# ABSTRAK

Barisan subnormal dari suatu grup G adalah barisan berhingga subgrup-subgrup dari G, yaitu $H_0$, $H_1$, $H_2$, ..., $H_n$ sedemikian hingga $H_i < H_{i+1}$ dan $H_i$ adalah subgrup normal dari $H_{i+1}$, dengan $H_0 = \{e\}$ dan $H_n = G$. Barisan normal dari suatu grup G adalah barisan berhingga subgrup-subgrup normal dari G, yaitu $H_0$, $H_1$, $H_2$, ..., $H_n$ sedemikian hingga $H_i < H_{i+1}$, $H_0 = \{e\}$ dan $H_n = G$.

Barisan subnormal (normal) $\{K_j\}$ merupakan penghalusan dari barisan subnormal (normal) $\{H_i\}$ dalam grup G jika $\{H_i\} \subseteq \{K_j\}$. Dua barisan subnormal (normal) $\{H_i\}$ dan $\{K_j\}$ dari grup G yang sama dikatakan isomorfik jika keluarga grup-grup faktor $\{H_{i+1}/H_i\}$ dan $\{K_{j+1}/K_j\}$ berkorespondensi satu-satu dan grup faktor yang berkoresponden adalah isomorfik.

Suatu grup dengan elemen identitas e dikatakan sederhana jika grup tersebut tidak mempunyai subgrup normal sejati selain $\{e\}$. Suatu barisan subnormal $\{H_i\}$ dari grup G disebut barisan komposisi jika semua grup faktor $H_{i+1}/H_i$ adalah sederhana. Suatu barisan normal $\{H_i\}$ dari grup G disebut barisan utama jika semua grup faktor $H_{i+1}/H_i$ adalah sederhana.

Suatu subgrup normal M dari grup G dikatakan maksimal jika $M \neq G$ dan tidak ada subgrup normal sejati N dari G yang memuat M sebagai himpunan bagian sejatinya.

Suatu subgrup normal M dari grup G adalah maksimal bila dan hanya bila G/M sederhana, dan dua barisan subnormal (normal) dari suatu grup G

mempunyai penghalusan yang isomorfik. Jadi setiap dua barisan komposisi (utama) dari suatu grup G adalah isomorfik.

Himpunan $Z(G) = \{a \in G / ax = xa, \forall x \in G\}$, yang disebut pusat dari suatu grup G, merupakan subgrup normal dari G. Karena Z(G) adalah subgrup normal dari G, maka dapat dibentuk grup faktor G/Z(G). Jika diberikan homomorfisma kanonik $\phi : G \to G / Z(G)$, maka $\phi^{-1}(Z(G / Z(G))) = Z_1(G)$ adalah subgrup normal dari G, sehingga kita dapat membentuk grup faktor $G / Z_1(G)$. Selanjutnya kita dapat menentukan pusat dari $G / Z_1(G)$ dan mengambil $\phi_1^{-1}$ dari pusat tersebut untuk memperoleh $Z_2(G)$, dan seterusnya. Akibatnya kita dapat membentuk barisan $\{e\} \leq Z(G) \leq Z_1(G) \leq Z_2(G) \leq .....$ yang disebut barisan pusat yang naik dari grup G.

# ABSTRACT

A subnormal series of a group G is a finite sequence $H_0$, $H_1$, $H_2$, ..., $H_n$ of subgroups of G such that $H_i < H_{i+1}$ and $H_i$ is a normal subgroup of $H_{i+1}$ with $H_0 = \{e\}$ and $H_n = G$. A normal series of G is a finite sequence $H_0$, $H_1$, $H_2$, ..., $H_n$ of normal subgroups of G such that $H_i < H_{i+1}$, $H_0 = \{e\}$ and $H_n = G$.

A subnormal (normal) series $\{K_j\}$ is a refinement of a subnormal (normal) series $\{H_i\}$ of a group G if $\{H_i\} \subseteq \{K_j\}$. Two subnormal (normal) series $\{H_i\}$ and $\{K_j\}$ of the same group G are isomorphic if there is a correspondence between the collections of factor groups $\{H_{i+1}/H_i\}$ and $\{K_{j+1}/K_j\}$ such that corresponding factor groups are isomorphic.

A group with identity element e is simple if the group has no proper normal subgroups except $\{e\}$. A subnormal series $\{H_i\}$ of a group G is a composition series if all the factor groups $\{H_{i+1}/H_i\}$ are simple. A normal series $\{H_i\}$ of a group G is a principal series if all the factor groups $\{H_{i+1}/H_i\}$ are simple.

A normal subgroup M of a group G is maximal if $M \neq G$ and there is no proper normal subgroup N of G properly containing M.

A normal subgroup M of a group G is maximal if and only if G/M is simple, and two subnormal (normal) series of a group G have isomorphic refinements. Hence every two composition (principal) series of a group G are isomorphic.

The set $Z(G) = \{a \in G / ax = xa, \forall x \in G\}$, which is called center of a group G, is a normal subgroup of G. Since Z(G) is a normal subgroup of G, then we can form the factor group G / Z(G). If $\phi : G \to G / Z(G)$ is the canonical homomorphism, then $\phi^{-1}(Z(G/Z(G))) = Z_1(G)$ is a normal subgroup of G. So we can form factor group $G/Z_1(G)$. Then we can find the center of $G/Z_1(G)$ and take $\phi_1^{-1}$ of the center to get $Z_2(G)$, and so on. Consequently, we can form a series $\{e\} \le Z(G) \le Z_1(G) \le Z_2(G) \le .....$ which is called the ascending central series of the group G.