ABSTRAK

Teorema Pendekatan Weierstrass mengatakan bahwa untuk setiap fungsi real $f(x)$ yang didefinisikan dan kontinu pada selang tertutup dan terbatas [a,b] dapat didekati secara seragam oleh barisan suku banyak dalam x. Teorema ini dibuktikan dengan tiga cara, yaitu : dengan suku banyak Bernstein, dengan fungsi konvolusi, dan dengan operator linear.

Kemudian Teorema Pendekatan Weierstrass ini diperluas daerah definisinya, dari selang tertutup dan terbatas [a,b] menjadi himpunan kompak $K \subset \mathbf{R}$. Pembuktian teorema ini menggunakan perluasan kontinu suatu fungsi.

Selanjutnya dibahas tentang perumuman Teorema Pendekatan Weierstrass untuk fungsi real dari beberapa variabel real. Pembuktian teorema ini menggunakan teorema yang mengatakan bahwa jika diberikan fungsi bernilai real f yang kontinu pada $E \subset \mathbf{R}^k$ dan jika diberikan dua titik berlainan **q** dan **r** di dalam E, maka terdapat suku banyak $P(x_1, x_2, \ldots, x_k)$ dalam $x_1, x_2, \ldots, x_k$ sedemikian sehingga $P(\mathbf{q}) = f(\mathbf{q})$ dan $P(\mathbf{r}) = f(\mathbf{r})$. Selain itu juga digunakan akibat dari Teorema Pendekatan Weierstrass, yaitu bahwa terdapat barisan suku banyak dalam x $< P_n(x) >$ yang konvergen seragam ke $|x|$ pada $[-a,a]$ dengan $P_n(0) = 0$ untuk setiap $n \in \mathbf{N}$. Teorema ini sangat penting dalam perumuman Teorema Pendekatan Weierstrass.

ABSTRACT

The Weierstrass Approximation Theorem says that for any continous real function defined on a closed and bounded interval [a,b] can be uniformly approximated by a sequence of polynomials in x. This theorem will be proved by three ways, i.e : by Bernstein polynomials, convolution functions, and linear operators.

The domain [a,b] in the Weierstrass Approximation Theorem will be extended to a more general set of **R**, what we call a compact set. For this purpose we will use a concept of continous extention of a function.

Next, we will to discuss the generalization of Weierstrass Approximation Theorem for function of several real variables. To prove this theorem, we introduce a theorem which says, that if f a continous real function defined on a set $E \subset \mathbf{R}^k$ and $\mathbf{q}$ and $\mathbf{r}$ are distinct points of E, then there exists a polynomial $P(x_1, x_2, \ldots, x_k)$ in the real variable $x_1, x_2, \ldots, x_k$ such that $P(\mathbf{q}) = f(\mathbf{q})$ and $P(\mathbf{r}) = f(\mathbf{r})$. The corollary of Weierstrass Approximation Theorem, that there exist a sequence of polynomials in x, $< P_n(x) >$, which converges uniformly to $|x|$ in $[-a,a]$ with $P_n(0) = 0$ for any $n \in N$, will play an important role for this generalization.