ABSTRAK

Suatu modul P atas gelanggang R disebut modul projektif jika untuk setiap epimorfisma $p:M \to N$ dan untuk setiap homomorfisma $g:P \to N$, terdapat homomorfisma $h:P \to M$ yang memenuhi $p \circ h = g$. Hubungan antara modul projektif, faktor langsung, dan penjumlah langsung dapat dilihat dalam ekivalensi berikut ini :

a. P adalah modul projektif.
b. Jika P modul hasil bagi dari M, maka P faktor langsung dari M.
c. P adalah penjumlah langsung dari suatu modul bebas.

Setiap modul bebas merupakan modul projektif, tetapi konversnya belum tentu benar. Suatu modul projektif mempunyai dual yang disebut modul injektif. Hubungan antara modul injektif atas gelanggang R dan ideal kiri dari gelanggang R terlihat dalam ekivalensi berikut :

a. Q adalah modul injektif atas gelanggang R.
b. Untuk setiap ideal kiri I dari gelanggang R, dan homomorfisma $g:I \to Q$, terdapat suatu homomorfisma $h:R \to Q$ yang memperluas g.
c. Untuk setiap ideal kiri I dari gelanggang R, dan homomorfisma $g:I \to Q$, terdapat suatu elemen $q \in Q$ yang memenuhi $g(r) = rq$ untuk setiap $r \in I$.

ABSTRACT

A module P over a ring R is called a projective module if for every epimorphism $p:M \to N$, and every homomorphism $g:P \to N$, there is a homomorphism $h:P \to M$ such that $p \circ h = g$. The relation between projective modules, direct factors, and direct summands can be seen in the following equivalent statements :

a. P is projective module.
b. If P is a factor module of a module M, then P is a direct factor of M.
c. P is a direct summand of a free module.

Every free module is projective, but the convers is not necessarily true. A projective module has a dual called injective module. The relation between injective modules over a ring R and left ideals of R can be seen in the following equivalent statements :

a. Q is injective module over a ring R.
b. For every left ideal I of R, and homomorphism $g:I \to Q$, there is a homomorphism $h:R \to Q$ which extends g.
c. For every left ideal I of R, and homomorphism $g:I \to Q$, there is an element $q \in Q$ such that $g(r) = rq$ for every $r \in I$.