

INTISARI

Masalah skripsi ini adalah menyelesaikan sistem n persamaan diferensial linear orde pertama simultan koefisien konstan.

Tujuan skripsi ini adalah menguraikan beberapa metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem n persamaan diferensial linear orde pertama simultan dengan koefisien konstan. Penulisan skripsi ini menggunakan metode kepustakaan.

Hasil skripsi ini diuraikan di bawah. Sistem n persamaan diferensial linear orde pertama simultan dengan koefisien konstan yang mempunyai bentuk

$$x'_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + F_1(t),$$

$$x'_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + F_2(t),$$

:

$$x'_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n + F_n(t)$$

dapat diselesaikan dengan menggunakan metode eliminasi. Meskipun metode ini diuraikan untuk menyelesaikan sistem dua persamaan diferensial linear orde pertama simultan dengan koefisien konstan, tetapi juga dapat digeneralisasikan untuk menyelesaikan sistem lebih dari dua persamaan diferensial linear orde pertama simultan dengan koefisien konstan. Akan tetapi metode ini kurang praktis dan terlampau sulit untuk menyelesaikan sistem tiga atau lebih persamaan diferensial linear orde pertama simultan dengan koefisien konstan.

Sistem linear di atas dapat ditulis dalam notasi matriks $x' = Ax + F(t)$. Sistem linear disebut homogen, jika $F(t) \equiv 0$ dan takhomogen, jika $F(t) \neq 0$. Metode nilai eigen dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem linear homogen. Ada tiga langkah dalam metode ini, pertama, menentukan persamaan karakteristik $|A - \alpha I| = 0$; kedua, mendapatkan akar-akar persamaan karakteristik atau nilai-nilai eigen $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$; dan ketiga, menggunakan setiap nilai eigen α untuk menyelesaikan sistem persamaan aljabar linear homogen $(A - \alpha I)v = 0$ untuk mendapatkan vektor-vektor eigen v_1, v_2, \dots, v_n .

Penyelesaian umum dari sistem linear takhomogen mempunyai bentuk $\phi(t) = \phi_c(t) + \phi_p(t)$, dimana $\phi_c(t)$ merupakan penyelesaian umum dari sistem linear homogen yang bersesuaian dan $\phi_p(t)$ merupakan penyelesaian khusus dari sistem linear takhomogen. Metode koefisien taktentu dan variasi parameter dapat digunakan untuk mendapatkan penyelesaian khusus dari sistem linear takhomogen.

Sistem n persamaan diferensial linear orde pertama simultan dengan koefisien konstan mempunyai beberapa penerapan dalam fisika, misalnya, mekanika, rangkaian listrik dan campuran.

ABSTRACT

The problem of this skripsi was to solve systems of n first order simultaneous linear differential equations with constant coefficients.

The purpose of this skripsi was to explain some methods could be used to solve systems of n first order simultaneous linear differential equations with constant coefficients. The literature method used by writer.

The result of this skripsi was described below. A system of n first order simultaneous linear differential equations with constant coefficients that have the form

$$x'_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + F_1(t),$$

$$x'_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + F_2(t),$$

⋮

$$x'_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n + F_n(t)$$

could be solved by using elimination method. Although this method was described to solve a system of two first order simultaneous linear differential equations with constant coefficients, but it could be generalized also to solve systems of more than two first order simultaneous linear differential equations with constant coefficients. However, this method was impractical and too difficult to solve systems of three or more first order simultaneous linear differential equations with constant coefficients.

The linear system above could be written in matrix notation $\mathbf{x}' = \mathbf{Ax} + \mathbf{F}(t)$. The linear system was called homogenous, if $\mathbf{F}(t) \equiv \mathbf{0}$ and nonhomogenous, if $\mathbf{F}(t) \neq \mathbf{0}$. The eigenvalue method could be used to solving of the homogenous linear system. There were three step in this methods, first, was to make characteristic equation $|\mathbf{A} - \alpha\mathbf{I}| = 0$; second, was to find roots of characteristic equation or eigenvalues $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$; and third, was to use every eigenvalue α to solve a system of homogenous linear algebra equations $(\mathbf{A} - \alpha\mathbf{I})\mathbf{v} = \mathbf{0}$ to get eigenvector $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n$.

A general solution of the nonhomogenous linear system that have the form $\phi(t) = \phi_c(t) + \phi_p(t)$, where $\phi_c(t)$ was a general solution of the corresponding homogenous linear system and $\phi_p(t)$ was a particular solution of the nonhomogenous linear system. The methods of undetermined coefficients and variation of parameters could be used to find a particular solution of the nonhomogenous linear system.

Systems of n first order simultaneous linear differential equations with constant coefficients had several applications in physics, for example, in mechanics, electric circuits and mixture.