ABSTRAK

Medan kuadratik $\mathbb{Q}(\sqrt{d})$ terdiri atas bilangan-bilangan kuadratik, yaitu bilangan-bilangan berbentuk $s + t\sqrt{d}$ dengan $s, t \in \mathbb{Q}$ dan d bilangan bulat bebas kuadrat. Bilangan $\alpha \in \mathbb{Q}(\sqrt{d})$ disebut bilangan bulat dari $\mathbb{Q}(\sqrt{d})$ jika $Tr(\alpha)$ dan $N(\alpha)$ adalah bilangan bulat. Himpunan semua bilangan bulat dari $\mathbb{Q}(\sqrt{d})$ terdiri atas bilangan-bilangan berbentuk $a + b\omega_d$ dengan $a, b \in \mathbb{Z}$ dan

$$\omega_d = \begin{cases} \sqrt{d} & \text{jika } d \equiv 2 \pmod 4 \text{ atau } d \equiv 3 \pmod 4 \\ \dfrac{1+\sqrt{d}}{2} & \text{jika } d \equiv 1 \pmod 4. \end{cases}$$

Berdasarkan teori tentang medan kuadratik, skripsi ini akan membahas algoritma untuk menentukan semua penyelesaian dari persamaan Diophantine $ax^2 + bxy + cy^2 = m$ dengan a, b, c, m bilangan rasional bulat dan $a \neq 0$. Masalah untuk menentukan semua penyelesaian dari persamaan Diophantine tersebut sama dengan masalah menentukan semua $\xi \in M$ sedemikian sehingga $N(\xi) = am$, dengan $M = \{\alpha x + \beta y \mid x, y \text{ bilangan rasional bulat}\}$, $\alpha, \beta \in \mathbb{Q}(\sqrt{d})$, dan $\{\alpha, \beta\}$ suatu basis dari $\mathbb{Q}(\sqrt{d})$.

ABSTRACT

A quadratic field $\mathbb{Q}(\sqrt{d})$ consists of quadratic numbers, which are numbers of the form $s + t\sqrt{d}$, where s and t are rational numbers and d is a square-free integer. An element $\alpha \in \mathbb{Q}(\sqrt{d})$ is called an integer of $\mathbb{Q}(\sqrt{d})$ if $Tr(\alpha)$ and $N(\alpha)$ are integers. The set of integers of $\mathbb{Q}(\sqrt{d})$ consists of numbers of the form $a + b\omega_d$, where a and b are integers and

$$\omega_d = \begin{cases} \sqrt{d} & \text{if } d \equiv 2 \pmod 4 \text{ or } d \equiv 3 \pmod 4 \\ \dfrac{1+\sqrt{d}}{2} & \text{if } d \equiv 1 \pmod 4. \end{cases}$$

Based on the theory of quadratic fields, this thesis will discuss an algorithm to find all solutions of a Diophantine equation of the form $ax^2 + bxy + cy^2 = m$, where a, b, c, m are rational integers and $a \neq 0$. The problem of finding all solutions of the Diophantine equation is equivalent to the problem of determining all $\xi \in M$ such that $N(\xi) = am$, where $M = \{\alpha x + \beta y \mid x, y \text{ rational integers}\}$, $\alpha, \beta \in \mathbb{Q}(\sqrt{d})$, and $\{\alpha, \beta\}$ is a basis of $\mathbb{Q}(\sqrt{d})$.