ABSTRAK

Sejak zaman Yunani kuno, terdapat tiga masalah geometri yang termashur, yang belum bisa dipecahkan hanya dengan menggunakan penggaris dan jangka, yaitu Duplikasi kubus, Membagi tiga sama sebarang sudut dan Mempersegikan lingkaran. Selama berabad-abad ketiga masalah tersebut belum dapat dipecahkan.

Pada awal abad ke-19 dibuktikan bahwa ketiga masalah tersebut tidak mungkin diselesaikan, dengan menerapkan teori-teori aljabar modern. Suatu field E disebut perluasan field dari F jika E memuat F sebagai subfieldnya. Jika E perluasan field F dan $a \in E$, maka $F(a)$ merupakan subfield terkecil dari E yang memuat F dan a. Jika $p(x) \in F[x]$ polinom berderajat n yang tak terurai atas field F maka ring faktor $K = F[x]/\langle p(x)\rangle$ adalah perluasan dari field F dan $p(x)$ mempunyai suatu penyelesaian α dalam K dan dipenuhi $[F[x]/\langle p(x)\rangle : F] = [F(\alpha) : F] = n$.

Suatu bilangan α disebut bilangan konstruktibel, jika dapat dilukis segmen garis dengan panjang α, dengan sejumlah langkah-langkah berhingga penggunaan penggaris dan jangka dimulai dari suatu satuan panjang yang diketahui.

Karena dibuktikan $\sqrt[3]{2}$ bukan bilangan konstruktibel, maka tidak mungkin melukis suatu kubus, yang volumenya dua kali volume kubus yang diketahui hanya dengan menggunakan penggaris dan jangka.

Karena dibuktikan $\cos 20^\circ$ bukan bilangan konstruktibel, maka sudut 60° tidak dapat dibagi menjadi tiga bagian yang sama, sehingga dapat disimpulkan tidak mungkin membagi tiga sama sebarang sudut hanya dengan menggunakan penggaris dan jangka.

F. Lindemann membuktikan bahwa bilangan π bersifat transenden atas field $\mathbf{Q}$. Karena $[\mathbf{Q}(\sqrt{\pi}):\mathbf{Q}]$ tak berhingga maka $\sqrt{\pi}$ bukan bilangan konstruktibel, sehingga tidak mungkin melukis suatu persegi yang luas daerahnya sama dengan luas daerah lingkaran yang diketahui hanya dengan menggunakan penggaris dan jangka.

ABSTRACT

Since the ancient Greeks period, there were three famous geometry problems that could not be solved only by unmarked ruler and compass, they were: The duplication of the circle, The trisection of the arbitrary angle, and The quadrature of the circle. During centuries, these three problems can not be solved.

In the beginning of nineteenth century, it is proved that these three problems were impossible to finish, using theories of modern algebra. A field E is called a field extension of F if E contains F as these subfield. If $a \in$E then F(a) is the smallest subfield of E containing a and F. If $p(x) \in F[x]$ is an irreducible polynomial of degree n over F and then quotient ring $K = F[x]/\langle p(x) \rangle$ is a field extension of F and $p(x)$ has a root α in K and $[F[x]/\langle p(x) \rangle : F] = [F(\alpha) : F] = n$

A number α is called a constructible number if can be constructed a line segment with length α, by a finite number of steps using unmarked ruler and compass starting from a known unit length.

Since it is proved $\sqrt[3]{2}$ is not a constructible number then it is impossible to construct a cube whose volume is double of the given cube using only unmarked ruler and compass.

Since it is proved cos 20° is not a constructible number, then an angle 60° can not be trisect into three equal parts, so that it can be concluded that it is impossible to trisect an arbitrary angle into three equal parts using only unmarked ruler and compass.

F. Lindemann proved that π is a transcendental number over field **Q**. Since $[\mathbf{Q}(\sqrt{\pi}) : \mathbf{Q}]$ is infinite, then $\sqrt{\pi}$ is not a constructible number, so that it is impossible to construct a square whose area is the same as the area of a given circle using only unmarked ruler and compass.