi antar elemen dalam masing-masing kelompok juga berbeda.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Tabel 8. Daftar Nilai Ulangan Matematika SLTP Kelas I

k	x_{kl}			x_k	M_k
1	67	68	65	200	3
2	74	65	61	200	3
3	66	66	67	199	3
4	72	64	63	199	3
5	65	67	69	201	3
6	75	63	62	200	3
7	70	71	60	201	3
8	71	63	64	198	3
9	64	71	65	200	3
10	66	66	68	200	3
11	66	62	73	201	3
12	75	65	62	202	3
13	69	66	63	198	3
14	63	63	72	201	3
15	66	63	72	201	3
16	63	63	75	201	3
17	65	67	68	200	3
18	71	65	63	199	3
19	63	64	74	201	3
20	67	68	64	199	3

Diperoleh:

N = 70

n = 20

$$\sum_{k=1}^{20} x_k = 200 + 200 + \ldots + 201 + 199 = 4001$$

$$\sum_{k=1}^{20} M_k = 3 + \ldots + 3 = 60$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{k=1}^{20} x_k}{\sum_{k=1}^{20} M_k} = \frac{4001}{60} = 66{,}683$$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

$$\sum_{k=1}^{20} x_k^2 = 200^2 + 200^2 + \ldots + 201^2 + 199^2 = 800423$$

$$\sum_{k=1}^{20} M_k^2 = 3^2 + 3^2 + \ldots + 3^2 = 180$$

$$\sum_{k=1}^{20} x_k M_k = (200 \,.\, 3) + (200 \,.\, 3) + \ldots + (201 \,.\, 3) + (199 \,.\, 3) = 12003$$

$$\bar{m} = \frac{\sum_{k=1}^{20} M_k}{n} = \frac{60}{20} = 3$$

Sehingga $s_k^2 = \dfrac{\sum_{k=1}^{20} (x_k - \bar{x}M_k)^2}{n-1} = \dfrac{\sum_{k=1}^{20} x_k^2 - 2\bar{x} \sum_{k=1}^{20} x_k M_k + \bar{x}^2 \sum_{k=1}^{20} M_k^2}{n-1}$

$$= \frac{800423 - 2 \,.\, 66{,}683 \,.\, 12003 + 66{,}683^2 \,.\, 180}{20 - 1}$$

$$= \frac{22{,}950}{19} = 1{,}208$$

maka

$$\hat{V}(\bar{x}) = \frac{N - n}{Nn\,\bar{m}^2} \,.\, s_k^2 = \frac{70 - 20}{70 \,.\, 20 \,.\, 3^2} \,.\, 1{,}208$$

$$= 0{,}005$$

dan $s_{\bar{x}} = \sqrt{\hat{V}(\bar{x})} = \sqrt{0{,}005}$

$$= 0{,}071$$

Pada taraf kepercayaan 95%, akan diketahui batas kesalahan pendugaan nilai rata-rata populasi, $KS(\bar{x}) = Z\,\alpha/_2 .\, s_{\bar{x}} = 1{,}96 \,.\, 0{,}071 = 0{,}139$

Sehingga penduga selangnya =

$$P\left[\bar{x} - KS(\bar{x}) < \mu < \bar{x} + KS(\bar{x})\right] = 1 - \alpha$$

$$P\left[66{,}683 - 0{,}139 < \mu < 66{,}683 + 1{,}139\right] = 0{,}95$$

$$P\left[66{,}544 < \mu < 66{,}822\right] = 0{,}95$$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

UNIVERSITAS SANATA DHARMA PERPUSTAKAAN YOGYAKARTA

Jadi, dengan tingkat kepercayaan 95% , interval [66,544 ; 66,882] akan memuat rata-rata nilai ulangan matematika seluruh siswa SLTP kelas I. Ketelitian relatif PSAK terhadap PSAS adalah :

$$\frac{\hat{V}\left(\bar{x}\right)\text{PSAK}}{\hat{V}\left(\bar{x}\right)\text{PSAS}} = \frac{0{,}005}{0{,}189} = 0{,}026 < 1$$

Pada kasus ini, dapat diambil kesimpulan bahwa penggunaan metode PSAK memberikan hasil yang lebih teliti dibandingkan dengan metode PSAS. Kesimpulan ini berlawanan dengan kondisi pengelompokan sebelumnya (4.4.1).

Berdasarkan kedua contoh yang diberikan dalam sub-bab 4.4.1 dan sub-bab 4.4.2, dapat dilihat bahwa walaupun dengan data yang sama, bila cara pengelompokannya berbeda, akan memberikan tingkat ketelitian yang berbeda pula. Nilai variabel random antar kelompok pada tabel 8 lebih homogen dibandingkan tabel 7, sehingga variansi antar kelompok pada tabel 8 lebih kecil dibanding variansi antar kelompok dari data pada tabel 7.

Dari uraian diatas, dapat dikatakan bahwa peneliti tidak dapat menentukan secara pasti mana yang lebih efektif dan teliti antara PSAK atau PSAS karena untuk masing-masing kasus mempunyai kehomogenan data yang berbeda-beda. Semakin homogen suatu data, variansi akan semakin kecil. Untuk itu peneliti harus mengetahui dengan jelas apa yang menjadi prioritas, apakah biaya atau ketelitian. Serta perlu mempertimbangkan hasil dari penelitian pendahuluan mengenai besar variansi populasi. Berikut diberikan patokan untuk mempermudah pemilihan penggunaan metode penarikan sampel :

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

1. PSAK digunakan apabila kerangka penarikan sampel sukar diperoleh
2. Bila prioritas penelitian adalah menghemat biaya, metode PSAK akan lebih murah dibanding PSAS.
3. Apabila variansi antar elemen dalam masing-masing kelompok lebih besar dari variansi antar kelompok berarti metode PSAK akan lebih efektif.
4. Sedangkan jika kondisinya berbalikan dari no.3, variansi antar kelompok yang lebih besar dibanding variansi antar elemen dalam masing-masing kelompok, berarti metode PSAS lebih efektif dari PSAK.

Pada sub bab berikut akan dibahas PSAK 2 tingkat yang merupakan pengembangan dari PSAK 1 tingkat, yaitu tentang rumus-rumus yang berkaitan dengan penduga rata-rata populasi dan variansinya beserta contoh-contoh penerapannya.

4.5. Notasi pada PSAK 2 Tingkat

Notasi yang dipergunakan pada PSAK 2 tingkat sebagian sama dengan notasi pada PSAK 1 tingkat, antara lain untuk notasi sebagai berikut:

1. N = banyaknya kelompok dalam populasi
2. n = banyaknya kelompok yang terpilih secara acak sebagai sampel
3. M_k = banyaknya elemen dalam kelompok primer ke-k
4. m_k = banyaknya elemen dalam kelompok sekunder ke-k ($k=1,2, \ldots n$)
5. x_{kl}= variabel random pada kelompok primer ke-k dan kelompok sekunder ke-l ;

   dengan $k = 1,2, \ldots n \quad l = 1,2, \ldots m_k$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

6. $\overline{x_k}$ = rata-rata sampel kelompok primer ke-k dengan

$$\overline{x_k} = \frac{\sum_{l=1}^{m_k} x_{kl}}{m_k}$$

7. s_{wk}^2 = variansi antar elemen pada kelompok sekunder ke-k sebagai penduga σ_{wk}^2

dengan : $$s_{wk}^2 = \frac{\sum_{l=1}^{m_k}\left(x_{kl} - \overline{x_k}\right)^2}{m_k - 1}$$

8. s_B^2 = variansi antar kelompok primer yang terpilih sebagai sampel, yang merupakan penduga σ_B^2, dengan :

$$s_B^2 = \frac{\sum_{l=1}^{m_k}\left(M_k \overline{x_k} - \overline{M}\,\overline{\overline{x}}\right)^2}{n-1}$$

(Catatan : $\overline{\overline{x}}$ akan diuraikan lebih lanjut pada sub-bab 4.6 berikut).

4.6. Penduga Rata-rata Populasi dan Variansinya pada PSAK 2 Tingkat.

Dalam sub-bab 4.6 berikut, penulis akan membahas penduga rata-rata populasi dan variansi pada PSAK 2 tingkat. Pada PSAK tingkat pertama menghasilkan n sampel kelompok primer dengan banyaknya elemen pada masing-masing kelompok dapat berbeda-beda (M_k). Kemudian dari masing-masing sampel kelompok primer diambil secara acak sampel kelompok sekunder, dengan banyaknya elemen untuk masing-masing kelompok sekunder adalah m_k. Proses menentukan rata-rata dan penduga variansi harus melibatkan seluruh sampel, yang diturunkan dengan proses dua tingkat tersebut. Untuk sebuah pendugaan $E(\hat{\theta}) = E_1\left[E_2(\hat{\theta})\right]$ di mana E

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

menyatakan nilai harapan variabel random yang melibatkan semua sampel. E_2 menyatakan nilai harapan seluruh pemilihan yang mungkin pada tahap kedua dari n kelompok sampel dan E_1 menyatakan nilai harapan seluruh pemilihan pada tahap pertama, akan diperoleh : $V(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta}-\theta)^2 = E_1E_2(\hat{\theta}-\theta)^2$, sedangkan

$$E_2(\hat{\theta}-\theta)^2 = E_2(\hat{\theta})^2 - 2\theta\, E_2(\hat{\theta}) + \theta^2$$

Rata-rata sekarang seluruh penarikan tahap pertama, karena $E_1E_2(\hat{\theta}) = \theta$

$$V(\hat{\theta}) = E_1\left[E_2(\hat{\theta})\right]^2 - \theta^2 + E_1\left[V_2(\hat{\theta})\right]$$

$$= V_1\left[E_2(\hat{\theta})\right] + E_1\left[V_2(\hat{\theta})\right] \qquad \ldots (4.6.a.)$$

Selanjutnya penulis akan membahas mengenai rata-rata pada PSAK 2 tingkat dan penduga variansinya. Rata-rata pada PSAK 2 tingkat sebagai penduga rata-rata populasi merupakan rata-rata sampel sekunder yang didefinisikan sebagai berikut :

Definisi 4.6. penduga rata-rata (Pada PSAK 2 tingkat)

Andaikan suatu penelitian dilakukan pada suatu populasi yang terdiri atas N kelompok dan sampel sebanyak n kelompok diambil secara acak. M_k menyatakan banyaknya elemen pada sampel primer ke-k , m_k menyatakan banyaknya elemen pada sampel sekunder ke-k, maka penduga rata-rata populasi untuk masing-masing elemen pada tahap kedua adalah : $\bar{\bar{x}} = \dfrac{N}{M}\dfrac{\sum_{k=1}^{n} M_k.\bar{x}_k}{n}$

Sedangkan penduga variansi pada PSAK 2 tingkat dirumuskan dalam teorema berikut:

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Teorema 4.6. Penduga Variansi Rata-rata Sampel Berkelompok 2 Tingkat

Bila PSAK dilakukan secara bertahap, yaitu 2 tingkat, maka penduga variansi rata -rata populasi adalah:

$$\hat{V}\left(\bar{\bar{x}}\right)=\left(\frac{N-n}{N}\right)\frac{1}{n\bar{M}^2}s_B^{\ 2}+\frac{1}{nN\bar{M}^2}\sum_{k=1}^{n}M_k^{\ 2}\left(\frac{M_k-m_k}{M_k}\right)\frac{s_{wk}^{\ 2}}{m_k}$$

Bukti:

$E_2\left(\bar{\bar{x}}\right)$ menyatakan nilai harapan yang mungkin pada tahap kedua sehingga:

$$V_1\left[E_2\left(\bar{\bar{x}}\right)\right]=V_1\left[\left(N\bar{\bar{x}}\right)\right]$$

$$=N^2\left(\frac{N-n}{N}\right)\frac{\sigma_B^{\ 2}}{n}$$

sedangkan $V_2\left(\bar{\bar{x}}\right)=\left(\frac{M_k-m_k}{M_k}\right)M_k^{\ 2}\cdot\frac{\sigma_{wk}^{\ 2}}{m_k}$

maka $E_1\left[V_2\left(\bar{\bar{x}}\right)\right] \qquad =\frac{N}{n}\sum_{k=1}^{n}M_k^{\ 2}\left(\frac{M_k-m_k}{m_k}\right)\frac{\sigma_{wk}^{\ 2}}{m_k}$

menurut4.6.a. $\quad V(\bar{\bar{x}}) \quad = V_1(E_2(\bar{\bar{x}}))+E_1(V_2(\bar{\bar{x}}))$

sehingga $\quad V(\bar{\bar{x}}) \quad = N^2\left(\frac{N-n}{N}\right)\frac{\sigma_B^{\ 2}}{n}+\frac{N}{n}\sum_{k=1}^{n}M_k^{\ 2}\left(\frac{M_k-m_k}{M_k}\right)\frac{\sigma_{wk}^{\ 2}}{m_k}$

telah didefinisikan : $V(\bar{\bar{x}})=M^2\,\hat{V}(\bar{\bar{x}})$

maka $\quad \hat{V}(\bar{\bar{x}})=\frac{V(\bar{\bar{x}})}{M^2}$

jadi $\hat{V}\left(\bar{\bar{x}}\right)=\left(\frac{N-n}{N}\right)\frac{N^2}{M^2}\cdot\frac{s_B^{\ 2}}{n}+\frac{N}{M^2n}\sum_{k=1}^{n}M_k^{\ 2}\left(\frac{M_k-m_k}{M_k}\right)\frac{s_{wk}^{\ 2}}{m_k}$

$$\hat{V}\left(\bar{\bar{x}}\right)=\left(\frac{N-n}{N}\right)\frac{1}{n\bar{M}^2}.s_B^{\ 2}+\frac{1}{nN\bar{M}^2}\sum_{k=1}^{n}M_k^{\ 2}\left(\frac{M_k-m_k}{M_k}\right)\frac{s_{wk}^{\ 2}}{m_k}$$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Untuk mempermudah pemahaman dalam menggunakan rumus di atas, penulis memberikan contoh perhitungan dari hasil penelitian yang dilakukan oleh dari Biro Pusat Statistik Gunungkidul.

Contoh 4.6

Penulis akan menduga hasil produksi ubi kayu di tahun 1998 pada seluruh dusun di kabupaten Gunungkidul. Dari data yang diperoleh, diketahui banyaknya dusun di kabupaten Gunungkidul adalah 2681 dusun yang terkelompokkan dalam 144 desa. Untuk mengefisienkan waktu, peneliti mengambil secara acak 26 desa sebagai sampel dengan banyaknya dusun dalam masing-masing sampel berbeda-beda. Data yang diperoleh dinotasikan sebagai berikut:

- N menyatakan banyaknya desa di Kabupaten Gunungkidul sebagai populasi
- n menyatakan banyaknya desa di kabupaten Gunungkidul sebagai sampel yang terpilih secara acak.
- M menyatakan banyaknya dusun di kabupaten Gunungkidul

Dalam contoh berikut, metode yang digunakan dalam penelitian adalah PSAK 2 tingkat, maka perlu diketahui pula:

- M_k yang menyatakan banyaknya dusun ke-k di Kabupaten Gunungkidul yang terpilih sebagai sampel primer, dengan k=1,2, …n
- m_k yang menyatakan banyaknya dusun ke-k di kabupaten Gunungkidul yang terpilih sebagai sampel sekunder, dengan k=-1,2…n
- x_{kl} dalam satuan kw/ha menyatakan produktivitas ubi kayu pada kelompok primer ke-k, elemen ke-l dengan $l = 1,2, \ldots.. m_k$; $k = 1,2,\ldots,n$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

- x_k dalam satuan kw/ha menyatakan rata-rata produktivitas ubi kayu pada kelompok primer ke-k dengan: $\bar{x}_k = \dfrac{\sum_{l=1}^{m_k} x_{kl}}{m_k}$
- s_{wk}^2 = menyatakan variansi antar elemen dalam masing-masing dusun pada kelompok sekunder ke-k.

Sehingga diperoleh:

- N = 144 desa
- n = 26 desa
- M = 2681 dusun

Berikut data yang diperoleh

Tabel 9. Hasil Panen Ubi Kayu di Kabupaten Gunungkidul tahun 1998

k	M_k (Dusun)	m_k	x_{kl} (kw/ha)					$\bar{X}_k$ (kw/ha)	s_{wk}^2
1	23	5	145,41	152,44	138,07	149,92	144,70	146,11	30,43
2	17	3	167,50	173,63	173,58			171,60	12,02
3	18	4	141,91	157,95	160,53	153,85		153,56	67,89
4	22	4	188,52	192,42	194,46	176,85		188,06	61,95
5	15	3	154,87	173,55	162,95			163,79	87,76
6	21	4	174,7	187,64	170,96	180,12		178.36	52,46
7	19	4	138,13	148,64	155,05	143,96		146,45	51,39
8	19	4	147,19	165,44	141,55	158,58		153,19	116,87
9	18	4	145,82	149,25	146,29	154,33		148,92	15,30
10	25	5	149,92	163,91	158,79	155,36	165,17	158,63	39,31
11	23	5	144,92	148	153,88	160,04	148,68	151,10	35,33
12	24	5	150,85	161,63	151,19	155,48	152,27	154,28	20,20
13	16	3	161,53	166,56	162,26			163,45	7,39
14	18	4	142,15	154,67	147,95	147,53		148,08	26,30
15	23	5	116	113,51	121,53	118,09	115,09	116,84	9,60
16	15	3	163,04	167,59	157,08			162,57	27,78
17	16	3	165,7	172,68	160,04			166,14	40,09
18	14	3	145,38	148,5	146,05			146,64	2,70
19	23	5	147,19	142,54	149,58	149,88	146,85	147,21	8,67
20	13	3	133,9	128,05	117,87			126,61	65,80
21	13	3	133,46	137,83	133,63			134,97	6,13
22	14	3	147,5	159,94	147,4			151,61	52
23	12	2	187,75	172,55				180,15	115,52
24	24	5	154,73	152,41	166,54	154,27	166,21	158,83	48.18
25	18	4	136,95	127,32	142	135,85		135,53	37,13
26	24	5	145,30	155,04	145,5	155,32	144,85	149,13	30,52

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Data pada tabel 9. di atas diperoleh berdasarkan perhitungan sebagai berikut:

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum_{l=1}^{m_1} x_{1l}}{m_1} = \frac{145,41 + 152,44 + 138,07 + 149,92 + 144,70}{5} = 146,11$$

dan seterusnya

$$\bar{x}_{26} = \frac{\sum_{l=1}^{m_{26}} x_{26l}}{m_{26}} = \frac{145,30 + 155,04 + 145,15 + 155,32 + 144,85}{5} = 149,13$$

Sedangkan perhitungan untuk variansi antar elemen dalam kelompok sekunder ke-k adalah sebagai berikut:

$$s_{w1}^2 = \frac{\sum_{l=1}^{m_1} (x_{1l} - \bar{x}_1)^2}{m_1 - 1} = \frac{(145,41 - 146,11)^2 + (152,44 - 146,11)^2 + \ldots + (144,70 - 146,11)^2}{5 - 1}$$

$$= 30,43$$

dan seterusnya

$$s_{w26}^2 = \frac{\sum_{l=1}^{m_{26}} (x_{26l} - \bar{x}_{26})^2}{m_{26} - 1}$$

$$= \frac{(145,30 - 149,13)^2 + (155,04 - 149,13)^2 + \ldots + (144,85 - 149,13)^2}{5 - 1} = 30,52$$

Berdasarkan notasi yang telah diberikan dalam sub-bab 4.5, dapat dihitung penduga rata-rata populasinya:

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

$$\bar{\bar{x}} = \frac{N}{M} \frac{\sum_{k=1}^{26} M_k \overline{x_k}}{n}$$

$$= \frac{144}{2681} \frac{[(23 . 146{,}11) + (17 . 171{,}60) + ... + (24 . 149{,}13]}{26}$$

$$= \frac{144}{2681} . \frac{74.918{,}03}{26} = 154{,}77$$

Jadi penduga rata-rata produktivitas ubi kayu di kabupaten Gunungkidul adalah 154,77 kw/ha. Selanjutnya akan dihitung penduga variansinya yaitu:

$$\hat{V}(\bar{\bar{x}}) = \left(\frac{N-n}{N}\right) \frac{1}{n\overline{M}^2} s_B{}^2 + \frac{1}{nN\overline{M}^2} \sum_{k=1}^{26} M_k{}^2 \left(\frac{M_k - m_k}{M_k}\right) \frac{s_{wk}{}^2}{m_k}$$

di mana $s_B{}^2$ merupakan variansi antar kelompok primer sebagai penduga dari $\sigma_B{}^2$ dan

$$s_B{}^2 = \frac{\sum_{k=1}^{26} (M_k \overline{x_k} - \overline{M}\,\bar{\bar{x}})^2}{n-1}$$

$$\text{serta} \quad \overline{M} = \frac{M}{N} = \frac{2681}{144} = 18{,}62$$

$$\text{sehingga} \quad s_B{}^2 = \frac{\sum_{k=1}^{26} (M_k \overline{x_k})^2 - 2\overline{M}\bar{\bar{x}} \sum_{k=1}^{26} M_k \overline{x_k} + n.(\overline{M}\bar{\bar{x}})^2}{n-1}$$

dengan perhitungan sebagai berikut:

$$\sum_{k=1}^{26} (M_k \overline{x_k})^2 = (M_1 \overline{x_1})^2 + (M_2 \overline{x_2})^2 + ... + (M_{26} \overline{x_{26}})^2$$

$$= (23 . 146{,}11)^2 + (17 . 171{,}60)^2 + ... + (24 . 149{,}13)^2 = 227656032{,}2$$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

$$\sum_{k=1}^{26}(M_k \bar{x}_k) = (23.146{,}11) + (17.171{,}60) + \ldots + (24.149{,}13) = 74918{,}03$$

sehingga :

$$s_B^2 = \frac{227656032{,}2 - 2\ .\ 18{,}62.154{,}77(74918{,}03) + 26.(18{,}62.154{,}77)^2}{26-1} = 471301{,}08$$

dan $\displaystyle\sum_{k=1}^{26}(M_k)^2.\left(\frac{M_k - m_k}{M_k}\right)\frac{s_{wk}^{\ 2}}{m_k} =$

$$= \left[23^2\left(\frac{23-5}{23}\right)\frac{30{,}43}{5}\right] + \left[17^2\left(\frac{17-3}{17}\right).\frac{12{,}02}{3}\right] + \ldots\left[24^2\left(\frac{24-5}{24}\right).\frac{30{,}52}{5}\right] = 75931{,}74$$

Jadi penduga variansi untuk $\bar{\bar{x}}$ adalah:

$$\hat{V}\left(\bar{\bar{x}}\right) = \left(\frac{144-26}{144}\right).\frac{1}{26.(88{,}62)^2}.471301{,}08 + \frac{1}{26.144(18{,}62)^2}.7593{,}74 = 42{,}90$$

$$s_{\bar{\bar{x}}} = \sqrt{\hat{V}(\bar{\bar{x}})} = \sqrt{42{,}90} = 6{,}55$$

dengan menggunakan taraf kepercayaan 95%, maka batas kesalahan penarikan sampel adalah: $KS(\bar{\bar{x}}) = Z\alpha/_2 . s_{\bar{\bar{x}}} = 1{,}96\ .\ 6{,}55 = 12{,}84$

maka pendugaan selangnya pada taraf kepercayaan 95% tersebut:

$$P\left[\bar{\bar{x}} - KS\left(\bar{\bar{x}}\right) < \mu < \bar{\bar{x}} + KS\left(\bar{\bar{x}}\right)\right] = 1 - \alpha$$
$$P\left[154{,}77 - 12{,}84 < \mu < 154{,}77 + 12{,}84\right] = 0{,}95$$
$$P\left[141{,}93 \qquad < \mu < 167{,}61\right] = 0{,}95$$

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Jadi dengan taraf kepercayaan 95% diharapkan interval 141,93 s/d 167,61 akan memuat rata-rata produktivitas ubi kayu pada seluruh dusun di Kabupaten Gunungkidul pada tahun 1998.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

BAB V

KESIMPULAN

Dalam suatu penelitian, pemilihan metode penarikan sampel yang akan dipergunakan sangatlah menentukan untuk mencapai tujuan penelitian. Oleh karenanya peneliti harus mengetahui tujuan penelitian secara pasti serta kelebihan yang dimiliki suatu metode penarikan sampel tersebut. Salah satunya dibahas dalam skripsi ini adalah metode Penarikan Sampel Acak Berkelompok.

Metode Penarikan Sampel Acak Berkelompok digunakan untuk mengatasi kelemahan yang ada dalam metode PSAS dan PSAB, yaitu ketidaklengkapan atau ketidaktersediaan kerangka penarikan sampel .

Langkah metode PSAK dimulai dengan mengelompokkan anggota populasi kedalam kelompok-kelompok yang saling asing berdasarkan kondisi geografis dari populasi. Banyaknya elemen dalam masing-masing kelompok tidak harus sama. Selanjutnya dilakukan pengambilan sampel dengan unit penarikan sampel berupa kelompok secara acak Kuantitas yang dihitung dari sampel disebut **statistik,** digunakan untuk menduga parameter populasi.

Pada PSAK 2 tingkat, kelompok-kelompok yang terpilih secara acak sebagai sampel pada tingkat pertama disebut **sampel primer.** Sedangkan kelompok-kelompok yang terpilih secara acak pada tahap kedua disebut **sampel sekunder,** dimana sampel sekunder diambil secara acak dari sampel primer.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Metode PSAK 2 tingkat lebih efisien dari segi waktu , biaya, dan tenaga daripada PSAK 1 tingkat. Sedangkan dalam hal ketelitian, tidak dapat dipastikan mana yang lebih teliti, karena hal tersebut tergantung pada homogenitas hasil pengelompokan. Apabila kelompok-kelompok dalam sampel sekunder lebih homogen daripada kelompok dalam sampel primer, maka PSAK 2 tingkat lebih teliti. Demikian pula sebaliknya bila sampel primer lebih homogen daripada sampel sekunder, maka PSAK 1 tingkat memberikan hasil yang lebih teliti.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

DAFTAR PUSTAKA

Agung, I.G.N. 1992. *Metode Penelitian Sosial Pengertian dan Pemakaian Praktis*. PT. Gramedia Pustaka Utama.

Cochran, W.G. 1991. *Teknik Penarikn Sampel*. Jakarta : Penerbit Universitas Indonesia.

Cochran, W.G. 1977. *Sampling Techniques*. Kanada : John Willey and Sons, Inc.

Dalenius, T. 1985. *Elements of Survey Samplings*. Notes Prepared for the Svedisk Agency for Research Cooperation with Developing Countries.

Gasperesz, V. 1991. *Teknik Penarikan Contoh untuk Penelitian Survei*. Bandung : Penerbit Tarsito.

Kendall, S.M.G. & W. R. Buckland. 1982. *A Dictionary of Statistical Term*. John Willey and Sons, Inc.

Kruskall, W.H. & J. M. Tanur. 1978. *International Encyclopedia of Statistics*. New York : A Division of MacMillan Publishing Co, Inc.

Mandenhall , W. 1975. *Elementary Survey Samplings*. Belmont California : Wadsworth Publishing Co, Inc.

Raj, D. 1968. *Sampling Theory*. America : McGraw-Hill, Inc.

Walpole, R.E. 1992. *Pengantar Statistika*. Jakarta : PT. Gramedia Pustaka Utama.

__________. 1998. *Gunungkidul Dalam Angka 1998*. Wonosari : Biro Pusat Statistik.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Tabel A.1 Sepuluh ribu angka teracak

	00–04	05–09	10–14	15–19	20–24	25–29	30–34	35–39	40–44	45–49
00	88758	66605	33843	43623	62774	25517	09560	41880	85126	60755
01	35661	42832	16240	77410	20686	26656	59698	86241	13152	49187
02	26335	03771	46115	88133	40721	06787	95962	60841	91788	86386
03	60826	74718	56527	29508	91975	13695	25215	72237	06337	73439
04	95044	99896	13763	31764	93970	60987	14692	71039	34165	21297
05	83746	47694	06143	42741	38338	97694	69300	99864	19641	15083
06	27998	42562	63402	10056	81668	48744	08400	83124	19896	18805
07	82685	32323	74625	14510	85927	28017	80588	14756	54937	76379
08	18386	13862	10988	04197	18770	72757	71418	81133	69503	44037
09	21717	13141	22707	68165	58440	19187	08421	23872	03036	34208
10	18446	83052	31842	08634	11887	86070	08464	20565	74390	36541
11	66027	75177	47398	66423	70160	16232	67343	36205	50036	59411
12	51420	96779	54309	87456	78967	79638	68869	49062	02196	55109
13	27045	62626	73159	91149	96509	44204	92237	29969	49315	11804
14	13094	17725	14103	00067	68843	63565	93578	24756	10814	15185
15	92382	62518	17752	53163	63852	44840	02592	88572	03107	90169
16	16215	50809	49326	77232	90155	69955	93892	70445	00906	57002
17	09342	14528	64727	71403	84156	34083	35613	35670	10549	07468
18	38148	79001	03509	79424	39625	73315	18811	86230	99682	82896
19	23689	19997	72382	15247	80205	58090	43804	94548	82693	22799
20	25407	37726	73099	51057	68733	75768	77991	72641	95386	70138
21	25349	69456	19693	85568	93876	18661	69018	10332	83137	88257
22	02322	77491	56095	03055	37738	18216	81781	32245	84081	18436
23	15072	33261	99219	43307	39239	79712	94753	41450	30944	53912
24	27002	31036	85278	74547	84809	36252	09373	69471	15606	77209
25	66181	83316	40386	54316	29505	86032	34563	93204	72973	90760
26	09779	01822	45537	13128	51128	82703	75350	25179	86104	40638
27	10791	07706	87481	26107	24857	27805	42710	63471	08804	23455
28	74833	55767	31312	76611	67389	04691	39687	13596	88730	86850
29	17583	24038	83701	28570	63561	00098	60784	76098	84217	34997
30	45601	46977	39325	09286	41133	34031	94867	11849	75171	57682
31	60683	33112	65995	64203	18070	65437	13624	90896	80945	71987
32	29956	81169	18877	15296	94368	16317	34239	03643	66081	12242
33	91713	84235	75296	69875	82414	05197	66596	13083	46278	73498
34	85704	86588	82837	67822	95963	83021	90732	32661	64751	83903
35	17921	26111	35373	86494	48266	01888	65735	05315	79328	13367
36	13929	71341	80488	89827	48277	07229	71953	16128	65074	28782
37	03248	18880	21667	01311	61806	80201	47889	83052	31029	06023
38	50583	17972	12690	00452	93766	16414	01212	27964	02766	28786
39	10636	46975	09449	45986	34672	46916	63881	83117	53947	95218
40	43896	41278	42205	10425	66560	59967	90139	73563	29875	79033
41	76714	80963	74907	16890	15492	27489	06067	22287	19760	13056
42	22393	46719	02083	62428	45177	57562	49243	31748	64278	05731
43	70942	92042	22776	47761	13503	16037	30875	80754	47491	96012
44	92011	60326	86346	26738	01983	04186	41388	03848	78354	14964
45	66456	00126	45685	67607	70796	04889	98128	13599	93710	23974
46	96292	44348	20898	02227	76512	53185	03057	61375	10760	26889
47	19680	07146	53951	10935	23333	76233	13706	20502	60405	09745
48	67347	51442	24536	60151	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	

Tabel A.1 Sepuluh ribu angka teracak *(Lanjutan)*

	00–04	05–09	10–14	15–19	20–24	25–29	30–34	35–39	40–44	45–49
50	54441	64681	93190	00993	62130	44484	46293	60717	50239	76319
51	08573	52937	84274	95106	89117	65849	41356	65549	78787	50442
52	81067	68052	14270	19718	88499	63303	13533	91882	51136	60828
53	39737	58891	75278	98046	52284	40164	72442	77824	72900	14886
54	34958	76090	08827	61623	31114	86952	83645	91786	29633	78294
55	61417	72424	92626	71952	69709	81259	58472	43409	84454	88648
56	99187	14149	57474	32268	85424	90378	34682	47606	89295	02420
57	13130	13064	36485	48133	35319	05720	76317	70953	50823	06793
58	65563	11831	82402	46929	91446	72037	17205	89600	59084	55718
59	28737	49502	06060	52100	43704	50839	22538	56768	83467	19313
60	50353	74022	59767	49927	45882	74099	18758	57510	58560	07050
61	65208	96466	29917	22862	69972	35178	32911	08172	06277	62795
62	21323	38148	26696	81741	25131	20087	67452	19670	35898	50636
63	67875	29831	59330	46570	69768	36671	01031	95995	68417	68665
64	82631	26260	86554	31881	70512	37899	38851	40568	54284	24056
65	91989	39633	59039	12526	37730	68848	71399	28513	69018	10289
66	12950	31418	93425	69756	34036	55097	97241	92480	49745	42461
67	00328	27427	95474	97217	05034	26676	49629	13594	50525	13485
68	63986	16698	82804	04524	39919	32381	67488	05223	89537	59490
69	55775	75005	57912	20977	35722	51931	89565	77579	93085	06467
70	24761	56877	56357	78809	40748	69727	56652	12462	40528	75269
71	43820	80926	26795	57553	28319	25376	51795	26123	51102	89853
72	66669	02880	02987	33615	54206	20013	75872	88678	17726	60640
73	49944	66725	19779	50416	42800	71733	82052	28504	15593	51799
74	71003	87598	61296	95019	21568	86134	66096	65403	47166	78638
75	52715	04593	69484	93411	38046	13000	04293	60830	03914	75357
76	21998	31729	89963	11573	49442	69467	40265	56066	36024	25705
77	58970	96827	18377	31564	23555	86338	79250	43168	96929	97732
78	67592	59149	42554	42719	13553	48560	81167	10747	92552	19867
79	18298	18429	09357	96436	11237	88039	81020	00428	75731	37779
80	88420	28841	42628	84647	59024	52032	31251	72017	43875	48320
81	07627	88424	23381	29680	14027	75905	27037	22113	77873	78711
82	37917	93581	04979	21041	95252	62450	05937	81670	44894	47262
83	14783	95119	68464	08726	74818	91700	05961	23554	74649	50540
84	05378	32640	64562	15303	13168	23189	88198	63617	58566	56047
85	19640	96709	22047	07825	40583	99500	39989	96593	32254	37158
86	20514	11081	51131	56469	33947	77703	35679	45774	06776	67062
87	96763	56249	81243	62416	84451	14696	38195	70435	45948	67690
88	49439	61075	31558	59740	52759	55323	95226	01385	20158	54054
89	16294	50548	71317	32168	86071	47314	65393	56367	46910	51269
90	31381	94301	79273	32843	05862	36211	93960	00671	67631	23952
91	98032	84203	03227	66021	99666	98368	39222	36056	81992	20121
92	40700	31826	94774	11366	81391	33602	69608	84119	93204	26825
93	68692	66849	29366	77540	14978	06508	10824	65416	23629	63029
94	19047	10784	19607	20296	31804	72984	60060	50353	23260	58909
95	82867	69266	50733	62630	00956	61500	89913	30049	82321	62367
96	26528	28928	52600	72997	80943	04084	86662	90025	14360	64867
97	51166	00607	49962	30724	81707	14548	25844	47336	57492	02207
98	97245	15440	55182	15368	85136	98869	33712	95152	50973	98658
99	[illegible]	[illegible]	95639	45104	72676	28220	82576	57381	34438	24565

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

Tabel A.1 Sepuluh ribu angka teracak *(Lanjutan)*

	50–54	55–59	60–64	65–69	70–74	75–79	80–84	85–89	90–94	95–99
50	58649	85086	16502	97541	76611	94229	34987	86718	87208	05426
51	97306	52449	55596	66739	36525	97563	29469	31235	79276	10831
52	09942	79344	78160	11015	55777	22047	57615	15717	86239	36578
53	83842	28631	74893	47911	92170	38181	30416	54860	44120	73031
54	73778	30395	20163	76111	13712	33449	99224	18206	51418	70006
55	88381	56550	47467	59663	61117	39716	32927	06168	06217	45477
56	31044	21404	15968	21357	30772	81482	38807	67231	84283	63552
57	00909	63837	91328	81106	11740	50193	86806	21931	18054	49601
58	69882	37028	41732	37425	80832	03320	20690	32653	90145	03029
59	26059	78324	22501	73825	16927	31545	15695	74216	98372	28547
60	38573	98078	38982	33078	93524	45606	53463	20391	81637	37269
61	70624	00063	81455	16924	12848	23801	55481	78978	26795	10553
62	49806	23976	05640	29804	38988	25024	76951	02341	63219	75864
63	05461	67523	48316	14613	08541	35231	38312	14969	67279	50502
64	76582	62153	53801	51219	30424	32599	49099	83959	68408	20147
65	16660	80470	75062	75588	24384	27874	20018	11428	32265	07692
66	60166	42424	97470	88451	81270	80070	72959	26220	59939	31127
67	28953	03272	31460	41691	57736	72052	22762	96323	27616	53123
68	47536	86439	95210	96386	38704	15484	07426	70675	06888	81203
69	73457	26657	36983	72410	30244	97711	25652	09373	66218	64077
70	11190	66193	66287	09116	48140	37669	02932	50799	17255	06181
71	57062	78964	44455	14036	36098	40773	11688	33150	07459	36127
72	99624	67254	67302	18991	97687	54099	94884	42283	63258	50651
73	97521	83669	85968	16135	30133	51312	17831	75016	80278	68953
74	40273	04838	13661	64757	17461	78085	60094	27010	80945	66439
75	57260	06176	49963	29760	69546	61336	39429	41985	18572	98128
76	03451	47098	63495	71227	79304	29753	99131	18419	71791	81515
77	62331	20492	15393	84270	24396	32962	21632	92965	38670	44923
78	32290	51079	06512	38806	93327	80086	19088	59887	98416	24918
79	28014	80428	92853	31333	32648	16734	43418	90124	15086	48444
80	18950	16091	29543	65817	07002	73115	94115	20271	50250	25061
81	17403	69503	01866	13049	07263	13039	83844	80143	39048	62654
82	27999	50489	66613	21843	71746	65868	16208	46781	93402	12323
83	87076	53174	12165	84495	47947	60706	64034	31635	65169	93070
84	89044	45974	14524	46906	26052	51851	84197	61694	57429	63395
85	98048	64400	24705	75711	36232	57624	41424	77366	52790	84705
86	09345	12956	49770	80311	32319	48238	16952	92088	51222	82865
87	07086	77628	76195	47584	62411	40397	71857	54823	26536	56792
88	93128	25657	46872	11206	06831	87944	97914	64670	45760	34353
89	85137	70964	29947	27795	25547	37682	96105	26848	09389	64326
90	32798	39024	13814	98546	46585	84108	74603	94812	73968	68766
91	62496	26371	89880	52078	47781	95260	83464	65942	91761	53727
92	62707	81825	40987	97656	89714	52177	23778	07482	91678	40128
93	05500	28982	86124	19554	80818	94935	61924	31828	79369	23507
94	79476	31445	59498	85132	24582	26024	24002	63718	79164	43556
95	10653	29954	97568	91541	33139	84525	72271	02546	64818	14381
96	30524	06495	00886	40666	68574	49574	19705	16429	90981	08103
97	69050	22019	74066	14500	14506	06423	38332	34191	82663	85323
98	27908	78802	63446	07674	98871	63831	72449	42705	26513	19883
99	64520	16618	47409	19574	78136	46047	01277	79146	95759	36781

Tabel A.1 Sepuluh ribu angka teracak *(Lanjutan)*

	50–54	55–59	60–64	65–69	70–74	75–79	80–84	85–89	90–94	95–99
00	70896	44520	64720	49898	78088	76740	47460	83150	78905	59870
01	56809	42909	25853	47624	29486	14196	75841	00393	42390	24847
02	66109	84775	07515	49949	61482	91836	48126	80778	21302	24975
03	18071	36263	14053	52526	44347	04923	68100	57805	19521	15345
04	98732	15120	91754	12657	74675	78500	01247	49719	47635	55514
05	36075	83967	22268	77971	31169	68584	21336	72541	66959	39708
06	04110	45061	78062	18911	27855	09419	56459	00695	70323	04538
07	75658	58509	24479	10202	13150	95946	55087	38398	18718	95561
08	87403	19142	27208	35149	34889	27003	14181	44813	17784	41036
09	00005	52142	65021	64438	69610	12154	98422	65320	79996	01935
10	43674	47103	48614	70823	78252	82403	93424	05236	54588	27757
11	68597	68874	35567	98463	99671	05634	81533	47406	17228	44455
12	91874	70208	06308	40719	02772	69589	79936	07514	[illegible]	35190
13	73854	19470	53014	29375	62256	77488	74388	53949	[illegible]	19816
14	65926	34117	55344	68155	38099	56009	03513	05926	[illegible]	42328
15	40005	35246	49440	40295	44390	83043	26090	80201	02934	49260
16	46686	29890	14821	69783	34733	11803	64845	32065	14527	38702
17	02717	61518	39583	72863	50707	96115	07416	05041	36756	61065
18	17048	22281	35573	28944	96889	51823	57268	03866	27658	91950
19	75304	53248	42151	93928	17343	88322	28683	11252	10355	65175
20	97844	62947	62230	30500	92816	85232	27222	91701	11057	83257
21	07611	71163	82212	20653	21499	51496	40715	78952	33029	64207
22	47744	04603	44522	62783	39347	72310	41460	31052	40814	94297
23	54293	43576	88116	67416	34908	15238	40561	73940	56850	31078
24	67556	93979	73363	00300	11217	74405	18937	79000	68834	48307
25	86581	73041	95809	73986	49408	53316	90841	73808	53421	82315
26	28020	86282	83365	76600	11261	74354	20968	60770	12141	09539
27	42578	32471	37840	30872	75074	79027	57813	62831	54715	26693
28	47290	15997	86163	10571	81911	92124	92971	80860	41012	58666
29	24856	63911	13221	77028	06573	33667	30732	47280	12926	67276
30	16352	24836	60799	76281	83402	44709	78930	82969	84468	36910
31	89060	79852	97854	28324	39638	86936	06702	74304	39873	19496
32	07637	30412	04921	26471	09605	07355	20466	49793	40539	21077
33	37711	47786	37468	31963	16908	50283	80884	08252	72655	58926
34	82994	53232	58202	73318	62471	49650	15888	73370	98748	69181
35	31722	67288	12110	04776	15168	68862	92347	90789	66961	04162
36	93819	78050	19364	38037	25706	90879	05215	00260	14426	88207
37	65557	24496	04713	23688	26623	41356	47049	60676	72236	01214
38	88001	91382	05129	36041	10257	55558	89979	58061	28957	10701
39	96648	70303	18191	62404	26558	92804	15415	02865	52449	78509
40	04118	51573	59356	02426	35010	37104	98316	44602	96478	[illegible]
41	19317	27753	39431	26996	04465	69695	61374	06317	42225	[illegible]
42	37182	91221	17307	68507	85725	81898	22588	22241	80337	[illegible]
43	82990	03607	29560	60413	59743	75000	03806	13741	79671	25416
44	97294	21991	11217	98087	79124	52275	31088	32085	23089	21498
45	86771	69504	13345	42544	59616	07867	78717	82840	74669	21515
46	26046	55559	12200	95106	56496	76662	44880	89457	84209	01332
47	39689	05999	92290	79024	70271	93352	90272	94495	26842	54477
48	83265	89573	01437	43786	52986	49041	17952	35035	88985	84671
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	82027	90808	54351	43091	30387