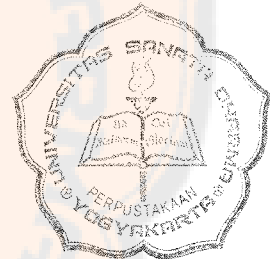


PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

MODEL PERSEDIAAN

SKRIPSI

**Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat
memperoleh gelar Sarjana Pendidikan
Program Studi Pendidikan Matematika**



Oleh :

Yasinta Desi Noersanti

NIM : 951414031

NIRM : 950051120501120029

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS SANATA DHARMA
YOGYAKARTA
2000**

SKRIPSI

MODEL PERSEDIAAN

Oleh :

Yasinta Desi Noersanti


NIM : 951414031

NIRM : 950051120501120029

Telah disetujui oleh :

Pembimbing

tanggal : Oktober 2000



(Drs. B. Susanta)

SKRIPSI

MODEL PERSEDIAAN

Yang dipersiapkan dan disusun oleh :

Yasinta Desi Noersanti
NIM : 951414031
NIRM : 950051120501120029

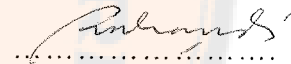
Telah dipertahankan di depan Panitia Penguji
pada tanggal 25 September 2000 dan dinyatakan telah memenuhi syarat

Susunan Panitia Penguji

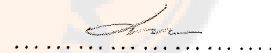
Nama lengkap

Tanda tangan

Ketua : Drs. R. Rohandi, M.Ed.



Sekretaris : Drs. St. Susento, M.Si.



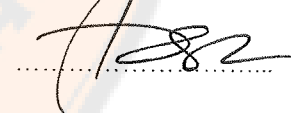
Anggota : Drs. B. Susanta



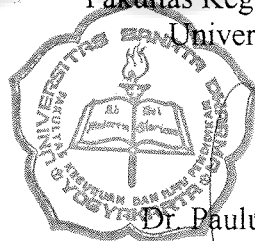
Anggota : Dr. Y. Marpaung

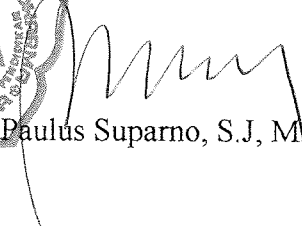


Anggota : Drs. T. Sugiarto, M.T.



Yogyakarta, Oktober 2000
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Universitas Sanata Dharma
Dekan




Dr. Paulus Suparno, S.J, M.S.T

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

...Untuk mendapatkan bibir menawan, ucapkan kata-kata kebaikan, untuk mendapatkan mata yang indah, carilah kebaikan pada diri setiap orang, untuk mendapatkan badan yang langsing, berbagilah makanan dengan mereka yang kelaparan

...Untuk mendapatkan tubuh yang indah, berjalanlah dengan ilmu pengetahuan...

Kecantikan perempuan tidak pada pakaian yang dikenakan, bukan pada kehalusan wajah dan bentuk tubuhnya tetapi pada matanya; cara dia memandang dunia, karena di matanya lah terletak gerbang menuju ke setiap hati manusia, di mana cinta dapat berkembang.

Kupersembahkan untuk :

- Bapak dan Ibu

- Mas Bambang, Mbak Tiwik, Mbak Lia dan Dik Ika

- Yudi

Terima kasih atas doa, dukungan dan cinta kasihnya.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

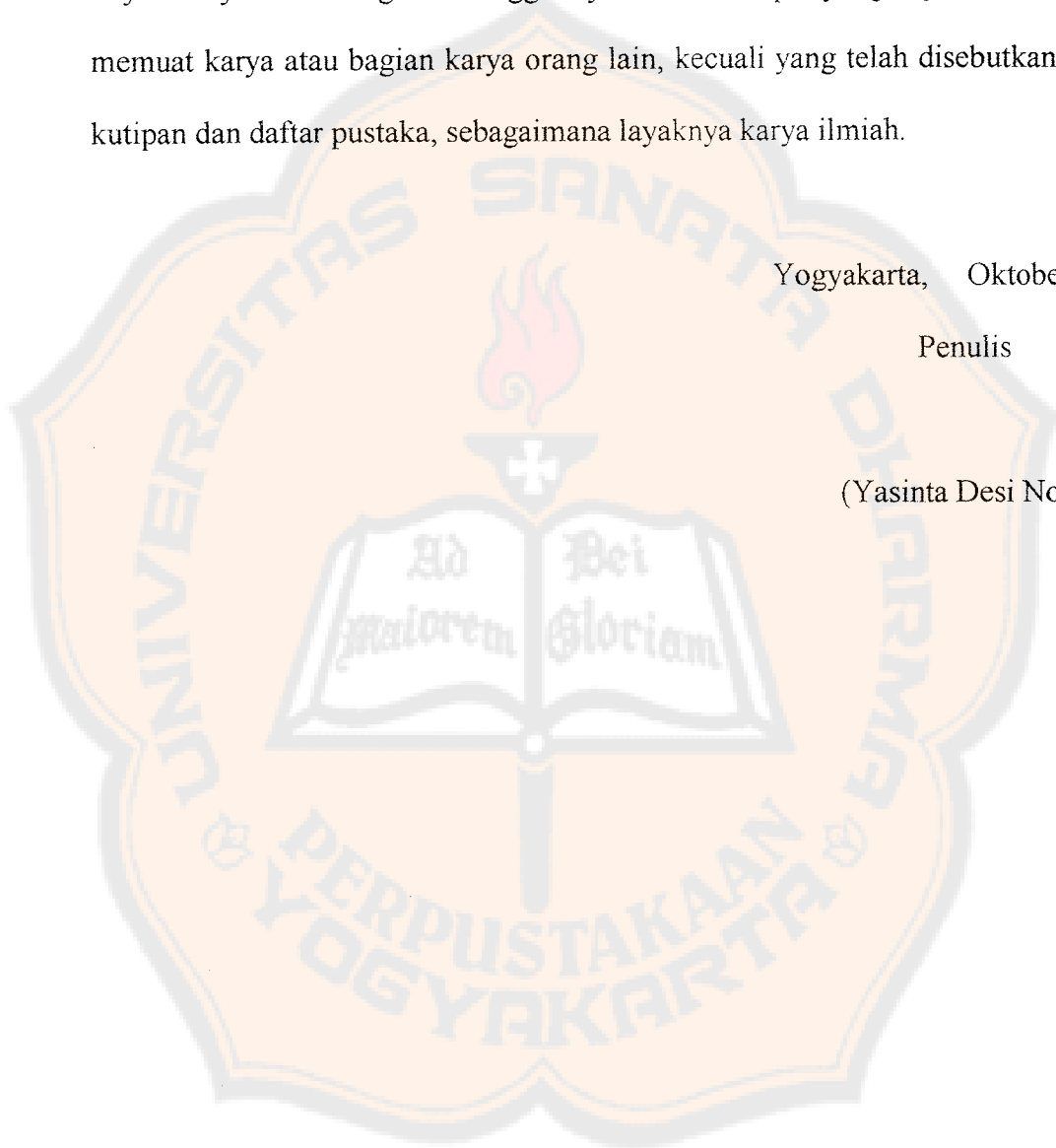
Pernyataan Keaslian Karya

Saya menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang saya tulis ini tidak memuat karya atau bagian karya orang lain, kecuali yang telah disebutkan dalam kutipan dan daftar pustaka, sebagaimana layaknya karya ilmiah.

Yogyakarta, Oktober 2000

Penulis

(Yasinta Desi Norsanti)



ABSTRAK

Persediaan merupakan hal pokok dalam suatu perusahaan dagang/industri. Salah satu permasalahan yang timbul dalam persediaan adalah menentukan berapa unit barang yang harus dipesan dan juga menentukan waktu pemesanan yang optimal. Kedua permasalahan tersebut berkaitan dengan apa yang disebut optimisasi. Oleh karena itu diperlukan model-model pengendalian persediaan sebagai alat bantu yang akan memberikan landasan bagi keputusan yang diambil oleh suatu perusahaan. Ada tiga faktor pokok yang mempengaruhi bentuk dari model persediaan, yaitu permintaan, waktu tunggu dan biaya persediaan. Secara garis besar model persediaan dibedakan berdasarkan jenis permintaan, yaitu model persediaan deterministik dan model persediaan probabilistik. Model persediaan deterministik merupakan model dengan permintaan yang dapat diketahui secara pasti dan konstan untuk saat ini maupun untuk yang akan datang. Model ini dikembangkan menjadi tiga model, yaitu model tanpa kekurangan (model persediaan yang menganggap tidak akan pernah terjadi kekurangan maupun kelebihan persediaan), model dengan kekurangan barang (model persediaan yang memperbolehkan terjadinya kekurangan) dan model dengan perubahan harga (model yang menggambarkan keadaan di mana terjadi perubahan harga satuan). Model probabilistik adalah model dengan permintaan yang tidak dapat diketahui secara pasti untuk keadaan yang akan datang walaupun untuk keadaan sekarang telah diketahui. Model ini diuraikan menjadi model dengan periode tunggal dan model berganda. Model periode tunggal adalah model persediaan yang menganggap bahwa hanya terjadi satu kali pemesanan sedangkan model berganda adalah model persediaan yang dalam suatu periode tertentu terjadi beberapa kali pemesanan. Dari model-model persediaan di atas, model yang paling sederhana adalah model tanpa kekurangan yang memberikan nilai $Q_o = \sqrt{\frac{2\lambda C_s}{C_h \tau}}$. Model persediaan tersebut menjadi dasar dari penyelesaian masalah persediaan.

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Kasih karena atas berkatnya penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.

Penulis dalam menyelesaikan skripsi ini banyak mengalami kesulitan dan hambatan. Namun berkat bantuan, bimbingan dan pengarahan dari beberapa pihak, maka penulis dapat menyelesaikannya. Untuk itu merupakan suatu kebanggaan apabila lewat kesempatan ini penulis dengan kerendahan hati menyampaikan rasa terima kasih yang sedalam-dalamnya kepada :

1. Drs. B. Susanta, selaku dosen pembimbing yang dengan sabar dan kedisiplinannya telah membantu penulis dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini.
2. Drs. St. Susento, M.Si, selaku Kaprodi Pendidikan Matematika dan dosen pembimbing akademik yang telah memberikan dorongan bagi penulis untuk menyelesaikan studi.
3. M. Andy Rudhito, S.Pd, yang telah membantu penulis selama perkuliahan hingga penyusunan skripsi ini.
4. Bapak dan Ibu Dosen, yang telah membantu penulis selama perkuliahan hingga selesainya studi.
5. Sekretariat JPMIPA atas bantuannya.
6. Staf. Perpustakaan USD.
7. Bapak dan Ibu, yang telah memberikan segalanya pada penulis.
8. Pak Joko dan Mbak Tiwik, terima kasih atas pinjaman komputernya.

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

9. Mas Yudi atas doa dan dukungannya.
10. Erni, Ambar, Bertha, Henny, terima kasih atas persahabatan kalian.
11. Semua teman-temanku P. Matematika' 95.
12. Rully, terima kasih atas kursus kilat komputernya.
13. Keluarga Pak Dhe Ponco yang telah memberikan kasih sayangnya selama penulis berada di Yogyakarta.

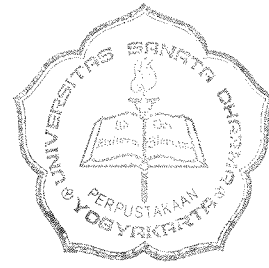
Penulis menyadari bahwa skripsi ini pasti ada kekurangannya oleh karena itu kritik dan saran yang membangun akan penulis terima dengan segala kerendahan hati.

Yogyakarta, Oktober 2000

Penulis

Yasinta Desi Noersanti

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI



DAFTAR ISI

	Halaman
Judul	i
Persetujuan Pembimbing	ii
Pengesahan	iii
Persembahan	iv
Pernyataan Keaslian Karya	v
Abstrak	vi
Kata Pengantar	vii
Daftar Isi	ix
Daftar Gambar	xii
Bab I Pendahuluan	1
A. Alasan Pemilihan Judul	1
B. Latar Belakang	1
C. Ruang Lingkup	3
D. Tujuan Penulisan	4
E. Metode Penulisan	4
F. Materi Prasyarat	4
Bab II Persediaan	6
A. Faktor-faktor Persediaan	7
1. Permintaan	8

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

2. Waktu tunggu	8
3. Biaya persediaan	9
a. Biaya pembelian	9
b. Biaya pemesanan	10
c. Biaya penyimpanan	10
d. Biaya kekurangan	11
B. Persoalan dalam Persediaan	12
Bab III Model Deterministik	14
A. Model EOQ tanpa Kekurangan	16
1. Model tanpa Waktu Tunggu	16
2. Model dengan Waktu Tunggu	22
a. Kasus $t_1 < t$	24
b. Kasus $t_1 \geq t$	25
B. Model EOQ dengan Kekurangan	28
C. Model dengan Perubahan Harga	37
Bab IV Model Probabilistik	45
A. Model Periode Tunggal	47
1. Model tanpa Biaya Pemesanan	48
2. Model dengan Biaya Pemesanan	52

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI

B. Model Berganda	56
1. Model tanpa Biaya Pemesanan	56
2. Model dengan Biaya Pemesanan	61
Bab V Penerapan	69
Kasus I	69
Kasus II	73
Kasus III	77
Bab VI Penutup	80
A. Kesimpulan	80
B. Saran	81
Daftar Pustaka	82

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 1 Bagan pembagian model persediaan	5
Gambar 3.1 Model tanpa waktu tunggu	17
Gambar 3.2 Grafik fungsi biaya	19
Gambar 3.3 Model $t_t < t$	24
Gambar 3.4 Model $t_t \geq t$	25
Gambar 3.5 Model dengan kekurangan	30
Gambar 3.6 Diagram model dengan perubahan harga	41
Gambar 3.7 Grafik fungsi biaya untuk model dengan perubahan harga	42
Gambar 4.1 Model probabilistik	46
Gambar 4.2 Grafik $E\{TC(Q)\}$	50
Gambar 4.3 Grafik $E\{TC(Q)\}$ dan $E\{\overline{TC}(Q)\}$	53
Gambar 4.4 Model berganda tanpa biaya pemesanan	57
Gambar 4.5 Model berganda dengan biaya pemesanan	62

B A B I

PENDAHULUAN

A. Alasan Pemilihan Judul

Persediaan (inventory) pada umumnya merupakan masalah yang pokok dalam bidang ekonomi dan khususnya pada perusahaan. Dalam bidang matematika, persediaan merupakan sub bab dari mata kuliah Riset Operasi, yang tidak secara mendalam dipelajari. Oleh karena itu penulis tertarik untuk membahas masalah persediaan dengan model-model matematika untuk pengambilan keputusan.

B. Latar Belakang

Persediaan diperlukan untuk memenuhi penjualan atau produksi yang akan datang. Persediaan ini berkaitan dengan penyimpanan barang yang cukup yang akan memastikan lancarnya sistem produksi atau kegiatan bisnis. Untuk perusahaan industri, persediaan dikelompokkan menjadi tiga tipe, yaitu persediaan bahan mentah, persediaan barang dalam proses (barang setengah jadi), dan persediaan barang jadi. Sedangkan untuk perusahaan perdagangan, persediaan yang dimiliki hanya terbatas pada persediaan barang dagangan. Baik persediaan barang industri maupun persediaan barang dagang memungkinkan keluwesan perusahaan dalam merencanakan kegiatan penjualan dan kegiatan pembelian (pengendalian persediaan).

Dengan adanya dorongan untuk memiliki persediaan tersebut bukan berarti suatu perusahaan harus menyediakan persediaan dalam jumlah yang besar. Oleh karena itu dari sudut pandang industri dan bisnis, persediaan merupakan faktor penting, karena berpengaruh secara langsung terhadap keuntungan perusahaan.

Adanya persediaan yang terlalu tinggi dibandingkan dengan kebutuhan akan menyebabkan besarnya biaya penyimpanan dan pemeliharaan di gudang, hal ini memperbesar kemungkinan kerugian karena kerusakan dan turunnya kualitas sehingga berakibat turunnya keuntungan perusahaan. Walaupun demikian, persediaan yang tinggi akan meminimumkan kemungkinan perusahaan tidak dapat memenuhi permintaan pelanggan. Tetapi di lain pihak, persediaan yang terlalu sedikit akan menyebabkan terjadinya kekurangan sehingga tidak dapat memenuhi semua permintaan pelanggan yang pada akhirnya juga akan merugikan perusahaan.

Melihat dua kenyataan di atas, maka diperlukan suatu sistem pengendalian. Sekitar tahun 1915, F.W. Harris mengembangkan suatu persamaan tentang jumlah pesanan yang ekonomis yang meminimumkan jumlah biaya total persediaan (yang terdiri dari biaya penyimpanan dan biaya pemesanan) di mana banyaknya permintaan diketahui dengan pasti dan konstan. Karena dalam praktek banyaknya permintaan sukar diketahui dengan pasti maka pengembangan dimulai dengan mencari prosedur yang dapat diterapkan ke dalam situasi di mana permintaan diketahui dengan pasti.

C. Ruang Lingkup

Model persediaan secara garis besar dibedakan menjadi dua, yaitu model deterministik dan model probabilistik. Kedua model tersebut dibedakan menurut jenis permintaan. Baik model deterministik maupun model probabilistik masih dibedakan lagi menjadi beberapa model berdasarkan sifat pemesanan (lihat bagan halaman 5).

Model deterministik dan model probabilistik tersebut dibahas sebagai inti dari penulisan ini.

Dalam Bab II diuraikan faktor-faktor yang mempengaruhi persediaan dan permasalahan yang timbul dalam persediaan.

Pada Bab III dibahas model-model persediaan yang sifatnya deterministik. Model ini meliputi model EOQ tanpa kekurangan (yang diuraikan menjadi model tanpa waktu tunggu dan model dengan waktu tunggu), model EOQ dengan kekurangan dan model EOQ dengan perubahan harga.

Bab IV membahas model probabilistik, yang dikembangkan menjadi model dengan periode tunggal (yang masih dibedakan lagi menjadi model tanpa biaya pemesanan dan model dengan biaya pemesanan), model berganda (yang terbagi menjadi model tanpa biaya pemesanan dan model dengan biaya pemesanan).

Bab V berisi contoh-contoh penerapan dari beberapa model yang telah dibahas. Ada 3 contoh kasus yang dibicarakan pada bab ini.

D. Tujuan Penulisan

Tujuan dari penulisan ini adalah

1. berguna bagi adik-adik tingkat (baik dari jurusan pendidikan matematika atau lainnya) dan pembaca tulisan ini untuk lebih mengenal dan memahami model-model matematika di dalam persediaan.
2. berguna bagi penulis untuk memahami model - model matematika dalam persediaan sebagai wujud terapan matematika yang diterima penulis di bangku kuliah dan perkembangan penulis di masa yang akan datang.

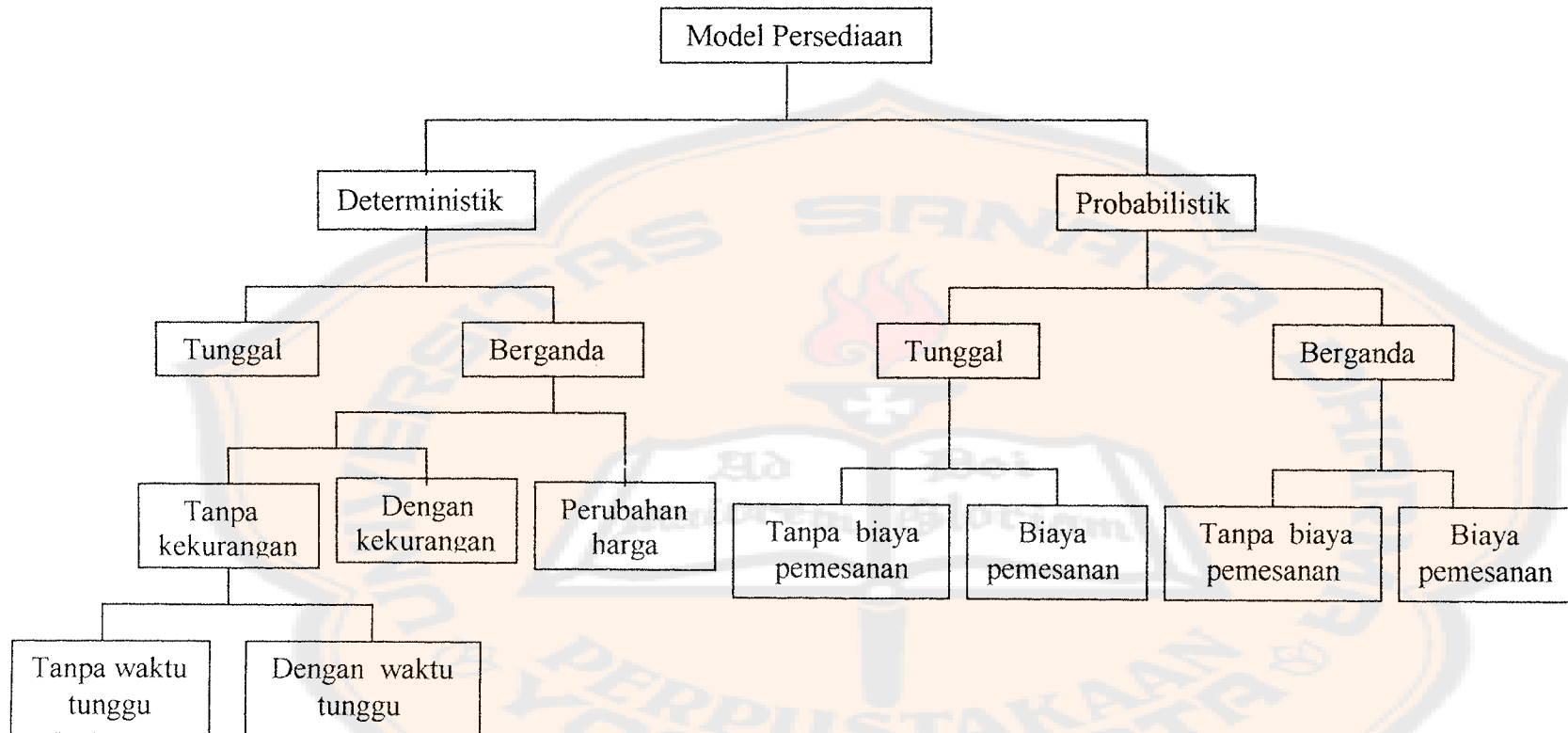
E. Metode Penulisan

Metode penulisan yang digunakan dalam penulisan ini adalah metode studi pustaka.

F. Materi Prasyarat

Beberapa materi yang diperlukan dalam pembahasan adalah geometri, kalkulus dan statistika (teori probabilitas).

PLAGIAT MERUPAKAN TINDAKAN TIDAK TERPUJI



(Gambar 1 Bagan pembagian model persediaan)

B A B II

PERSEDIAAN

Persediaan barang merupakan aktiva yang selalu dalam keadaan berputar, yang secara terus-menerus mengalami perubahan. Persediaan ini berkaitan dengan penyimpanan barang yang cukup yang akan memastikan lancarnya operasi sistem produksi atau kegiatan bisnis.

Dalam bab ini akan dibahas konsep dasar dari persediaan yaitu faktor-faktor yang mempengaruhi persediaan dan persoalan yang timbul dalam persediaan. Namun sebelum membahas hal-hal di atas akan diberikan contoh yang sekiranya dapat membantu dalam pengenalan persediaan.

Contoh :

Nitamayo adalah suatu toko ban terbesar yang berlokasi di Yogyakarta. Toko ini menyediakan berbagai merk ban baik untuk roda dua maupaun roda empat. Toko ini membeli barang-barang tersebut secara langsung dari distributor. Barang-barang tersebut dibeli dalam jumlah yang cukup dan disimpan untuk persediaan untuk jangka waktu tertentu.

Pelanggan-pelanggan toko ini meliputi bengkel kecil atau besar, perusahaan jasa angkutan dan toko-toko onderdil motor. Jika pelanggan membutuhkan 50 pasang ban merk Good Year untuk roda empat dan ternyata persediaan Nitamayo hanya 35 pasang ban maka toko tersebut sanggup untuk memenuhi sisa permintaan tersebut dalam waktu tertentu.

Dengan kebijaksanaan yang dibuat tersebut tentu saja Nitamayo akan menghadapi dua kemungkinan yang terjadi, yaitu pertama bila konsumen mau menunggu berarti terjadi pembelian yang tertunda dan Nitamayo akan segera memesan kembali kepada distributor untuk dapat memenuhi permintaan tersebut. Namun tentu saja hal itu akan menyebabkan bertambahnya biaya pembelian, biaya tagihan telepon dan biaya pengiriman khusus. Kemungkinan yang kedua adalah Nitamayo akan kehilangan penjualan bila konsumen tidak mau menunggu.

Persoalan yang dihadapi Nitamayo adalah bagaimana cara mengatur persediaan sehingga setiap kali ada permintaan, permintaan tersebut segera dapat dipenuhi akan tetapi dengan jumlah biaya persediaan yang harus minimum atau sekecil mungkin. Sebetulnya kalau persediaan ban cukup banyak, misalnya 80 pasang ban, setiap kali ada permintaan dapat dilayani akan tetapi biaya untuk menyimpan ban-ban tersebut sangat mahal karena akan menambah biaya sewa gudang dan biaya pemeliharaan. Dan sebaliknya apabila persediaan terlalu sedikit akan menambah biaya pemesanan untuk dapat memenuhi permintaan konsumen dan juga menyebabkan timbulnya biaya kekurangan / kehabisan persediaan.

A. Faktor-Faktor Persediaan

Pada sub bab ini akan dibahas faktor-faktor penting yang akan menjadi dasar bagi pembahasan model persediaan. Faktor-faktor tersebut masing-masing memiliki sifat tertentu. Sifat-sifat tersebut akan menentukan karakteristik dalam model persediaan.

Faktor-faktor tersebut adalah :

1. Permintaan (demand)
2. Waktu tunggu (lead time)
3. Biaya persediaan (inventory cost)

1. Permintaan

Keputusan persediaan dibuat untuk memenuhi permintaan yang akan datang. Pada dasarnya permintaan dibedakan menjadi dua jenis, yaitu permintaan deterministik dan permintaan probabilistik.

a. Permintaan deterministik

Apabila permintaan yang akan datang diketahui dengan pasti dan tertentu maka permintaan tersebut sifatnya deterministik.

b. Permintaan probabilistik

Apabila permintaan yang akan datang tidak tentu atau tidak diketahui secara pasti sehingga harus ditentukan dengan distribusi probabilitas, maka sifat permintaan adalah probabilistik.

2. Waktu tunggu

Waktu tunggu didefinisikan sebagai selang waktu antara saat pemesanan diajukan hingga saat datangnya pesanan.

Biasanya waktu tunggu ini terjadi ketika perusahaan tidak mempunyai persediaan yang cukup saat pemesanan datang. Waktu tunggu ini dapat bersifat deterministik maupun probabilistik.

3. Biaya persediaan

Biaya persediaan merupakan faktor utama dalam pembentukan model persediaan. Ada beberapa kategori biaya persediaan yang berkaitan dengan penentuan persediaan optimal.

Biaya-biaya tersebut adalah:

- a. biaya pembelian (purchase cost)
- b. biaya pemesanan (set up cost)
- c. biaya penyimpanan (holding cost)
- d. biaya kekurangan / kehabisan persediaan (shortage cost)

Keputusan penentuan persediaan optimal adalah dengan meminimumkan biaya-biaya di atas.

a. Biaya pembelian

Biaya pembelian didefinisikan sebagai harga yang harus dibayar untuk setiap unit barang.

Terdapat dua macam kemungkinan untuk harga barang tersebut, yaitu:

- 1) Harga barang per unit tetap, tanpa melihat jumlah barang yang dibeli.
- 2) Harga barang per unit berubah, kemungkinan ini terjadi jika diberikan potongan harga tertentu (diskon) untuk jumlah tertentu.

b. Biaya pemesanan

Biaya pemesanan adalah biaya yang dikeluarkan setiap melakukan pemesanan. Biaya total pemesanan merupakan fungsi linear naik dari frekuensi pemesanan.

Biaya tersebut terdiri dari :

- 1) biaya selama proses persiapan :
 - a) persiapan-persiapan yang diperlukan untuk pemesanan
 - b) penentuan besarnya kuantitas yang akan dipesan.
- 2) biaya pengiriman pesanan
- 3) biaya penerimaan barang yang dipesan
 - a) pembongkaran dan pemasukan ke gudang
 - b) pemeriksaan barang yang diterima.
- 4) biaya proses pembayaran.

c. Biaya penyimpanan

Biaya penyimpanan adalah biaya yang dikeluarkan karena adanya kegiatan penyimpanan. Biaya penyimpanan merupakan fungsi linear naik dari banyak barang yang disimpan.

Biaya total penyimpanan dapat dinyatakan ke dalam dua cara, yaitu :

1. Biaya penyimpanan yang dinyatakan dalam persentase dari nilai rata-rata persediaan.
2. Biaya penyimpanan per unit barang per unit waktu.

Biaya yang termasuk dalam biaya penyimpanan adalah :

1) biaya uang yang tertanam dalam persediaan

Uang yang ditanamkan pada persediaan sebenarnya dapat ditanamkan pada alternatif lain yang akan memberikan pendapatan tertentu. Pendapatan tertentu dari alternatif lain merupakan biaya yang harus ditanggung bila kita menanamkannya pada persediaan.

2) biaya-biaya gudang

Ruangan yang diperlukan untuk menyimpan persediaan memiliki beban biaya yang harus ditanggung oleh perusahaan. Beban biaya tersebut wujudnya adalah kesempatan untuk disewakan.

3) biaya kerusakan persediaan

Beberapa macam persediaan atau jenis-jenis tertentu dari barang yang disimpan sering mengalami kerusakan. Kerusakan tersebut tentu saja mengakibatkan barang menjadi tidak dapat dipakai, hal itu merupakan nilai yang harus ditanggung oleh perusahaan .

4) biaya asuransi

Apabila barang-barang yang disimpan perlu untuk diasuransikan maka biaya asuransi harus dimasukkan dalam biaya penyimpanan

d. Biaya kekurangan

Biaya kekurangan adalah biaya yang ditanggung ketika kehabisan / kekurangan persediaan untuk sebuah barang yang diperlukan.

Biaya kekurangan terjadi ketika banyak permintaan melebihi besarnya persediaan yang ada.

Biaya kekurangan dibedakan atas :

1) Kasus pembelian lama / tertunda

Kasus pembelian lama terjadi ketika permintaan konsumen tidak terpenuhi dan konsumen mau menunggu untuk mendapatkan barang yang dibutuhkan tersebut.

Biaya ini meliputi:

a) biaya pemberitahuan kepada konsumen (tagihan telepon, surat, ongkos kurir).

b) biaya pengiriman khusus

2) Kasus kehilangan penjualan

Kasus kehilangan penjualan terjadi ketika konsumen tidak mau menunggu saat persediaan habis.

Biaya ini meliputi :

a) biaya yang disebabkan oleh hilangnya kepercayaan konsumen.

b) keuntungan yang hilang karena tidak terjadi penjualan.

B. Persoalan dalam Persediaan

Dari contoh yang telah diberikan di muka, terdapat persoalan yang harus dihadapi oleh suatu perusahaan, yaitu bagaimana cara mengatur persediaan sehingga setiap kali ada permintaan dapat segera dipenuhi akan tetapi dengan

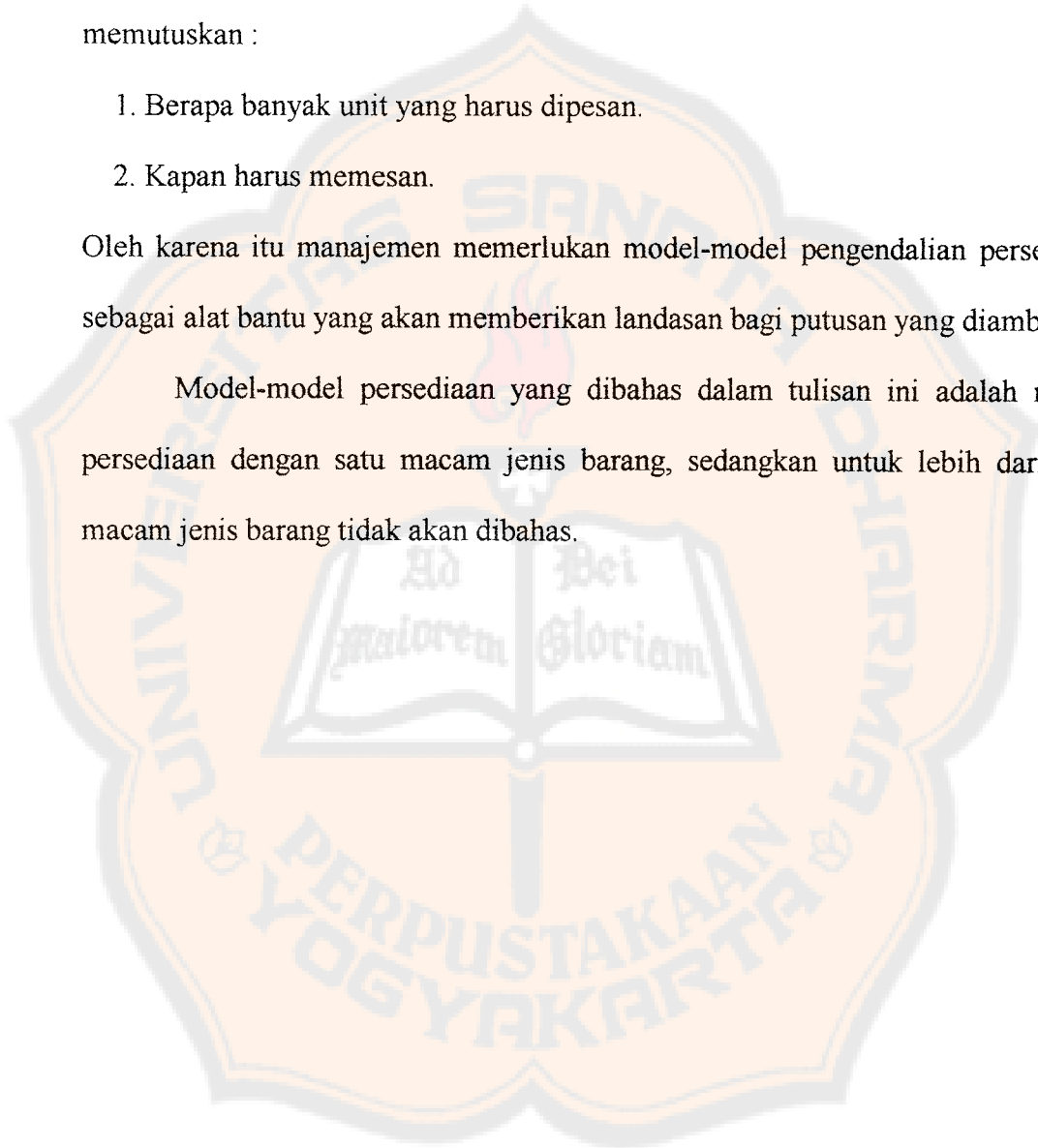
jumlah biaya total persediaan yang minimum. Permasalahan yang dihadapi tersebut merupakan persoalan yang umumnya timbul pada sistem persediaan.

Pada dasarnya persoalan pokok yang dihadapi oleh manajemen adalah memutuskan :

1. Berapa banyak unit yang harus dipesan.
2. Kapan harus memesan.

Oleh karena itu manajemen memerlukan model-model pengendalian persediaan sebagai alat bantu yang akan memberikan landasan bagi putusan yang diambilnya.

Model-model persediaan yang dibahas dalam tulisan ini adalah model persediaan dengan satu macam jenis barang, sedangkan untuk lebih dari satu macam jenis barang tidak akan dibahas.



B A B III

MODEL DETERMINISTIK

Model deterministik dikembangkan berdasarkan anggapan bahwa dengan diketahui informasi yang lengkap tentang objek pada suatu saat tertentu, keadaan objek pada masa mendatang dapat diketahui secara pasti. Anggapan ini mungkin tidak realistis, namun memberikan permulaan yang baik untuk cara kerja pemodelan yang lebih sulit.

Secara garis besar model deterministik dibedakan menjadi dua yaitu model dengan pemesanan tunggal dan model dengan pemesanan berganda. Untuk pemesanan tunggal karena sifatnya sangat sederhana maka tidak diperlukan suatu model matematis untuk merumuskan masalah persediaan. Sedangkan untuk model dengan pemesanan berganda diperlukan model-model matematis.

Dalam bab ini akan dipelajari model-model matematika untuk masalah persediaan dengan permintaan yang diketahui dengan pasti dengan pemesanan berganda. Model-model persediaan yang dibahas adalah model persediaan tanpa kekurangan (yang terbagi menjadi model persediaan tanpa waktu tunggu dan model persediaan dengan waktu tunggu), model persediaan dengan kekurangan dan model persediaan dengan perubahan harga..

Sebelum model-model persediaan di atas dibicarakan, berikut ini diperkenalkan simbol-simbol yang akan digunakan dalam rumus-rumus, yaitu :

τ : panjang periode waktu (periode adalah selang pengamatan yang digunakan oleh suatu perusahaan untuk merencanakan kegiatan yang biasanya terjadi dalam waktu satu tahun).

t : panjang siklus pemesanan (siklus pemesanan adalah selang waktu antara dua pemesanan).

λ : jumlah seluruh unit yang diperlukan dalam periode

Q : jumlah unit yang dipesan pada awal setiap siklus pemesanan

Q_s : tingkat persediaan awal pada setiap siklus pemesanan

C : biaya pembelian per unit

C_s : biaya pemesanan untuk setiap kali pemesanan

C_h : biaya penyimpanan per unit barang per tahun

C_m : biaya kekurangan per unit barang per tahun

TC (Total Cost) : biaya total persediaan.

t_t : waktu tunggu

R : titik pemesanan kembali

Q_o : jumlah pesanan optimal

t_o : panjang siklus pemesanan optimal

R_o : titik pemesanan kembali yang optimal

A. Model EOQ tanpa Kekurangan

Definisi 3.1

Economic Order Quantity (EOQ) atau Jumlah Pesanan yang Ekonomik adalah model persediaan yang digunakan untuk membantu pengambilan keputusan tentang unit yang dipesan dengan meminimumkan biaya total persediaan.

Model persediaan ini disusun dengan anggapan sebagai berikut :

1. Jumlah permintaan diketahui dengan pasti dan konstan.
2. Panjang siklus pemesanan adalah tetap.
3. Pengisian kembali persediaan dilakukan dengan segera dan sekaligus, tidak bertahap.
4. Tidak terjadi kekurangan maupun kelebihan pesediaan.
5. Waktu tunggu diketahui dengan pasti dan konstan.
6. Objek dianggap kontinu.
7. Perubahan atau penyusutan barang per unit waktu dianggap konstan oleh karena itu merupakan fungsi linear.

1. Model tanpa Waktu Tunggu

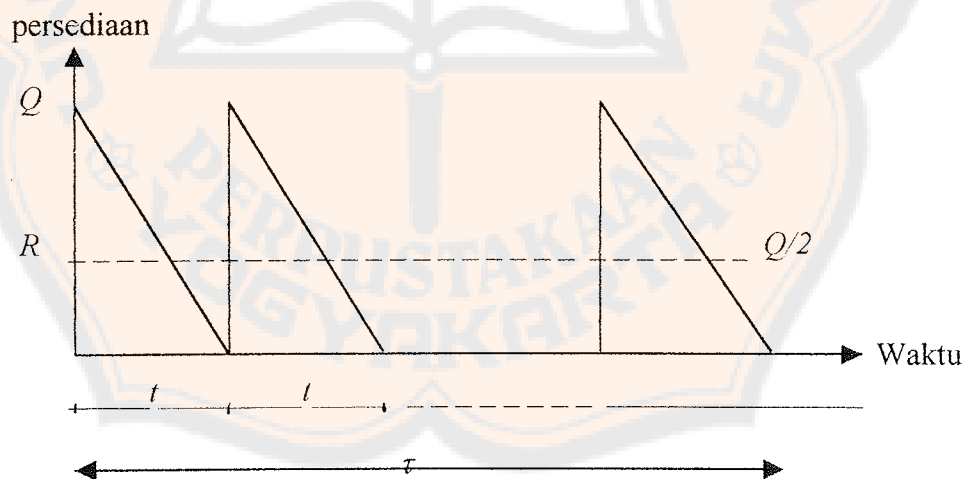
Jika Q unit dipesan untuk setiap pemesanan maka panjang siklus pemesanan adalah

$$t = \frac{\tau}{\lambda} \frac{1}{Q}$$

$$t = \frac{Q}{\lambda} \tau \tag{3.1}$$

Dengan λ adalah jumlah seluruh unit yang diperlukan selama periode waktu τ . Jadi untuk setiap t , jumlah unit dalam persediaan pada awal siklus pemesanan sama dengan Q sehingga dalam periode τ banyak frekuensi pemesanan adalah $\frac{\lambda}{Q}$. Karena dipergunakan maka banyak persediaan semakin lama akan semakin berkurang dan akan mencapai nilai 0, pada saat yang sama pesanan yang baru datang lagi sebanyak Q . Hal ini akan berulang terus selama periode τ . Jadi untuk model persediaan ini tidak mungkin ada kekurangan maupun kelebihan barang sebab persediaan yang baru akan datang setelah persediaan sebelumnya habis (mencapai nol).

Model di atas dapat digambarkan sebagai berikut



(Gambar 3.1 Model tanpa waktu tunggu)

Masalah dalam model persediaan ini adalah menentukan jumlah unit persediaan yang harus dipesan dan kapan waktu pemesanan untuk meminimumkan biaya persediaan.

Biaya persediaan yang relevan untuk model persediaan ini adalah biaya pemesanan dan biaya penyimpanan sedangkan biaya pembelian tidak dimasukkan dalam analisis karena dianggap konstan dan tidak akan berpengaruh pada perhitungan.

Jika C_s adalah biaya pemesanan yang dikeluarkan untuk satu panjang siklus pemesanan, t , maka biaya pemesanan selama periode τ adalah

$$C_s \frac{\lambda}{Q} \quad (3.2)$$

Jika banyak barang per unit waktu (dalam satu siklus) adalah $\frac{Q}{2}t$ dan biaya penyimpanan per unit barang per unit waktu adalah C_h maka biaya penyimpanan rata-rata selama t adalah $\frac{Q}{2} C_h t$

Dengan mensubstitusikan $t = \frac{Q}{\lambda} \tau$ (persamaan 3.1) dan karena dalam periode

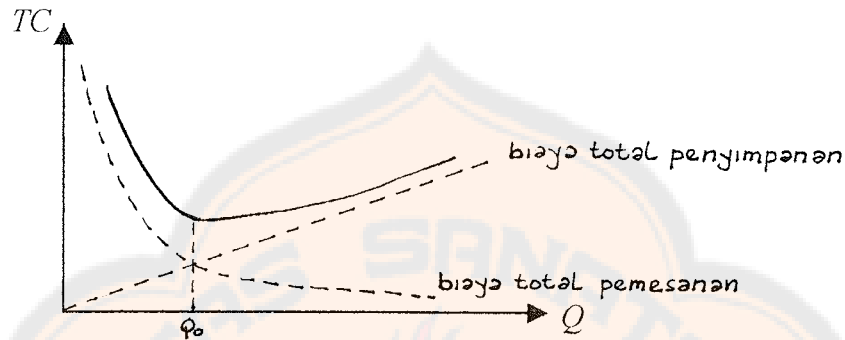
τ terdapat frekuensi pemesanan sebanyak $\frac{\lambda}{Q}$ kali maka biaya penyimpanan selama periode τ adalah

$$\frac{Q}{2} C_h \tau \quad (3.3)$$

Oleh karena itu biaya total persediaan selama periode τ yang dilambangkan sebagai TC dan merupakan fungsi dari Q adalah jumlahan dari biaya pemesanan dan biaya penyimpanan.

$$TC(Q) = C_s \frac{\lambda}{Q} + \frac{Q}{2} C_h \tau \quad (3.4)$$

Gambar 3.2 menunjukkan grafik fungsi biaya total pemesanan, biaya total penyimpanan dan biaya total persediaan.



(Gambar 3.2 Grafik fungsi biaya)

Tampak bahwa biaya penyimpanan akan naik seiring dengan pertambahan barang yang disimpan sedangkan biaya pemesanan akan semakin kecil dengan semakin besar jumlah barang yang dipesan. Karena dipengaruhi besar kecilnya Q maka biaya penyimpanan merupakan fungsi linear naik dari Q dan biaya pemesanan merupakan fungsi pecah dari Q .

Penyelesaian dari masalah persediaan untuk mendapatkan unit persediaan yang optimal (Q_0) dicari dengan cara meminimumkan biaya total persediaan.

Fungsi TC terdiferensialkan untuk semua $Q > 0$, sehingga

$$\frac{dTC}{dQ} = 0$$

$$= -C_s \frac{\lambda}{Q^2} + \frac{C_h \tau}{2} = 0$$

$$= \frac{C_h \tau}{2} - C_s \frac{\lambda}{Q^2} = 0$$

$$Q_0 = \sqrt{\frac{2\lambda C_s}{C_h \tau}} \tag{3.5}$$

Dari hitungan, nilai Q_o diperoleh pada saat nilai fungsi biaya pemesanan sama dengan nilai fungsi biaya penyimpanan, hal tersebut dapat digunakan untuk mencari Q_o selain menggunakan derivatif dari $TC(Q)$.

Karena $\frac{d^2TC(Q)}{dQ^2} = \frac{2\lambda C_s}{Q^3} > 0$ untuk semua $Q > 0$ maka Q_o menjadikan $TC(Q)$ minimum.

Q_o atau jumlah unit yang harus dipesan inilah yang sering disebut sebagai jumlah pesanan ekonomik.

Setelah Q_o diperoleh, permasalahan untuk model persediaan ini adalah menentukan kapan harus melakukan pemesanan. Pemesanan dilakukan dengan menentukan panjang siklus pemesanan yang optimal yang diukur dengan waktu, yaitu

$$\begin{aligned} t_o &= \frac{\tau Q_o}{\lambda} \\ &= \sqrt{\frac{2C_s \tau}{\lambda C_h}} \end{aligned} \tag{3.6}$$

Selanjutnya biaya total persediaan yang minimum adalah

$$\begin{aligned} TC(Q_o) &= C_s \frac{\lambda}{Q_o} + \frac{Q_o}{2} C_h \tau \\ &= C_s \frac{\lambda}{\sqrt{\frac{2\lambda C_s}{C_h \tau}}} + \frac{\sqrt{\frac{2\lambda C_s}{C_h \tau}}}{2} C_h \tau \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2\lambda C_s}{\sqrt{\frac{2\lambda C_s}{C_h \tau}}} \\
 &= \sqrt{2\lambda C_s C_h \tau} \qquad (3.7)
 \end{aligned}$$

Contoh 3.1:

Perusahaan cat “Gemerlap” akan memperbaiki cara pengaturan suplai cat guna keperluan pengecatan mobil. Jumlah permintaan cat per tahun 5540 unit, dengan biaya pemesanan Rp.7.300,00 setiap kali memesan dan biaya penyimpanan Rp.1.680,00 per unit per tahun.

- a. Berapa jumlah cat yang harus dipesan per pemesanan ?
- b. Berapa panjang siklus pemesanan ?
- c. Berapa jumlah biaya total persediaan agar diperoleh biaya yang minimum ?

Jawab :

Dari informasi di atas diperoleh data sebagai berikut :

$$\lambda = 5540 \text{ unit / tahun}$$

$$C_s = \text{Rp.}7.300,00 \text{ per pesanan}$$

$$C_h = \text{Rp.} 1.680,00/\text{unit /tahun}$$

$$\tau = 1 \text{ tahun}$$

Penyelesaian :

a. Dengan (3.5) :

$$Q_o = \sqrt{\frac{2\lambda C_s}{C_h \tau}} = \sqrt{\frac{2(5540)(7300)}{(1680)1}} = 219$$

Jadi jumlah cat yang harus dipesan adalah 219 unit

b. Dengan (3.6) diperoleh :

$$t_o = \sqrt{\frac{2C_s\tau}{\lambda C_h}} = \sqrt{\frac{2(7300)1}{(5540)(1680)}} = 0,04$$

Jadi panjang siklus pemesanan adalah 0,04 tahun.

c. Dengan (3.7) :

$$TC(Q_o) = \sqrt{2\lambda C_s C_h \tau} = \sqrt{2(5540)(7300)(1680)1} = 368.626$$

Jadi biaya total persediaan selama satu tahun adalah Rp.368.626,00

Cara lain mencari Q_o adalah dengan menyamakan biaya pemesanan (3.2) dengan biaya penyimpanan (3.3), yaitu :

$$C_s \frac{\lambda}{Q} = \frac{Q}{2} C_h \tau$$

$$(7300) \frac{5540}{Q} = \frac{Q}{2} (1680)(1)$$

$$40.442.000 = 840 Q^2$$

$$Q^2 = \frac{40.442.000}{840}$$

$$Q_o = 219$$

Yang ternyata nilai Q_o yang diperoleh sama dengan nilai Q_o yang dihasilkan menggunakan (3.5).

2. Model dengan Waktu Tunggu

Dalam suatu pemesanan seringkali barang-barang yang dipesan tidak langsung dikirimkan melainkan memerlukan selang waktu. Adanya waktu tunggu

(t_i) ini tidak akan mempengaruhi jumlah pemesanan yang optimal tetapi akan berpengaruh pada pemesanan ulang.

Definisi 3.2

Titik pemesanan ulang (reorder point) adalah tingkat persediaan (banyak barang) yang menunjukkan saat di mana harus dilakukan pemesanan kembali.

Apabila waktu tunggu sama dengan nol maka pemesanan harus segera dibuat ketika persediaan habis. Situasi ini dapat dilihat pada model EOQ tanpa waktu tunggu (halaman 16). Model ini menganggap tidak ada waktu tunggu antara keputusan untuk memesan dengan datangnya pesanan, maka saat pemesanan kembali akan tepat sama dengan saat datangnya pesanan dan habisnya persediaan. Tetapi apabila waktu tunggu tidak sama dengan nol atau model persediaan mempertimbangkan waktu tunggu lebih besar daripada nol maka pemesanan dibuat dengan mempertimbangkan kebutuhan selama waktu tunggu.

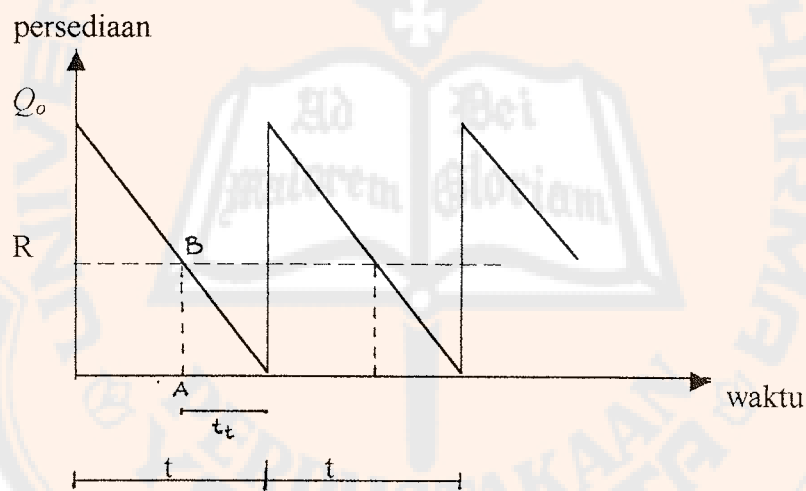
Waktu tunggu dalam model persediaan yang akan dibahas dianggap telah diketahui sebelumnya dan ada dua kemungkinan yang akan ditinjau yaitu waktu tunggu lebih kecil daripada panjang siklus pemesanan ($t_i < t$) dan waktu tunggu lebih besar atau sama dengan panjang siklus pemesanan ($t_i \geq t$).

Seperti telah dikemukakan di atas bahwa waktu tunggu akan berpengaruh pada pemesanan ulang, dengan demikian yang menjadi permasalahan dalam model persediaan yang mempertimbangkan waktu tunggu adalah menentukan banyak persediaan pada saat pemesanan harus dibuat kembali untuk menghindari

timbulnya kekosongan dalam stok pada awal siklus berikutnya atau dengan kata lain menentukan di mana pemesanan ulang harus dilakukan.

a. Kasus $t_t < t$

Pada setiap siklus pemesanan, persediaan akan datang sebesar Q_o . Jumlah ini akan digunakan selama t . Jadi rata-rata persediaan selama t adalah $\frac{Q_o}{t}$. Model EOQ menganggap bahwa rata-rata persediaan bersifat deterministik dan tetap sehingga rata-rata persediaan selama waktu tunggu (t_t) sama dengan rata-rata persediaan selama t . Hubungan tersebut dapat dilihat pada gambar berikut :



(Gambar 3.3 Model $t_t < t$)

Dari gambar 3.3 terlihat bahwa

$$\frac{Q_o}{t} = \frac{AB}{t_t} \tag{3.8}$$

AB adalah kebutuhan selama waktu tunggu, jadi dari (3.8) diperoleh

$$AB = \frac{Q_o}{t} t_t \tag{3.9}$$

karena $\frac{\tau Q_o}{t} = \lambda$ dan $AB = R_o$ maka persamaan (3.9) menjadi

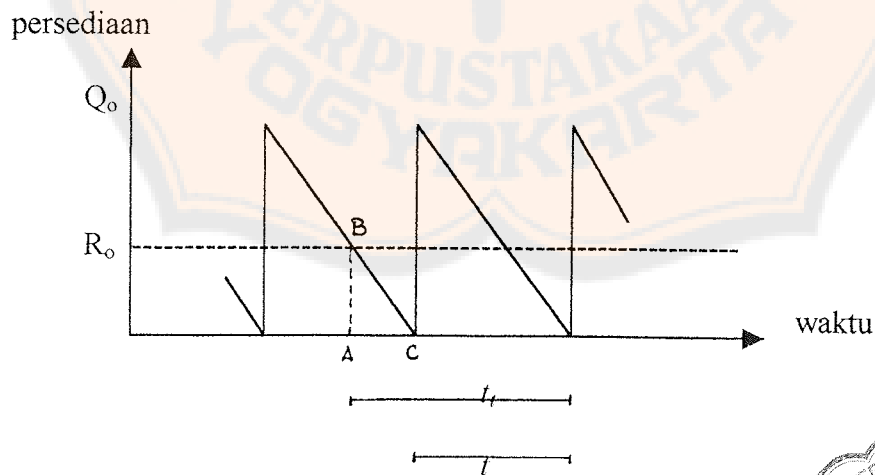
$$R_o = \frac{\lambda}{\tau} t_t \tag{3.10}$$

Karena waktu tunggu (t_t) lebih kecil dari panjang siklus pemesanan maka akibatnya kebutuhan selama waktu tunggu kurang dari Q_o . Dengan demikian pada saat persediaan mencapai $\frac{\lambda}{\tau} t_t$, pemesanan harus segera dibuat agar pada saat persediaan itu habis datanglah pesanan tersebut. Pada gambar (3.3) tinggi titik B menunjukkan tingkat persediaan pada saat pemesanan harus segera dilakukan.

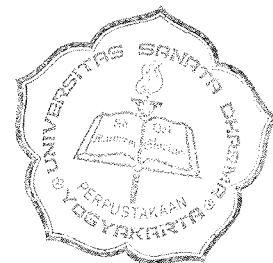
b. Kasus $t_t \geq t$

Selanjutnya akan dibicarakan kasus dengan waktu tunggu (t_t) lebih besar atau sama dengan panjang siklus pemesanan (t).

Situasi tersebut dapat dilihat pada gambar di bawah ini :



(Gambar 3.4 Model $t_t \geq t$)



Karena waktu tunggu lebih besar daripada panjang siklus pemesanan maka waktu tunggu yang efektif dianggap sebagai $(t_r - nt)$, dengan n bilangan bulat terbesar yang kurang atau sama dengan $\frac{t_r}{t}$.

Seperti pada kasus $t_r < t$, rata-rata persediaan selama waktu tunggu adalah sama dengan rata-rata persediaan selama t , maka

$$\frac{AB}{AC} = \frac{Q_o}{t} \tag{3.11}$$

Karena $AC = (t_r - nt)$ maka persamaan (3.11) menjadi

$$\frac{AB}{t_r - nt} = \frac{Q_o}{t}$$

sehingga $AB = \frac{Q_o}{t} (t_r - nt)$

$$= \frac{Q_o}{t} t_r - nQ_o$$

$$AB = \frac{\lambda}{\tau} t_r - nQ_o \tag{3.12}$$

Karena $AB = R_o$ maka persamaan (3.12) menjadi

$$R_o = \frac{\lambda}{\tau} t_r - nQ_o \tag{3.13}$$

Dengan demikian pada saat persediaan mencapai $\frac{\lambda}{\tau} t_r - nQ_o$, pemesanan harus segera dilakukan kembali dan ini terjadi pada siklus pemesanan sebelumnya untuk menghindari kekurangan pada siklus berikutnya.

Rumus (3.13) dapat juga digunakan untuk kasus $t_i < t$, karena nilai n dalam kasus tersebut sama dengan nol. Dengan demikian (3.10) merupakan kejadian khusus dari (3.13).

Contoh 3.2 :

Sebuah toko pakaian menghitung permintaan terutama untuk pakaian wanita sebesar 1500 unit per tahun. Biaya pemesanan untuk setiap kali memesan adalah Rp.5.500,00 dan biaya penyimpanan adalah Rp.425,00 per unit per tahun. Jika waktu tunggu adalah 3 minggu, kapan toko tersebut harus memesan kembali agar kebutuhan toko tersebut terpenuhi dan jika waktu tunggu diganti menjadi 2 bulan, pada saat persediaan mencapai berapa harus dilakukan pemesanan kembali ?

Jawab :

Diketahui data sebagai berikut:

$$\lambda = 1500 \text{ unit per tahun}$$

$$C_s = \text{Rp.}5500,00 \text{ tiap kali memesan}$$

$$C_h = \text{Rp.}425,00 \text{ per unit per tahun}$$

Penyelesaian :

Tentukan Q_o menggunakan (3.5) :

$$Q_o = \sqrt{\frac{2\lambda C_s}{C_h \tau}} = \sqrt{\frac{2(1500)(5500)}{(425)(1)}} = 197$$

Dengan (3.6) diperoleh :

$$t_o = \sqrt{\frac{2C_s\tau}{\lambda C_h}} = \sqrt{\frac{2(5500)(1)}{(1500)(425)}} = 0,13$$

Untuk $t_t = 3$ minggu = 0,05 tahun (kasus $t_t < t$)

$$\begin{aligned} R_o &= \frac{\lambda}{\tau} t_t - nQ_o \quad (3.13) \\ &= \frac{1500}{1} (0,05) - 0(197) = 75 \end{aligned}$$

Jadi untuk $t_t = 3$ minggu pemesanan kembali dilakukan pada saat persediaan mencapai 75 unit.

Untuk $t_t = 2$ bulan = 0,16 tahun (kasus $t_t \geq t$)

$$\begin{aligned} R_o &= \frac{\lambda}{\tau} t_t - nQ_o \\ &= \frac{1500}{1} (0,16) - \left(\frac{0,16}{0,13} \right) (197) = 240 - 197 = 43 \end{aligned}$$

Dan untuk waktu tunggu, $t_t = 2$ bulan pemesanan dilakukan pada saat persediaan mencapai 43 unit.

B. Model EOQ dengan Kekurangan

Permintaan pelanggan ada kalanya lebih besar daripada persediaan barang yang ada sehingga persediaan barang tersebut tidak dapat mencukupi kebutuhan pelanggan. Dalam model yang terdahulu, kekurangan barang tidak akan pernah terjadi. Hal ini disebabkan karena persediaan baru akan datang tepat pada saat persediaan habis, sedangkan dalam model yang akan dipelajari, sistem persediaan

akan mengalami kekurangan/kehabisan persediaan sebelum persediaan baru datang. Kekurangan barang dalam persediaan akan menyebabkan tertundanya pemenuhan permintaan atau pembatalan permintaan (dalam tulisan ini, untuk kasus pembatalan permintaan tidak dibahas). Model EOQ dengan kekurangan merupakan perluasan dari model sebelumnya, yaitu model EOQ-tanpa kekurangan, sehingga anggapan yang akan digunakan tidak banyak berbeda. Perbedaannya bahwa anggapan no.1 (halaman 16) walaupun dapat diketahui dengan pasti namun tidak dapat dipenuhi seluruhnya. Oleh karena itu anggapan no.4 tidak berlaku untuk model ini sehingga menimbulkan biaya kekurangan. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa kekurangan bukan merupakan hal yang tak terduga tetapi memang sengaja direncanakan. Situasi tersebut biasanya terjadi bila harga per unit barang sangat tinggi yang akan menyebabkan tingginya biaya persediaan atau karena suatu kendala (terbatasnya gudang atau kapasitas alat angkut) maka perusahaan sengaja memesan barang lebih kecil dari pesanan yang optimal. Gambar 3.5 memperlihatkan situasi model persediaan dengan kekurangan.

kekurangan, biaya pembelian dianggap konstan sehingga tidak dimasukkan dalam analisis perhitungan.

1. Biaya pemesanan

Biaya pemesanan diperoleh dari perkalian antara biaya setiap kali melakukan pemesanan (C_s) dengan banyak frekuensi pemesanan dalam suatu periode. Karena dalam periode τ terdapat frekuensi pemesanan sebanyak $\frac{\lambda}{Q}$ kali maka biaya pemesanan selama periode τ adalah

$$C_s \frac{\lambda}{Q} \tag{3.16}$$

2. Biaya penyimpanan

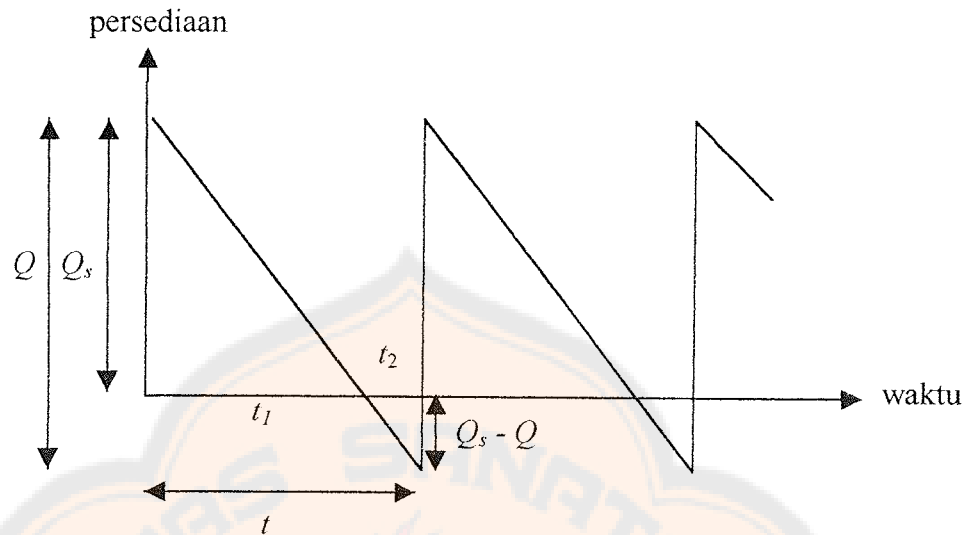
Biaya penyimpanan merupakan perkalian antara biaya penyimpanan per unit barang dengan persediaan rata-rata. Persediaan awal sebesar Q_s akan mencapai nol setelah waktu t_1 , sehingga banyak barang selama t_1 adalah $\frac{1}{2} Q_s$.

Jika C_h biaya penyimpanan maka $\frac{1}{2} Q_s C_h t_1$ adalah biaya penyimpanan selama t_1 .

Karena $t_1 = \frac{Q_s}{Q} t$ dan $t = \frac{Q}{\lambda} \tau$, maka

Biaya penyimpanan selama t_1 adalah

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} Q_s C_h \frac{Q_s}{Q} \frac{Q}{\lambda} \tau \\ & = \frac{Q_s^2}{2\lambda} C_h \tau \end{aligned} \tag{3.17}$$



(Gambar 3.5 Model EOQ dengan kekurangan)

Andaikan Q jumlah permintaan dan Q_s adalah tingkat persediaan awal pada setiap siklus pemesanan t , $t = t_1 + t_2$ (t_1 adalah tenggang waktu saat persediaan tersedia dan t_2 adalah tenggang waktu saat persediaan tidak tersedia) maka terdapat kekurangan sebesar $Q - Q_s$ yang dapat dipenuhi setelah t_2 pada awal pesanan berikutnya, t_1 dan t_2 dapat dicari menggunakan hubungan geometri (segitiga yang similar) sehingga diperoleh

$$t_1 = \frac{Q_s}{Q} t \tag{3.14}$$

$$t_2 = \frac{Q - Q_s}{Q} t \tag{3.15}$$

Model persediaan ini mempunyai akibat atau konsekuensi yang menyertainya, yaitu timbulnya biaya yang harus ditanggung akibat adanya kekurangan persediaan. Adapun biaya-biaya yang timbul adalah biaya pemesanan, biaya penyimpanan dan biaya kekurangan. Seperti pada model EOQ tanpa

Oleh karena $\frac{\lambda}{Q}$ adalah frekuensi pemesanan selama periode τ maka biaya

penyimpanan selama periode τ adalah

$$\frac{Q_s^2}{2Q} C_h \tau \quad (3.18)$$

3. Biaya kekurangan

Biaya kekurangan dapat dicari dengan cara yang sama seperti mencari biaya penyimpanan, yaitu biaya kekurangan per unit dikalikan dengan banyak barang yang kurang. Banyak permintaan yang tidak dapat dipenuhi adalah sebesar $Q - Q_s$, sehingga rata-rata kekurangan barang selama tenggang waktu t_2 adalah

$$\frac{1}{2} (Q - Q_s).$$

Jika C_m adalah biaya kekurangan per unit maka biaya kekurangan selama t_2

$$\text{adalah } \frac{1}{2} (Q - Q_s) C_m t_2$$

Karena $t_2 = \frac{Q - Q_s}{Q} t$ dan $t = \frac{Q}{\lambda} \tau$, maka

Biaya kekurangan selama t_2

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} (Q - Q_s) C_m \frac{Q - Q_s}{Q} \frac{Q}{\lambda} \tau \\ &= \frac{(Q - Q_s)^2}{2\lambda} C_m \tau \end{aligned} \quad (3.19)$$

Oleh karena $\frac{\lambda}{Q}$ adalah frekuensi pemesanan selama periode τ maka biaya

kekurangan selama periode τ adalah

$$\frac{(Q - Q_s)^2}{2Q} C_m \tau \quad (3.20)$$

Dengan demikian biaya total persediaan (TC) dengan variabel bebas Q dan Q_s untuk model persediaan yang memperhitungkan kemungkinan kekurangan barang dapat dihitung dengan menggunakan rumus sebagai berikut :

$$TC(Q, Q_s) = C_s \frac{\lambda}{Q} + \frac{Q_s^2}{2Q} C_h \tau + \frac{(Q - Q_s)^2}{2Q} C_m \tau \quad (3.21)$$

TC yang merupakan fungsi dari Q dan Q_s harus diminimumkan untuk memperoleh nilai optimum bagi Q dan Q_s . Jadi TC harus diturunkan secara parsial terhadap Q dan terhadap Q_s dan kemudian menyamakannya dengan nol.

$$\frac{\partial TC}{\partial Q_s} = -C_s \frac{\lambda}{Q^2} - \frac{Q_s^2}{2Q^2} C_h \tau + \frac{(Q^2 - Q_s^2)}{2Q^2} C_m \tau = 0$$

$$\frac{(Q^2 - Q_s^2)}{2Q^2} C_m \tau = C_s \frac{\lambda}{Q^2} + \frac{Q_s^2}{2Q^2} C_h \tau$$

$$Q^2 - Q_s^2 = \frac{2C_s \lambda}{C_m \tau} + \frac{Q_s^2 C_h}{C_m}$$

$$Q^2 = Q_s^2 + \frac{2C_s \lambda}{C_m \tau} + \frac{Q_s^2 C_h}{C_m} \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial TC}{\partial Q} = \frac{Q_s}{Q} C_h \tau - \frac{(Q - Q_s)}{Q} C_m \tau = 0$$

$$\frac{Q_s}{Q} C_h \tau - C_m \tau + \frac{Q_s}{Q} C_m \tau = 0$$

$$Q_s (C_h + C_m) = C_m Q$$

$$Q_s = \frac{C_m Q}{C_h + C_m} \quad (3.23)$$

Persamaan 3.22 dan 3.23 merupakan dua persamaan dalam variabel Q dan Q_s , oleh karena itu persamaan 3.22 dan persamaan 3.23 harus diselesaikan bersama untuk mendapatkan Q optimal dan Q_s optimal.

$$Q^2 = Q_s^2 + 2 \frac{C_s \lambda}{C_m \tau} + Q_s^2 \frac{C_h}{C_m}$$

$$Q^2 = \left(\frac{C_m Q}{C_h + C_m} \right)^2 + \frac{2C_s \lambda}{C_m \tau} + \left(\frac{C_m Q}{C_h + C_m} \right)^2 \frac{C_h}{C_m}$$

$$Q^2 (C_h + C_m)^2 C_m \tau = C_m^3 Q^2 \tau + 2C_s \lambda (C_h + C_m)^2 + C_m^2 Q^2 C_h \tau$$

$$Q^2 (C_h + C_m)^2 C_m \tau = Q^2 C_m^2 \tau (C_h + C_m) + 2\lambda C_s (C_h + C_m)^2$$

$$Q^2 \tau ((C_h + C_m)^2 C_m - C_m^2 (C_h + C_m)) = 2\lambda C_s (C_h + C_m)^2$$

$$Q^2 \tau (C_h^2 C_m + C_h C_m^2) = 2\lambda C_s (C_h + C_m)^2$$

$$Q^2 = \frac{2\lambda C_s (C_h + C_m)^2}{\tau C_h C_m (C_h + C_m)}$$

$$= \frac{2\lambda C_s (C_h + C_m)}{\tau C_h C_m}$$

sehingga diperoleh Q optimal, yaitu

$$Q_o = \sqrt{\frac{2\lambda C_s}{\tau C_h}} \sqrt{\frac{C_h + C_m}{C_m}} \tag{3.24}$$

dan Q_s optimal

$$Q_s = \frac{C_m \sqrt{\frac{2\lambda C_s}{\tau C_h}} \sqrt{\frac{C_h + C_m}{C_m}}}{C_h + C_m}$$

$$Q_{s_o} = \sqrt{\frac{2\lambda C_s}{\tau C_h}} \sqrt{\frac{C_m}{C_h + C_m}} \tag{3.25}$$

Panjang siklus pemesanan optimal dari model persediaan ini diperoleh dengan mensubstitusikan persamaan 3.24 ke persamaan 3.1, sehingga diperoleh

$$t_o = \sqrt{\frac{2\tau C_s}{\lambda C_h}} \sqrt{\frac{C_h + C_m}{C_m}} \quad (3.26)$$

Sedangkan biaya total persediaan yang minimum diperoleh dari persamaan 3.24 dan 3.25 yang disubstitusikan ke persamaan 3.21

$$\begin{aligned} TC(Q, Q_s) &= C_s \frac{\lambda}{Q} + \frac{Q_s^2}{2Q} C_h \tau + \frac{(Q - Q_s)^2}{2Q} C_m \tau \\ &= \frac{2C_s \lambda + Q_s^2 C_h \tau + Q^2 C_m \tau - 2QQ_s C_m \tau + Q_s^2 C_m \tau}{2Q} \\ &= \frac{2C_s \lambda + (C_h + C_m) Q_s^2 \tau + Q^2 C_m \tau - 2QQ_s C_m \tau}{2Q} \\ &= \frac{2\lambda C_s + \frac{2\lambda C_s C_m}{C_h} + \frac{2\lambda C_s (C_h + C_m)}{C_h} - 2 \frac{(2\lambda C_s C_m)}{C_h}}{2Q} \\ &= \frac{2\lambda C_s}{Q} \\ &= \frac{2\lambda C_s}{\sqrt{\frac{2\lambda C_s}{C_h \tau} \sqrt{\frac{C_h + C_m}{C_m}}}} \\ &= \frac{C_h \tau \sqrt{\frac{2\lambda C_s}{C_h \tau} \sqrt{\frac{C_h + C_m}{C_m}}}}{\frac{C_h + C_m}{C_m}} \\ &= \sqrt{2\lambda C_s C_h \tau} \sqrt{\frac{C_h + C_m}{C_m} \left(\frac{C_m}{C_h + C_m} \right)} \end{aligned}$$

sehingga diperoleh

$$TC(Q_o, Q_{s_o}) = \sqrt{2\lambda C_s C_h \tau} \sqrt{\frac{C_m}{C_h + C_m}} \quad (3.27)$$

setelah diuji dengan syarat cukup ternyata biaya total persediaan tersebut minimum.

Contoh 3.3 :

Toya adalah sebuah distributor minuman (sirup), menandatangani kontrak atas permintaan sebuah supermarket untuk mengirim 24000 botol sirup per tahun. Apabila jumlah permintaan tersebut tidak dapat dipenuhi semuanya atau masih ada kekurangan maka biaya kekurangan yang dikenai sebesar Rp.1.575,00 per unit tiap tahun. Diketahui biaya penyimpanan per unit adalah Rp.2.275,00 per tahun dan biaya pemesanan tiap kali memesan adalah Rp.9.950,00. Berapa tingkat persediaan optimal untuk setiap awal siklus pemesanan guna menekan biaya sampai sekecil-kecilnya ?

Jawab :

Dari keterangan di atas diperoleh data sebagai berikut :

$$\lambda = 24.000 \text{ /tahun}$$

$$C_m = \text{Rp.1.575,00/unit/tahun}$$

$$C_h = \text{Rp.2.275,00/unit/tahun}$$

$$C_s = \text{Rp.9.950,00/pesanan}$$

$$\tau = 1 \text{ tahun}$$

Penyelesaian :

Dengan (3.24) diperoleh :

$$Q_o = \sqrt{\frac{2\lambda C_s}{\tau C_h} \frac{C_h + C_m}{C_m}} = \sqrt{\frac{2(24000)(9950)}{1(2275)}} \sqrt{\frac{2275 + 1575}{1575}} = 505$$

Hitung t_o menggunakan (3.26) :

$$t_o = \sqrt{\frac{2\tau C_s}{\lambda C_h} \frac{C_h + C_m}{C_m}} = \sqrt{\frac{2(1)(9950)}{(24000)(2275)}} \sqrt{\frac{2275 + 1575}{1575}} = 0,03$$

Dengan (3.25), hitung :

$$Q_{s_o} = \sqrt{\frac{2\lambda C_s}{\tau C_h} \frac{C_m}{C_h + C_m}} = \sqrt{\frac{2(24000)(9950)}{1(2275)}} \sqrt{\frac{1575}{2275 + 1575}} = 293$$

Tentukan biaya total persediaan dengan (3.27) :

$$\begin{aligned} TC(Q_o, Q_{s_o}) &= \sqrt{2\lambda C_s C_h \tau} \sqrt{\frac{C_m}{C_h + C_m}} \\ &= \sqrt{2(24000)(9950)(2275)} \sqrt{\frac{1575}{2275 + 1575}} = 625.423 \end{aligned}$$

Jadi persediaan optimal untuk setiap awal siklus pemesanan adalah 505 unit dengan biaya total persediaan yang minimum sebesar Rp.635.423,00 dan panjang siklus pemesanan yang optimal adalah 0,03 tahun.

C. Model EOQ dengan Perubahan Harga

Dalam model-model persediaan yang telah dibahas, biaya pembelian per unit dalam analisis dianggap tidak ada atau diabaikan karena bersifat konstan. Dalam sub bab berikut akan dibahas model persediaan dengan biaya pembelian yang berbeda-beda tergantung pada unit barang yang dibeli. Keadaan ini biasanya

terjadi dalam bentuk perbedaan harga (price break) atau pemotongan harga untuk pembelian dalam jumlah besar (quantity discount).

Keuntungan dengan membeli dalam jumlah banyak adalah biaya per unit barang relatif lebih murah, biaya pemesanan per unit jauh lebih murah, kemungkinan kekurangan persediaan lebih kecil dan biaya transportasi lebih murah. Sebaliknya kerugian yang ditimbulkan adalah biaya penyimpanan menjadi lebih besar, memerlukan modal lebih banyak, besar kemungkinannya barang menjadi rusak dan karena banyaknya persediaan barang menjadi tua.

Persoalan yang dihadapi oleh manajemen dalam menentukan masalah pembelian dengan potongan harga adalah menentukan Q optimal sedemikian sehingga akan memberikan biaya total persediaan yang minimum.

Dalam model persediaan ini biaya-biaya yang perlu diperhatikan adalah biaya pemesanan, biaya penyimpanan dan biaya pembelian, sehingga biaya total persediaan adalah jumlahan dari ketiga biaya tersebut, yaitu

$$TC(Q) = \frac{\lambda}{Q} C_s + \frac{Q}{2} C_h + C\lambda$$

$$TC(Q) = \frac{\lambda}{Q} C_s + \frac{Q}{2} CI + C\lambda$$

dengan

C : harga per unit barang

$$I = \frac{C_h}{C}$$

Sekarang akan dibahas prosedur untuk mendapatkan pesanan ekonomik dengan perubahan harga yang diberikan. Anggap permintaan dan waktu tunggu tetap dan diketahui.

C_1 : harga per unit untuk $Q < q$

C_2 : harga per unit untuk $Q \geq q$

$C_1 > C_2$

Q : banyak unit barang yang dipesan

q : banyak unit barang mulai ada diskon

Q^* : Q optimal dengan C_1

Q' : Q optimal dengan C_2

Langkah pertama yang dilakukan adalah menentukan jumlah pesanan ekonomik, sebut Q^* dengan harga per unit C_1 (cara mencari pesanan ekonomik seperti pada (3.5)).

Kemudian bandingkan Q^* dengan q . Jika $Q^* > q$ maka prosedur ini berhenti dan jumlah pesanan ekonomik jatuh pada Q' dengan harga per unit C_2 . Kurva biaya total persediaan untuk situasi ini dapat dilihat pada gambar 3.7a.

Jika Q^* lebih kecil dari q , hitung Q' .

Bandingkan Q' dengan q dan jika ternyata $Q' > q$ maka pesanan ekonomik adalah Q' sebab pada Q' biaya total persediaan minimum. Keadaan ini dapat dilihat pada gambar 3.7b.

Sekarang jika Q' lebih kecil dari q (lihat gambar 3.7c dan 3.7d) untuk menentukan di mana pesanan ekonomik adalah dengan menghitung biaya persediaan dari Q^* yaitu

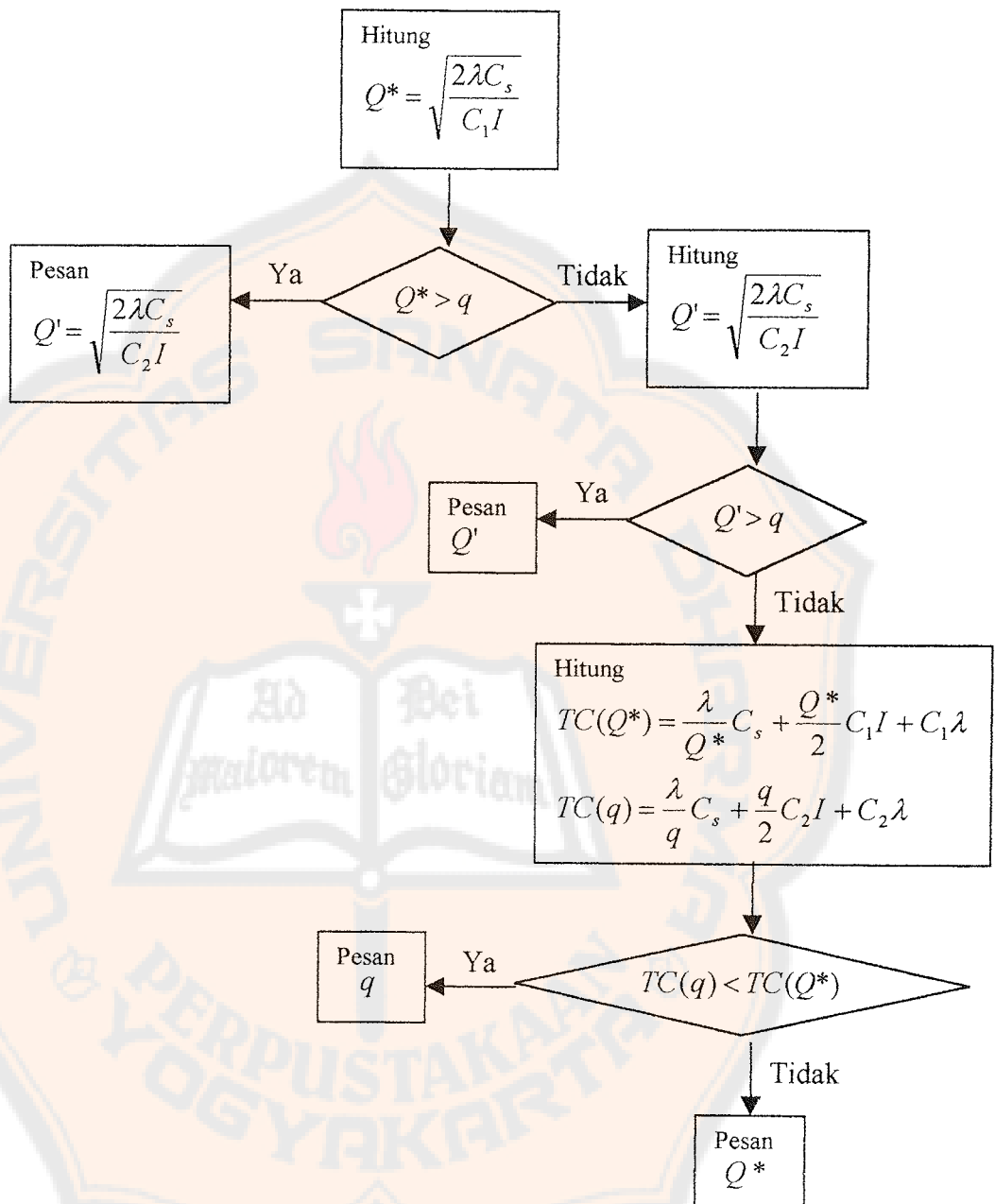
$$TC(Q^*) = \frac{\lambda}{Q^*} C_s + \frac{Q^*}{2} C_1 I + C_1 \lambda$$

dan biaya total persediaan dari q , yaitu

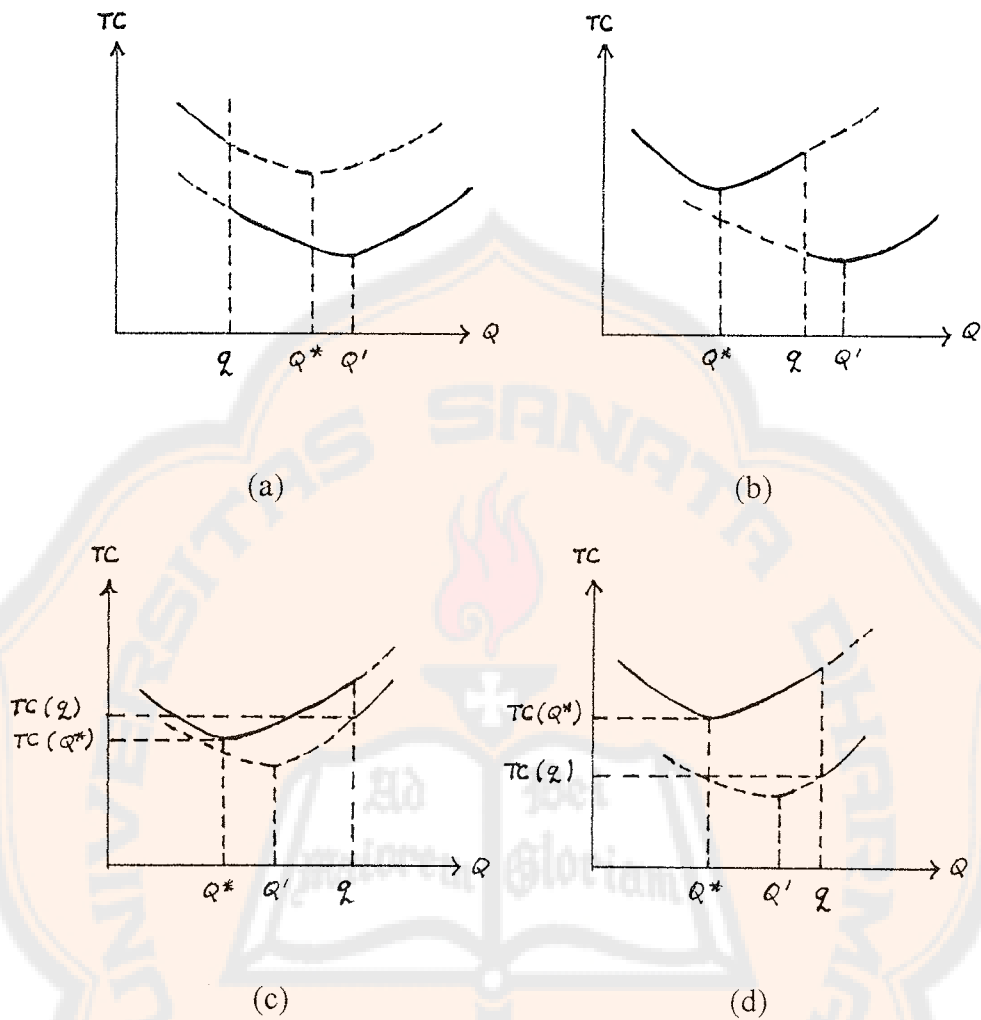
$$TC(q) = \frac{\lambda}{q} C_s + \frac{q}{2} C_2 I + C_2 \lambda$$

Jika $TC(Q^*)$ kurang dari $TC(q)$ maka pesanan ekonomik adalah Q^* (lihat gambar 3.7c) dan jika $TC(q)$ kurang dari $TC(Q^*)$, lihat gambar 3.7d maka q adalah pesanan ekonomik yang harus dipesan.

Untuk lebih jelasnya prosedur di atas dapat diringkas seperti diagram berikut :



(Gambar 3.6 Diagram model EOQ dengan perubahan harga)



(Gambar 3.7 Grafik fungsi biaya untuk model EOQ dengan perubahan harga)

Contoh 3.4 :

Seorang pedagang menawarkan discount untuk suatu jenis barang tertentu seperti berikut :

Jumlah pesanan (unit)	harga per unit (Rp)
1 – 249	5000
≥ 250	4850

Biaya sekali pemesanan adalah Rp.5000,00 dan biaya penyimpanan sebesar 10 % dari rata-rata persediaan. Berapa jumlah barang yang harus dipesan ?

Jawab :

Dari keterangan di atas diperoleh data sebagai berikut :

$C_s = \text{Rp.}5.000$ setiap kali memesan

$I = 10 \%$

$\lambda = 500$ unit per tahun

$Q < 250, C_1 = \text{Rp.}5.000,00$

$Q \geq 250, C_2 = \text{Rp.}4.850,00$

$q = 250$

Penyelesaian :

$$1. Q^* = \sqrt{\frac{2\lambda C_s}{C_1 I}} = \sqrt{\frac{2(500)(5000)}{(5000)10\%}} = 100$$

$$2. Q^* < q$$

$$3. Q' = \sqrt{\frac{2\lambda C_s}{C_2 I}} = \sqrt{\frac{2(500)(5000)}{(4850)10\%}} = 102$$

$$4. Q' < q$$

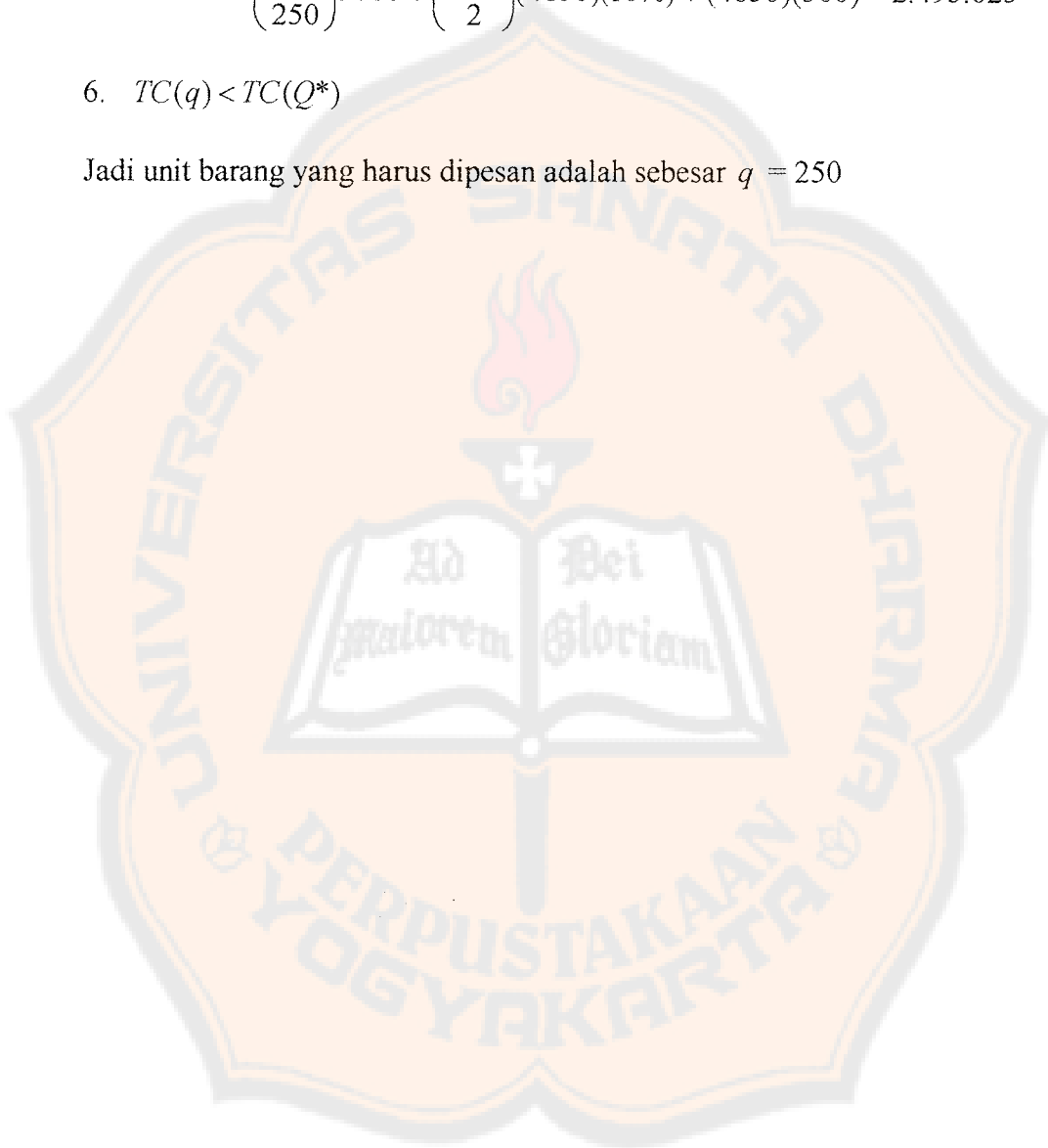
$$5. TC(Q^*) = \frac{\lambda}{Q^*} C_s + \frac{Q^*}{2} C_1 I + C_1 \lambda$$

$$= \left(\frac{500}{100}\right)5000 + \left(\frac{100}{2}\right)(5000)(10\%) + (5000)(500) = 2.550.000$$

$$TC(q) = \frac{\lambda}{q}C_s + \frac{q}{2}C_2I + C_2\lambda$$
$$= \left(\frac{500}{250}\right)5000 + \left(\frac{250}{2}\right)(4850)(10\%) + (4850)(500) = 2.495.625$$

6. $TC(q) < TC(Q^*)$

Jadi unit barang yang harus dipesan adalah sebesar $q = 250$



B A B IV

MODEL PROBABILISTIK

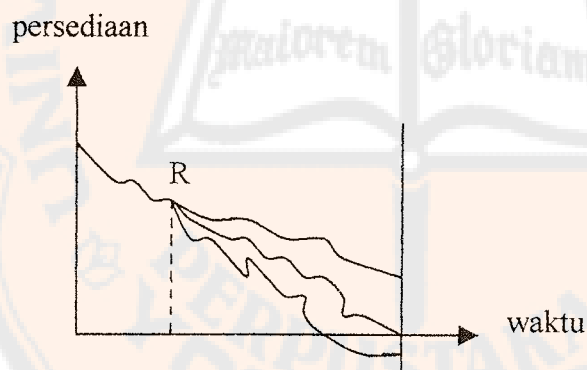
Dalam bab III telah dipelajari model persediaan yang sifatnya deterministik yaitu model dengan banyak permintaan untuk beberapa waktu mendatang sudah diketahui dengan pasti dan konstan. Pada kehidupan nyata atau keadaan sesungguhnya hal tersebut tidaklah selalu benar. Waktu tunggu tidak mudah dipastikan. Masalah pengangkutan dan hambatan-hambatan sangat mungkin menyebabkan penundaan-penundaan pengiriman yang tidak dapat dihindarkan oleh supplier. Permintaan atau kebutuhan terhadap suatu produk tidak dapat diketahui dengan pasti sebab berubah-ubah setiap waktu walaupun untuk keadaan sekarang sudah tertentu. Misalnya sebuah pabrik tidak selalu menjual dengan tetap, tetapi tergantung pada permintaan atau pesanan yang jumlahnya juga tidak sama dari waktu ke waktu.

Model persediaan dengan keadaan seperti di atas disebut sebagai model probabilistik yaitu model persediaan dengan jumlah permintaan tidak tetap akan tetapi merupakan suatu variabel yang berubah-ubah dengan nilai probabilistik tertentu yang diketahui.

Suatu pertimbangan yang sangat penting dalam model probabilistik adalah adanya kemungkinan kekurangan persediaan. Masalah kekurangan persediaan ini timbul karena naiknya tingkat kebutuhan persediaan yang tidak diharapkan atau waktu penerimaan unit barang yang lebih lama dari waktu tunggu. Tentu saja peristiwa kekurangan persediaan ini akan mengakibatkan perusahaan tidak dapat

memenuhi kebutuhan atau pesanan konsumen, yang berarti kehilangan kesempatan untuk mendapatkan laba, oleh karena itu perlu diambil tindakan-tindakan untuk mengurangi atau bahkan bila mungkin menghindarinya. Cara untuk mengatasi masalah kekurangan persediaan tersebut adalah dengan membentuk cadangan persediaan (safety stock). Namun pembentukan cadangan persediaan ini akan berakibat pada naiknya biaya persediaan, yaitu biaya penyimpanan untuk cadangan persediaan. Semakin besar cadangan persediaan maka semakin besar pula biayanya.

Perilaku permintaan yang bersifat probabilistik selama waktu tunggu sangat mempengaruhi kemungkinan kelebihan atau kekurangan persediaan setelah pemesanan dibuat. Perhatikan gambar di bawah ini



(Gambar 4.1 Model probabilistik)

R-A menunjukkan keadaan di mana terjadi kelebihan persediaan

R-B menunjukkan keadaan yang diharapkan yaitu tidak ada kelebihan atau kekurangan persediaan.

R-C menunjukkan keadaan di mana terjadi kekurangan persediaan

Model-model yang akan dibicarakan pada bab ini adalah model persediaan dengan periode tunggal (yang meliputi model dengan biaya pemesanan dan model tanpa biaya pemesanan) dan model berganda (yang terbagi menjadi model tanpa biaya pemesanan dan model dengan biaya pemesanan).

Namun sebelum membahas model di atas satu per satu, diberikan simbol-simbol yang akan digunakan yaitu :

R : titik pemesanan kembali

Q : jumlah pesanan

λ : kebutuhan selama satu periode

λ_t : kebutuhan selama waktu tunggu

$f(\lambda_t)$: fungsi peluang untuk kebutuhan selama waktu tunggu

$\bar{\lambda}_t = \sum \lambda_t f(\lambda_t)$: kebutuhan yang diharapkan selama waktu tunggu

C_h : biaya penyimpanan per unit barang / tahun

C_m : biaya kekurangan per unit barang / tahun

C_s : biaya pemesanan setiap kali memesan

C : biaya pembelian per unit

A. Model Periode Tunggal

Model periode tunggal terjadi ketika suatu barang dipesan hanya satu kali untuk memenuhi periode tertentu. Biasanya barang-barang dalam model persediaan ini berupa barang-barang yang cepat rusak / usang atau suatu barang yang mengenal musim, sehingga tidak bisa dipesan kembali. Misalnya koran /

majalah dan barang-barang yang dijual pada saat tertentu, seperti pohon terang yang dijual menjelang hari natal. Pada sub bab ini akan dibahas dua macam model periode tunggal, yaitu model tanpa biaya pemesanan dan model dengan biaya pemesanan.

1. Model tanpa Biaya Pemesanan

Model persediaan ini dibentuk dengan anggapan bahwa permintaan dipenuhi pada awal periode. Model ini bergantung pada banyak unit (λ) yang diminta pada periode tersebut (dianggap λ adalah kontinu) dengan $f(\lambda)$ sebagai fungsi probabilitas dari λ . Tingkat persediaan tepat setelah terjadi permintaan dapat positif maupun negatif, keadaan tersebut dapat ditulis sebagai berikut :

banyak unit barang yang disimpan atau yang ada dalam persediaan adalah

$$H(Q) = \begin{cases} Q - \lambda, & \text{untuk } \lambda < Q \\ 0, & \text{untuk } \lambda \geq Q \end{cases} \quad (4.1)$$

banyak unit barang yang kurang adalah

$$G(Q) = \begin{cases} 0, & \text{untuk } \lambda < Q \\ \lambda - Q, & \text{untuk } \lambda \geq Q \end{cases} \quad (4.2)$$

Jika C_h adalah biaya penyimpanan per unit maka biaya penyimpanan untuk model ini adalah

$$C_h H(Q) = \begin{cases} C_h(Q - \lambda), & \text{untuk } \lambda < Q \\ 0, & \text{untuk } \lambda \geq Q \end{cases} \quad (4.3)$$

dan jika C_m sebagai biaya kekurangan per unit, maka biaya kekurangan yang diperoleh adalah

$$C_m G(Q) = \begin{cases} 0, & \text{untuk } \lambda < Q \\ C_m(\lambda - Q), & \text{untuk } \lambda \geq Q \end{cases} \quad (4.4)$$

Sekarang jika x dianggap sebagai jumlah persediaan sebelum diajukan pemesanan dan C adalah biaya pembelian per unit barang maka biaya pembelian untuk model ini adalah

$$C(Q - x) \quad (4.5)$$

Karena model persediaan ini mengabaikan atau tidak memperhitungkan biaya pemesanan dan dianggap Q adalah kontinu dan $f(\lambda)$ didefinisikan sebagai fungsi kepadatan probabilitas dari permintaan maka biaya total persediaan merupakan jumlahan dari biaya pembelian, biaya penyimpanan dan biaya kekurangan, sehingga nilai harapan dari biaya total persediaan adalah

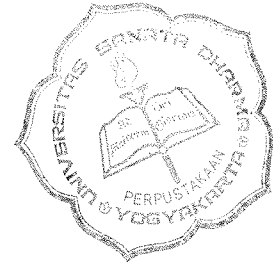
$$\begin{aligned} E\{\overline{TC}(Q)\} &= \text{biaya pembelian} + E\{\text{biaya penyimpanan}\} + E\{\text{biaya kekurangan}\} \\ &= C(Q - x) + C_h \int_0^Q (Q - \lambda) f(\lambda) d\lambda + C_m \int_Q^\infty (\lambda - Q) f(\lambda) d\lambda \end{aligned} \quad (4.6)$$

Permasalahan yang dihadapi untuk model ini adalah menentukan berapa unit yang harus tersedia pada awal periode untuk meminimumkan nilai harapan dari biaya total persediaan. Oleh karena itu Q_o diperoleh dengan mencari derivatif dari $E\{\overline{TC}(Q)\}$ dan menyamakannya dengan nol.

$$E\{\overline{TC}(Q)\} = C + C_h \int_0^Q f(\lambda) d\lambda - C_m \int_Q^\infty f(\lambda) d\lambda = 0 \quad (4.7)$$

Karena $\int_0^\infty f(\lambda) d\lambda = 1 - \int_0^Q f(\lambda) d\lambda$

Maka persamaan (4.7) menjadi



$$C + C_h \int_0^{Q_o} f(\lambda) d\lambda - C_m \left(1 - \int_0^{Q_o} f(\lambda) d\lambda \right) = 0$$

$$(C - C_m) + (C_h + C_m) \int_0^{Q_o} f(\lambda) d\lambda = 0$$

$$\int_0^{Q_o} f(\lambda) d\lambda = \frac{C_m - C}{C_h + C_m}$$

Jadi banyak pesanan yang optimal, Q_o , adalah nilai yang memenuhi

$$\Phi(Q_o) = \frac{C_m - C}{C_h + C_m}, \quad C_m > C \tag{4.8}$$

dengan $\Phi(Q_o)$ adalah fungsi distribusi kumulatif dari permintaan, yaitu

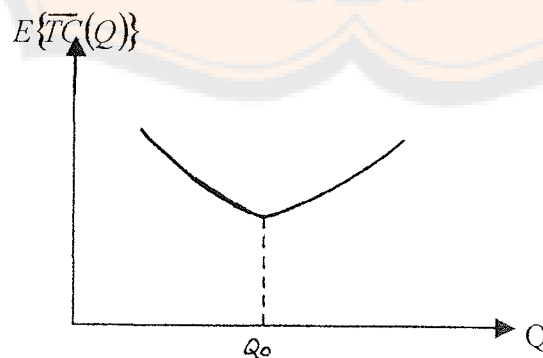
$$\Phi(Q_o) = \int_0^{Q_o} f(\lambda) d\lambda, \text{ sehingga}$$

$$\Phi(Q_o) = \int_0^{Q_o} f(\lambda) d\lambda = \frac{C - C_m}{C_h + C_m}$$

karena $\frac{d^2 E\{\overline{TC}(Q)\}}{dQ^2} = (C_h + C_m) f(Q_o) > 0$, untuk semua Q

maka biaya total persediaan menjadi minimum dan grafik dari $E\{\overline{TC}(Q)\}$

ditunjukkan oleh gambar 4.2



(Gambar 4.2 Grafik $E\{\overline{TC}(Q)\}$)

Kemudian kebijaksanaan pemesanan optimal dengan diketahui x , yaitu banyak persediaan sebelum diajukan pemesanan ditentukan sebagai berikut :

1. Jika $x < Q_o$, pesan $Q_o - x$
2. Jika $x \geq Q_o$, jangan pesan

Contoh 4.1 :

Menjelang tahun baru, banyak pedagang terompet bermunculan. A, salah seorang pedagang mendapat kesulitan untuk menentukan berapa banyak terompet yang harus ia sediakan agar ia dapat menjual semaksimal mungkin. Dengan biaya pembelian per unit Rp. 1.500,00, biaya penyimpanan Rp.525,00 per unit / periode dan juga mempertimbangkan biaya kekurangan yaitu sebesar Rp.2.250,00 berapa unit yang harus ia sediakan jika diketahui fungsi kepadatan permintaan adalah

$$f(\lambda) = \begin{cases} \frac{1}{100} & , 0 \leq \lambda \leq 100 \\ 0 & , \text{lainnya} \end{cases}$$

Selain itu diketahui juga bahwa A mempunyai sisa penjualan tahun lalu sebesar 7 unit.

Jawab :

Dari keterangan di atas diperoleh data sebagai berikut :

$$C = \text{Rp. } 1.500,00 / \text{unit}$$

$$C_h = \text{Rp. } 525,00 / \text{unit} / \text{periode}$$

$$C_m = \text{Rp. } 2.250,00 / \text{unit} / \text{periode}$$

$$x = 7 \text{ unit}$$

Penyelesaian :

Dengan (4.8) diperoleh

$$\Phi(Q) = \frac{C_m - C}{C_h + C_m} = \frac{2250 - 1500}{525 + 2250} = 0,27 \quad (i)$$

$$\int_0^{Q_o} f(\lambda) d\lambda = \int_0^{Q_o} \frac{1}{100} d\lambda = \frac{1}{100} Q_o \quad (ii)$$

dari (i) dan (ii) :

$$0,27 = \frac{1}{100} Q_o$$

diperoleh $Q_o = 27$

Karena masih terdapat 7 unit maka terompet yang harus disediakan adalah sebesar

$$27 - 7 = 20 \text{ unit.}$$

2. Model dengan Biaya Pemesanan

Model persediaan yang akan dibahas pada bagian ini serupa dengan model persediaan yang telah dibahas sebelumnya, hanya saja model ini mempertimbangkan biaya pemesanan. Jika C_s adalah biaya pemesanan maka nilai harapan dari biaya total persediaan adalah

$$E\{TC(Q)\} = C_s + \left(C(Q - x) + C_h \int_0^Q (Q - \lambda) f(\lambda) d\lambda + C_m \int_Q^\infty (\lambda - Q) f(\lambda) d\lambda \right) \quad (4.9)$$

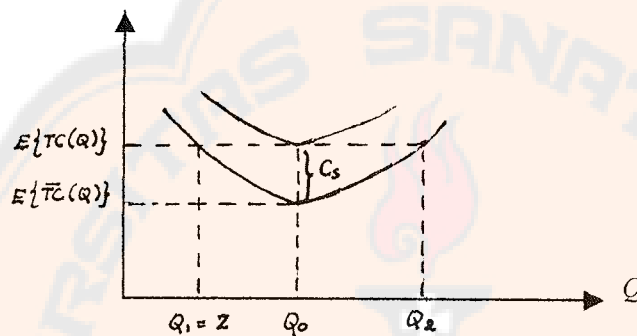
Terlihat bahwa suku kedua dari ruas kanan : $E\{TC(Q)\}$ yaitu nilai harapan dari biaya total persediaan untuk model tanpa biaya pemesanan, jadi persamaan (4.9) dapat ditulis sebagai

$$E\{TC(Q)\} = C_s + E\{\overline{TC}(Q)\} \quad (4.10)$$

Karena C_s merupakan konstanta maka nilai minimum dari $E\{TC(Q)\}$ juga terjadi

di Q_o , yaitu yang memenuhi $\Phi(Q_o) = \frac{C_m - C}{C_h + C_m}$

Kurva dari $E\{TC(Q)\}$ dan $E\{\overline{TC}(Q)\}$ digambarkan sebagai berikut



(Gambar 4.3 Grafik $E\{TC(Q)\}$ dan $E\{\overline{TC}(Q)\}$)

Pada gambar 4.3 terdapat simbol baru, yaitu z yang akan digunakan dalam analisis. Nilai $z = Q_1 < Q_o$ yang dihasilkan dari persamaan 4.10. Tentu saja persamaan 4.10 akan menghasilkan nilai Q lain, yaitu $Q_2 > Q_o$, namun nilai ini dapat diabaikan. Oleh karena itu z dapat didefinisikan sebagai nilai terkecil yang memenuhi $E\{TC(z)\} = E\{TC(Q_o)\}$.

Yang menjadi permasalahan dalam model persediaan ini adalah menentukan berapa unit yang harus dipesan jika diketahui persediaan mula-mula, x .

Permasalahan tersebut akan diselidiki dalam 3 kasus, yaitu :

1. $x < z$
2. $z \leq x \leq Q_o$
3. $x > Q_o$

1. $x < z$

Jika sebelum pemesanan diajukan terdapat persediaan sebesar x , maka nilai harapan dari biaya total persediaan adalah $E\{\overline{TC}(x)\}$.

Karena $x < z$ maka $\min_{Q > x} E\{TC(Q)\} = E\{TC(Q_o)\} = E\{\overline{TC}(x)\}$ (lihat gambar 4.3)

Sehingga tingkat persediaan yang optimal harus mencapai Q_o dan jumlah yang dipesan sebesar $Q_o - x$.

2. $z \leq x \leq Q_o$

Jika tingkat persediaan berada pada situasi seperti ini, kembali dari gambar 4.3 dapat dilihat bahwa $\min_{Q > x} E\{TC(Q)\} = E\{TC(Q_o)\} \geq E\{\overline{TC}(x)\}$

Sehingga tingkat persediaan optimal $Q_o = x$ dan akibatnya tidak dilakukan pemesanan.

3. $x > Q_o$

Jika tingkat persediaan mula-mula lebih besar dari Q_o maka

$$\min_{Q > x} E\{TC(Q)\} = E\{TC(Q_o)\} > E\{\overline{TC}(x)\}$$

Sehingga tingkat persediaan optimal berada pada $Q_o = x$ dan akibatnya tidak dilakukan pemesanan.

Ketiga situasi di atas dapat disimpulkan sebagai berikut :

1. Jika $x < z$, maka dilakukan pemesanan $Q_o - x$.
2. Jika $x \geq z$, maka tidak dilakukan pemesanan.

Contoh 4.2 :

Suatu sistem persediaan mempunyai data sebagai berikut :

$$C = \text{Rp. } 750,00 / \text{unit} / \text{periode}$$

$$C_h = \text{Rp. } 550,00 / \text{unit} / \text{periode}$$

$$C_m = \text{Rp. } 1.250,00 / \text{unit} / \text{periode}$$

$$C_s = \text{Rp. } 3.500,00$$

$$x = 5$$

$$f(\lambda) = \begin{cases} \frac{1}{100} & , 0 \leq \lambda \leq 100 \\ 0 & , \lambda \text{ lainnya} \end{cases}$$

Tentukan berapa unit yang harus dipesan !

Penyelesaian :

$$\Phi(Q_o) = \frac{C_m - C}{C_h + C_m} = \frac{1250 - 750}{550 + 1250} = 0,27 \quad (i)$$

$$\int_0^{Q_o} \frac{1}{100} d\lambda = \frac{1}{100} Q_o \quad (ii)$$

dari (i) dan (ii) diperoleh $Q_o = 27$

$$\begin{aligned} E\{TC(Q)\} &= 750(Q - x) + \frac{550}{100} \int_0^Q (Q - \lambda) d\lambda + \frac{1250}{100} \int_Q^{100} (\lambda - Q) d\lambda \\ &= 750(Q - x) + \frac{550}{100} \left(Q\lambda - \frac{\lambda^2}{2} \right)_0^Q + \frac{1250}{100} \left(\frac{\lambda^2}{2} - Q\lambda \right)_Q^{100} \\ &= 750(Q - x) + \frac{550}{200} Q^2 + 62500 - 1250Q + \frac{1250}{200} Q^2 \\ &= 9Q^2 - 500Q + 62500 - 750x \end{aligned}$$

Sekarang akan dicari nilai z dari $E\{TC(z)\} = C_s + E\{\overline{TC}(Q_o)\}$ yang memberikan

$$9z^2 - 500z + 62500 - 750x = 3500 + 9Q_o^2 - 500Q_o + 62500 - 750x$$

karena $Q_o = 27$, maka diperoleh persamaan

$$9z^2 - 500z + 3439 = 0$$

yang pemecahannya adalah

$$z = 47,5 \text{ atau } z = 8$$

diambil $z = 8$ (karena $z = 47,5 > Q_o$, yang boleh diabaikan)

Karena $x = 5 < z = 8$ maka unit barang yang dipesan adalah $27 - 5 = 22$ unit.

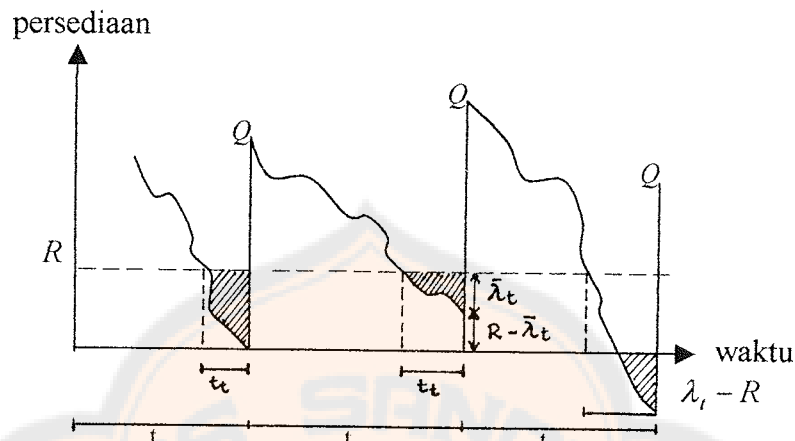
B. Model Berganda

Model berganda merupakan model persediaan dengan pemesanan yang terjadi berulang kali dalam suatu periode tertentu. Model persediaan yang akan dibahas adalah model tanpa biaya pemesanan dan model dengan biaya pemesanan.

1. Model tanpa Biaya Pemesanan

Model persediaan ini tidak melibatkan biaya pemesanan dalam perhitungan biaya total persediaan dan menganggap bahwa Q_o adalah konstan. Model tersebut juga memperhatikan kebutuhan selama waktu tunggu.

Kebutuhan selama waktu tunggu adalah tidak tetap dan jarang sama dengan kebutuhan sebagaimana yang diharapkan. Situasi dengan kebutuhan tidak tentu selama waktu tunggu ditunjukkan oleh gambar di bawah ini :



(Gambar 4.4. Model berganda tanpa biaya pemesanan)

Jika kebutuhan selama waktu tunggu habis bertepatan dengan dimulainya siklus pemesanan baru, maka pada situasi ini tidak menimbulkan biaya apapun.

Jika kebutuhan selama waktu tunggu kurang dari titik pemesanan maka terjadi kelebihan persediaan sebesar $R - \bar{\lambda}_t$, yang juga merupakan cadangan persediaan dan apabila C_h merupakan biaya penyimpanan maka biaya total penyimpanan untuk cadangan persediaan adalah

$$(R - \bar{\lambda}_t)C_h \quad (4.11)$$

Sekarang jika kebutuhan selama waktu tunggu melebihi titik pemesanan maka kekurangan akan terjadi sebesar $\lambda_t - R$. Karena kebutuhan selama waktu tunggu adalah probabilistik, maka terdapat beberapa kemungkinan kebutuhan λ_t dengan fungsi distribusi probabilitas $f(\lambda_t)$ yang dianggap telah diketahui. Oleh karena itu kemungkinan kekurangan persediaan yang diharapkan untuk setiap siklus adalah

$$\sum_{\lambda_t > R} (\lambda_t - R)f(\lambda_t) \quad (4.12)$$

Jika C_m adalah biaya kekurangan maka biaya kekurangan tiap siklus adalah

$$C_m \sum_{\lambda_t > R} (\lambda_t - R) f(\lambda_t) \quad (4.13)$$

Karena dalam periode τ terdapat rata-rata $\frac{\lambda}{Q_o}$ kali pemesanan (Q_o merupakan

konstanta yang diperoleh dari 3.5) maka biaya kekurangan selama periode τ adalah

$$\frac{\lambda}{Q_o} C_m \sum_{\lambda_t > R} (\lambda_t - R) f(\lambda_t) \quad (4.14)$$

sehingga dari persamaan (4.11) dan (4.14) diperoleh biaya total persediaan tanpa biaya pemesanan, yaitu :

$$\overline{TC}(R) = (R - \bar{\lambda}_t) C_h + \frac{\lambda}{Q_o} C_m \sum_{\lambda_t > R} (\lambda_t - R) f(\lambda_t) \quad (4.15)$$

Tujuan dari model persediaan ini adalah menentukan titik pemesanan yang optimum (R_o), ini diperoleh dengan cara menghitung derivatif dari TC dan menyamakannya dengan nol.

$$\frac{dTC}{dR} = C_h - \frac{\lambda}{Q_o} C_m \sum_{\lambda_t > R} f(\lambda_t) = 0$$

$$\sum_{\lambda_t > R} f(\lambda_t) = \frac{C_h Q_o}{\lambda C_m}$$

$$P(\lambda_t > R_o) = \frac{C_h Q_o}{\lambda C_m} \quad , \text{dengan } R_o = R \text{ yang optimum} \quad (4.16)$$

Karena $P(\lambda_t > R_o) = 1 - P(\lambda_t \leq R_o)$

$$= 1 - F(R_o)$$

maka persamaan (4.16) menjadi

$$1 - F(R_o) = \frac{C_h Q_o}{\lambda C_m} \quad (4.17)$$

Jika R diskret maka tidak selalu ada nilai R_o yang memenuhi persamaan di atas.

Untuk itu nilai R_o diambil bilangan bulat terkecil yang memenuhi persamaan berikut :

$$1 - F(R_o) \leq \frac{C_h Q_o}{\lambda C_m} \quad \text{atau}$$

$$F(R_o) \geq 1 - \frac{C_h Q_o}{\lambda C_m} \quad (4.18)$$

Dengan kata lain R_o adalah harga R terkecil yang memenuhi persamaan (4.18).

Contoh 4.3 :

Sebuah toko alat-alat tulis akan menyimpan buku tulis dalam persediaan yang cukup menjelang kenaikan kelas (tahun ajaran baru). Oleh karena itu ia bekerjasama dengan sebuah perusahaan yang memproduksi buku tulis. Sekali pemesanan, biaya yang dikeluarkan adalah Rp.16.500,00 dan biaya penyimpanan Rp.1.800,00 per unit / tahun. Apabila jumlah unit yang dipesan kurang dari permintaan maka biaya kekurangan yang harus ditanggung adalah Rp.250,00 per unit per tahun. Distribusi permintaan selama waktu tunggu terlihat dalam tabel berikut :

λ_i	$f(\lambda_i)$	$F(\lambda_i)$
400	0,10	0,10
450	0,15	0,25
500	0,16	0,41
550	0,10	0,51
600	0,15	0,66
650	0,12	0,78
700	0,14	0,92
750	0,08	1,00

Tentukan kapan pemesanan kembali harus dilakukan dan berapa banyak yang dipesan ?

Jawab :

Dari keterangan di atas diperoleh data sebagai berikut :

$$\lambda = 125000 \text{ unit / tahun}$$

$$C_h = \text{Rp.} 1.800,00 / \text{unit / tahun}$$

$$C_m = \text{Rp.} 250,00 / \text{unit / tahun}$$

$$C_s = \text{Rp.} 16.500,00 / \text{pesanan}$$

$$\tau = 1 \text{ tahun}$$

Penyelesaian :

1. Hitung Q_o menggunakan (3.5)

$$Q_o = \sqrt{\frac{2\lambda C_s}{C_h \tau}} = \sqrt{\frac{2(125000)(16500)}{(1800)(1)}} = 1514$$

2. Kemudian tentukan R_o , menggunakan (4.17), yaitu

$$F(R_o) \geq 1 - \frac{C_h Q_o}{\lambda C_m} = 1 - \frac{(1800)(1514)}{(125000)(250)} = 0,91$$

sehingga $F(R_o) \geq 0,91$

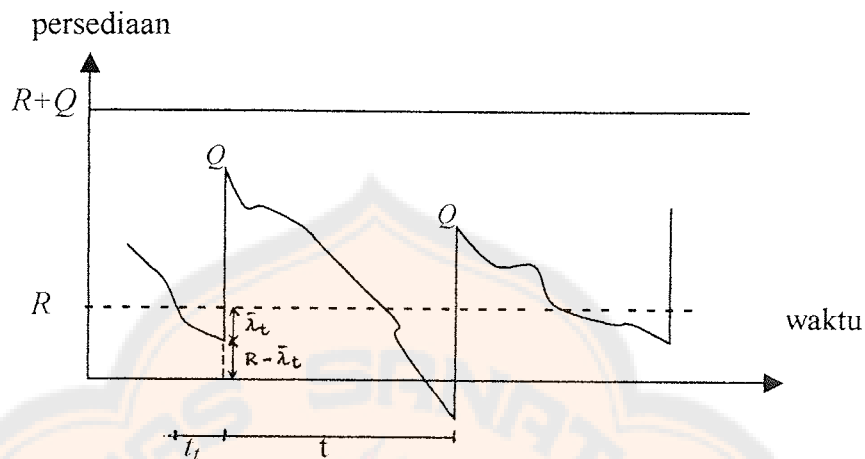
dari tabel terdapat $R_o = 700$

Jadi pada saat persediaan mencapai 700 unit harus dilakukan pemesanan kembali sebanyak 1514 unit.

2. Model dengan Biaya Pemesanan

Model persediaan tanpa biaya pemesanan yang telah dibahas sebelumnya walaupun juga mempertimbangkan cadangan persediaan namun tidak memberikan informasi apakah biaya total persediaan minimum atau tidak. Hal ini disebabkan karena model ini tidak melibatkan biaya pemesanan dalam analisis perhitungan biaya total persediaan sehingga Q_o dihitung secara terpisah dari TC (biaya total persediaan, persamaan 4.15). Sekarang pada sub bab ini akan dibahas model persediaan dengan cadangan persediaan yang akan meminimumkan biaya total persediaan.

Dalam model ini pesanan sebesar Q akan dilakukan setiap kali tingkat persediaan mencapai titik pemesanan kembali, R . Situasi ini dapat digambarkan sebagai berikut :



(Gambar 4.5 Model berganda dengan biaya pemesanan)

Pada gambar di atas tingkat persediaan bervariasi terhadap waktu, di mana siklus pemesanan dimulai ketika pesanan tiba dan berakhir hanya sesaat sebelum pesanan berikutnya tiba. Jika kebutuhan selama waktu tunggu cukup besar maka tingkat persediaan kemungkinan akan bernilai negatif yang menyebabkan kekurangan barang.

Model ini mempertimbangkan tiga biaya yaitu biaya pemesanan rata-rata, biaya penyimpanan untuk cadangan persediaan dan biaya kekurangan jika terjadi kekurangan persediaan. Jadi biaya total persediaan untuk model ini adalah jumlahan dari ketiga biaya di atas.

1. Biaya pemesanan

Jika C_s adalah biaya pemesanan untuk setiap kali melakukan pemesanan dan $\frac{\lambda}{Q}$ adalah frekuensi pemesanan yang diperkirakan dalam periode τ maka

biaya pemesanan rata-rata untuk periode τ adalah

$$C_s \frac{\lambda}{Q} \tag{4.19}$$

2. Biaya penyimpanan

Biaya penyimpanan dihitung berdasarkan pada awal dan akhir pemesanan. Pada akhir siklus pemesanan, tingkat persediaan sama dengan $(R - \bar{\lambda}_t)$ dan pada awal pemesanan (tepat setelah pesanan datang sebesar Q), tingkat persediaan sama dengan $Q + (R - \bar{\lambda}_t)$. Jadi persediaan rata-rata adalah $\frac{Q}{2} + (R - \bar{\lambda}_t)$ sehingga biaya penyimpanan yang diharapkan adalah

$$C_h \left(\frac{Q}{2} + (R - \bar{\lambda}_t) \right) \tag{4.20}$$

3. Biaya kekurangan

Andaikan dalam siklus pemesanan terjadi kekurangan persediaan yaitu sebesar $(\lambda_t - R)$ dan karena kebutuhan selama waktu tunggu bersifat probabilistik dengan fungsi probabilitas $f(\lambda_t)$ maka kekurangan persediaan yang terjadi dalam setiap siklus pemesanan adalah $\sum_{\lambda_t > R} (\lambda_t - R) f(\lambda_t)$

Sehingga biaya kekurangan yang terjadi selama periode τ adalah

$$\frac{\lambda}{Q} C_m \sum_{\lambda_t > R} (\lambda_t - R) f(\lambda_t) \tag{4.21}$$

Dengan demikian dari persamaan (4.18), (4.19) dan (4.20) diperoleh biaya total persediaan (dengan variabel bebas Q dan R), yaitu

$$\begin{aligned} TC(Q, R) &= C_s \frac{\lambda}{Q} + C_h \left(\frac{Q}{2} + (R - \bar{\lambda}_t) \right) + \frac{\lambda}{Q} C_m \sum_{\lambda_t > R} (\lambda_t - R) f(\lambda_t) \\ &= C_h \left(\frac{Q}{2} + (R - \bar{\lambda}_t) \right) + \frac{\lambda}{Q} \left(C_s + C_m \sum_{\lambda_t > R} (\lambda_t - R) f(\lambda_t) \right) \end{aligned} \tag{4.22}$$

Kemudian yang menjadi persoalan dalam model persediaan ini adalah menentukan kapan harus melakukan pemesanan kembali yang optimal (R_o) dan menentukan berapa banyak unit yang harus dipesan (Q_o) sehingga biaya total persediaan menjadi minimum. Untuk menjawab persoalan di atas maka TC dari persamaan (4.22) diturunkan secara parsial terhadap Q dan terhadap R dan menyamakannya dengan nol.

$$\frac{\partial TC}{\partial Q} = \frac{C_h}{2} - \frac{\lambda}{Q^2} \left(C_s + C_m \sum_{\lambda_i > R} (\lambda_i - R) f(\lambda_i) \right) = 0$$

$$Q^2 = \frac{2\lambda \left(C_s + C_m \sum_{\lambda_i > R} (\lambda_i - R) f(\lambda_i) \right)}{C_h}$$

sehingga diperoleh

$$Q_o = \sqrt{\frac{2\lambda \left(C_s + C_m \sum_{\lambda_i > R} (\lambda_i - R) f(\lambda_i) \right)}{C_h}} \quad (4.23)$$

$$\frac{\partial TC}{\partial R} = C_h - \frac{\lambda}{Q} C_m \sum_{\lambda_i > R} f(\lambda_i) = 0$$

$$\sum_{\lambda_i > R} f(\lambda_i) = \frac{C_h Q}{\lambda C_m}$$

$$P(\lambda_i > R_o) = \frac{C_h Q}{\lambda C_m}$$

$$1 - F(R_o) = \frac{C_h Q}{\lambda C_m}$$

R_o adalah nilai terkecil yang memenuhi

$$F(R_o) \geq 1 - \frac{C_h Q}{\lambda C_m} \quad (4.24)$$

Penentuan Q_o dan R_o secara eksplisit untuk model ini tidaklah mungkin.

Dengan demikian digunakan metode numerik yang sesuai untuk menjawab persamaan (4.23) dan (4.24).

Prosedur tersebut adalah sebagai berikut :

1. Hitung Q_o menggunakan rumus $Q_o = \sqrt{\frac{2\lambda C_s}{\tau C_h}}$ (rumus 3.5, model deterministik tanpa kekurangan).
2. Substitusikan Q_o yang diperoleh dari 1 ke persamaan (4.24) sehingga diperoleh R_o .
3. Substitusikan R_o dari 2 ke persamaan (4.23).
4. Ulangi langkah ke-2 dan ke-3 sampai ditemukan harga Q_o dan R_o yang masing-masing menuju nilai tertentu (konvergen).

Contoh 4.4 :

Sebuah toko elektronik membutuhkan bola lampu merk Philips sebanyak 6.000 per tahun. Ia membeli bola lampu tersebut pada suatu perusahaan dengan biaya pemesanan Rp.10.750,00 setiap kali memesan. Apabila jumlah pemesanan kurang dari permintaan akan menimbulkan kerugian sebesar Rp.885,00 / unit / tahun, dan biaya penyimpanan per unit adalah Rp.3.500,00 / unit/ tahun.

Distribusi permintaan adalah sebagai berikut :

λ_i	$f(\lambda_i)$	$F(\lambda_i)$
20	0,10	0,10
30	0,15	0,25
40	0,13	0,38
50	0,20	0,58
60	0,09	0,67
70	0,14	0,81
80	0,06	0,87
90	0,07	0,94
100	0,06	1,00

Kapan toko tersebut harus melakukan pemesanan kembali dan berapa banyak yang harus dipesan?

Jawab :

Dari keterangan di atas diperoleh data sebagai berikut :

$$\lambda = 6000 / \text{tahun}$$

$$C_s = \text{Rp.}10.750,00 / \text{pesanan}$$

$$C_h = \text{Rp.}3.500,00 / \text{unit} / \text{tahun}$$

$$C_m = \text{Rp.}885,00 / \text{unit} / \text{tahun}$$

$$\tau = 1 \text{ tahun}$$

Penyelesaian :

1. hitung Q_o awal dengan (3.5) :

$$Q_o = \sqrt{\frac{2\lambda C_s}{C_h \tau}} = \sqrt{\frac{2(6000)(10750)}{(3500)1}} = 192$$

2. tentukan R_o dengan (4.24) :

$$F(R_o) \geq 1 - \frac{Q_o C_h}{\lambda C_m} = F(R_o) \geq 1 - \frac{(192)(3500)}{(6000)(885)}$$

$$\therefore F(R_o) \geq 0,88$$

sehingga dari tabel terdapat $R_o = 90$

3. hitung harga Q_o baru dengan (4.23):

$$Q_o = \sqrt{\frac{2\lambda \left(C_s + C_m \sum_{\lambda_i > R} (\lambda_i - R) f(\lambda_i) \right)}{\tau C_h}}$$

$$= \sqrt{\frac{2(6000)(10750 + 885[10(0,06)])}{1(3500)}} = 197$$

4. tentukan harga R_o baru :

$$F(R_o) \geq 1 - \frac{Q_o C_h}{\lambda C_m} = 1 - \frac{(197)(3500)}{(6000)(885)}$$

$$\therefore F(R_o) \geq 0,87$$

sehingga dari tabel diperoleh $R_o = 80$

5. hitung Q_o baru :

$$Q_o = \sqrt{\frac{2(6000)(10750 + 885[10(0,07) + 20(0,06)])}{3500}} = 206$$

6. tentukan R_o baru :

$$F(R_o) \geq 1 - \frac{(206)(3500)}{(6000)(885)}$$

$$\therefore F(R_o) \geq 0,87$$

dari tabel diperoleh $R_o = 80$

7. hitung Q_o :

$$Q_o = \sqrt{\frac{2(6000)(10750 + 885[10(0,07) + 20(0,06)])}{(3500)1}} = 206$$

Setelah digunakan beberapa langkah dan ternyata nilai R_o dan Q_o sudah menuju nilai yang konvergen maka dapat disimpulkan bahwa jika persediaan telah mencapai 80 unit maka dilakukan pemesanan kembali sebesar 206 unit.

Dan cadangan persediaan yang dimiliki oleh toko tersebut adalah

$$\begin{aligned} R - \bar{\lambda}_i &= R - \sum_1^9 \lambda_i f(\lambda_i) \\ &= 80 - 54 = 26 \text{ unit} \end{aligned}$$



B A B V

PENERAPAN

Kasus I

a. Tanpa kekurangan

PT. Kriya Alam adalah sebuah perusahaan yang bergerak di bidang kerajinan seni. Barang-barang yang dihasilkan berupa kap lampu, tempat tissue, vas bunga, tempat pensil dan tempat lilin, yang dibuat dari bahan-bahan alam seperti enceng gondok, kayu pakis dan pelepah pohon pisang. Pesanan barang-barang yang diproduksi perusahaan tersebut datang baik dari dalam maupun luar negeri. Menurut bagian pemasaran, barang yang paling banyak mendapat pesanan adalah tempat tissue, oleh karena itu yang dibahas dalam kasus ini hanya untuk tempat tissue. Permintaan ini dalam setahun mencapai 8000 unit. Untuk sekali pemesanan biaya yang harus dipenuhi adalah Rp. 375.000,00 dan biaya penyimpanan adalah Rp. 750,00 per unit per tahun yang meliputi ongkos sewa gudang, biaya pemeliharaan dan biaya kerusakan. Pimpinan perusahaan meminta bagian pemasaran untuk menentukan hal-hal berikut ini :

- a. banyak unit yang harus disediakan
- b. panjang siklus pemesanan
- c. biaya total persediaan

Apabila antara pesanan yang diajukan oleh konsumen kepada PT. Kriya Alam dengan pengiriman barang terdapat waktu tunggu selama 3 bulan,

- d. pada saat unit barang mencapai berapa harus dilakukan pemesanan kembali ?

Penyelesaian :

Untuk menyelesaikan persoalan di atas digunakan model persediaan tanpa kekurangan dengan waktu tunggu.

Data-data yang diperoleh dari keterangan di atas adalah sebagai berikut :

$$\lambda = 8000 \text{ unit / tahun}$$

$$C_s = \text{Rp. } 375.000,00 / \text{pesanan}$$

$$C_h = \text{Rp. } 750,00 / \text{unit / tahun}$$

$$\tau = 1 \text{ tahun}$$

- a. Dengan menggunakan (3.5) :

$$Q_o = \sqrt{\frac{2\lambda C_s}{C_h \tau}} = \sqrt{\frac{2(8000)(375000)}{(750)1}} = 2828$$

jadi banyak unit yang harus dipesan adalah 2828 unit (setiap satu siklus pemesanan).

- b. Dengan menggunakan (3.6) :

$$t_o = \sqrt{\frac{2C_s \tau}{\lambda C_h}} = \sqrt{\frac{2(375000)(1)}{(8000)(750)}} = 0,35$$

jadi panjang siklus pemesanan adalah 0,35 tahun = 4,2 bulan.

- c. Hitung biaya total persediaan dengan menggunakan (3.7) :

$$TC(Q_o) = \sqrt{2\lambda C_s C_h \tau} = \sqrt{2(8000)(375000)(750)(1)} = 2.121.320$$

jadi biaya total persediaan yang harus dikeluarkan dalam waktu satu tahun adalah sebesar Rp. 2.121.320,00

d. telah diketahui $Q_o = 2828$ unit

$$t_i = 3 \text{ bulan} = 0,25 \text{ tahun}$$

dan $n = 0$, maka dengan menggunakan (3.13), dapat dicari R_o ,

$$\text{yaitu } R_o = \frac{\lambda}{\tau} t_i - nQ_o = \frac{8000}{1} (0,25) - 0(2828) = 2000$$

jadi pada saat unit barang mencapai 2000 unit, konsumen harus memesan kembali.

b. Anggap ada kekurangan

Karena perubahan teknologi dan kenaikan harga-harga bahan dasar dan juga adanya persaingan maka permintaan untuk PT. Kriya Alam juga mengalami perubahan demikian pula dengan biaya-biaya yang menyertainya. Permintaan tempat tissue untuk satu tahun adalah 6500 unit. Biaya pemesanan naik 6% menjadi Rp. 397.500,00 dan biaya penyimpanan menjadi Rp. 850,00 per unit / tahun. Ada kalanya PT. Kriya Alam tidak dapat memenuhi semua permintaan karena kesulitan mendapat bahan dasar, seperti enceng gondok (akibat keterlambatan pengiriman atau akibat lain). Kendala tersebut tentu saja menyebabkan terhambatnya produksi PT. Kriya Alam sehingga tidak bisa sekaligus menyediakan barang sesuai dengan permintaan. Hal tersebut sudah diperkirakan sebelumnya oleh karena itu biaya kekurangan sebesar Rp. 1.050,00 per unit / tahun akan ditanggung oleh PT. Kriya Alam. Dengan data-data di atas perlu ditinjau kembali mengenai

- a. persediaan optimal yang harus disediakan dan banyak unit barang yang masih kurang.
- b. panjang siklus pemesanan.
- c. biaya total persediaan.

Penyelesaian :

Untuk menyelesaikan persoalan di atas digunakan model persediaan dengan kekurangan.

Data-data yang digunakan adalah sebagai berikut :

$$\lambda = 6500 \text{ unit per tahun}$$

$$C_s = \text{Rp. } 397.500,00 / \text{pesanan}$$

$$C_h = \text{Rp. } 850,00 / \text{unit / tahun}$$

$$C_m = \text{Rp. } 1.050,00 / \text{unit / tahun}$$

$$\tau = 1 \text{ tahun}$$

- a. Dengan menggunakan (3.24) :

$$\begin{aligned} Q_o &= \sqrt{\frac{2\lambda C_s}{\tau C_h}} \sqrt{\frac{C_h + C_m}{C_m}} \\ &= \sqrt{\frac{2(6500)(397500)}{(1)(850)}} \sqrt{\frac{850 + 1050}{1050}} = 3317 \end{aligned}$$

Q_{s_o} dicari dengan menggunakan (3.25), yaitu

$$\begin{aligned} Q_{s_o} &= \sqrt{\frac{2\lambda C_s}{\tau C_h}} \sqrt{\frac{C_m}{C_h + C_m}} \\ &= \sqrt{\frac{2(6500)(397500)}{(1)(850)}} \sqrt{\frac{1050}{850 + 1050}} = 1833 \end{aligned}$$

jadi tempat tissue yang harus disediakan adalah 3317 unit dan masih terdapat

kekurangan sebesar $Q_o - Q_{so} = 3317 - 1833 = 1484$ unit.

b. t_o dicari dengan menggunakan (3.26) :

$$t_o = \sqrt{\frac{2\tau C_s}{\lambda C_h}} \sqrt{\frac{C_h + C_m}{C_m}}$$

$$= \sqrt{\frac{2(1)(397500)}{(6500)(850)}} \sqrt{\frac{850 + 1050}{1050}} = 0,5$$

jadi panjang siklus pemesanan adalah 0,5 tahun

c. Dengan (3.27) dapat dihitung biaya total persediaan, yaitu

$$TC(Q_o, Q_{so}) = \sqrt{2\lambda C_s C_h \tau} \sqrt{\frac{C_m}{C_h + C_m}}$$

$$= \sqrt{2(6500)(397500)(850)(1)} \sqrt{\frac{1050}{850 + 1050}} = 1.558.000$$

jadi biaya total persediaan adalah Rp. 1.558.000,00

Kasus II

Maju Lancar adalah sebuah toko material yang berada di kota S, yang menyediakan bahan-bahan bangunan seperti : batu bata, batako, pasir, kapur, semen dan lain-lain. Toko ini sangat terkenal di kota tersebut karena disamping harganya murah pelayanannya juga memuaskan. Oleh karena itu Maju Lancar banyak mendapatkan pelanggan. Saat ini bahan bangunan yang banyak mendapat pesanan adalah semen dan batako. Untuk kasus ini Maju Lancar hanya membahas mengenai persediaan semen.

Karena ketidakpastian tentang pemakaian dan kebutuhan semen, mengakibatkan kecenderungan untuk mempertahankan cadangan persediaan dalam jumlah yang relatif banyak. Oleh karena itu Maju Lancar sedang melakukan studi tentang kebijaksanaan penyediaan yang optimal. Berdasarkan data yang diperoleh, kebutuhan dalam setahun adalah 4500 unit. Biaya penyimpanan per unit diperkirakan Rp. 1.450,00 tiap tahun dan biaya pemesanan yang diperkirakan adalah Rp.5.250,00 untuk setiap kali melakukan pemesanan.

Maju Lancar juga bekerja sama dengan toko A yang juga menyediakan bahan-bahan bangunan di kota tersebut. Apabila Maju Lancar mengalami kekurangan semen atau bahan bangunan lainnya, ia dapat meminjam dari toko A, namun ia harus menanggung biaya sebesar Rp.475,00 per unit per tahun. Di samping itu ia juga harus mengembalikan apabila telah mendapat ganti.

Kebutuhan selama waktu tunggu adalah tidak tentu, ini dapat dilihat pada tabel berikut ini :

λ_i	$f(\lambda_i)$	$F(\lambda_i)$
25	0,12	0,12
30	0,13	0,35
35	0,13	0,48
40	0,10	0,58
45	0,14	0,72
50	0,15	0,87
55	0,06	0,93
60	0,07	1,00

Penyelesaian :

Model yang digunakan untuk menyelesaikan persoalan di atas adalah model berganda dengan biaya pemesanan.

Dari keterangan di atas diperoleh data sebagai berikut :

$$\lambda = 4.500 \text{ unit / tahun}$$

$$C_s = \text{Rp. } 5.250,00 \text{ per / pesanan}$$

$$C_h = \text{Rp. } 1.450,00 \text{ per unit / tahun}$$

$$C_m = \text{Rp. } 475,00 \text{ per unit / tahun}$$

$$\tau = 1 \text{ tahun}$$

Untuk mencari Q_o dan R_o gunakan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Tentukan harga awal Q_o dengan (3.5) :

$$Q_o = \sqrt{\frac{2\lambda C_s}{\tau C_h}} = \sqrt{\frac{2(4500)(5250)}{1(1450)}} = 181$$

2. Hitung harga R_o menggunakan (4.24) :

$$F(R_o) \geq 1 - \frac{Q_o C_h}{\lambda C_m} = 1 - \frac{(181)(1450)}{(4500)(475)}$$

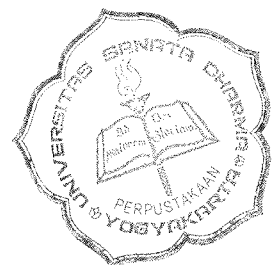
$$\therefore F(R_o) \geq 0,88$$

sehingga dari tabel diperoleh $R_o = 55$

3. Tentukan harga Q_o baru dengan (4.23) :

$$Q_o = \sqrt{\frac{2\lambda \left(C_s + C_m \sum_{\lambda_i > R} (\lambda_i - R) f(\lambda_i) \right)}{\tau C_h}}$$

$$= \sqrt{\frac{2(4500)(5250 + 475[5(0,07)])}{1(1450)}} = 183$$



4. Harga R_o baru

$$F(R_o) \geq 1 - \frac{(183)(1450)}{(4500)(475)}$$

$$\therefore F(R_o) \geq 0,87$$

sehingga dari tabel diperoleh $R_o = 50$

5. Tentukan harga Q_o baru

$$Q_o = \sqrt{\frac{2(4500)(5250 + 475[5(0,06) + 10(0,07)])}{1(1450)}} = 188$$

6. Harga R_o baru

$$F(R_o) \geq 1 - \frac{(188)(1450)}{(4500)(475)}$$

$$\therefore F(R_o) \geq 0,87$$

dari tabel diperoleh $R_o = 50$

7. Hitung Q_o baru

$$Q_o = \sqrt{\frac{2(4500)(5250 + 475[5(0,06) + 10(0,07)])}{1(1450)}} = 188$$

Setelah digunakan beberapa langkah, Q_o dan R_o sudah menuju nilai yang konvergen yaitu $R_o = 50$ unit dan $Q_o = 188$ unit, sehingga dapat disimpulkan setelah persediaan mencapai 50 unit maka dilakukan pemesanan kembali sebesar 188 unit.

Dan besar cadangan persediaan adalah

$$\begin{aligned}R_o - \bar{\lambda}_t &= R_o - \sum_1^9 \lambda_t f(\lambda_t) \\ &= 50 - 36,75 = 13,25 \\ &\approx 13 \text{ unit}\end{aligned}$$

Kasus III

PT. EMKL Pendawa Surabaya merupakan suatu perusahaan yang bergerak dalam bidang ekspedisi khusus untuk barang-barang muatan yang diangkut melalui laut¹⁾. Barang-barang yang diangkut antara lain berupa kopi dan karet, yaitu jenis kopi-I, kopi-II, karet RSS-1 dan karet RSS-2. Pada bagian ini hanya diambil jenis kopi-I dan karet RSS-1. Di bawah ini data-data dari kedua barang muatan tersebut :

$$C_h = \text{Rp. } 0.04,00 / \text{kg} / \text{hari}$$

$$C_s = \text{Rp. } 0.315,00 / \text{pesanan}$$

dan data pengeluaran jenis kopi-I dan karet RSS-1 pada tahun 1978 adalah sebagai berikut :

¹⁾ Sapi'i, " Penggunaan Model Inventory dalam Ekspedisi Muatan Kapal Laut ", ITS / F.IPA 1980

bulan	kopi-I (kg)	karet RSS-1 (kg)
Januari	276.160	738.794
Februari	315.120	611.156
Maret	705.760	759.473
April	434.480	662.159
Mei	151.120	667.152
Juni	833.200	1.261.306
Juli	–	806.820
Agustus	37.040	966.828
September	324.400	503.415
Oktober	286.640	990.784
November	228.240	452.678
Desember	318.000	808.053
Jumlah	3.910.160	9.029.378

Karena jumlah pengeluaran untuk kopi-I dan karet RSS-1 diketahui dengan pasti maka dengan menggunakan model persediaan tanpa kekurangan dapat dihitung persediaan yang optimal dan biaya total persediaan yang minimum.

Penyelesaian :

a. untuk kopi-I :

$$\lambda = 3.910.160 \text{ kg}$$

$$C_h = \text{Rp. } 0.04,00 / \text{kg} / \text{hari} = \text{Rp. } 14,6,00 / \text{kg} / \text{tahun}$$

$$C_s = \text{Rp. } 0.315,00 / \text{pesanan}$$

$$\tau = 1 \text{ tahun}$$

Dengan menggunakan (3.5), diperoleh

$$Q_o = \sqrt{\frac{2\lambda C_s}{C_h \tau}} = \sqrt{\frac{2(3.910.160)(0,315)}{(14,6)1}} = 410,76$$

Dengan menggunakan (3.7) :

$$TC(Q_o) = \sqrt{2\lambda C_s C_h \tau} = \sqrt{2(3.910.160)(0,315)(14,6)} = 5.997,13$$

Jadi persediaan optimal adalah 410,76 kg dengan biaya total persediaan Rp. 5.997,13,00 per tahun.

b. untuk karet RSS-1

$$\lambda = 9.029.378 \text{ kg}$$

$$C_h = \text{Rp. } 0,04,00 / \text{kg} / \text{hari} = \text{Rp. } 14,6,00 / \text{kg} / \text{tahun}$$

$$C_s = \text{Rp. } 0,315,00 / \text{pesanan}$$

$$\tau = 1 \text{ tahun}$$

Dengan menggunakan (3.5) :

$$Q_o = \sqrt{\frac{2\lambda C_s}{C_h \tau}} = \sqrt{\frac{2(9.029.378)(0,315)}{14,6}} = 624,2$$

Dengan menggunakan (3.7) :

$$TC(Q_o) = \sqrt{2\lambda C_s C_h \tau} = \sqrt{2(9.029.378)(0,315)(14,6)(1)} = 9.113,3$$

Jadi persediaan karet RSS-1 yang optimal adalah sebesar 624,2 kg setiap panjang siklus pemesanan dengan biaya total persediaan adalah Rp. 9.113,3,00 per tahun.

B A B VI

PENUTUP

A. Kesimpulan

Masalah persediaan berhubungan dengan pengambilan keputusan mengenai berapa banyak dan kapan harus memesan barang persediaan. Dalam tulisan ini telah dibicarakan mengenai model-model persediaan sesuai dengan keadaan yang menyertainya atau faktor-faktor yang mempengaruhinya, seperti : permintaan, waktu tunggu dan biaya persediaan.

Secara garis besar model persediaan dalam tulisan ini dibedakan atas model deterministik (model persediaan dengan permintaan yang akan datang diketahui dengan pasti) dan model probabilistik (model persediaan dengan permintaan yang akan datang tidak dapat diketahui secara pasti).

Model persediaan tanpa kekurangan (yang termasuk dalam model deterministik) merupakan model paling sederhana yang memberikan nilai

$$Q_o = \sqrt{\frac{2\lambda C_s}{C_h \tau}} \cdot Q_o \text{ inilah yang dimaksud sebagai jumlah pesanan ekonomis (EOQ).}$$

Oleh karena itu model persediaan tanpa kekurangan disebut juga sebagai model EOQ, yang kemudian menjadi dasar dari masalah persediaan.

Adanya permintaan yang tidak dapat diketahui dengan pasti akan memungkinkan terjadinya kekurangan persediaan maupun kelebihan persediaan.

Kedua kondisi tersebut terjadi dalam setiap model probabilistik.

Dari beberapa model yang telah dibicarakan dalam tulisan ini, datangnya persediaan adalah serentak atau sekaligus. Kadangkala suatu perusahaan dalam mendatangkan persediaan tidak secara serentak melainkan secara bertahap, yaitu tingkat persediaan yang tetap dan teratur. Model ini disebut juga sebagai model EPQ (Economic Production Quantity). Model EPQ merupakan salah satu model persediaan yang tidak dibicarakan dalam tulisan ini.

Selain model di atas, model persediaan yang tidak dibahas adalah model persediaan dengan kendala. Model persediaan dengan kendala adalah model yang memperhatikan adanya kendala seperti terbatasnya ruangan / gudang maupun terbatasnya modal kerja.

B. Saran

Model-model persediaan yang telah dibicarakan oleh penulis merupakan model persediaan yang sederhana, yaitu untuk satu macam jenis barang persediaan (single item). Oleh karena itu bagi pembaca yang ingin memperdalam tentang pemodelan persediaan, model-model persediaan yang telah dibicarakan dapat dikembangkan untuk model persediaan lebih dari satu macam jenis barang persediaan (multi item).

DAFTAR PUSTAKA

- Hillier and Lieberman, 1986, *Introduction to Operations Research*, Mc Graw-Hill, New York.
- Riyanto, Bambang., 1984, *Dasar-dasar Pembelanjaan Perusahaan*, Yayasan Penerbit Gajah Mada, Yogyakarta.
- Shore, Barry., 1978, *Quantitative Methods For Business Decisions : Text and Cases*, Mc Graw-Hill, Kogakusha.
- Siagian, P., 1987, *Penelitian Operasional : Teori dan Praktek*, Penerbit Universitas Indonesia (UI Press), Jakarta.
- Siswanto, Drs., 1985, *Persediaan Model dan Analisis*, Andi Offset, Yogyakarta.
- Srinivasan, Bobby., 1990, *Quantitative Analysis for Business Decisions*, Mc Graw-Hill, Singapore.
- Taha, Hamdy A., 1987, *Operations Research : An Introduction*, Mc Graw-Hill, New York.

