ABSTRAK

Persamaan diferensial Legendre merupakan persamaan diferensial linear homogen orde kedua dengan koefisien variabel yang mempunyai bentuk $(1-x^2)y'' + 2xy' + n(n+1)y = 0$ dengan n adalah bilangan bulat positif. Persamaan diferensial Legendre ini mempunyai titik singular untuk $x_0 = \pm 1$. Oleh karena itu titik $x_0 = 0$ merupakan titik biasa dari persamaan diferensial Legendre. Untuk menentukan penyelesaian persamaan diferensial Legendre dapat digunakan metode deret pangkat dan metode Frobenius. Dengan menggunakan metode deret pangkat ini akan dihasilkan suatu penyelesaian dalam bentuk deret pangkat, sedangkan dengan mengunakan menggunakan metode Frobenius, kita akan peroleh penyelesaian deret pangkat berbentuk $y(x) = |x - x_0|^r \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - x_0)^n$ dengan r adalah akar dari persamaan indisial dari masing-masing titik singular regular. Jika titik $x_0 = 0$ merupakan titik biasa dan dengan mensubstitusi $y(x) = \sum_{m=0}^{\infty} a_m x^m$ dan turunannya ke dalam persamaan diferensial Legendre maka akan di dapat relasi berulangnya $\mathrm{a}_{\mathrm{m}+2} = -\frac{((\mathrm{n}-\mathrm{m})(\mathrm{n}+\mathrm{m}+1))}{(\mathrm{m}+1)(\mathrm{m}+2)} \mathrm{a}_{\mathrm{m}} = 0, \mathrm{m} \geq 2$. Dari relasi berulang ini dapat ditentukan bentuk umum dari polinomial Legendre dan dinyatakan sebagai

$$P_n(x) = \sum_{m=0}^{M} (-1)^m \frac{(2n-2m)!}{2^n m!(n-m)!(n-2m)!} x^{n-2m} = \frac{(2n)!}{2^n (n!)^2} x^n - \frac{(2n-2)!}{2^n (n-1)!(n-2)!} x^{n-2m} + \cdots$$

dengan $M = \frac{n}{2}$. Penerapan dari Persamaan Diferensial Legendre dalam penyelesaian Persamaan Diferensial Linear homogen orde kedua dengan koefisien variabel dapat diterapkan pada elektrostatik yaitu pada kajian potensial dalam koordinat bola.

ABSTRACT

Legendre differential equation is a homogeneous linear differential equations second order with variable coefficients which has the form $(1-x^2)y'' + 2xy' + n(n+1)y = 0$ with n is a positive integer. Legendre differential equation has a singular point for $x_0 = \pm 1$. Therefore point $x_0 = 0$ is a regular point of the Legendre differential equation. To determine the Legendre differential equation solution can be used power series method and the method of Frobenius. By using this method of power series will produce a solution in the form of power series, while by using the Frobenius method, we will obtain power series form of solution $y(x) = |x - x_0|^r \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - x_0)^n$ where r is the root of the equation indicial of each regular singular point.

If point $x_0 = 0$ is a regular point and by substituting $y(x) = \sum_{m=0}^{\infty} a_m x^m$ and their derivatives into the Legendre differential equation can then be in the recurrence relation $\mathrm{a}_{\mathrm{m}+2} = -\frac{((\mathrm{n}-\mathrm{m})(\mathrm{n}+\mathrm{m}+1))}{(\mathrm{m}+1)(\mathrm{m}+2)} \mathrm{a}_{\mathrm{m}} = 0, \mathrm{m} \geq 2$. From this relation can be determined over the general form of the Legendre polynomial and is expressed as $P_n(x) = \sum_{m=0}^{M} (-1)^m \frac{(2n-2m)!}{2^n m!(n-m)!(n-2m)!} x^{n-2m} = \frac{(2n)!}{2^n (n!)^2} x^n - \frac{(2n-2)!}{2^n (n-1)!(n-2)!} x^{n-2m} + \cdots$ with $M = \frac{n}{2}$. Application of the Legendre differential equation in differential equation solving linear homogeneous second order with variable coefficients can be applied to the study of the electrostatic potential in spherical coordinates.