ABSTRAK

Semesta pembicaraan yang dibahas dalam skipsi ini adalah himpunan semua bilangan bulat. Untuk n bilangan bulat positif, kongruensi $x \equiv y(\text{mod } n)$ berarti x-y kelipatan bulat dari n. Sifat-sifat kongruensi dibahas khususnya Teorema Fermat Kecil dan Teorema Wilson.

Teorema Sisa Cina dibahas dalam kaitannya dengan penyelesaian kongruensi polinomial $f(x) \equiv 0(\text{mod } n)$. Dalam menyelesaikan kongruensi $x^n \equiv a(\text{mod } p)$ dengan p prima diperlukan pengertian akar primitif modulo p, yaitu bilangan bulat g sedemikian sehingga $g^0, g^1, \ldots, g^{p-2}$ adalah suatu sistem sisa tereduksi modulo p.

Dalam skipsi ini dibahas syarat perlu dan syarat cukup agar Persamaan Diophantine linear dua variabel $ax + by = c$ dan tiga variabel $ax + by + cz = d$ mempunyai penyelesaian. Dibahas juga bahwa Persamaan Pythagoras $x^2 + y^2 = z^2$ mempunyai tak hingga penyelesaian.

Kemudian Teorema Fermat Besar, khusus untuk $n = 4$, yaitu bahwa $x^4 + y^4 = z^4$ tidak mempunyai penyelesaian bulat positif dibuktikan melalui persamaan $x^4 + y^4 = z^2$ yang tidak mempunyai penyelesaian bulat positif.

ABSTRACT

CONGRUENCES AND THE SOLUTIONS OF DIOPHANTINE EQUATIONS

The universe of discourse discussed in this thesis is the set of all integers. For a fixed positive integer n, two integers x and y are said to be congruent modulo n, symbolized by $x \equiv y \pmod{n}$, if $x-y = kn$ for some integer k. We discuss the properties of congruences including Fermat's Little Theorem and Wilson's Theorem.

To solve the polynomial congruences $f(x) \equiv 0 (\bmod n)$ we need the Chinese Remainder Theorem. A primitive root modulo p, for a prime p, is an integer g such that $g^0, g^1, \ldots, g^{p-2}$ form a reduced residue system modulo p. This concept is used in solving the congruences of the form $x^n \equiv a \pmod{p}$.

Necessary and sufficient conditions for a linear Diophantine Equations of two variables $ax + by = c$ and of three variables $ax + by + cz = d$ to have a solution are discussed in this thesis. The infinitely many solutions of the Pythagorean Equation $x^2 + y^2 = z^2$ is also shown here.

The proof of the particular case of Fermat's Big Theorem, i.e. for $n = 4$ that there are no positive integer solutions of $x^4 + y^4 = z^4$, is derived by showing that $x^4 + y^4 = z^2$ has no such solutions.