ABSTRAK

Persamaan diferensial hipergeometrik merupakan persamaan diferensial linear homogen orde kedua dengan koefesien variabel yang mempunyai bentuk $x(1-x)y''+[c-(a+b+1)x]y'-aby=0$.

Persamaan diferensial hipergeometrik ini , merupakan satu-satunya persaman diferensial yang mempunyai tiga titik singular regular sekaligus yaitu 0, 1 dan ∞.

Dengan menggunakan metode Frobenius, kita akan peroleh penyelesaian deret pangkat berbentuk $y(x)=|x-x_0|^r\sum_{n=0}^{\infty}a_n(x-x_0)^n$ dengan r adalah akar dari persamaan indisial dari masing-masing titik singular regular. Pasangan akar dari persamaan indisial masing-masing titik singular regular $x_0=0$, $x_0=1$ dan $x_0=\infty$ adalah $(0,c-a-b)$ dan (a,b). Penyelesaian kedua persamaan diferensial akan tergantung dengan kedua nilai r. Sehingga akan diperoleh penyelesaian umum dari persamaan diferensial hipergeometrik di sekitar titik singular $x_0=0$ yang disimbolkan dengan

$y(x)=AF(a,b;c;x)+Bx^{1-c}F(1+a-c,1+b-c;2-c;x)$ dengan c bukan bilangan bulat. Jika $c=1$, maka penyelesaian dapat dilihat pada persamaan 3.(19).

Untuk titik singular regular $x_0=1$, diperoleh penyelesaian umum dengan bentuk $y(x)=AF(a,b;1+a+b-c;1-x)+Bx^{c-a-b}F(c-b,c-a;1+c-a-b;1-x)$ dengan c-a-b bukan bilangan bulat. Jika $c-a-b=0$ maka bentuk penyelesaian dinyatakan pada persamaan 3.(24) dan penyelesaian umum di sekitar titik singular regular $x_0=\infty$ berbentuk

$y(x)=A\left(\frac{1}{x}\right)^a F\left(a,1+a-c;1+a-b;\frac{1}{x}\right)+B\left(\frac{1}{x}\right)^b F\left(b,1+b-c;1+b-a;\frac{1}{x}\right)$ dengan $a\neq b$ dan a-b bukan bilangan bulat. Jika $a=b$ maka penyelesaian dapat dilihat pada persamaan 3.(38).

Jika persamaan diferensial linear homogen orde kedua mempunyai bentuk $(x-A)(x-B)y''+(C+Dx)y'+Ey=0$, dengan $A\neq B$, maka dengan mengubah variabel x menjadi $t=\frac{x-A}{B-A}$ kita akan memperoleh bentuk persamaan diferensial hipergeometrik. Persamaan diferensial Legendre dan persamaan diferensial Tschebysev adalah contoh persamaan diferensial yang dapat diubah menjadi persamaan diferensial hipergeometrik.

Beberapa fungsi seperti fungsi sin x, cos x , ln x dan e^x dapat diubah menjadi fungsi hipergeometrik.

ABSTRACT

Hypergeometric differential equation is the second order homogeneous linear with coeffecient variable which has form
$x(1-x)y'' + [c-(a+b+1)x]y' - aby = 0$.

This hypergeometric differential equation is the only differential equations which has three regular singular points at once, that is 0, 1 and ∞. By using Frobenius method , power series solution will be found in the form of

$y(x) = |x-x_0|^r \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-x_0)^n$ with r the root of indicial equation from each regular singular points. The set roots of the indicial equation from regular singular points $x_0 = 0$, $x_0 = 1$ and $x_0 = \infty$ are $(0,1-c)$ $(0,1-c)$, $(0,c-a-b)$ and (a,b). The second solutions of differential equation will be depended on the two r values. So that the general solution of hypergeometric differential equation near regular singular $x_0 = 0$ is symbolized as

$y(x) = AF(a,b;c;x) + Bx^{1-c}F(1+a-c,1+b-c;2-c;x)$ with c is not an integer. If $c = 1$, then the solution can see on 3.(19).

For regular singular point $x_0 = 1$, general solution is in the form $y(x) = AF(a,b;1+a+b-c;1-x) + Bx^{c-a-b}F(c-b,c-a;1+c-a-b;1-x)$ with c-a-b is not an integer. If $c-a-b=0$ then the solution is expressed in the form on 3.(24) and the general solution near regular singular point $x_0 = \infty$ has the form of

$y(x) = A\left(\frac{1}{x}\right)^a F\left(a,1+a-c;1+a-b;\frac{1}{x}\right) + B\left(\frac{1}{x}\right)^b F\left(b,1+b-c;1+b-a;\frac{1}{x}\right)$ with

$a \neq b$ and a-b is not an integer. If $a = b$ then the solution is expressed in the form on 3.(38).

If the second order of homogeneous linear differential equation has a similar form of $(x-A)(x-B)y'' + (C+Dx)y' + Ey = 0$, with $A \neq B$, then by changing x variable into $t = \frac{x-A}{B-A}$, hypergeometric differential equation will be found.

Legendre Differential equation and Tschebysev differential equation are the example of differential equations that can be changed to hypergeometric differential equation.

Other function are like sin x, cos x , ln x and e^x functions can changes to be hypergeometric function.