ABSTRAK

Suatu skalar λ dinamakan nilai karakteristik pemetaan linear dari ruang vektor V ke ruang vektor V, jika terdapat suatu vektor tak nol $\underline{x}$, sedemikian sehingga $f(\underline{x}) = \lambda\ \underline{x}$. Vektor $\underline{x}$ yang demikian ini dinamakan vektor karakteristik yang bersesuaian dengan nilai karakteristik λ. Vektor-vektor karakteristik dari suatu pemetaan linear f yang bersesuaian dengan nilai-nilai karakteristik yang saling berbeda membentuk himpunan vektor-vektor yang bebas linear. Himpunan penyelesaian dari persamaan $f(\underline{x}) = \lambda\ \underline{x}$, untuk suatu skalar λ, merupakan ruang bagian dari V, yang disebut ruang karakteristik yang bersesuaian dengan λ.

Jika V adalah ruang perkalian dalam dan $f : V \rightarrow V$ adalah pemetaan linear simetrik yang mempunyai nilai-nilai karakteristik $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_r$ yang saling berbeda, maka himpunan dari nilai-nilai karakteristik yang saling berbeda ini dinamakan Spektral dari f. Ruang perkalian dalam V di atas dapat dinyatakan sebagai $V = V_1 \oplus V_2 \oplus \ldots \oplus V_r$, di mana V_i adalah ruang karakteristik yang bersesuaian dengan nilai karakteristik λ_i dari f. Selain itu pemetaan identitas I dapat dinyatakan sebagai $I = f_1 + f_2 + \ldots + f_r$, di mana f_i adalah proyeksi orthogonal dari f pada ruang karakteristik V_i yang bersesuaian dengan nilai karakteristik λ_i. Pemetaan linear simetrik f juga dapat dituliskan sebagai $f = \lambda_1 f_1 + \lambda_2 f_2 + \ldots + \lambda_r f_r$, yang disebut Dekomposisi Spektral dari f. Pemetaan f dapat juga diwakili oleh suatu matriks diagonal yang mempunyai nilai-nilai karakteristik dari f sebagai elemen-elemen diagonalnya.

ABSTRACT

A scalar λ is called characteristic value of a linear map f from vector space V to itself if there exists a nonzero vector $\underline{x}$ such that $f(\underline{x}) = \lambda\, \underline{x}$. Vector $\underline{x}$ is called characteristic vector corresponding to characteristic value λ. The characteristic vectors of a linear map f corresponding to distinct characteristic values form a set of linearly independent vectors. The set of all solutions to equation $f(\underline{x}) = \lambda\, \underline{x}$, for some scalar λ, is a subspace of V, called the characteristic space corresponding to λ.

If V is an inner product space and $f : V \rightarrow V$ a symmetric linear map which has distinct characteristic values $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_r$, then the set of distinct characteristic values of f is called Spectral of f. The inner product space V can be written as $V = V_1 \oplus V_2 \oplus \ldots \oplus V_r$, where V_i is the characteristic space corresponding to characteristic value λ_i of f. The identity map I can be written as $I = f_1 + f_2 + \ldots + f_r$, where f_i is the orthogonal projection of f on the characteristic space V_i corresponding to characteristic value λ_i. The symmetric linear map f can also be written as $f = \lambda_1\, f_1 + \lambda_2\, f_2 + \ldots + \lambda_r\, f_r$, which is called the Spectral Decomposition of f. Map f can also be represented as a diagonal matrix having the characteristic values of f as its diagonal elements.