PENGGUNAAN PERMASALAHAN KONTEKSTUAL DI DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Skripsi

Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Memperoleh Gelar Sarjana Pendidikan
Program Studi Pendidikan Matematika

Oleh :

BHALITA KUNCORO HADHI

NIM : 981414035

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA

JURUSAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN

UNIVERSITAS SANATA DHARMA

2003

SKRIPSI

PENGGUNAAN PERMASALAHAN KONTEKSTUAL DI DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Oleh :

BHALITA KUNCORO HADHI

NIM : 981414035

Telah disetujui oleh :

Pembimbing

Drs. A. Mardjono

Tanggal 17 November 2003

SKRIPSI

PENGGUNAAN PERMASALAHAN KONTEKSTUAL DI DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Dipersiapkan dan ditulis oleh

Bhalita Kuncoro Hadhi

NIM : 981414035

Telah dipertahankan di depan Panitia Penguji
pada tanggal 8 Desember 2003
dan dinyatakan memenuhi syarat

Susunan Panitia Penguji

	Nama Lengkap	Tanda Tangan
Ketua	: Drs. A. Atmadi, M. Si.	....
Sekretaris	: Drs. Th. Sugiarto, M T.	....
Anggota	: 1. Drs. A. Mardjono	....
	2. Drs. Th. Sugiarto, M T.	....
	3. Drs. Al. Haryono	....

Yogyakarta, 8 Desember 2003

Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan

Universitas Sanata Dharma

Dekan,

Dr. A. M. Slamet Soewandi, M. Pd.

Kupersembahkan Hasil Karyaku Ini Kepada :

Allah swt

Bapak Sarno Hadhi Sarono

Ibu Supadmi

Kakak-kakakku (Endang, Susi, Amanto, Yuri, Orba, Sulis)

Keponakanku (Linda, Esti)

Sobat – Sobatku

Almamaterku (FKIP, USD)

PERNYATAAN KEASLIAN KARYA

Saya menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang saya tulis ini tidak memuat karya atau bagian karya orang lain, kecuali yang telah disebutkan dalam kutipan dan daftar pustaka, sebagaimana layaknya karya ilmiah.

Yogyakarta, 8 Desember 2003

Penulis

BHALITA KUNCORO HADHI

ABSTRAK

Penggunaan Permasalahan Kontekstual Di Dalam Pembelajaran Matematika

Penelitian Tindakan Kelas (PTK) ini bertujuan untuk menentukan langkah-langkah yang baik dalam penggunaan permasalahan kontekstual di dalam pembelajaran matematika.

Subyek Penelitian Tindakan Kelas (PTK) ini adalah kelas 1J SMU BOPKRI 1 Yogyakarta (berjumlah 24 siswa). Penelitian ini dilakukan pada semester 2 tahun ajaran 2002/2003 pada pokok bahasan matriks. Penelitian Tindakan Kelas (PTK) ini dilakukan dengan model spiral. Dalam pelaksanaan tindakan terdapat dua siklus, yaitu siklus 1 (tiga kegiatan, setiap kegiatan terdiri dari 2 pertemuan) dan siklus 2 (tiga kegiatan, setiap kegiatan terdiri 2 pertemuan). Jadi, dalam pelaksanaan Penelitian Tindakan Kelas (PTK) ini terdapat enam kegiatan pembelajaran yang terdiri 12 pertemuan. Pada setiap akhir kegiatan pembelajaran dilakukan evaluasi formatif dan setelah pokok bahasan selesai diadakan tes akhir. Proses pembelajarannya diamati oleh seorang pengamat (guru matematika) dan pada setiap akhir kegiatan dilakukan diskusi dengan kolaborator. Data hasil penelitian ini di analisis secara kualitatif dan komparatif.

Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa langkah-langkah yang baik dalam penggunaan permasalahan kontekstual di dalam pembelajaran matematika untuk meningkatkan motivasi dan prestasi belajar siswa yaitu (1) memberikan permasalahan kontekstual kepada siswa terlebih dahulu; (2) menyampaikan materi harus jelas, mudah di pahami oleh siswa, dilakukan perlahan-lahan dan diulang sampai tiga kali; (3) memberikan contoh-contoh permasalahan kontekstual maupun soal-soalnya dibuat dengan banyak variasi; (4) setiap akhir kegiatan diberikan evaluasi sebagai umpan balik untuk memperbaiki kualitas pembelajaran matematika. Peningkatan motivasi dan prestasi belajar siswa juga ditunjukkan oleh beberapa indikator, antara lain (1) perubahan diri siswa yang tampak semakin lama semakin senang terhadap pembelajaran matematika; (2) keikutsertaan siswa dalam PBM semakin antusias dan motivasinya cukup ; (3) semakin berani bertanya dan mengemukakan pendapat; (4) sebagian besar siswa merasa semakin dapat memahami materi pembelajaran matematika yang disampaikan dengan penggunaan permasalahn kontekstual; (5) siswa semakin lancar dan benar dalam penyelesaian soal. Selain itu, peningkatan motivasi dan prestasi belajar siswa juga ditunjukkan oleh adanya peningkatan nilai rata-rata kelas antara kegiatan pembelajaran pertama sampai terakhir. Hal tersebut juga ditunjukkan oleh adanya peningkatan prestasi matematika siswa yaitu evaluasi formatif akhir kegiatan 1 dalam siklus 1, siswa yang memperoleh nilai berkategori "Sangat Baik" hanya 33,33%, sedangkan pada evaluasi formatif akhir kegiatan 3 dalam siklus 2, siswa yang memperoleh nilai berkategori "Sangat Baik" sebanyak 72,72%. Selain itu juga bisa dilihat pada hasil tes akhir dan remedial pada pembelajaran tersebut.

ABSTRACT

Using Contextual Problem In Mathematics Classroom

The purpose of this classroom action research is to determine propitious steps in using contextual problem in mathematics classroom.

The subject of this classroom action research is 24 students of 1J class in SMU BOPKRI 1 Yogyakarta. This research was conducted in the second semester of 2002 / 2003. The topic was matrices. The classroom action research is using the spiral model. There's two parts of action, the first part consists of 3 actions which every actions consists of 2 meetings and the second part consists of 3 actions. As a result there's 6 learning activities, which is covered in 12 meetings. In the end of each learning activities there were formative evaluations and in the end of the topic, there was a final test. The learning process in observed by an observer (mathematics teacher) and who will discussion the learning activity later in the end of the activity. The data is analyzed by qualitative and comparatives approach.

The result of this research shows that the propitious steps in using contextual problem in mathematics classroom to increase student's motivation and achievement are 1) launch the contextual problem to the student; 2) convey the material clearly, easy for the student to understand, slowly and repeated until 3 times; 3) give examples and exercises of the contextual problems in variations; 4) in every activity give an evaluation as a feedback to improve the quality of mathematics learning. The improve of student's motivation and achievements is shown in certain indicators, 1) student's changing attitude to ward mathematics, they tend to like mathematics; 2) student actively and motivate involved in the learning activity; 3) they ask questions and express their idea; 4) most of the students understand a topic easier using the contextual problem; 5) students solve the problem faster than before. The improve of student's motivation and achievements is also shown by the improvement of the average grade of the evaluations during. The first activity until the last activity. It's also determined by the formative evaluations result, in the first activity of the first part, students who is categorized as " excellent " is only 33,33 %, where as in the third activity of the second part, students who is categorized as " excellent " are 72,72 %. It also can be seen in the final and remedial test result.

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur kehadirat Tuhan Yang Maha Esa atas bimbingan dan rahmat-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.

Selama penyusunan skripsi ini, sangat banyak kesulitan dan hambatan yang penulis alami. Namun karena bantuan dari banyak pihak, akhirnya semua kesulitan dan hambatan tersebut dapat teratasi. Oleh karena itu sudah selayaknya penulis mengucapkan banyak terima kasih kepada :

1. Drs. A. Mardjono selaku dosen Pembimbing yang dengan kesabarannya telah membimbing dan memberikan saran-saran kepada penulis selama proses penulisan skripsi ini.
2. Drs. Th. Sugiarto, M T. selaku Kaprodi Pendidikan Matematika.
3. Segenap dosen JPMIPA, khususnya Program Studi Pendidikan Matematika USD, atas pengetahuan yang penulis dapatkan.
4. Bapak Sunarjo dan Bapak Sugeng (sekretariat JPMIPA), atas keramahannya dalam melayani kepentingan mahasiswa.
5. Sri Rahayuningsih, BA selaku Kepala Sekolah SMU BOPKRI I Yogyakarta yang telah mengijinkan dan membantu penulis menyelenggarakan penelitian.
6. Diena Meintawati, S Pd atas kerjasama, dukungan dan saran-sarannya.
7. Siswa-siswi SMU BOPKRI I Yogyakarta yang telah bersedia sebagai subyek dalam penelitian untuk penulisan skripsi ini.
8. Bapak dan Ibu, atas kesempatan belajar dan dorongan yang diberikan baik material maupun spritual.

9. Mbak Endang, Mbak Susi, Mas Aman, Mbak Yuri, Mbak Orba, Mas Sulis, Esti, Linda atas segala dukungan dan dorongannya.
10. Komunitas mahasiswa Pendidikan Matematika angkatan '98' baik dukungan, dorongan dan saran-sarannya.
11. Drajat (Viva AS ROMA), Wuri, Alex (jangan ngapak terus), Ucil (ikan koinya gimana), Yosep (Vespa mania), Silvi, Beti, Okta, Indah, Ratna, Hendri (Si kacang Garuda), Sisi, Memet, Orin, Mbak Ika, Mbak Endang, Mini, Ipunk (sesama Laziale), Danang, Mirna (Si Minchek), Sugih (Si Uplick), Yeni Black (Iklannya jarum gimana), Bunga (jangan layu ya tetaplah mekar), Lona (JJS terus), Maria (Thanks ya .....).
12. Yoseph (Paydjoe) atas komputer + printnya sehingga proposalku tercipta sekaligus saran-saran yang sifatnya membangun.
13. Pemilik Rental Purnama 56 (Puji Iswiyanto dalam panggilan kerennya Pak Ijan), atas komputer + printnya sekaligus dukungan dan dorongannya.
14. Mantan-mantan penghuni kost 21 : Bang Agus (Horas Medan), Bang Andre (Kafe Mania), Jun, Berno, Hans, Iwan, Willy, Joko, Thukul, Beny, Widy, Bayu, atas kerjasamanya baik suka maupun duka.
15. Orang-orang terkasih : "C. Indri"(Badung girl), "Wiwin"(3 in 1), "Indah Susanti"(Be yourself) atas spirit dan kebersamaannya.
16. Penghuni kost 21 : Wawan Klo-Wor (Bajaj Bajuri), Olsen "Teak", Ari, Agus, Inus, Ones, Tio, Nico, Angga, Adi, Andre, Irfan, Matheus, Bapak & Ibu Kost sekeluarga.

17. Temen-temen sepermainan+seperjuangan : Q-wir, Andhes (Si Andi), Bambang (jangan henk terus), Sumarjoko, Rida, Dewi, Gagat, Peyok, Epik, Ambar (Si Hitam Kelam), Gudhel, Lemu, Mangor, Sotho, Reki (pencinta sepak bola juga).
18. AD 5166 PJ, yang dulunya AD 4833 CL, atas kesetiaannya selama ini dan tidak akan dilupakan.
19. Klub Sepak Bola JPMIPA (latihan terus kapan juarannya).
20. Penggemar Lazio dimanapun Anda berada.
21. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu, yang telah memberikan dukungan dan doa selama perjalanan studi dan proses penyusunan skripsi ini.

Semoga skripsi ini dapat berguna bagi para pembaca dan dapat menambah wawasan tentang perkembangan dunia pendidikan. Penulis menyadari bahwa penyusunan skripsi ini masih banyak kekurangan, untuk itu penulis dengan senang hati menerima kritik dan saran dalam bentuk apapun demi kesempurnaan skripsi ini.

Yogyakarta, 8 Desember 2003

Penulis

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL

Halaman

DAFTAR LAMPIRAN

Halaman

BAB I

PENDAHULUAN

A. LATAR BELAKANG

Dalam kenyataan di sekolah banyak dijumpai persoalan matematika yang tidak dapat diselesaikan dengan baik, hal ini disebabkan siswa masih mendapat kesulitan untuk menyelesaikan persoalan matematika yang diajukan guru. Sering pula terjadi bahwa siswa tidak dapat membedakan antara apa yang ditanyakan dan apa yang diketahui dalam soal-soal matematika. Ini dikarenakan dalam pembelajaran matematika di sekolah lebih bersifat mekanistik, sehingga kurang adanya keterkaitan antara pembelajaran matematika di sekolah dengan kehidupan sehari-hari siswa atau dunia nyata siswa. Sekarang ini siswa kurang memahami soal-soal cerita yang berkaitan antara pembelajaran matematika dengan kehidupannya.. Situasi tersebut dapat memberikan kesan kepada siswa bahwa materi matematika yang diajarkan di sekolah kurang terkait dengan kehidupan sehari-hari atau dunia nyata siswa. Hal ini dapat menyebabkan dampak yang kurang baik, antara lain motivasi siswa untuk mempelajari matematika menurun (Suwarsono, 2002:1). Situasi yang menimbulkan kurangnya motivasi siswa untuk belajar matematika, mendorong dikembangkannya pemikiran bahwa pembelajaran matematika sebaiknya bersifat kontekstual dengan menggunakan suatu konteks tertentu, khususnya konteks di dunia nyata (*real word context*) atau dengan kata lain di dalam pembelajaran matematika sebaiknya menggunakan permasalahan kontekstual.

Misalnya, pembelajaran matematika dilaksanakan dengan menggunakan peristiwa-peristiwa atau benda-benda yang berasal dari lingkungan kehidupan siswa. Peristiwa-peristiwa atau benda-benda yang berasal dari lingkungan kehidupan siswa tersebut dapat digunakan untuk mengawali pembahasan topik-topik matematika tertentu. Selain menggunakan peristiwa-peristiwa yang sungguh-sungguh terjadi dan benda-benda yang ada atau sungguh-sungguh peristiwa-peristiwa berasal dari dunia nyata (kehidupan sehari-hari), pembelajaran matematika yang bersifat kontekstual bisa juga dilaksanakan dengan menggunakan peristiwa-peristiwa yang tidak sungguh-sungguh terjadi, tetapi yang dibayangkan bisa terjadi di dunia nyata. Dengan demikian, para siswa merasa bahwa mereka mempelajari matematika dalam situasi (konteks) yang "nyata" (sungguh-sungguh terjadi atau dibayangkan bisa sungguh-sungguh terjadi). (Suwarsono, 2001:1).

Menurut Marpaung (2001: 79) pembelajaran matematika secara mekanistik hanya menghasilkan pemahaman instrumental pada siswa. Padahal belajar matematika hanya akan bermakna bila siswa dapat mengembangkan pemahaman relasional. Berdasarkan teori kontruksivisme maka untuk mencapai hal ini, siswa harus merekontruksi pengetahuan yang akan dimilikinya.

Pembelajaran kontekstual hanya terjadi jika siswa memproses informasi atau pengetahuan baru sedemikian sehingga dirasakan masuk akal sesuai dengan kerangka berpikir yang dimilikinya (ingatan, pengalaman dan tanggapan). Pemaduan materi pelajaran dengan konteks keseharian siswa di dalam pembelajaran kontekstual akan menghasilkan dasar-dasar pengetahuan yang mendalam dimana siswa kaya akan pemahaman masalah dan cara untuk menyelesaikan (Rustana, 2002:7). Siswa secara bebas menggunakan pengetahuannya untuk menyelesaikan masalah-masalah baru dan belum pernah di hadapi, serta siswa harus bisa mempertanggungjawabkan langkah-langkah yang diambil untuk menyelesaikan masalah belajarnya seiring dengan peningkatan pengalaman dan pengetahuan mereka.

Pembelajaran kontekstual menyajikan suatu konsep yang mengaitkan materi pelajaran yang dipelajari siswa dengan konteks dimana materi tersebut digunakan, serta berhubungan dengan bagaimana seorang belajar atau gaya/cara siswa belajar. Materi pelajaran akan tambah berarti jika siswa mempelajari materi pelajaran yang disajikan melalui konteks kehidupan mereka, dan menemukan arti di dalam proses pembelajarannya, sehingga pembelajarannya akan menjadi lebih berarti dan menyenangkan. Siswa akan bekerja keras untuk mencapai tujuan pembelajaran, mereka menggunakan pengalaman dan pengetahuan sebelumnya untuk membangun pengetahuan baru. Selanjutnya siswa memanfaatkan kembali pemahaman pengetahuan dan kemampuannya itu dalam berbagai konteks di luar sekolah untuk penyelesaian permasalahan dunia nyata yang kompleks.

Pemanfaatan pembelajaran kontekstual akan menciptakan ruang kelas yang di dalamnya siswa akan menjadi peserta aktif bukan hanya pengamat yang pasif dan bertanggung jawab terhadap belajarnya. Penerapan pembelajaran kontekstual akan sangat membantu untuk menghubungkan materi mata pelajaran dengan situasi dunia nyata dan memotivasi siswa untuk membentuk hubungan antara pengetahuan dan aplikasinya dengan kehidupan mereka. Di dalam lingkungan, siswa memperoleh/menemukan hubungan yang sangat bermakna antara ide-ide abstrak dan penerapan praktis di dalam konteks dunia nyata. (Rustana,2002 : 7-9)

Peneliti melihat bahwa penanaman pembelajaran matematika kurang bermakna, belum mengaitkan pembelajaran matematika dengan kehidupan sehari-hari siswa sehingga motivasi dan prestasi siswa menurun. Oleh karena itu pembelajaran secara kontekstual perlu diteliti dan diharapkan terjadi perubahan yang mendasar di dalam pembelajaran matematika tersebut.

B. IDENTIFIKASI MASALAH

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah dikemukakan diatas, muncul persoalan yang lebih spesifik antara lain sebagai berikut:

1. Kurangnya pendekatan pembelajaran secara kontekstual dalam pembelajaran matematika di sekolah.
2. Penggunaan metode-metode pembelajaran matematika yang kurang tepat.

C. BATASAN MASALAH

Berdasarkan identifikasi masalah tersebut, dengan mempertimbangkan keterbatasan kemampuan, pengetahuan, waktu dan biaya, maka di dalam penelitian ini hanya dibatasi pada penggunaan permasalahan kontekstual di dalam pembelajaran matematika, kelas 1 semester 2 SMU BOPKRI 1 Yogyakarta tahun ajaran 2002/2003 pada pokok bahasan matriks.

D. PERUMUSAN MASALAH

Berdasarkan batasan masalah di atas, permasalahannya dapat dirumuskan sebagai berikut:

Bagaimana langkah-langkah yang baik dalam penggunaan permasalahan kontekstual di dalam pembelajaran matematika?

E. TUJUAN PENELITIAN

Untuk menentukan langkah-langkah yang baik dalam penggunaan permasalahan kontekstual di dalam pembelajaran matematika.

F. MANFAAT PENELITIAN

Dari hasil penelitian ini diharapkan dapat bermanfaat:

1. Bagi Peneliti

   Peneliti sebagai calon guru dapat menentukan langkah-langkah yang baik dalam penggunaan permasalahan kontekstual di dalam pembelajaran matematika.

2. Bagi Guru Bidang Studi Matematika

   Dengan melihat penelitian ini guru dapat menentukan langkah-langkah di dalam membelajarkan materi matematika sehingga tidak hanya menggunakan pembelajaran yang mekanistik, tetapi lebih menggunakan pembelajaran kontekstual sehingga siswa lebih termotivasi dan prestasinya meningkat untuk belajar matematika.

3. Bagi Lembaga

   Dengan hasil penelitian ini di harapkan bisa menambah kazanah dalam bidang pembelajaran matematika.

BAB II

LANDASAN TEORI

A. KAJIAN TEORITIK

1. Hakekat Matematika

Matematika seringkali dilukiskan sebagai suatu ilmu yang terdiri dari kumpulan sistem matematika yang masing-masing sistem mempunyai struktur tersendiri yang sifatnya deduktif (Herman Hudoyo, 1980:10). Selanjutnya menurut Herman Hudoyo (1988:11) hakekat matematika berkenaan ide-ide, struktur-struktur dan hubungan-hubungannya yang diatur menurut urutan yang logis. Jadi hakekat matematika berkenaan dengan konsep-konsep abstrak. Apabila matematika dipandang sebagai suatu struktur dari hubungan-hubungan antar konsep, maka suatu simbol-simbol formal diperlukan untuk menyatakan konsep-konsep tersebut. Pemahaman terhadap struktur-struktur dan simbolisasi, masing-masing merupakan stimulus yang satu terhadap yang lain. Simbolisasi memberikan fasilitas untuk komunikasi. Dari komunikasi ini kita mendapatkan sejumlah besar informasi. Dari informasi-informasi ini kita dapat membentuk konsep-konsep baru. Jadi, simbol-simbol bermanfaat bagi kehematan intelektual sebab simbol-simbol itu dapat digunakan untuk mengkomunikasikan ide secara efektif dan efisien. Itu berarti bahwa di belakang setiap simbol ada suatu ide. Agar supaya simbol itu berarti, kita harus memahami ide yang terkandung di dalam simbol tersebut. Bila pemahaman ini tidak ada, penggunaan simbol-simbol justru bisa menyesatkan orang yang menggunakan simbol-simbol tersebut.

Menurut Russefendi (1980:150) suatu sistem deduktif dimulai dari unsur-unsur yang tidak didefinisikan, unsur-unsur yang didefinisikan dan aksioma atau postulat kemudian disusun teorema atau dalil-dalil, dimana dalil-dalil itu (setelah dibuktikan kebenarannya) berlaku secara umum. Pembuktian yang digunakan adalah pembuktian deduktif, sehingga matematika sering disebut sebagai ilmu deduktif. Walaupun para matematikawan itu menyusun (menemukan) matematika atau bagiannya itu secara induktif (coba-coba, eksperimen, penelitian, dll), tetapi begitu suatu pola, aturan, dalil-dalil itu ditemukan maka dalil itu harus dapat dibuktikan kebenarannya secara umum dan deduktif.

Berdasarkan pendapat-pendapat di atas dapat disimpulkan bahwa hakekat matematika berkenaan dengan konsep-konsep abstrak dan merupakan sistem deduktif.

2. Pengertian Belajar Secara Umum

Proses belajar adalah suatu aktivitas psikis atau mental yang berlangsung dalam interaksi aktif subjek dengan lingkungan, yang menghasilkan perubahan-perubahan dalam pengetahuan, pemahaman, keterampilan dan nilai sikap. Perubahan itu bersifat secara relatif, konstan dan berbekas. (Winkel, 1983:15)

Dalam tulisan yang sama, Winkel mengemukakan bahwa dalam kegiatan belajar terjadi proses perubahan dari keadaan "belum mampu" ke keadaan "sudah mampu" yang terjadi selama jangka waktu tertentu. Adanya perubahan dalam pola perilaku inilah yang menandakan telah terjadinya proses belajar, melalui banyak kemampuan yang diperoleh sampai menjadi milik pribadi, melalui banyak pula perubahan yang telah dialami. Kemampuan-kemampuan itu digolongkan menjadi kemampuan kognitif yang meliputi pengetahuan, pemahaman, kemampuan sensorik psikomotorik yang meliputi keterampilan melakukan rangkaian gerak-gerik dalam tertentu: dan kemampuan dinamik-efektif yang meliputi sikap dan nilai yang meresapi perilaku dan tindakan. Penggolongan ini sesuai dengan pengolongan ranah kognitif, belajar sensorik psikomotorik dan belajar dinamik afektif. Semua perubahan di bidang-bidang itu merupakan suatu hasil belajar dan mengakibatkan manusia berubah dalam sikap dan tingkah lakunya. Perubahan akibat belajar itu akan bertahan lama, bahkan sampai taraf tertentu tidak menghilang lagi. Hasil belajar secara relatif bersifat konstan dan berbekas. Hasil belajar dikatakan secara relatif karena ada kemungkinan suatu hasil belajar di tiadakan atau dihapus dan diganti dengan hasil yang baru.

3. Pengertian Belajar Matematika

Dalam buku Russefendi (1980:138) Gagne berpendapat bahwa yang dimaksud belajar matematika adalah sebagai berikut : dalam belajar matematika ada dua obyek yang dapat diperoleh siswa, obyek langsung dan obyek tidak langsung. Obyek tidak langsung antara lain ialah kemampuan menyelidiki dan memecahkan masalah, mandiri (belajar, bekerja, dan lain-lain), bersikap positif terhadap matematika, tahu bagaimana semestinya belajar matematika. Obyek langsung adalah fakta, ketrampilan, konsep dan aturan.

a). Fakta

Fakta adalah angka atau lambang bilangan, sudut, ruas garis, simbol dan notai.

b). Ketrampilan

Ketrampilan adalah kemampuan memberikan jawaban yang benar dan cepat.

c). Konsep.

Konsep adalah ide abstrak yang memungkinkan kita mengelompokkan benda-benda (obyek) ke dalam contoh dan non contoh.

d). Aturan.

Aturan adalah obyek yang paling abstrak. Aturan ini dapat berupa sifat, dalil, teori.

Dalam belajar matematika Bruner mengemukakan teori-teori atau dalil, dalil ini timbul berdasarkan kepada pengamatan ke sekolah-sekolah dan hasil percobaan dengan kawan-kawannya. Dalil-dalil itu adalah : dalil penyusunan (*construcsion theorem*), dalil notasi (*notation theorem*), dalil kekontrasan dan keanekaragaman (*contras and variation theorem*), dan dalil pengaitan (*connectivity theorem*)

1). Dalil Penyusunan.

Cara yang paling baik bagi anak untuk belajar konsep dalil dan lain-lain dalam matematika ialah dengan melakukan penyusunan representasinya. Pada langkah-langkah permulaan belajar konsep akan lebih melekat, bila kegiatan-kegiatan yang menunjukkan representasi konsep itu dilakukan oleh siswa sendiri.

2). Dalil Notasi.

Pada permulaan suatu konsep disajikan, supaya dipergunakan notasi yang sesuai dengan perkembangan mental siswa.

3). Dalil Pengkontrasan dan Keanekaragaman.

Dalam langkah-langkah mengubah representasi konkret ke representasi lebih abstrak, suatu konsep matematika diperlukan adanya kegiatan pengkontrasan dan keanekaragaman. Kegiatan tersebut dilakukan agar suatu konsep itu lebih bermakna bagi siswa, konsep itu harus dikontraskan dengan konsep-konsep lain dan disajikan dengan keanekaragaman.

4). Dalil Pengaitan.

Dalam matematika setiap konsep itu berkaitan dengan konsep lain. Begitu pula antara yang lainnya misalnya antara dalil dan dalil, teori dan teori, antara topik dan topik, antara cabang matematika. Oleh karena itu agar siswa dalam belajar matematika lebih berhasil siswa harus lebih banyak diberi kesempatan untuk melihat kaitan-kaitan itu. ((Russenfendi, 1980:142-144).

Zoltan P Dienes dalam buku Russefendi (1980:134) berpendapat bahwa belajar matematika: sistem pengajarannya dibuat dalam usaha peningkatan pengajaran matematika agar lebih mudah dapat dipelajari dan lebih menarik. Menurut pengamatan dan pengalamannya terdapat anak-anak yang menyenangi matematika hanya pada permulaan mereka berkenalan dengan matematika yang sederhana. Makin tinggi sekolahnya dan makin sukar matematika yang dipelajarinya makin kurang minatnya. Di samping itu terdapat banyak anak-anak yang setelah belajar matematika bagian yang sederhanapun banyak yang tidak dipahaminya, banyak konsep yang dipahami secara keliru. Maka dari itu, Dienes memandang matematika sebagai studi tentang struktur, pengklasifikasian struktur, memisah-misahkan hubungan-hubungan yang terdapat di dalam struktur-struktur dan mengkategorisasikan hubungan-hubungan di antara struktur-struktur. Dienes berpendapat bahwa setiap konsep atau struktur matematika dapat dimengerti secara sempurna jika pertama-tama disajikan kepada siswa dalam bentuk-bentuk konkrit. Dienes percaya bahwa semua abstraksi didasarkan kepada situasi dan pengalaman-pengalaman konkrit.

4. Pengertian Masalah Kontekstual dan Pembelajaran Kontekstual

Di dalam pembelajaran matematika perlu digunakan konteks nyata (*real context*) untuk dieksplorasi, artinya bahwa kegiatan pembelajaran bertitik pangkal dari masalah-masalah yang kontekstual. Kemudian siswa membahasakan masalah-masalah yang kontekstual itu ke dalam bahasa matematika. Selanjutnya siswa menyelesaikan masalah itu dengan alat-alat yang ada di dalam matematika, dan akhirnya dapat membahasakan kembali jawaban yang diperoleh yang masih dalam bahasa matematika ke dalam bahasa sehari-hari.

Konteks atau masalah kontekstual mempunyai dua arti. Arti pertama , konteks atau masalah kontekstual adalah masalah atau soal matematika yang benar-benar muncul atau harus dihadapi orang dalam kehidupan sehari-hari, di dunia kerja, atau dalam ilmu pengetahuan di luar matematika. Arti kedua, masalah kontekstual atau konteks adalah gejala atau fenomena yang dialami oleh siswa, atau yang terdapat di "dunia nyata", atau pernyataan yang dapat di tangkap oleh siswa sebagai pengetahuan yang mungkin dialaminya, atau pernyataan tentang "dunia nyata", yang mengandung soal yang dapat dipisahkan secara matematis (Suryanto, 2002:10). Yang di maksud dengan "dunia nyata" adalah dunia yang dirasakan atau dianggap nyata oleh siswa.

Penggunaan masalah kontekstual atau konteks di dalam pembelajaran matematika mempunyai alasan kuat yaitu:

a). Masalah kontekstual merupakan contoh masalah yang menuntut penerapan matematika untuk memecahkannya, sehingga sekaligus menunjukan kegunaan matematika.

b). Ketiadaan hubungan antara pembelajaran di sekolah dan dunia nyata dan dunia kerja serta masalah kehidupan nyata, ikut menyebabkan rendahnya motivasi siswa.

c). Pembelajaran dengan menggunakan masalah kontekstual yang sesuai dapat membantu siswa memahami peranan dan tanggungjawab siswa sebagai anggota keluarga, warga negara dan sebagai pekerja kelak.

d). Belajar dengan menggunakan aneka konteks sesuai teori kognisi tersituasi, yang menyatakan bahwa pengetahuan tidak dapat dipisahkan dari konteks dan kegiatan tempat berkembangnya pengetahuan itu.

e). Agar matematika dapat dipelajari oleh siswa sebagai kegiatan, maka pelajaran matematika harus dimulai dengan menghadapkan siswa kepada masalah kontekstual, yang pemecahannya dapat dilakukan dengan beberapa cara atau jawabnya dapat bervariasi.

f). Siswa dapat mencapai pretasi akademik tinggi dan standar profesi, belajar lebih baik, menguasai pelajaran lebih banyak, apabila siswa belajar di dalam konteks, dibandingkan jika siswa itu belajar di dalam dunia abstrak.

Pembelajaran kontekstual adalah pembelajaran yang menggunakan bermacam-macam masalah kontekstual sebagai titik awal, sedemikian sehingga siswa belajar dengan menggunakan pengetahuan dan kemampuannya untuk memecahkan berbagai masalah, baik masalah nyata maupun masalah simulasi, baik masalah yang berkaitan dengan pelajaran lain di sekolah, situasi sekolah, maupun masalah di luar sekolah, masalah di luar sekolah.

Pembelajaran kontekstual semula dikembangkan dengan tujuan untuk menyelaraskan program atau pelajaran di sekolah dengan kebutuhan siswa di kemudian hari jika bekerja. Oleh karena itu pembelajaran kontekstual diselenggarakan dengan menggunakan berbagai masalah kontekstual, baik konteks sekolah maupun konteks luar sekolah, terutama konteks dunia kerja. Dengan kata lain, pembelajaran kontekstual dirancang agar sekolah benar-benar menyiapkan siswanya untuk terjun di masyarakat. Pembelajaran kontekstual juga di rancang untuk memungkinkan diadakannya kerjasama antara sekolah dan dunia kerja, sehingga siswa dapat belajar memecahkan masalah dalam setting nyata.

Sesuai dengan pengertian dan tujuan tersebut, pembelajaran kontekstual mempunyai ciri-ciri sebagai berikut:

1). Berbasis masalah. Artinya pembelajaran dimulai dengan menghadapkan siswa kepada masalah kontekstual, yang merupakan masalah simulasi atau dunia nyata. Dengan demikian siswa menyadari bahwa suatu masalah dapat dipecahkan dengan berbagai cara dan untuk memecahkan masalah maka perlu memadukan berbagai berbagai informasi yang relevan.

2). Menggunakan konteks ganda. Artinya pembelajaran melibatkan masalah yang memiliki beberapa tautan, misalnya tautan dengan pelajaran lain, tautan dengan pengalaman dalam perjalanan ke sekolah. Dengan pengalaman memecahkan maslah konteks ganda, siswa kan memperoleh pengetahuan yang dapat digunakan dalam berbagai situasi. Hal ini sesuai dengan teori kognisi tersituasi, yang menyatakan pengetahuan tidak dapat dilepaskan dari tautan dan kegiatan pengembangannya.

3). Membangkitkan keteraturan belajar. Artinya dengan menghadapi bermacam-macam masalah kontekstual siswa menjadi terbiasa untuk menyadari bagaimana cara berpikir yang efektif, terbiasa menggunakan berbagai strategi dalam memecahkan masalah dan terus-menerus termotivasi untuk belajar.

4). Siswa menjadi bagian dari konteks. Artinya beberapa masalah kontekstual yang dipilihkan oleh guru berkaitan dengan pengalaman siswa atau keluarga siswa atau kelompok siswa atau tempat siswa belajar.

5). Belajar dalam konteks sosial. Artinya dalam memecahkan masalah, siswa berinteraksi dengan sesama siswa atau oranglain di tempat memecahakan masalah itu, dalam bentuk diskusi tentang masalah, cara pemecahan masalah, dan hasil pemecahan masalah (Suryanto, 2002: 20-24).

Jadi bahwa pembelajaran kontekstual menggunakan masalah kontekstual karena ingin menyelaraskan pelajaran matematika dengan kebutuhan siswa di kemudian hari.dan penggunaan masalah kontekstual dalam pembelajaran matematika menjanjikan peningkatan kualitas pembelajaran. Meskipun hasil belajar sangat penting, tujuan akhir sekolah haruslah menghasilkan tamatan yang berkepribadian yang baik, yang memiliki kemampuan dan keinginan kuat untuk belajar dan memecahkan masalah dalam berbagai konteks yang kompleks, sepanjang hidup mereka.

5. Motivasi Belajar

a. Pengertian Motivasi

Ada bermacam-macam pengertian motivasi yang dikemukakan para ahli antara lain yaitu:

Menurut Herman Hudoyo(1981:24) motivasi adalah kekuatan pendorong yang ada dalam diri orang untuk melakukan aktivitas-aktivitas tertentu untuk mencapai sesuatu tujuan.

Menurut Winkel (1983 : 27) motif dapat dikatakan sebagai daya penggerak dari dalam dan di dalam subyek untuk melakukan aktivitas-aktivitas tertentu demi mencapai suatu tujuan. Berawal dari kata "motif" itu maka motivasi dapat diartikan sebagai daya penggerak yang telah menjadi aktif. Motif menjadi aktif pada saat-saat tertentu bila kebutuhan untuk mencapai tujuan sangat dirasakan.

Menurut Elida Prayitno (1989:8) mendefinisikan motivasi bukan saja menggerakkan tingkah laku tetapi juga memperkuat tingkah laku. Siswa yang termotivasi dalam belajar menunjukkan ketekunan yang tinggi dalam belajar tanpa tergantung pada guru, tetapi juga sebagai sesuatu yang mengarahkan aktivitas siswa kepada tujuan belajar.

Menurut Mc. Donald, motivasi adalah perubahan energi dalam diri seseorang yang ditandai dengan munculnya "feeling" dan di dahului dengan tanggapan terhadap adanya tujuan (Sardiman , 1986:73). Dari pengertian yang dikemukakan Mc. Donald ini mengandung tiga elemen penting.

1). Bahwa motivasi mengawali adanya perubahan energi pada diri setiap individu manusia. Perkembangan motivasi akan membawa beberapa perubahan energi dalam sistem "Neurophysiological" yang ada pada organisme manusia. Karena menyangkut perubahan energi manusia, penampakannya akan menyangkut kegiatan fisik manusia.

2). Motivasi ditandai dengan munculnya rasa/"feeling", afeksi seseorang. Dalam hal ini motivasi relevan dengan persoalan kejiwaan, afeksi, dan emosi yang dapat menentukan tingkah laku manusia.

3). Motivasi akan dirangsang karena adanya tujuan. Jadi motivasi dalam hal ini merupakan respon dari suatu aksi yakni tujuan. Tujuan ini akan menyangkut soal pemenuhan kebutuhan.(Sardiman , 1986:74).

Dari beragam pendapat di atas dapat di ambil kesimpulan bahwa motivasi adalah suatu kehendak yang mengaktifkan, mengarahkan dan memperkuat tingkah laku individu untuk melaksanakan suatu kegiatan dalam upaya mencapai tujuan. Sehingga motivasi belajar adalah suatu kehendak yang mengaktifkan, mengarahkan dan memperkuat tingkah laku individu untuk melaksanakan suatu kegiatan dalam upaya mencapai tujuan belajar.

b. Macam-macam Motivasi.

Sardiman (1986:88) membagi motivasi menjadi dua macam yaitu motivasi intrinsik dan motivasi ekstrinsik.

1). Motivasi intrinsik

Yang dimaksud dengan motivasi intrinsik adalah motif-motif yang menjadi aktif atau berfungsinya tidak perlu dirangsang dari luar. Karena dalam diri setiap individu sudah ada dorongan untuk melakukan sesuatu. Sebagai contoh seseorang yang senang membaca, tidak usah ada yang menyuruh atau mendorongnya, ia sudah rajin mencari buku-buku untuk dibacanya. Kalau dilihat dari segi tujuan kegiatan yang dilakukannya (misalnya kegiatan belajar), maka yang dimaksud dengan motivasi intrinsik ini adalah ingin mencapai tujuan yang terkandung di dalam perbuatan belajar itu sendiri. Sebagai contoh konkrit, seorang siswa itu melakukan belajar, karena betul-betul ingin mendapat pengetahuan, nilai hasil belajar atau keterampilan agar dapat berubah tingkah lakunya secara konstruktif, tidak karena tujuan yang lain-lain. Oleh karena itu motivasi intrinsik dapat juga dikatakan sebagai bentuk motivasi yang di dalamnya aktivitas belajar dimulai dan diteruskan berdasarkan suatu dorongan dari dalam diri dan secara mutlak berkaitan dengan belajarnya.

2). Motivasi ekstrinsik

Yang dimaksud motivasi ekstrinsik adalah motif-motif yang aktif dan berfungsinya karena adanya perangsangan dari luar. Sebagai contoh seseorang itu belajar, karena tahu besok paginya akan ujian dengan harapan mendapatkan nilai baik sehingga akan dipuji oleh temannya. Jadi yang penting bukan karena ingin mengetahui sesuatu tetapi ingin mendapatkan nilai baik atau agar mendapat hadiah. Oleh karena itu motivasi ekstrinsik dapat juga dikatakan sebagai bentuk motivasi yang didalamnya aktivitas belajar dimulai dan diteruskan berdasarkan dorongan dari luar yang tidak secara mutlak berkaitan dengan aktivitas belajar. Dalam kegiatan belajar mengajar motivasi ini tetap penting. Sebab kemungkinan besar keadaan siswa itu dinamis, berubah-ubah, dan kemungkinan komponen-komponen lain dalam proses belajar mengajar ada yang kurang menarik bagi siswa sehingga diperlukan motivasi ekstrinsik.

c. Ciri-ciri Motivasi Belajar.

Kehadiran motivasi dalam aktivitas belajar yang dapat menimbulkan kegiatan belajar menjamin kelangsungan belajar dan memberikan arah pada kegiatan belajar. Sehingga motivasi dapat menumbuhkan gairah minat dan semangat yang tinggi dalam belajar.

Sardiman, (1986:82-83) mengemukakan adanya ciri-ciri setiap orang itu memiliki ciri-ciri sebagai berikut: (1) tekun menghadapi tugas, (2) tidak lekas putus asa dan tidak memerlukan dorongan dari luar untuk berprestasi (tidak cepat puas dengan prestasi yang telah dicapainya), (3) berminat terhadap bermacam-macam masalah, (4) lebih senang bekerja mandiri, (5) cepat bosan pada tugas-tugas yang rutin (hal-hal yang bersifat monoton) (6) dapat mempertahankan pendapatnya (jika sudah yakin akaan sesuatu), (7) tidak mudah melepaskan hal yang diyakini itu, (8) senang mencari dan memecahkan masalah. Apabila siswa memiliki ciri-ciri seperti diatas berarti siswa memiliki motivasi yang cukup kuat. Ciri-ciri motivasi seperti itu sangat penting dalam kegiatan belajarnya.

Dari pendapat para ahli tersebut dapat ditarik kesimpulan bahwa siswa yang telah termotivasi akan menunjukkan perilaku seperti: (1) ketekunan dalam beraktifitas belajar, (2) memiliki minat yang besar dalam belajar, (3) aktifitas dan partisipasi yang tinggi dalam proses belajar-mengajar.

d. Fungsi Motivasi Belajar.

Motivasi akan senantiasa menentukan usaha belajar bagi siswa. (Sardiman, 1986: 84) dalam ini mengemukakan fungsi motivasi sebagai berikut:

1). Mendorong siswa untuk berbuat, jadi sebagai penggerak atau motor yang melepaskan energi. Motivasi dalam hal ini merupakan motor penggerak dari setiap kegiatan.

2). Menentukan arah perbuatan, yakni kearah tujuan yang hendak di capai. Dengan demikian motivasi dapat memberikan arah dan kegiatan yang harus di kerjakan sesuai dengan rumusan tujuannya.

3). Menyeleksi perbuatan, yakni menentukan perbuatan-perbuatan apa yang harus di kerjakan yang serasi guna mencapai tujuaan dengan menyisihkan perbuatan-perbutan yang tidak bermanfaat bagi tujuan tersebut.

Adanya motivasi yang baik dalam belajar akan menunjukkan hasil yang baik. Dengan kata lain bahwa dengan adanya usaha seseorang yang belajar itu akan dapat melahirkan prestasi yang baik. Intensitas motivasi seseorang siswa akan menentukan tingkat pencapaian prestasi belajarnya.

6. Pengertian Prestasi Belajar Matematika

Menurut Winkel (1983:94) prestasi adalah bukti keberhasilan yang dicapai. Proses belajar yang dialami siswa menghasilkan perubahan-perubahan dalam bidang pengetahuan atau pemahaman dalam bidang keterampilan, nilai dan sikap. Adanya perubahan itu tampak dalam prestasi belajar yang dihasilkan oleh siswa terhadap pertanyaan atau persoalan atau tugas yang diberikan oleh guru. Prestasi belajar itu berbeda-beda sifatnya, tergantung dari bidang yang di dalamnya siswa menunjukkan prestasi, misalnya dalam bidang pengetahuan atau pemahaman. Prestasi belajar adalah bukti keberhasilan yang dicapai siswa setelah mengikuti kegiatan belajar mengajar. Sehingga prestasi belajar matematika adalah bukti keberhasilan yang dicapai siswa setelah mengikuti kegiatan belajar mengajar dalam matematika. Prestasi belajar matematika dapat diukur dari tes maupun tugas-tugas yang berhubungan dengan kegiatan matematika. Prestasi siswa berpengaruh terhadap pembentukan sikap terhadap matematika. Apabila siswa sering mendapatkan nilai buruk besar kemungkinan siswa tidak menyukai matematika.

Dengan ini pengertian prestasi belajar matematika adalah hasil usaha atau kemampuan yang dicapai siswa setelah mengikuti kegiatan belajar mengajar dalam matematika.

B. KERANGKA BERPIKIR

Berdasarkan kajian teoritik maka kerangka berpikir peneliti dapat dijelaskan sebagai berikut:

Dalam pembelajaran matematika siswa sering menemukan konsep-konsep abstrak yang bersifat deduktif. Pada hal di sana terdapat teorema-teorema, aksioma dan sebagainya yang perlu dipelajari. Oleh karena itu untuk mengetahui atau mempelajari hal tersebut maka harus belajar. Kegiatan belajar tersebut diharapkan akan menghasilkan perubahan-perubahan dalam pengetahuan, pemahaman, keterampilan yang terjadi selama jangka waktu tertentu. Siswa belajar matematika meliputi kemampuan siswa menyelidiki dan memecahkan masalah secara mandiri, bersikap positif terhadap matematika, tahu bagaimana semestinya belajar matematika. Tetapi siswa sekarang ini lebih diberikan pembelajaran matematika yang bersifat mekanistik, maksudnya siswa kurang mampu menyelidiki dan memecahkan masalah secara mandiri karena pembelajaran matematika itu kurang mengaitkan kegunaan matematika dengan kehidupan nyata siswa.

Peneliti mencoba dalam pembelajaran matematika tersebut dikaitkan dengan masalah sehari-hari siswa, baik gejala atau fenomena yang dialami oleh siswa atau terdapat di dunia nyata, sehingga pembelajaran matematika yang diterapkan oleh peneliti merupakan pembelajaran dengan penggunaan permasalahan kontekstual. Pembelajaran dengan penggunaan permasalahan kontekstual diharapkan siswa mempunyai kemampuan menyelidiki dan memecahkan masalah secara mandiri dalam pembelajaran yang dikaitkaan dengan kehidupan sehari-hari siswa. Siswa diberikan pembelajaran matematika dengan penggunaan permasalahan kontekstual, agar pembelajaran matematika bermakna sehingga akan terjadi perubahan yang lebih maju dan perubahan tersebut di dapat karena adanya kegiatan belajar matematika yang dikaitkan dengan kehidupan sehari-hari siswa. Dengan begitu diharapkan siswa mempunyai motivasi yang tinggi sehingga prestasi siswa meningkat.

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

A. PENDEKATAN PENELITIAN

Pendekatan yang digunakan dalam penelitian ini adalah tindakan kelas. Penelitian tindakan kelas adalah serangkaian tindakan peneliti yang dirancang dan dilaksanakan secara sistematis dalam kegiatan pembelajaran di kelas dimana bertujuan untuk memperbaiki kegiatan dalam pembelajaran secara terus menerus dan didasarkan pada observasi terhadap pelaksanaan-pelaksanaan kegiatan pembelajaran dan refleksi atas hasil observasi ini (Idea, 2001 : 19).

Penelitian tindakan kelas ini dikenakan pada siswa kelas 1J SMU BOPKRI 1 Yogyakarta. Oleh sebab itu, perangkat yang akan digunakan antara lain materi pembelajaran, rancangan pembelajaran, catatan lapangan dan alat evaluasi prestasi belajar matematika siswa.

B. SUBYEK DAN OBYEK PENELITIAN

Subyek penelitian ini adalah siswa kelas 1J SMU BOPKRI 1 Yogyakarta, sedangkan obyek penelitian ini adalah penggunaan permasalahan kontekstual di dalam pembelajaran matematika pada siswa kelas 1J SMU BOPKRI 1 Yogyakarta.

C. DEFINISI OPERASIONAL

Adapun definisi operasionalnya sebagai berikut :

1. Pembelajaran kontekstual adalah pembelajaran yang menggunakan bermacam-macam masalah kontekstual sebagai titik awal, sedemikian

sehingga siswa belajar dengan menggunakan pengetahuan dan kemampuannya untuk memecahkan berbagai masalah, baik masalah yang berkaitan dengan pelajaran sekolah, situasi sekolah, maupun di luar sekolah.

2. Pembelajaran matematika adalah proses interaksi peserta peserta didik dengan pendidik dan sumber belajar pada suatu lingkungan belajar matematika.
3. Langkah-langkah yang baik dalam penggunaan permasalahan kontekstual di dalam pembelajaran matematika adalah suatu langkah yang dapat memperbaiki pembelajaran matematika dengan penggunaan kontekstual, sehingga pembelajaran tersebut lebih baik.
4. Prestasi belajar matematika adalah hasil usaha atau kemampuan yang di capai siswa setelah mengikuti kegiatan belajar mengajar dalam matematika yang ditunjukkan dalam skor tes.
5. Motivasi belajar matematika adalah suatu kehendak yang mengaktifkan, mengarahkan dan memperkuat tingkah laku individu untuk melaksanakan suatu kegiatan untuk mencapai tujuan belajar matematika.

D. BENTUK DATA

Bentuk data yang di gunakan dalam penelitian ini adalah skor yang diperoleh dari tes prestasi belajar matematika, skor kuisioner motivasi belajar matematika dan hasil observasi maupun wawancara.

E. TEKNIK PENGUMPULAN DATA

Dalam penelitian tindakan ini, peneliti memerlukan 2 macam data yaitu:

1. Data motivasi belajar dikumpulkan melalui:
   a) Pengamatan/observasi

Pengamatan yang dilakukan adalah pengamatan berperanserta karena peneliti tidak hanya mengamati, tetapi juga berperanserta aktif dalam proses pembelajaran yaitu peneliti bertindak sebagai fasilitator (Moleong, 1989:128). Keterlibatan siswa tersebut mencakup motivasi/keinginan siswa belajar matematika, dan kemampuan untuk mengerjakan soal-soal matematika dengan penggunaan permasalahan kontekstual. Pengamatan tidak dapat dilakukan tanpa pencatatan data, sehingga setiap kali memberikan atau mengerjakan soal-soal matematika dengan penggunaan permasalahan kontekstual, peneliti langsung membuat catatan yang berisi peristiwa-peristiwa yang terjadi selama proses pembelajaran berlangsung.

Dalam penelitian yang dilaksanakan oleh peneliti menggunakan permasalahan kontekstual pada pokok bahasan matriks di kelas 1J. Dengan begitu dapat mengamati apa yang dilakukan oleh siswa selama proses pembelajaran berlangsung.

Pedoman pengamatan/observasi dalam hal ini berbentuk pertanyaan secara garis besar yang merupakan indikasi obyek yang diteliti. Metode ini dilakukan untuk mencatat/merekam gejala-gejala yang berhubungan dengan penggunaan pembelajaran dengan penggunaan permasalahan kontekstual dalam kegiatan belajar mengajar.

b) Wawancara

Peneliti mengadakan wawancara untuk mengetahui alasan mengapa subyek mau terlibat didalam proses pembelajaran dengan menggunakan pendekatan kontekstual seperti yang diamati.

Sebelum mengadakan wawancara peneliti menyusun pertanyaan pokok yang digunakan untuk mewawancarai subyek penelitian atau informan. Pokok pertanyaan itu dimaksudkan agar wawancara tidak terlalu melebar/meluas dari fokus yang dipersiapkan. Wawancara yang diadakan adalah wawancara tidak terstruktur karena: Alasan pertama, peneliti bertujuan untuk menemukan informasi yang bukan baku atau informasi tunggal seperti yang tercantum dalam perumusan masalah dengan kata lain memperoleh penjelasan dari subyek. Alasan kedua, sampel yang diwawancarai adalah mereka yang terpilih saja karena sifat-sifat yang khas (Moleong, 1989:152) dalam penelitian ini adalah subyek yang bertingkah laku sesuai dengan perumusan masalah.

Wawancara dilaksanakan sesudah peneliti melakukan pengamatan yaitu setelah siswa menggunakan pembelajaran dengan permasalahan kontekstual di dalam menyelesaikan soal-soal matematika. Pada dasarnya inti wawancara adalah berupa pertanyaan yang yang mengacu pada motivasi/keadaan siswa untuk belajar matematika, dan kemampuan menyelesaikan soal-soal matematika dengan permasalahan kontekstual.

c) Kuisioner

Kuisioner motivasi siswa belajar matematika terdiri dari 30 butir dan berupa pernyataan. Subyek memilih salah satu dari empat pilihan jawaban berdasarkan pertimbangan subyeknya. Pilihan jawaban dalam kuisioner motivasi siswa belajar matematika terdiri atas empat alternatif yaitu SS (Sangat Setuju), S (Setuju), TS (Tidak Setuju), STS (Sangat Tidak Setuju). Pada item positif (+) STS =1, TS =2, S=3, SS =4, sedangkan item negatif (-) keadaan penilaian menjadi sebaliknya yaitu STS =4, TS =3, S =3, SS =1.

Semakin tinggi skor yang diperoleh maka semakin tinggi motivasi siswa belajar matematika. Semakin rendah skor yang diperoleh maka semakin rendah pula motivasi belajar matematika.

2. Data prestasi belajar dikumpulkan melalui:

Tes prestasi belajar matematika

Tes prestasi belajar berupa soal-soal uraian yang disusun berdasarkan materi yang dipelajarinya. Tes prestasi belajar matematika ini digunakan untuk mengukur kamampuan siswa. Tes ini dilakukan secara tertulis, yaitu tes prestasi belajar yang berpedoman pada pokok bahasan matriks.

F. INSTRUMEN PENELITIAN

1. Instrumen penelitian untuk motivasi belajar meliputi :

a) Lembar pengamatan/observasi

Lembar observasi ini berfungsi untuk mencatat tingkah laku, peristiwa dan semua hal yang dianggap bermakna dalam penelitian .

Alat yang digunakan banyak jenisnya. Dalam melakukan pengamatan ini peneliti menggunakan lembar pengamatan dan buku catatan harian.

b) Lembar wawancara

Lembar wawancara memuat garis besar, topik atau masalah yang dijadikan pegangan dalam wawancara. Pertanyaan dirumuskan sehingga diharapkan menjadi informasi yang banyak.

c) Kuisioner

Untuk kuisioner motivasi siswa belajar matematika diperoleh dengan memberikan pernyataan-pernyataan yang terdiri 30 butir yang disusun mempunyai sifat positif dan negatif. Item kuisioner motivasi siswa belajar matematika terlampir.

d) Peneliti sebagai instrumen

Disini peneliti memiliki kemampuan dalam mengikhtisarkan informasi. Kemampuan mengikhtisarkan informasi sangat bermanfaat untuk mengecek keabsahan data, memperoleh persetujuan dari subyek tentang apa yang dikemukakan, memberi kesempatan pada subyek untuk melengkapi informasi yang belum tercakup dalam ikhtisar.

2. Instrumen penelitian untuk prestasi belajar meliputi :

Prestasi belajar matematika

Tes prestasi berupa soal uraian yang disusun berdasarkan materi yang dipelajari siswa. Jumlah soal sebanyak yang diperlukan.

G. TEKNIK ANALISIS DATA

Dalam menganalisis data penelitian tindakan diawali oleh momen refleksi putaran tindakan pertama dengan melakukan refleksi peneliti akan memiliki wawasan otentik yang akan membantu dalam menafsirkan data (Suwarsih Madya, 1994:33). Dalam penelitian ini peneliti menganalisis data menggunakan teknik analisis kualitatif dan komparatif (Moleong, 1989:228). Teknik analisis kualitatif diterapkan dalam proses penafsiran dan penyampaian kesimpulan secara deskriptif, sedangkan teknik analisa komparatif diterapkan pada proses peningkatan motivasi belajar dan prestasi siswa dengan cara membandingkan proses dan hasil belajar antar kegiatan belajar pada setiap siklus dan membandingkan proses dan hasil belajar antara siklus pertama dengan siklus kedua dan seterusnya. Untuk memperkuat analisis data wawancara maupun observasi di atas digunakan pendataan keterlibatan siswa dan skor kuisioner motivasi belajar serta tes prestasi belajar matematika siswa.

Keterlibatan siswa dalam pembelajaran matematika ini dianalisis dari hasil pengamatan selama proses pembelajaran dan diperkuat dari hasil kuisioner keterlibatan (kuisioner belajar siswa). Dari masing-masing data akan diungkapkan jenis keterlibatan pada pembelajaran tersebut dan jumlah siswa yang terlibat menurut jenis keterlibatannya. Untuk analisis tersebut dipergunakan tabel berikut:

Tabel 1

Jumlah siswa yang terlibat pada setiap pertemuan dan frekuensi keterlibatannya.

NO	Kode	Jenis keterlibatan	Siswa yang terlibat		Frekuensi
			Jumlah	%	
1	A	Mengajukan pertanyaan			
2	B	Menjawab pertanyaan			
3	C	Menyatakan definisi sendiri			
4	D	Menarik kesimpulan			
5	E	Mengerjakan latihan di papan tulis			
	Total				

Keterangan : nilai % merupakan hasil pembulatan 1 kurang dari 0,5 dihilangkan; 0,5 atau lebih dijadikan 1 dalam hal ini berlaku untuk selanjutnya.

Tabel 2

Distribusi keterlibatan setiap siswa pada pertemuan.

Kode siswa	Yang terlibat	Jenis keterlibatan					Keterlibatan	
		A	B	C	D	E	Jenis	Frekuensi
Jumlah								

Tabel 3

Kriteria motivasi belajar matematika setiap siswa dengan penggunaan permasalahan kontekstual. (Kartika Budi, 2001:55)

Skor (%)	Kriteria Motivasi
0 - 20	Sangat rendah
21 – 40	Rendah
41 – 60	Cukup
61 – 80	Tinggi
81 - 100	Sangat Tinggi

Motivasi seluruh siswa belajar matematika dengan penggunaan permasalahan kontekstual dinyatakan dengan berapa persen yang termotivasi sangat tinggi, tinggi, rendah, sangat rendah. Kriterianya sebagai berikut : Keterangan: ST = Sangat Tinggi, T = Tinggi, C= Cukup, R= Rendah, SR = Sangat Rendah

Tabel 4

Kriteria motivasi belajar matematika seluruh siswa dengan penggunaan permasalahan kontekstual. (Kartika Budi, 2001:55).

Jumlah yang termotivasi					Motivasi
ST	ST+T	ST+T+C	ST+T+C+R	ST+T+C+R+SR	
≥ 75%					SangatTinggi
	≥ 75%				Tinggi
		≥ 65%			Cukup
			≥ 65%		Rendah
				< 65%	Sangat Rendah

Untuk prestasi belajar siswa dinyatakan dengan nilai. Rentang nilai yang dipakai adalah 0 –100, dengan kriteria penilaian dibuat berdasarkan aturan PAP (Penilaian Acuan Patokan)

Tabel 5

Kriteria prestasi belajar

No	Kriteria prestasi	Interval nilai	Jumlah siswa	Persentase
1	Sangat Baik	80 – 100		
2	Baik	66 – 79		
3	Cukup	56 -- 65		
4	Kurang	46 – 55		
5	Sangat Kurang	0 – 45		
Jumlah				

H. KEABSAHAN DATA

Keabsahan dan kepercayaan data penelitian ini diperoleh dengan menggunakan teknik triangulasi (Moleong, 1989 : 195). Hal ini diterapkan pada proses pemerolehan data dan informasi melalui pengamatan sendiri, pengamatan kolaborator dan tes tertulis.

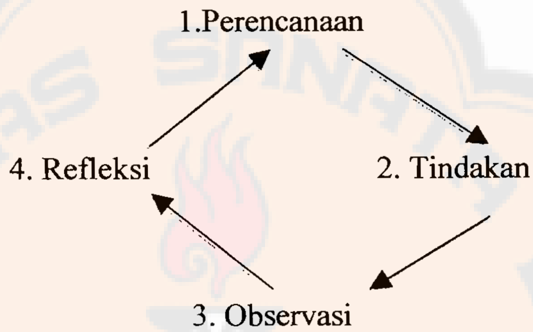
I. PENYIAPAN PARTISIPAN PENELITI

Dalam penelitian tindakan, peneliti sebagai sutradara dan guru bidang studi matematika (partisipan) sebagai aktornya. Di sini partisipan peneliti memberikan masukan, pendapat dan pengamatan pada saat peneliti mengajar, tetapi sebelum itu diadakan pertemuan/kesepakatan terlebih dahulu agar benar-benar terjadi penelitian partisipation, kooperatif dan kolaboratif antara praktisi pendidikan termasuk guru bidang studi metematika dengan peneliti.

J. PROSEDUR PENELITIAN

Penelitian tindakan kelas ini dilaksanakan pada semester 2 tahun ajaran 2002/2003. Jumlah minggu efektif yang dapat digunakan untuk melaksanakan penelitian ini adalah 8 minggu atau 2 bulan. Selama 8 minggu atau 2 bulan dilakukan 2 siklus tindakan kelas. Pada setiap siklus dilakukan beberapa kegiataan belajar. Antara kegiatan belajar pada siklus tindakan pertama dan siklus tindakan kedua berkaitan secara maju bertahap. Artinya, kegiatan belajar pertama mendasari penentuan kegiatan belajar kedua dan seterusnya. Demikian pula siklus pertama mendasari penentuan dan pengembangan siklus tindakan kedua. Pada setiap akhir kegiatan belajar dalam siklus tindakan dilakukan kegiatan evaluasi dan diskusi dengan guru bidang studi matematika (sebagai kolaborator) untuk mengetahui tingkat motivasi belajar siswa, tingkat prestasi belajar para siswa di dalam penggunaan pembelajaran kontekstual dan kemungkinan berbagai kesulitan daan kendala yang dijumpai.

Kegiatan penelitian kelas (PTK) merupakan rangkaian siklus berulang-ulang yang masing-masing terdiri atas empat kegiatan pokok yaitu:



Mula-mula peneliti membuat perencanaan berupa perumusan masalah apa yang ingin diatasi, dan rencana tindakan untuk mengatasinya. Tindakan –tindakan ini lalu dilaksanakan dalam kegiatan pembelajaran di kelas. Pelaksanaan tindakan tersebut di observasi oleh seorang pengamat (guru bidang studi matematika). Setelah selesai, peneliti dan pengamat itu lalu merefleksikan semua kegiatan itu untuk melihat sejauh mana tindakan-tindakan itu telah dapat mengatasi masalah. Berdasarkan hasil refleksi itu, peneliti membuat perencanaan baru untuk memperbaiki tindakan yang belum mencapai sasaran, atau mencari tindakan baru yang di duga dapat mengatasi masalah. Begitu seterusnya, siklus berulang lagi dengan urutan:

Perencanaan → tindakan → observasi → refleksi → perencanaan berikutnya → tindakan berikutnya → ..... dan seterusnya (Idea, 2001:19).

Dalam tahap prosedur penelitian ini akan diuraikan satu persatu yaitu:

a. Perencanaan

Perencanaan penelitian ini yang terdiri dari 2 siklus yaitu:

Dalam tahap siklus I meliputi:

1) Persiapan

Persiapan ini terdiri atas:

a. Mempersiapkan materi pelajaran, kepustakaan dan alat evaluasi.

b. Mempersiapkan kondisi siswa dan lingkungan siswa.

c. Mencatat kelebihan dan kekurangan siswa.

d. Mendiskusikaan permasalahan yang ditemukan dengan pengamat.

e. Membuat rancangan pembelajaran

2) Pelaksanaan

Pelaksanaan ini terdiri atas:

a. Peneliti masuk ke kelas untuk memberi penjelasan tentang pembelajaran dengan menggunakan permasalahan kontekstual.

b. Bersama peneliti, siswa diajak untuk belajar matematika dengan materi yang telah dipersiapkan dengan menggunakan permasalahan kontekstual.

c. Siswa mendengarkan, ataupun dapat bertanya.

d. Setelah siswa diberikan materi dengan menggunakan permasalahan kontekstual, selanjutnya siswa diberikan soal-soal yang berhubungan materi tersebut. sebanyak 2 soal, lalu dikumpulkan.

e. Peneliti mengamati siswa apakah apabila menggunakan permasalahan kontekstual dalam belajar matematika siswa termotivasi dalam pembelajaran tersebut.

3) Tindak lanjut

a. Siswa dan peneliti menyimpulkan materi yang baru saja dipelajari.

b. Peneliti memberi evaluasi.

Dalam siklus II perencanaan seperti pada siklus I. Hanya sebelumnya melihat hasil yang dicapai, jika siklus I hasilnya belum berhasil, maka siklus II ini perlu direvisi, atau dimodifikasi. Modifikasi ini merupakan faktor yang menghambat dari tindakan I.

b. Tindakan dan pengamatan

Tahap tindakan di dalam rangka penggunaan permasalahan kontekstual dalam pengajaran matematika. Kegiatan ini dilakukan di dalam kelas, yaitu diawali dengan pembukaan pelajaran kurang lebih 5-10 menit untuk mengkondisikan siswa agar siap mengikuti pelajaran.

Pelaksanaan kegiatan belajar mengajar dengan penggunaan permasalahan kontekstual kurang lebih 1 jam pelajaran adalah 30-40 menit. Dalam hal ini peneliti memberikan penjelasan materi yaitu dalam pokok bahasan tentang matriks yang dikaitkan dengan kehidupan sehari-hari siswa. Pada saat ini siswa diperbolehkan mengajukan pertanyaan setelah selesai pelajaran yang diberikan oleh peneliti tersebut. Kemudian peneliti mengamati tindakan siswa, apabila siswa diberikan soal-soal matematika dengan permasalahan kontekstual. Sedangkan alat yang digunakan dalam pelaksanaan tindakan adalah buku pelajaran matematika kelas I. Materi yang akan diajarkan adalah matriks, sedangkan personal yang terlibat adalah peneliti sendiri dan guru bidang studi matematika.

c. Refleksi

Pada prinsipnya yang dimaksud dengan istilah refleksi adalah upaya evaluasi yang dilakukan oleh para partisipan yang terkait dengan tindakan yang dilaksanakan. Refleksi ini dilakukan dengan cara kolaboratif dengan orang yang terlibat dalam penelitian yang berfungsi mendiskusikan hasil maupun masalah yang terjadi dalam tindakan tersebut. Dengan demikian refleksi dapat ditentukan sesudah adanya hasil observasi.

BAB IV

PELAKSANAAN PENELITIAN, HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini akan disajikan pelaksanaan penelitian yang dikemukakan pada sub bagian pertama (A), hasil penelitian yang disajikan pada sub bagian (B) dan pembahasan hasil penelitian disajikan pada sub bagian (C).

A. Pelaksanaan penelitian

Pelaksanaan penelitian tindakan kelas ini merupakan siklus berulang-ulang yang masing-masing terdiri atas empat kegiatan pokok yaitu

perencanaan → tindakan → observasi → refleksi.

Dalam pelaksanaan penelitian tersebut dilakukan 2 siklus. Pada setiap siklus dilakukan beberapa kegiatan belajar, dimana antara kegiatan pada siklus tindakan pertama dan siklus tindakan kedua berkaitan secara maju bertahap. Artinya kegiatan belajar pertama mendasari penentuan kegiatan belajar kedua. Pada setiap akhir kegiatan belajar dalam siklus tindakan dilakukan kegiatan evaluasi dan diskusi dengan guru bidang studi matematika sebagai kolaborator, dimana bertugas mengamati setiap pembelajaran yang dilakukan peneliti.

Dalam pelaksanaan penelitian ini, peneliti memberikan pokok bahasan matriks selama 12 pertemuan. Setiap pertemuan diadakan tindakan, observasi dan refleksi. Setiap 2 pertemuan diadakan evaluasi formatif untuk mengetahui sejauh mana peningkatan presatsi belajar siswa. Selain itu juga diadakan pengamatan. Peneliti mengamati siswa sedangkan kolaborator mengamati peneliti dan siswa. Dalam pengamatan ini hal-hal yang diamati antara lain metode pembelajaran matematika, pelaksanaan pembelajaran, respon siswa, prestasi siswa dengan penggunaan permasalahan konteksual. Untuk wawancara juga dilakukan terhadap kolaborator dan siswa mengenai metode pembelajaran matematika, pelaksanaan pembelajaran matematika, respon siswa, prestasi siswa dengan penggunaan permasalahan kontekstual. Dalam hal ini pelaksanaan penelitian itu juga menggunakan kuisioner tentang motivasi siswa yang berguna untuk memperkuat data pengamatan dan wawancara. Pendataan juga dilakukan mengenai keterlibatan siswa yang meliputi: mengajukan pertanyaan, menjawab pertanyaan, menyatakan definisi dengan kalimat sendiri, menarik kesimpulan dan mengerjakan di papan tulis. Pada akhir pokok bahasan matriks diadakan tes akhir dan remedial untuk mengetahui tingkat penguasaan siswa pada materi tersebut.

Pelaksanaan penelitian terdiri dari 12 pertemuan

1. Pertemuan ke-1

Tujuan : agar siswa memahami pengertian matriks, notasi matriks $A = (a_{ij})$, dengan a_{ij} adalah elemen matriks A pada baris ke-i kolom ke-j.

Materi : pengertian dan notasi sebuah matriks, pengertian baris, kolom dan elemen sebuah matriks.

Dalam pembelajaran materi ini siswa tampak bahwa yang menyatakan definisi dengan kalimat sendiri, menarik kesimpulan dan mengerjakan latihan di papan tulis sebanyak 2 siswa. Dari pengamatan dan wawancara yang dilakukan ternyata metode dan pelaksanaan pembelajaran disenangi siswa sehingga siswa mempunyai respon terhadap pembelajaran tersebut. Selain itu motivasi siswa meningkatsesuai pengfamatan kolaborator.

2. Pertemuan ke-2

Tujuan : agar siswa dapat memahami ordo suatu matriks, matriks persegi, matriks baris, matriks kolom dan transpos suatu matriks.

Materi : pengertian ordo matriks, matriks persegi, matriks baris, matriks kolom dan transpos suatu matriks.

Siswa yang mengajukan pertanyaan, menyatakan definisi dengan kalimat sendiri, menarik kesimpulan dan mengerjakan latihan di papan tulis sebanyak 3 siswa, dimana pengamatan dan wawancara yang dilakukan diperoleh hasil bahwa terjadi peningkatan respon siswa terhadap metode dan pelaksanaan pembelajaran tersebut. Begitu juga pengamatan dari kolaborator menghasilkan bahwa respon siswa meningkat. Untuk hasil evaluasi formatif diperoleh nilai 33,33% dengan kriteria “sangat baik”.

3. Pertemuan ke-3

Tujuan : agar siswa memahami pengertian dua matriks yang sama.

Materi : kesamaan dua matriks.

Pada pembelajaran ini tampak siswa yang mengajukan pertanyaan, menjawab pertanyaan dan mengerjakan latihan di papan tulis ada 5 siswa.. Dari hasil pengamatan dan wawancara bahwa respon siswa mengalami peningkatan terhadap metode dan pelaksanaan pembelajaran yang dilakukan oleh peneliti. Dari pengamatan kolaborator mengatakan bahwa respon siswa meningkat dalam pembelajaran tersebut.

4. Pertemuan ke-4

Tujuan : agar siswa dapat memahami pengertian,syarat dan sifat penjumlahan matriks serta memahami pengertian lawan suatu matriks.

Materi : penjumlahan matriks

Sekitar 6 siswa yang mengerjakan latihan di papan tulis pada pembelajaran ini, sedangkan hasil pengamatan dan wawancara menunjukkan terjadi peningkatan mengenai respon siswa terhadap metode dan pelaksanaan pembelajaran tersebut. Untuk pengamatan dari kolaborator menghasilkan bahwa respon siswa meningkat. Untuk hasil nilai evaluasi formatif mengalami peningkatan menjadi 39,13% dengan kriteria "sangat baik".

5. Pertemuan ke-5

Tujuan : agar siswa dapat memahami definisi pengurangan matriks dan menemukan sifat pengurangan matriks.

Materi: pengurangan matriks.

Untuk pembelajaran ini siswa yang mengajukan pertanyaan, menjawab pertanyaan dan mengerjakan latihan di papan tulis sebanyak 7 siswa. terlibat sebanyak 7 siswa atau 30%. Peningkatan terjadi pada respon siswa, hal ini ditunjukkan dari hasil pengamatan dan wawancara terhadap metode dan pelaksanaan pembelajaran tersebut. Selain itu pengamatan dari kolaborator menghasilkan bahwa respon siswa meningkat.

6. Pertemuan ke-6

Tujuan : agar siswa dapat mengenal perkalian bilangan real dengan matriks dan menemukan sifat-sifat perkalian bilangan real dengan matriks.

Materi : perkalian bilangan real dengan sebuah matriks.

Siswa yang mengajukan pertanyaan dan mengerjakan latihan di papan tulis sebanyak 8 siswa. Respon siswa menunjukkan peningkatan, siswa semakin termotivasi dengan metode dan pelaksanaan pembelajaran tersebut. Hal ini ditunjukkan dari hasil pengamatan dan wawancara. Sesuai pengamatan kolaborator bahwa respon siswa semakin meningkat dengan pembelajaran ini. Dari evaluasi formatif diperoleh hasil nilai 50% dengan kriteria "sangat baik".

7. Pertemuan ke-7

Tujuan : agar siswa dapat memahami perkalian matriks berordo (m x n) dengan matriks (1x1).

Materi : perkalian matriks berordo (mxn) dengan matriks (1x1).

Pada pembelajaran kali ini jenis keterlibatan yang diikuti siswa meliputi mengajukan pertanyaan, menjawab pertanyaan dan mengerjakan latihan di papan tulis sebanyak 9 siswa. Dari hasil pengamatan dan wawancara menunjukkan peningkatan mengenai respon siswa yaitu motivasi siswa semakin bertambah terhadap metode dan pelaksanaan pembelajaran tersebut.

8. Pertemuan ke-8

Tujuan : agar siswa dapat memahami perkalian matriks berordo (mxn) dengan matriks (nxp).

Materi : perkalian matriks berordo (mxn) dengan matriks (nxp).

Jumlah siswa yang mengajukan pertanyaan dan mengerjakan latihan di papan tulis sebanyak 10 siswa terhadap pembelajaran ini. Disamping itu dari pengamatan dan wawancara menunjukkan terjadi peningkatan mengenai respon siswa terhadap metode dan pelaksanaan pembelajaran tersebut. Hal ini sesuai dengan pengamatan kolaborator bahwa respon siswa meningkat. Dari segi evaluasi formatif nilai yang diperoleh sebanyak 54,54% dengan kriteria "sangat baik".

9. Pertemuan ke-9

Tujuan : agar siswa dapat mengenal matriks identitas dan sifatnya serta dapat memahami pengertian dua matriks saling invers.

Materi : pengertian matriks identitas, dua matriks saling invers.

Pada pembelajaran ini jenis keterlibatan yang diikuti siswa meliputi menjawab pertanyaan, menyatakan definisi dengan kalimat sendiri dan mengerjakan latihan di papan tulissebanyak 11 siswa. Dengan metode dan pelaksanaan pembelajaran tersebut menyebabkan respon siswa mengalami peningkatan. Ini diperoleh dari hasil pengamatan dan wawancara. Dari hasil pengamatan kolaborator dikatkan bahwa respon siswa meningkat dalam pembelajaran ini.

10. Pertemuan ke-10

Tujuan : agar siswa dapat memahami rumus invers matriks berordo 2x2 memahami matriks singular dan matriks non singular serta menentukan invers matriks selain berordo 2x2.

Materi : invers matriks persegi berordo 2.

Jumlah siswa yang menjawab pertanyaan, menarik kesimpulan dan mengerjakan latihan di papan tulis sebanyak 12 siswa. Dari hasil pengamatan dan wawancara menunjukkan bahwa respon siswa semakin meningkat dengan metode dan pelaksanaan pembelajaran tersebut. Sesuai pengamatan kolaborator bahwa respon siswa meningkat dengan pembelajaran ini. Untuk evaluasi formatif diperoleh hasil nilai 60,87% dengan kriteria “sangat baik”.

11. Pertemuan ke-11

Tujuan : agar siswa dapat menyelesaikan persamaan matriks A X = B atau X A = B jiks A dan B diketahui.

Materi : penyelesaian persamaan matriks.

Siswa yang mengajukan pertanyaan, menarik kesimpulan dan mengerjakan latihan di papan tulis sebanyak 13 siswa. Dari hasil pengamatan dan wawancara diperoleh bahwa respon siswa terhadap metode dan pelaksanaan pembelajaran tersebut semakin meningkat. Respon siswa juga meningkat juga dikatkan oleh kolaborator.

12. Pertemuan ke-12

Tujuan : agar siswa dapat menyelesaikan persamaan linear dua peubah dengan menggunakan matriks.

Materi : pemakaian matriks untuk menyelesaikan sistem persamaan linear.

Pada pembelajaran ini jenis keterlibatan yang diikuti siswa meliputi mengajukan pertanyaan dan mengerjakan latihan di papan tulis sebanyak 14 siswa, sedangkan dari hasil pengamatan dan wawancara bahwa respon siswa menunjukkan peningkatan, sehingga berpengaruh terhadap evaluasi formatif dengan nilai yang diperoleh 72,72% dengan kriteria “sangat baik”. Hal ini juga diperoleh dari pengamatan kolaborator bahwa respon siswa mengalami peningkatan.

Dari hasil kuisioner diperoleh motivasi setiap siswa yaitu 4,17% motivasi belajarnya cukup, 45,83% motivasi belajarnya tinggi dan 50% motivasi belajarnya sangat tinggi, sedangkan keseluruhan motivasi siswa dengan penggunaan permasalahan kontekstual menunjukkan bahwa hampir 74,07% siswa memiliki motivasi yang cukup.

Di akhir pokok bahasan matriks diadakan tes akhir dengan jumlah nilai rata-rata 83,05 sedangkan tes remedial dengan jumlah nilai rata-rata 88,45. Pelaksanaan penelitian selengkapnya dapat dilihat pada lampiran A halaman 95

B. Hasil penelitian

1. Hasil rekapitulasi penelitian

Keterlibatan siswa dalam pembelajaran matematika ini dianalisis dari hasil pengamatan selama proses pembelajaran setiap pertemuan. Dari masing-masing data akan diungkapkan jenis keterlibatan pada pembelajaran matematika dan jumlah siswa yang terlibat menurut jenis keterlibatannya. Hal ini dapat di lihat pada tabel berikut:

Siklus 1 kegiatan 1 pada pertemuan 1 dan pertemuan 2 sebagai berikut.

Tabel 6

Jumlah siswa yang terlibat dan frekuensi keterlibatannya pertemuan 1.

No	Kode	Jenis keterlibatan	Siswa terlibat		Frekuensi
			Jumlah	%	

3	C	Menyatakan definisi dengan kalimat sendiri	2	8	5
4	D	Menarik kesimpulan	1	4	1
5	E	Mengerjakan latihan di papan tulis	2	8	3
Total					9

Keterangan : Nilai % merupakan hasil pembulatan; kurang dari 0,5 dihilangkan; 0,5 atau lebih dijadikan 1, dalam hal ini berlaku untuk selanjutnya.

Tabel 7

Distribusi keterlibatan setiap siswa pada pertemuan 1

Kode siswa	Yang terlibat	Jenis keterlibatan					Keterlibatan	
		A	B	C	D	E	Jenis	Frekuensi
18	v	-	-	3	-	1	2	4
21	v	-	-	2	1	2	3	5
Jml	2			5	1	3		9
%	8							

Hadir : 24 siswa

Tidak hadir : -

Tabel 8

Jumlah siswa yang terlibat dan frekuensi keterlibatannya pertemuan 2.

No	Kode	Jenis keterlibatan	Siswa terlibat		Frekuensi
			Jumlah	%	
1	A	Mengajukan pertanyaan	1	4	1
2	B	Menjawab pertanyaan	1	4	1
3	C	Menyatakan definisi dengan kalimat sendiri	1	4	1
4	D	Menarik kesimpulan	-	-	-
5	E	Mengerjakan latihan di papan tulis	1	4	1
		Total			4

Tabel 9

Distribusi keterlibatan setiap siswa pada pertemuan 2

Kode siswa	Yang terlibat	Jenis keterlibatan					Keterlibatan	
		A	B	C	D	E	Jenis	Frekuensi
2	v	-	-	1	-	1	2	2
3	v	1	-	-		-	1	1
22	v	-	1	-	-	-	1	1
Jml	3	1	1	1		1		4
%	13							

Hadir : 24 siswa

Tidak hadir : -

Hasil pengamatan kegiatan pembelajaran yang dilakukan oleh observer (guru matematika) dan peneliti menunjukkan bahwa pembelajaran matematika pada kegiatan 1 ini secara umum sudah berjalan dengan hasil meningkat. Selama proses pengamatan tersebut berlangsung ditemukan berbagai hambatan/kesulitan yang dihadapi siswa antara lain: (a) Siswa masih merasa kesulitan atau bingung di dalam pelaksanaan pembelajaran dengan permasalahan kontekstual, artinya siswa belum jelas pembelajaran kontekstual itu. (b) Siswa yang lamban dalam berpikir akan selalu tertinggal. Selain itu ditemukan pula berbagai hambatan atau kesulitan yang dialami peneliti, antara lain : (a) Perhatian ke siswa kurang. (b) Peneliti untuk pertama kali kesulitan membawa suasana kehidupan sehari-hari siswa ke dalam materi.

Kelebihan/kekuatan yang ditemukan dalam pembelajaran matematika pada kegiatan 1 ini, antara lain : keterlibatan siswa bertambah (lihat tabel 6 halaman 45 sampai tabel 9 halaman 50)

Pembelajaran dengan penggunaan permasalahn kontekstual belum pernah digunakan di SMU BOPKRI 1 Yogyakarta khususnya 1J. Dengan penggunaan permasalahan kontekstual (yang dikaitkan dengan kehidupan sehari-hari), siswa akan terbantu dalam memahami bahasa yang didalamnya mengandung konsep tentang matematika, misalnya bentuk matriks. Selain melakukan pendataan terhadap keterlibatan siswa untuk mengetahui motivasi belajar siswa, pada akhir siklus 1kegiatan 1 ini dilakukan evaluasi formatif untuk melihat tingkat pencapaian belajar siswa. Hasil evaluasi dikemukakan dalam tabel sebagai berikut.

Tabel 10

Hasil evaluasi formatif akhir siklus 1 pada kegiatan 1

No	Kriteria prestasi	Interval nilai	Jumlah siswa	Persentase
1	Sangat Baik	80 – 100	7	33,33 %
2	Baik	66 – 79	11	52,39 %
3	Cukup	56 – 65	2	9,52 %
4	Kurang	46 – 55	1	4,76 %
5	Sangat Kurang	0 – 45	-	-
Jumlah			21	100 %

Keterangan : 3 siswa tidak hadir.

Atas dasar berbagai refleksi, keterlibatan siswa dan hasil evaluasi formatif pada akhir siklus 1 kegiatan 1, serta hasil diskusi guru kelas (peneliti) dengan kolaborator, ada beberapa hal penting yang perlu diperhatikan dalam pelaksanaan kegiatan tindakan kelas berikutnya. Saran tersebut antara lain, (a) Siswa terlebih dahulu diberikan permasalahan kontekstual; (b) Ditekankan cara penulisan bentuk matriks dan notasi yang tepat; (c) Contoh-contoh kontekstual dibuat variasi, agar siswa lebih bersemangat lagi; (d) Karena jumlah siswa hanya sedikit, jadi guru kelas (peneliti) diharapkan menghafalkan dengan baik, supaya merata; (e) Istilah-istilah baru diharapkan diperkenalkan secara tertulis seperti kata "matriks".

Siklus 1 kegiatan 2 pada pertemuan 3 dan pertemuan 4 sebagai berikit:

Tabel 11

Jumlah siswa yang terlibat dan frekuensi keterlibatannya pertemuan 3.

No	Kode	Jenis keterlibatan	Siswa terlibat		Frekuensi
			Jumlah	%	
1	A	Mengajukan pertanyaan	3	14	3
2	B	Menjawab pertanyaan	2	9	2
3	C	Menyatakan definisi dengan kalimat sendiri	-	-	-
4	D	Menarik kesimpulan	-	-	-
5	E	Mengerjakan latihan di papan tulis	5	24	8
Total					13

Tabel 12

Distribusi keterlibatan setiap siswa pada pertemuan 3

Kode siswa	Yang terlibat	Jenis keterlibatan					Keterlibatan	
		A	B	C	D	E	Jenis	Frekuensi
1	v	1	-	-	-	1	2	2
6	v	-	1	-	-	2	2	3
17	v	1	-	-	-	1	2	2
18	v	-	1	-	-	3	2	4
23	v	1	-	-	-	1	2	2
Jml	5	3	2			8		13
%	24							

Hadir : 21 siswa

Tidak hadir : 3 siswa

Tabel 13

Jumlah siswa yang terlibat dan frekuensi keterlibatannya pertemuan 4.

No	Kode	Jenis keterlibatan	Siswa terlibat		Frekuensi
			Jumlah	%	
1	A	Mengajukan pertanyaan	-	-	-
2	B	Menjawab pertanyaan	-	-	-
3	C	Menyatakan definisi dengan kalimat sendiri	-	-	-

4	D	Menarik kesimpulan	-	-	-
5	E	Mengerjakan latihan di papan tulis	6	25	6
Total					6

Tabel 14

Distribusi keterlibatan setiap siswa pada pertemuan 4

Kode siswa	Yang terlibat	Jenis keterlibatan					Keterlibatan	
		A	B	C	D	E	Jenis	Frekuensi
2	v	-	-	-	-	1	1	1
8	v	-	-	-	-	1	1	1
9	v	-	-	-	-	1	1	1
15	v	-	-	-	-	1	1	1
16	v	-	-	-	-	1	1	1
20	v	-	-	-	-	1	1	1
%	25							

Hadir : 24 siswa

Tidak hadir : -

Pembelajaran matematika pada kegiatan 2 (pertemuan 3 dan pertemuan 4) dengan beberapa perbaikan atas dasar saran dari pengamat (guru matematika) dan hasil diskusi peneliti dengan kolaborator pada akhir kegiatan 1. Guru kelas (peneliti) menekankan kembali cara penulisan bentuk matriks dan notasi yang tepat. Untuk contoh-contoh kontekstual, siswa disuruh membuat sendiri agar lebih paham, dalam hal ini guru kelas juga memberikan variasi/pengembangan contoh-contoh/soal-soalnya agar siswa lebih bersemangat. Begitu juga guru mulai menghafalkan siswa satu per satu dengan baik dan juga untuk istilah-istilah baru, guru kelas (peneliti) memperkenalkan secara tertulis. Dengan cara seperti itu ternyata siswa lebih paham dan bersemangat atau termotivasi dalam mengikuti pembelajaran matematika. Pada akhir siklus 1 kegiatan 2, juga dilakukan evaluasi formatif untuk melihat tingkat pencapaian siswa. Hasil evaluasi formatif pada akhir kegiatan 2 ini, dikemukakan dalam tabel berikut:

Tabel 15

Hasil evaluasi formatif akhir siklus 1 pada kegiatan 2

No	Kriteria prestasi	Interval nilai	Jumlah siswa	Persentase
1	Sangat Baik	80 – 100	9	39,13 %
2	Baik	66 – 79	7	30,43 %
3	Cukup	56 – 65	5	21,74 %
4	Kurang	46 – 55	-	-
5	Sangat Kurang	0 – 45	2	8,70 %
Jumlah			23	100 %

keterangan : 1 siswa tidak hadir.

Selama pelaksanaan siklus 1 pada kegiatan 2 tersebut ditemukan beberapa hambatan/kesulitan yang dialami siswa, antara lain (a) Siswa masih merasa kesulitan menangkap pesan matematika yang terdapat dalam penggunaan permasalahan kontekstual yang disampaikan guru karena penyampaian guru masih dianggap terlalu cepat. (b) Guru kelas (peneliti) di dalam memberikan contoh soal dan penyelesaiannya terlalu '*teks book*".

Atas dasar hasil evaluasi formatif pada akhir siklus 1 kegiatan 2, saran dan para pengamat dan hasil diskusi guru kelas dengan kolabolator, ada beberapa hal penting yang perlu diperhatikan oleh peneliti untuk memperbaiki dan menentukan bentuk kegiatan lebih lanjut. Hal-hal penting tersebut berupa saran, yakni (a) Penyampaian materi dikaitkan dengan kehidupan sehari-hari siswa dan mendikte siswa tersebut oleh guru hendaknya lebih diperlambat dan diulang-ulang; (b) Guru hendaknya di dalam memberikan contoh soal dan penyelesaiannya tidak terlalu "*teks book*".

Siklus 1 kegiatan 3 pada pertemuan 5 dan pertemuan 6 sebagai berikut:

Tabel 16

Jumlah siswa yang terlibat dan frekuensi keterlibatannya pertemuan 5.

No	Kode	Jenis keterlibatan	Siswa terlibat		Frekuensi
			Jumlah	%	
1	A	Mengajukan pertanyaan	1	4	1
2	B	Menjawab pertanyaan	1	4	1
3	C	Menyatakan definisi dengan	-	-	-

		kalimat sendiri			
4	D	Menarik kesimpulan	-	-	-
5	E	Mengerjakan latihan di papan tulis	6	26	6
Total					8

Tabel 17

Distribusi keterlibatan setiap siswa pada pertemuan 5

Kode siswa	Yang terlibat	Jenis keterlibatan					Keterlibatan	
		A	B	C	D	E	Jenis	Frekuensi
1	v	-	-	-	-	-	1	1
11	v	-	-	-	-	1	1	1
12	v	-	1	-	-	1	2	2
14	v	-	1	-	-	1	1	1
20	-	-	-	-	-	1	1	1
22	v	-	-	-	-	1	1	1
24	v	-	-	-	-	1	1	1
Jml	7	1	1			6		8
%	30							

Hadir : 23 siswa

Tidak hadir : 1 siswa

Tabel 18

Jumlah siswa yang terlibat dan frekuensi keterlibatannya pertemuan 6.

No	Kode	Jenis keterlibatan	Siswa terlibat		Frekuensi
			Jumlah	%	
1	A	Mengajukan pertanyaan	2	-	2
2	B	Menjawab pertanyaan	-	-	-
3	C	Menyatakan definisi dengan kalimat sendiri	-	-	-
4	D	Menarik kesimpulan	-	-	-
5	E	Mengerjakan latihan di papan tulis	6	-	6
Total					8

Tabel 19

Distribusi keterlibatan setiap siswa pada pertemuan 6

Kode siswa	Yang terlibat	Jenis keterlibatan					Keterlibatan	
		A	B	C	D	E	Jenis	Frekuensi
2	v	-	-	-	-	1	1	1
5	v	-	-	-	-	1	1	1
7	v	-	-	-	-	1	1	1
14	v	1	-	-	-	-	1	1

15	v	-	-	-	-	-	1	1
20	v	1	-	-	-	-	1	1
21	v	-	-	-	-	1	1	1
24	v	-	-	-	-	1	1	1
Jml	8	2				6		8
%	33							

Hadir : 24 siswa

Tidak hadir : -

Pembelajaran matematika pada kegiatan 3 (pertemuan 5 dan pertemuan 6) tersebut dilengkapi beberapa aspek penting sesuai dengan saran dan hasil diskusi pada akhir siklus 1 kegiatan 2. Beberapa aspek penting yang ditambahkan dalam pelaksanaan kegiatan 3 ini, antara lain (a) Guru memberikan contoh soal kontekstual yang bisa di bawa ke perkalian matriks; (b) Penyampaian materi dan mendikte siswa oleh guru diperlambat dan jika perlu diulang-ulang; (c) Guru memberikan contoh soal dan penyelesaiannya tidak terlalu "*teks book*".

Terhadap pelaksanaan siklus 1 pada kegiatan 3 tersebut, pengamat menilai bahwa para siswa tampak makin bersemangat, termotivasi, dan merasa senang mengikuti proses pembelajaran matematika yang dikaitkan dengan kehidupan sehari-hari (pembelajaran kontekstual). Hal ini tercermin pada hasil evaluasi formatif pada akhir siklus 1 kegiatan 3, yang rekapnya dapat dikemukakan dalam tabel berikut.

Tabel 20

Hasil evaluasi formatif akhir siklus 1 pada kegiatan 3

No	Kriteria prestasi	Interval nilai	Jumlah siswa	Persentase
1	Sangat Baik	80 – 100	11	50 %
2	Baik	66 – 79	8	36,36 %
3	Cukup	56 – 65	3	13,64 %
4	Kurang	46 – 55	-	-
5	Sangat Kurang	0 – 45	-	-
Jumlah			22	100 %

Keterangan : 2 siswa tidak hadir.

Dari siklus 1 pada kegiatan 3 tersebut ditemukan beberapa hambatan/kesulitan, baik yang dirasakan oleh guru kelas maupun hasil penilaian pengamat, antara lain (a) Siswa masih kurang jelas dalam perkalian matriks; (b) Dalam perkalian matriks untuk contoh dan soalnya lebih banyak.

Atas dasar persentase penilaian akhir siklus 1 kegiatan 3, kritik dari pengamat mengenai pelaksanaan siklus 1 pada kegiatan 3 dan hasil wawancara peneliti dengan kolaborator, ada beberapa aspek penting yang perlu mendapatkan perhatian untuk meningkatkan dan memperbaiki proses pelaksanaan kegiatan (meningkatkan motivasi dan prestasi belajar matematika siswa) selanjutnya. Beberapa saran tersebut antara lain (a) Dalam penyampaian materi dan contoh-contoh ataupun soal-soal yang mengandung konsep matematika, selain guru melakukannya perlahan-lahan dan dengan proses pengulangan, hendaknya guru menyertakan berbagai contoh benda konkret, misalnya pensil, pulpen dan buku; (b) Untuk memperlancar pemahaman konsep matematika (perkalian matriks) yang terkandung dalam pembelajaran dengan penggunaan permasalahan kontekstual hendaknya guru menyertakan peragaan dalam bentuk gerakan tangan.

Adapun untuk rata-rata hasil evaluasi formatif dan refleksi tindakan kelas pada siklus 1 sebagai berikut;

a). Rata-rata hasil evaluasi formatif pada siklus 1

Dilihat dari segi proses pembelajarannya, ketiga kegiatan yang dilakukan pada siklus 1 tersebut sudah menunjukkan adanya peningkatan, antara lain (a) Siswa makin bersemangat atau termotivasi dalam mengikuti proses pembelajaran; (b) Siswa makin berani bertanya dan berpendapat (lihat tabel 6 halaman 45 sampai tabel 9 halaman 50). Sedangkan dilihat dari hasil evaluasi formatif pada setiap akhir kegiatan pembelajaran 1 sampai dengan 3 dalam siklus 1 tersebut, peningkatannya cukup. Hal ini dapat dilihat pada nilai rata-rata dari keseluruhan skor nilai siswa dalam setiap kegiatan pada siklus 1, yakni (a) Nilai rata-rata siswa pada akhir kegiatan 1 sebesar 77,14; (b) Nilai rata-rata siswa pada akhir kegiatan 2 sebesar 78,04; (c) Nilai rata-rata siswa pada akhir kegiatan 3 sebesar 79,54; skor nilai setiap siswa pada setiap kegiatan pembelajaran dapat dilihat secara lengkap pada lampiran C.7 (lihat halaman 243) dan C.14 (lihat halaman 253).

Selanjutnya pelaksanaan pembelajaran matematika kelas 1J SMU BOPKRI 1 Yogyakarta yang menggunakan permasalahan kontekstual tersebut telah menunjukkan adanya peningkatan, yakni tampak pada hasil prestasi siswa (lihat lampiran C.7 halaman 243 dan C.14 halaman 253), motivasi belajar matematika (lihat tabel 6 halaman 45 sampai tabel 20 halaman 58), proses belajar mengajar yang semakin lancar dan kesulitan siswa semakin berkurang. Meskipun demikian, dalam pelaksanaan pembelajaran di kelas masih dirasakan adanya berbagai persoalan yang perlu ditingkatkan lebih lanjut. Persoalan tersebut terkait dengan berbagai hal, antara lain variasi soal-soal ataupun contoh-contohnya, pelaksanaan pembelajarannya, evaluasi pembelajaran matematika dengan penggunaan permasalahan kontekstual .

b). Refleksi hasil tindakan kelas pada siklus 1

Berdasarkan hasil tindakan kelas pada siklus pertama (1) ada beberapa persoalan penting yang dapat direfleksikan ke dalam tindakan selanjutnya agar pelaksanaan pembelajaran matematika di kelas 1J SMU BOPKRI I Yogyakarta yang menggunakan permasalahan kontekstual tersebut lebih meningkat lagi. Beberapa hal penting tersebut, antara lain sebagai berikut:

1). Dilihat dari proses pelaksanaan kegiatan pembelajaran matematika di kelas 1J SMU BOPKRI 1 Yogyakarta yang menggunakan permasalahan kontekstual mengalami peningkatan. Hal ini dapat dilihat dari indikator yang tampak, antara lain peningkatan aktivitas dan motivasi siswa dalam proses belajar mengajar di kelas; adanya peningkatan dan pengembangan pembelajaran matematika oleh guru; adanya peningkatan hasil belajar, meskipun nilai tambahnya tidak besar. Meskipun demikian upaya peningkatan proses dan kualitas berbagai aspek penting yang mendukung pelaksanaan pembelajaran matematika melalui penggunaan permasalahan kontekstual perlu dilakukan pada kegiatan-kegiatan pembelajaran matematika dalam siklus selanjutnya. Misalnya pembelajaran matematika di 1J SMU BOPKRI 1 Yogyakarta tersebut dilengkapi contoh-contoh atau soal-soal yang bervariasi dan menggunakan benda-benda konkret.

2). Pembelajaran matematika di 1J SMU BOPKRI 1 Yogyakarta yang menggunakan permasalahan kontekstual ini dapat meningkatkan motivasi belajar siswa dalam proses belajar mengajar (PBM) di kelas. Oleh sebab itu penggunaan permasalahan kontekstual dalam pembelajaran matematika di 1J SMU BOPKRI 1 Yogyakarta perlu ditingkatkan dan dikembangkan lebih lanjut.

3). Karena sebagian kemampuan siswa dalam penjumlahan, pengurangan dan perkalian matriks, mengalami kesulitan, maka pendampingan guru terhadap siswa masih perlu dilakukan secara intensif. Dengan demikian siswa yang mengalami keterlambatan dan kesulitan belajar dapat mengejar ketertinggalannya secara terarah.

Selanjutnya dilakukan pembelajaran pada siklus 2. Untuk siklus 2 kegiatan 1 pada pertemuan 7 dan pertemuan 8 adalah :

Tabel 21

Jumlah siswa yang terlibat dan frekuensi keterlibatannya pertemuan 7.

No	Kode	Jenis keterlibatan	Siswa terlibat		Frekuensi
			Jumlah	%	
1	A	Mengajukan pertanyaan	2	9	2
2	B	Menjawab pertanyaan	1	6	1
3	C	Menyatakan definisi dengan kalimat sendiri	-	-	-
4	D	Menarik kesimpulan	-	-	-
5	E	Mengerjakan latihan di papan tulis	6	27	6
Total					9

Tabel 22

Distribusi keterlibatan setiap siswa pada pertemuan 7

Kode siswa	Yang terlibat	Jenis keterlibatan					Keterlibatan	
		A	B	C	D	E	Jenis	Frekuensi
1	v	1	-	-	-	-	1	1
3	v	1	-	-		1	-	1
4	v	-	-	-	-		1	1
8	v	-	-	-	-	1	1	1
12	v	-	-	-	-	1	1	1
15	v	-	-	-	-	1	1	1
18	v	-	-	-	-	1	1	1
20	v	1	-	-	-	-	1	1
21	v	-	1	-	-	-	1	1
Jml	9	2	1			6		9
%	41							

Hadir : 22 siswa

Tidak hadir : 2 siswa

Tabel 23

Jumlah siswa yang terlibat dan frekuensi keterlibatannya pertemuan 8.

No	Kode	Jenis keterlibatan	Siswa terlibat		Frekuensi
			Jumlah	%	
1	A	Mengajukan pertanyaan	1	4	1
2	B	Menjawab pertanyaan	-	-	-

3	C	Menyatakan definisi dengan kalimat sendiri	-	-	-
4	D	Menarik kesimpulan	-	-	-
5	E	Mengerjakan latihan di papan tulis	9	38	9
Total					10

Tabel 24

Distribusi keterlibatan setiap siswa pada pertemuan 8

Kode siswa	Yang terlibat	Jenis keterlibatan					Keterlibatan	
		A	B	C	D	E	Jenis	Frekuensi
2	v	-	-	-	-	1	1	1
8	v	-	-	-	-	1	1	1
9	v	-	-	-	-	1	1	1
10	-	-	-	-	-	-	-	-
11	v	-	-	-	-	1	1	1
12	v	1	-	-	-	-	1	1
14	v	-	-	-	-	1	1	1
15	v	-	-	-	-	1	1	1
17	v	-	-	-	-	1	1	1
19	v	-	-	-	-	1	1	1
21	v	-	-	-	-	1	1	1
Jml	10	1				9		10
%	42							

Hadir : 24 siswa

Tidak hadir : -

Dalam hal ini guru kelas (peneliti) dengan penuh kesabaran membimbing dan menjelaskan siswa dengan gerakan tangan dalam mengalikan matriks tersebut. Dalam penyampaian materi ada sebagaian siswa cepat menangkap dengan gerakan tangan dalam satu kali penjelasan, tetapi sebagian lagi harus dilakukan berulang-ulang. Karena sudah mengetahui langkah dengan gerakan tangan tersebut kegiatan pembelajaran tampak lebih jelas, semangat dan lebih mudah dalam penyelesaian soal-soal matematika yang disampaikan oleh guru.

Dilihat dari hasil evaluasi formatif akhir siklus 2 pada kegiatan 1, skor nilai yang dicapai siswa menunjukkan adanya peningkatan jika dibandingkan dengan skor nilai yang diperoleh siswa pada kegiatan sebelumnya. Kriteria skor nilai yang dicapai siswa pada akhir siklus 2 kegiatan 1ini dapat dikemukakan dalam tabel berikut.

Tabel 25

Hasil evaluasi formatif akhir siklus 2 pada kegiatan 1

No	Kriteria prestasi	Interval nilai	Jumlah siswa	Persentase
1	Sangat Baik	80 – 100	12	54,54 %
2	Baik	66 – 79	6	27,27 %
3	Cukup	56 – 65	3	13,64 %
4	Kurang	46 – 55	1	4,55 %
5	Sangat Kurang	0 – 45	-	-
Jumlah			22	100 %

Keterangan : 2 siswa tidak hadir

Walaupun proses pembelajaran dengan skor nilai pada evaluasi formatif tersebut telah menunjukkan adanya peningkatan, siklua\s 2 pada kegiatan 1 ini masih dijumpai beberapa kesulitan atau hambatan. Beberapa hambatan atau kesulitan tersebut antara lain: (a) Siswa masih tampak ada yang menemui kesulitan-kesulitan dalam perkalian matriks berordo m × n dengan matriks berordo n × p, misal 2 × 2 dengan 2 × 2; (b) Pendampingan atau bimbingan guru kepada siswa kurang menyeluruh.

Bertitik tolak dari kendala atau kesulitan yang dijumpai, saran yang disampaikan oleh pengamat dan hasil diskusi guru kelas (peneliti) dengan kolaborator, ada beberapa aspek penting yang perlu diperhatikan dan diterapkan pada kegiatan lebih lanjut. Beberapa aspek penting adalah (a) Guru menjelaskan perkalian matriks berordo $m \times n$ dengan matriks berordo $n \times p$, misal 2×2 dengan 2×2 dilakukan berulang-ulang dengan bantuan gerakan tangan; (b) Pendampingan guru kepada siswa dilakukan menyeluruh dan (c) Perlu pemberian porsi bimbingan yang lebih banyak kepada siswa yang mengalami kesulitan belajar.

Siklus 2 kegiatan 2 pada pertemuan 9 dan pertemuan 10 sebagai berikut :

Tabel 26

Jumlah siswa yang terlibat dan frekuensi keterlibatannya pertemuan 9.

No	Kode	Jenis keterlibatan	Siswa terlibat		Frekuensi
			Jumlah	%	
1	A	Mengajukan pertanyaan	-	-	-
2	B	Menjawab pertanyaan	2		2
3	C	Menyatakan definisi dengan kalimat sendiri	1	-	1
4	D	Menarik kesimpulan	-	-	-
5	E	Mengerjakan latihan di papan tulis	9		9
Total					12

Tabel 27

Distribusi keterlibatan setiap siswa pada pertemuan 9

Kode siswa	Yang terlibat	Jenis keterlibatan					Keterlibatan	
		A	B	C	D	E	Jenis	Frekuensi
1	v	-	1	-	-	-	1	1
3	v	-	-	-		1	1	1
7	v	-	-	-	-	1	1	1
8	v	-	-	-	-	1	1	1
10	v	-	-	-	-	1	1	1
12	v	1	-	-	-	1	2	2
15	v	-	-	-	-	1	1	1
18	v	-	-	1	-	-	1	1
20	v	-	-	-	-	1	1	1
21	v	-	-	-	-	1	1	1
22	v	-	-	-	-	1	1	1
Jml	11		2	1		9		12
%	48							

Hadir : 22 siswa

Tidak hadir : 2 siswa

Tabel 28

Jumlah siswa yang terlibat dan frekuensi keterlibatannya pertemuan 10.

No	Kode	Jenis keterlibatan	Siswa terlibat		Frekuensi
			Jumlah	%	

1	A	Mengajukan pertanyaan	-	-	-
2	B	Menjawab pertanyaan	1	4	1
3	C	Menyatakan definisi dengan kalimat sendiri	-	-	-
4	D	Menarik kesimpulan	1	4	1
5	E	Mengerjakan latihan di papan tulis	10	42	10
Total					12

Tabel 29

Distribusi keterlibatan setiap siswa pada pertemuan 10

Kode siswa	Yang terlibat	Jenis keterlibatan					Keterlibatan	
		A	B	C	D	E	Jenis	Frekuensi
1	v	-	-	-	-	1	1	1
2	v	-	-	-	1	-	1	1
4	v	-	-	-	-	1	1	1
8	v	-	-	-	-	1	1	1
11	v	-	-	-	-	1	1	1
12	v	-	-	-	-	1	1	1
14	v	-	-	-	-	1	1	1
16	v	-	-	-	-	1	1	1
18	v	-	-	-	-	1	1	1
21	v	-	-	-	-	1	1	1
23	v	-	-	-	-	1	1	1

24	v	-	1	-	-	-	1	1
Jml	12		1	5	1	10		12
%	50							

Siswa merasa semakin senang mengikuti pelajaran matematika, motivasi belajar siswa meningkat, suasana kelas semakin hidup, siswa semakin berani bertanya dan mengemukakan pendapat (lihat tabel 20 halaman sampai tabel 29 halaman 69). Peningkatan tersebut tercermin pula pada hasil evaluasi formatif pada akhir siklus 2 pada kegiatan 2. Kriteria pencapaian hasil belajar siswa siklus 2 pada kegiatan 2 tersebut dapat dikemukakan pada tabel berikut.

Tabel 30

Hasil evaluasi formatif akhir siklus 2 pada kegiatan 2

No	Kriteria prestasi	Interval nilai	Jumlah siswa	Persentase
1	Sangat Baik	80 – 100	14	60,87 %
2	Baik	66 – 79	6	26,09 %
3	Cukup	56 – 65	-	-
4	Kurang	46 – 55	3	13,04 %
5	Sangat Kurang	0 – 45	-	-
Jumlah			23	100 %

Keterangan : 1 siswa tidak hadir.

Kesulitan atau hambatan yang ditemui pada kegiatan ini, yakni (a) Siswa merasa kesulitan untuk membedakan antara diagonal utama dengan diagonal samping; (b) Dalam mempertukarkan elemen-elemen diagonal utama dan perubahan tanda (lawannya) oleh elemen-elemen diagonal samping.

Berdasarkan permasalahan yang dijumpai dan beberapa saran yang disampaikan oleh pengamat (guru matematika), serta hasil diskusi dengan kolaborator, ada dua hal penting yang perlu diperhatikan dan disarankan agar dapat diterapkaan pada kegiatan selanjutnya. Beberapa hal penting tersebut adalah (a) Guru harus perlahan-lahan dalam menjelaskaan antara diagonal utama dan diagonal samping agar siswa lebih bisa menangkap pesan dari guru kelas tersebut; (b) Di dalam pertukaran elemen-elemen diagonal utama dan perubahan tanda (lawannya) oleh elemen-elemen diagonal samping, guru menggunakan jari tangan dalam menjelaskan kepada siswa.

Siklus 2 kegiatan 3 pada pertemuan 11 dan pertemuan 12 sebagai berikut :

Tabel 31

Jumlah siswa yang terlibat dan frekuensi keterlibatannya pertemuan 11.

No	Kode	Jenis keterlibatan	Siswa terlibat		Frekuensi
			Jumlah	%	
1	A	Mengajukan pertanyaan	1	4	1
2	B	Menjawab pertanyaan	-	-	-
3	C	Menyatakan definisi dengan	-	-	-

		kalimat sendiri			
4	D	Menarik kesimpulan	1	4	1
5	E	Mengerjakan latihan di papan tulis	11	50	11
Total					13

Tabel 32

Distribusi keterlibatan setiap siswa pada pertemuan 11

Kode siswa	Yang terlibat	Jenis keterlibatan					Keterlibatan	
		A	B	C	D	E	Jenis	Frekuensi
2	v	-	-	-	1	-	1	1
3	v	-	-	-		1	1	1
5	v	-	-	-	-	1	1	1
9	v	-	-	-	-	1	1	1
12	v	-	-	-	-	1	1	1
14	v	-	-	-	-	1	1	1
16	v	-	-	-	-	1	1	1
18	v	-	-	-	-	1	1	1
19	v	-	-	-	-	1	1	1
20	v	-	-	-	-	1	1	1
21	v	-	-	-	-	1	1	1
24	v	-	-	-	-	1	1	1
Jml	13	1			1	11		13
%	57							

Hadir : 23 siswa

Tidak hadir : 1 siswa

Tabel 33

Jumlah siswa yang terlibat dan frekuensi keterlibatannya pertemuan 12.

No	Kode	Jenis keterlibatan	Siswa terlibat		Frekuensi
			Jumlah	%	
1	A	Mengajukan pertanyaan	1	4	1
2	B	Menjawab pertanyaan	-	-	-
3	C	Menyatakan definisi dengan kalimat sendiri	-	-	-
4	D	Menarik kesimpulan	-	-	-
5	E	Mengerjakan latihan di papan tulis	14	58	14
Total					15

Tabel 34

Distribusi keterlibatan setiap siswa pada pertemuan 12.

Kode siswa	Yang terlibat	Jenis keterlibatan					Keterlibatan	
		A	B	C	D	E	Jenis	Frekuensi
1	v	-	-	-	-	1	1	1
4	v	-	-	-	-	1	1	1
6	v	-	-	-	-	1	1	1
8	v	-	-	-	-	1	1	1
9	-	-	-	-	-	-	-	-

10	v	-	-	-	-	1	1	1
13	v	-	-	-	-	1	1	1
14	v	-	-	-	-	1	1	1
15	v	-	-	-	-	1	1	1
17	v	1	-	-	-	1	2	2
19	v	-	-	-	-	1	1	1
21	v	-	-	-	-	1	1	1
22	v	-	-	-	-	1	1	1
23	v	-	-	-	-	1	1	1
Jml	14	1				14		15
%	58							

Hadir : 24 siswa

Tidak hadir : -

Kegiatan pembelajaran tersebut menggambarkan adanya peningkatan pembelajaran baik itu semangat (motivasi belajar siswa maupun proses belajar mengajar (PBM)) sendiri. Untuk siklus 2 kegiatan 2 penyampaian materinya terlalu cepat sedangkan pada siklus 2 kegiatan 3 penyampaian materi dibuat perlahan-lahan. Peningkatan proses pembelajaran tersebut berakibat pada peningkatan hasil belajar siswa, misalnya siswa yang memperoleh skor sangat baik pada siklus 2 kegiatan 2 (lihat tabel 30 halaman 70) sebanyak 14 siswa (60,87 %), sedangkan siswa yang mendapatkan skor sangat baik pada kegiatan 3 ini sebanyak 16 siswa (72,72 %). Hal ini dapat ditunjukkan oleh hasil evaluasi formatif pada akhir siklus 2 kegitan 3 yang dapat ditampilkan dalam tabel berikut.

Tabel 35

Hasil evaluasi formatif akhir siklus 2 pada kegiatan 3

No	Kriteria prestasi	Interval nilai	Jumlah siswa	Persentase
1	Sangat Baik	80 - 100	16	72,72 %
2	Baik	66 – 79	1	4,55 %
3	Cukup	56 – 65	4	18,18 %
4	Kurang	46 – 55	1	4,55 %
5	Sangat Kurang	0 – 45	-	-
Jumlah			22	100 %

Keterangan : 2 siswa tidak hadir.

Secara umum dalam pelaksanaan siklus 2 pada kegiatan 3 ini tidak ditemukan kendala yang prinsip karena pelaksanaan kegiatannya merupakan perbaikan dari saran-saran yang dikemukakan pada kegiatan sebelumnya dan hasil diskusi dengan kolaborator. Oleh sebab itu, skor nilai siswa pada evaluasi akhir siklus 2 kegiatan 3 ini, sebagian besar siswa (72,72 %) memperoleh nilai dalam kategori “sangat baik”. Hasil ini tampak jauh meningkat jika dibandingkan dengan hasil evaluasi formatif pada setiap akhir kegiatan-kegiatan sebelumnya. (Rata-rata nilai siswa pada setiap kegiatan, baik pada siklus 1 maupun siklus 2 secara keseluruhan dapat dilihat lebih lanjut pada lampiran C.7 halaman 243 dan C.14 halaman 253).

2. Hasil pengamatan.

Setiap proses kegiatan pembelajaran baik pada siklus 1 maupun siklus 2 diamati secara langsung oleh seorang pengamat (guru matematika yang sekaligus sebagai salah seorang kolaborator).

Pengamatan terhadap proses kegiatan pembelajaran dilakukan menggunakan instumen pengamatan pelaksanan tindakan kelas, wawancara dan kuisoner. Instrumen tersebut terdiri atas beberapa komponen antara lain : (a) Masalah bentuk penggunaan permasalahan kontekstual, (b) Pelaksanaan penggunaan permasalahan kontekstual (langkah-langkah yang baik dalam penggunaan permasalahan kontekstual di dalam pembelajaran matematika), (c) Respon siswa terhadap penggunaan permasalahan kontekstual dan (d) Pemahaman siswa selama proses belajar mengajar (PBM), (e) Hambatan/kesulitan belajar siswa, (f) Hambatan/kesulitan guru, (g) Kelebihan dan kekuatan pembelajaran dan (h) Saran perbaikan untuk tindakan kelas berikutnya. Secara lengkap instrumen tersebut dapat dilihat pada lampiran B (lihat halaman 222).

Untuk mengetahui sejauh mana tingkat motivasi belajar siswa ditunjukkan dengan hasil kuisioner yang dikemukakan pada tabel 36 halaman 77, tabel 37 halaman 81 dan tabel 38 halaman 83. Dalam hal ini hasil kuisioner untuk memperkuat hasil daripada pengamatan dan wawancara yang tercermin dalam saran-saran dan hasil diskusi pada setiap akhir kegiatan pembelajaran. Motivasi belajar matematika siswa terhadap setiap aspek yang ingin diungkapkan tampak dalam tabel sebagai berikut :

Keterangan: ST : Sangat Tinggi, T : Tinggi, C : Cukup, R : Rendah, SR : Sangat Rendah

Tabel 36

Hasil kuisioner motivasi belajar matematika siswa

No	Aspek	ST		T		C		R		SR	
		Jml	%	Jml	%	Jml	%	Jml	%	Jml	%
1	Keputus asaan jika menghadapi soal-soal yang tidak berhubungan dengan kehidupan sehari-hari	2	8,33	5	20,83	16	66,67	1	4,17	–	–
2	Ketekunan belajar apabila dikaitkan dengan kehidupan sehari-hari	–	–	11	45,83	12	50	1	4,17	–	–
3	Beralih ke kegiatan lain daripada mengerjakan matematika yang tidak berkaitan dengan kehidupan sehari-hari	3	12,5	7	29,17	8	33,33	6	25	–	–
4	Puas atau tidaknya	7	29,17	17	70,83	–	–	–	–	–	–

	menyelesaikan soal matematika										
6	Kecepatan dalam mengerjakan soal matematika	–	–	6	25	15	62,5	3	12,5	–	–
7	Tidak adanya keterkaitan dengan kehidupan sehari-hari maka prestasi akan baik	3	12,5	12	50	7	29,17	2	8,33	–	–
8	Diskusi hal-hal yang belum jelas	3	12,5	15	62,5	3	12,5	3	12,5	–	–
10	Terdorong untuk bersaing, apabila teman dapat nilai tinggi	3	12,5	13	54,17	8	33,33	–	–	–	–
12	Usaha mencapai nilai terbaik	6	25	12	50	6	25	–	–	–	–
13	Keberhasilan mengerjakan soal matematika menimbulkan rasa puas dan PD	11	45,83	11	45,83	2	8,33	–	–	–	–
14	Keinginan untuk menguasai	7	29,17	15	62,5	2	8,33	–	–	–	–

	matematika										
15	Keinginan matematika selalu berkaitan dengan kehidupan sehari-hari	2	8,33	14	58,33	7	29,17	1	4,17	–	–
16	Matematika pelajaran sulit	2	8,33	10	41,67	10	41,67	2	8,33	–	–
17	Guru menggunakan soal-soal matematika berkaitan dengan kehidupan sekitar	5	20,83	11	45,83	8	33,33	–	–	–	–
18	Tidak adanya usaha menguasai matematika	3	12,5	11	45,67	10	41,67	–	–	–	–
19	Kurangnya dorongan untuk belajar matematika	3	12,5	10	41,67	11	45,83	–	–	–	–
20	Ketidak inginan matematika berkaitan dengan kehidupan sehari-hari	3	12,5	17	70,83	4	16,67	–	–	–	–
21	Puas tidaknya terhadap soal-soal	–	–	6	25	15	62,5	3	12,5	–	–

	mekanistik										
22	Kurang berusaha mengerjakan soal-soal matematika yang diberikan guru	4	16,67	16	66,66	3	12,5	1	4,17	–	–
23	Mengerjakan soal-soal dibantu orang lain	4	16,67	13	54,16	7	29,17	–	–	–	–
24	Kurang percaya diri atas pekerjaan sendiri	1	4,17	11	45,83	9	37,5	3	12,5	–	–
25	Putus asa bila diejek teman karena tidak bisa mengerjakan matematika	4	16,67	11	45,83	7	29,17	2	8,33	–	–
26	Usaha mencapai prestasi yang tinggi	5	20,83	8	33,33	6	25	5	20,83	–	–
27	Dorongan besar apabila mengerjakan soal-soal mekanistik	6	25	4	16,67	12	50	2	8,33	–	–
28	Tidak adanya usaha untuk maju	4	16,67	17	70,83	3	12,5	–	–	–	–
29	Ketepatan dan kecepatan dalam mengerjakan soal	–	–	3	12,5	17	70,83	4	16,67	–	–

	matematika										
30	Ketidak mauan maju di depan kelas untuk mengerjakan soal matematika	1	4,17	13	54,17	8	33,33	2	8,33	–	–

Dari data ini tampak bahwa rata-rata siswa memiliki motivasi belajar tinggi untuk setiap aspek, ini berarti sebagian besar siswa memiliki motivasi belajar tinggi dengan penggunaan permasalahan kontekstual.

Tabel 37

Kriteria motivasi belajar setiap siswa

No Presensi	Skor	Skor (%)	Kriteria motivasi
1	93	93	Sangat Tinggi
2	80	80	Tinggi
3	74	74	Tinggi
4	62	62	Tinggi
5	58	58	Cukup
6	83	83	Sangat Tinggi
7	83	83	Sangat Tinggi
8	71	71	Tinggi
9	81	81	Sangat Tinggi
10	80	80	Tinggi
11	76	76	Tinggi
12	77	77	Tinggi
13	97	97	Sangat Tinggi

14	74	74	Tinggi
15	73	73	Tinggi
16	79	79	Tinggi
17	76	76	Tinggi
18	86	86	Sangat Tinggi
19	96	96	Sangat Tinggi
20	81	81	Sangat Tinggi
21	85	85	Sangat Tinggi
22	82	82	Sangat Tinggi
23	82	82	Sangat Tinggi
24	97	97	Sangat Tinggi

Keterangan : nilai maksimum untuk jawaban sempurna (sangat tinggi) adalah 100

Berdasarkan tabel 37 halaman 81, tampak bahwa motivasi belajar siswa dengan penggunaan permasalahan kontekstual sangat tinggi, hal ini tampak dari data yang diperoleh yaitu 4,17 % motivasi belajarnya cukup, 45,83 % motivasi belajarnya tinggi dan 50 % motivasi belajarnya sangat tinggi. Hal ini menunjukkan bahwa penggunaan permasalahaan kontekstual di dalam pembelajaran matematika terutama pada pokok bahasan matriks memberikan motivasi belajar yang tinggi.

Tabel 38

Kriteria motivasi belajar seluruh siswa

Aspek	Persentase jawaban					Kriteria motivasi
	ST	ST + T	ST + T + C	ST + T + C + R	ST + T + C + R + SR	
1	8,33	29,16	95,83	100	100	Cukup
2	_	45,83	95,83	100	100	Cukup
3	12,5	41,67	75	100	100	Cukup
4	29,17	100	100	100	100	Tinggi
6	_	25	87,5	100	100	Cukup
7	12,5	62,5	91,67	100	100	Cukup
8	12,5	75	87,5	100	100	Tinggi
10	12,5	66,67	100	100	100	Cukup
12	25	75	100	100	100	Tinggi
13	45,83	91,66	99,99	99,99	99,99	Tinggi
14	29,17	91,67	100	100	100	Tinggi
15	8,33	66,66	95,83	100	100	Cukup
16	8,33	50	91,67	100	100	Cukup
17	20,83	66,66	99,99	99,99	99,99	Cukup
18	12,5	58,33	100	100	100	Cukup
19	12,5	54,17	100	100	100	Cukup
20	12,5	83,33	100	100	100	Tinggi
21	_	25	87,5	100	100	Cukup
22	16,67	83,33	95,83	100	100	Cukup
23	16,67	70,83	100	100	100	Cukup

24	4,17	50	87,5	100	100	Cukup
25	16,67	62,5	91,67	100	100	Cukup
26	20,83	54,16	79,16	99,99	99,99	Cukup
27	25	41,67	91,16	100	100	Cukup
28	16,67	87,5	100	100	100	Tinggi
29	_	12,5	83,33	100	100	Cukup
30	4,17	58,34	91,67	100	100	Cukup

Dari tabel 38 halaman 83 di dapat bahwa secara keseluruhan motivasi belajar siswa dengan penggunaan permasalahan kontekstual adalah cukup. Hal ini tampak dari data yang menunjukkan bahwa hampir 74,07 % siswa memiliki motivasi yang cukup.

Dengan mengamati hasil pengamatan, wawancara dan kuisioner yang diuraikan diatas dapat diketahui bahwa hasil penelitiaan tindakan kelas dalam pembelajaran matematika tersebut dengan penggunaan permasalahan kontekstual menunjukkan adanya peningkatan motivasi belajar matematika dan peningkatan prestasi belajar matematika para siswa.

C. Pembahasan hasil penelitian

1. Analisis kondisi awal

Analisis awal pembelajaran matematika di kelas 1J SMU BOPKRI 1 Yogyakarta sebelum PTK, yaitu : (a) Materi pembelajaran matematka di kelas 1J tersebut khususnya semester 1 adalah pangkat rasional dan bentuk akar, persamaan dan pertidaksamaan kuadrat, perbandingan trigonometri dan fungsi trigonometri, logaritma, rumus-rumus segitiga dalam trigonometri sedangkan materi pembelajaran matematika pada semester 2 adalah dimensi tiga, sistem persamaan linear, Notasi sigma, barisan dan deret, matriks; (b) Pengajarnya adalah guru kelas yang diberikan tugas mengajar matematika sekaligus menjadi wali kelas tersebut; (c) Matematika yang diajarkan di kelas tersebut mengacu pada GBPP matematika tahun 1994 dan suplemennya 1999 serta program semester mata pelajaran matematika tahun pelajaran 2002/2003 hasil MGMP matematika SMU BOPKRI 1 Yogyakarta.

2. Metode pembelajaran matematika di kelas 1J SMU BOPKRI 1 Yogyakarta

Metode pembelajaran matematika yang digunakan dalam PTK, ini penggunaan permasalahan kontekstual. Dalam hal ini penggunaan permasalahan kontekstual di dalam pembelajaran tersebut perlu di lengkapi berbagai komponen kegiatan yang relevan, antara lain (a) Bentuk dan tema kontekstual bervariasi; (b) Penyampaiannya tidak terlalu cepat; (c) Diperlukan benda-benda yang di sekitar siswa atau yang dialami siswa dalam kehidupan sehari-hari; (d) Guru dapat memberikan berbagai contoh yang bervariasi.

Berdasarkan hasil pengamatan secara langsung dari teman sejawat (observer), penggunaan permasalahan kontekstual dalan kegiatan pembelajaran matematika di kelas 1J SMU BOPKRI 1 Yogyakarta ini cukup menarik (lampiran D halaman 264). Hal ini ditunjukkan oleh beberapa indikator yaitu (a) Para siswa merasa senang dan termotivasi mengikuti PBM; (b) Keberanian dan kreativitas siswa dalam bertanya meningkat dan (c) Hasil belajar siswa juga meningkat. Oleh sebab itu metode penggunaan permasalahan kontekstual ini perlu dikembangkan terus.

3. Pelaksanaan penggunaan permasalahan kontekstual di dalam pembelajaran matematika di kelas 1J SMU BOPKRI 1 Yogyakarta.

Metode penggunaan permasalahan kontekstual ini diterapkan pada kegiatan 1,2,3 dalam PTK dari 6 kegiatan yang dilakukan. Kegiatan-kegiatan pembelajaran tersebut atas 3 kegiatan pada siklus 1 dan 3 kegiatan pembelajaran pada siklus 2, dimana 1 kegiatan terdiri dari 2 pertemuan sehingga jumlah pertemuan adalah 12 pertemuan. Sebelum kegiatan pembelajaran matematika di kelas ini dilakukan, guru menyiapkan sejumlah perangkat sebagai berikut, yaitu (a) Materi pembelajaran matematika, khususnya materi matriks; (b) Bentuk permasalahan kontekstual yang mengandung materi matematika (matriks) dan bervariasi; (c) alat bantu berupa benda konkret (misanya pensil, bolpoin, buku).

Materi yang telah disiapkan berdasarkan GBPP kelas 1 SMU tahun 1994 dan suplemen 1999 serta program semester mata pelajaran matematika tahun pelajaran 2002/2003 hasil MGMP matematika SMU BOPKRI 1 Yogyakarta tersebut pada awalnya disampaikan kepada siswa metode penggunaan permasalahan kontekstual.

Penyampaian penggunaan permasalahan kontekstual oleh guru dalam kegiatan pembelajaran menggunakan bahasa yang jelas, pelan-pelan dan penjelasannya berulang-ulang sampai para siswa dapat memahami isi permasalahan kontekstual dan menangkap pesan matematika yang terkandung di dalamnya. Jika masih ada siswa yang tampak menemui kesulitan, guru memberikan bimbingan khusus. Bahkan guru melakukan penjelasan ulang dengan berbagai contoh lain yang relevan dan bervariasi agar siswa merasa menarik, senang dan termotivasi dengan metode tersebut. Dalam memberikan soal dan penyelesainnya guru tidak terlalu *"teks* book". Pada akhir kegiatan pembelajaran dilakukan evaluasi formatif untuk melihat tingkat keberhasilan belajar siswa.

Selama PBM berlangsung, semua aktivitas guru dan siswa dalam kelas diamati oleh observer (guru matematika) dengan instrumen yang berupa instrumen pengamatan, wawancara guru dan wawancara siswa (lampiran B halaman 222). Setiap akhir kegiatan pembelajaran, hasil pengamatan dari observer dan hasil wawancara di didskusikan bersama dengan peneliti. Hasil diskusi yang berupa catatan-catatan mengenai kesulitan/hambatan siswa, dan kritik atau saran terhadap pelaksanaan kegiatan sebagai masukan kepada peneliti untuk meningkatkan kualitas kegiatan pembelajaran selanjutnya. Peningkatan kualitas pelaksanaan kegiatan pembelajaran matematika dengan penggunaan permasalahan kontekstual tersebut ditunjukkan pula oleh adanya peningkatan rata-rata skor nilai yang dicapai oleh siswa dari kegiatan pembelajaran pertama sampai terakhir (hasil lengkapnya lihat pada lampiran C.7 halaman 243 dan C.14 halaman 253).

Selain hal-hal yang telah dikemukakan di atas, peningkatan kualitas pembelajaran matematika yang memakai metode penggunaan permasalahan kontekstual tercermin pula pada berbagai aspek, antar lain (a) Pelaksanaan pembelajaran dengan penggunaan permasalahan kontekstual lebih menarik siswa (lampiran D halaman 264); (b) Respon siswa terutama motivasi belajarnya terhadap penerapan metode tersebut cukup yang terlihat pada keterlibatan siswa dalam PBM (lihat tabel 6 halaman 45 sampai tabel 38 halaman 83); (c) Pemahaman siswa terhadap materi matematika makin baik sehingga siswa lancar dalam mengerjakan soal.

Kegiatan-kegiatan pembelajaran pada PTK ini telah dilakukan oleh peneliti yang sekaligus sebagai pelaku tindakan dengan memperhatikan berbagai saran, masukan dan kritikan dari pengamat serta kesimpulan diskusi dengan kolaborator. Namun pada akhir kegiatan masih ada sebagian kecil siswa yang mengalami kesulitan dalam memahami dan menangkap pesan matematika.

4. Respon siswa terhadap penerapan metode penggunaan permasalahan kontekstual di dalam pembelajaran matematika di kelas 1J SMU BOPKRI 1 Yogyakarta.

Pada setiap kegiatan pembelajaran setelah peneliti memperoleh masukan dari pengamat, respon siswa terhadap pembelajaran matematika dengan penggunaan permasalahan kontekstual tersebut semakin meningkat. Dalam hal ini dapat dilihat pada tabel 6 halaman 45 sampai dengan tabel 38 halaman 83. Hal ini ditunjukkan oleh berbagai indikator, antara lain (a) Suasana kelas menjadi lebih hidup; (b) Keberanian bertanya dan kreativitas sebagian besar siswa semakin tumbuh; (c) Siswa semakin antusias, merasa senang dan mempunyai motivasi dalam mengikuti pembelajaran matematika; (d) Hambatan yang di hadapi siswa semakin berkurang; dan (e) Prestasi belajar matematika sebagian besar siswa semakin meningkat(lihat tabel 6 halaman. 45 sampai tabel 38 halaman 83).

5. Peningkatan prestasi belajar matematika siswa 1J SMU BOPKRI 1 Yogyakarta setelah pelaksanaan kegiatan pembelajaran dengan penggunaan permasalahan kontekstual.

Dilihat dari rata-rata skor nilai yang dicapai siswa pada setiap akhir kegiatan pembelajaran, prestasi belajar matematika siswa tampak ada peningkatan. Namun, peningkatan prestasi belajar siswa yang terjadi pada siklus 1 cukup (kegiatan 1 sebesar 77,17%; kegiatan 2 sebesar 78,54%; kegiatan 3 sebesar 79,45%), sedangkan peningkatan prestasi belajar siswa yang terjadi pada siklus 2 cukup besar (kegiatan 1 sebesar 80,45%; kegiatan 2 sebesar 81,10%; kegiatan 3 sebesar 82,05%). Demikian pula, jika dilihat dari segi kriteria tingkat pencapaian skor nilai pada kegiatan 1 siklus 1, nilai siswa yang berkategori " sangat baik" berjumlah 33,33%, nilai siswa yang berkategori "sangat kurang" tidak ada dan nilai siswa yang berkategori "kurang" berjumlah 4,76%, sedangkan pada kegiatan 3 pada siklus 2, nilai siswa yang berkategori "sangat baik" berjumlah 72,72%, nilai siswa yang berkategori "sangat kurang" tidak ada, dan nilai siswa yang berkategori "kurang" berjumlah 4,55%. (kriteria skor nilai secara lengkap dapat dilihat pada tabel 10 halaman 49, tabel 15 halaman 53, tabel 20 halaman 58, tabel 25 halaman 66, tabel 30 halaman 70, tabel 35 halaman 75 dan lampiran C.19 halaman 263 yang merupakan tes akhir serta tes remedial).

Pencapaian skor nilai di atas menggambarkan bahwa pembelajaran matematika dengan penggunaan permasalahan kontekstual berpengaruh terhadap upaya peningkataan motivasi belajar siswa kelas 1J SMU BOPKRI 1 Yogyakarta. Selain itu penggunaan permasalahan kontekstual di dalam pembelajaran matematika ini juga berpengaruh terhadap upaya peningkatan prestasi belajar matematika siswa kelas 1J SMU BOPKRI 1 Yogyakarta.

BAB V

KESIMPULAN, IMPLIKASI DAN SARAN

Pada bab ini akan dikemukakan beberapa hal penting, yaitu kesimpulan hasil penelitian, implikasi hasil penelitian dan saran.

A. Kesimpulan hasil penelitian

Hasil penelitian tindakan kelas (PTK) di kelas 1J SMU BOPKRI 1 Yogyakarta ini dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Metode penggunaan permasalahan kontekstual dalam pembelajaran matematika dengan pokok bahasan matriks, penggunaan bahasa yang alamiah sesuai dengan kondisi siswa dapat meningkatkan kualitas pembelajaran matematika di kelas 1J SMU BOPKRI 1 Yogyakarta.
2. Pelaksanaan pembelajaran dengan penggunaan permasalahan kontekstual ini dilakukan dengan menggunakan langkah-langkah yang baik sebagai berikut:
   a. Memberikan permasalahan kontekstual kepada siswa terlebih dahulu.
   b. Menyampaikan materi harus jelas, mudah dipahami oleh siswa, dilakukan perlahan-lahan dan diulang sampai tiga kali.
   c. Memberikan contoh-contoh permasalahan kontekstual maupun soal-soalnya dibuat dengan banyak variasi.

d. Setiap akhir kegiatan diberikan evaluasi sebagai umpan balik untuk memperbaiki kualitas pembelajaran matematika.

3. Pembelajaran matematika dengan penggunaan permasalahan kontekstual cukup efektif untuk meningkatkan kemampuan siswa dalam hal pemodelan matematika, memecahkan soal matematika dengan baik. Hal ini tercermin pada respon atau keterlibatan siswa terhadap pembelajaran matematika yang meningkat.
4. Prestasi belajar matematika siswa meningkat.

B. Implikasi hasil penelitian

Penerapan Penelitian tindakan kelas (PTK) model siklus dalam pembelajaran matematika dengan penggunaan permasalahan kontekstual ini mengandung beberapa implikasi penting antara lain:

1. Guru harus kreatif dalam pembelajaran matematika ini.
2. Guru memilih materi yang esensial / penting untuk diajarkan.
3. Memerlukan waktu yang banyak dalam pembelajaran matematika ini

C. Saran-saran

1. Untuk jenis penelitian ini, perlu penambahan waktu.
2. Perlu diadakan penelitian lebih lanjut yang sejenis, karena belum banyak yang meneliti jenis penelitian ini.

DAFTAR PUSTAKA

Buletin Pembelajaran Matematika "Idea" (Mei 2001) Vol.3 No.2. Yogyakarta. JPMIPA Universitas Sanata Dharma.

Elida Prayitno. (1998). *Motivasi Dalam Belajar.* Jakarta: Departemen Pendidikan dan Kebudayaan.

Endar Sucipto. (2000). *Matematika 2000 SMU Untuk Kelas 1*. Jakarta : Erlangga.

Herman Hudoyo. (1981). *Interaksi Belajar – Mengajar Matematika*. Jakarta : Departemen Pendidikan Dan Kebudayaan.

Herman Hudoyo. (1988). *Mengajar Belajar Matematika*. Jakarta. . Departemen Pendidikan Dan Kebudayaan.

Kartika Budi. (April 2001). *Berbagai Strategi Untuk Melibatkan Siswa Secara Aktif Dalam Proses Pembelajaran Fisika di SMU, Efektivitasnya, dan Sikap Mereka Pada Strategi Tersebut.* Yogyakarta: Widya Dharma, Majalah Ilmiah Universitas Sanata Dharma.

Marpaung.Y. (Oktober 2001). *Prospek RME Untuk Pembelajaran Matematika di Indonesia.* Yogyakarta: Widya Dharma, Majalah Ilmiah Universitas Sanata Dharma.

Moleong Lexy J. *Metodologi Penelitian Kualitatif.* Bandung. Remadja Karya.

Pemerintah dan DPR RI. (2003). *Undang-Undang No. 20 Tahun 2003 Tentang Sistem Penddikan Nasional (SISDIKNAS) Dan Penjelasannya*. Yogyakarta : Media Wacana Press.

Russefendi. (1980*). Pengantar Matematika Modern. Bandung*. Tarsito.

Rustana. (2002). *Manajemen Peningkatan Mutu Berbasis Sekolah.*Buku 5: Pembelajaran dan Pengajaran Kontekstual. Jakarta: Departemen Pendidikan Nasional.

Sardiman A.M. (1986). *Interaksi dan Motivasi Belajar Mengajar*. Jakarta : CV. Rajawali.

Sartono Wirodikromo. (2000). *Matematika 2000 SMU Kelas 3 Catur Wulan 3.* Jakarta : Erlangga.

Suryanto. (21 September 2002). *Penggunaan Masalah Kontekstual Dalam Pembelajaran Matematika.* Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta.

Suwarsono.St. (6 April 2002). *Pembelajaran Matematika Secara Kontekstual.* Makalah Yang Disajikan Dalam Seminar Pendidikan Matematika. Yogyakarta: Universitas Sanata Dharma.

Suwarsih Madya. (1994). *Panduan Penelitian Tindakan*. Lembaga Penelitian IKIP Yogyakarta.

Winkel. W.S. (1983). *Psikologi Pendidikan dan Evaluasi Belajar.* Jakarta: PT. Gramedia.

Lampiran

A

Pelaksanaan Penelitian

A. Pelaksanaan Penelitian

1. Pelaksanaan tindakan, observasi dan refleksi pada materi matriks

a) Pertemuan 1

Materi : pengertian dan notasi sebuah matriks, pengertian baris, kolom dan elemen sebuah matriks

1. Tindakan dan observasi 1

Pada waktu peneliti dan guru masuk kelas, siswa-siswa sudah duduk di kursi masing-masing. Peneliti akan memberikan materi yang belum di peroleh siswa sebelumnya.

P : Sekarang kalian saya beri permasalahan dalam kehidupan sehari-hari yang kalian alami atau kalian lihat, ada permasalahan sebagai berikut: " Siswa kelas 1J mempunyai adik dan kakak diantaranya : Vero mempunyai adik 1 dan kakak 2 sedangkan Donny mempunyai adik 2 dan kakak 3 ". Dapatkah konteks tersebut di bawa bentuk tabel ? Kalau dapat, tolong tuliskan di papan tulis. (Peneliti memberikan waktu kepada siswa untuk mengerjakan sambil berkeliling).

Salah satu siswa ada yang berani maju dengan membawa buku sebagai hasil pekerjaannya yaitu Maya.

siswa	Adik	Kakak
Vero	1	2
Donny	2	3

P : Bagaimana yang lain, apakah seperti itu ? (Waktu keliling hampir semua siswa membuat tabel).

S : Sama pak.

P : Kalian ternyata bisa mengerjakan. Sekarang saya beri permasalahan lagi yaitu “ Di SMU BOPKRI 1 dilaksanakan pengukuran tinggi badan dan berat badan untuk data penerimaan anggota cheer leaders diantaranya Agata tinggi badan 160 cm dan berat badan 45 kg, Rosa tinggi badan 159 cm dan berat badan 47 kg, Donny tinggi badan 165 cm dan 56 kg. Dari keterangan itu, buatlah tabelnya !

Yongky : saya mau maju mengerjakan pak.

Siswa	Tinggi badan(cm)	Berat badan(kg)
Agata	160	45
Rosa	159	47
Donny	165	56

P : Apakah hasil pekerjaan anda itu sama dengan pekerjaa Maya dan yongky ?

S : Sama pak.

P : Dari pekerjaanya Maya dan Yongky tersebut bisa ditulis bilangannya saja sehingga di peroleh :

$$\begin{matrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 160 & 45 \\ 159 & 47 \\ 165 & 56 \end{matrix}$$

Bentuk di atas memiliki beberapa keteraturan yaitu :

a) Kelompok bilangan itu disusun dalam bentuk persegi atau persegi panjang.

b) Kelompok bilangan itu disusun dalam baris dan kolom (lajur).

Bentuk yang memiliki keteraturan tersebut disebut matriks. Dari hal di atas ini, ada yang bisa mendefinisikan matriks ?

Yongky : Matriks adalah kelompok bilangan yang disusun secara teratur.

P : Terima kasih, ada yang lain ?

Maya : Kelompok bilangan dalam bentuk persegi.

P : Terima kasih, ada yang lain ?

Yongky : Kelompok bilangan yang diatur menurut baris dan kolom.

P : Baik, terima kasih. Ada yang mau menyimpulkan apa definisi matriks dari sekian pendapat tadi ?

Maya : Saya pak, sambil mengangkat jarinya.

Matriks adalah kelompok bilangan dalam bentuk persegi yang diatur menurut baris dan kolom.

P : Definisi dari Maya sudah baik, terima kasih.

Definisi matriks yang lebih tepat sebagai berikut : matriks adalah susunan sekelompok bilangan dalam bentuk persegi atau persegi panjang yang diatur menurut baris dan kolom. Kalian sudah jelas ?

S : Jelas pak.

P : Untuk selanjutnya, agar tampak ada batas-batasnya maka pada pinggir dari kelompok bilangan itu di bubuhi dengan tanda kurung. Sebuah matriks dapat diberi nama dan nama itu biasanya dinyatakan dengan memakai huruf besar (kapital) seperti A,B,C,... dan seterusnya.

Dari matriks di atas tadi menjadi

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ & \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 160 & 45 \\ 159 & 47 \\ 165 & 56 \end{pmatrix}$$

Ada pertanyaan ?

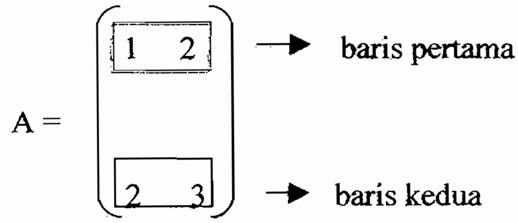
S : Tidak pak (peneliti melanjutkan ke materi selanjutnya).

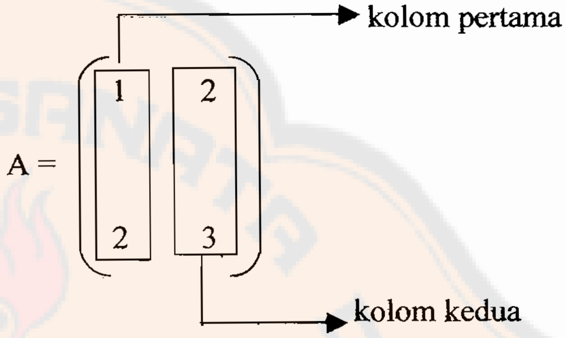
2. Tindakan dan observasi 2

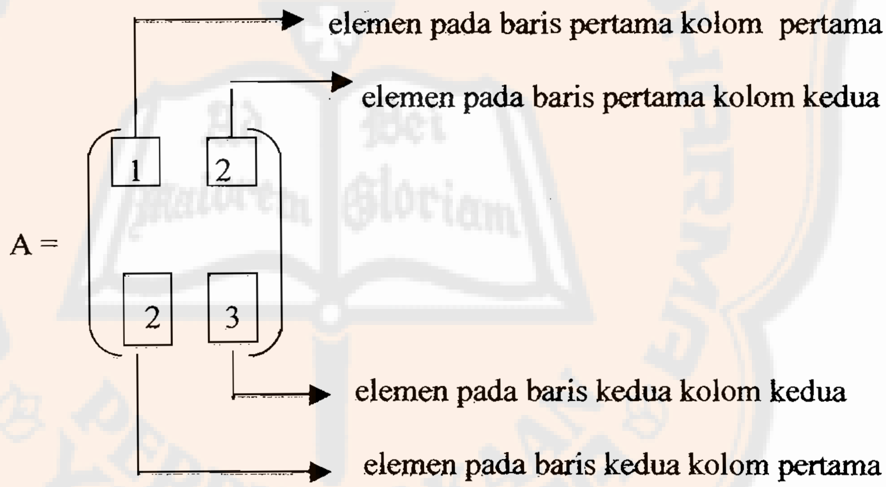
Peneliti akan melanjutkan mengenai pengertian baris, kolom dan elemen sebuah matriks.

P : Kalian telah mengetahui bahwa sebuah matriks terdiri atas sekelompok bilangan yang disusun dalam bentuk baris-baris dan kolom-kolom.

Misalkan matriks







Ada pertanyaan ?

Yongky : Berarti baris sebuah matriks adalah bilangan-bilangan yang mendatar dari matriks tersebut, begitu juga kolom sebuah matriks adalah bilangan-bilangan yang tegak dari matriks.

P : Kamu benar Yongky, bahwa bilangan (real maupun kompleks) yang menyusun matriks itu disebut elemen sebuah matriks.

Ada pertanyaan ? (siswa serempak menjawab "tidak"). Kalau begitu saya berikan satu soal latihan.

"Di dalam ruangan kelas 1J terdapat sejumlah barang. Barang-barang tersebut terdiri dari kursi berjumlah 24, meja berjumlah 24, pintu berjumlah 1 dan jendela berjumlah 5".

a) Buatlah dalam bentuk tabel, lalu tuliskan matriksnya !
b) Berapakah banyak baris dan kolom pada matriks yang anda peroleh tadi ?
c) Sebutkanlah elemen-elemen pada baris pertama ?
d) Sebutkanlah elemen pada kolom kedua ?
e) Sebutkanlah elemen pada baris pertama kolom pertama ?

(peneliti memberikan waktu kepada siswa untuk mengerjakan sambil berkeliling).

P : Siapa yang sudah selesai untuk point a ? tolong tuliskan di papan tulis.

Yongky : Saya pak.

Kelas	Kursi	Meja	Pintu	Jendela
1J	24	24	1	5

$$A = \begin{pmatrix} 24 & 24 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

P : Bagaimana yang lain, sudah benar belum, kalau sudah benar dilanjutkan pada point b, c, d dan e, (siswa serempak menjawab benar).

S : b. Banyak baris 1, banyak kolom 4

c. Elemen-elemen pada baris pertama : 24, 24, 1, 5

d. Elemen pada kolom kedua : 24

e. Elemen pada baris pertama kolom pertama : 24

(peneliti menyuruh siswa belajar di rumah yang rajin)

3. Refleksi

Berdasarkan saran dan hasil pengamatan dari kolaboratornya maka diperlukan :

a) Penekanan terhadap cara penulisan bentuk matriks dan notasi yang tepat.
b) Contoh-contoh soal yang dibuat secara variasi dan mengalami pengembangan, agar siswa lebih bersemangat lagi.
c) Menghafalkan dengan baik supaya merata, karena jumlah siswa hanya sedikit.
d) Istilah-istilah baru diharapkan diperkenalkan secara tertulis pada kata "matriks".

b) Pertemuan 2

Materi : pengertian ordo matriks, matriks baris, matriks kolom dan matrik persegi, transpos suatu matriks.

1. Tindakan dan observasi 1

P : Untuk memahami pengertian ordo atau jenis sebuah matriks, kita lihat matriks.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Banyak baris 2 dan banyak kolom 2, dikatakan matriks A berordo atau berjenis 2×2 (dibaca : 2 kali 2). Matriks A yang berordo 2×2 ini dituliskan sebagai $A_{2\times 2}$. Angka 2×2 ditulis agak ke bawah sebagai subskrip. Apabila diperhatikan banyak elemen matriks A sama dengan $4 = 2 \times 2$ yaitu merupakan perkalian antara banyak baris dengan banyak kolom dari matriks A. Ada pertanyaan ?

Rizky : Misalnya $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, matriks A berordo berapa pak ?

P : Terima kasih Rizky, ada yang bisa menjawab pertanyaannya rizky ? (sambil memandang ke arah siswa).

Eri : Saya pak (peneliti mempersilahkan siswa tersebut menjawab pertanyaan). Matriks A tersebut banyak baris 3 dan banyak kolom 2, jadi matriks A berordo atau berjenis 3×2.

P : Ya kamu benar, sehingga apabila diperhatikan banyak elemen matriks A sama dengan $6 = 3 \times 2$, yaitu merupakan perkalian antara banyak baris dengan banyak kolom dari matriks A.

Berdasarkan uraian tadi, kita dapat mengambil kesimpulan sebagai berikut:

a) Ordo sebuah matriks ditentukan oleh banyak baris diikuti oleh banyak kolom.

b) Banyak elemen pada sebuah matriks sama dengan hasil kali banyak baris dengan banyak kolom-kolom dari matriks yang bersangkutan.

Jika matriks A terdiri dari m baris dan n kolom, maka matriks itu berordo $m \times n$ dan dituliskan sebagai $A_{m \times n}$. Banyak elemen matriks A itu sama dengan $(m \times n)$ buah. Oleh karena itu matriks A yang berordo $m \times n$ dapat disajikan sebagai :

$$\begin{array}{l} \text{Banyak kolom} = n \\ \left.\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}\right\} \text{banyak baris} = m \end{array}$$

Dengan a_{ij} adalah elemen pada baris ke-i dan kolom ke-j dimana $i = 1, 2, \ldots, m$; $j = 1, 2, \ldots, n$

Ada pertanyaan ?

S : Tidak pak.

P : Kalau tidak ada pertanyaan, kita lanjutkan mengenai matriks baris, matriks kolom dan matriks persegi. Marilah kita simak beberapa matriks berikut :

a) Matriks P = (1 2) dan matriks Q = (3 1 -1). Matriks P dan Q masing- masing terdiri atas 1 baris. Matriks yang berbentuk demikian disebut matriks baris.

b) Matriks

$$X = \begin{pmatrix} 1 \\ \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{dan} \quad Y \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Matriks X dan Y masing-masing terdiri dari 1 kolom. Matriks yang berbentuk demikian disebut matriks kolom.

c) Matriks

$$R = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ & \\ 3 & -3 \end{pmatrix} \quad S = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Matriks R berordo 2×2 , banyak baris = banyak kolom.

Matriks S berordo 3×3, banyak baris = banyak kolom.

Matriks-matriks dengan banyak baris = banyak kolom seperti di atas disebut matriks persegi. Dari uraian di atas, ada yang mau memberikan definisi matriks baris, matriks kolom, matriks persegi ?

Ricky : Saya pak.

Matriks baris adalah matriks yang hanya terdiri dari 1 baris. Matriks kolom adalah matriks yang hanya terdiri dari 1 kolom. Matriks persegi adalah matriks dengan banyak baris sama dengan banyak kolom.

P : Ada pertanyaan lain ?

S : Tidak pak.

2. Tindakan dan observasi 2

Peneliti akan melanjutkan mengenai transpos suatu matriks.

P : Kita akan lanjutkan mengenai transpos suatu matriks. Untuk memahami pengertian transpos suatu matriks, kita lihat matriks berikut :

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Dari matriks A tersebut dapat di bentuk sebuah matriks baru dengan cara menuliskan baris pertama matriks A menjadi kolom pertama pada matriks baru, menuliskan baris kedua matriks A menjadi kolom kedua pada matriks baru. Sehingga matriks baru menjadi

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Matriks baru yang disusun dengan cara seperti itu disebut sebagai transpos dari matriks A dan dituliskan dengan lambang : A^1 atau A^t (di baca : A transpos). Selanjutnya kita dapat menyatakan bahwa transpos matriks A adalah sebuah matriks baru yang disusun dengan cara menuliskan baris pertama matriks A menjadi kolom pertama matriks baru, baris kedua matriks A menjadi kolom kedua matriks baru, baris ketiga matriks A menjadi kolom ketiga matriks baru, ..., dan seterusnya. Sudah jelas ?

S : Jelas pak.

P : Sekarang saya berikan soal latihan.

Matriks $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Pertanyaan :

a) Berapa ordo matriks B tersebut ?

b) Termasuk matriks baris, matriks kolom atau matriks persegi ?

c) Tentukanlah transpos matriks tersebut !

Kalau ada yang bisa langsung mengangkat jari !

Ricky : Saya mau menjawab poin a, b dan c

a) Matriks B berordo 3×3.

b) Termasuk matriks persegi, alasannya banyak baris sama dengan banyak kolom yaitu 3

c) $B^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

P : Bagaimana yang lain, sudah sama ? (peneliti sambil berkeliling melihat jawaban dari siswa).

S : Sudah pak, (peneliti sambil memberi pesan kepada siswa untuk belajar di rumah.

3. Refleksi

Berdasarkan saran dan hasil pengamatan dari kolaboratornya maka diperlukan :

a) Lebih memperhatikan siswa, karena pada saat guru menulis di papan tulis, siswa pindah-pindah kursi.

b) Perhatian khusus terhadap siswa yang terlambat dalam menerima materi pelajaran.

c) Contoh lagi untuk materi ordo matriks. Misalnya ordo 1×1, 1×2 dan lain-lain.

c) Pertemuan 3
Materi : kesamaan dua matriks

1. Tindakan dan observasi 1

P : Untuk memahami pengertian kesamaan dua matriks, perhatikanlah matriks-matriks berikut ini :

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{dan } B = \begin{pmatrix} \frac{10}{2} & 1 \\ 3 & \frac{6}{3} \end{pmatrix}$$

elemen seletak

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{dan } B = \begin{pmatrix} \frac{10}{2} & 1 \\ 3 & \frac{6}{3} \end{pmatrix}$$

elemen seletak

perhatikan bahwa matriks A dan B ini mempunyai sifat sebagai berikut :

(i) mempunyai ordo yang sama

(ii) mempunyai elemen seletak yang sama

Matriks A dan B yang mempunyai sifat seperti itu dikatakan matriks A sama dengan matriks B dan dapat ditulis A = B. Ada pertanyaan ?

Myrna : Apa yang dimaksud dengan elemen seletak?

P : Terima kasih Myrna. Elemen seletak adalah elemen-elemen yang terletak pada baris dan kolom yang sama pada kedua matriks. Perhatikan kembali matriks A dan B di atas. Ada pertanyaan yang lain?

Dengan demikian, kita dapat menyatakan bahwa : ‘ Dua buah matriks A dan B dikatakan sama, jika dan hanya jika kedua matriks itu mempunyai ordo sama dan elemen - elemen yang seletak sama.

Contoh 1:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}$$

diantara matriks-matriks berikut, manakah yang sama ? (Peneliti memberikan pertanyaan ini kepada siswa).

Rosa : Saya pak mau menjawab.

Matriks A dan C merupakan matriks yang sama, (sambil berjalan ke papan tulis menuliskan untuk matriks yang sama).

elemen seletak

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}$$

elemen seletak

Sedangkaan matriks A tidak sama dengan matriks B, begitu juga matriks B tidak sama dengan matriks C.

P : Terima kasih Rosa, kamu benar. Matriks A tidak sama dengan matriks B bisa ditulis $A \neq B$ begitu juga matriks B tidak sama dengan C bisa ditulis $B \neq C$.

Kesamaan dua matriks dapat digunakan untuk mencari elemen – elemen yang belum diketahui sebuah matriks. Agar lebih jelasnya, perhatikan contoh berikut:

Diketahui

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3x & 2y \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 9 & 14 \end{pmatrix}$$

Jika matriks A sama dengan matriks B, tentukanlah nilai x dan y !

Penyelesaiannya : karena ordo kedua matriks sama, maka syarat perlu kesamaan dua buah matriks dipenuhi. Agar A = B syarat cukupnya adalah elemen-elemen yang seletak harus sama diperoleh :

$3x = 9$ didapat $x = 3$, $2y = 14$ didapat $y = 7$

Ada pertanyaan?

Yuliana : Pak mau bertanya (sambil mengangkat jarinya) Kalau misalnya ordonya tidak sama pak, apakah elemen – elemen yang dicari bisa ditemukan ?

P : Pertanyaan yang bagus , terima kasih.

Kalau ordonya tidak sama, berarti syarat perlu kesamaan dua buah matriks tidak dipenuhi maka elemen - elemen yang dicari tidak bisa ditemukan. Coba kalian lihat kembali catatan sebelum contoh soal ini, bahwa syarat perlu kesamaan dua buah matriks adalah ordonya harus sama. Sekarang saya berikan contoh soal lagi.

Carilah nilai -nilai p, q dan r pada tiap kesamaan matriks berikut:

a) $\begin{pmatrix} p+2q & 1 \\ p-q & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 12 & 0 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2p+1 & q+2 \\ 4 & -3r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & p-q \\ 4 & 2p+q+3 \end{pmatrix}$

Mari kita selesaikan bersama-sama

a) $\begin{pmatrix} p+2q & 1 \\ p-q & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 12 & 0 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} p+2q &= 6 \\ p-q &= 12 \\ \hline 3q &= -6 \\ q &= -2 \end{aligned} \quad -$$

$$\begin{aligned} p-(-2) &= 12 \\ p+2 &= 12 \\ p &= 12-2 = 10 \end{aligned}$$

Ada pertanyaan? (ternyata ada yang mengangkat jarinya yaitu Yullyta, mohon diulang pak saya belum jelas).

Peneliti menjelaskan kembali soal a dan penyelesaiannya sampai siswa jelas. Untuk poin b, siapa yang mau maju ?

Myrna : Saya pak.

b) $$\begin{pmatrix} 2p+1 & q+2 \\ 4 & -3r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & p-q \\ 4 & 2p+q+3 \end{pmatrix}$$

$2p + 1 = 9$ $\quad$ $q + 2 = p\text{-}q$ $\quad$ $-3r = 2p + q + 3$

$2p = 9 - 1$ $\quad$ $2 - p = -q\text{-}q$ $\quad$ $-3r = 2.4 + 1 + 3$

$2p = 8$ $\quad$ $2 - p = -2q$ $\quad$ $-3r = 8+1+3$

$p = 4$ $\quad$ $2\text{-}4 = -2q$ $\quad$ $-3r = 12$

$-2 = -2q$ $\quad$ $r = -4$

$q = 1$

P : Terima kasih Myrna , kamu benar.

1. Tindakan dan observasi 2

P : Sekarang saya berikan soal latihan

Diketahui $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ \\ 2 & 1 & 6 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} a+1 & 2b \\ c+2 & 1 \\ 5 & 3d \end{pmatrix}$

Jika $A = B^t$, tentukan nilai-nilai a ,b, c dan d.

Soal itu kalian kerjakan, lalu tuliskan dipapan tulis, (peneliti sambil berkeliling memberikan waktu mengerjakan kepada siswa).

Yullyta : Saya bertanya pak, B^t itu apa pak ?

P : Ada yang bisa menjawab pertanyaan Yullyta, itu merupakan pelajaran yang lalu, lihat catatan didepannya.

Maya : Saya pak, B^t merupakan transpos dari matriks B.

$$B = \begin{pmatrix} a+1 & 2b \\ c+2 & 1 \\ 5 & 3d \end{pmatrix} \text{ sehingga } B^t \begin{pmatrix} a+1 & c+2 & 5 \\ 2b & 1 & 3d \end{pmatrix}$$

P : Terima kasih Maya, itulah jawaban yang benar. Yang lain bagaimana, sudah jelas, (siswa serempak menjawab jelas).

Rosa : Saya menjawab soal latihan tersebut pak (peneliti mempersilahkan Rosa untuk menjawabnya).

$$B = \begin{pmatrix} a+1 & 2b \\ c+2 & 1 \\ 5 & 3d \end{pmatrix} \text{ sehingga } B^t \begin{pmatrix} a+1 & c+2 & 5 \\ 2b & 1 & 3d \end{pmatrix}$$

$A = B^t$

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+1 & c+2 & 5 \\ 2b & 1 & 3d \end{pmatrix}$$

$3 = a+1 \quad 4 = c+2 \quad 2 = 2b \quad 6 = 3d$

$a = 1 \quad c = 2 \quad b = 1 \quad d = 2$

P : Ada yang bertanya atas jawaban Rosa tersebut (siswa serempak menjawab tidak).

Itulah jawaban yang benar dari soal latihan tersebut. Saya berikan soal latihan lagi.

a) $\begin{bmatrix} -2x & 3y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 9 \end{bmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} x+y \\ x-y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 3-2p & 0 & 3q+4 \\ -4 & 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 10 \\ -4 & 2r-1 & 2 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 2p+1 & q+2 \\ 4 & -3r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & p-q \\ 4 & 2p+q+3 \end{pmatrix}$

Carilah nilai-nilai x, y, p, q, r, (peneliti sambil berkeliling memberikan waktu kepada siswa untuk mengerjakan).

Maya : Saya pak mau menjawab yang poin a.

a) $\begin{pmatrix} -2x & 3y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 9 \end{pmatrix}$

$-2x = 6$ $\qquad$ $3y = 9$

$x = -3$ $\qquad$ $y = 3$

P : Untuk yang lain ada kesulitan (serempak siswa menjawab tidak).

Yuliana : Saya menjawab yang poin b.

b) $\begin{pmatrix} x+y \\ x-y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \end{pmatrix}$

$x + y = 10$ $\qquad$ $x - 3 = 4$

$x - y = 4$ $\qquad$ $x = 7$

______ -

$$2y = 6 \longrightarrow y = 3$$

P : Oke yang lain untuk menjawab c dan d.

Maya : Saya mau menjawab yang poin c.

c) $\begin{pmatrix} 3-2p & 0 & 3q+4 \\ -4 & 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 10 \\ -4 & 2r-1 & 2 \end{pmatrix}$

$3 - 2p = 1$	$3q + 4 = 10$	$3 = 2r - 1$
$-2p = -2$	$3q = 6$	$4 = 2r$
$p = 1$	$q = 2$	$r = 2$

P : Terima kasih Maya.

Yullyta : Saya mau menjawab poin d pak.

d) $\begin{pmatrix} 2p+1 & q+2 \\ 4 & -3r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & p-q \\ 4 & 2p+q+3 \end{pmatrix}$

$2p + 1 = 9$	$q + 2 = p - q$	$-3r = 2p + q + 3$
$2p = 8$	$2 - p = -q - q$	$-3r = 2.4 + 1 + 3$
$p = 4$	$2 - 4 = -2q$	$-3r = 8 + 1 + 3$
	$q = 1$	$-3r = 12$
		$r = -4$

P : Terima kasih. Kalian sudah bisa.

3. Refleksi

Berdasarkan saran dan hasil pengamatan dari kolaboratornya maka diperlukan :

a) Penjelasan materi yang harus diulang – ulang.

b) Peneliti di dalam memberikan contoh soal dan penyelesaiannya tidak terlalu "teks book".

d) Pertemuan 4

Materi : Penjumlahan matriks

1. Tindakan dan observasi 1

P : Untuk memahami penjumlahan matriks, perhatikanlah persoalan berikut : " Rizky dan Santi adalah pelajar SMU BOPKRI 1 Yogyakarta. Penentuan siapa yang paling banyak membawa alat tulis selama 2 hari. Pada hari 1 dan hari 2, alat tulis yang dibawa mereka dapat diperlihatkan sebagai berikut :

Nama alat tulis	Hari 1		Hari 2		Jumlah	
	Rizky	Santi	Rizky	Santi	Rizky	Santi
Ballpoin	2	1	1	3	3	4
Pensil	1	2	1	1	2	3

Terlihat dari keterangan diatas bahwa jumlah alat tulis pada hari 1 dan pada hari 2 untuk ballpoin dan pensil yang peroleh oleh Santi lebih banyak dibandingkan dengan jumlah yang diperoleh oleh Rizky. Dengan demikian, Santi yang paling banyak membawa alat tulis selama dua hari tersebut.

Sekarang kita akan memperhatikan bagaimana proses penjumlahan nilai-nilai tersebut dilakukan dengan menggunakan matriks. Bila data atau informasi di atas disajikan menggunakan matriks maka kita dapat menuliskan sebagai berikut :

$$\underbrace{\underset{\uparrow\atop A}{\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}} + \underset{\uparrow\atop B}{\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}}}_{\text{ruas kiri}} = \underbrace{\underset{\uparrow\atop C}{\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}}}_{\text{ruas kanan}}$$

Dari bagan di atas, ada beberapa keterangan sebagai berikut :

1) Matriks-matriks pada ruas kiri, yaitu matriks A dan matriks B mempunyai ordo yang sama.
2) Matriks pada ruas kanan, yaitu matriks C mempunyai ordo yang sama dengan ordo matriks pada ruas kiri
3) Elemen-elemen pada matriks ruas kanan diperoleh dengan menjumlahkan elemen-elemen yang seletak dari matriks-matriks di ruas kiri.

Proses penggabungan dua buah matriks menjadi sebuah matriks yang memenuhi aturan seperti itu dinamakan penjumlahan dua matriks. Jika matriks-matriks itu adalah A dan B, maka jumlah matriks A dan B ditulis A + B. Ada pertanyaan ?

Kesimpulan dari uraian di atas adalah : Jika A dan B adalah dua buah matriks yang berordo sama, maka jumlah matriks A dan B (ditulis A + B) adalah sebuah matriks baru yang didapat dengan cara menjumlahkan elemen-elemen matriks A dengan elemen-elemen matriks B yang seletak.

Contoh 1:

Jika $A = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 6 & 10 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 9 \end{pmatrix}$, hitunglah A+ B

$$A + B = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 6 & 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+2 & 8+3 \\ 6+1 & 10+9 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 11 \\ 7 & 19 \end{pmatrix}$$

Ada pertanyaan ? (siswa tidak ada yang bertanya).

Contoh 2 :

Jika diketahui $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ dan $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

tunjukkan bahwa : a) $O + A = A$

b) $A + O = A$

Kita lihat penyelesaiannya :

$$O + A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0+1 & 0+1 \\ 0+2 & 0+(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$= A$

$$A + O = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+0 & 1+0 \\ 2+0 & -1+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$= A$

Ada pertanyaan ? (peneliti sambil memperhatikan kepada siswa, ternyata tidak ada pertanyaan).

Contoh 3 ;

Diketahui matriks-matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

a) Tentukanlah (A+B) dan (B+A) !

b) Apakah (A+B) = (B+A) ?

Ada yang mau menjawab? (peneliti memberikan waktu untuk mengerjakan kepada siswa).

Willy : Saya pak, (sambil berjalan untuk menulis di papan tulis).

a)

$$A + B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+1 & 1+3 \\ 2+2 & 3+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$$

$$B+A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+1 & 3+1 \\ 2+2 & 1+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$$

b) A + B = B + A

P : Bagaimana yang lain, ada jawaban yang lain. (ternyata tidak ada). Kamu benar Willy, terima kasih. Contoh 3 ini menunjukkan bahwa penjumlahan dua buah matriks memenuhi sifat komutatif. Sekarang saya berikan contoh lagi,

Diketahui matriks-matriks

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \quad Q = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{dan } R = \begin{pmatrix} 3 & 10 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$$

Tentukan: a) P + Q b) Q + R c) (P+Q)+R d) P+(Q+R)

(peneliti memberikan waktu kepada siswa untuk mengerjakan sambil berkeliling).

Jeki : Saya pak .

a)

$$P + Q = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+1 & 2+(-2) \\ 5+3 & 1+(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 8 & 0 \end{pmatrix}$$

b)

$$Q + R = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 10 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+3 & -2+10 \\ 3+5 & -1+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 8 & 0 \end{pmatrix}$$

Simon : Saya pak.

c)
$$(P+Q)+R = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 8 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 10 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+3 & 0+10 \\ 8+5 & 0+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 13 & 1 \end{pmatrix}$$

d)
$$P+(Q+R) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 8 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+4 & 2+8 \\ 5+8 & 1+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 13 & 1 \end{pmatrix}$$

P : Dari jawaban c dan d terlihat bahwa (P+Q)+R = P+(Q+R). Ini menunjukkan bahwa dalam penjumlahan matriks berlaku hukum asosiatif.

2. Tindakan dan observasi 2

P : Sekarang saya akan memberikan contoh.

Diketahui matriks-matriks

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

a) Tentukan A + B dan B + A !

b) Apakah A + B dan B + A = 0 ?

Jawab :

a)
$$A+B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+(-1) & 1+(-1) \\ 2+(-2) & 1+(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B+A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1+1 & -1+1 \\ -2+2 & -1+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

b) dari jawaban a) terlihat bahwa A + B dan B + A = 0

Kita perhatikan bahwa elemen-elemen matriks B adalah lawan atau negatif dari elemen-elemen matriks. Matriks B yang bersifat seperti itu dinamakan lawan atau negatif dari matriks A, dan dituliskan sebagai –A. Dengan demikian kita memperoleh hubungan : A + (-A) = 0.

Matriks –A sering juga disebut sebagai invers penjumlahan (aditif) dari matriks A. Ada pertanyaan (peneliti memberikan waktu untuk bertanya, ternyata tidak ada) . Sudah jelas (siswa serempak menjawab jelas pak).

Kesimpulan tentang sifat-sifat penjumlahan matriks sebagai berikut:

a) Dua buah matriks A dan B dapat dijumlahkan, jika kedua matriks itu mempunyai ordo yang sama.

b) Sifat-sifat penjumlahan matriks:

1) bersifat komutatif : A+B = B+A

2) bersifat asosiatif : (A+B) +C = A +(B+C)

3) terdapat matriks identitas yaitu matriks

0 +A = A+0 =A

4) setiap matriks A mempunyai lawan atau negatif

-A : A+(-A) =0

Untuk lebih jelasnya , saya berikan soal latihan.

1) Carilah jumlah matriks berikut ini : $\begin{pmatrix} a & b \\ -2a & 2b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2a & 3b \\ 3a & -b \end{pmatrix}$

2) Diketahui matriks-matriks :

$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

a) carilah (i) A+B (iii) (A+B)+C

(ii) B+C (iv) A + (B+C)

b) Apakah) (A+B)+C = A + (B+C)?

c) Hukum yang berlaku pada jawaban b di atas ?

(siswa langsung mengerjakan, walaupun masih tanya ke sana ke mari). Peneliti memberikan waktu kepada siswa untuk mengerjakan soal tersebut.

William : Saya mau menjawab pak.

1) $\begin{pmatrix} a & b \\ -2a & 2b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2a & 3b \\ 3a & -b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+2b & b+3b \\ -2a+3a & 2b+(-b) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3a & 4b \\ a & b \end{pmatrix}$

Ricky : Saya mau menjawab

2) a) (i)

$$A+B = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1+1 & 4+4 \\ 2+5 & -3+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 8 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}$$

(ii)

$$B+C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+3 & 4+2 \\ 5+1 & 2+(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$$

Santi : Saya pak mau menjawab.

(iii)

$$(A+B)+C = \begin{pmatrix} 0 & 8 \\ 7 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0+3 & 8+2 \\ 7+1 & -1+(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 10 \\ 8 & -2 \end{pmatrix}$$

(iv)

$$A+(B+C) = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1+4 & 4+6 \\ 2+6 & -3+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 10 \\ 8 & -2 \end{pmatrix}$$

b) $(A+B)+C = A+(B+C)$

c) Hukum asosiatif yang berlaku pada poin b.

P : Bagaimana yang lain ? jawaban no 1dan 2 benar, kalau tidak ada pertanyaan, kita akan lanjutkan pada pertemuan selanjutnya (belajarlah yang rajin).

3. Refleksi

Berdasarkan saran dan hasil pengamatan dari kolaboratornya maka diperlukan :

a) Setelah siswa mengerjakan di papan tulis, peneliti diharapkan menjelaskan pengerjaan soal tersebut.

b) Di dalam mendikte siswa jangan terlalu cepat.

d). Pertemuan 5

Materi : pengurangan matriks

1.Tindakan dan observasi 1

P : Dalam aljabar bilangan real, bahwa operasi pengurangan dapat ditentukan dengan menjumlahkan sebuah bilangan dengan lawan atau negatif dari suatu bilangan. Apabila a dan b masing-masing merupakan bilangan real, maka operasi pengurangan b dari a sebagai penjumlahan bilangan a ditambah dengan (-b) dinyatakan sebagai : a - b = a + (-b)

Berdasarkan pengurangan dua buah bilangan real, maka operasi pengurangan dalam matriks dapat ditentukan dengan menjumlahkan sebuah matriks dengan lawan atau negatif dari matriks yang lainnya. Apabila matriks A dan B mempunyai ordo yang sama, maka pengurangan matriks A dengan B dapat dinyatakan A - B = A + (-B). Oleh karena pengurangan matriks A dengan B dapat ditentukan dengan menjumlahkan matriks A dengan lawan matriks B, agar A - B terdefinisi maka matriks A dan B mempunyai ordo sama.

Bagaimana cara menentukan pengurangan matriks A dengan matriks B ?

Vidya : Saya mau menjawab.

Cara menentukan pengurangan matriks A dengan matriks B ditentukan dengan cara menjumlahkan matriks A dengan lawan (negatif) dari matriks B.

P : Ya, kamu benar Vidya. Sekarang kita lihat contoh berikut.

Jika $A = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, maka tentukan A – B !

Siapa yang mau mengerjakan dipapan tulis ?

Agata : Saya mau menjawabnya pak (silahkan)

$$A\text{-}B = A + (\text{-}B) = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+(-1) \\ 5+(-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

P : Terima kasih, bagaimana yang lain, ada yang mempunyai jawaban lain(siswa menjawab tidak ada pak). Saya berikan contoh lagi.

Carilah pengurangan tiap matriks berikut ini :

a) $\begin{pmatrix} 10 \\ -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 1 \end{pmatrix}$

(peneliti memberikan waktu kepada siswa untuk mengerjakan).

Vero : Saya mau mengerjakan .

$$a)\begin{pmatrix} 10 \\ -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10+(-4) \\ -2+(-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Eri : Saya mau mengerjakan.

$$b) \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 \\ -10 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4+(-5) \\ 3+(-10) \\ 2+(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ -7 \\ 1 \end{pmatrix}$$

P : Dari soal maupun jawaban a dan b ada pertanyaan. Kalau ada silahkan.

Myrna : Saya masih bingung pak dalam pengurangan matriks ini.

P : Lihat kembali catatannya bahwa dalam pengurangan matriks A dan B dapat ditentukan dengan menjumlahkan matriks A dengan lawan matriks B yaitu A + (-B), dan matriks A dan B mempunyai ordo yang sama. Misalnya

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{maka } A + (-B) = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+(-1) & 3+(-2) \\ 4+(-1) & 1+(-1) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

Jelas Myrna.

Myrna : Jelas pak (peneliti menyarankan jangan lupa belajar yang rajin)

2. Tindakan dan observasi 2

P : Di dalam pengurangan matriks A dengan matriks B dapat dinyatakan dengan bahasa lain: Jika A dan B adalah dua buah matriks yang berordo sama, maka pengurangan matriks A dan B (ditulis A-B) adalah sebuah matriks baru yang didapat dengan mengurangkan elemen-elemen matriks A dengan elemen-elemen matriks B yang seletak.

Contoh :

$$\text{Jika } A = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{dan } B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{maka } A - B = \begin{pmatrix} 3-2 & -5-1 \\ 4-3 & 2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -6 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Ada pertanyaan ? (siswa serempak menjawab tidak).

P : Sekarang kita akan melanjutkan bahwa pengurangan dua buah matriks digunakan untuk menyelesaikan persamaan matriks yang berbentuk :

$$X+A=B \quad \Leftrightarrow \quad X=B-A$$

Dimana (i) A dan B adalah matriks-matriks yang diketahui

(ii) A, B dan X merupakan matriks-matriks yang berordo sama. Untuk lebih jelasnya kita akan melihat contoh berikut:

Diketahui matriks-matriks : $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$

Jika X adalah matriks berordo 2×2 dan berlaku hubungan X+A=B. Tentukan matriks X.

Jawab: Karena X + A = B, maka X = B – A

$$X = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Jadi matriks X yang memenuhi hubungan X + A = B adalah

$$X = \begin{pmatrix} -5 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Ada pertanyaan (serempak siswa menjawab tidak).

Selanjutnya saya akan memberikan soal latihan untuk kalian kerjakan.

1) Jika X adalah matriks 2×2, tentukanlah matriks X yang memenuhi tiap persamaan berikut ini.

a) $\begin{pmatrix} 10 & 13 \\ -9 & 7 \end{pmatrix} - X = \begin{pmatrix} 9 & 10 \\ 0 & 12 \end{pmatrix}$

b) $X + \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$

Siapa yang bisa mengerjakan langsung maju saja , (sambil memberikan waktu mengerjakan soal tersebut dan sambil berkeliling).

Simon : Saya mau menjawab.

a) $\begin{pmatrix} 10 & 13 \\ -9 & 7 \end{pmatrix} - X = \begin{pmatrix} 9 & 10 \\ 0 & 12 \end{pmatrix}$

$X = \begin{pmatrix} 9 & 10 \\ 0 & 12 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 10 & 13 \\ -9 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9-10 & 10-13 \\ 0-(-9) & 12-7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 9 & 5 \end{pmatrix}$

P : Ada yang tidak setuju atas jawaban Simon.

Vonny : Saya tidak setuju pak.

a) $\begin{pmatrix} 10 & 13 \\ -9 & 7 \end{pmatrix} - X = \begin{pmatrix} 9 & 10 \\ 0 & 12 \end{pmatrix}$

$$X = \begin{pmatrix} 10 & 13 \\ -9 & 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 9 & 10 \\ 0 & 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10-9 & 13-10 \\ -9-0 & 7-12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -9 & -5 \end{pmatrix}$$

P : Terima kasih, jawaban Simon kurang tepat sedangkan jawaban Vonny yang tepat. Untuk yang b) siapa ?

Vidya : Saya pak.

b) $X + \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$

$$X = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4-2 & 5-4 \\ 2-1 & 6-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

P : Terima kasih, kamu benar Vidya, (sampai bertemu di pertemuan berikutnya).

3. Refleksi

Berdasarkan saran dan hasil pengamatan dari kolaborator maka diperlukan:

a) Penjelasan kembali terhadap materi pengurangan matriks karena ada siswa yang masih bingung.

b) Pemberian waktu yang cukup untuk mengerjakan soal latihan.

e) Pertemuan 6

Materi : Perkalian bilangan real dengan sebuah matriks

1. Tindakan dan observasi 1

P : Dalam aljabar bilangan real kita telah mengetahui bahwa jumlah dari bilangan-bilangan yang sama dapat dinyatakan sebagai perkalian dari banyak bilangan dengan bilangan itu. Atau dengan kata lain bahwa perkalian dapat dinyatakan sebagai perkalian dapat dinyatakan sebagai penjumlahan berulang.

Misalkan a adalah bilangan real, maka

$a + a = 2a$; penjumlahan dua bilangan yang sama

$a + a + a = 3a$; penjumlahan tiga bilangan yang sama

$\underbrace{a + a + a + \ldots + a}_{n \text{ suku}} = na$; penjumlahan n buah bilangan yang sama

Gagasan penjumlahan yang berlaku dalam aljabar bilangan real itu dapat kita terapkan pada aljabar matriks.

Perhatikan matriks

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Berdasarkan aturan penjumlahan matriks, kita

peroleh

$$A + A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \times 5 & 2 \times 1 \\ 2 \times 2 & 2 \times 3 \end{pmatrix}$$

Karena matriks $\begin{pmatrix} 2 \times 5 & 2 \times 1 \\ 2 \times 2 & 2 \times 3 \end{pmatrix}$ dapat dituliskan sebagai

$$2\begin{pmatrix}5 & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix} = 2A$$

Jadi A+A = 2A

Begitu juga :

$$A+A+A = \begin{pmatrix}5 & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}5 & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}5 & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}15 & 3\\ 6 & 9\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}3x5 & 3x1\\ 3x2 & 3x3\end{pmatrix} = 3\begin{pmatrix}5 & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix} = 3A \text{ . Jadi } A+A+A=3A$$

Dari uraian di atas kita dapat kesimpulan bahwa: jika A adalah sebuah matriks dan k adalah bilangan real (nyata), maka kA adalah sebuah matriks baru yang elemen-elemen didapat dari hasil perkalian k dengan elemen-elemen matriks – matriks A.

Catatan: (i) Dalam aljabar matriks, bilangan real (nyata) k sering di sebut sebagai skalar.

(ii) Operasi perkalian bilangan real k dengan matriks A disebut perkalian skalar.

Contoh : a)

$$\text{Jika } A = \begin{pmatrix}2\\ 3\end{pmatrix}, \text{ maka } 2A = \begin{pmatrix}2\times 2\\ 3\times 2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4\\ 6\end{pmatrix}$$

b) jika $B = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ maka $\frac{1}{2}B \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\times 4 & \frac{1}{2}\times(-2) \\ \frac{1}{2}\times(-2) & \frac{1}{2}\times 1 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Jelas . ada pertanyaan ? ada pertanyaan pak, silahkan Vonny

Vonny : Mohon contohnya lagi pak.

Jika $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ maka $-3\,C = \begin{pmatrix} -3\times 1 & -3\times 2 & -3\times 1 \\ -3\times 3 & -3\times 1 & -3\times 2 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} -3 & -6 & -3 \\ -9 & -3 & -6 \end{pmatrix}$

P : Jelas Vonny(Vonny menjawab jelas pak).

2. Tindakan dan observasi 2

P : Sekarang Saya akan memberikan contoh yang lainnya.

Diketahui $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$

a) Tentukanlah 3A, 5A dan 8A

b) Apakah (3+5)A = 3A+5A?

c) Tentukanlah 2A, 2B, (2A+2B) dan 2(A+B)

d) Apakah 2(A+B) = 2A+2B ?

e) Tentukanlah 3A, 2(3A) dan (2×3)A

f) Apakah 2(3A) = (2×3)A?

g) Tentukanlah 1A dan apakah 1A = A ?

h) Tentukanlah (-1)A dan apakah (-1)A=-A?

Mari kita selesaikan bersama-sama.

a)

$$3A = 3\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 3 \\ 12 & 3 \end{pmatrix} \qquad 5A = 5\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 20 & 5 \end{pmatrix}$$

$$8A = 8\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 & 8 \\ 32 & 8 \end{pmatrix}$$

b) Dari perhitungan a)

$$(3+5)\,A = 8A = \begin{pmatrix} 24 & 8 \\ 32 & 8 \end{pmatrix}, \quad 3A+5A = \begin{pmatrix} 9 & 3 \\ 12 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 20 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 & 8 \\ 32 & 8 \end{pmatrix}$$

dari perhitungan di atas, jelas bahwa : (3+5)A = 3A+5A

c)

$$2A = 2\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 8 & 2 \end{pmatrix} \qquad 2B = 2\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & -2 \\ -4 & 12 \end{pmatrix}$$

$$(2A+2B) = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 8 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10 & -2 \\ -4 & 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 & 0 \\ 4 & 14 \end{pmatrix}$$

$$2(A+B) = 2\left(\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}\right) = 2\begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 & 0 \\ 4 & 14 \end{pmatrix}$$

d) Berdasarkan hasil perhitungan pada c), jelas bahwa 2(A+B) = 2A+2B

e)

$$3A = 3\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 3 \\ 12 & 3 \end{pmatrix},\ 2(3A) = 2\begin{pmatrix} 9 & 3 \\ 12 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 6 \\ 24 & 6 \end{pmatrix}$$

$$(2x\ 3)A = 6A = 6\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 6 \\ 24 & 6 \end{pmatrix}$$

f) Dari perhitungan e), didapat $2(3A) = (2\times 3)A$

g)

$$1A = 1\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix},\ \text{ternyata } 1A = A$$

h)

$$(-1)\ A = -1\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -4 & -1 \end{pmatrix},\ \text{ternyata } (-1)A = -A$$

Ada pertanyaan, (siswa menjawab tidak pak).

Simon : Mohon diulang lagi yang b dan c

P : Terima kasih, peneliti menjelaskan poin b dan c

P : Dari contoh tersebut kita dapat menentukan sifat-sifat perkalian matriks dengan bilangan real (skalar), yaitu sebagai berikut :

Jika p dan q adalah bilangan real, serta A dan B adalah matriks berordo $(m \times n)$ maka :

(1) $(p+q)\,A = pA + qA$

(2) $p(A+B) = pA+pB$

(3) $p(qA) = (pq)\,A$

(4) $1A = A$

(5) $(-1)\,A = -A$

Kalian harus benar-benar memahami sifat perkalian matriks dengan bilangan real (skalar), (ya pak). Selanjutnya saya berikan latihan soal :

Diketahui $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$

Carilah a) 2A, 2B c) 2A - 2B e) 2(A+B)

b) 2A + 2B d) 2(A-B) f) apakah 2A+ 2B = 2(A+B)

2A - 2B = 2(A-B)

Siapa yang mau menjawab, saya persilahkan.

William : a)

$$2A = 2\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -4 & 4 \end{pmatrix}$$

$$2B = 2\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ -6 & 4 \end{pmatrix}$$

Yongky : b)

$$2A + 2B = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -4 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ -6 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 6 \\ -10 & 8 \end{pmatrix}$$

Robby : c)

$$2A - 2B = 2\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -4 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ -6 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 6 \\ -10 & 0 \end{pmatrix}$$

Sakti : d)

$$2(A-B) = 2\left(\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}\right) = 2\begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 6 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Ricky : e)

$$2(A+B) = 2\left(\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}\right) = 2\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ -5 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 6 \\ -10 & 8 \end{pmatrix}$$

Agata : f) ternyata $2A + 2B = 2(A+B)$, begitu juga $2A - 2B = 2(A-B)$

P : Baik jawaban a, b, c dan d adalah benar, (peneliti sambil berbicara sampai pada pertemuan berikutnya).

3. Refleksi

Berdasarkan saran dan hasil pengamatan dari kolaboratornya maka diperlukan :

a) Lebih sabar dalam membimbing siswa.

b) Penjelasan kembali mengenai perkalian matriks karena siswa ada yang masih bingung.

f) Pertemuan 7

Materi : perkalian matriks berordo $(m \times n)$ dengan matriks (1×1)

1. Tindakan dan observasi 1

P : Ketika jam istirahat, Simon dan Santi membeli makanan di kantin sekolahnya. Simon menghabiskan 3 buah kue dan 2 buah es krim. Santi menghabiskan 2 buah kue dan 1 es krim. Harga perbuah untuk kue dan es krim masing-masing Rp 500 dan Rp 1000.

Tabel 1

	Kue	Es krim
Simon	3	2
Santi	2	1

Tabel 2

	Harga(Rp)
Kue	500
Es krim	1000

Persoalannya adalah berapakah jumlah uang yang harus dibayarkan Simon, demikian pula berapakah yang harus dibayar Santi ?

(ada siswa secara spontan menjawab uang yang harus dibayarkan Simon adalah Rp 3500 dan santi membayar Rp 2000. Asalnya dari mana?

Yongky : Simon : $3 \times 500 + 2 \times 1000 = 3500$

Santi : $2 \times 500 + 1 \times 1000 = 2000$

P : Jawaban kamu benar.

Untuk menyatakan perhitungan tersebut ke dalam bentuk matriks, diperlukan dua informasi, yaitu

a) Jenis dan jumlah makanan yang di beli Simon dapat di lihat pada tabel 1. Jenis dan jumlah makanan yang di beli Simon itu dapat dituliskan dengan matriks baris sebagai : $\begin{pmatrix} 3 & 2 \end{pmatrix}$

b) Harga setiap jenis makanan dapat di lihat pada tabel 2. Harga setiap jenis makanan itu dapat dituliskan dengan matriks kolom, sebagai berikut :

$$\begin{pmatrix} 500 \\ 1000 \end{pmatrix}$$

Dengan demikian, jumlah uang yang harus dibayarkan oleh Simon dapat dinyatakan sebagai :

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 500 \\ 1000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \times 500 + 2 \times 1000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3500 \end{pmatrix}$$

Kalau kita perhatikan, perhitungan tersebut dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

a) tentukan hasil kali elemen matriks baris pada kolom pertama dengan elemen matriks kolom pada baris pertama, yaitu 3×500

b) Tentukan hasil kali elemen matriks baris pada kolom kedua dengan elemen matriks kolom pada baris kedua, yaitu 2×1000

c) Tentukan jumlah pada langkah a) dan langkah b) yaitu $(3 \times 500 + 2 \times 1000) = (\ 3500\ )$

Langkah-langkah perhitungan itu, pada dasarnya diperoleh dengan cara mengalikan tiap elemen dari matriks (1×2) dengan elemen-elemen yang bersesuaian dari matriks kolom (2×1). Matriks hasil perkalian ini ditetapkan sebagai matriks (1×1).

Dengan menggunakan analisis pemikiran yang serupa pada perhitungan jumlah uang yang harus di bayarkan oleh Simon, maka jumlah uang yang harus di bayarkan oleh Santi dapat dinyatakan sebagai:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 500 \\ 1000 \end{pmatrix} = (2 \times 500 + 1 \times 1000) = (\ 2000\ )$$

Akhirnya jumlah uang yang harus dibayarkan oleh Simon dan Santi adalah sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 500 \\ 1000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3\times 500 + 2\times 1000 \\ 2\times 500 + 1\times 1000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3500 \\ 2000 \end{pmatrix}$$

Proses atau cara penggabungan dua buah matriks menjadi sebuah matriks seperti yang diuraikan di atas disebut perkalian matriks. Bahwa perkalian matriks dapat dilakukan dengan menggunakan aturan sebagai berikut:

Mengalikan tiap elemen pada baris matriks sebelah kiri dengan kolom matriks sebelah kanan, lalu hasilnya dijumlahkan.

Apabila diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$ maka perkalian matriks.

A dengan B dapat ditentukan dengan persamaan:

$$A\,.\,B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ap+bq \\ cp+dq \end{pmatrix}$$

Ada pertanyaan ?

Myrna : Sebaiknya itu diterapkan pada contoh pak.

P : Ya, kita akan melihat contoh berikut ini a)

Jika $A = (5 \quad 1)$ dan $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ maka $A \cdot B = (5 \quad 1)\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} =$

$= (5.3 + (-1).1) = (7)$

b)

Jika $P = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ dan $Q = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ maka $P \cdot Q = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} 6.4 + 2.(-1) \\ 3.4 + (-1)(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 \\ 13 \end{pmatrix}$$

Ada pertanyaan ?

Simon : Saya pak, kapan dua matriks dapat dikalikan atau dikatakan hasil perkaliannya ada ?

P : Pertanyaan yang bagus dari Simon tersebut.

Perkalian matriks A dengan matriks B (ditulis A.B) ada hasilnya, jika banyak kolom matriks A (matriks yang kiri) sama dengan banyak baris matriks B (matriks yang kanan).

2. Tindakan dan observasi 2

P : Kita lihat kembali contoh soal.

Tentukanlah hasil perkaliannya kalau ada !

a) $(5 \quad 2)\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ e) $(p \quad q)\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ d) $(p \quad q) \begin{pmatrix} r \\ s \end{pmatrix}$

Siapa mau mencoba mengerjakannya.

Rizky : a)

$$(5 \quad 2) \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} = (5.1 + 2.)-2) + 2.2 = 5$$

Maya : b) $\begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1.4 + 3.3 + 2.2 \\ 1.4 + 4.3 + (-2).2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 12 \end{pmatrix}$

P : Saya mencoba mengerjakan

c) $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

↑ ↑

ordonya 3×1 ordonya 2×3

Banyak kolom matriks yang kiri $\neq$ banyak baris matriks yang kanan. Jadi

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ tidak dapat ditentukan hasilnya.

Donny : $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.\ 1 + 2.2 \\ 3.1+1.2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \end{pmatrix}$

William : $(p\ \ q)\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} = (p.(-1) + q.2) = (-p + 2q)$

Santi : $(p\ q)\begin{pmatrix} r \\ s \end{pmatrix} = (p.r + q.\ s) = (p\,r\ +\ q\,s)$

P : Terima kasih, dari jawaban a ,b ,c, d, e dan f adalah benar.

3. Refleksi

Berdasarkan saran dan hasil pengamatan dari kolaboratornya maka diperlukan :

a) Penjelasan kembali mengenai perkalian matriks berordo m x n dengan matriks berordo nx1yang dilakukan berulang-ulang.

b) Pendampingan guru kepada siswa dilakukan secara menyeluruh.

g) Pertemuan 8

Materi : Perkalian matriks berordo $m \times n$ dengan matriks berordo $n \times p$

1. Tindakan dan observasi 1

P : Pada pelajaran sebelumnya, kita mempelajari perkalian matriks berordo$(m \times n)$ dengan matriks berordo $n \times 1$. Hasil perkalian matriks-matriks tersebut adalah sebuah matriks baru yang berordo $(m \times 1)$ dan ditentukan melalui proses baris pada kolom.

Kita akan melanjutkan mengenai perkalian dua buah matriks dengan proses baris dan kolom pada matriks A berordo $m \times n$ dan matriks berordo $n \times p$, dimana hasil perkalian matriks A dengan matriks B ini adalah matriks berordo $m \times p$.

Misalkan A adalah matriks berordo 2×2 dan B berordo 2×2 dengan

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \text{ dan } B \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$$

Jika hasil perkalian matriks A dan matriks B itu adalah matriks C, maka matriks C berordo 2×2

$$\begin{array}{ccccc} A & \cdot & B & = & C \\ \text{berordo } 2\times 2 & & \text{berordo } 2\times 2 & & \text{berordo } 2\times 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} bp \\ \\ bk \end{array} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{array}{c} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \\ kp \quad kk \end{array} = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} c_{11} & c_{12} \\ \downarrow & \downarrow \end{array} \\ \begin{pmatrix} a_{11}\, b_{11} + a_{12}\, b_{21} & a_{11} b_{12} + a_{12}\, b_{22} \\ \\ a_{21}\, b_{11} + a_{22}\, b_{21} & a_{21}\, b_{12} + a_{22}\, b_{21} \end{pmatrix} \\ \begin{array}{cc} \uparrow & \uparrow \\ c_{21} & c_{22} \end{array} \end{array}$$

bp = baris pertama   kp = kolom pertama

bk = baris kedua   kk = kolom kedua

Dari bagan tersebut saya jelaskan

(i) elemen baris pertama kolom pertama diperoleh dengan mengalikan tiap elemen pada baris pertama matriks yang kiri dengan elemen-elemen yang bersesuaian pada kolom matriks yang kanan, dan kemudian hasilnya dijumlahkan. Jadi $c_{11} = a_{11}\ b_{11} + a_{12}\ b_{21}$

(ii) elemen baris pertama kolom kedua matriks C diperoleh dengan mengalikan tiap elemen pada baris pertama matriks yang kiri dengan elemen-elemen yang bersesuaian pada kolom kedua matriks yang kanan dan kemudian hasilnya dijumlahkan. Jadi $c_{12} = a_{11}b_{12} + a_{12}\ b_{22}$

(iii) elemen baris kedua kolom pertama matriks C diperoleh dengan mengalikan tiap elemen pada baris kedua matriks yang kiri dengan elemen-elemen yang bersesuaian pada kolom pertama matriks yang kanan, dan kemudian hasilnya dijumlahkan. Jadi $c_{21} = a_{21}\ b_{11} + a_{22}\ b_{21}$

(iv) elemen baris kedua kolom kedua matriks C diperoleh dengan mengalikan tiap pada baris kedua matriks yang kiri dengan elemen-elemen yang bersesuaian pada kolom kedua matriks yang kanan, kemudian hasilnya dijumlahkan. Jadi $c_{22} = a_{21}\ b_{12} + a_{22}\ b_{21}$

Contoh:

Diketahui matriks-matriks $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

a) Tentukan A.B = B. A!

b) Apakah A.B = B. A ?

Kita akan mencoba menyelesaikan bersama.

a) $$A.B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1.5 + 2.3 & -1.(-6)+2.1 \\ 2.5 + 3.3 & 2.(-6) + 3.1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 19 & -9 \end{pmatrix}$$

$$B.A = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5.(-1) + (-6).2 & 5.2 + (-6).3 \\ 3.(-1) + 1.2 & 3.2 + 1.3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -17 & -8 \\ -1 & 9 \end{pmatrix}$$

b) Terlihat bahwa A.B $\neq$ B.A. Hal ini menunjukkan bahwa perkalian matriks pada umumnya tidak komutaif.

Dari contoh di atas ada pertanyaan?

Vidya : Saya pak, misalkan matriks A berordo 2×2 , sedangkan matriks B berordo 2×3 itu bagaimana hasil perkaliannya?

P : Sebenarnya sama langkah dengan perkalian matriks A berordo 2×2 dengan B berordo 2×3 hanya bedanya mengenai ordonya saja.

Kita lihat misalkan $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix}$

A	.	B	=	C
berordo 2×2		berordo 2×3		berordo 2×3

$$\begin{array}{cccc} & & & \begin{array}{ccc} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array} \\ \begin{array}{c} bp \\ bk \end{array} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix} & = & \begin{pmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23} \\ a_2 b_{11}+a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{21} & a_{21}b_{13}+a_{22}+b_{23} \end{pmatrix} \\ & \begin{array}{ccc} kp & kk & kt \end{array} & & \begin{array}{ccc} \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{array} \end{array}$$

Dari bagan tersebut terlihat bahwa :

$c_{11} = a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21}$; $c_{12} = a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22}$; $c_{13} = a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}$

$c_{21} = a_2\ b_{11} + a_{22}\ b_{21}$; $c_{22} = a_{21}\ b_{12} + a_{22}\ b_{21}$; $c_{23} = a_{21}b_{13}+a_{22}+b_{23}$

Dari uraian di atas bisa memperoleh definisi perkalian matriks A berordo $(m\times n)$ dengan matriks B berordo $(n\times p)$ dan hasilnya adalah matriks C berordo $(m\times p)$. Elemen-elemen matriks C, misalkan c_{ij} dapat ditentukan sebagai berikut :

"Elemen matriks C, yaitu c_{ij} diperoleh dengan mengalikan setiap elemen pada baris ke-i matriks A dengan elemen-elemennya yang bersesuaian pada kolom ke-j matriks B, kemudian hasilnya dijumlahkan.

Dalam hal ini juga diperlukan syarat bahwa : banyak kolom matriks A (kiri) sama dengan banyak baris matriks B (matriks yang kanan). Kita akan terapkan pada contoh berikut :

Diketahui matriks-matriks : $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 2 \\ 6 & -3 & 2 \end{pmatrix}$

a) Tentukan hasil perkalian matriks A dengan matriks B

b) Apakah A.B = B.A ?

Kita akan selesaikan bersama yaitu

a) $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 7 & 2 \\ 6 & -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+(-12) & 21+6 & 6+(-4) \\ 2+(-6) & 14+3 & 4+(-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 27 & 2 \\ -4 & 17 & 2 \end{pmatrix}$

b) Karena B berordo 2×3 dan berordo 2×3 maka perkalian matriks B.A tidak ada hasilnya, sehingga $A.B \neq B$. Ada pertanyaan ? (siswa menjawab tidak).

Saya akan memeberikan soal latihan.

Diketahui matriks-matriks : $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$

Tentukanlah: a) A.B = B. A

b) (A.B). C = A.(B.C)

c) A. (B+C) = A.B + A.C

d) (B+C).A = B.A + C.A

e) 1.A = A.1 A

Siapa yang mau mencoba mengerjakan?

Santi : a)

$$A.B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.5+2.1 & 1.1+2.2 \\ 3.5+(-1).1 & 3.1+(-1).2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 14 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B.A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5.1+1.3 & 5.2+1.(-1) \\ 1.1+2.3 & 1.2+2.(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 9 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$$

berarti A.B $\neq$ B.A .

Ricky :

$$(A.B).C = \left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\right)\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5+2 & 1+4 \\ 15+(-1) & 3+(-2) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 14 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7+15 & 14+(-5) \\ 14+3 & 28+(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 & 9 \\ 17 & 27 \end{pmatrix}$$

$$A.(B.C) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\left(\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5+3 & 10+(-1) \\ 1+6 & 2+(-2) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 & 9 \\ 7 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8+14 & 9+0 \\ 24+(-1) & 27+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 & 9 \\ 17 & 27 \end{pmatrix}$$

Ternyata (A.B).C = A.(B.C)

William : b)

$$A.(B+C) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \left(\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \right)$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6+8 & 3+2 \\ 18+(-4) & 9+(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 5 \\ 14 & 8 \end{pmatrix}$$

$$A.B + A.C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 5+2 & 1+4 \\ 15+(-1) & 3+(-2) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1+6 & 2+(-2) \\ 3+(-3) & 6+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 14 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 5 \\ 14 & 8 \end{pmatrix}$$

Ternyata : A.(B+C) = A.B+A.C

Yulliana : d)

$$(B+C)+A = \left(\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6+9 & 12+(-3) \\ 4+3 & 8+(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & 9 \\ 7 & 7 \end{pmatrix}$$

$$B.A+C.A = \left(\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \right) + \left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \right)$$

$$= \begin{pmatrix} 5+3 & 10+(-1) \\ 1+6 & 2+(-2) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1+6 & 2+(-2) \\ 3+(-3) & 6+(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 9 \\ 7 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & 9 \\ 7 & 7 \end{pmatrix}$$

Ternyata (B+C).A= B.A + C.A

Yongky : I.A = A.I = A

I : matriks satuan berordo 2×2

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ sehingga } I.A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+0 & 2+0 \\ 0+3 & 0+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Jadi I.A=A.I=A

Dari hasil di dapat beberapa sifat perkalian matriks:

(i) Perkalian matriks pada umumnya tidak komutatif: $A.B \neq B.A$

(ii) Perkalian matriks bersifat assosiatif: (A.B).C = A.(B.C)

(iii) Perkalian matriks bersifat distributif:

distributif kiri : A.(B+C) = A.B +A.C

distributif kanan : (B+C) = B.A+C.A

(iv) Dalam perkalian matriks yang hanya memuat matriks-matriks persegi dengan ordo yang sama, terdapat sebuah matriks identitas yakni matriks satuan I yang bersifat :

I.A = A.I = A

2. Tindakan dan observasi 2

P : Kita akan melanjutkan materi mengenai pengertian pemangkatan matriks persegi. Dalam aljabar bilangan real, kita masih ingat bahwa perkalian berulang dengan faktor yang sama dapat dinyatakan dalam bentuk bilangan berpangkat dengan bilangan bulat positif. Sebagai contoh jika a bilangan real maka:

$a.a = a^2$, di baca a pangkat 2

$a.a.a = a.a^2 = a^3$, di baca a pangkat 3

$a.a.a.a = a.a^3 = a^4$, di baca a pangkat 4

....

$a.a.a.....a = a.a^{n-1} = a^n$, di baca sebagai a pangkat n,

n faktor yang sama masing-masing a

dimana a = bilangan real dan n = bilangan bulat positif

Pengertian pemangkatan dalam aljabar bilangan real itu dapat diperluas pada pemangkatan matriks persegi. Jadi kalau A adalah matriks persegi maka:

$A.A = A^2$

$A.A.A = A.A^2 = A^3$

$A.A.A.A = A.A^3 = A^4$, demikian seterusnya

....

A.A.A.....A= $A.A^{n-1} = A^n$

Perkalian n buah matriks

Berdasarkan uraian tersebut, maka pemangkatan suatu matriks persegi dapat di definisikan sebagai berikut : Jika A adalah suatu matriks persegi maka:

$A^2 = A.A$

$A^3 = A.A^2$

$A^4 = A.A^3$, demikian seterusnya

....

$A^n = A.A^{n-1}$.

Ada pertanyaan (siswa menjawab tidak).

Contoh :

Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

a) Tentukanlah

(i) A^2 (ii) A^3 (iii) A^4

b) Tentukanlah $A^3 - 4A + A - AI$ (dengan I adalah matriks satuan)

a)

(i) $A^2 = A.A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+6 & -3+12 \\ -2+8 & 6+16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 9 \\ 6 & 22 \end{pmatrix}$

(ii) $A^3 = A.A.A = A.A^2 = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 7 & 9 \\ 6 & 22 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7+18 & -9+66 \\ 14+24 & 18+88 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 11 & 57 \\ 38 & 106 \end{pmatrix}$

(iii) $A^4 = A.A.A.A = A.A^3 = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 11 & 57 \\ 38 & 106 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11+114 & -57+318 \\ 22+152 & 114+424 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 103 & 261 \\ 174 & 538 \end{pmatrix}$

b) $A^3 - 4A + A - AI$

$$\begin{pmatrix} 11 & 57 \\ 38 & 106 \end{pmatrix} - 4\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 11 & 57 \\ 38 & 106 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -4 & 12 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & 45 \\ 30 & 90 \end{pmatrix}$$

Ada pertanyaan ? (siswa menjawab serempak tidak).

Saya akan memberikan soal untuk kalian kerjakan.

1. Diketahui matriks-matriks

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$$

Tentukan : (i) (A+B) (ii) $(A+B)^2$ (iii) A^2 dan B^2 (iv) A^2+B^2

(v) Apakah $(A+B)^2 = A^2+B^2$

Siapa yang mau mengerjakan ?

Jeki : (i)

$$A + B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}$$

Vero : (ii)

$$(A+B)^2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 6 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 6 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+0 & 0+0 \\ 12+(-12) & 0+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Abed : (iii)

$$A^2 = A.A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+(-2) & -1+1 \\ 2+(-2) & -2+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B^2 = B.B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+4 & 1+(-1) \\ 4+(-4) & 4+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Vonny : (iv)

$$A^2+B^2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

(v) $(A+B)^2 = A^2+B^2$

P : Terima kasih jawaban kalian benar.

3. Refleksi

Berdasarkan saran dan hasil pengamatan dari kolaboratornya maka diperlukan :

a) Penuh kesabaran membimbing dan menjelaskan siswa dengan gerakan tangan dalam mengalikan matriks.

b) Pemberian porsi bimbngan yang lebih banyak kepada siswa yang mengalami kesulitan belajar.

h) Pertemuan 9

Materi : pengertian matriks identitas, dua matriks saling invers.

1. Tindakan dan observasi 1

P : Pada waktu kita membahas perkalian matriks, kalian masih ingat adanya matriks satuan berordo 2 ?

Myrna : Masih ingat, yaitu matriks yang dilambangkan $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

P : Ya, kamu benar Myrna, terima kasih.

Matriks satuan I itu memiliki sifat khusus, di mana untuk tiap matriks persegi berordo 2 (misalnya matriks A) jika di kalikan (dari kiri atau dari kanan) dengan matriks satuan I maka hasil perkaliannya adalah matriks A itu sendiri, bisa di tulis

$IA = A.I = A$

Pernyataan tersebut dapat ditunjukkan kebenarannya dengan mengambil sembarang matriks persegi berordo 2, misalnya :

$$A = \begin{pmatrix} p & q \\ s & r \end{pmatrix}$$

(i) Kalau A dikalikan dari kiri dengan I, diperoleh

$$I.\ A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} = A$$

(ii) kalau A dikalikan dari kanan dengan I diperoleh

$$A.I = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} = A$$

Jadi, terlihat bahwa I.A = A.I =A

Bertitik tolak dari itu maka matriks satuan I berordo 2 di sebut sebagai matriks identitas dalam perkalian matriks-matriks persegi berordo 2, perhatikan bahwa matriks satuan I mempunyai seperti bilangan 1 dalam aljabar linear. Selanjutnya saya akan memberikan soal latihan.

Diketahui matriks-matriks

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 2 & -11 \end{pmatrix}$$

Tentukan bahwa (i) I. A = A.I = A

(ii) I.B = B.I = B

(peneliti memberikan waktu kepada siswa untuk mengerjakan, sambil tetap berkeliling)

Ricky : Saya mau menjawab.

(i) $I.A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1+0 & 3+0 \\ 0+(-2) & 0+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$

$A.I = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1+0 & 3+0 \\ -2+0 & 0+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$

Jadi I.A = A.I = A

Rosa : Saya mau menjawab.

(ii) $I.B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 2 & -11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+0 & 9+0 \\ 0+2 & 0+(-11) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 2 & -11 \end{pmatrix}$

$B.I = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 2 & -11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+0 & 0+9 \\ 2+0 & 0+(-11) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ -2 & -11 \end{pmatrix}$

P : Dari hasil pekerjaan Rizky dan Rosa ada pertanyaan? (serempak siswa menjawab tidak).

Kita akan melanjutkan mengenai dua matriks saling invers. Untuk memahami pengertian dua matriks yang saling invers, perhatikan matriks A dan B yang masing-masing merupakan matriks persegi berordo 2

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$$

(i) bila matriks A dikalikan dari kanan dengan matriks B, diperoleh

$$A.B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6+(-5) & -3+3 \\ 10+(-10) & -5+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

(ii) bila matriks A dikalikan dari kiri dengan matriks B, diperoleh

$$B.A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6+(-5) & 2+(-2) \\ -15+15 & -5+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

sehingga didapatkan hubungan :

$$A.B = B.A = I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Dari hubungan A.B = B.A = I , didapat dua hal penting:

2) Perkalian matriks A dengan matriks B bersifat komutatif, sebab A.B = B.A. Perlu diperhatikan bahwa

sifat ini tidak berlaku umum untuk setiap matriks A dan B.

3) Hasil perkalian matriks A (dari kiri atau dari kanan) dengan matriks B sama dengan matriks satuan I.

Bertitik tolak di atas maka matriks B disebut invers perkalian (invers multiplikatif) dari matriks A, ditulis dengan lambang A^{-1} atau matriks A di sebut invers perkalian dari matriks B, ditulis dengan lambang B^{-1}. Dengan perkalian matriks A dan B yang memenuhi sifat seperti di atas merupakan dua matriks yang saling invers.

Berdasarkan uraian tersebut kita dapat menyatakan ketentuan tentang matriks invers dari sebuah matriks sebagai berikut:

" jika A dan B masing-masing adalah matriks persegi dan mempunyai ordo yang sama, serta berlaku hubungan A.B = B.A = I, maka B adalah invers A dan A adalah invers B (A dan B saling invers). Selanjutnya akan diterapkan pada soal latihan.

Diketahui matriks-matriks :

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 5 \\ 7 & 4 \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -7 & 9 \end{pmatrix}$$

Perlihatkan bahwa B adalah invers A dan A adalah invers B.

Siapa yang mau mengerjakan soal tersebut tetap sambil memberikan waktu kepada siswa untuk mengerjakan?

Vidya : Saya mau menjawab pak.

Untuk memperlihatkan bahwa B adalah invers A dan A adalah invers B, maka kita harus menunjukkan bahwa : A.B = B.A = I

$$A.B = \begin{pmatrix} 9 & 5 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 36+(-35) & -45+45 \\ 28+(-28) & -35+36 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

$$B.A = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -7 & 9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 9 & 5 \\ 7 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 36+(-35) & -45+45 \\ -63+63 & -35+36 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

Dari perhitungan diatas tampak bahwa : A.B = B.A = I. Oleh karena itu dapatlah dikatakan bahwa B adalah invers A dan A adalah invers B atau A dan B adalah dua buah matriks saling invers.

2. Tindakan dan observasi 2

P : Kita akan melanjutkan mengenai pengertian determinan matriks persegi berordo. Misalkan A adalah matriks persegi berordo 2 yang dituliskan dalam bentuk:

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$ Diagonal utama dari

matriks A terdiri atas elemen-elemen a dan d, sedangkan diagonal sampingnya terdiri atas elemen-elemen c dan b, sehingga kalian lihat bagan di bagian di bawah ini :

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{array}{l} \text{diagonal samping (DS)} \\ \text{diagonal samping (DU)} \end{array}$$

Hasilkali elemen-elemen pada diagonal utama dikurangi dengan hasilkali elemen-elemen pada diagonal samping yaitu (ad - bc), disebut determinan matriks A dan biasanya disingkat det A.

Determinan matriks $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ dituliskan sebagai berikut

$$\det A = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

Perhatikan bahwa determinan matriks A ditulis dengan cara mengganti kurung-kurung biasa pada matriks A dengan garis-garis tegak (garis vertikal)

Contoh :

a) jika $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ maka $\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = (1.4 - 2.3) = -2$

b) jika $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ maka $\det B = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = (2.3 - (-1)x(-2) = 4$

c) jika $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ maka $\det C = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = (1.1 - 0.2) = 1$

Berdasarkan uraian di atas, siapa yang mau mendefinisikan determinan matriks persegi berordo 2 ?

Maya : Saya pak bahwa jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ maka $\det A = ad - bc$.

P : Terima kasih Maya, untuk lebih tepatnya.

Jika matriks $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ maka determinan matriks A ditentukan oleh

$$\det A = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

Sekarang kita akan melanjutkan mengenai soal-soalnya.

1) Tentukan determinan dari tiap matriks berikut ini :

a) $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$

2)Carilah nilai X pada tiap persamaan berikut ini

a) $\begin{vmatrix} 3 & x \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = 10$ b) $\begin{vmatrix} 2x & -1 \\ x & 2 \end{vmatrix} = 15$ c) $\begin{vmatrix} 3x & 2 \\ 1 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 2 \\ -2 & -5 \end{vmatrix}$

d) $\begin{vmatrix} x & -6 \\ x & -3x \end{vmatrix} = 0$

Kalian kerjakan, Siapa yang sudah bisa maju menuliskan jawabnya (peneliti sambil berkeliling).

Yongky : Saya pak no 1.

a) $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 4.3 - 5.2 = 2$

b) $\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} = 4 \,.\, 2 - (-3) \,.\, (-2) = 2$

Stefan : saya pak.

c) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \,.1 - (-1).\ 1 = 3$

Santi : Saya pak.

d) $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = -3 \,.\, (-2) - 2.2 = 6 - 4 = 2$

Simon : Saya pak no 2.

a) $\begin{vmatrix} 3 & x \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = 3 \,.\, (-2) - x.2 = -6 - 2x = 10$ berarti $-2x = 16$

$x = -8$

Eri : Saya pak.

b) $\begin{vmatrix} 2x & -1 \\ x & 2 \end{vmatrix} = 2x.2 - (-1).1 = 4x + x = 15$ berarti $5x = 15$

$x = 3$

William : Saya pak.

c) $\begin{vmatrix} 3x & 2 \\ 1 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 2 \\ -2 & -5 \end{vmatrix} = 3x.x - 2.1 = x.(-5) - 2.(-2)$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 2 = -5x - 4 = 3x^2 + 5x + 2 = 0$

$(3x + 2)(x + 1) = 0$

$x_1 = -\frac{2}{3}$, $x_2 = -1$

Sakti : Saya pak

d) $\begin{vmatrix} x & 6 \\ x & -3x \end{vmatrix} = x.(-3x) - 6.x$

$\Leftrightarrow -3x^2 - 6x = 0$ berarti $x(-3x - 6) = 0$

$x_1 = 0, x_2 = -2$

3. Refleksi

Berdasarkan saran dan hasil pengamatan dari kolaboratornya maka diperlukan

a) Penjelasan diagonal utama dan diagonal samping perlahan-lahan, agar siswa lebih bisa menangkap pesan dari peneliti.

b) Penjelasan pertukaran elemen-elemen diagonal utama dan perubahan tanda (lawannya) oleh elemen-elemen diagonal samping menggunakan jari tangan.

i) Pertemuan 10

Materi : Invers matriks persegi berordo 2

1. Tindakan dan observasi 1

P : Kita akan mempelajari mengenai cara menentukan invers matriks persegi berordo 2. Dalam hal ini, cara pengerjaanya kita kelompokkan menjadi 2 macam yaitu:

(i) Invers matriks persegi berordo 2 yang determinannya sama dengan 1.

(ii) Invers matriks persegi berordo 2 yang determinannya tidak sama dengan 1.

Untuk memahami bagaimana cara menentukan invers matriks persegi berordo 2 yang determinannya sama dengan 1, kita perhatikan dua matriks A dan B yang saling invers berikut:

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 5 \\ 7 & 4 \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -7 & 9 \end{pmatrix}$$

Karena kedua matriks A dan B saling invers, dapat dikatakan bahwa matriks

$$B = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -7 & 9 \end{pmatrix} \text{ adalah invers dari matriks } A = \begin{pmatrix} 9 & 5 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$$

Siapa yang bisa mencari nilai determinan matriks A?

Agata : Saya pak.

$$\det A = \begin{vmatrix} 9 & 5 \\ 7 & 4 \end{vmatrix} = (9.4 - 5.7) = 1$$

P : Kamu benar. Sekarang perhatikan elemen-elemen pada matriks,

$$B = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -7 & 9 \end{pmatrix}$$

ternyata bahwa elemen-elemen matriks B ini diperoleh dari elemen-elemen matriks A dengan langkah-langkah sebagai berikut:

(i) Elemen-elemen pada diagonal utama dipertukarkan.

(ii) Tanda elemen-elemen pada diagonal samping diganti dengan lawannya. Artinya, kalau elemen semula bertanda positif (+) di ganti dengan negatif (-), sebaliknya kalau elemen semula bertanda negatif (-) diganti dengan Positif (+).

Sehingga berdasarkan uraian di atas, invers dari suatu matriks persegi berordo 2 yang nilai determinannya sama dengan 1 dapat ditentukan melalui langkah-langkah sebagai berikut:

(i) Elemen-elemen pada diagonal utama dipertukarkan.

(ii) Tanda elemen-elemen pada diagonal samping diganti dengan lawannya.

Ada pertanyaan (siswa menjawab tidak).

Selanjutnya saya berikan contoh:

Tentukan invers dari tiap matriks berikut ini

a) $\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

Jawab a) Determinan matriks $\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ adalah $\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = (5.5 - 6.4)$

$= 1$

Jadi inversnya adalah $\begin{pmatrix} 5 & -6 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$

b) Determinan matriks $\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ adalah $\begin{vmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = (4.2 - 7.1) = 1$

Jadi inversnya adalah $\begin{pmatrix} 4 & -7 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

Ada pertanyaan dari kalian.

Myrna : pak, contohnya lagi.

P : Baiklah saya berikan contoh lagi.

Di ketahui matriks

$$A = \begin{pmatrix} -4 & x \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

a) Carilah nilai x agar determinan matriks A sama dengan 1

b) Untuk nilai x yang anda peroleh pada soal a), carilah invers dari matriks A.

Jawab

a)

$$\det A = \begin{vmatrix} -4 & x \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = -4.2 - x.(-1) = -8 + x$$

supaya det A = 1 , maka di peroleh hubungan : $-8 + x = 1$

$x = 1 + 8 = 9$

Jadi , determinan matriks A sama dengan 1 untuk x = 9

b) Untuk x = 9 maka matriks

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 9 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Oleh karena det A = 1, maka invers dari matriks

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$$

Selanjutnya saya berikan soal untuk kalian kerjakan.

1) Tentukan invers dari tiap matriks berikut ini

a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

2) Diketahui matriks

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

a) Carilah A^{-1} (yaitu invers dari matriks A)

b) Carialh matriks-matriks B dan C sehingga berlaku

(i) $B = A^2$ (ii) $C = (A^{-1})^2$

(peneliti memberikan waktu kepada siswa untuk mengerjakan sambil berkeliling).

Santi : Saya pak no 1).

a) Determinan matriks $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ adalah $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1 . 2 - 1.1 = 1$

Jadi inversnya adalah $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

Myrna : Saya pak.

b) Determinan matriks $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ adalah $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2.2 - 3.1 = 1$

Jadi inversnya adalah $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

Yullyta : Saya pak no 2).

a) Determinan matriks $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ adalah $\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 3.2 - 5.1 = 1$

Jadi inversnya adalah $\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$

Donny : b) (i) $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9+5 & 15+10 \\ 3+2 & 5+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 25 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$

(ii) $C = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+5 & -10+(-15) \\ -2+(-3) & 5+9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -25 \\ -5 & 14 \end{pmatrix}$

Ternyata B itu invers dari C

2. Tindakan dan observasi 2

P : Kita akan melanjutkan mengenai invers matriks persegi berordo 2 yang determinannya tidak sama dengan 1. Bagaimana caranya untuk menentukan invers suatu matriks persegi berordo 2 yang nilai determinannya tidak sama dengan 1 ?

Mari kita melihat keterangan di bawah ini.

Misalkan ada 2 matriks

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \text{ dan } B = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$$

A dan B saling invers. Untuk menunjukkan bahwa itu benar, maka kita kalikan matriks A dengan B.

(i) Kalau matriks A dikalikan dari kanan dengan matriks B maka di peroleh

$$A.B = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

(ii) Kalau matriks A dikalikan dari kanan dengan matriks B maka di peroleh

$$B.A = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

Dari hasil (i) dan (ii) , tampak bahwa A.B = B.A = I

Jadi matriks A dan B saling atau B adalah invers dari matriks

A. Ternyata bahwa matriks matriks $B = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, sebagai

invers dari matriks A didapatkan dari matriks A melalui langkah-langkah sebagai berikut :

1) Elemen-elemen pada diagonal utama dipertukarkan
2) Elemen-elemen pada diagonal samping di ganti dengan lawannya
3) Matriks yang diperoleh pada langkah (1) dan (2) di atas di bagi determinan matriks A

$$\det A = \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 4.\,3 - 2.\,5 = 2$$

Ada pertanyaan ? (Siswa serempak menjawab tidak).

Baiklah, untuk menentukan invers umum yang dapat digunakan unttuk menentukan invers suatu matriks persegi berordo 2 yang determinannya tidak sama dengan 1, serta syarat yang harus dipenuhi agar sebuah matriks mempunyai invers, kita perhatikan matriks persegi berordo 2, yaitu

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \text{ dengan nilai det } A = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

(i) Jika matriks A dikalikan dari kanan dengan matriks $\left\{ \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \right\}$

maka diperoleh $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \left\{ \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \right\} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

$$= \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} ad-bc & 0 \\ 0 & ad-bc \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

(ii) Jika matriks A dikalikan dari kiri dengan matriks $\left\{ \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \right\}$

maka di peroleh $\left\{ \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

$$= \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} ad-bc & 0 \\ 0 & ad-bc \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

Berdasarkan perhitungan (i) dan (ii) di atas, tampak bahwa :

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \left\{ \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

Jadi invers dari matriks A = $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ adalah matriks $A^{-1} = \frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

dengan syarat (ad-bc) ≠ 0 atau det A ≠ 0.

Ada yang bisa menyimpulkan tentang cara menentukan invers suatu matriks persegi berordo 2 yang determinan tidak sama dengan 1, serta syarat yang harus dipenuhi agar sebuah matriks mempunyai invers ?

Ricky : Saya pak, ya silahkan.

$$A^{-1} = \frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

P : Terima kasih Ricky, itu kurang lengkap.

Begini jika matriks $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ dengan det A = (ad-bc) maka

invers dari

matriks A ditentukan oleh $A^{-1} = \frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

dengan det A = (ad-bc) ≠ 0

Ada beberapa tambahan :

(ii) Jika matriks A dengan det A ≠ 0 maka A di sebut matriks tak singular atau non singular. Tiap matriks yang tak singular selalu mempunyai invers.

(iii) Jika matriks A dengan det A = 0 maka A disebut matriks singular. Tiap matriks yang singular tidak mempunyai invers.

Sehingga berdasarkan uraian di atas langkah-langkah untuk menentukan invers matriks persegi berordo 2 yang tak singular adalah sebagai berikut :

Langkah 1 : Elemen-elemen pada diagonal utama ditukarkan.

Langkah 2 : Tanda elemen-elemen pada diagonal samping diubah. Jika elemen itu (+) di ubah menjadi (–) dan jika elemen itu (-) diganti (+).

Langkah 3 : Matriks yang diperoleh pada langkah 1 dan langkah 2 di atas, kemudian dibagi dengan determinan A.

Kita akan menerapkan pada contoh:

Tentukanlah invers dari tiap matriks berikut ini

a) $A = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ b) $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$

Jawab :

a) $\det A = \begin{vmatrix} 5 & -3 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} = (-10 - (-12)) = 2$

Karena det A $\neq$ 0, maka matriks A mempunyai invers. Invers dari A adalah

$$A^{-1} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & \frac{3}{2} \\ -2 & \frac{5}{2} \end{pmatrix}$$

b)

$$\det B = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 6 \end{vmatrix} = (-6-(-6)) = 0$$

Karena det A = 0 , maka matriks B tidak mempunyai invers.

Dari contoh tampak A adalah matriks tak singular sedangkan B adalah matriks singular.

Contoh

Diketahui matriks-matriks $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

a) Tentukanlah (i) A.B (ii) B.A

b) Tentukanlah (i) A^{-1} (ii) B^{-1}

c) Tentukanlah (i) $(A.B)^{-1}$ (ii) $(B.A)^{-1}$ (iii) $A^{-1} . B^{-1}$

(iv) $B^{-1} . A^{-1}$

d) Dengan menggunakan hasil-hasil dari c) ;

(i) Apakah $(A.B)^{-1} = B^{-1} . A^{-1}$

(ii) Apakah $(B.A)^{-1} = A^{-1} . B^{-1}$

Siapa yang mau mengerjakan contoh tersebut ?

SMU BOPKRI 1 YOGYAKARTA
DAFTAR HADIR HARIAN SISWA
TAHUN PELAJARAN 2002 - 2003

Bulan :

Tanggal :

Kelas : 1 J

Wali Kelas : Dienna Meintawati, S.Pd.

NO.	NAMA SISWA	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Myrna Kusuma Wardani																														
2	Ricky Arnold Yuniarto																														
3	Rizky Ardianto																														
4	RM Donny Harry																														
5	Robby Hindarto																														
6	Rosalia Setiawan																														
7	Sakti Hario Tamtomo																														
8	Santi Octavia																														
9	Sri Rejeki																														
10	Stefan Kurniawan																														
11	Veronica Yuliana																														
12	Vidya Anggraini																														
13	Visca Pamila Dewi																														
14	Vonny Agustina																														
15	William Sanjaya																														
16	Willy Indarto																														
17	Yuliana Falconeri Anggita Dyah Prasetyani																														
18	Yan Mayasari Puspita Ratih																														
19	Yohanes Abednego Kosasih																														
20	Yolenta Simon Saputra																														
21	Yongky Pramono																														
22	Yosep Eri Buana																														
23	Yullyta Ratna Wijaya																														
24	Agata Filiana																														
Jumlah Siswa Yang Hadir																															
Paraf Guru																															

Catatan :

Vidya : Saya pak

a) (i)

$$A.B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -4 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12+(-5) & 15+5 \\ 4+2 & -5+(-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -17 & 20 \\ 6 & -7 \end{pmatrix}$$

(ii)

$$B.A = \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12+(-5) & -20+(-10) \\ -3+(-1) & -5+(-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -17 & -30 \\ -4 & -7 \end{pmatrix}$$

Yongky : Saya pak.

b) (i)

$$\det A = \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} = (-6-(-5)) = -1$$

Jadi

$$A^{-1} = \frac{1}{-1}\begin{pmatrix} -2 & -5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

(ii)

$$\det B = \begin{vmatrix} -4 & 5 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = (-4-(-5)) = 1$$

Jadi

$$B^{-1} = \frac{1}{1}\begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 1 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$$

Maya : Saya pak.

c) (i)

$$\det(A.B) = \begin{vmatrix} -17 & 20 \\ 6 & -7 \end{vmatrix} = 119-120 = -1$$

Jadi

$$(A.B)^{-1} = \frac{1}{-1}\begin{pmatrix} -7 & -20 \\ -6 & -17 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 20 \\ 6 & 17 \end{pmatrix}$$

(ii)

$$\det(B.A) = \begin{vmatrix} -17 & -30 \\ -4 & -7 \end{vmatrix} = 119-120 = -1$$

Jadi

$$(B.A)^{-1} = \frac{1}{-1}\begin{pmatrix} -7 & 30 \\ 4 & -17 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -30 \\ -4 & 17 \end{pmatrix}$$

(iii)

$$A^{-1}.B^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 1 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+5 & -10+(-20) \\ -1+(-3) & 5+12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -30 \\ -4 & 17 \end{pmatrix}$$

$$B^{-1}.A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+5 & 5+15 \\ 2+4 & 5+12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 20 \\ 6 & 17 \end{pmatrix}$$

P : Terima kasih. Untuk jawaban d) akan menggunakan hasil-hasil pada c) sehingga:

(i)

$$\left.\begin{aligned} (A.B)^{-1} &= \begin{pmatrix} 7 & 20 \\ 6 & 17 \end{pmatrix} \\ B^{-1}.A^{-1} &= \begin{pmatrix} 7 & 20 \\ 6 & 17 \end{pmatrix} \end{aligned}\right\} \text{Jadi } (A.B)^{-1} = B^{-1}.A^{-1}$$

(ii)

$$\left.\begin{aligned} (B.A)^{-1} &= \begin{pmatrix} 7 & -30 \\ -4 & 17 \end{pmatrix} \\ A^{-1}.B^{-1} &= \begin{pmatrix} 7 & -30 \\ -4 & 17 \end{pmatrix} \end{aligned}\right\} \text{Jadi } (B.A)^{-1} = A^{-1}.B^{-1}$$

Berdasarkan contoh dapat disimpulkan bahwa : Jika A dan B adalah matriks persegi berordo 2 yang tak singular, A^{-1} dan B^{-1} berturut-turut adalah invers dari A dan B maka berlaku:

(i) $(A.B)^{-1} = B^{-1}.A^{-1}$

(ii) $(B.A)^{-1} = A^{-1}.B^{-1}$

Ada pertanyaan ? (siswa menjawab tidak ada).

Selanjutnya saya akan memberikan soal latihan.

1) Carilah invers dari tiap matriks berikut :

a) $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ b) $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$

2) Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -6 \\ \frac{1}{4} & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$

a) Tentukanlah (i) A^{-1} (ii) A^t (iii) $(A^{-1})^t$ (iv) $(A^t)^{-1}$

b) Dengan menggunakan hasil-hasil pada a),

apakah $(A^{-1})^t = (A^t)^{-1}$?

Soal itu kalian kerjakan, siapa yang sudah selesai harap maju untuk menuliskan di papan tulis.

Vonny : Saya pak no 1.

a) $\det A = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 3 - 2 = 1$, jadi $A^{-1} = \frac{1}{1}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

b) $\det B = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} = 4 - 2 = 2$, jadi $B^{-1} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -4 & -1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -\frac{1}{2} \\ -1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Vero : Saya pak no 2.

a) (i)

$$\det A = \begin{vmatrix} \frac{1}{3} & -6 \\ \frac{1}{4} & -\frac{3}{2} \end{vmatrix} = -\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) - (-6) \cdot \frac{1}{4} = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 1$$

$$A^{-1} = \frac{1}{1} \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} & 6 \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} & 6 \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

(ii)

$$A^{t} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ 6 & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

Willy : (iii)

$$(A^{-1})^{t} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} & -\frac{1}{4} \\ -6 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

(iv)

$$\det A^t = \begin{vmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ 6 & -\frac{3}{2} \end{vmatrix} = \frac{1}{3}.(-\frac{3}{2}) - \frac{1}{4}.6 = -\frac{1}{2} - (-\frac{3}{2}) = 1$$

$$(A^t)^{-1} = \frac{1}{1}\begin{pmatrix} -\frac{3}{2} & -\frac{1}{4} \\ 6 & \frac{1}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} & \frac{1}{4} \\ 6 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

b) Jadi $(A^{-1})^t = (A^t)^{-1}$

P : Terima kasih, belajar yang rajin.

3. Refleksi

Berdasarkan saran dan hasil pengamatan dari kolaboratornya maka

a) Perlahan-lahan dalam memberikan contoh.

b) Pemberian soal-soal latihan lebih banyak.

k) Pertemuan 11

Materi : Penyelesaian persamaan matriks

1. Tindakan dan observasi 1

P : Setelah pada pertemuan sebelumnya kita telah memahami pengertian invers matriks, selanjutnya kita akan melanjutkan mengenai menyelesaikan persamaan matriks yang berbentuk :

$A.X = B$ atau $X.A = B$, dengan A, B dan X adalah matriks-matriks berordo 2. Dalam persamaan di atas A dan B adalah matriks-matriks yang diketahui dan X adalah matriks yang akan di cari. Agar X ada dapat (ditentukan) disyaratkan bahwa matriks A haruslah merupakan matriks yang tak singular, sehingga determinan matriks $A \neq 0$ dan matriks A mempunyai invers A^{-1}. Jika matriks A singular, berarti determinan matriks $A = 0$ dan matriks A tidak mempunyai invers, maka matriks X tidak dapat ditentukan.

Ada pertanyaan (siswa menjawab tidak).

Misalkan A adalah matriks tak singular (A^{-1} ada) maka matriks X pada persamaan $A.X = B$ atau $X.A = B$ dapat ditentukan melalui langkah-langkah sebagai berikut :

Langkah 1 : Tentukan invers dari matriks A yaitu A^{-1}

Langkah 2 : Kalikan persamaan matriks yang bersangkutan dengan A^{-1}

a) Untuk persamaan matriks yang berbentuk $A.X = B$, perkalian dilakukan dari arah kiri, sehingga diperoleh:

$A^{-1} . (A.X = B)$

$A^{-1} . (A.X) = A^{-1}.B$

$(A^{-1}.A).X = A^{-1}.B$, karena perkalian matriks bersifat assosiatif

$I . X = A^{-1} B$, sebab $A^{-1} . A = I$

$\boxed{X = A^{-1} . B}$ sebab I .X = X.I = X

b) Untuk persaman matriks yang berbentuk X.A =B, perkalian dilakukan dari arah kanan, sehingga diperoleh :

$(X . A = B) . A^{-1}$

$(X.A) . A^{-1} B . A^{-1}$

$X .(A. A^{-1}) = B . A^{-1}$, karena perkalian matriks bersifat assosiatif

$X. I = B . A^{-1}$, sebab $A. A^{-1} = I$

$\boxed{X = B. A^{-1}}$, sebab I . X = X . I = X

P : Siapa yang mau menyimpulkan dari uraian di atas ?

Ricky : Apabila persaman matriks A.X = B penyelesaian adalah $X = A^{-1}.B$ dan X. A = B adalah $X = B. A^{-1}$

P : Dari uraian di atas, didapat kesimpulan yang lengkap sebagai berikut : jika A, B dan X adalah matriks-matriks persegi berordo 2, A adalah matriks tak singular dengan invers A^{-1}, maka penyelesaian persaman matriks :

A.X =B adalah $X = A^{-1} . B$ dan X.A = B adalah $X = B. A^{-1}$

Ada pertanyaan ?

Vidya : Apakah penyelesaian persamaan matriks A.X =B sama dengan penyelesaian persamaan matriks X. A = B

P : Oleh karena perkalian matriks pada umumnya tidak komutaif maka

A^{-1}. B, pada umumnya tidak sama dengan dengan B. A^{-1}. Dengan demikian, penyelesaian persamaan matriks A.X = B pada umumnya tidak sama dengan penyelesaian persaman matriks

X .A = B

2. Tindakan dan observasi 2

P : Selanjutnya saya memberikan contoh.

Diketahui matriks-matriks $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

Tentukan matriks X berordo 2 x 2 yang memenuhi persamaan

a) A.X = B b) X. A = B

Jawab

$\det A = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{vmatrix} (15 - 14) = 1$, sehingga $A^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -7 & 3 \end{pmatrix}$

a) Untuk persaman matriks A. X = B penyelesaiannya adalah

$$X = A^{-1} . B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -7 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 & 1 \\ -29 & 2 \end{pmatrix}$$

b) Untuk persamaan matriks X.A = B, penyelesaiannya adalah

$$X = B.A^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -7 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & -7 \\ -11 & 5 \end{pmatrix}$$

Ternyata penyelesaian persamaan A.X = B dan X.A = B itu tidak sama.

Ada pertanyaan ? (ternyata tidak ada pertanyaan).

Selanjutnya saya memberikan soal latihan, untuk kalian kerjakan.

1) Diketahui matriks-matriks : $A = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

   Tentukan Matriks X berordo 2 x 2 yang memenuhi tiap persamaan matriks berikut : a) A.X = B b) X.A = B

2) Diketahui matriks-matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

   Tentukan matriks X berordo 2x2 yang memnuhi tiap persamaan matriks berikut : a) A .X = B b) X .A = B

3) Diketahui matriks-matriks : $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

   Tentukan matriks X berordo 2x2 yang memenuhi tiap persamaan matriks berikut: a) A.X =B b) X. A = B

Kalian kerjakan, lalu siapa yang sudah selesai menuliskan di papan tulis.

Agata : Saya pak no 1.

$$\det A = \begin{vmatrix} 7 & 4 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = 21 - 20 = 1, \text{ sehingga } A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -5 & 7 \end{pmatrix}$$

a) untuk persamaan matriks A.X = B , penyelesaiannya adalah

$$X = A^{-1} . B = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -5 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & -8 \end{pmatrix}$$

Maya : saya pak.

b) untuk persamaan matriks X.A = B, penyelesaiannya adalah

$$X = B . A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -5 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 13 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

Yongky : Saya pak no 2.

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 4 - 6 = -2$$

a)

$$X = A^{-1} . B = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Simon : Saya pak.

b)

$$X = B.A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} . -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Rizky : Saya pak no 3.

$$\det A = \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -11$$

a)

$$X = A^{-1} . B = -\frac{1}{11}\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = -\frac{1}{11}\begin{pmatrix} -7 & 18 \\ -8 & -19 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{7}{11} & -\frac{18}{11} \\ \frac{8}{11} & \frac{19}{11} \end{pmatrix}$$

Abed : Saya pak.

b)

$$X = B . A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} - \frac{1}{11}\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} = -\frac{1}{11}\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$= -\frac{1}{11}\begin{pmatrix} -7 & -12 \\ -2 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{7}{11} & \frac{12}{11} \\ \frac{2}{11} & \frac{5}{11} \end{pmatrix}$$

P : Dari jawaban tersebut ada pertanyaan? (siswa menjawab tidak)

Saya akan memberikan soal lagi.

4) Diketahui matriks-matriks : $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

Tentukan matriks X berordo 2x2 yang memenuhi tiap persamaan matriks berikut : a) A. X = B b) X . A = B

5) Diketahui matriks-matriks : $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

Tentukan matriks X berordo 2x2 yang memenuhi tiap persamaan matriks berikut: a) A. X = B b) X . A = B

Kalian kerjakan, siapa yang sudah selesai harap dituliskan dipapan tulis.

Robby : Saya pak no 4.

$$\det A = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 9 - 8 = 1 \text{ sehingga } A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

a) untuk persamaan matriks A. X = B , penyelesaiannya adalah

$$X = A^{-1} .B = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$$

Sakti : Saya pak.

b) Untuk persamaan matriks X.A =B, penyelesaiannya adalah

$$X = B.A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -9 \\ 8 & -11 \end{pmatrix}$$

Jeki : Saya pak no 5.

$$\det A = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 6 - (-1) = 7 \text{ sehingga } A^{-1} = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

a) Untuk persamaan matriks A.X = B, penyelesaiannya

$$X = A^{-1} . B = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} -11 & -3 \\ 8 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{11}{7} & \frac{3}{7} \\ \frac{8}{7} & -\frac{1}{7} \end{pmatrix}$$

Vonny : Untuk no 5a det A salah pak, sehingga

$$\det A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = -1 - 6 = -7 \text{ maka } A^{-1} = -\frac{1}{7}\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

a) untuk persamaan matriks A .X = B , penyelesaiannya

$$X = A^{-1} . B = -\frac{1}{7}\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = -\frac{1}{7}\begin{pmatrix} -11 & -3 \\ 8 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{11}{7} & \frac{3}{7} \\ -\frac{8}{7} & \frac{1}{7} \end{pmatrix}$$

Willy : Untuk persamaan matriks X .A = B , penyelesaiannya adalah

b)

$$X = B.A^{-1} = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} . -\frac{1}{7}\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} = -\frac{1}{7}\begin{pmatrix} -5 & 15 \\ 0 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5}{7} & -\frac{15}{7} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Refleksi

Berdasarkan saran dan hasil pengamatan dari kolaboratornya maka diperlukan

a) Penjelasan kembali dalam menghitung determinan.

b) jangan terlalu cepat dalam pembelajaran matematika tersebut.

i) Pertemuan 12

Materi : pemakaian matriks untuk menyelesaikan sistem persamaan linear

1. Tindakan dan observasi 1

P : Kita akan mempelajari cara menentukan himpunanan penyelesaian sistem persamaan linear dua peubah dengan menggunakan matriks. Untuk memahami cara menentukan himpunan penyelesaian sistem persamaan linear dua peubah dengan menggunakan matriks, pandanglah sistem persamaan linear berikut:

$$\begin{cases} 5x + 3y = 14 & \text{.............................(1)} \\ 2x + y = 5 & \end{cases}$$

dengan metode eliminasi, siapa yang mau menjawabnya

Yuliana :

$$\begin{array}{llcl} 5x + 3y = 14 & \times 1 & & 2x + y = 5 \\ \underline{2x + y \;= 5} & \times 3 & & 2(1) + y = 5 \\ 5x + 3y = 14 & & & 2 + y = 5 \\ \underline{6x + 3y = 15} & - & & y = 5 - 2 \\ -x \qquad = -1 & & & y = 3 \\ \qquad x = 1 & & & \end{array}$$

Jadi sistem persamaan linear itu mempunyai himpunan penyelesaian { (1,3)}

P : Ya kamu benar.

Selanjutnya kita akan mencoba menyelesaikan sistem persamaan linear tersebut dengan menggunakan matriks melalui langkah-langkah perhitungan sebagai berikut: pertama kita nyatakan sistem persamaan (1) dalam bentuk matriks :

$$\begin{pmatrix} 5x + 3y \\ \\ 2x + y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ \\ 5 \end{pmatrix} \text{..............................(2)}$$

Bagian ruas kiri dari persamaan (2) dapat dinyatakan dalam bentuk perkalian matriks , menjadi :

$$\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ \\ 5 \end{pmatrix} \text{.....................(3)}$$

Langkah kedua, kita harus berusaha untuk menentukan persamaan matriks yang setara dengan persamaan (3) ,

dalam bentuk $\begin{pmatrix} x \\ \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ \\ b \end{pmatrix}$ ....(4)

Jika persamaan yang terakhir ini dapat ditentukan, maka nilai x dan y dengan mudah dapat ditentukan pula.

Untuk menentukan persamaan (4) yang setara dengan persamaan (3), kita dapat memanfaatkan sifat perkalian matriks dengan inversnya, yaitu $A.A^{-1} = I$.

Misalkan bahwa matriks pertama pada bagian ruas kiri persamaan (3) itu kita beri nama matriks A, sehingga

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Matriks A dinamakan sebagai matriks koefisien x dan y dari sistem persamaan itu. Kemudian kita menentukan invers matriks A.

$$\det A = \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = (5 - 6) = -1 \text{ , sehingga } A^{-1} = -\frac{1}{1}\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}$$

Selanjutnya jika kedua ruas pada persamaan (3) dikalikan dari kiri dengan matriks A^{-1}, maka akan diperoleh :

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 14 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -14+15 \\ 28-25 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Dari persaman matriks yang terakhir ini , maka kita dapatkan $x = 1$ dan $y = 3$, sehingga himpunan penyelesaian sistem persamaan linear itu dapat dituliskan sebagai $\{(1,3)\}$. Hasil ini cocok dengan perhitungan yang dilakukan dengan menggunakan metode eliminasi.

Berdasarkan uraian di atas kita dapat menyimpulkan bagaimana cara menentukan himpunan penyelesaian sistem persamaan linear dua peubah dengan menggunakan matriks. Misalkan bahwa sistem persamaan linear dua peubah yang akan dicari himpunannya itu adalah:

$$\begin{cases} ax+by=p \\ cx+dy=q \end{cases}$$

Langkah 1 : Nyatakan sistem persamaan linear itu dalam bentuk persamaan matriks

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$$

Langkah 2 : Tentukan matriks koefisiennya.

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

Langkah 3 : Tentukan invers dari matriks koefisiennya.

$$A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \text{ dengan } ad-bc \neq 0$$

Langkah 4 : kalikan kedua ruas persamaan matriks yang diperoleh pada langkah 1 dari arah kiri dengan matriks A^{-1} yang diperoleh pada langkah 3.

$$\frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$$

Langkah 5 : Dari persamaan terakhir pada langkah 4 itu, nilai x dan y dengan mudah dapat ditetapkan.

2. Tindakan dan observasi 2

P : Kita akan melanjutkan kepada contoh :

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

, tentukan himpunan penyelesaian sistem persamaan linear dua peubah

Jawab:

Langkah 1 : Nyatakan sistem persamaan linear itu dalam bentuk persamaan matriks.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Langkah 2 : Tentukan matriks koefisiennya.

Siapa yang mau mencari det A terlebih dahulu ?

Donny :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \text{ maka det } A = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = (-1-2) = -3$$

Langkah 3 : Tentukan invers dari matriks koefisiennya.

$$A^{-1} = -\frac{1}{3} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Langkah 4: kalikan kedua ruas persamaan matriks yang diperoleh pada langkah 1 dari arah kiri dengan matriks A^{-1} yang diperoleh pada langkah 3.

$$-\frac{1}{3} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = -\frac{1}{3} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = -\frac{1}{3} \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Langkah 5 : Dari langkah 4 diperoleh x = 1 dan y= 2 sehingga himpunan penyelesaian sistem persamaan linear itu adalah : {(1,2)}.

Perhatikan bahwa sistem persamaan linear dengan dua peubah x dan y dalam bentuk : $\begin{cases} ax + by = p \\ cx + dy = q \end{cases}$

Himpunan penyelesaiannya mempunyai sebuah anggota jika ad – bc ≠ 0 atau determinan matriks koefisisennya ≠ 0

(perhatikan langkah 3)

Jika determinan matriks koefisiennya = 0, maka himpunan penyelesaian sistem persamaan linear itu ada dua kemungkinan, yaitu

a) Himpunan penyelesaiannya mempunyai banyak anggota, jika

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{p}{q}$$

b) Himpunan penyelesaian tidak mempunyai anggota,jika

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \neq \frac{p}{q}$$

Sebuah sistem persamaan linear yang himpunan penyelesaian tidak mempunyai anggota sering dikatakan himpunan penyelesaiannya adalah himpunan kosong dilambangkan dengan $\varnothing$

Ada pertanyaan .(ternyata tidak ada)

Kalian saya berikan latihan soal, untuk dikerjakan.

a) $\begin{cases} 2x+y=5 \\ x+2y=4 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x+3y=8 \\ x+y=2 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 2x+3y=-4 \\ 4x-5y=14 \end{cases}$ g) $\begin{cases} 2x+3y=0 \\ 4x-3y=3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x-y=4 \\ x+y=2 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x-y=-7 \\ 5x-6y=-18 \end{cases}$ f) $\begin{cases} x-y=9 \\ 3x+2y=2 \end{cases}$

(peneliti memberikan waktu kepada siswa untuk mengerjakan sambil berkeliling).

Rosa : a) $\begin{cases} 2x+y=5 \\ x+2y=4 \end{cases}$

Langkah 1 : Nyatakan sistem persamaan linear itu dalam bentuk persamaan matriks.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Langkah 2 : Tentukan matriks koefisiennya.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ maka det } A = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 4 - 1 = 3$$

Langkah 3 : Tentukan invers dari matriks koefisennya.

$$A^{-1} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Langkah 4 : Kalikan kedua ruas persamaan matriks yang diperoleh pada langkah 1, dari arah kiri dengan matriks A^{-1} yang diperoleh pada langkah 3.

$$\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Langkah 5 : Dari langkah 4 diperoleh x = 2 dan y = 1 sehingga himpunan penyelesaian sistem persamaan linear itu adalah {(2,1)}

Myrna : b) $\begin{cases} x - y = 4 \\ x + y = 2 \end{cases}$

Langkah 1: Nyatakan sistem persamaan linear itu dalam bentuk persamaan matriks.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Langkah 2 : Tentukan matriks koefisiennya.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ maka det } A = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 - (-1) = 2$$

Langkah 3 : Tentukan invers dari matriks koefisiennya.

$$A^{-1} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Langkah 4 : kalikan kedua ruas persamaan matriks yang diperoleh pada langkah 1 dari arah kiri dengan matriks A^{-1} yang diperoleh pada langkah 3

$$\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Langkah 5 : Dari langkah 4 diperoleh x = 3 dan y= -1 sehingga himpunan penyelesaian sistem persamaan linear itu adalah :{(3,-1)}

Santi ; c) $\begin{cases} x + 3y = 8 \\ x + y = 2 \end{cases}$

Langkah 1: Nyatakan sistem persamaan linear itu ke dalam persamaan matriks.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Langkah 2 : A = Tentukan matriks koefisiennya

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{maka det A} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 3 = -2$$

Langkah 3 : Tentukan invers dari matriks koefisiennya

$$A^{-1} = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Langkah 4 : Kalikan kedua ruas dengan persamaan matriks yang diperoleh pada langkah 1, dari arah kiri dengan matriks A^{-1} yang diperoleh pada langkah 3 :

$$-\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Langkah 5 :Dari langkah 4 diperoleh x = 1 dan y = 3, sehingga himpunan penyelesaian sistem persamaan linear itu adalah {(1,3)}

Stefan : d) $\begin{cases} 2x - y = -7 \\ 5x - 6y = -18 \end{cases}$

Langkah 1: Nyatakan sistem persamaan linear itu dalam bentuk persamaan matriks.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ -18 \end{pmatrix}$$

Langkah 2 : Tentukan matriks koefisiennya.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & -6 \end{pmatrix} \text{ maka det } A = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 5 & -6 \end{vmatrix} = (-12 - (-5) = -7$$

Langkah 3 : Tentukan invers dari matriks koefisiennya.

$$A^{-1} = -\frac{1}{7} \begin{pmatrix} -6 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$$

Langkah 4 : Kalikan kedua ruas persamaan matriks yang diperoleh pada langkah 1, dari arah kiri dengan matriks A^{-1} yang diperoleh pada langkah 3.

$$-\frac{1}{7} \begin{pmatrix} -6 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = -\frac{1}{7} \begin{pmatrix} -6 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -7 \\ -18 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = -\frac{1}{7}\begin{pmatrix} 24 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{24}{7} \\ \frac{1}{7} \end{pmatrix}$$

Langkah 5 : Dari langkah 4 diperoleh $x = -\frac{24}{7}$ dan $y = \frac{1}{7}$ sehingga himpunan penyelesaian persamaan linear adalah $\{(-\frac{24}{7}, \frac{1}{7})\}$

Vero ; e) $\begin{cases} 2x + 3y = -4 \\ 4x - 5y = 14 \end{cases}$

Langkah 1: Nyatakan sistem persamaan linear itu dalam bentuk persamaan matriks.

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 14 \end{pmatrix}$$

Langkah 2 : Tentukan matriks koefisiennya.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \text{ maka det } A = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -5 \end{vmatrix} = -10 - 12 = -22$$

Langkah 3 : Tentukan invers dari matriks koefisiennya.

$$A^{-1} = -\frac{1}{22}\begin{pmatrix} -5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$$

Langkah 4 : Kalikan kedua ruas persamaan matriks yang diperoleh pada langkah 1, dari arah kiri dengan matriks A^{-1} yang diperoleh pada langkah 3.

$$-\frac{1}{22}\begin{pmatrix} -5 & 3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = -\frac{1}{22}\begin{pmatrix} -5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -4 \\ 14 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = -\frac{1}{22}\begin{pmatrix} -22 \\ 44 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Langkah 5 : Dari langkah 4 diperoleh x = 1 dan y = -2 sehingga himpunan penyelesaian sistem persamaan linear itu adalah {(1,-2)}

Vonny : f) $\begin{cases} x - y = 9 \\ 3x + 2y = 2 \end{cases}$

Langkah 1: Nyatakan sistem persamaan linear itu dalam bentuk persamaan matriks.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Langkah 2 : Tentukan matriks koefisiennya.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \text{ maka det } A = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 2 - (-3) = 5$$

Langkah 3 : Tentukan invers dari matriks koefisiennya.

$$A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

Langkah 4 : Kalikan kedua ruas persamaan matriks yang diperoleh pada langkah 1, dari arah kiri dengan matriks A^{-1} yang diperoleh pada langkah 3.

$$\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 9 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 20 \\ 25 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Langkah 5 : Dari langkah 4 diperoleh x = 4 dan y = 5 sehingga himpunan penyelesaian sistem persamaan linear adalah {(4,5)}

William : g) $\begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ 4x - 3y = 3 \end{cases}$

Langkah 1: Nyatakan sistem persamaan linear itu dalam bentuk persamaan matriks.

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Langkah 2 : Tentukan matriks koefisiennya.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} \text{ maka det } A = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} = -6 - 12 = -18$$

Langkah 3 : Tentukan invers dari matriks koefisiennya.

$$A^{-1} = -\frac{1}{18}\begin{pmatrix} -3 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$$

Langkah 4 : Kalikan kedua ruas persamaan matriks yang diperoleh pada langkah1, dari arah kiri dengan matriks A^{-1}yang diperoleh pada langkah 3.

$$-\frac{1}{18}\begin{pmatrix} -3 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = -\frac{1}{18}\begin{pmatrix} -3 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = -\frac{1}{18}\begin{pmatrix} -9 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

Langkah 5 : Dari langkah 4 diperoleh $x = \frac{1}{2}$ dan $y = -\frac{1}{3}$ sehingga himpunan penyelesaian sistem persamaan linear itu adalah $\{(\frac{1}{2}, -\frac{1}{3})\}$

P : Saya akan menambahkan latihan soalnya.

h) $\begin{cases} x - 3y = 4 \\ 3x + 6y = 7 \end{cases}$ i) $\begin{cases} -x + 3y = 2 \\ 2x - 5y = -4 \end{cases}$ j) $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 6x + y = 10 \end{cases}$

Kalian kerjakan.

Visca : h) $\begin{cases} x - 3y = 4 \\ 3x + 6y = 7 \end{cases}$

Langkah 1: Nyatakan sistem persamaan linear itu dalam bentuk persamaan matriks.

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Langkah 2 : Tentukan matriks koefisiennya.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} \text{ maka det } A = \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = -9 - 6 = -15$$

Langkah 3 : Tentukan invers dari matriks koefisiennya.

$$A^{-1} = -\frac{1}{15}\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

Langkah 4 : Kalikan kedua ruas persamaan matriks yang diperoleh pada langkah 1, dari arah kiri dengan matriks A^{-1} yang diperoleh pada langkah 3.

$$-\frac{1}{15}\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = -\frac{1}{15}\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = -\frac{1}{15}\begin{pmatrix} 45 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

Langkah 5 : Dari langkah 4 diperoleh $x = -3$ dan $y = \frac{1}{3}$ sehingga himpunan penyelesaian sistem persamaan linear itu adalah $\{(-3, \frac{1}{3})\}$

Abed : Untuk jawaban h, tentang det A salah pak.

Langkah 1: Nyatakan sistem persamaan linear itu dalam bentuk persamaan matriks.

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Langkah 2 : Tentukan matriks koefisiennya

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} \text{ maka det } A = \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = 6 - (-9) = 15$$

Langkah 3 : Tentukan invers dari matriks koefisiennya.

$$A^{-1} = \frac{1}{15}\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

Langkah 4 : Kalikan kedua ruas persamaan matriks yang diperoleh pada langkah 1, dari arah kiri dengan matriks A^{-1} yang diperoleh pada langkah 3.

$$\frac{1}{15}\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{15}\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{15}\begin{pmatrix} 45 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

Langkah 5 : Dari langkah 4 diperoleh $x = 3$ dan $y = -\frac{1}{3}$ sehingga himpunan penyelesaian sistem persamaan linear adalah $\{(3, -\frac{1}{3})\}$

Eri : i) $\begin{cases} -x + 3y = 2 \\ 2x - 5y = -4 \end{cases}$

Langkah 1 : Nyatakan sistem persamaan linear itu dalam bentuk persamaan matriks.

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Langkah 2 : Tentukan matriks koefisiennya.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} \text{ maka det } A = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -5 \end{vmatrix} = 6-5 = 1$$

Langkah 3 : Tentukan invers dari matriks koefisiennya.

$$A^{-1} = \frac{1}{1}\begin{pmatrix} -5 & -3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Langkah 4 : Kalikan kedua ruas persamaan matriks yang diperoleh pada langkah 1, dari arah kiri dengan matriks A^{-1} yang diperoleh pada langkah 3.

$$\frac{1}{1}\begin{pmatrix} -5 & -3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{1}\begin{pmatrix} -5 & -3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{1}\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Langkah 5 : Dari langkah 4 diperoleh x = 2 dan y = 0 sehingga himpunan penyelesaian sistem persamaan linear itu adalah {(2, 0)}

Yongky : Untuk jawaban Eri, salah mengenai det A pak.

Langkah 1: Nyatakan sistem persamaan linear itu dalam bentuk persamaan matriks.

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Langkah 2 : Tentukan matriks koefisiennya.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} \text{ maka det } A = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -5 \end{vmatrix} = 5\text{-}6 = -1$$

Langkah 3 : Tentukan invers dari matriks koefisiennya.

$$A^{-1} = -\frac{1}{1} \begin{pmatrix} -5 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Langkah 4 : Kalikan kedua ruas persamaan matriks yang diperoleh pada langkah 1, dari arah kiri dengan matriks A^{-1} yang diperoleh pada langkah 3.

$$-\frac{1}{1} \begin{pmatrix} -5 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = -\frac{1}{1} \begin{pmatrix} -5 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = -\frac{1}{1}\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Langkah 5 : Dari langkah 4 diperoleh x = -2 dan y = 0 sehingga himpunan penyelesaian sistem persamaan linear itu adalah {(-2, 0)}

Yullyta : j) $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 6x + y = 10 \end{cases}$

Langkah 1: Nyatakan sistem persamaan linear itu dalam bentuk persamaan matriks.

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \end{pmatrix}$$

Langkah 2 : Tentukan matriks koefisiennya.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 1 \end{pmatrix} \text{ maka det } A = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 1 \end{vmatrix} = 3 - 6 = -3$$

Langkah 3 : Tentukan invers dari matriks koefisiennya.

$$A^{-1} = -\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$$

Langkah 4 : Kalikan kedua ruas persamaan matriks yang diperoleh pada langkah 1, dari arah kiri dengan matriks A^{-1} yang diperoleh pada langkah 3.

$$-\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = -\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = -\frac{1}{3}\begin{pmatrix} -5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{5}{3} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Langkah 5 : Dari langkah 4 diperoleh $x = -\frac{5}{3}$ dan $y = 0$ sehingga himpunan penyelesaian sistem persamaan linear itu adalah $\{(-\frac{5}{3}, 0)\}$

Lampiran

B

Instrumen penelitian untuk motivasi belajar

B.1 Lembar Pengamatan

B.2 Lembar Pengamatan guru

B.3 Lembar wawancara siswa

B.4 Kuisioner

B.4 Kuisioner Motivasi Siswa Belajar Matematika

Pilihah jawaban yang paling sesuai dengan pendapat anda dengan menberikan tanda (√) pada huruf yang terletak di samping pernyataan di bawah ini.
Contoh:

No	Pernyataan	SS	S	TS	STS
1	Saya tidak mempunyai dorongan belajar matematika				

Keterangan: huruf SS = Sangat Setuju S = Setuju
TS = Tidak Setuju STS = Sangat Tidak Setuju

No	Pernyatan	SS	S	TS	STS
1	Saya seringkali putus asa jika menghadapi soal-soal matematika yang tidak berhubungan dengan lingkungan sekitar saya.				
2	Saya belajar matematika dengan tekun dan selalu mencapai hasil yang memuaskan apabila pembelajaran matematika dikaitkan dengan kehidupan sehari-hari saya.				
3	Saya beralih pada kegiatan lain daripada berusaha keras untuk menyelesaikan soal-soal metematika yang tidak berkaitan dengan kehidupan sehari-hari saya.				
4	Saya merasa puas jika berhasil menyelesaikan soal-soal matematika yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari saya.				
5	Semakin besar kemungkinan gagal dalam menyelesaikan soal-soal matematika yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari saya, maka semakin kecil usaha saya untuk berhasil dalam pelajaran matematika.				
6	Saya selalu dapat menyelesaikan soal-soal matematika yang menggunakan kehidupan sehari-hari saya lebih cepat dibanding teman-teman yang lain dalam satu kelas.				
7	Keinginan saya untuk mendapatkan prestasi yang baik dalam matematika hanya kecil saja, karena di dalam pembelajaran matematika tidak ada keterkaitan dengan kehidupan sehari-hari saya.				

8	Saya mendiskusikan dengan teman-teman yang lain tentang hal-hal yang belum jelas di dalam soal-soal matematika.				
9	Saya puas mandapat nilai 6 dalam pelajaran matematika.				
10	Saya terdorong untuk bersaing dengan teman-teman, jika di dalam kelas ada beberapa teman yang mendapat nilai tinggi dalam pelajaran matematika.				
11	Saya sering menunda dalam mengerjakan PR matematika.				
12	Saya berusaha untuk mendapatkan nilai tertinggi pada pelajaran matematika.				
13	Keberhasilan dalam menyelesaikan soal-soal matematika menimbulkan rasa puas dan rasa percaya diri saya.				
14	Saya berkeinginan untuk bisa menguasai matematika dan berusaha untuk memahaminya, bagaimanapun caranya.				
15	Saya menginginkan soal-soal matematika selalu berkaitan dengan kehidupan sehari-hari saya.				
16	Saya terdorong untuk belajar matematika karena matematika merupakan pelajaran yang sulit.				
17	Saya menginginkan agar guru di dalam pembelajaran matematika selalu menggunakan soal-soal yang berkaitan dengan kehidupan nyata.				
18	Saya tidak berusaha menguasai materi matematika secara lebih mendalam.				
19	Saya tidak mempunyai dorongan untuk selalu belajar matematika.				
20	Saya tidak menginginkan pembelajaran matematika menggunakan soal-soal yang berkaitan dengan kehidupan nyata.				
21	Saya tidak puas, apabila guru hanya memeberikan soal-soal yang mekanistik.				
22	Saya tidak berusaha menyelesaikan soal-soal matematika terutama yang diberikan oleh guru.				
23	Saya selalu di bantu oleh orang lain untuk mengerjakn soal-soal matematika.				

24	Saya tidak percaya diri atas kemampuan saya di dalam pembelajaran matematika.				
25	Saya putus asa jika saya diejek oleh teman saya karena tidak bisa mengerjakan soal-soal matematika.				
26	Saya berusaha untuk mencapai prestasi yang tinggi di dalam pembelajaran matematika.				
27	Dorongan saya sangat besar untuk menyelesaika soal-soal yang mekanistik.				
28	Saya tidak ada usaha untuk lebih maju di dalam pembelajaran matematika.				
29	Saya dapat dengan cepat menyelesaikan soal-soal matematika.				
30	Saya tidak mau kalau di suruh guru maju di depan kelas untuk mengerjakan soal-soal matematika.				

B.1 Lembar Pengamatan

Hari,Tanggal :

Nama Peneliti :

Bidang Studi :

Kelas :

A. Hal-hal yang perlu diamati adalah :

1. Bagaimana metode pembelajaran matematika dengan penggunaan permasalahan kontekstual di kelas 1J SMU BOPKRI 1 Yogyakarta

2. Bagaimana pelaksanaan penggunaan permasalahan kontekstual di dalam pembelajaran matematika di kelas 1J SMU BOPKRI 1 Yogyakarta.

3. Bagaimana respon siswa terhadap penerapan metode penggunaan permasalahan kontekstual di dalam pembelajaran matematika di kelas 1J SMU BOPKRI 1 Yogyakarta.

4. Apakah terjadi peningkatan prestasi belajar matematika siswa 1J SMU BOPKRI 1 Yogyakarta setelah pelaksanaan kegiatan pembelajaran dengan penggunaan permasalahan kontekstual.

B. Kesulitan/hambatan guru

C. Kesulitan/hambatan siswa

D. Kekuatan/ kelebihan pembelajaran tersebut

E. Saran/kritik untuk tindakan kelas berikutnya oleh pengamat

Pengamat

B.2 Lembar Pengamatan guru

Hari/ Tanggal :

Nama peneliti :

1. Bagaimana metode pembelajaran matematika dengan penggunaan permasalahan kontekstual di kelas 1J SMU BOPKRI 1 Yogyakarta

2. Bagaimana pelaksanaan penggunaan permasalahan kontekstual di dalam pembelajaran matematika di kelas 1J SMU BOPKRI 1 Yogyakarta.

3. Bagaimana respon siswa terhadap penerapan metode penggunaan permasalahan kontekstual di dalam pembelajaran matematika di kelas 1J SMU BOPKRI 1 Yogyakarta.

4. Apakah terjadi peningkatan prestasi belajar matematika siswa 1J SMU BOPKRI 1 Yogyakarta setelah pelaksanaan kegiatan pembelajaran dengan penggunaan permasalahan kontekstual.

B.3 Lembar Pengamatan siswa

Hari,Tanggal :

Nama Peneliti :

1. Bagaimana metode pembelajaran matematika dengan penggunaan permasalahan kontekstual di kelas 1J SMU BOPKRI 1 Yogyakarta

2. Bagaimana pelaksanaan penggunaan permasalahan kontekstual di dalam pembelajaran matematika di kelas 1J SMU BOPKRI 1 Yogyakarta.

3. Bagaimana respon siswa terhadap penerapan metode penggunaan permasalahan kontekstual di dalam pembelajaran matematika di kelas 1J SMU BOPKRI 1 Yogyakarta.

4. Apakah terjadi peningkatan prestasi belajar matematika siswa 1J SMU BOPKRI 1 Yogyakarta setelah pelaksanaan kegiatan pembelajaran dengan penggunaan permasalahan kontekstual.


```
** Halaman 1

Paket   : Seri Program Statistik (SPS-2000)
Modul   : Psikometri I
Program : Analisis Kesahihan Butir
Edisi   : Sutrisno Hadi dan Yuni Pamardiningsih
Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta, Indonesia
Versi IBM/IN, Hak Cipta (c) 1999 Dilindungi UU

Nama Pemilik : Team Divisi Olah Data
Nama Lembaga : MAGIC 2000 SOLVER
A l a m a t  : Jl. Gejayan Gg Bayu 16 A Yogyakarta, Telp. 523858
==================================================

Nama Peneliti : Bhalita Kuncoro Hadhi
Nama Lembaga  : USD Yogyakarta
Tgl. Analisis : 03-28-2003
Nama Berkas   : 032801

Nama Konstrak : Motivasi Siswa Belajar Matematika

Butir   1  = Rekaman Nomor :    1
Butir   2  = Rekaman Nomor :    2
Butir   3  = Rekaman Nomor :    3
Butir   4  = Rekaman Nomor :    4
Butir   5  = Rekaman Nomor :    5
Butir   6  = Rekaman Nomor :    6
Butir   7  = Rekaman Nomor :    7
Butir   8  = Rekaman Nomor :    8
Butir   9  = Rekaman Nomor :    9
Butir  10  = Rekaman Nomor :   10

Butir  11  = Rekaman Nomor :   11
Butir  12  = Rekaman Nomor :   12
Butir  13  = Rekaman Nomor :   13
Butir  14  = Rekaman Nomor :   14
Butir  15  = Rekaman Nomor :   15
Butir  16  = Rekaman Nomor :   16
Butir  17  = Rekaman Nomor :   17
Butir  18  = Rekaman Nomor :   18
Butir  19  = Rekaman Nomor :   19
Butir  20  = Rekaman Nomor :   20

Butir  21  = Rekaman Nomor :   21
Butir  22  = Rekaman Nomor :   22
Butir  23  = Rekaman Nomor :   23
Butir  24  = Rekaman Nomor :   24
Butir  25  = Rekaman Nomor :   25
================================
(bersambung)
```

** Halaman 2

(sambungan)
================================

Butir 26 = Rekaman Nomor : 26
Butir 27 = Rekaman Nomor : 27
Butir 28 = Rekaman Nomor : 28
Butir 29 = Rekaman Nomor : 29
Butir 30 = Rekaman Nomor : 30

Jumlah Butir Semula : 30
Jumlah Butir Gugur : 20
Jumlah Butir Sahih : 10

Jumlah Kasus Semula : 24
Jumlah Data Hilang : 0
Jumlah Kasus Jalan : 24

** RANGKUMAN ANALISIS KESAHIHAN BUTIR

Butir No.	r xy	r bt	p	Status
1	0.410	0.281	0.090	gugur
2	0.352	0.243	0.126	gugur
3	0.834	0.749	0.000	sahih
4	0.361	0.279	0.092	gugur
5	-0.261	-0.395	0.027	gugur
6	0.444	0.333	0.054	gugur
7	0.434	0.291	0.083	gugur
8	0.312	0.183	0.301	gugur
9	-0.518	-0.634	0.001	gugur
10	0.828	0.776	0.000	sahih
11	-0.561	-0.637	0.001	gugur
12	0.558	0.439	0.015	sahih
13	0.316	0.205	0.331	gugur
14	0.521	0.421	0.019	sahih
15	0.222	0.080	0.355	gugur
16	-0.012	-0.153	0.259	gugur
17	0.094	-0.043	0.417	gugur
18	0.649	0.552	0.003	sahih
19	0.726	0.643	0.000	sahih
20	0.051	-0.049	0.408	gugur

(bersambung)

** Halaman 3

(sambungan)

Butir No.	r xy	r bt	p	Status
21	0.345	0.236	0.133	gugur
22	0.737	0.677	0.000	sahih
23	-0.676	-0.739	0.000	gugur
24	0.684	0.580	0.002	sahih
25	0.438	0.285	0.087	gugur
26	0.167	0.013	0.475	gugur
27	-0.452	-0.575	0.002	gugur
28	0.571	0.485	0.008	sahih
29	0.326	0.232	0.137	gugur
30	0.632	0.527	0.004	sahih

** Halaman 1

Paket : Seri Program Statistik (SPS-2000)
Modul : Psikometri I
Program : Uji-Keandalan Teknik Alpha Cronbach
Edisi : Sutrisno Hadi dan Yuni Pamardiningsih
Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta, Indonesia
Versi IBM/IN; Hak Cipta (c) 1999 Dilindungi UU

Nama Pemilik : Team Divisi Olah Data
Nama Lembaga : MAGIC 2000 SOLVER
A l a m a t : Jl. Gejayan Gg Bayu 16 A Yogyakarta, Telp. 523858
==

Nama Peneliti : Bhalita Kuncoro Hadhi
Nama Lembaga : USD Yogyakarta
Tgl. Analisis : 03-28-2003
Nama Berkas : 032801

Nama Konstrak : Motivasi Siswa Belajar Matematika

** TABEL RANGKUMAN ANALISIS

=======================================

Jumlah Butir Sahih	: MS	=	10
Jumlah Kasus Semula	: N	=	24
Jumlah Data Hilang	: NG	=	0
Jumlah Kasus Jalan	: NJ	=	24
Sigma X	: ΣX	=	665
Sigma X Kuadrat	: ΣX^2	=	18945
Variansi X	: $\sigma^2 x$	=	5
Variansi Y	: $\sigma^2 y$	=	22
Koef. Alpha	: rtt	=	0.865
Peluang Galat α	: p	=	0.000
Status	:		Andal

=======================================

** Halaman 1

** TABEL DATA BUTIR : 032801

Kasus Nomor	Butir Nomor 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Tot
1	2	3	2	4	2	3	3	3	3	3	3	3	4	3	4	3	4	4	3	4	3	3	2	3	3	3	3	3	2	2	90
2	2	3	1	3	2	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	2	3	3	2	3	2	3	3	2	3	80
3	1	3	1	4	3	2	1	4	4	2	2	2	4	4	2	1	4	3	3	4	2	3	3	1	2	3	4	4	1	1	78
4	3	1	1	3	3	1	3	2	4	2	3	2	4	3	1	2	3	2	2	3	1	3	4	2	3	3	3	2	1	2	72
5	2	3	1	3	2	1	2	2	2	2	4	3	3	3	4	4	4	2	2	4	1	3	4	1	1	2	3	2	2	1	73
6	2	3	1	3	4	2	2	3	3	2	3	4	4	4	4	2	4	2	2	4	2	2	3	2	2	4	2	3	3	2	83
7	3	2	3	3	3	2	2	3	1	3	2	4	4	3	3	3	3	4	4	3	2	3	2	3	2	3	2	3	2	3	83
8	2	2	3	3	2	2	3	3	3	3	2	3	3	3	2	2	2	2	3	2	3	3	3	3	2	3	3	3	2	3	78
9	2	3	3	3	2	2	3	3	3	3	2	3	2	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	2	3	3	2	3	2	3	81
10	2	2	3	3	2	2	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	2	3	2	3	2	3	3	3	3	3	3	3	2	2	80
11	2	2	2	3	3	2	3	1	4	3	3	3	3	3	2	1	3	2	2	3	2	3	2	3	4	3	3	3	3	3	79
12	2	3	2	3	3	3	2	3	2	3	3	4	4	3	3	3	3	2	2	2	2	3	3	2	2	4	1	3	3	2	80
13	4	3	4	4	2	3	4	4	1	4	1	4	4	4	2	2	3	3	3	3	2	4	2	4	4	1	3	4	2	4	92
14	2	3	2	3	3	3	2	3	3	3	3	2	3	2	3	2	3	2	2	3	3	2	3	2	3	2	3	3	2	3	78
15	3	2	2	3	3	2	3	3	3	2	3	2	3	2	3	2	2	2	2	3	2	3	3	3	3	2	4	3	2	3	78
16	3	2	3	3	2	1	3	3	3	2	3	2	3	3	3	2	3	3	2	3	3	3	3	2	3	2	4	3	2	2	79
17	3	2	2	3	3	2	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	2	2	2	3	3	2	2	3	3	3	3	3	2	2	79
18	2	3	2	4	3	3	3	4	3	3	3	3	4	3	3	3	3	2	2	3	2	3	3	2	2	3	2	3	2	3	84
19	4	3	4	4	2	2	4	2	1	4	2	4	4	4	3	2	3	3	3	3	2	4	2	3	4	4	1	4	2	3	90
20	2	3	2	4	2	2	2	2	4	2	3	3	4	3	3	2	4	3	3	3	2	3	4	1	1	4	2	3	2	3	81
21	2	3	1	4	4	2	1	3	3	3	3	4	4	4	3	3	3	3	3	3	2	3	3	2	2	3	3	3	2	2	84
22	2	2	3	3	1	3	3	3	2	3	3	3	4	4	2	3	2	3	4	3	2	4	2	3	3	3	2	2	2	3	82
23	3	2	3	3	2	2	3	3	2	3	3	3	3	3	2	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	2	3	82
24	3	2	4	3	1	2	4	3	2	4	2	3	3	4	3	2	3	4	4	3	3	4	2	3	4	4	1	4	3	3	90

Lampiran

C

Instrumen penelitian untuk prestasi belajar

C.1 Evaluasi formatif siklus 1 pada kegiatan 1

C.2 Kunci jawaban evaluasi formatif siklus 1 pada kegiatan 1

C.3 Evaluasi formatif siklus 1 pada kegiatan 2

C.4 Kunci jawaban evaluasi formatif siklus 1 pada kegiatan 2

C.5 Evaluasi formatif siklus 1 pada kegiatan 3

C.6 Kunci jawaban evaluasi formatif siklus 1 pada kegiatan 3

C.7 Hasil evaluasi formatif pada siklus 1

C.8 Evaluasi formatif siklus 2 pada kegiatan 1

C.9 Kunci jawaban evaluasi formatif siklus 2 pada kegiatan 1

C.10 Evaluasi formatif siklus 2 pada kegiatan 2

C.11 Kunci jawaban evaluasi formatif siklus 2 pada kegiatan 2

C.12 Evaluasi formatif siklus 2 pada kegiatan 3

C.13 Kunci jawaban evaluasi formatif siklus 2 pada kegiatan 3

C.14 Hasil evaluasi formatif pada siklus 2

C.15 Soal tes akhir

C.16 Kunci jawaban tes akhir

C.17 Soal tes remedial

C.18 Kunci jawaban tes remedial

C.19 Hasil tes akhir dan tes remedial

C.1 Evaluasi formatif siklus 1 pada kegiatan 1

1. Buku-buku yang dijual di koperasi sekolah antara lain Matematika, Fisika. Menurut petugas koperasi tersebut buku Matematika kelas 1 terjual sebanyak 50 buah, buku kelas 2 terjual sebanyak 60 buah. Adapun untuk buku Fisika 40 buah dan50 buah.

   Pertanyaan: a. Berdasarkan keterangan di atas, buatlah ke dalam tabel !

   b. Dari tabel yang Anda buat itu, tentukanlah bentuk matriks !

2. a. Dari bentuk matriks yang Anda peroleh, sebutkanlah elemen baris 1 kolom 2 dan elemen baris 2 kolom 1!

   b. Sebutkan ordo matriks yang Anda peroleh di atas !

   c. Tentukan transpos matriks tersebut!

C.2 Kunci jawaban Evaluasi formatif siklus 1 pada kegiatan 1

1. a)

No	Nama buku	Kelas 1	Kelas 2
1	Matematika	50	60
2	Fisika	40	50

b) $A = \begin{pmatrix} 50 & 60 \\ 40 & 50 \end{pmatrix}$

2. a) Elemen baris 1 kolom 2 adalah 60 dan elemen baris 2 kolom 1 adalah 40.

   b) Ordo matriks tersebut adalah 2 x 2

   c) $A^t = \begin{pmatrix} 50 & 40 \\ 60 & 50 \end{pmatrix}$

C.3 Evaluasi formatif siklus 1 pada kegiatan 2

1. Carilah nilai-nilai x dan y pada tiap kesamaan matriks berikut ini.

   a) $\begin{pmatrix} 2x - 1 & 3 \\ -1 & 2 - 3y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

   b) $\begin{pmatrix} x^2 & x^3 \\ y^3 & y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ -64 & 16 \end{pmatrix}$

2. Diketahui matriks-matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$

   a) Carilah A +B dan B+A

   b) Apakah A +B = B+A ?

   c) Hukum apakah yang berlaku pada jawaban b) diatas?

C.4 Kunci jawaban evaluasi formatif siklus 1 pada kegiatan 2

1. a) $\begin{pmatrix} 2x-1 & 3 \\ -1 & 2-3y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

$2x - 1 = 3 \qquad 2 - 3y = -1$

$2x = 4 \qquad -3y = -3$

$x = 2 \qquad y = 1$

b) $\begin{pmatrix} x^2 & x^3 \\ y^3 & y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ -64 & 16 \end{pmatrix}$

$x^2 = 4 \qquad x^3 = 8 \qquad y^3 = -64 \qquad y^2 = 16$

$x_1 = 2 \ , x_2 = -2 \qquad x = 2 \qquad y = -4 \qquad y_1 = -4 \ , \ y_2 = 4$

2. a) $A+B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+2 & 3+1 \\ -2+0 & 0+5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$

$B+A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+1 & 1+3 \\ 0+(-2) & 5+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$

b) A+B = B+A

c) Hukum komutatif

C.5 Evaluasi formatif kegiatan siklus 1 pada kegiatan 3

1. $$\begin{pmatrix} 4x & a \\ 2y & z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 & a \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$$

   Carilah nilai a,x,y dan z !

2. $$2\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -5 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

   Carilah nilai a,b,c dan d !

C.6 Kunci jawaban evaluasi formatif siklus 1 pada kegiatan 3

1. $$\begin{pmatrix} 4x & a \\ 2y & z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 & a \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4x-5 & 2a \\ 2y+4 & z+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-2 & -2-1 \\ 3-5 & -4-(-3) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4x-5 & 2a \\ 2y+4 & z+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$4x - 5 = -1$	$2a = -3$	$2y + 4 = -2$	$z + 2 = -1$
$4x = -1 + 5$	$a = \frac{-3}{2}$	$2y = -2 - 4$	$z = -1 - 2$
$4x = 4$		$2y = -6$	$z = -3$
$x = 1$		$y = -3$	

Jadi $a = \frac{-3}{2}$, $x = 1$, $y = -3$, $z = -3$

2. $$2\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -5 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 6 & -10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2a & 2b \\ 2c & 2d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4+2a & 2+2b \\ 6+2c & -10+2d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$4 + 2a = 2$	$2 + 2b = 0$	$6 + 2c = 0$	$-10 + 2d = 2$
$2a = 2 - 4$	$2b = 0 - 2$	$2c = 0 - 6$	$2d = 2 + 10$
$2a = -2$	$2b = -2$	$2c = -6$	$2d = 12$
$a = -1$	$b = -1$	$c = -3$	$d = 6$
Jadi , $a = -1$	$b = -1$	$c = -3$	$d = 6$

C.7 Hasil evaluasi formatif pada siklus 1

No	Nama Siswa	Kegiatan 1	Kegiatan 2	Kegiatan 3
1	Myrna Kusuma Wardani	70	100	80
2	Rizky Arnold Yuniarto	-	65	-
3	Rizky Ardianto	65	75	60
4	RM Donny Harry	70	65	70
5	Robby Hindarto	-	45	-
6	Rosalia Setiawan	100	75	70
7	Sakti Hario Tamtono	80	75	70
8	Santi Octavia	80	75	70
9	Sri Rejeki	70	100	70
10	Stefan Kurniawan	65	65	70
11	Veronica Yuliana	70	90	70
12	Vidya Anggraini	70	80	100
13	Visca Pamila Dewi	70	-	80
14	Vonny Agustina	70	100	65
15	William Sanjaya	70	65	100
16	Willy Indarto	100	100	70
17	Yuliana Falconeri A.D.P	100	75	100
18	Yan Mayasari Puspita R	100	75	100
19	Yohanes Abednego Kosasih	-	45	80
20	Yolenta Simon Saputra	100	100	65
21	Yongky Pramono	70	100	100
22	Yosep Eri Buana	55	65	80
23	Yullyta Ratna wijaya	70	85	90
24	Agata Filiana	75	75	90
	Jumlah total	1620	1795	1750
	Jumlah rata-rata	77,14	78,04	79,54

C.8 Evaluasi formatif siklus 2 pada kegiatan 1

1. $$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 6 & z & 4 \\ -4 & -9 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3x & -1 & 8 \\ -2 & 1 & 2 \\ 5 & 8 & -2 \end{pmatrix}$$

   Carilah nilai-nilai x dan z!

2. $$\begin{pmatrix} x & y \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$$

   Carilah nilai-nilai x dan y !

C.9 Kunci jawaban evaluasi formatif siklus 2 pada kegiatan 1

1. $$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 6 & z & 4 \\ -4 & -9 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3x & -1 & 8 \\ -2 & 1 & 2 \\ 5 & 8 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 6 & z & 4 \\ -4 & -9 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.2+2.1 & 0.1+2.2 & 0.-2+2.4 \\ 1.2+2.1 & 1.1+2.2 & 1.-2+2.4 \\ 1.2+-1.1 & 1.1+-1.2 & 1.-2+-1.4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3x & -1 & 8 \\ -2 & 1 & 2 \\ 5 & 8 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 6 & z & 4 \\ -4 & -9 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 8 \\ 4 & 5 & 6 \\ 1 & -1 & -6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3x & -1 & 8 \\ -2 & 1 & 2 \\ 5 & 8 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 6 & z & 4 \\ -4 & -9 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-3x & 4-(-1) & 8-8 \\ 4-(-2) & 5-1 & 6-2 \\ 1-5 & -1-8 & -6-(-2) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 6 & z & 4 \\ -4 & -9 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-3x & 5 & 0 \\ 6 & 4 & 4 \\ -4 & -9 & -4 \end{pmatrix}$$

$2 = 2 - 3x$ $\quad$ $z = 4$

$-3x = 2 - 2$

$-3x = 0$

$x = 0$

Jadi, $x = 0$, $z = 4$

2. $\begin{pmatrix} x & y \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 2x + y & x.0 + y.1 \\ 2.2 + 1.1 & 2.0 + 1.1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2x + y & 0 + y \\ 4 + 1 & 0 + 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2x + y & y \\ 5 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$$

$2x + y = 6$ $\qquad$ $y = -2$

$2x - 2 = 6$

$2x = 6 + 2$

$2x = 8$

$x = 4$

jadi nilai x =1 dan nilai y = -2

C.10 Evaluasi formatif siklus 2 pada kegiatan 2

1. Tentukan invers dari tiap matriks berikut:

a. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ b. $B = \begin{pmatrix} -1 & -5 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ c. $C = \begin{pmatrix} -10 & -11 \\ 11 & 12 \end{pmatrix}$

2. Diketahui matriks

$$A = \begin{pmatrix} 1+q & -q \\ q & 1-q \end{pmatrix}, \text{ q bilangan real dan } q \neq 0$$

a) Carilah invers dari matriks A !

b) Kemudian carilah invers dari matriks A itu, untuk

i. $q = 1$
ii. $q = 10$
iii. $q = \frac{1}{2}$
iv. $q = -\frac{1}{4}$

C.11 Kunci jawaban evaluasi formatif siklus 2 pada kegiatan 2

1. a) det matriks A= $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1.2 - 1.1 = 1$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

b) det matriks B = $\begin{pmatrix} -1 & -5 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & -5 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = -1.4 - (-5).1 = 1$

$B^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

c) det matriks C = $\begin{pmatrix} -10 & -11 \\ 11 & 12 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} -10 & -11 \\ 11 & 12 \end{vmatrix} = -10.12 - (-11).11 = 1$

$C^{-1} = \begin{pmatrix} 12 & 11 \\ -11 & -10 \end{pmatrix}$

2. a. det A = $\begin{vmatrix} 1+q & -q \\ q & 1-q \end{vmatrix} = (1+q)(1-q) - (q)(-q) = 1 + q - q - q^2 + q^2 = 1$

b. (i). q = 1 maka matriks A = $\begin{pmatrix} 1+1 & -1 \\ 1 & 1-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ Oleh karena

det A = 1 , maka $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

(ii). q = 10 maka matriks A = $\begin{pmatrix} 1+10 & -10 \\ 10 & 1-10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & -10 \\ 10 & -9 \end{pmatrix}$ Oleh karena det A = 1 , maka $A^{-1} = \begin{pmatrix} -9 & 10 \\ -10 & 11 \end{pmatrix}$

(iii). Untuk $q = \frac{1}{2}$ maka matriks $A = \begin{pmatrix} 1+\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1-\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Oleh karena det A = 1 , maka $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$

(iv). Untuk $q = -\frac{1}{4}$ maka matriks $A = \begin{pmatrix} 1-\frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & 1+\frac{1}{4} \end{pmatrix} =$

$\begin{pmatrix} \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{5}{4} \end{pmatrix}$ Oleh karena det A =1 maka $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{5}{4} & -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}$

C.12 Evaluasi formatif siklus 2 pada kegiatan 3

1. Misalkan $A^{-1} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ adalah invers dari matriks $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

   Carilah nilai-nilai a,b,c dan d, kemudian tulislah matriks A itu !

   (ingat : $A^{-1} \cdot A = I$)

2. Jika x dan y adalah peubah pada himpunan bilangan real, tentukanlah himpunan penyelesaian sistem persamaan linear berikut ini dengan metode matriks !

$$\begin{cases} 4x + 8y = 20 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$$

C.13 Kunci jawaban evaluasi formatif siklus 2 pada kegiatan 3

1. Karena $A^{-1} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ adalah invers dari $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ maka $A^{-1} . A = I$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3a + b & 4a + 2b \\ 3c + d & 4c + 2d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan matriks di atas, kita memperoleh hubungan :

$$\begin{array}{ll} 3a + b = 1 & \times 2 \\ 4a + 2b = 0 & \times 1 \end{array} \qquad \begin{array}{ll} 3c + d = 0 & \times 2 \\ 4c + 2d = 1 & \times 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 6a + 2b = 2 \\ 4a + 2b = 0 \quad - \\ \hline 2a \quad = 2 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 6c + 2d = 0 \\ 4c + 2d = 1 \quad - \\ \hline 2c \quad = -1 \end{array}$$

$$a = 1 \qquad c = -\frac{1}{2}$$

$$3a + b = 1 \qquad 3c + d = 0$$

$$3.1 + b = 1 \qquad 3. -\frac{1}{2} + d = 0$$

$$3 + b = 1$$

$$b = 1 - 3 \qquad -\frac{3}{2} + d = 0$$

$$b = -2$$

$$d = \frac{3}{2}$$

Jadi $\quad a = 1,\ b = -2,\ c = -\frac{1}{2},\ d = \frac{3}{2}$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

2. $\begin{cases} 4x + 8y = 20 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$

i. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 14 \end{pmatrix}$

ii. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$ maka det $A = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -5 \end{vmatrix} = 2.(-5) - 4.3 = -10 - 12 = -22$

iii. $A^{-1} = \frac{1}{-22}\begin{pmatrix} -5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$

iv. $$\frac{1}{-22}\begin{pmatrix} -5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{-22}\begin{pmatrix} -5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -4 \\ 14 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{-22}\begin{pmatrix} -22 \\ 44 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

v. Jadi , x =1, y = -2 sehingga himpunan penyelesaian sistem persamaan linear itu adalah {(1,-2)}

C.14 Hasil evaluasi formatif pada siklus 2

No	Nama Siswa	Kegiatan 1	Kegiatan 2	Kegiatan 3
1	Myrna Kusuma Wardani	65	75	100
2	Rizky Arnold Yuniarto	-	75	-
3	Rizky Ardianto	70	75	90
4	RM Donny Harry	70	90	60
5	Robby Hindarto	-	90	-
6	Rosalia Setiawan	70	55	85
7	Sakti Hario Tamtono	80	95	60
8	Santi Octavia	80	70	100
9	Sri Rejeki	70	50	85
10	Stefan Kurniawan	60	75	80
11	Veronica Yuliana	100	90	65
12	Vidya Anggraini	100	100	100
13	Visca Pamila Dewi	80	95	85
14	Vonny Agustina	65	85	85
15	William Sanjaya	100	90	65
16	Willy Indarto	55	75	80
17	Yuliana Falconeri A.D.P	100	80	85
18	Yan Mayasari Puspita R	75	80	100
19	Yohanes Abednego Kosasih	100	80	50
20	Yolenta Simon Saputra	80	95	80
21	Yongky Pramono	100	100	100
22	Yosep Eri Buana	80	55	90
23	Yullyta Ratna wijaya	70	-	90
24	Agata Filiana	100	90	70
	Jumlah total	1770	1865	1805
	Jumlah rata-rata	80,45	81,10	82,05

C.15 Soal tes akhir

Tes Akhir

Bidang studi : matematika
Waktu : 11.15 – 13.00
Kelas : 1J

Hari : kamis
Tanggal : 10 – 04 -2003

Petunjuk: * Kerjakan dengan seksama, teliti, lengkap, jelas.
* Sifat buku tertutup.

1. $$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4x & 2a \\ 2y & z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -5 & a \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$$

   Carilah nilai a,x,y dan z !

2. $$3\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + 5\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

   Carilah nilai a,b,c dan d !

3. $$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 8 \\ 11 & z & 8 \\ 9 & 17 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 8 & 1 & 9 \\ 11 & 31 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3x & -2 & -8 \\ -3 & 2 & 1 \\ 2 & 14 & y \end{pmatrix}$$

   Carilah nilai-nilai x,y dan z!

4. Misalkan $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ adalah invers dari matriks $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

   Carilah nilai-nilai a,b,c dan d, kemudian tulislah matriks A itu !

   (ingat : A . A = I)

5. Jika x dan y adalah peubah pada himpunan bilangan real, tentukanlah himpunan penyelesaian sistem persamaan linear berikut ini dengan metode matriks !

$$\begin{cases} 4x + 8y = 20 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$$

selamat bekerja dan sukses

C.16 Kunci jawaban tes akhir

1. $$\begin{pmatrix}1 & -2\\ 3 & -4\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}2 & 1\\ 5 & -3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4x & 2a\\ 2y & z\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}-5 & a\\ 4 & -3\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}3 & -1\\ 8 & -7\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4x+5 & a\\ 2y-4 & z-3\end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{lll} 3 = 4x + 5 & 8 = 2y - 4 & a = -1\\ -2 = 4x & 12 = 2y & -7 = z - 3\\ x = -\frac{1}{2} & y = 6 & z = -4 \end{array}$$

2. $$3\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix} + 5\begin{pmatrix}1 & 5\\ 1 & 3\end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}3a & 3b\\ 3c & 3d\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}5 & 25\\ 5 & 15\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{llll} 3a + 5 = 2 & 3b + 25 = 0 & 3c + 5 = 0 & 3d + 15 = 2\\ 3a = -3 & 3b = -25 & 3c = -5 & 3d = -13\\ a = -1 & b = -\frac{25}{3} & c = -\frac{5}{3} & d = -\frac{13}{3} \end{array}$$

3. $$\begin{pmatrix}1 & 0 & 8\\ 11 & z & 8\\ 9 & 17 & 2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & -2 & 0\\ 8 & 1 & 9\\ 11 & 31 & 2\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}3x & -2 & -8\\ -3 & 2 & 1\\ 2 & 14 & y\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}1 & -2 & 0\\ 8 & 1 & 9\\ 11 & 31 & 2\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}3x & -2 & 8\\ -3 & 2 & 1\\ 2 & 14 & y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & 0 & 8\\ 11 & z & 8\\ 9 & 17 & 2\end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{lll} 1 - 3x = 1 & 1 - 2 = z & 2 - y = 2\\ -3x = 1-1 & z = -1 & -y = 2-2\\ -3x = 0 & & -y = 0\\ x = 0 & & y = 0 \end{array}$$

4. Karena $A^{-1} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ adalah invers dari $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ maka

$A^{-1} . A = I$

$$\Leftrightarrow \quad \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \quad \begin{pmatrix} 5a + 2b & 4a + b \\ 5c + 2d & 4c + d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan matriks diatas, kita memperoleh hubungan :

$$\begin{array}{lll} 5a + 2b = 1 & \times 1 \\ 4a + b = 0 & \times 2 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{lll} 5c + 2d = 0 & \times 1 \\ 4c + d = 1 & \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 5a + 2b = 1 & \\ 8a + 2b = 0 & - \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{ll} 5c + 2d = 0 & \\ 8c + 2d = 1 & - \\ \hline \end{array}$$

$$-3a = 1 \qquad\qquad -3c = -1$$

$$a = -\frac{1}{3} \qquad\qquad c = \frac{1}{3}$$

$$4a + b = 0 \qquad\qquad 4c + d = 0$$

$$4.\left(-\frac{1}{3}\right) + b = 0 \qquad\qquad 4.\frac{1}{3} + d = 0$$

$$-\frac{4}{3} + b = 0 \qquad\qquad \frac{4}{3} + d = 0$$

$$b = -\frac{4}{3} \qquad\qquad d = -\frac{4}{3}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{4}{3} \\ \frac{1}{3} & -\frac{4}{3} \end{pmatrix}$$

5. $\begin{cases} 4x + 8y = 20 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$

i. $\begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 5 \end{pmatrix}$

ii. $A = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ det A = 12 - 8 = 4

iii. $A^{-1} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 3 & -8 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$

iv. $\frac{1}{4} \begin{pmatrix} 3 & -8 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 3 & -8 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 20 \\ 5 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 20 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

v. Jadi x = 5, y = 0

sehingga himpunan penyelesaian sistem persamaan linear itu adalah {(5,0)}

C.17 Soal tes remedial

TES REMEDIAL

Bidang studi	: matematika	Hari	:kamis
Waktu	: 11.15 – 13.00	Tanggal	:24 – 04 -2003
Kelas	: 1J		

Petunjuk: * Kerjakan dengan seksama, teliti, lengkap, jelas.
* Sifat buku tertutup.

1. $$\begin{pmatrix} 4x & a \\ 2y & z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 & a \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$$

   Carilah nilai a,x,y dan z !

2. $$2\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -5 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

   Carilah nilai a,b,c dan d !

3. $$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & z & 5 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 \\ -1 & 3 & 7 \\ 5 & 9 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2x & -1 & 7 \\ -2 & 1 & 2 \\ 5 & 8 & -2 \end{pmatrix}$$

   Carilah nilai-nilai x dan z!

4. Misalkan $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ adalah invers dari matriks $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

   Carilah nilai-nilai a,b,c dan d, kemudian tulislah matriks A itu !

   (ingat : A . A = I)

5. Jika x dan y adalah peubah pada himpunan bilangan real, tentukanlah himpunan penyelesaian sistem persamaan linear berikut ini dengan metode matriks !

   $$\begin{cases} 2x + 3y = -4 \\ 4x - 5y = 14 \end{cases}$$

selamat bekerja dan sukses

C.18 Kunci jawaban tes remedial

1. $$\begin{pmatrix} 4x & a \\ 2y & z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 & a \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4x-5 & 2a \\ 2y+4 & z+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$4x-5 = -1$	$2a = -3$	$2y+4 = -2$	$z + 2 = -1$
$4x = -1+5$	$a = -\frac{3}{2}$	$2y = -2-4$	$z = -1 - 2$
$4x = 4$		$2y = -6$	$z = -3$
$x = 1$		$y = -3$	

2. $$2\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -5 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 6 & -10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2a & 2b \\ 2c & 2d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$4+2a = 2$	$2+2b = 0$
$2a = -2$	$2b = -2$
$a = -1$	$b = -1$
$6+2c = 0$	$-10 + 2d = 2$
$2c = -6$	$2d = 12$
$c = -3$	$d = 6$

3. $$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & z & 5 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 \\ -1 & 3 & 7 \\ 5 & 9 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2x & -1 & 7 \\ -2 & 1 & 2 \\ 5 & 8 & -2 \end{pmatrix}$$

ii.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \qquad \det A = -10-12=-22$$

iii.

$$A^{-1} = -\frac{1}{22}\begin{pmatrix} -5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$$

iv.

$$A^{-1} = -\frac{1}{22}\begin{pmatrix} -5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = -\frac{1}{22}\begin{pmatrix} -5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -4 \\ 14 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = -\frac{1}{22}\begin{pmatrix} -22 \\ 44 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

v. Jadi $x = 1$ dan $y = -2$, sehingga himpunan penyelesaian sitem persamaan linear itu adalah $\{(1,-2)\}$

C.19 Hasil tes akhir dan tes remedial

No	Nama siswa	T_A	T_R
1	Myrna Kusuma Wardani	90	100
2	Ricky Arnold Yuniarto	86	-
3	Rixky Ardianto	80	90
4	R.M Donny Harry	85	60
5	Robby Hindarto	90	-
6	Rosalia Setiawan	75	85
7	Sakti Hario Tamtono	81	55
8	Santi Octavia	-	90
9	Sri Rejeki	66	85
10	Stefan Kurniawan	80	95
11	Veronica Yuliana	80	80
12	Vidya Anggraini	90	100
13	Visca Pamila Dewi	75	95
14	Vonny Agustina	85	95
15	William Sanjaya	80	85
16	Willy Indarto	88	71
17	Yuliana Falconeri A.D.P	86	95
18	Yan Mayasari Puspita R	90	100
19	Yohanes Abednego Kosasih	80	80
20	Yolenta Simon Saputra	80	85
21	Yongky Pramono	90	100
22	Yosep Eri Buana	-	100
23	Yullyta Ratna Wijaya	90	100
24	Agata Filiana	80	100
	Jumlah total	1827	1946
	Jumlah rata-rata	83,05	88,45

Lampiran

D

Hasil Wawancara

D.1 Hasil wawancara guru

D.2 Hasil wawancara siswa

D.1 Hasil wawancara guru

Untuk memperoleh data hasil penelitian, peneliti melakukan wawancara dengan guru bidang studi sekaligus kolaborator, adapun hasil yang dilakukan peneliti sebagai berikut :

1. Bagaimana menurut Anda metode penggunaan permasalahan kontekstual di dalam pembelajaran matematika di kelas 1J ?

   Menurut pendapat saya bahwa metode penggunaan permasalahan kontekstual di dalam pembelajaran matematika di kelas 1J ini cukup menarik, hal ini bisa dilihat bahwa siswa merasa senang dan termotivasi mengikuti PBM, keberanian dan kreativitas dalam bertanya meningkat, hasil belajar meningkat.

2. Bagaimana menurut Anda pelaksanaan metode penggunaan permasalahan kontekstual di dalam pembelajaran matematika di kelas 1J ?

   Menurut pendapat saya pelaksanaan metode tersebut cukup, dimana penyusunan bentuk penggunaan permasalahan kontekstual yang dipahami siswa, pelaksanaan pembelajaran tersebut lebih menarik siswa, respon siswa terutama motivasi belajarnya terhadap penerapan metode penggunaan permasalahan kontekstual cukup, pemahaman siswa terhadap materi matematika semakin baik sehingga siswa lancar dalam mengerjakan soal, aktivitas guru dalam penyajian materi, penggunaan alat bantu, pembimbingan kepada siswa dapat berjalan dengan baik dan *efektif sehingga dapat memotivasi siswa dalam memecahkan masalah-masalah yang berkaitan dengan pembelajaran matematika.*

3. Bagaimana menurut Anda respon siswa terhadap penggunaan permasalahan kontekstual di dalam pembelajaran matematika di kelas 1J ?

   Menurut pendapat saya respon siswa cukup, ini terlihat bahwa suasana menjadi lebih hidup, keberanian bertanya dan kreativitas sebagian siswa semakin tumbuh, siswa semakin antusias, merasa senang dan mempunyai motivasi dalam mengikuti matematika, hambataan yang dihadapi siswa semakin berkurang dan prestasi belajar matematika sebagian besar meningkat.

4. Bagaimana menurut Anda peningkatan prestasi belajar matematika siswa kelas 1J setelah pelaksanaan kegiatan pembelajaran dengan penggunaan permasalahan kontekstual ?

   Menurut pendapat saya prestasi belajar matematika siswa cukup meningkat karena dari hasil evaluasi formatif cukup menjanjikan. Dari rata-rata skor evaluasi formatif siswa per siklus, dimana siklus 1 pada kegiatan 1,2,3 rata-rata skor siswa adalah 77,14; 78,04; 79,54; sedangkan siklus 2pada kegiatan 1,2,3 rata-rata skor siswa adalah 80,45; 81,10; 82,05. Hal ini menjadikan suatu peningkatan terhadap prestasi belajar siswa.

D.2 Hasil wawancara siswa

Untuk memperoleh data hasil penelitian, peneliti melakukan wawancara dengan siswa, adapun hasil rekapitulasi wawancara yang dilakukan peneliti sebagai berikut :

1. Bagaimana menurut Anda metode penggunaan permasalahan kontekstual di dalam pembelajaran matematika dikelas 1J ?

   Menurut pendapat saya bahwa metode penggunaan permasalahan kontekstual di dalam pembelajaran matematika dikelas 1J ini cukup menarik. Saya senang pembelajaran seperti ini yang dikaitkan dengan kehidupan sehari-hari dan dengan metode tersebut saya mempunyai motivasi belajar matematika. Saya lebih jelas dengan metode penggunaan permasalahan kontekstual dan bisa memahami materi yang diajarkan.

2. Bagaimana menurut Anda pelaksanaan metode penggunaan permasalahan kontekstual di dalam pembelajaran matematika di kelas 1J ?

   Menurut pendapat saya pelaksanaan metode tersebut cukup, dimana metode tersebut mengaitkan kehidupan sehari-hari siswa. Saya melihat penyusunan bentuk penggunaan permasalahan kontekstual mudah dipahami siswa, pelaksanaan pembelajaran tersebut lebih menarik siswa, respon siswa terutama motivasi belajarnya terhadap penerapan metode penggunaan permasalahan kontekstual cukup, pemahaman siswa terhadap materi matematika semakin baik sehingga siswa lancar dalam mengerjakan soal, aktivitas guru dalam penyajian materi,penggunaan alat *bantu, pembimbingan kepada siswa dapat berjalan dengan baik dan efektif sehingga dapat memotivasi siswa dalam memecahkan masalah-masalah yang berkaitan dengan pembelajaran matematika.*

3. Bagaimana menurut Anda respon siswa terhadap penggunaan permasalahan kontekstual di dalam pembelajaran matematika di kelas 1J ?

   Menurut pendapat saya respon siswa cukup termasuk saya, hal ini saya lihat bahwa suasana kelas menjadi lebih hidup, keberanian siswa bertanya dan kreativitas sebagian siswa semakin tumbuh, siswa semakin antusias, merasa senang dan mempunyai mativasi dalam mengikuti matematika, hambataan yang dihadapi siswa semakin berkurang dan prestasi belajar matematika sebagian besar meningkat.

4. Bagaimana menurut Anda peningkatan prestasi belajar matematika siswa kelas 1J setelah pelaksanaan kegiatan pembelajaran dengan penggunaan permasalahan kontekstual ?

   Menurut pendapat saya prestasi belajar matematika siswa cukup meningkat karena dari hasil evaluasi formatif cukup menjanjikan. siswa. Saya lebih bisa memahami dan mengerti sehingga daya ingat saya lebih baik. Saya melihat hasil evaluasi formatif teman-teman cukup termasuk saya sehingga disimpulkan bahwa penggunaan permasalahan kontekstual bisa meningkatkan motivasi dan prestasi belajar siswa di dalam pembelajaran matematika.

Lampiran

E

Surat keterangan

E.1 Surat keterangan ijin penelitian dari Universitas Sanata Dharma

E.2 Surat keterangan telah melaksanakan penelitian dari sekolah yang bersangkutan

E.3 Daftar siswa kelas 1 J SMU BOPKRI 1 Yogyakarta

JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
(J P M I P A)
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS SANATA DHARMA
Kampus III USD, Paingan, Maguwoharjo, Depok, Sleman 55284 Telp. (0274) 883037; 883968

Nomor : 001/IJ.PEN./JPMIPA/SD/I/03
Hal : Permohonan Ijin Penelitian

Kepada
Yth. Kepala Sekolah SMU BOPKRI I
Jln. Wardani No. 2 Kotabaru
Yogyakarta

Dengan hormat,

Dengan ini kami memohonkan ijin penelitian dalam rangka penyusunan skripsi untuk mahasiswa kami,

Nama	:	Bhalita Kuncoro Hadhi
Nomor Mhs.	:	981414035
Program Studi	:	Pendidikan Matematika
Jurusan	:	PMIPA
Fakultas	:	KIP

dengan judul skripsi:

PENGGUNAAN PERMASALAHAN SOAL-SOAL KONTEKTUAL DI DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA.

Pelaksanaan penelitian pada bulan Januari sampai dengan Mei 2003.
Demikian permohonan kami. Terima kasih.

Yogyakarta, 3 Januari 2003

Hormat kami,
a.b. Dekan FKIP

Drs. R. Rohandi, M.Ed

YAYASAN BADAN OESAHA PENDIDIKAN KRISTEN REPOEBLIK INDONESIA
SEKOLAH MENENGAH UMUM TINGKAT ATAS
SMU BOPKRI 1 YOGYAKARTA
JENJANG AKREDITASI : *DISAMAKAN*
Alamat : Jalan Wardani 2 Yogyakarta 55224 Telp. 515359, Fax. (0274) 517800

SURAT KETERANGAN

Nomor : 825/I.13.1/SMU BOP.1/N/2003

Kepala SMU BOPKRI 1 Yogyakarta menerangkan dengan sesungguhnya bahwa :

N a m a	: Bhalita Kuncoro Hadhi
Nomor Mhs	: 981414035
Program Studi	: Pendidikan Matematika
Jurusan	: PMIPA
Fakultas	: Universitas Sanata Dharma.

Telah melaksanakan Penelitian dengan Judul "*Penggunaan Permasalahan Kontektual di dalam Pembelajaran Matematika*" pada bulan Januari s.d Mei 2003 di SMU BOPKRI 1 Yogyakarta.

Harap yang berkepentingan maklum hendaknya.

25 April 2003
Kepala Sekolah

SEKOLAH MENENGAH UMUM YAYASAN BOPKRI SMU BOPKRI 1 YOGYAKARTA DISAMAKAN KOTA YOGYAKARTA

Sri Rahayuningsih, BA
NIP. 131 785 563