ABSTRAK

Relasi kabur $\widetilde{R}$ antara elemen-elemen dalam himpunan X dan Y adalah himpunan bagian kabur dari darab Cartesius $X \times Y$. Komposisi relasi kabur $\widetilde{P} \circ \widetilde{Q}$ adalah komposisi relasi-relasi dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\widetilde{P}\circ\widetilde{Q}}(x,z) = \sup_{y\in Y} t(\mu_{\widetilde{P}}(x,y), \mu_{\widetilde{Q}}(y,z)).$$

Komposisi relasi kabur $\widetilde{A} \circ \widetilde{Q}$ adalah komposisi himpunan-relasi dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\widetilde{A}\circ\widetilde{Q}}(y) = \sup_{x\in X} t(\mu_{\widetilde{A}}(x), \mu_{\widetilde{Q}}(x,y)).$$

Konsep komposisi relasi kabur ini menimbulkan masalah persamaan relasi kabur. Persamaan relasi kabur $\widetilde{P} \circ \widetilde{Q} = \widetilde{R}$, dengan diketahui relasi biner $\widetilde{Q}$ dan $\widetilde{R}$ dan dicari relasi biner $\widetilde{P}$, mempunyai himpunan penyelesaian $\mathcal{P}$ dengan penyelesaian terbesar dalam $\mathcal{P}$ adalah $(\widetilde{Q} \varphi \widetilde{R}^{-1})^{-1}$.

Persamaan relasi kabur $\widetilde{A} \circ \widetilde{Q} = \widetilde{B}$ disebut masalah identifikasi kabur jika diketahui himpunan kabur $\widetilde{A}$ dan $\widetilde{B}$ dan dicari relasi biner kabur $\widetilde{Q}$, dan disebut masalah dekonvolusi kabur jika diketahui relasi biner kabur $\widetilde{Q}$ dan himpunan kabur $\widetilde{B}$ dan dicari himpunan kabur $\widetilde{A}$. Masalah identifikasi kabur mempunyai himpunan penyelesaian $\mathcal{Q}$ dengan penyelesaian terbesar dalam $\mathcal{Q}$ adalah $\widetilde{A} \varphi \widetilde{B}$. Sedangkan masalah dekonvolusi kabur mempunyai himpunan penyelesaian $\mathcal{A}$ dengan penyelesaian terbesar dalam $\mathcal{A}$ adalah $\widetilde{Q} \varphi \widetilde{B}$.

Untuk menentukan apakah suatu persamaan relasi kabur mempunyai penyelesaian atau tidak, dapat digunakan indeks keterselesaian persamaan relasi kabur. Indeks keterselesaian persamaan relasi kabur $\widetilde{P} \circ \widetilde{Q} = \widetilde{R}$ adalah $\delta = \left\| (\widetilde{Q} \varphi \widetilde{R}^{-1})^{-1} \circ \widetilde{Q} = \widetilde{R} \right\|$, indeks keterselesaian masalah identifikasi kabur adalah $\xi_I = \left\| \widetilde{A} \circ (\widetilde{A} \varphi \widetilde{B}) = \widetilde{B} \right\|$, sedangkan indeks keterselesaian masalah dekonvolusi kabur adalah $\xi_D = \left\| (\widetilde{Q} \varphi \widetilde{B}) \circ \widetilde{Q} = \widetilde{B} \right\|$. Suatu persamaan relasi kabur mempunyai penyelesaian jika dan hanya jika indeks keterselesaiannya sama dengan satu.

ABSTRACT

A fuzzy relation $\widetilde{R}$ between elements in sets X and Y is a fuzzy subset of Cartesian product $X \times Y$. Composition of fuzzy relations $\widetilde{P} \circ \widetilde{Q}$ is relation-relation composition with membership function

$$\mu_{\widetilde{P}\circ\widetilde{Q}}(x,z) = \sup_{y\in Y} t(\mu_{\widetilde{P}}(x,y), \mu_{\widetilde{Q}}(y,z)).$$

Composition of fuzzy relation $\widetilde{A} \circ \widetilde{Q}$ is set-relation composition with membership function

$$\mu_{\widetilde{A}\circ\widetilde{Q}}(y) = \sup_{x\in X} t(\mu_{\widetilde{A}}(x), \mu_{\widetilde{Q}}(x,y)) \ .$$

The concept of composition of fuzzy relations generates the fuzzy relation equation problem. Fuzzy relation equation $\widetilde{P} \circ \widetilde{Q} = \widetilde{R}$, given binary relations $\widetilde{Q}$ and $\widetilde{R}$, has solution set $\mathcal{P}$ with the biggest solution $(\widetilde{Q} \varphi \widetilde{R}^{-1})^{-1}$.

Fuzzy relation equation $\widetilde{A} \circ \widetilde{Q} = \widetilde{B}$ is called fuzzy identification problem if fuzzy sets $\widetilde{A}$ and $\widetilde{B}$ are known and binary relation $\widetilde{Q}$ is determined, and called fuzzy deconvolution problem if binary relation $\widetilde{Q}$ and fuzzy sets $\widetilde{B}$ are known and fuzzy sets $\widetilde{A}$ is determined. Fuzzy identification problem has solution set Q with the biggest solution $\widetilde{A} \varphi \widetilde{B}$. Fuzzy deconvolution problem has solution set $\mathcal{A}$ with the biggest solution $\widetilde{Q} \varphi \widetilde{B}$.

To determine whether a fuzzy relation equation has a solution or not, the concept of solvability index of fuzzy relation equation can be used. Solvability index of fuzzy relation equation $\widetilde{P} \circ \widetilde{Q} = \widetilde{R}$ is $\delta = \left\| (\widetilde{Q} \varphi \widetilde{R}^{-1})^{-1} \circ \widetilde{Q} = \widetilde{R} \right\|$, solvability index of fuzzy identification problem is $\xi_I = \left\| \widetilde{A} \circ (\widetilde{A} \varphi \widetilde{B}) = \widetilde{B} \right\|$, and solvability index of fuzzy deconvolution problem is $\xi_D = \left\| (\widetilde{Q} \varphi \widetilde{B}) \circ \widetilde{Q} = \widetilde{B} \right\|$. A fuzzy relation equation has a solution if and only if the solvability index is equal to one.