ABSTRAK

Transformasi koordinat adalah pemetaan sebuah sistem koordinat pada sebuah sistem koordinat yang lain. Mengubah variabel untuk sistem koordinat yang baru kadang-kadang dapat menyederhanakan integrasi. Sistem koordinat yang digunakan adalah sistem koordinat Cartesius, sistem koordinat kutub, sistem koordinat tabung dan sistem koordinat bola. Titik (x, y) pada koordinat Cartesius bidang-xy dapat ditransformasikan ke titik (r, θ) dalam koordinat kutub bidang-$r\theta$ dengan aturan $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$. Sedangkan titik (x, y, z) pada koordinat Cartesius bidang-xyz dapat ditransformasikan ke titik (r, θ, z) dalam koordinat tabung bidang-$r\theta z$ dengan aturan $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$, $z = z$ dan jika titik (x, y, z) ditransformasikan ke titik (ρ, ϕ, θ) dalam koordinat bola pada bidang-$\rho\phi\theta$ maka menggunakan aturan $x = \rho \sin\phi \cos\theta$, $y = \rho\sin\phi\sin\theta$ dan $z = \rho\cos\phi$. Tujuan adanya transformasi koordinat adalah untuk menemukan suatu daerah baru yang lebih sederhana.

Sebuah teorema penting yang dibahas dalam skripsi ini yaitu teorema *Green*. Melalui teorema *Green*, jika $x = f(u,v)$, $y = g(u,v)$ adalah transformasi koordinat dari bidang-xy ke bidang-uv maka fungsi $F(x, y)$ pada integral lipat dua dapat dinyatakan dalam bentuk sebagai berikut $\iint\limits_R F(x,y)\,dxdy = \iint\limits_S F(f(u,v), g(u,v))\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}dudv$ dimana bentuk $\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}$ adalah determinan Jacobi dari x dan y terhadap u dan v yang dinyatakan sebagai berikut $\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} \end{vmatrix} = \frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial y}{\partial v} - \frac{\partial x}{\partial v}\frac{\partial y}{\partial u}$.

Sedangkan pada fungsi $F(x, y, z)$ dengan perubahan variabel $x = f(u,v,w)$, $y = g(u,v)$, $z = h(u,v,w)$ maka pada integral lipat tiga transformasi koordinat dari bidang-xyz ke bidang-uvw dapat dinyatakan dalam bentuk $\iiint\limits_R F(x,y,z)\,dV = \iiint\limits_S F\{f(u,v,w), g(u,v,w), h(u,v,w)\}\frac{\partial(x,y,z)}{\partial(u,v,w)}dudvdw$ dimana $\frac{\partial(x,y,z)}{\partial(u,v,w)}$ adalah determinan Jacobi dari x, y, z terhadap u, v, w. Pada integral lipat dua dan integral lipat tiga, determinan Jacobi digunakan untuk menentukan turunan parsial dari perubahan variabel pada transformasi koordinat sehingga perhitungan integral menjadi lebih mudah.

ABSTRACT

Coordinate transformation is a coordinate system mapping in another coordinate system. Changing the variables for a new coordinate system sometimes can simplify an integration. Coordinate system used is the Cartesian coordinate system, polar coordinate system, cylindrical coordinate system and spherical coordinates system. Point (x,y) in Cartesian coordinates xy-plane can be transformed to the point (r,θ) in polar coordinates $r\theta$-plane with the rule $x = r\cos\theta,\quad y = r\sin\theta$. As for point (x, y, z) in Cartesian coordinates in the xyz-plane can be transformed to the point (r,θ,z) in the cylindrical coordinates $r\theta z$-plane with the rules $x = r\cos\theta,\quad y = r\sin\theta,\quad z = z$ and if the point (x, y, z) is transformed to the point (ρ,ϕ,θ) of spherical coordinates on the $\rho\phi\theta$ -plane, and then use the rules $x = \rho\sin\phi\cos\theta,\quad y = \rho\sin\phi\sin\theta$ and $z = \rho\cos\phi$. The purpose of the coordinate transformation is to find a new area that is more simple.

An important theorem which discussed in this thesis is the Green's theorem. Through Green's theorem, if $x = f(u,v),\quad y = g(u,v)$ is the coordinate transformation from xy-plane to uv-plane, the function $F(x, y)$ in the double integral can be expressed in the following form $\iint\limits_R F(x,y)\,dxdy = \iint\limits_S F(f(u,v),g(u,v))\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}dudv$ which form $\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}$ is the Jacobi determinant of x and y for u and v are expressed as following $\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)} = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial u} & \dfrac{\partial x}{\partial v} \\ \dfrac{\partial y}{\partial u} & \dfrac{\partial y}{\partial v} \end{vmatrix} = \dfrac{\partial x}{\partial u}\dfrac{\partial y}{\partial v} - \dfrac{\partial x}{\partial v}\dfrac{\partial y}{\partial u}$. While in the function $F(x, y, z)$ with the change of variable $x = f(u,v,w),\ y = g(u,v),\ z = h(u,v,w)$ then the triple integral can be expressed in the form $\iiint\limits_R F(x,y,z)\,dV = \iiint\limits_S F\{f(u,v,w),g(u,v,w),h(u,v,w)\}\dfrac{\partial(x,y,z)}{\partial(u,v,w)}dudvdw$ where $\dfrac{\partial(x,y,z)}{\partial(u,v,w)}$ is the Jacobi determinant of x, y, z for u, v, w. On double integrals and triple integrals, Jacobi determinant is used to simplify the calculation of the complex folding integral becomes easier.