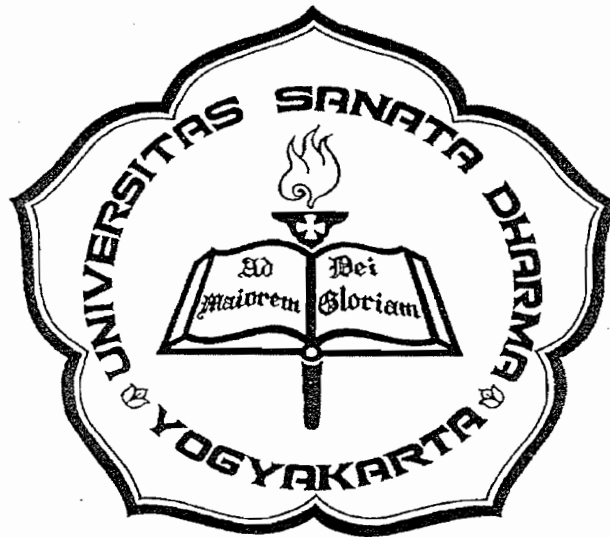


**TEMPERATURE DISTRIBUTION OF 2 DIMENSION COMPOSITE
GENERATING ENERGY AT INNER CENTER OBJECT**

TUGAS AKHIR

Untuk memenuhi sebagian persyaratan
mencapai Derajat Sarjana S-1

Program Studi Teknik Mesin
Jurusan Teknik Mesin



Disusun oleh :

Albert Yonathan
NIM : 005214002

Kepada

**JURUSAN TEKNIK MESIN FAKULTAS TEKNIK
UNIVERSITAS SANATA DHARMA
YOGYAKARTA
2004**

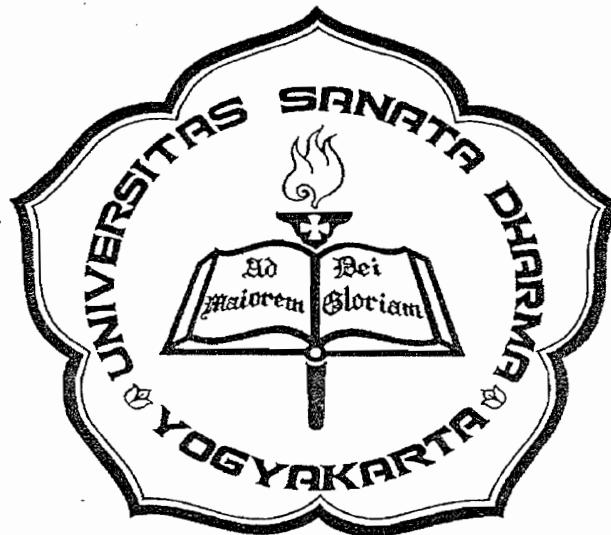


**TEMPERATURE DISTRIBUTION OF 2 DIMENSION COMPOSITE
GENERATING ENERGY AT INNER CENTER OBJECT**

TUGAS AKHIR

Untuk memenuhi sebagian persyaratan
mencapai Derajat Sarjana S-1

Program Studi Teknik Mesin
Jurusan Teknik Mesin



Disusun oleh :

Albert Yonathan
NIM : 005214002

Kepada

**JURUSAN TEKNIK MESIN FAKULTAS TEKNIK
UNIVERSITAS SANATA DHARMA
YOGYAKARTA
2004**

**TEMPERATURE DISTRIBUTION OF 2 DIMENSION COMPOSITE
GENERATING ENERGY AT INNER CENTER OBJECT**

Yang dipersiapkan dan disusun oleh :

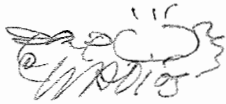
Nama : Albert Yonathan

NIM : 005214002

telah dipertahankan di depan Dewan Penguji
pada tanggal : 23 Desember 2004

Susunan Dewan Penguji :

Pembimbing Utama

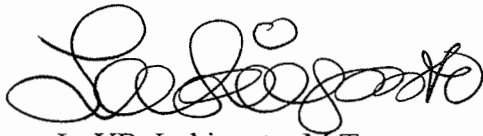


Ir. PK. Purwadi, M.T.

Anggota Dewan Penguji



Ir. FA. Rusdi Sambada, M.T.



Ir. YB. Lukiyanto, M.T.



Yosef Agung Cahyanta, S.T., M.T.



Ir. FX. Agus Unggul Santoso

Tugas akhir ini telah diterima
sebagai salah satu persyaratan untuk memperoleh
gelar Sarjana Teknik

Yogyakarta,
Fakultas Teknik
Universitas Sanata Dharma
Dekan



Ir. Gregorius Heliarko S.J., S.S., B.S.T., M.A., M.Sc.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam tugas akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Yogyakarta, Desember 2004

(Albert Yonathan)



JURUSAN TEKNIK MESIN
FAKULTAS TEKNIK UNIVERSITAS SANATA DHARMA
Kampus III, Paingan Maguwoharjo, Sleman -Yogyakarta
Telp.(0274) 883037, 883968, 886530; Fax.(0274) 886529; Email : teknik@staff.usd.ac.id

PERKULIAHAN SENIOR PROGRAM S-1
JURUSAN TEKNIK MESIN FAKULTAS TEKNIK
UNIVERSITAS SANATA DHARMA YOGYAKARTA

Materi : Distribusi Suhu pada Benda Padat

NAMA : Alben Jonathan
NIM : 06521002
NIRN :
Program Studi : Teknik Mesin
Fakultas : Teknik, Univ. Sanata Dharma Yogyakarta
Materi :

Distribusi suhu pada benda padat 2D, komposit berbangkit energi pada pusat benda bagian dalam Kondisi Awal : Suhu merata. Kondisi batas : berbatasan fluida yang mengalir dan mendapat Fluks. Variasi dilakukan terhadap : a). Nilai h. b). Fluks . c). Bahan. d). besar energi pembangkitan.

Tanggal dimulai : 13 Perbuari 2004

Pembimbing II

Yogyakarta, 31 Maret 2004
Pembimbing I

Ir. Pk. Purwadi, M.T.

MOTTO

- ♥ Kerjasama yang baik berawal dari sikap saling percaya.
- ♥ Perhatian dan kasih sayang merupakan kunci utama pendidikan bagi generasi baru.
- ♥ Analisa kelemahan saat ini akan menentukan sukses masa depan.

Kupersembahkan untuk :

- *Kedua orang tuaku tercinta serta saudara-saudaraku yang kukasih dalam Kristus.*
- *Kekasihku tercinta Ari Puspasari.*

Kata Pengantar

Puji syukur kehadiran Tuhan Yang Maha Esa atas bimbingan dan kasih-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul **“TEMPERATURE DISTRIBUTION OF 2 DIMENSION COMPOSITE GENERATING ENERGY AT INNER CENTER OBJECT”**.

Penyusunan skripsi ini dimaksudkan guna memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar kesarjanaan dalam Jurusan Teknik Mesin pada Fakultas Teknik Universitas Sanata Dharma Yogyakarta.

Skripsi ini dapat tersusun berkat adanya bimbingan, petunjuk, bantuan maupun saran-saran berharga dari berbagai pihak. Untuk itu pada kesempatan yang baik ini penulis menyampaikan rasa terima kasih kepada :

1. Bapak Ir. Gregorius Heliarko S.J., S.S., B.S.T., M.A., M.Sc., selaku Dekan Fakultas Teknik.
2. Bapak Yosef Agung C, S.T, M.T. selaku Ketua Jurusan Teknik Mesin.
3. Bapak Ir. PK. Purwadi, M.T. selaku Dosen Pembimbing Utama.
4. Staf Dosen Jurusan Teknik Mesin Fakultas Teknik Universitas Sanata Dharma Yogyakarta.

5. Staf Administrasi Fakultas Teknik Universitas Sanata Dharma Yogyakarta.
6. Orang tua dan saudara-saudaraku tercinta yang telah memberikan semangat dan dorongan spiritual dan material dalam kelancaran studi penulis.
7. Semua teman – teman terutama Anto, Ayung, Fransisco, Ojan, Agung, Bayu, Ondy, Hermez, Hendra Ganyong, Andy Ximeng, Maman, Adi Usus, Poernomo, Tony, anak – anak kost Tasura 52 yang telah begitu banyak membantu baik segi material maupun spiritual sehingga terselesaikannya skripsi ini.

Akhirnya penulis menyadari bahwa penyusunan skripsi ini jauh dari sempurna. Adanya kritik, saran maupun petunjuk sangat membantu demi perbaikan dan penyempurnaan skripsi ini. Namun besar harapan penulis kiranya skripsi ini dapat bermanfaat bagi kita semua.

Yogyakarta,.....Desember 2004

Penulis

DAFTAR ISI

LEMBAR JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	ii
LEMBAR PERNYATAAN	iii
LEMBAR SOAL	iv
LEMBAR PERSEMBAHAN	v
KATA PENGANTAR	vi
DAFTAR ISI	viii
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
ABSTRAK	xviii
BAB I PENDAHULUAN	
1.1. Latar Belakang Masalah	1
1.2. Perumusan Masalah	2
1.3. Tujuan Penelitian	6
1.4. Manfaat Penelitian	7
BAB II LANDASAN TEORI	
2.1. Dasar Teori	8
2.1.1. Model Matematik	8
2.1.2. Dasar Teori Metode Beda Hingga	13



2.1.2.1. Beda Maju	14
2.1.2.2. Beda Mundur	16
2.1.2.3. Beda Tengah	18

BAB III PERSAMAAN BEDA HINGGA PADA NODE BENDA UJI

3.1. Penerapan Metode Numerik Pada Persoalan	21
3.1.1. Persamaan Node Untuk Sudut Benda Sebelah	
Kiri Atas, Node 0	22
3.1.2. Persamaan Node Untuk Sudut Benda Sebelah	
Kanan Atas, Node 10	25
3.1.3. Persamaan Node Untuk Sudut Benda Sebelah	
Kiri Bawah, Node 110	28
3.1.4. Persamaan Node Untuk Sudut Benda Sebelah	
Kanan Bawah, Node 120	31
3.1.5. Persamaan Node Bagian Dalam Benda Untuk	
Benda Bagian A (k_a)	34
3.1.6. Persamaan Node Untuk Sisi Benda Bagian Atas	36
3.1.7. Persamaan Node Untuk Sisi Benda Bagian Kiri	38
3.1.8. Persamaan Node Untuk Sisi Benda Bagian Kanan	40
3.1.9. Persamaan Node Untuk Sisi Benda Bagian Bawah	43
3.1.10. Persamaan Node Untuk Benda Berbangkit	
Energi, Node 60	45

3.1.11. Persamaan Node Untuk Sudut Kiri Bagian Atas	
Yang Berbatasan Antara 2 Bahan, Node 36	47
3.1.12. Persamaan Node Untuk Sisi Bagian Atas Yang	
Berbatasan Antara 2 Bahan, Node 37, 38, 39	49
3.1.13. Persamaan Node Untuk Sudut Kanan Bagian Atas	
Yang Berbatasan Antara 2 Bahan, Node 40	52
3.1.14. Persamaan Node Untuk Sisi Bagian Kiri Yang	
Berbatasan Antara 2 Bahan, Node 47, 58, 69	54
3.1.15. Persamaan Node Untuk Sisi Bagian Kanan Yang	
Berbatasan Antara 2 Bahan, Node 51, 62, 73	57
3.1.16. Persamaan Node Untuk Sudut Kiri Bagian Bawah	
Yang Berbatasan Antara 2 Bahan, Node 80	59
3.1.17. Persamaan Node Untuk Sisi Bagian Bawah Yang	
Berbatasan Antara 2 Bahan, Node 81, 82, 83	61
3.1.18. Persamaan Node Untuk Sudut Kanan Bagian Bawah	
Yang Berbatasan Antara 2 Bahan, Node 84	64
3.1.19. Persamaan Node Untuk Benda Bagian B (k_b)	66

BAB IV HASIL PERHITUNGAN

4.1. Variasi I	69
4.1.1. Distribusi Suhu	70
4.2. Variasi II	78
4.2.1. Distribusi Suhu	79

4.3. Variasi III	84
4.3.1. Distribusi Suhu	86
4.4. Variasi IV	91
4.4.1. Distribusi Suhu	92
4.5. Pembahasan Penelitian	97
4.5.1. Pembahasan Untuk Variasi I	97
4.5.2. Pembahasan Untuk Variasi II.....	99
4.5.3. Pembahasan Untuk Variasi III	100
4.5.4. Pembahasan Untuk Variasi IV	101

BAB V PENUTUP

5.1. Kesimpulan	103
5.2. Saran	104

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

DAFTAR TABEL

Tabel 1.1. : Sifat – sifat bahan yang dipergunakan dalam penelitian.....	6
Tabel 4.1. : Waktu untuk benda uji pada titik pusat tepat melewati suhu 100°C, komposisi aluminium – baja karbon C = 0,5 %.....	71
Tabel 4.2. : Waktu untuk benda uji pada titik pusat tepat melewati suhu 100°C, dengan $h = 2000 \text{ W/m}^2\text{C}$	80
Tabel 4.3. : Waktu untuk benda uji pada titik pusat tepat melewati suhu 100°C, komposisi aluminium – nikel.	86
Tabel 4.4. : Waktu untuk benda uji pada titik pusat tepat melewati suhu 100°C, komposisi aluminium – baja karbon C = 0,5 %.....	93
Tabel 4.5. : Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat $t = 70$ detik (keterangan Gambar 4.5.).	98
Tabel 4.6. : Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat $t = 140$ detik (keterangan Gambar 4.11.).	98
Tabel 4.7. : Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat $t = 3$ detik (keterangan Gambar 4.15.).	100
Tabel 4.8. : Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat $t = 110$ detik (keterangan Gambar 4.26.).	101
Tabel 4.9. : Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat $t = 3$ detik (keterangan Gambar 4.29.).	102

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1. : Benda yang akan di tinjau distribusi suhunya.....	3
Gambar 2.1. : Koordinat benda tiga dimensi.....	8
Gambar 2.2. : Keseimbangan energi pada volume control.....	9
Gambar 2.3. : Ilustrasi persamaan (2.15).....	15
Gambar 2.4. : Ilustrasi persamaan (2.24).....	17
Gambar 2.5. : Ilustrasi persamaan (2.33).....	19
Gambar 3.1. : Ilustrasi benda uji.....	21
Gambar 3.2. : Posisi node 0.....	22
Gambar 3.3. : Posisi node 10.....	25
Gambar 3.4. : Posisi node 110.....	28
Gambar 3.5. : Posisi node 120.....	31
Gambar 3.6. : Posisi node 12.....	34
Gambar 3.7. : Posisi node 1.....	36
Gambar 3.8. : Posisi node 11.....	38
Gambar 3.9. : Posisi node 21.....	41
Gambar 3.10. : Posisi node 111.....	43
Gambar 3.11. : Posisi node 60.....	45
Gambar 3.12. : Posisi node 36.....	47
Gambar 3.13. : Posisi node 37.....	50
Gambar 3.14. : Posisi node 40.....	52
Gambar 3.15. : Posisi node 47.....	55

Gambar 3.16. : Posisi node 51.....	57
Gambar 3.17. : Posisi node 80.....	59
Gambar 3.18. : Posisi node 81.....	62
Gambar 3.19. : Posisi node 84.....	64
Gambar 3.20. : Posisi node 48.....	66
Gambar 4.1. : Perjalanan suhu titik pusat dari waktu ke waktu, komposisi bahan : aluminium – baja karbon C = 0,5 %.....	71
Gambar 4.2. : Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 3 detik, komposisi bahan : aluminium – baja karbon C = 0,5 %.....	72
Gambar 4.3. : Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 16 detik, komposisi bahan : aluminium – baja karbon C = 0,5 %.....	72
Gambar 4.4. : Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 50 detik, komposisi bahan : aluminium – baja karbon C = 0,5 %.....	73
Gambar 4.5. : Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 70 detik, komposisi bahan : aluminium – baja karbon C = 0,5 %.....	73
Gambar 4.6. : Pembesaran Gambar 4.5. yang skala suhunya di mulai dari 100°C sampai 100,7°C.....	74
Gambar 4.7. : Pembesaran Gambar 4.5. yang skala suhunya di mulai dari 107,2°C sampai 107,6°C.....	74
Gambar 4.8. : Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 110 detik, komposisi bahan : aluminium – baja karbon C = 0,5 %.....	75

Gambar 4.9. : Pembesaran Gambar 4.8. yang skala suhunya di mulai dari 100°C sampai 101°C.....	75
Gambar 4.10. : Pembesaran Gambar 4.8. yang skala suhunya di mulai dari 107,5°C sampai 108°C.....	76
Gambar 4.11. : Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 140 detik, komposisi bahan : aluminium – baja karbon C = 0,5 %.....	76
Gambar 4.12. : Pembesaran Gambar 4.11. yang skala suhunya di mulai dari 98°C sampai 101,5°C.....	77
Gambar 4.13. : Pembesaran Gambar 4.11. yang skala suhunya di mulai dari 107,5°C sampai 108,5°C.....	77
Gambar 4.14. : Perjalanan suhu titik pusat dari waktu ke waktu untuk variasi konduktivitas termal.....	80
Gambar 4.15. : Perjalanan suhu titik yang terletak satu baris saat t = 3 detik untuk variasi konduktivitas termal.....	81
Gambar 4.16. : Perjalanan suhu titik yang terletak satu baris saat t = 16 detik untuk variasi konduktivitas termal.....	82
Gambar 4.17. : Perjalanan suhu titik yang terletak satu baris saat t = 50 detik untuk variasi konduktivitas termal.....	82
Gambar 4.18. : Perjalanan suhu titik yang terletak satu baris saat t = 70 detik untuk variasi konduktivitas termal.....	83
Gambar 4.19. : Perjalanan suhu titik yang terletak satu baris saat t = 110 detik untuk variasi konduktivitas termal.....	83

Gambar 4.20. : Perjalanan suhu titik yang terletak satu baris saat $t = 140$ detik untuk variasi konduktivitas termal.....	84
Gambar 4.21. : Perjalanan suhu titik pusat dari waktu ke waktu, komposisi bahan : aluminium – nikel.....	87
Gambar 4.22. : Perjalanan suhu titik yang terletak satu baris saat $t = 3$ detik komposisi bahan : aluminium – nikel.....	88
Gambar 4.23. : Perjalanan suhu titik yang terletak satu baris saat $t = 16$ detik komposisi bahan : aluminium – nikel.....	88
Gambar 4.24. : Perjalanan suhu titik yang terletak satu baris saat $t = 50$ detik komposisi bahan : aluminium – nikel.....	89
Gambar 4.25. : Perjalanan suhu titik yang terletak satu baris saat $t = 70$ detik komposisi bahan : aluminium – nikel.....	89
Gambar 4.26. : Perjalanan suhu titik yang terletak satu baris saat $t = 110$ detik komposisi bahan : aluminium – nikel.....	90
Gambar 4.27. : Perjalanan suhu titik yang terletak satu baris saat $t = 140$ detik komposisi bahan : aluminium – nikel.....	90
Gambar 4.28. : Perjalanan suhu titik pusat dari waktu ke waktu, komposisi Bahan : aluminium – baja karbon C = 0,5 %.....	93
Gambar 4.29. : Perjalanan suhu titik yang terletak satu baris saat $t = 3$ detik komposisi aluminium – baja karbon C = 0,5 %.....	94
Gambar 4.30. : Perjalanan suhu titik yang terletak satu baris saat $t = 16$ detik komposisi aluminium – baja karbon C = 0,5 %.....	95

Gambar 4.31. : Perjalanan suhu titik yang terletak satu baris saat $t = 50$ detik	
komposisi aluminium – baja karbon C = 0,5 %.....	95
Gambar 4.32. : Perjalanan suhu titik yang terletak satu baris saat $t = 70$ detik	
komposisi aluminium – baja karbon C = 0,5 %.....	96
Gambar 4.33. : Perjalanan suhu titik yang terletak satu baris saat $t = 110$ detik	
komposisi aluminium – baja karbon C = 0,5 %.....	96
Gambar 4.34. : Perjalanan suhu titik yang terletak satu baris saat $t = 140$ detik	
komposisi aluminium – baja karbon C = 0,5 %.....	97

ABSTRAC

In course of warm-up or refrigeration that goes on before reaching of balance, analysis must be accommodated to calculate the change internal energy object according to time. That way also condition or boundary conditions must be accommodated so that fitting in with situation which is there are in problem of unsteady state heat transfer. Analysis of unsteady state heat transfer have the real practical meaning remember to the number of process - process the warm-up and refrigeration which must be counted in industrial applying.

Research which is doing to know temperature distribution of 2 dimensional composite generating energy at inner center object unsteady state heat transfer. Test object in this research has own the temperature of early same and the boundary with emit a stream of fluid (T_{∞}) also get heat flux (q''). Variation which conducting at this research is variation of heat transfer coefficient convection (h) [with the value 2000 W/m² °C then 5000 W/m² °C then 20000 W/m² °C then 50000 W/m² °C and 100000 W/m² °C], thermal conductivity (k) [with the substance at k_b , that is steel of carbon C = 0,5 % then nickel then zinc then magnesium and copper], level of heat flux (q'') [with the value 100 W/m² then 5000 W/m² then 10000 W/m² then 50000 W/m² and 100000 W/m²] and energy generated per set of volume (q) [with the value 10 MW/m³ then 20 MW/m³ then 50 MW/m³ then 75 MW/m³ and 100 MW/m³]. This research use the computing method different finite of eksplisit with program Microsoft excel to present graph. Temperature distribution obtained in presenting in the form of graph. With seen the graph we can know the temperature at every nodes, without us have to use the thermo couple that costly price.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Dalam proses pemanasan atau pendinginan yang berlangsung sebelum tercapainya keseimbangan, analisis mesti disesuaikan untuk memperhitungkan perubahan energi dalam (*internal energy*) benda menurut waktu. Demikian pula kondisi atau syarat – syarat batas (*boundary conditions*) mesti disesuaikan agar cocok dengan situasi fisis yang terdapat dalam masalah perpindahan kalor keadaan tak tunak (*unsteady state heat transfer*). Analisis perpindahan kalor keadaan tak tunak jelas mempunyai arti praktis yang nyata mengingat banyaknya proses – proses pemanasan dan pendinginan yang harus dihitung dalam penerapan industri.

Contoh penerapan industri yang ada pada kehidupan sehari – hari yaitu pada heater. Alat heater digunakan untuk memanaskan fluida berupa air yang mempunyai titik didih 100°C pada tekanan 1 atmosfer. Heater dapat diasumsikan sebagai benda padat komposit (dua bahan) 2 dimensi berbangkit energi pada pusat benda bagian dalam. Distribusi suhu pada heater dapat dihitung dengan berbagai macam metode (untuk keadaan tak tunak). Salah satu metode yaitu metode komputasi beda hingga. Keunggulan metode komputasi beda hingga dibandingkan dengan metode analitis salah satunya adalah kemudahan dalam

menyelesaikan persoalan distribusi kalor keadaan tak tunak (*unsteady state heat transfer*).

Penelitian tentang distribusi suhu pada benda padat komposit (dua bahan) 2 dimensi berbangkit energi pada pusat benda bagian dalam belum banyak dilakukan atau belum ada yang mengungkapkan secara jelas tentang pola distribusi suhunya. Metode yang dipakai pada penelitian ini menggunakan metode komputasi beda hingga cara eksplisit dengan simulasi Microsoft Excel.

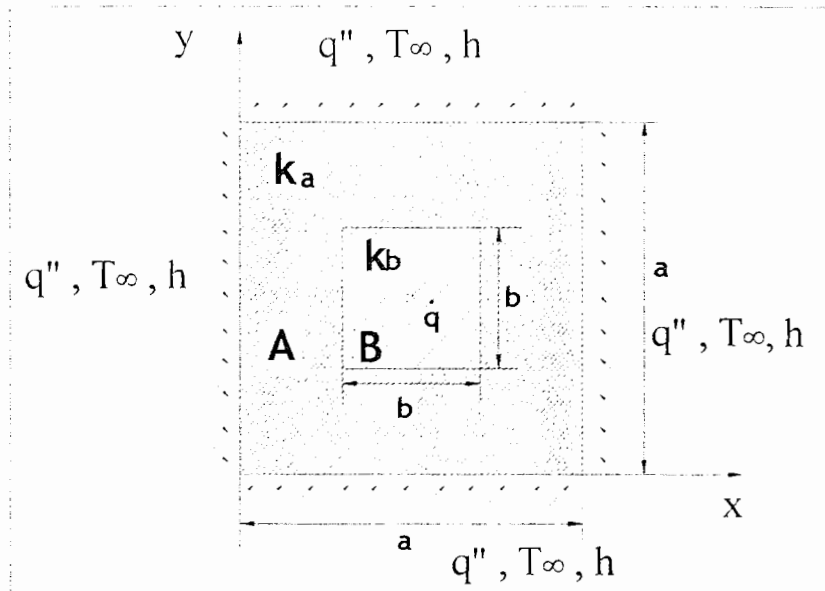
1.2. Perumusan Masalah

Penelitian ini dilakukan terhadap benda padat komposit (dua bahan) 2 dimensi berbangkit energi pada pusat benda bagian dalam pada keadaan tak tunak. Bentuk penampang segi empat, dengan ukuran $a \times a$ dibagian dalam terdapat bahan lain yang ukurannya lebih kecil berbentuk segi empat dengan ukuran $b \times b$. Di pusat benda bagian dalam terdapat energi pembangkitan yang besarnya persatuan volume \dot{q} . Diseluruh dinding benda sepanjang a berbatasan dengan fluida yang bergerak dengan suhu T_∞ dan nilai koefisien perpindahan panas h , juga fluks kalor sebesar q'' . Perpindahan panas hanya terjadi dalam arah x dan y , sifat – sifat bahan (ρ , c , k) homogen dan tetap atau tidak berubah terhadap perubahan suhu. Nilai koefisien perpindahan panas konveksi (h) merata dan tetap selama proses tak tunak berlangsung, demikian juga suhu fluida (T_∞). Besarnya energi pembangkitan persatuan volume (\dot{q}) dan fluks kalor (q'') tetap

tidak berubah terhadap perubahan waktu. Suhu awal benda seragam untuk seluruh benda, sebesar T_i .

Pada penelitian ini sifat – sifat bahan dapat dilihat pada Tabel 1.1. Penelitian dilakukan dengan memvariasikan nilai koefisien perpindahan panas konveksi (h), konduktivitas termal bahan (k), besarnya fluks kalor (q'') dan besarnya energi pembangkitan persatuan volume (\dot{q}). Pada variasi konduktivitas termal bahan (k), variasi hanya pada luasan $b \times b$ sedangkan luasan $a \times a$ bahannya tetap.

Model matematik yang sesuai dengan persoalan dinyatakan dengan persamaan 1.1 dan persamaan 1.2.



Gambar 1.1 : Benda yang akan ditinjau distribusi suhunya

Model matematik :

a. untuk titik pusat benda

$$\frac{\partial^2 T(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, t)}{\partial y^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha} \times \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial t} \quad x = \frac{1}{2} a, y = \frac{1}{2} a, t \geq 0 \dots (1.1)$$

b. untuk titik yang tidak berada di pusat

$$\frac{\partial^2 T(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, t)}{\partial y^2} = \frac{1}{\alpha} \times \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial t} \quad 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq a, t \geq 0 \dots (1.2)$$

Kondisi awal :

$$T(x, y, t) = T_i \quad 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq a, t = 0$$

Kondisi batas :

a. Batas dinding kiri benda ($x = 0, 0 \leq y \leq a, t > 0$)

$$\left[\begin{aligned} & \left[h \times A \times (T_i - T(x, y, t)) \right] + \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial y} \right] \\ & + \left[k_a \times A \times \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial x} \right] - \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial y} \right] + [q'' \times A] \end{aligned} \right] = \rho \times c \times \frac{V}{2} \times \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial t} \dots (1.3)$$

b. Batas dinding atas benda ($y = a, 0 \leq x \leq a, t > 0$)

$$\left[\begin{aligned} & - \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial x} \right] + [h \times A \times (T_\infty - T(x, y, t))] \\ & + \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial x} \right] - \left[k_a \times A \times \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial y} \right] + [q'' \times A] \end{aligned} \right] = \rho \times c \times \frac{V}{2} \times \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial t} \dots (1.4)$$

c. Batas dinding kanan benda ($x = a, 0 \leq y \leq a, t > 0$)

$$\left[\begin{array}{l} - \left[k_a \times A \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial x} \right] + \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y} \right] \\ + \left[h \times A \times (T_\infty - T(x,y,t)) \right] - \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y} \right] + [q'' \times A] \end{array} \right] = \rho \times c \times \frac{V}{2} \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial t} \dots \dots \dots (1.5)$$

d. Kondisi dinding bawah benda ($y = 0, 0 \leq x \leq a, t > 0$)

$$\left[\begin{array}{l} - \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial x} \right] + \left[k_a \times A \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y} \right] \\ + \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial x} \right] + \left[h \times A \times (T_\infty - T(x,y,t)) \right] + [q'' \times A] \end{array} \right] = \rho \times c \times \frac{V}{2} \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial t} \dots \dots \dots (1.6)$$

Keterangan :

- α = difusivitas termal bahan (m²/detik)
- ρ = massa jenis benda (kg/m³)
- c = kalor spesifik bahan (J/kg °C)
- k = konduktivitas termal bahan (W/m °C)
- h = koefisien perpindahan panas konveksi (W/m² °C)
- A = luasan yang tegak lurus arah aliran kalor (m²)
- V = volume (m³)
- $T(x,y,t)$ = suhu pada posisi x dan y , pada saat t (°C)
- x = posisi yang ditinjau searah sumbu x (m)
- y = posisi yang ditinjau searah sumbu y (m)
- a = panjang dinding benda bagian luar (m)
- b = panjang dinding benda bagian dalam (m)

t = waktu (detik)

T_{∞} = suhu fluida ($^{\circ}\text{C}$)

T_i = suhu awal benda ($^{\circ}\text{C}$)

Tabel 1.1. Sifat – sifat bahan yang dipakai dalam penelitian
(Sumber : Holman, Perpindahan Kalor, 581)

No.	Bahan	Konduktivitas Bahan k , (W/m $^{\circ}\text{C}$)	Difusivitas termal α , (m^2/detik)
1.	Aluminium	204	$8,418 \times 10^{-5}$
2.	Baja karbon C = 0,5 %	54	$1,474 \times 10^{-5}$
3.	Nikel murni (99,9 %)	90	$2,226 \times 10^{-5}$
4.	Seng murni	112,2	$4,106 \times 10^{-5}$
5.	Magnesium murni	171	$9,708 \times 10^{-5}$
6.	Tembaga murni	386	$11,234 \times 10^{-5}$

1.3. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian tugas akhir ini adalah :

1. Untuk menentukan pengaruh koefisien perpindahan panas konveksi (h) terhadap distribusi suhu pada benda padat komposit (dua bahan) 2 dimensi keadaan tak tunak, dengan sumber pembangkitan energi di pusat benda.
2. Untuk menentukan pengaruh besarnya fluks kalor (q'') terhadap distribusi suhu pada benda padat komposit (dua bahan) 2 dimensi keadaan tak tunak dengan sumber pembangkitan energi di pusat benda.
3. Untuk menentukan pengaruh koefisien perpindahan panas konduksi (k) terhadap distribusi suhu pada benda padat komposit (dua bahan) 2 dimensi keadaan tak tunak dengan sumber pembangkitan energi di pusat benda.

4. Untuk menentukan pengaruh besarnya energi pembangkitan persatuan volume (\dot{q}) terhadap distribusi suhu pada benda padat komposit (dua bahan) 2 dimensi keadaan tak tunak dengan sumber pembangkitan energi di pusat benda.

1.4. Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian tugas akhir ini adalah :

1. Memberikan contoh penggunaan metode komputasi dalam perhitungan distribusi suhu untuk kasus pada benda padat komposit (dua bahan) 2 dimensi pada keadaan tak tunak dengan sumber pembangkitan energi di pusat benda.
2. Dapat dipakai untuk menghitung waktu kapan terjadinya distribusi suhu pada benda padat komposit (dua bahan) 2 dimensi keadaan tak tunak dengan sumber pembangkitan energi di pusat benda seperti yang diinginkan.
3. Dapat memilih bahan yang sesuai untuk kebutuhan yang diinginkan, jika diinginkan distribusi suhu seperti yang ingin direncanakan.
4. Dapat menentukan nilai suhu dari waktu ke waktu pada setiap posisi yang terjadi dalam benda tanpa harus mempergunakan termokopel atau pengujian di laboratorium yang memerlukan banyak waktu dan biaya.

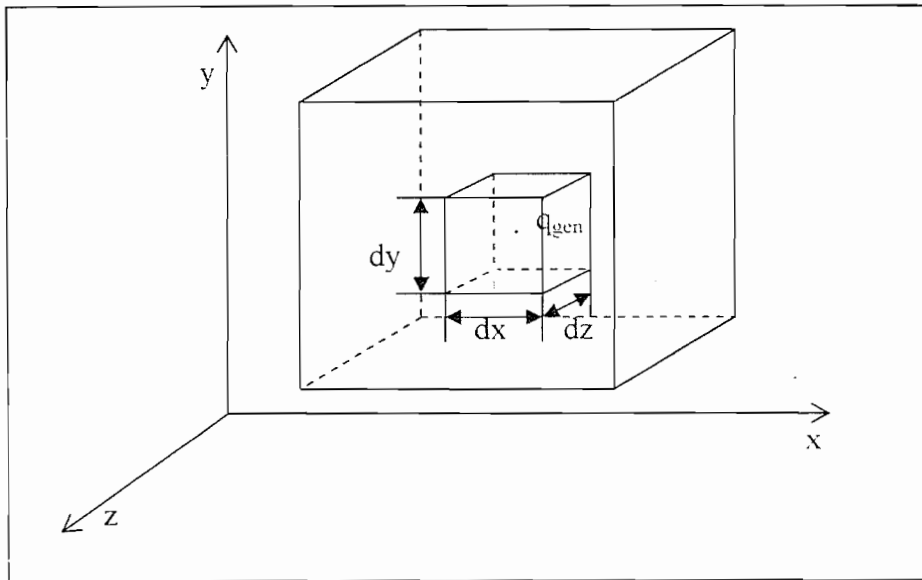
BAB II

LANDASAN TEORI

2.1. Dasar Teori

2.1.1. Model Matematik

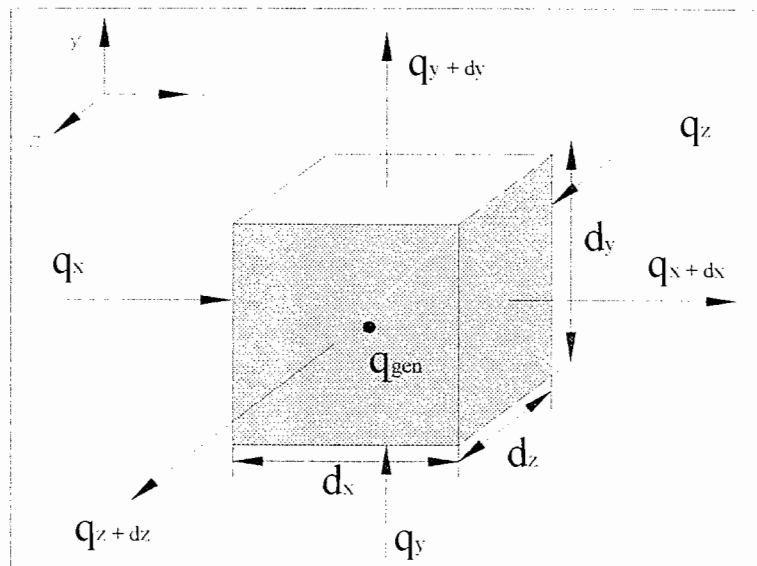
Untuk perpindahan kalor keadaan tak tunak (*unsteady state heat transfer*) dengan sumber pembangkitan energi di pusat benda, arah aliran kalornya dapat digambarkan dalam koordinat tiga dimensi (Gambar 2.2). Dengan menggunakan gambaran tersebut maka model matematik untuk kasus perpindahan kalor 3 dimensi keadaan tak tunak (*unsteady state heat transfer*) dengan sumber pembangkitan energi di pusat benda dapat ditulis sebagai berikut :



Gambar 2.1 : Koordinat benda tiga dimensi

Kesetimbangan energi :

$$\left[\begin{array}{l} \text{Seluruh energi} \\ \text{yang masuk} \\ \text{ke volume kontrol} \\ \text{selama } \Delta t \end{array} \right] - \left[\begin{array}{l} \text{Seluruh energi} \\ \text{yang keluar} \\ \text{dari volume kontrol} \\ \text{selama } \Delta t \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{Energi yang} \\ \text{dibangkitkan} \\ \text{di dalam volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{Perubahan} \\ \text{energi dalam} \\ \text{di dalam volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right]$$



Gambar 2.2 : Kesetimbangan energi pada volume kontrol

$$E_{in} \text{ (energi yang masuk)} = (q_x + q_y + q_z)$$

$$E_{out} \text{ (energi yang keluar)} = q_{(x+dx)} + q_{(y+dy)} + q_{(z+dz)}$$

$$E_{gen} \text{ (energi yang dibangkitkan di dalam benda)} = \dot{q} \times \text{Volume}$$

$$E_{st} \text{ (perubahan energi dalam)} = m \times c \times \frac{\Delta T}{\Delta t}$$

$$= [\rho \times V] \times c \times \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$= \rho \times [dx \times dy \times dz] \times c \times \frac{\partial T}{\partial t}$$

Kesetimbangan energi :

$$[E_{in}] - [E_{out}] + [E_{gen}] = [E_{st}] \dots\dots\dots(2.1)$$

$$E_{in} = (q_x + q_y + q_z) \dots\dots\dots(2.2)$$

$$\begin{aligned} E_{out} &= q_{(x+dx)} + q_{(y+dy)} + q_{(z+dz)} \\ &= \left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} \times dx \right) + \left(q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} \times dy \right) + \left(q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} \times dz \right) \\ &= (q_x + q_y + q_z) + \left[\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} \times dx \right) + \left(\frac{\partial q_y}{\partial y} \times dy \right) + \left(\frac{\partial q_z}{\partial z} \times dz \right) \right] \dots\dots\dots(2.3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{gen} &= \dot{q} \times V \\ &= \dot{q} \times (dx \times dy \times dz) \dots\dots\dots(2.4) \end{aligned}$$

$$E_{st} = \rho \times c \times [dx \times dy \times dz] \times \frac{\partial T}{\partial t} \dots\dots\dots(2.5)$$

Dengan cara mensubstitusikan Persamaan (2.2), (2.3), (2.4), dan (2.5) ke dalam Persamaan (2.1) :

$$[E_{in}] - [E_{out}] + [E_{gen}] = [E_{st}]$$

$$(q_x + q_y + q_z) - \left[(q_x + q_y + q_z) + \left[\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} \times dx \right) + \left(\frac{\partial q_y}{\partial y} \times dy \right) + \left(\frac{\partial q_z}{\partial z} \times dz \right) \right] \right] + [\dot{q} \times (dx \times dy \times dz)] = \rho \times c \times [dx \times dy \times dz] \times \frac{\partial T}{\partial t}$$

menghasilkan :

$$-\left[\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} \times dx\right) + \left(\frac{\partial q_y}{\partial y} \times dy\right) + \left(\frac{\partial q_z}{\partial z} \times dz\right)\right] + \left[\dot{q} \times (dx \times dy \times dz)\right] = \rho \times c \times [dx \times dy \times dz] \times \frac{\partial T}{\partial t}$$

dengan : $q_x = -k \times A_x \times \frac{\partial T}{\partial x} = -k \times (dy \times dz) \times \frac{\partial T}{\partial x}$

$$q_y = -k \times A_y \times \frac{\partial T}{\partial y} = -k \times (dx \times dz) \times \frac{\partial T}{\partial y}$$

$$q_z = -k \times A_z \times \frac{\partial T}{\partial z} = -k \times (dx \times dy) \times \frac{\partial T}{\partial z}$$

sehingga menghasilkan :

$$\left[\left((dx \times dy \times dz) \times \frac{\partial}{\partial x} \times \left(k \times \frac{\partial T}{\partial x} \right) \right) + \left((dx \times dy \times dz) \times \frac{\partial}{\partial y} \times \left(k \times \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right) + \left((dx \times dy \times dz) \times \frac{\partial}{\partial z} \times \left(k \times \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right) \right] + \left[\dot{q} \times (dx \times dy \times dz) \right] = \rho \times c \times (dx \times dy \times dz) \times \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} \times \left(k \times \frac{\partial T}{\partial x} \right) \right) + \left(\frac{\partial}{\partial y} \times \left(k \times \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right) + \left(\frac{\partial}{\partial z} \times \left(k \times \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right) + \dot{q} = \rho \times c \times \frac{\partial T}{\partial t} \dots\dots\dots(2.6)$$

Jika diasumsikan (k) mempunyai nilai yang konstan atau tidak berubah terhadap perubahan suhu, maka nilai (k) dapat dikeluarkan dari differensial pada Persamaan (2.6). Sehingga menghasilkan :

$$\left(k \times \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) + \left(k \times \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \left(k \times \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \dot{q} = \rho \times c \times \frac{\partial T}{\partial t}$$

atau :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{\rho \times c}{k} \times \frac{\partial T}{\partial t} \dots\dots\dots(2.7)$$

jika $\alpha = \frac{k}{\rho \times c}$

maka : (Holman, Perpindahan Kalor, 4)

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha} \times \frac{\partial T}{\partial t} \dots\dots\dots(2.8)$$

Persamaan (2.8) berlaku untuk kasus 3 dimensi keadaan tak tunak (*unsteady state heat transfer*) dengan sumber pembangkitan energi di pusat benda.

Keterangan pada persamaan (2.8) :

T : suhu pada posisi (x,y) yang ditinjau, saat t, (°C).

x : jarak x pada benda padat, (m).

y : jarak y pada benda padat, (m).

z : jarak z pada benda padat, (m).

\dot{q} : besarnya energi pembangkitan persatuan volume didalam benda padat, (W/m³).

k : koefisien perpindahan panas konduksi, (W/m.°C).

α : difusivitas termal bahan, (m²/detik).

t : selisih waktu, (detik).

Untuk kasus 2 dimensi keadaan tak tunak (*unsteady state heat transfer*) dengan sumber pembangkitan energi di pusat benda, model matematikanya :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha} \times \frac{\partial T}{\partial t} \dots\dots\dots(2.9)$$

Untuk kasus 2 dimensi keadaan tak tunak (*unsteady state heat transfer*) tanpa sumber pembangkitan energi di pusat benda, model matematikanya :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{1}{\alpha} \times \frac{\partial T}{\partial t} \dots\dots\dots(2.10)$$

2.1.2 Dasar Teori Metode Beda Hingga

Banyak model matematik dari persoalan perpindahan panas yang berupa persamaan diferensial parsial dapat diselesaikan dengan mudah dengan metode komputasi numerik. Banyak cara dari metode komputasi numerik yang mampu menyelesaikan, tetapi sebenarnya hasil yang diberikan antara metode satu dengan yang lainnya tidak begitu jauh berbeda, pada umumnya perbedaannya hanya pada akurasi dan waktu penyelesaian. Pada penulisan skripsi ini dipilih metode beda hingga.

Pendekatan secara numerik dengan metode beda hingga untuk derivatif suatu fungsi terhadap variabel bebasnya mempergunakan persamaan dari deret Taylor. Untuk mendapatkan derivatif pertama dari suatu fungsi, pendekatan dilakukan dengan cara pemotongan deret ketiga, keempat, dan seterusnya dari deret Taylor, yang harganya dapat diabaikan. Pendekatan dapat dilakukan dengan cara : beda maju, beda mundur atau cara beda tengah.

2.1.2.1 Beda Maju

Bila fungsi $f(x)$ analitik, maka $f(x + \Delta x)$ dapat dinyatakan dengan deret Taylor terhadap x sebagai berikut,

$$f(x + \Delta x) = f(x) + (\Delta x) \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{(\Delta x)^3}{3!} \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} + \dots \quad (2.11)$$

atau dapat ditulis,

$$f(x + \Delta x) = f(x) + (\Delta x) \frac{\partial f}{\partial x} + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(\Delta x)^n}{n!} \frac{\partial^n f}{\partial x^n} \quad (2.12)$$

dari persamaan (2.12) diperoleh,

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(\Delta x)^{n-1}}{n!} \frac{\partial^n f}{\partial x^n} \quad (2.13)$$

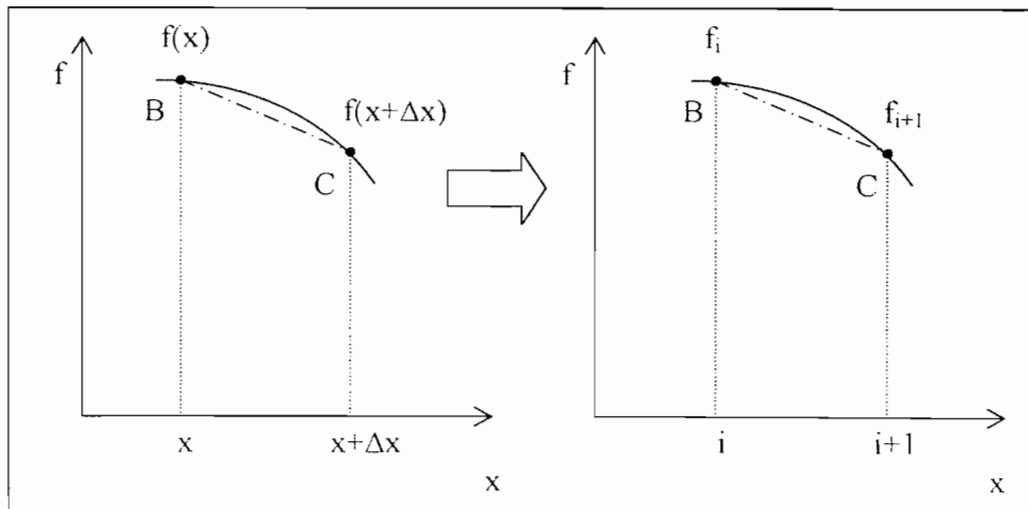
atau dapat ditulis,

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (2.14)$$

atau dapat dinyatakan dalam bentuk,

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_i = \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (2.15)$$

Secara grafik, seperti yang diperlihatkan pada Gambar 2.3, pendekatan ini diinterpretasikan sebagai slope di titik B, yang menggunakan harga fungsi di titik B dan titik C.



Gambar 2.3 : Ilustrasi persamaan (2.15)

Untuk mendapatkan harga pendekatan turunan kedua dari fungsi terhadap x , dilakukan langkah – langkah sebagai berikut,

$$f(x + \Delta x) = f(x) + (\Delta x) \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{(\Delta x)^3}{3!} \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} + \dots \quad (2.16)$$

bila $f(x+2\Delta x)$ diekspansikan dengan deret Taylor, menghasilkan persamaan berikut,

$$f(x + 2\Delta x) = f(x) + (2\Delta x) \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{(2\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{(2\Delta x)^3}{3!} \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} + \dots \quad (2.17)$$

bila $f(x+2\Delta x) - 2f(x+\Delta x)$ menghasilkan,

$$f(x + 2\Delta x) - 2f(x + \Delta x) = -f(x) + (\Delta x)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + (\Delta x)^3 \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} + \dots \quad (2.18)$$

dari persamaan (2.18) dapat diperoleh,

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{f(x+2\Delta x) - 2f(x+\Delta x) + f(x)}{(\Delta x)^2} + O(\Delta x) \dots\dots\dots(2.19)$$

atau dapat dinyatakan dengan,

$$\left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_i = \frac{f_{i+2} - 2f_{i+1} + f_i}{(\Delta x)^2} + O(\Delta x) \dots\dots\dots(2.20)$$

2.1.2.2 Beda Mundur

Bila fungsi $f(x)$ analitik, maka $f(x-\Delta x)$ dapat dinyatakan dengan deret

Taylor terhadap x sebagai berikut,

$$f(x-\Delta x) = f(x) - (\Delta x) \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{(\Delta x)^3}{3!} \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} + \dots\dots\dots(2.21)$$

atau dapat dinyatakan dengan,

$$f(x-\Delta x) = f(x) - (\Delta x) \frac{\partial f}{\partial x} + \sum_{n=2}^{\infty} \left[\pm \frac{(\Delta x)^n}{n!} \right] \frac{\partial^n f}{\partial x^n} \dots\dots\dots(2.22)$$

bila n genap : +, bila n ganjil : -

dari persamaan (2.22) diperoleh,

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x) - f(x-\Delta x)}{\Delta x} + O(\Delta x) \dots\dots\dots(2.23)$$

atau dapat dinyatakan dengan bentuk,

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_i = \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x} + O(\Delta x) \dots\dots\dots(2.24)$$

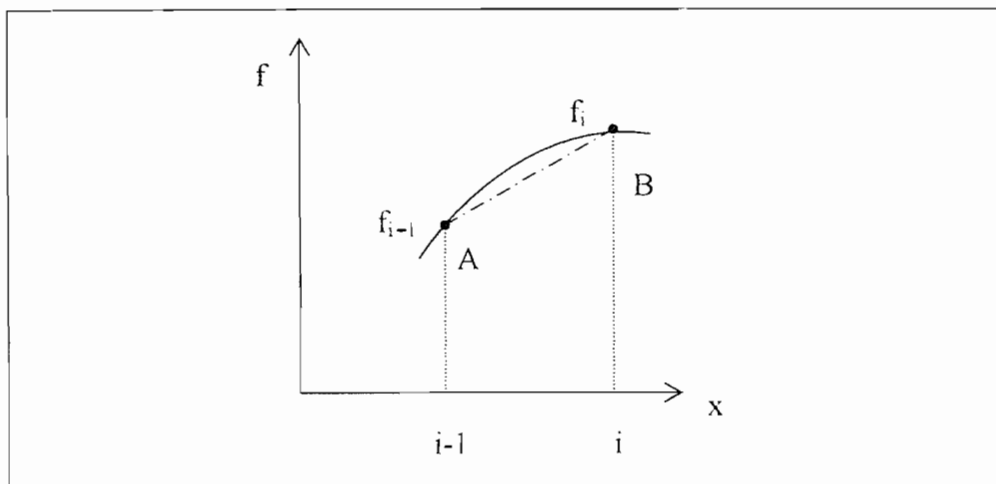
Secara grafik, diperlihatkan dalam Gambar 2.4, pendekatan ini diinterpretasikan sebagai slope atau kemiringan dari fungsi f dititik B, dengan mempergunakan harga fungsi di titik A dan B.

Untuk mendapatkan harga pendekatan turunan kedua dari fungsi f terhadap x , dapat dilakukan dengan menggunakan ekspansi deret Taylor fungsi $f(x-\Delta x)$ dan $f(x-2\Delta x)$.

$$f(x-\Delta x) = f(x) - (\Delta x) \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{(\Delta x)^3}{3!} \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} + \dots \quad (2.25)$$

$$f(x-2\Delta x) = f(x) - (2\Delta x) \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{(2\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{(2\Delta x)^3}{3!} \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} + \dots \quad (2.26)$$

bila $f(x-2\Delta x) - 2f(x-\Delta x)$, diperoleh turunan kedua dari fungsi f terhadap x , yang dapat dinyatakan dengan persamaan berikut,



Gambar 2.4 :Ilustrasi persamaan (2.24)

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{f(x) - 2f(x - \Delta x) + f(x - 2\Delta x)}{(\Delta x)^2} + O(\Delta x) \dots\dots\dots(2.27)$$

atau dapat dinyatakan dengan persamaan,

$$\left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_i = \frac{f_i - 2f_{i-1} + f_{i-2}}{(\Delta x)^2} + O(\Delta x) \dots\dots\dots(2.28)$$

2.1.2.3 Beda Tengah

Dengan memanfaatkan ekspansi dari fungsi $f(x+\Delta x)$ dan $f(x-\Delta x)$, dapat diperoleh turunan pertama f terhadap x dengan cara beda tengah :

$$f(x + \Delta x) = f(x) + (\Delta x) \frac{\partial f}{\partial x} + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(\Delta x)^n}{n!} \frac{\partial^n f}{\partial x^n} \dots\dots\dots(2.29)$$

$$f(x - \Delta x) = f(x) - (\Delta x) \frac{\partial f}{\partial x} + \sum_{n=2}^{\infty} \left[\pm \frac{(\Delta x)^n}{n!} \right] \frac{\partial^n f}{\partial x^n} \dots\dots\dots(2.30)$$

bila $f(x+\Delta x) - f(x-\Delta x)$, diperoleh

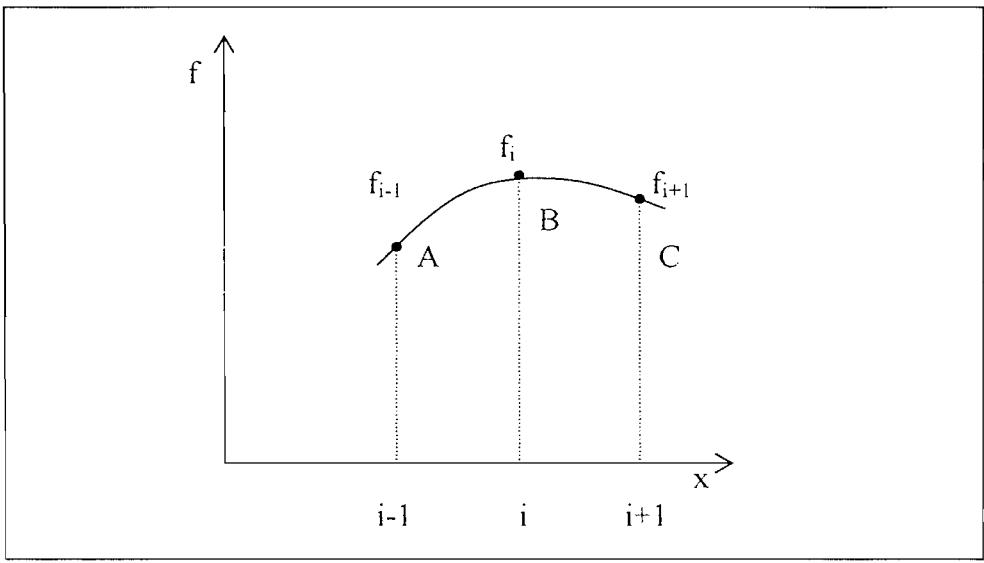
$$f(x + \Delta x) - f(x - \Delta x) = 2\Delta x \frac{\partial f}{\partial x} + 2 \frac{(\Delta x)^3}{3!} \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} + \dots\dots\dots(2.31)$$

dari persamaan (2.31), didapat

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x - \Delta x)}{2\Delta x} + O(\Delta x)^2 \dots\dots\dots(2.32)$$

atau dapat dinyatakan dengan bentuk persamaan,

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_i = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x} + O(\Delta x)^2 \dots\dots\dots(2.33)$$



Gambar 2.5 : Ilustrasi persamaan (2.33)

Secara grafik, diperlihatkan pada Gambar 2.5, pendekatan ini diinterpretasikan sebagai slope atau kemiringan di titik B dengan mempergunakan pada titik A dan C.

Untuk mendapatkan harga pendekatan turunan kedua dari fungsi f terhadap x , dapat dilakukan dengan menambahkan persamaan $f(x+\Delta x)$ dengan $f(x-\Delta x)$.

$$f(x + \Delta x) = f(x) + (\Delta x) \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{(\Delta x)^3}{3!} \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} + \dots \quad (2.34)$$

$$f(x - \Delta x) = f(x) - (\Delta x) \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{(\Delta x)^3}{3!} \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} + \dots \quad (2.35)$$

bila $f(x+\Delta x) + f(x-\Delta x)$, menghasilkan persamaan yang dapat dinyatakan dengan persamaan berikut :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{f(x + \Delta x) - 2f(x) + f(x - \Delta x)}{(\Delta x)^2} + O(\Delta x)^2 \dots\dots\dots(2.36)$$

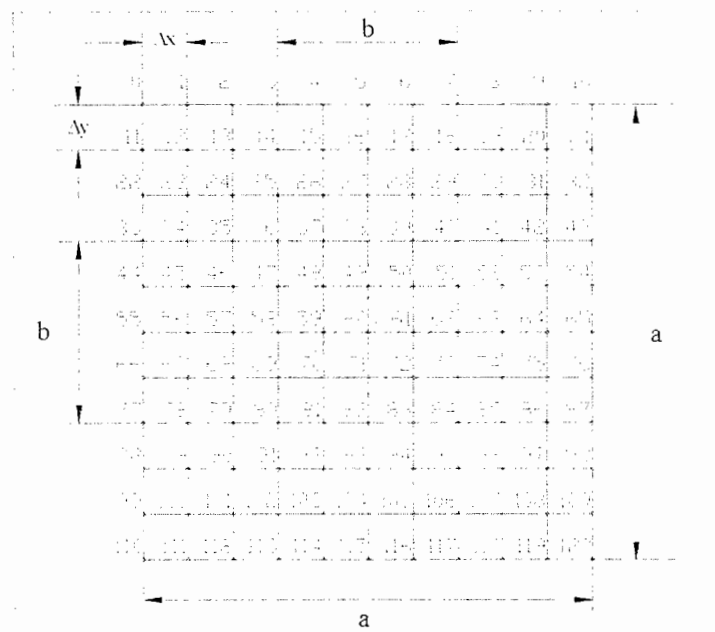
atau dapat dinyatakan dengan bentuk persamaan,

$$\left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_i = \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{(\Delta x)^2} + O(\Delta x)^2 \dots\dots\dots(2.37)$$

Subskrip i menandakan posisi x dan superskrip n menandakan saat t , Δx menyatakan jarak antar node dan Δt menyatakan selang waktu pengukuran.

BAB III
PERSAMAAN BEDA HINGGA
PADA NODE BENDA UJI

3.1. Penerapan Metode Numerik Pada Persoalan

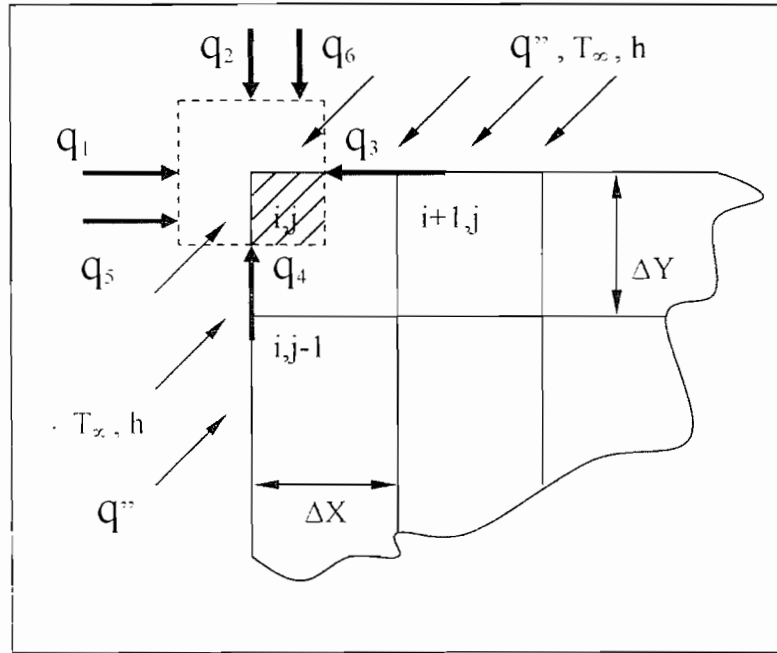


Gambar 3.1 : Ilustrasi benda uji

Benda uji mula – mula mempunyai suhu merata T_i ($^{\circ}\text{C}$), kemudian secara tiba – tiba dicelupkan ke dalam suatu fluida yang mempunyai suhu T_{∞} ($^{\circ}\text{C}$) dipertahankan tetap, dengan nilai koefisien perpindahan kalor konveksi (h) yang bernilai tetap juga. Benda uji berbentuk segi empat dengan $a \times a = 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ dan $b \times b = 4 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$. Penyelesaian dengan metode beda hingga, dilakukan dengan cara membagi – bagi benda uji menjadi elemen – elemen kecil, dengan ukuran $\Delta x \times \Delta y = 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$.

3.1.1. Persamaan Node Untuk Sudut Benda Sebelah Kiri Atas, Node 0

Dengan metode beda hingga, pada node 0 dapat dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut :



Gambar 3.2 : Posisi node 0

Kesetimbangan energi :

$$\left[\begin{array}{l} \text{Seluruh energi} \\ \text{yang masuk ke} \\ \text{permukaan volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{Besarnya energi} \\ \text{yang dibangkitkan} \\ \text{dalam volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{Perubahan energi dalam} \\ \text{pada volume kontrol} \\ \text{selama } \Delta t \end{array} \right]$$

$$[q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5 + q_6] = \rho_a \times c_a \times \frac{V}{4} \times \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t}, \quad \Delta X = \Delta Y \dots \dots \dots (3.1)$$

dengan : $q_1 = h \times \left(\frac{1}{2} \times \Delta Y\right) \times (1) \times (T_\infty - T_{i,j}^n)$ $q_2 = h \times \left(\frac{1}{2} \times \Delta X\right) \times (1) \times (T_\infty - T_{i,j}^n)$

$$q_3 = k_a \times \left(\frac{1}{2} \times \Delta Y\right) \times (1) \frac{T_{i+1,j}^n - T_{i,j}^n}{\Delta X} \quad q_4 = k_a \times \left(\frac{1}{2} \times \Delta X\right) \times (1) \frac{T_{i,j-1}^n - T_{i,j}^n}{\Delta Y}$$

$$q_5 = q'' \times A = q'' \times \frac{\Delta Y}{2} \times (1) \quad q_6 = q'' \times A = q'' \times \frac{\Delta X}{2} \times (1)$$

$$V = (\Delta X) \times (\Delta Y) \times (1)$$

kemudian disubstitusikan ke Persamaan (3.1) menghasilkan :

$$\left[\begin{aligned} & \left[\left(\frac{k_a}{2} \right) \times (T_{i+1,j}^n - T_{i,j}^n) \right] + \left[\left(\frac{k_a}{2} \right) \times (T_{i,j-1}^n - T_{i,j}^n) \right] + \\ & \left(h \times \frac{(\Delta X)}{2} \times (T_\infty - T_{i,j}^n) \right) + \left(h \times \frac{(\Delta X)}{2} \times (T_\infty - T_{i,j}^n) \right) + \\ & \left(q'' \times \frac{(\Delta X)}{2} \right) + \left(q'' \times \frac{(\Delta X)}{2} \right) \end{aligned} \right] = \rho_a \times c_a \times \frac{(\Delta X)^2}{4} \times \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t} \dots\dots\dots(3.2)$$

$$\left[\frac{4 \times \Delta t}{\rho_a \times c_a \times (\Delta X)^2} \right] \times \left[\begin{aligned} & \left(\frac{k_a}{2} \right) \times \left(T_{i+1,j}^n - T_{i,j}^n + T_{i,j-1}^n - T_{i,j}^n + \right. \\ & \left. \left(2 \times h \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \times (T_\infty - T_{i,j}^n) \right) + \right. \\ & \left. \left. 2 \times q'' \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right] = T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n \dots\dots\dots(3.3)$$

$$\left[\frac{2 \times k_a \times \Delta t}{\rho_a \times c_a \times (\Delta X)^2} \right] \times \left[\begin{aligned} & T_{i+1,j}^n + T_{i,j-1}^n - 2 \times T_{i,j}^n + \\ & \left(2 \times h \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \times (T_\infty - T_{i,j}^n) \right) + \\ & 2 \times q'' \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \end{aligned} \right] = T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n \dots\dots\dots(3.4)$$

$$[2 \times F_{0a}^i] \times \left[\begin{array}{l} T_{i+1,j}^n + T_{i,j-1}^n + \\ \left(2 \times h \times \frac{(\Delta Y)}{k_a} \times (T_x^n) \right) + \\ \left(2 \times q' \times \frac{(\Delta Y)}{k_a} \right) \end{array} \right] + \left[\left(2 \times F_{0a}^i \times (-2) \times T_{i,j}^n \right) - \left(2 \times F_{0a}^i \times \frac{2 \times h \times (\Delta Y)}{k_a} \times T_{i,j}^n \right) + T_{i,j}^n \right] = T_{i,j}^{n+1} \dots (3.5)$$

$$\left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} T_{i+1,j}^n + T_{i,j-1}^n + \\ \left(2 \times B_i \times (T_x^n) \right) + \\ \left(2 \times q' \times \frac{(\Delta Y)}{k_a} \right) \end{array} \right] \\ \left[2 \times F_{0a}^i \right] \times \left[\begin{array}{l} T_{i+1,j}^n + T_{i,j-1}^n + \\ \left(2 \times B_i \times (T_x^n) \right) + \\ \left(2 \times q' \times \frac{(\Delta Y)}{k_a} \right) \end{array} \right] \end{array} \right] + [1 - (4 \times F_{0a}^i) - (4 \times F_{0a}^i \times B_i)] \times T_{i,j}^n = T_{i,j}^{n+1} \dots (3.6)$$

Dengan syarat stabilitas :

$$1 - (4 \times F_{0a}^i) - (4 \times F_{0a}^i \times B_i) \geq 0 \dots (3.7)$$

$$-(4 \times F_{0a}^i) - (4 \times F_{0a}^i \times B_i) \geq -1 \dots (3.8)$$

$$(4 \times F_{0a}^i) + (4 \times F_{0a}^i \times B_i) \leq 1 \dots (3.9)$$

$$F_{0a}^i \times (4 + (4 \times B_i)) \leq 1 \dots (3.10)$$

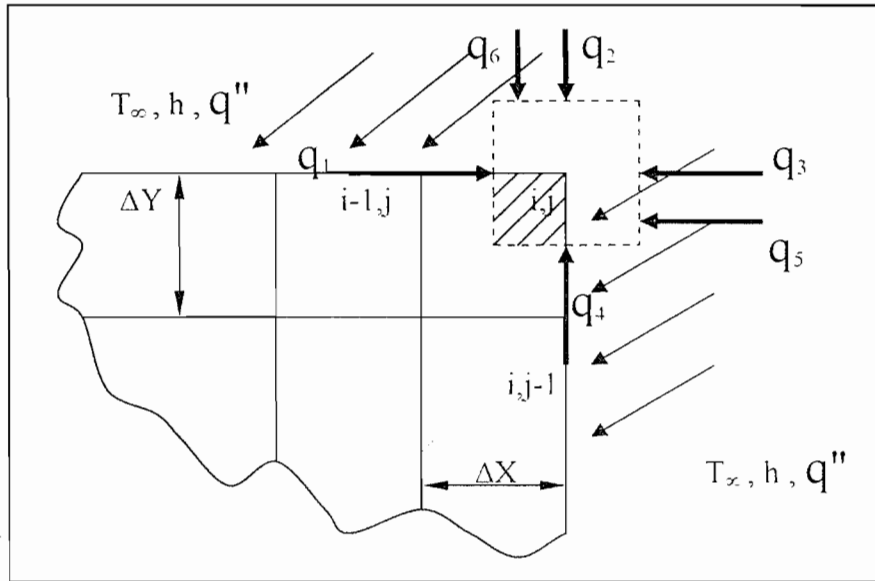
$$F_{0a}^i \leq \frac{1}{4 \times (1 + B_i)} \dots (3.11)$$

$$\frac{\alpha_a \times \Delta t}{(\Delta X)^2} \leq \frac{1}{4 \times (1 + B_i)} \dots (3.12)$$

$$\Delta t \leq \frac{(\Delta X)^2}{4 \times \alpha_a \times (1 + B_i)} \dots (3.13)$$

3.1.2. Persamaan Node Untuk Sudut Benda Sebelah Kanan Atas, Node 10

Dengan metode beda hingga, pada node 10 dapat dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut :



Gambar 3.3 : Posisi node 10

Kesetimbangan energi :

$$\left[\begin{array}{l} \text{Seluruh energi} \\ \text{yang masuk ke} \\ \text{permukaan volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{Besarnya energi} \\ \text{yang dibangkitkan} \\ \text{dalam volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{Perubahan energi dalam} \\ \text{pada volume kontrol} \\ \text{selama } \Delta t \end{array} \right]$$

$$[q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5 + q_6] = \rho_a \times c_a \times \frac{V}{4} \times \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t}, \quad \Delta X = \Delta Y \dots \dots \dots (3.14)$$



dengan : $q_1 = k_a \times \left(\frac{1}{2} \times \Delta Y\right) \times (1) \times \frac{T_{i-1,j}'' - T_{i,j}''}{\Delta X}$ $q_2 = h \times \left(\frac{1}{2} \times \Delta X\right) \times (1) \times (T_\infty - T_{i,j}'')$

$q_3 = h \times \left(\frac{1}{2} \times \Delta Y\right) \times (1) \times (T_\infty - T_{i,j}'')$ $q_4 = k_a \times \left(\frac{1}{2} \times \Delta X\right) \times (1) \times \frac{T_{i,j-1}'' - T_{i,j}''}{\Delta Y}$

$q_5 = q'' \times A = q'' \times \frac{\Delta Y}{2} \times (1)$ $q_6 = q'' \times A = q'' \times \frac{\Delta X}{2} \times (1)$

$V = (\Delta X) \times (\Delta Y) \times (1)$

kemudian disubstitusikan ke Persamaan (3.14) menghasilkan :

$$\left[\begin{aligned} & \left[\left(\frac{k_a}{2} \right) \times (T_{i-1,j}'' - T_{i,j}'') \right] + \left[\left(\frac{k_a}{2} \right) \times (T_{i,j-1}'' - T_{i,j}'') \right] + \\ & \left(h \times \frac{(\Delta Y)}{2} \times (T_\infty - T_{i,j}'') \right) + \left(h \times \frac{(\Delta Y)}{2} \times (T_\infty - T_{i,j}'') \right) + \\ & \left(q'' \times \frac{(\Delta X)}{2} \right) + \left(q'' \times \frac{(\Delta X)}{2} \right) \end{aligned} \right] = \rho_a \times c_a \times \frac{(\Delta X)^2}{4} \times \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}''}{\Delta} \dots\dots\dots(3.15)$$

$$\left[\frac{4 \times \Delta t}{\rho_a \times c_a \times (\Delta X)^2} \right] \times \left[\begin{aligned} & \left(\frac{k_a}{2} \right) \times \left(\begin{aligned} & T_{i-1,j}'' - T_{i,j}'' + T_{i,j-1}'' - T_{i,j}'' + \\ & \left(2 \times h \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \times (T_\infty - T_{i,j}'') \right) + \\ & \left(2 \times q'' \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \end{aligned} \right) \end{aligned} \right] = T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}'' \dots\dots\dots(3.16)$$

$$\left[\frac{2 \times k_a \times \Delta t}{\rho_a \times c_a \times (\Delta X)^2} \right] \times \left[\begin{aligned} & T_{i-1,j}'' + T_{i,j-1}'' - (2 \times T_{i,j}'') + \\ & \left(2 \times h \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \times (T_\infty - T_{i,j}'') \right) + \\ & \left(2 \times q'' \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \end{aligned} \right] = T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}'' \dots\dots\dots(3.17)$$

$$[2 \times F_{0a}'] \times \left[\begin{array}{l} T_{i,j}^n + T_{i,j-1}^n + \\ \left(2 \times h \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \times (T_{\infty}') \right) \\ \left(2 \times q' \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \end{array} \right] + \left[\left(2 \times F_{0a}' \times (-2) \times T_{i,j}^n \right) - \left(2 \times F_{0a}' \times \frac{2 \times h \times (\Delta X)}{k_a} \times T_{i,j}^n \right) + T_{i,j}^n \right] = T_{i,j}^{n+1} \dots (3.18)$$

$$\left[\left[2 \times F_{0a}' \times \left[\begin{array}{l} T_{i,j}^n + T_{i,j-1}^n + \\ \left(2 \times B_i \times (T_{\infty}') \right) \\ \left(2 \times q' \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \end{array} \right] \right] + \left[1 - (4 \times F_{0a}') - (4 \times F_{0a}' \times B_i) \right] \times T_{i,j}^n = T_{i,j}^{n+1} \dots (3.19)$$

Dengan syarat stabilitas :

$$1 - (4 \times F_{0a}') - (4 \times F_{0a}' \times B_i) \geq 0 \dots (3.20)$$

$$-(4 \times F_{0a}') - (4 \times F_{0a}' \times B_i) \geq -1 \dots (3.21)$$

$$(4 \times F_{0a}') + (4 \times F_{0a}' \times B_i) \leq 1 \dots (3.22)$$

$$F_{0a}' \times (4 + (4 \times B_i)) \leq 1 \dots (3.23)$$

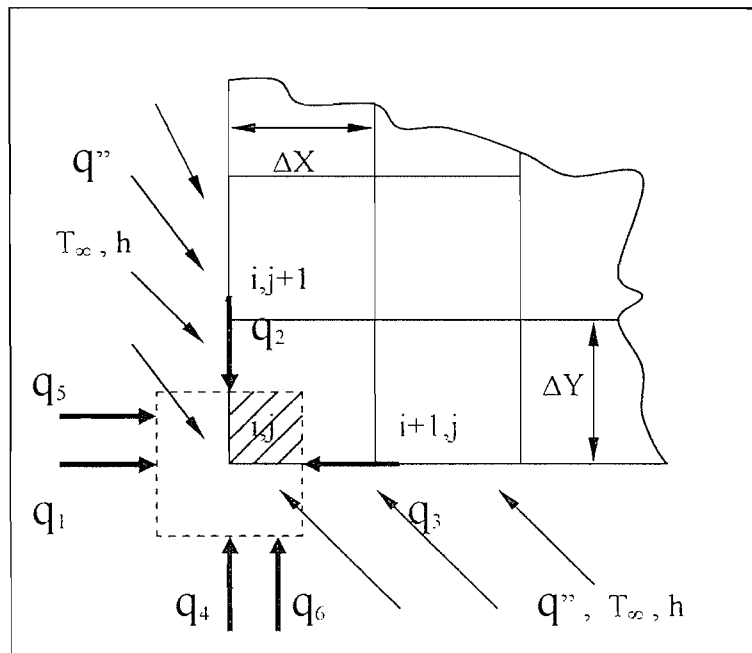
$$F_{0a}' \leq \frac{1}{4 \times (1 + B_i)} \dots (3.24)$$

$$\frac{\alpha_a \times \Delta t}{(\Delta X)^2} \leq \frac{1}{4 \times (1 + B_i)} \dots (3.25)$$

$$\Delta t \leq \frac{(\Delta X)^2}{4 \times \alpha_a \times (1 + B_i)} \dots (3.26)$$

3.1.3. Persamaan Node Untuk Sudut Benda Sebelah Kiri Bawah, Node 110

Dengan metode beda hingga, pada node 110 dapat dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut :



Gambar 3.4 : Posisi node 110

Kesetimbangan energi :

$$\left[\begin{array}{l} \text{Seluruh energi} \\ \text{yang masuk ke} \\ \text{permukaan volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{Besarnya energi} \\ \text{yang dibangkitkan} \\ \text{dalam volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{Perubahan energi dalam} \\ \text{pada volume kontrol} \\ \text{selama } \Delta t \end{array} \right]$$

$$[q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5 + q_6] = \rho_a \times c_a \times \frac{V}{4} \times \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t}, \quad \Delta X = \Delta Y \dots \dots \dots (3.27)$$

dengan : $q_1 = h \times \left(\frac{1}{2} \times \Delta Y\right) \times (1) \times (T_{\infty} - T_{i,j}^n)$ $q_2 = k_a \times \left(\frac{1}{2} \times \Delta X\right) \times (1) \times \frac{T_{i,j+1}^n - T_{i,j}^n}{\Delta Y}$

$q_3 = k_a \times \left(\frac{1}{2} \times \Delta Y\right) \times (1) \times \frac{T_{i+1,j}^n - T_{i,j}^n}{\Delta X}$ $q_4 = h \times \left(\frac{1}{2} \times \Delta X\right) \times (1) \times (T_{\infty} - T_{i,j}^n)$

$q_5 = q'' \times A = q'' \times \frac{\Delta Y}{2} \times (1)$ $q_6 = q'' \times A = q'' \times \frac{\Delta X}{2} \times (1)$

$V = (\Delta X) \times (\Delta Y) \times (1)$

kemudian disubstitusikan ke Persamaan (3.27) menghasilkan :

$$\left[\begin{aligned} & \left[\left(\frac{k_a}{2} \right) \times (T_{i+1,j}^n - T_{i,j}^n) \right] + \left[\left(\frac{k_a}{2} \right) \times (T_{i,j+1}^n - T_{i,j}^n) \right] + \\ & \left(h \times \frac{(\Delta X)}{2} \times (T_{\infty} - T_{i,j}^n) \right) + \left(h \times \frac{(\Delta X)}{2} \times (T_{\infty} - T_{i,j}^n) \right) + \\ & \left(q'' \times \frac{(\Delta X)}{2} \right) + \left(q'' \times \frac{(\Delta X)}{2} \right) \end{aligned} \right] = \rho_a \times c_a \times \frac{(\Delta X)^2}{4} \times \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t} \dots\dots\dots(3.28)$$

$$\left[\frac{4 \times \Delta t}{\rho_a \times c_a \times (\Delta X)^2} \right] \times \left[\begin{aligned} & \left(\frac{k_a}{2} \right) \times \left(T_{i+1,j}^n - T_{i,j}^n + T_{i,j+1}^n - T_{i,j}^n + \right. \\ & \left. 2 \times h \times \frac{\Delta X}{k_a} \times (T_{\infty} - T_{i,j}^n) \right) + \\ & \left. \left(2 \times q'' \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right] = T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n \dots\dots\dots(3.29)$$

$$\left[\frac{2 \times k_a \times \Delta t}{\rho_a \times c_a \times (\Delta X)^2} \right] \times \left[\begin{aligned} & T_{i+1,j}^n + T_{i,j+1}^n - (2 \times T_{i,j}^n) + \\ & \left(2 \times h \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \times (T_{\infty} - T_{i,j}^n) \right) + \\ & \left(2 \times q'' \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \end{aligned} \right] = T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n \dots\dots\dots(3.30)$$

$$[2 \times I'_{0a}] \times \left[\begin{array}{c} T'_{i+l,j}{}^n + T'_{i,j+l}{}^n + \\ \left(2 \times h \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \times (T'_{\infty}) \right) \\ \left(2 \times q' \times \frac{(\Delta X)}{k_u} \right) \end{array} \right] + \left[\left(2 \times I'_{0a} \times (-2) \times T'_{i,j}{}^n \right) - \left(2 \times I'_{0a} \times \frac{2 \times h \times (\Delta X)}{k_a} T'_{i,j}{}^n \right) + T'_{i,j}{}^n \right] = T'_{i,j}{}^{n+1} \dots (3.31)$$

$$\left[\left[2 \times I'_{0a} \times \left[\begin{array}{c} T'_{i+l,j}{}^n + T'_{i,j+l}{}^n + \\ (2 \times B_i \times (T'_{\infty})) + \left(2 \times q' \times \frac{(\Delta X)}{k_u} \right) \end{array} \right] \right] + [1 - (4 \times I'_{0a}) - (4 \times I'_{0a} \times B_i)] \times T'_{i,j}{}^n = T'_{i,j}{}^{n+1} \dots (3.32)$$

Dengan syarat stabilitas :

$$1 - (4 \times I'_{0a}) - (4 \times I'_{0a} \times B_i) \geq 0 \dots (3.33)$$

$$-(4 \times I'_{0a}) - (4 \times I'_{0a} \times B_i) \geq -1 \dots (3.34)$$

$$(4 \times I'_{0a}) + (4 \times I'_{0a} \times B_i) \leq 1 \dots (3.35)$$

$$I'_{0a} \times (4 + (4 \times B_i)) \leq 1 \dots (3.36)$$

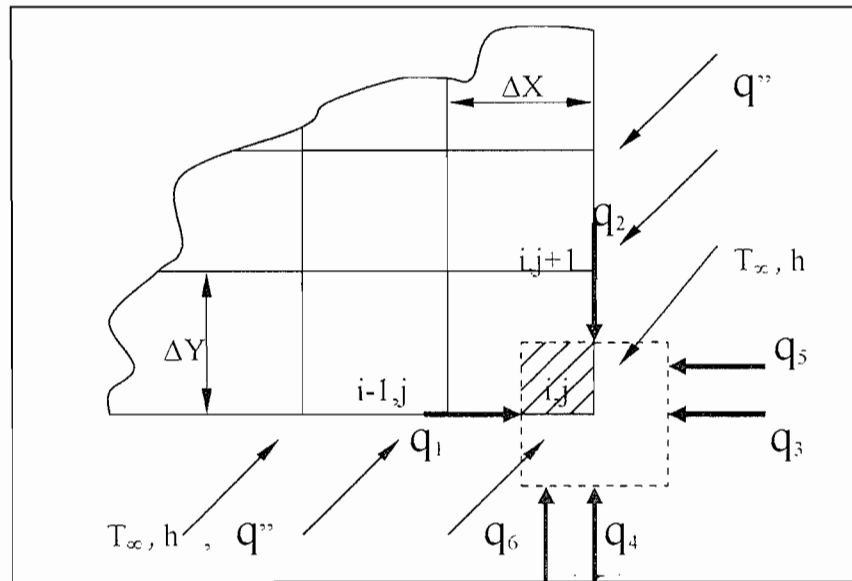
$$I'_{0a} \leq \frac{1}{4 \times (1 + B_i)} \dots (3.37)$$

$$\frac{\alpha_a \times \Delta t}{(\Delta X)^2} \leq \frac{1}{4 \times (1 + B_i)} \dots (3.38)$$

$$\Delta t \leq \frac{(\Delta X)^2}{4 \times \alpha_a \times (1 + B_i)} \dots (3.39)$$

3.1.4. Persamaan Node Untuk Sudut Benda Sebelah Kanan Bawah, Node 120

Dengan metode beda hinga, pada node 120 dapat dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut :



Gambar 3.5 : Posisi node 120

Kesetimbangan energi :

$$\left[\begin{array}{l} \text{Seluruh energi} \\ \text{yang masuk ke} \\ \text{permukaan volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{Besaranya energi} \\ \text{yang dibangkitkan} \\ \text{dalam volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{Perubahan energi dalam} \\ \text{pada volume kontrol} \\ \text{selama } \Delta t \end{array} \right]$$

$$[q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5 + q_6] = \rho_a \times c_a \times \frac{V}{4} \times \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t}, \quad \Delta X = \Delta Y \dots \dots \dots (3.40)$$

dengan : $q_1 = k_a \times \left(\frac{1}{2} \times \Delta Y\right) \times (1) \times \frac{T_{i-1,j}'' - T_{i,j}''}{\Delta X}$ $q_2 = k_a \times \left(\frac{1}{2} \times \Delta X\right) \times (1) \times \frac{T_{i,j+1}'' - T_{i,j}''}{\Delta Y}$

$q_3 = h \times \left(\frac{1}{2} \times \Delta Y\right) \times (1) \times (T_\infty - T_{i,j}'')$ $q_4 = h \times \left(\frac{1}{2} \times \Delta X\right) \times (1) \times (T_\infty - T_{i,j}'')$

$q_5 = q'' \times A = q'' \times \frac{\Delta Y}{2} \times (1)$ $q_6 = q'' \times A = q'' \times \frac{\Delta X}{2} \times (1)$

$V = (\Delta X) \times (\Delta Y) \times (1)$

kemudian disubstitusikan ke Persamaan (3.40) menghasilkan :

$$\left[\begin{aligned} & \left[\left(\frac{k_a}{2} \right) \times (T_{i-1,j}'' - T_{i,j}'') \right] + \left[\left(\frac{k_a}{2} \right) \times (T_{i,j+1}'' - T_{i,j}'') \right] + \\ & \left(h \times \frac{(\Delta Y)}{2} \times (T_\infty - T_{i,j}'') \right) + \left(h \times \frac{(\Delta X)}{2} \times (T_\infty - T_{i,j}'') \right) + \\ & \left(q'' \times \frac{(\Delta Y)}{2} \right) + \left(q'' \times \frac{(\Delta X)}{2} \right) \end{aligned} \right] = \rho_a \times c_a \times \frac{(\Delta X)^2}{4} \times \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}''}{\Delta t} \dots \dots \dots (3.41)$$

$$\left[\frac{4 \times \Delta t}{\rho_a \times c_a \times (\Delta X)^2} \right] \times \left[\begin{aligned} & \left(\frac{k_a}{2} \right) \times \left(T_{i-1,j}'' - T_{i,j}'' + T_{i,j+1}'' - T_{i,j}'' + \right. \\ & \left. 2 \times h \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \times (T_\infty - T_{i,j}'') \right) + \\ & \left. \left(2 \times q'' \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right] = T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}'' \dots \dots \dots (3.42)$$

$$\left[\frac{2 \times k_a \times \Delta t}{\rho_a \times c_a \times (\Delta X)^2} \right] \times \left[\begin{aligned} & T_{i-1,j}'' + T_{i,j+1}'' - (2 \times T_{i,j}'') + \\ & \left(2 \times h \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \times (T_\infty - T_{i,j}'') \right) + \\ & \left(2 \times q'' \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \end{aligned} \right] = T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}'' \dots \dots \dots (3.43)$$

$$[2 \times F_{0a}] \times \left[\begin{array}{l} T_{i-1,j}^n + T_{i,j+1}^n + \\ \left(2 \times h \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \times (T_x) \right) + \\ \left(2 \times q' \times \frac{(\Delta Y)}{k_a} \right) \end{array} \right] + \left[\left(2 \times F_{0a} \times (-2) \times T_{i,j}^n \right) - \left(2 \times F_{0a} \times \frac{2 \times h \times (\Delta X)}{k_a} \times T_{i,j}^n \right) + T_{i,j}^n \right] = T_{i,j}^{m+1} \dots (3.44)$$

$$\left[\left[2 \times F_{0a} \right] \times \left[\begin{array}{l} T_{i-1,j}^n + T_{i,j+1}^n + \\ \left(2 \times B_i \times (T_x) \right) + \left(2 \times q' \times \frac{(\Delta Y)}{k_a} \right) \end{array} \right] \right] + [1 - (4 \times F_{0a}) - (4 \times F_{0a} \times B_i)] \times T_{i,j}^n = T_{i,j}^{m+1} \dots (3.45)$$

Dengan syarat stabilitas :

$$1 - (4 \times F_{0a}) - (4 \times F_{0a} \times B_i) \geq 0 \dots (3.46)$$

$$-(4 \times F_{0a}) - (4 \times F_{0a} \times B_i) \geq -1 \dots (3.47)$$

$$(4 \times F_{0a}) + (4 \times F_{0a} \times B_i) \leq 1 \dots (3.48)$$

$$F_{0a} \times (4 + (4 \times B_i)) \leq 1 \dots (3.49)$$

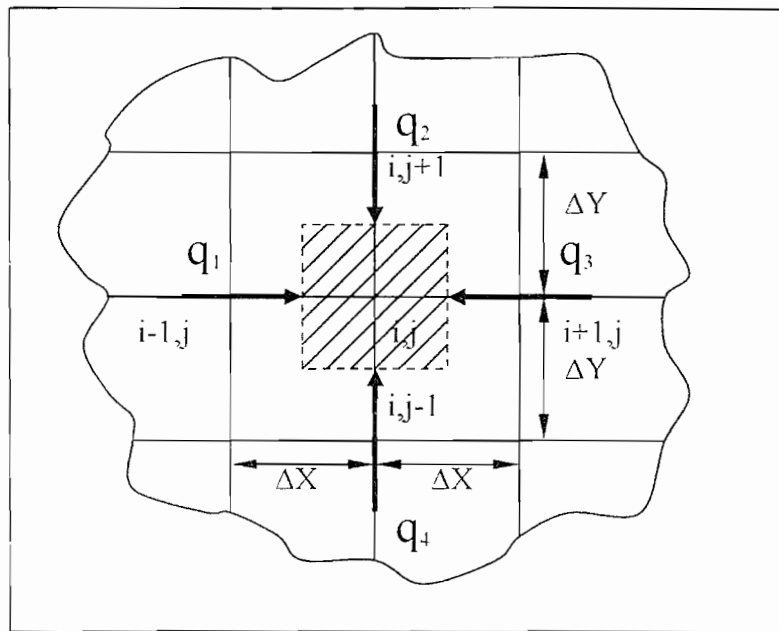
$$F_{0a} \leq \frac{1}{4 \times (1 + B_i)} \dots (3.50)$$

$$\frac{\alpha_a \times \Delta t}{(\Delta X)^2} \leq \frac{1}{4 \times (1 + B_i)} \dots (3.51)$$

$$\Delta t \leq \frac{(\Delta X)^2}{4 \times \alpha_a \times (1 + B_i)} \dots (3.52)$$

3.1.5. Persamaan Node Bagian Dalam Benda Untuk Benda Bagian A (k_a)

Dengan metode beda hingga, pada node 12 dan node-node lainnya yang memiliki bentuk kasus yang sama dapat dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut :



Gambar 3.6 : Posisi node 12

Kesetimbangan energi :

$$\left[\begin{array}{l} \text{Seluruh energi} \\ \text{yang masuk ke} \\ \text{permukaan volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{Besarnya energi} \\ \text{yang dibangkitkan} \\ \text{dalam volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{Perubahan energi dalam} \\ \text{pada volume kontrol} \\ \text{selama } \Delta t \end{array} \right]$$

$$[q_1 + q_2 + q_3 + q_4] = \rho_a \times c_a \times V \times \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t}, \quad \Delta X = \Delta Y \dots \dots \dots (3.53)$$

dengan : $q_1 = k_a \times (\Delta Y) \times (1) \times \frac{T_{i-1,j}'' - T_{i,j}''}{\Delta X}$ $q_2 = k_a \times (\Delta X) \times (1) \times \frac{T_{i,j+1}'' - T_{i,j}''}{\Delta Y}$

$q_3 = k_a \times (\Delta Y) \times (1) \times \frac{T_{i+1,j}'' - T_{i,j}''}{\Delta X}$ $q_4 = k_a \times (\Delta X) \times (1) \times \frac{T_{i,j-1}'' - T_{i,j}''}{\Delta Y}$

$V = (\Delta X) \times (\Delta Y) \times (1)$

kemudian disubstitusikan ke Persamaan (3.53) menghasilkan :

$$\left[k_a \times (T_{i-1,j}'' + T_{i,j+1}'' + T_{i+1,j}'' + T_{i,j-1}'' - (4 \times T_{i,j}'')) \right] = \rho_a \times c_a \times (\Delta X)^2 \times \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}''}{\Delta t} \dots (3.54)$$

$$\left[\frac{k_a \times \Delta t}{\rho_a \times c_a \times (\Delta X)^2} \times (T_{i-1,j}'' + T_{i,j+1}'' + T_{i+1,j}'' + T_{i,j-1}'' - (4 \times T_{i,j}'')) \right] = T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}'' \dots (3.55)$$

$$\left[\frac{\alpha_a \times \Delta t}{(\Delta X)^2} \times (T_{i-1,j}'' + T_{i,j+1}'' + T_{i+1,j}'' + T_{i,j-1}'' - (4 \times T_{i,j}'')) \right] + T_{i,j}'' = T_{i,j}^{n+1} \dots (3.56)$$

$$\left[F_{0a} \times (T_{i-1,j}'' + T_{i,j+1}'' + T_{i+1,j}'' + T_{i,j-1}'') \right] + \left[T_{i,j}'' - (4 \times F_{0a} \times T_{i,j}'') \right] = T_{i,j}^{n+1} \dots (3.57)$$

$$\left[F_{0a} \times (T_{i-1,j}'' + T_{i,j+1}'' + T_{i+1,j}'' + T_{i,j-1}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{i,j}'' = T_{i,j}^{n+1} \dots (3.58)$$

Dengan syarat stabilitas :

$$1 - (4 \times F_{0a}) \geq 0 \dots (3.59)$$

$$-(4 \times F_{0a}) \geq -1 \dots (3.60)$$

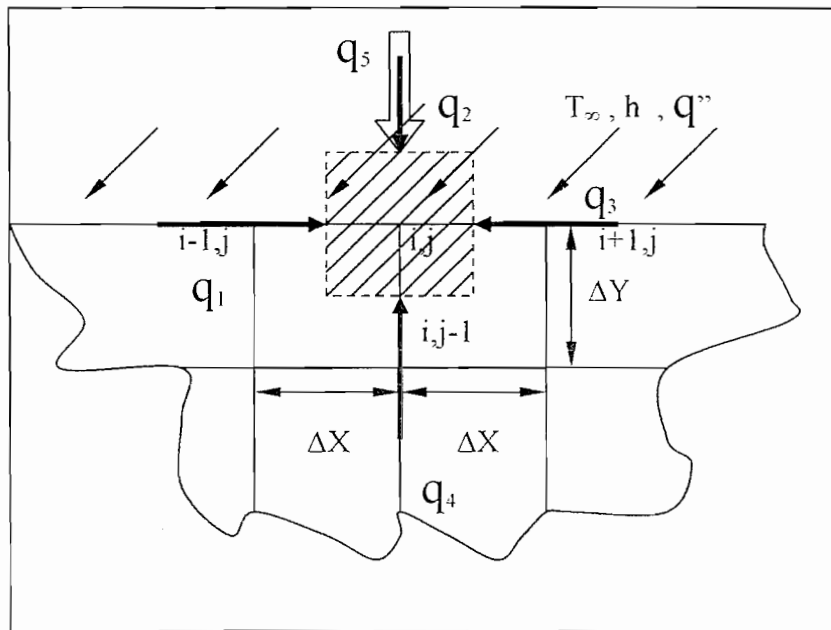
$$4 \times F_{0a} \leq 1 \dots (3.61)$$

$$\frac{\alpha_a \times \Delta t}{(\Delta X)^2} \leq \frac{1}{4} \dots (3.62)$$

$$\Delta t \leq \frac{(\Delta X)^2}{4 \times \alpha_a} \dots (3.63)$$

3.1.6. Persamaan Node Untuk Sisi Benda Bagian Atas

Dengan metode beda hingga, pada node 1 dan node-node lainnya yang memiliki bentuk kasus yang sama dapat dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut :



Gambar 3.7 :Posisi node 1

Kesetimbangan energi :

$$\left[\begin{array}{l} \text{Seluruh energi} \\ \text{yang masuk ke} \\ \text{permukaan volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{Besarnya energi} \\ \text{yang dibangkitkan} \\ \text{dalam volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{Perubahan energi dalam} \\ \text{pada volume kontrol} \\ \text{selama } \Delta t \end{array} \right]$$

$$[q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5] = \rho_a \times c_a \times \frac{V}{2} \times \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t} \quad , \quad \Delta X = \Delta Y \dots \dots \dots (3.64)$$

dengan :

$$q_1 = k_a \times \left(\frac{1}{2} \times \Delta Y\right) \times (1) \times \frac{T_{i-1,j}'' - T_{i,j}''}{\Delta X} \quad q_2 = h \times (\Delta X) \times (1) \times (T_\infty - T_{i,j}'')$$

$$q_3 = k_a \times \left(\frac{1}{2} \times \Delta Y\right) \times (1) \times \frac{T_{i+1,j}'' - T_{i,j}''}{\Delta X} \quad q_4 = k_a \times (\Delta X) \times (1) \times \frac{T_{i,j-1}'' - T_{i,j}''}{\Delta Y}$$

$$q_5 = q'' \times A = q'' \times (\Delta X) \times (1) \quad V = (\Delta X) \times (\Delta Y) \times (1)$$

kemudian disubstitusikan ke Persamaan (3.64) menghasilkan :

$$\left[\begin{aligned} &\left(\frac{k_a}{2}\right) \times (T_{i-1,j}'' - T_{i,j}'') + \left(k_a \times (T_{i,j-1}'' - T_{i,j}'')\right) + \\ &\left[\left(\frac{k_a}{2}\right) \times (T_{i+1,j}'' - T_{i,j}'')\right] + \left(h \times (\Delta X) \times (T_\infty - T_{i,j}'')\right) + (q'' \times (\Delta X)) \end{aligned} \right] = \rho_a \times c_a \times \frac{(\Delta X)^2}{2} \times \frac{T_{i,j}^{m+1} - T_{i,j}''}{\Delta Y} \dots (3.65)$$

$$\left[\frac{2 \times \Delta Y}{\rho_a \times c_a \times (\Delta X)^2} \right] \times \left[\begin{aligned} &\left(\frac{k_a}{2}\right) \times \left(T_{i-1,j}'' - T_{i,j}'' + (2 \times T_{i,j-1}'') - (2 \times T_{i,j}'') + T_{i+1,j}'' - T_{i,j}'' + \right) \\ &\left(\frac{2 \times h \times (\Delta X)}{k_a} \times (T_\infty - T_{i,j}'')\right) + \left(2 \times q'' \times \frac{(\Delta X)}{k_a}\right) \end{aligned} \right] = T_{i,j}^{m+1} - T_{i,j}'' \dots (3.66)$$

$$\left[\frac{k_a \times \Delta Y}{\rho_a \times c_a \times (\Delta X)^2} \times \left(\begin{aligned} &\left(T_{i-1,j}'' + (2 \times T_{i,j-1}'') + T_{i+1,j}'' - (4 \times T_{i,j}'') + \right) \\ &\left(\frac{2 \times h \times (\Delta X)}{k_a} \times (T_\infty - T_{i,j}'')\right) + \left(2 \times q'' \times \frac{(\Delta X)}{k_a}\right) \end{aligned} \right) \right] = T_{i,j}^{m+1} - T_{i,j}'' \dots (3.67)$$

$$\left[F_{0a} \times \left(\begin{aligned} &\left(T_{i-1,j}'' + (2 \times T_{i,j-1}'') + T_{i+1,j}'' + \right) \\ &\left(\frac{2 \times h \times (\Delta X)}{k_a} \times (T_\infty)\right) + \left(2 \times q'' \times \frac{(\Delta X)}{k_a}\right) \end{aligned} \right) \right] + \left[\begin{aligned} &\left(F_{0a} \times (-4) \times T_{i,j}''\right) - \left(F_{0a} \times \frac{2 \times h \times (\Delta X)}{k_a} \times T_{i,j}''\right) + T_{i,j}'' \end{aligned} \right] = T_{i,j}^{m+1} \dots (3.68)$$

$$\left[F_{0a} \times \left(\begin{aligned} &\left(T_{i-1,j}'' + (2 \times T_{i,j-1}'') + T_{i+1,j}'' + \right) \\ &\left(2 \times B_i \times (T_\infty)\right) + \left(2 \times q'' \times \frac{(\Delta X)}{k_a}\right) \end{aligned} \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_i)] \times T_{i,j}'' = T_{i,j}^{m+1} \dots (3.69)$$

Dengan syarat stabilitas :

$$1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_i) \geq 0 \quad \dots\dots\dots(3.70)$$

$$-(4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_i) \geq -1 \quad \dots\dots\dots(3.71)$$

$$(4 \times F_{0a}) + (2 \times F_{0a} \times B_i) \leq 1 \quad \dots\dots\dots(3.72)$$

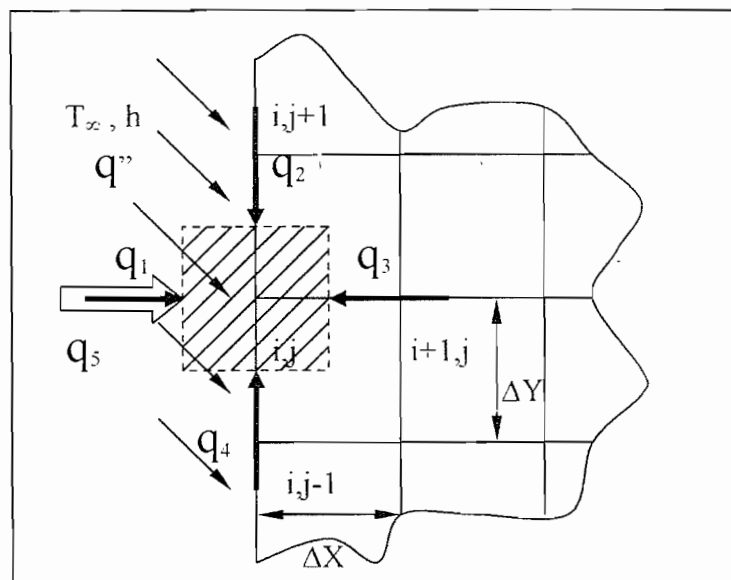
$$F_{0a} \times (4 + (2 \times B_i)) \leq 1 \quad \dots\dots\dots(3.73)$$

$$\frac{\alpha_a \times \Delta t}{(\Delta X)^2} \leq \frac{1}{(4 + (2 \times B_i))} \quad \dots\dots\dots(3.74)$$

$$\Delta t \leq \frac{(\Delta X)^2}{\alpha_a \times (4 + (2 \times B_i))} \quad \dots\dots\dots(3.75)$$

3.1.7. Persamaan Node Untuk Sisi Benda Bagian Kiri

Dengan metode beda hingga, pada node 11 dan node-node lainnya yang memiliki bentuk kasus yang sama dapat dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut :



Gambar 3.8 : Posisi node 11

Kesetimbangan energi :

$$\left[\begin{array}{l} \text{Seluruh energi} \\ \text{yang masuk ke} \\ \text{permukaan volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{Besarnya energi} \\ \text{yang dibangkitkan} \\ \text{dalam volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{Perubahan energi dalam} \\ \text{pada volume kontrol} \\ \text{selama } \Delta t \end{array} \right]$$

$$[q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5] = \rho_a \times c_a \times \frac{V}{2} \times \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t}, \quad \Delta X = \Delta Y \dots \dots \dots (3.76)$$

$$\begin{aligned} \text{dengan : } q_1 &= h \times (\Delta Y) \times (1) \times (T_\infty - T_{i,j}^n) & q_2 &= k_a \times \left(\frac{1}{2} \times \Delta X\right) \times (1) \times \frac{T_{i,j+1}^n - T_{i,j}^n}{\Delta Y} \\ q_3 &= k_a \times (\Delta Y) \times (1) \times \frac{T_{i+1,j}^n - T_{i,j}^n}{\Delta X} & q_4 &= k_a \times \left(\frac{1}{2} \times \Delta X\right) \times (1) \times \frac{T_{i,j-1}^n - T_{i,j}^n}{\Delta Y} \\ q_5 &= q'' \times A = q'' \times (\Delta Y) \times (1) & V &= (\Delta X) \times (\Delta Y) \times (1) \end{aligned}$$

kernudian disubstitusikan ke Persamaan (3.76) menghasilkan :

$$\left[\begin{array}{l} \left(h \times (\Delta X) \times (T_\infty - T_{i,j}^n) \right) + \left[\left(\frac{k_a}{2} \right) \times (T_{i,j+1}^n - T_{i,j}^n) \right] + \\ \left[k_a \times (T_{i+1,j}^n - T_{i,j}^n) \right] + \left[\left(\frac{k_a}{2} \right) \times (T_{i,j-1}^n - T_{i,j}^n) \right] + (q'' \times \Delta X) \end{array} \right] = \rho_a \times c_a \times \frac{(\Delta X)^2}{2} \times \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t} \dots \dots \dots (3.77)$$

$$\left[\frac{2 \times \Delta Y}{\rho_a \times c_a \times (\Delta X)^2} \right] \times \left[\left(\frac{k_a}{2} \right) \times \left(\left(\frac{2 \times h \times (\Delta X)}{k_a} \times (T_\infty - T_{i,j}^n) \right) + \left(2 \times q'' \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) \right] = T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n \dots \dots \dots (3.78)$$

$$\left[\frac{k \times \Delta Y}{\rho \times c \times (\Delta X)^2} \times \left(\left(\frac{2 \times h \times (\Delta X)}{k} \times (T_\infty - T_{i,j}^n) \right) + \left(2 \times q'' \times \frac{(\Delta X)}{k} \right) \right) \right] = T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n \dots \dots \dots (3.79)$$

$$\left[F_{0a} \times \left(\frac{T_{i,j+1}'' + (2 \times T_{i+1,j}'') + T_{i,j-1}''}{\left(\frac{2 \times I \times (\Delta X)}{k_a} \times T_{\infty} \right) + \left(2 \times q'' \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right)} \right) \right] + \left[F_{0a} \times (-4) \times T_{i,j}'' - \left(F_{0a} \times \frac{2 \times I \times (\Delta X)}{k_a} \times T_{i,j}'' \right) + T_{i,j}'' \right] = T_{i,j}''' \dots (3.80)$$

$$\left[F_{0a} \times \left(\frac{T_{i,j+1}'' + (2 \times T_{i+1,j}'') + T_{i,j-1}''}{\left(2 \times B_i \times T_{\infty} \right) + \left(2 \times q'' \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right)} \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_i)] \times T_{i,j}'' = T_{i,j}''' \dots (3.81)$$

Dengan syarat stabilitas :

$$1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_i) \geq 0 \dots (3.82)$$

$$-(4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_i) \geq -1 \dots (3.83)$$

$$(4 \times F_{0a}) + (2 \times F_{0a} \times B_i) \leq 1 \dots (3.84)$$

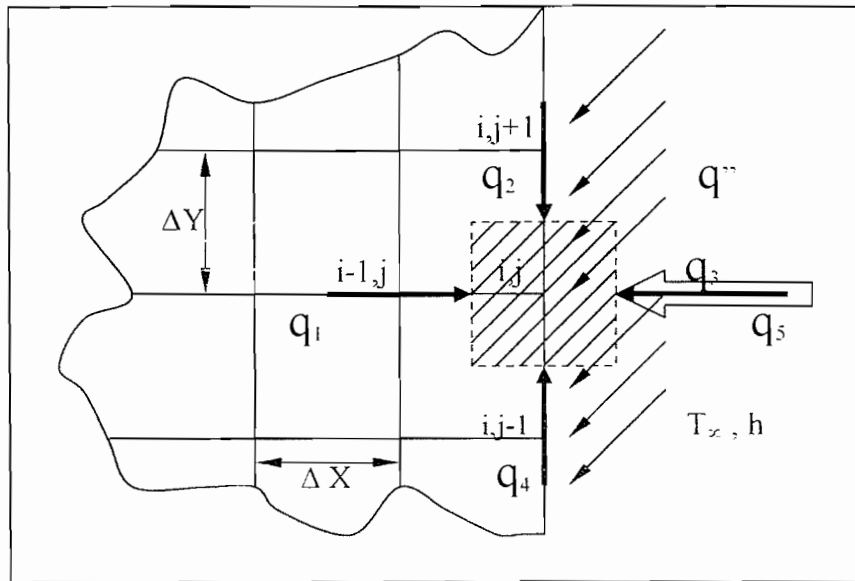
$$F_{0a} \times (4 + (2 \times B_i)) \leq 1 \dots (3.85)$$

$$\frac{\alpha_a \times \Delta t}{(\Delta X)^2} \leq \frac{1}{(4 + (2 \times B_i))} \dots (3.86)$$

$$\Delta t \leq \frac{(\Delta X)^2}{\alpha_a \times (4 + (2 \times B_i))} \dots (3.87)$$

3.1.8. Persamaan Node Untuk Sisi Benda Bagian Kanan

Dengan metode beda hingga, pada node 21 dan node-node lainnya yang memiliki bentuk kasus yang sama dapat dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut :



Gambar 3.9 : Posisi node 21

Kesetimbangan energi :

$$\left[\begin{array}{l} \text{Seluruh energi} \\ \text{yang masuk ke} \\ \text{permukaan volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{Besarnya energi} \\ \text{yang dibangkitkan} \\ \text{dalam volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{Perubahan energi dalam} \\ \text{pada volume kontrol} \\ \text{selama } \Delta t \end{array} \right]$$

$$[q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5] = \rho_a \times c_a \times \frac{V}{2} \times \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t}, \quad \Delta X = \Delta Y \dots \dots \dots (3.88)$$

dengan :

$$q_1 = k_a \times (\Delta Y) \times (1) \times \frac{T_{i-1,j}^n - T_{i,j}^n}{\Delta X} \qquad q_2 = k_a \times \left(\frac{1}{2} \Delta X\right) \times (1) \times \frac{T_{i,j+1}^n - T_{i,j}^n}{\Delta Y}$$

$$q_3 = h \times (\Delta Y) \times (1) \times (T_\infty - T_{i,j}^n) \qquad q_4 = k_a \times \left(\frac{1}{2} \Delta X\right) \times (1) \times \frac{T_{i,j-1}^n - T_{i,j}^n}{\Delta Y}$$

$$q_5 = q'' \times A = q'' \times (\Delta X) \times (1) \qquad V = (\Delta X) \times (\Delta Y) \times (1)$$

kemudian disubstitusikan ke Persamaan (3.88) menghasilkan :

$$\left[\begin{aligned} &k_a \times (T_{i-1}^n - T_{ij}^n) + \left(\frac{k_a}{2}\right) \times (T_{i,j+1}^n - T_{ij}^n) + \\ &\left(h \times (\Delta X) \times (T_\infty - T_{ij}^n)\right) + \left(\frac{k_a}{2}\right) \times (T_{i,j-1}^n - T_{ij}^n) + (q \times (\Delta X)) \end{aligned} \right] = \rho_a \times c_a \times \frac{(\Delta X)^2}{2} \times \frac{T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^n}{\Delta X} \dots\dots\dots(3.89)$$

$$\left[\frac{2 \times \Delta X}{\rho_a \times c_a \times (\Delta X)^2} \right] \times \left[\left(\frac{k_a}{2}\right) \times \left(T_{i,j+1}^n - T_{ij}^n + (2 \times T_{i-1}^n) - (2 \times T_{ij}^n) + T_{i,j-1}^n - T_{ij}^n + \right) \right. \\ \left. + \left(\frac{2 \times h \times (\Delta X)}{k_a} \times (T_\infty - T_{ij}^n) \right) + \left(2 \times q \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right] = T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^n \dots\dots\dots(3.90)$$

$$\left[\frac{k_a \times \Delta X}{\rho_a \times c_a \times (\Delta X)^2} \times \left(T_{i,j+1}^n + (2 \times T_{i-1}^n) + T_{i,j-1}^n - (4 \times T_{ij}^n) + \right) \right. \\ \left. + \left(\frac{2 \times h \times (\Delta X)}{k_a} \times (T_\infty - T_{ij}^n) \right) + \left(2 \times q \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right] = T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^n \dots\dots\dots(3.91)$$

$$\left[F_{0a} \times \left(T_{i,j+1}^n + (2 \times T_{i-1}^n) + T_{i,j-1}^n + \right) \right. \\ \left. + \left(\frac{2 \times h \times (\Delta X)}{k_a} \times (T_\infty - T_{ij}^n) \right) + \left(2 \times q \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right] + \left[(F_{0a} \times (-4) \times T_{ij}^n) - \left(F_{0a} \times \frac{2 \times h \times (\Delta X)}{k_a} \times T_{ij}^n \right) + T_{ij}^n \right] = T_{ij}^{n+1} \dots\dots\dots(3.92)$$

$$\left[F_{0a} \times \left(T_{i,j+1}^n + (2 \times T_{i-1}^n) + T_{i,j-1}^n + \right) \right. \\ \left. + \left(2 \times B_i \times T_\infty \right) + \left(2 \times q \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_i)] \times T_{ij}^n = T_{ij}^{n+1} \dots\dots\dots(3.93)$$

Dengan syarat stabilitas :

$$1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_i) \geq 0 \dots\dots\dots(3.94)$$

$$-(4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_i) \geq -1 \dots\dots\dots(3.95)$$

$$(4 \times F_{0a}) + (2 \times F_{0a} \times B_i) \leq 1 \dots\dots\dots(3.96)$$

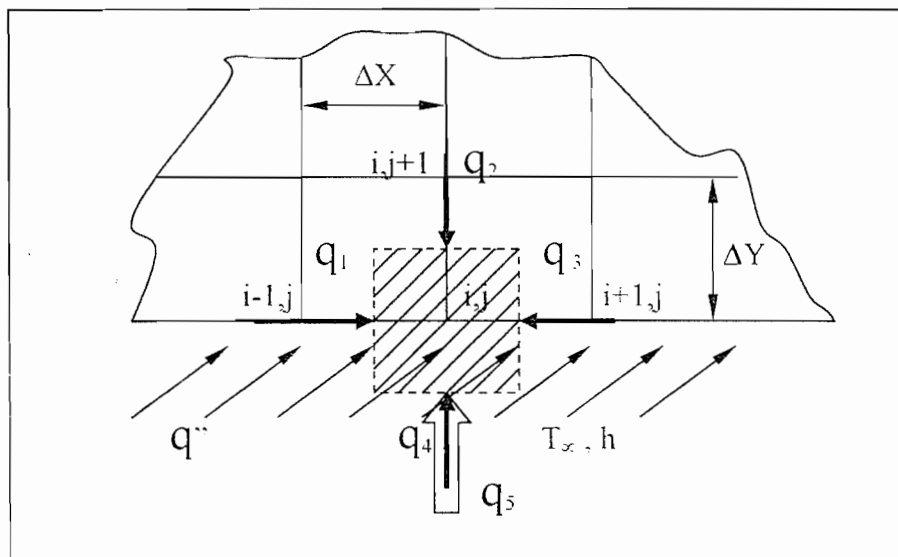
$$F_{0a} \times (4 + (2 \times B_i)) \leq 1 \dots\dots\dots(3.97)$$

$$\frac{\alpha_a \times \Delta t}{(\Delta X)^2} \leq \frac{1}{(4 + (2 \times B_i))} \dots \dots \dots (3.98)$$

$$\Delta t \leq \frac{(\Delta X)^2}{\alpha_a \times (4 + (2 \times B_i))} \dots \dots \dots (3.99)$$

3.1.9. Persamaan Node Untuk Sisi Benda Bagian Bawah

Dengan metode beda hingga, pada node 111 dan node-node lainnya yang memiliki bentuk kasus yang sama dapat dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut :



Gambar 3.10 : Posisi node 111

Kesetimbangan energi :

$$\left[\begin{array}{l} \text{Seluruh energi} \\ \text{yang masuk ke} \\ \text{permukaan volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{Besarnya energi} \\ \text{yang dibangkitkan} \\ \text{dalam volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{Perubahan energi dalam} \\ \text{pada volume kontrol} \\ \text{selama } \Delta t \end{array} \right]$$

$$[q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5] = \rho_a \times c_a \times \frac{V}{2} \times \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t}, \quad \Delta X = \Delta Y \dots \dots \dots (3.100)$$

dengan : $q_1 = k_a \times (\frac{1}{2} \times \Delta Y) \times (1) \times \frac{T_{i-1,j}^n - T_{i,j}^n}{\Delta X}$ $q_2 = k_a \times (\Delta X) \times (1) \times \frac{T_{i,j+1}^n - T_{i,j}^n}{\Delta Y}$

$q_3 = k_a \times (\frac{1}{2} \times \Delta Y) \times (1) \times \frac{T_{i+1,j}^n - T_{i,j}^n}{\Delta X}$ $q_4 = h \times (\Delta X) \times (1) \times (T_\infty - T_{i,j}^n)$

$q_5 = q'' \times A = q'' \times (\Delta X) \times (1)$ $V = (\Delta X) \times (\Delta Y) \times (1)$

kemudian disubstitusikan ke Persamaan (3.100) menghasilkan :

$$\left[\left(\frac{k_a}{2} \right) \times (T_{i-1,j}^n - T_{i,j}^n) + \left(k_a \times (T_{i,j+1}^n - T_{i,j}^n) \right) + \left(\left(\frac{k_a}{2} \right) \times (T_{i+1,j}^n - T_{i,j}^n) \right) + \left(h \times (\Delta X) \times (T_\infty - T_{i,j}^n) \right) + \left(q'' \times (\Delta X) \right) \right] = \rho_a \times c_a \times \frac{(\Delta X)^2}{2} \times \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta} \dots \dots \dots (3.101)$$

$$\left[\frac{2 \times \Delta Y}{\rho_a \times c_a \times (\Delta X)^2} \right] \times \left[\left(\frac{k_a}{2} \right) \times \left(T_{i-1,j}^n - T_{i,j}^n + (2 \times T_{i,j+1}^n) - (2 \times T_{i,j}^n) + T_{i+1,j}^n - T_{i,j}^n + \left(\frac{2 \times h \times (\Delta X)}{k_a} \times (T_\infty - T_{i,j}^n) \right) + \left(2 \times q'' \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right] = T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n \dots \dots \dots (3.102)$$

$$\left[\frac{k \times \Delta Y}{\rho \times c \times (\Delta X)^2} \times \left(T_{i-1,j}^n + (2 \times T_{i,j+1}^n) + T_{i+1,j}^n - (4 \times T_{i,j}^n) + \left(\frac{2 \times h \times (\Delta X)}{k} \times (T_\infty - T_{i,j}^n) \right) + \left(2 \times q'' \times \frac{(\Delta X)}{k} \right) \right) \right] = T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n \dots \dots \dots (3.103)$$

$$\left[I_{0a} \times \left(T_{i-1,j}^n + (2 \times T_{i,j+1}^n) + T_{i+1,j}^n + \left(\frac{2 \times h \times (\Delta X)}{k_a} \times T_\infty \right) + \left(2 \times q'' \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) \right] + \left[\left(I_{0a} \times (-4) \times T_{i,j}^n \right) - \left(I_{0a} \times \frac{2 \times h \times (\Delta X)}{k_a} \times T_{i,j}^n \right) + T_{i,j}^n \right] = T_{i,j}^{n+1} \dots \dots \dots (3.104)$$

$$\left[I_{0a} \times \left(T_{i-1,j}^n + (2 \times T_{i,j+1}^n) + T_{i+1,j}^n + \left(2 \times B_i \times T_\infty \right) + \left(2 \times q'' \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) \right] + \left[1 - (4 \times I_{0a}) - (2 \times I_{0a} \times B_i) \right] \times T_{i,j}^n = T_{i,j}^{n+1} \dots \dots \dots (3.105)$$

Dengan syarat stabilitas :

$$1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_i) \geq 0 \quad \dots\dots\dots(3.106)$$

$$-(4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_i) \geq -1 \quad \dots\dots\dots(3.107)$$

$$(4 \times F_{0a}) + (2 \times F_{0a} \times B_i) \leq 1 \quad \dots\dots\dots(3.108)$$

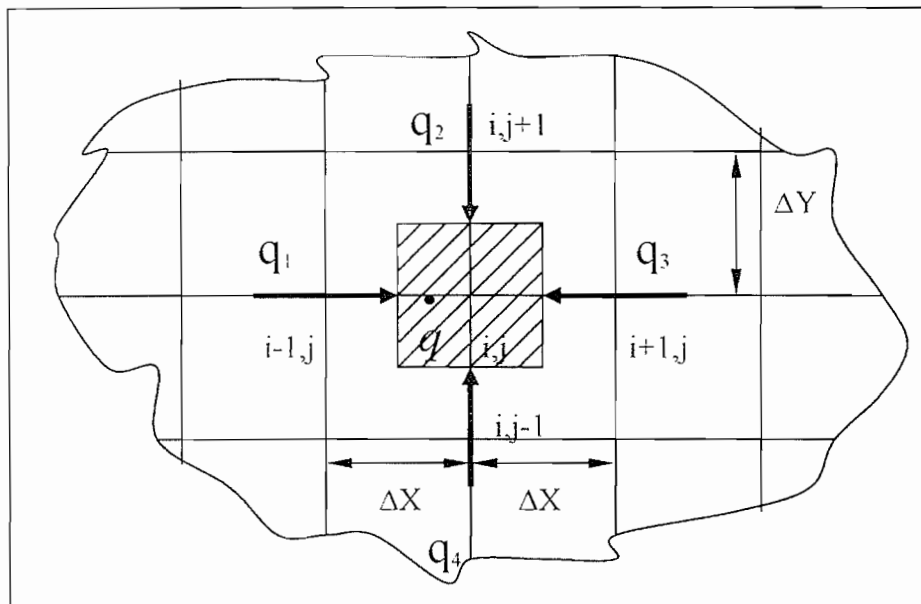
$$F_{0a} \times (4 + (2 \times B_i)) \leq 1 \quad \dots\dots\dots(3.109)$$

$$\frac{\alpha_a \times \Delta t}{(\Delta X)^2} \leq \frac{1}{(4 + (2 \times B_i))} \quad \dots\dots\dots(3.110)$$

$$\Delta t \leq \frac{(\Delta X)^2}{\alpha_a \times (4 + (2 \times B_i))} \quad \dots\dots\dots(3.111)$$

3.1.10. Persamaan Node Untuk Benda Berbangkit Energi, Node 60

Dengan metode beda hingga, pada node 60 dapat dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut :



Gambar 3.11 : Posisi node 60

Kesetimbangan energi :

$$\left[\begin{array}{l} \text{Seluruh energi} \\ \text{yang masuk ke} \\ \text{permukaan volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{Besarnya energi} \\ \text{yang dibangkitkan} \\ \text{dalam volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{Perubahan energi dalam} \\ \text{pada volume kontrol} \\ \text{selama } \Delta t \end{array} \right]$$

$$[q_1 + q_2 + q_3 + q_4] + [\dot{q} \times V] = \rho_b \times c_b \times V \times \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t}, \quad \Delta X = \Delta Y \dots (3.112)$$

$$\begin{aligned} \text{dengan : } q_1 &= k_b \times (\Delta Y) \times (1) \times \frac{T_{i-1,j}^n - T_{i,j}^n}{\Delta X} & q_2 &= k_b \times (\Delta X) \times (1) \times \frac{T_{i,j+1}^n - T_{i,j}^n}{\Delta Y} \\ q_3 &= k_b \times (\Delta Y) \times (1) \times \frac{T_{i+1,j}^n - T_{i,j}^n}{\Delta X} & q_4 &= k_b \times (\Delta X) \times (1) \times \frac{T_{i,j-1}^n - T_{i,j}^n}{\Delta Y} \\ \dot{q} \times V &= \dot{q} \times (\Delta X) \times (\Delta Y) \times (1) \end{aligned}$$

kemudian disubstitusikan ke Persamaan (3.112) menghasilkan :

$$\left[k_b \times (T_{i-1,j}^n + T_{i,j+1}^n + T_{i+1,j}^n + T_{i,j-1}^n - 4 \times T_{i,j}^n) + (\dot{q} \times (\Delta X)^2) \right] = \rho_b \times c_b \times (\Delta X)^2 \times \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t} \dots (3.113)$$

$$\left[\frac{k_b \times \Delta Y}{\rho_b \times c_b \times (\Delta X)^2} \times (T_{i-1,j}^n + T_{i,j+1}^n + T_{i+1,j}^n + T_{i,j-1}^n - (4 \times T_{i,j}^n)) + \left(\dot{q} \times \frac{\Delta Y}{\rho_b \times c_b} \right) \right] = T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n \dots (3.114)$$

$$\left[\frac{\alpha_b \times \Delta Y}{(\Delta X)^2} \times \left(T_{i-1,j}^n + T_{i,j+1}^n + T_{i+1,j}^n + T_{i,j-1}^n - (4 \times T_{i,j}^n) + \left(\dot{q} \times \frac{(\Delta X)^2}{k_b} \right) \right) \right] + T_{i,j}^n = T_{i,j}^{n+1} \dots (3.115)$$

$$\left[F_{0b} \times \left(T_{i-1,j}^n + T_{i,j+1}^n + T_{i+1,j}^n + T_{i,j-1}^n + \left(\dot{q} \times \frac{(\Delta X)^2}{k_b} \right) \right) \right] + [T_{i,j}^n - (4 \times F_{0b} \times T_{i,j}^n)] = T_{i,j}^{n+1} \dots (3.116)$$

$$\left[F_{0b} \times \left(T_{i-1,j}^n + T_{i,j+1}^n + T_{i+1,j}^n + T_{i,j-1}^n + \left(\dot{q} \times \frac{(\Delta X)^2}{k_b} \right) \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0b})] \times T_{i,j}^n = T_{i,j}^{n+1} \dots (3.117)$$

Dengan syarat stabilitas :

$$1 - (4 \times F_{ob}) \geq 0 \dots\dots\dots(3.118)$$

$$-(4 \times F_{ob}) \geq -1 \dots\dots\dots(3.119)$$

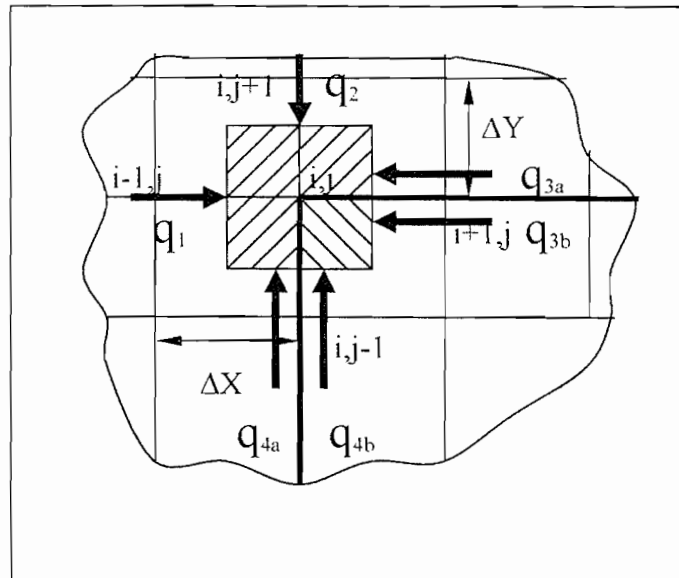
$$4 \times F_{ob} \leq 1 \dots\dots\dots(3.120)$$

$$\frac{\alpha_b \times \Delta t}{(\Delta X)^2} \leq \frac{1}{4} \dots\dots\dots(3.121)$$

$$\Delta t \leq \frac{(\Delta X)^2}{4 \times \alpha_b} \dots\dots\dots(3.122)$$

3.1.11. Persamaan Node Untuk Sudut Kiri Bagian Atas Yang Berbatasan Antara 2 Bahan, Node 36

Dengan metode beda hingga, pada node 36 dapat dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut :



Gambar 3.12 : Posisi node 36

Kesetimbangan energi :

$$\left[\begin{array}{l} \text{Seluruh energi} \\ \text{yang masuk ke} \\ \text{permukaan volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{Besarnya energi} \\ \text{yang dibangkitkan} \\ \text{dalam volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{Perubahan energi dalam} \\ \text{pada volume kontrol} \\ \text{selama } \Delta t \end{array} \right]$$

$$[q_1 + q_2 + q_{3a} + q_{3b} + q_{4a} + q_{4b}] = \left[\left(\rho_a \times c_a \times \frac{3}{4} V \right) + \left(\rho_b \times c_b \times \frac{1}{4} V \right) \right] \times \frac{T_{ij}^{mH} - T_{ij}''}{\Delta X}, \quad \Delta X = \Delta Y \dots \dots \dots (3.123)$$

dengan : $q_1 = k_a \times (\Delta Y) \times (1) \times \frac{T_{i-1,j}'' - T_{i,j}''}{\Delta X}$ $q_2 = k_a \times (\Delta X) \times (1) \times \frac{T_{i,j+1}'' - T_{i,j}''}{\Delta Y}$

$$q_{3a} = k_a \times \frac{(\Delta Y)}{2} \times (1) \times \frac{T_{i+1,j}'' - T_{i,j}''}{\Delta X} \quad q_{4a} = k_a \times \frac{(\Delta X)}{2} \times (1) \times \frac{T_{i,j-1}'' - T_{i,j}''}{\Delta Y}$$

$$q_{3b} = k_b \times \frac{(\Delta Y)}{2} \times (1) \times \frac{T_{i+1,j}'' - T_{i,j}''}{\Delta X} \quad q_{4b} = k_b \times \frac{(\Delta X)}{2} \times (1) \times \frac{T_{i,j-1}'' - T_{i,j}''}{\Delta Y}$$

$$V = (\Delta X) \times (\Delta Y) \times (1)$$

kemudian disubstitusikan ke Persamaan (3.123) menghasilkan :

$$\left[\begin{array}{l} (k_a \times T_{i-1,j}'') + (k_a \times T_{i,j+1}'') + \left(\left(\frac{k_a}{2} + \frac{k_b}{2} \right) \times T_{i+1,j}'' \right) + \\ \left(\left(\frac{k_a}{2} + \frac{k_b}{2} \right) \times T_{i,j-1}'' \right) - \left(\frac{k_a}{2} \times 6 \times T_{i,j}'' \right) - \left(\frac{k_b}{2} \times 2 \times T_{i,j}'' \right) \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \left(\rho_a \times c_a \times \frac{3}{4} \times (\Delta X)^2 \right) + \\ \left(\rho_b \times c_b \times \frac{1}{4} \times (\Delta X)^2 \right) \end{array} \right] \times \frac{T_{ij}^{mH} - T_{ij}''}{\Delta X} \dots \dots \dots (3.124)$$

$$\left[\begin{array}{l} (4 \times k_a \times T_{i-1,j}'') + (4 \times k_a \times T_{i,j+1}'') + \\ (2 \times (k_a + k_b) \times T_{i+1,j}'') + (2 \times (k_a + k_b) \times T_{i,j-1}'') - \\ ((12 \times k_a) + (4 \times k_b)) \times T_{i,j}'' \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} ((3 \times \rho_a \times c_a) + \\ (\rho_b \times c_b)) \end{array} \right] \times (\Delta X)^2 \times \frac{T_{ij}^{mH} - T_{ij}''}{\Delta X} \dots \dots \dots (3.125)$$

$$\left[\frac{\Delta t \times \left[\begin{aligned} &(4 \times k_a \times T'_{i-1,j}{}^n) + (4 \times k_a \times T'_{i,j+1}{}^n) + \\ &(2 \times (k_a + k_b) \times T'_{i+1,j}{}^n) + (2 \times (k_a + k_b) \times T'_{i,j-1}{}^n) \end{aligned} \right]}{[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] \left[\frac{\Delta t \times [(12 \times k_a) + (4 \times k_b)] \times T'_{i,j}{}^n}{[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] = T'_{i,j}{}^{n+1} - T'_{i,j}{}^n \dots (3.126)$$

$$\left[\frac{\Delta t \times \left[\begin{aligned} &(4 \times k_a \times T'_{i-1,j}{}^n) + (4 \times k_a \times T'_{i,j+1}{}^n) + \\ &(2 \times (k_a + k_b) \times T'_{i+1,j}{}^n) + (2 \times (k_a + k_b) \times T'_{i,j-1}{}^n) \end{aligned} \right]}{[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] + \left[1 - \frac{\Delta t \times [(12 \times k_a) + (4 \times k_b)]}{[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] \times T'_{i,j}{}^n = T'_{i,j}{}^{n+1} \dots (3.127)$$

Dengan syarat stabilitas :

$$1 - \frac{\Delta t \times [(12 \times k_a) + (4 \times k_b)]}{[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \geq 0 \dots (3.128)$$

$$- \frac{\Delta t \times [(12 \times k_a) + (4 \times k_b)]}{[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \geq -1 \dots (3.129)$$

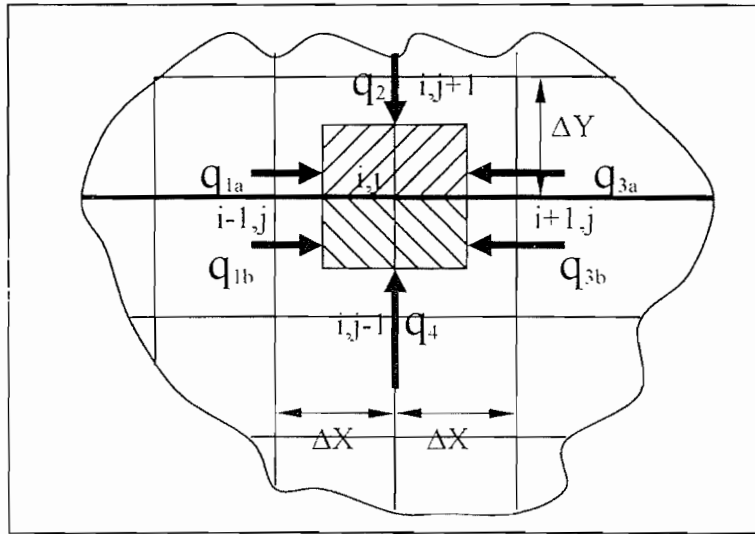
$$\frac{\Delta t \times [(12 \times k_a) + (4 \times k_b)]}{[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \leq 1 \dots (3.130)$$

$$\Delta t \leq \frac{[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2}{[(12 \times k_a) + (4 \times k_b)]} \dots (3.131)$$

3.1.12. Persamaan Node Untuk Sisi Bagian Atas Yang Berbatasan Antara 2

Bahan, Node 37, 38, 39

Dengan metode beda hingga, pada node 37, 38, 39 dapat dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut :



Gambar 3.13 : Posisi node 37

Kesetimbangan energi :

$$\left[\begin{array}{l} \text{Seluruh energi} \\ \text{yang masuk ke} \\ \text{permukaan volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{Besarnya energi} \\ \text{yang dibangkitkan} \\ \text{dalam volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{Perubahan energi dalam} \\ \text{pada volume kontrol} \\ \text{selama } \Delta t \end{array} \right]$$

$$[q_{1a} + q_{1b} + q_2 + q_{3a} + q_{3b} + q_4] = \left[\left(\rho_a \times c_a \times \frac{1}{2} V \right) + \left(\rho_b \times c_b \times \frac{1}{2} V \right) \right] \times \frac{T_{ij}^{m+1} - T_{ij}^n}{\Delta t}, \quad \Delta X = \Delta Y \dots \dots \dots (3.132)$$

dengan : $q_{1a} = k_a \times \frac{(\Delta Y)}{2} \times (1) \times \frac{T_{i-1,j}^n - T_{i,j}^n}{\Delta X}$ $q_{1b} = k_b \times \frac{(\Delta Y)}{2} \times (1) \times \frac{T_{i-1,j}^n - T_{i,j}^n}{\Delta X}$

$$q_2 = k_a \times (\Delta X) \times (1) \times \frac{T_{i,j+1}^n - T_{i,j}^n}{\Delta Y} \quad q_{3a} = k_a \times \frac{(\Delta Y)}{2} \times (1) \times \frac{T_{i+1,j}^n - T_{i,j}^n}{\Delta X}$$

$$q_{3b} = k_b \times \frac{(\Delta Y)}{2} \times (1) \times \frac{T_{i+1,j}^n - T_{i,j}^n}{\Delta X} \quad q_4 = k_b \times (\Delta X) \times (1) \times \frac{T_{i,j-1}^n - T_{i,j}^n}{\Delta Y}$$

$$V = (\Delta X) \times (\Delta Y) \times (1)$$



kemudian disubstitusikan ke Persamaan (3.132) menghasilkan :

$$\left[\begin{array}{l} \left(\left(\frac{k_a}{2} + \frac{k_b}{2} \right) \times T_{i,j}'' \right) + (k_a \times T_{i,j+1}'') \\ \left(\left(\frac{k_a}{2} + \frac{k_b}{2} \right) \times T_{i+1,j}'' \right) + (k_b \times T_{i,j-1}'') \end{array} \right] - \left[\begin{array}{l} \left(\frac{k_a}{2} \times 4 \times T_{i,j}'' \right) - \left(\frac{k_b}{2} \times 4 \times T_{i,j}'' \right) \\ \left(\frac{k_a}{2} \times 4 \times T_{i,j}'' \right) - \left(\frac{k_b}{2} \times 4 \times T_{i,j}'' \right) \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} (\rho_a \times c_a \times \frac{1}{2} \times (\Delta X)^2) \\ (\rho_b \times c_b \times \frac{1}{2} \times (\Delta X)^2) \end{array} \right] \times \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}''}{\Delta X} \dots (3.133)$$

$$\left[\begin{array}{l} \left(2 \times \left(\frac{k_a}{2} + \frac{k_b}{2} \right) \times T_{i,j}'' \right) + (2 \times k_a \times T_{i,j+1}'') \\ \left(2 \times \left(\frac{k_a}{2} + \frac{k_b}{2} \right) \times T_{i+1,j}'' \right) + (2 \times k_b \times T_{i,j-1}'') \end{array} \right] - [4 \times (k_a + k_b) \times T_{i,j}''] = \left[\begin{array}{l} (\rho_a \times c_a) \\ (\rho_b \times c_b) \end{array} \right] \times (\Delta X)^2 \times \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}''}{\Delta X} \dots (3.134)$$

$$\left[\frac{\Delta X \times \left[\begin{array}{l} ((k_a + k_b) \times T_{i,j}'') + (2 \times k_a \times T_{i,j+1}'') \\ ((k_a + k_b) \times T_{i+1,j}'') + (2 \times k_b \times T_{i,j-1}'') \end{array} \right]}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] - \left[\frac{\Delta X \times 4 \times (k_a + k_b) \times T_{i,j}''}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] = T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}'' \dots (3.135)$$

$$\left[\frac{\Delta X \times \left[\begin{array}{l} ((k_a + k_b) \times T_{i,j}'') + (2 \times k_a \times T_{i,j+1}'') \\ ((k_a + k_b) \times T_{i+1,j}'') + (2 \times k_b \times T_{i,j-1}'') \end{array} \right]}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] + \left[1 - \frac{\Delta X \times 4 \times (k_a + k_b)}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] \times T_{i,j}'' = T_{i,j}^{n+1} \dots (3.136)$$

Dengan syarat stabilitas :

$$1 - \frac{\Delta X \times 4 \times (k_a + k_b)}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \geq 0 \dots (3.137)$$

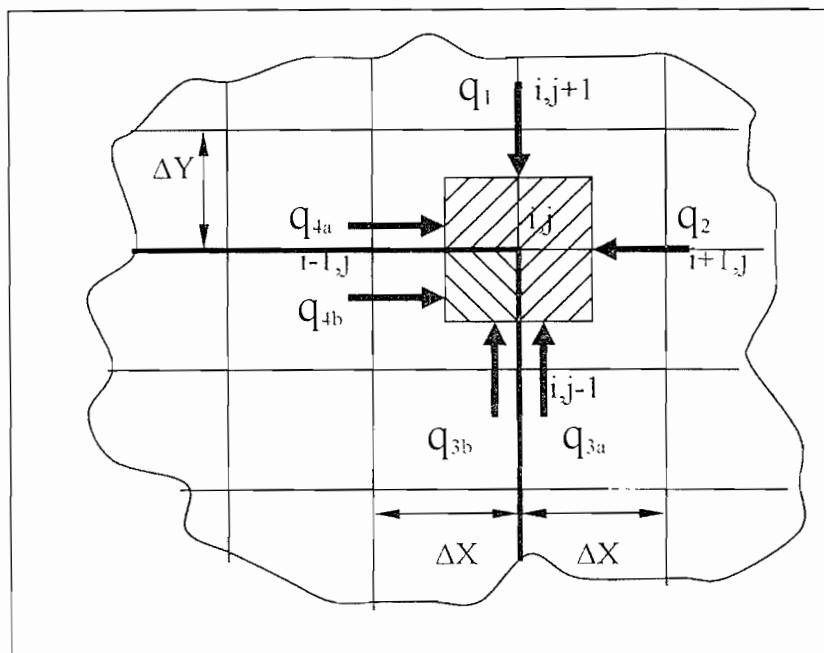
$$- \frac{\Delta X \times 4 \times (k_a + k_b)}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \geq -1 \dots (3.138)$$

$$\frac{\Delta X \times 4 \times (k_a + k_b)}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \leq 1 \dots (3.139)$$

$$\Delta t \leq \frac{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2}{4 \times (k_a + k_b)} \dots\dots\dots(3.140)$$

3.1.13. Persamaan Node Untuk Sudut Kanan Bagian Atas Yang Berbatasan Antara 2 Bahan, Node 40

Dengan metode beda hingga, pada node 40 dapat dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut :



Gambar 3.14 : Posisi node 40

Kesetimbangan energi :

$$\left[\begin{array}{l} \text{Seluruh energi} \\ \text{yang masuk ke} \\ \text{permukaan volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{Besarnya energi} \\ \text{yang dibangkitkan} \\ \text{dalam volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{Perubahan energi dalam} \\ \text{pada volume kontrol} \\ \text{selama } \Delta t \end{array} \right]$$

$$[q_1 + q_2 + q_{3a} + q_{3b} + q_{4a} + q_{4b}] = \left[\left(\rho_a \times c_a \times \frac{3}{4} V \right) + \left(\rho_b \times c_b \times \frac{1}{4} V \right) \right] \times \frac{T_{ij}^{m4} - T_{ij}''}{\Delta X}, \Delta X = \Delta Y \dots \dots \dots (3.141)$$

dengan : $q_1 = k_a \times (\Delta X) \times (1) \times \frac{T_{i,j+1}'' - T_{i,j}''}{\Delta Y}$ $q_2 = k_a \times (\Delta Y) \times (1) \times \frac{T_{i+1,j}'' - T_{i,j}''}{\Delta X}$

$$q_{3a} = k_a \times \frac{(\Delta X)}{2} \times (1) \times \frac{T_{i,j-1}'' - T_{i,j}''}{\Delta Y} \quad q_{4a} = k_a \times \frac{(\Delta Y)}{2} \times (1) \times \frac{T_{i-1,j}'' - T_{i,j}''}{\Delta X}$$

$$q_{3b} = k_b \times \frac{(\Delta X)}{2} \times (1) \times \frac{T_{i,j-1}'' - T_{i,j}''}{\Delta Y} \quad q_{4b} = k_b \times \frac{(\Delta Y)}{2} \times (1) \times \frac{T_{i-1,j}'' - T_{i,j}''}{\Delta X}$$

$$V = (\Delta X) \times (\Delta Y) \times (1)$$

kemudian disubstitusikan ke Persamaan (3.141) menghasilkan :

$$\left[\begin{aligned} & \left(k_a \times T_{i,j+1}'' \right) + \left(k_a \times T_{i+1,j}'' \right) + \left(\left(\frac{k_a}{2} + \frac{k_b}{2} \right) \times T_{i,j-1}'' \right) + \\ & \left(\left(\frac{k_a}{2} + \frac{k_b}{2} \right) \times T_{i-1,j}'' \right) - \left(\frac{k_a}{2} \times 6 \times T_{i,j}'' \right) - \left(\frac{k_b}{2} \times 2 \times T_{i,j}'' \right) \end{aligned} \right] = \left[\begin{aligned} & \left(\rho_a \times c_a \times \frac{3}{4} \times (\Delta X)^2 \right) + \\ & \left(\rho_b \times c_b \times \frac{1}{4} \times (\Delta X)^2 \right) \end{aligned} \right] \times \frac{T_{ij}^{m4} - T_{ij}''}{\Delta X} \dots \dots \dots (3.142)$$

$$\left[\begin{aligned} & \left(4 \times k_a \times T_{i,j+1}'' \right) + \left(4 \times k_a \times T_{i+1,j}'' \right) + \\ & \left(2 \times (k_a + k_b) \times T_{i,j-1}'' \right) + \left(2 \times (k_a + k_b) \times T_{i-1,j}'' \right) - \\ & \left((12 \times k_a) + (4 \times k_b) \right) \times T_{i,j}'' \end{aligned} \right] = \left[\begin{aligned} & \left((3 \times \rho_a \times c_a) + \right) \\ & \left(\rho_b \times c_b \right) \end{aligned} \right] \times (\Delta X)^2 \times \frac{T_{ij}^{m4} - T_{ij}''}{\Delta X} \dots \dots \dots (3.143)$$

$$\left[\frac{\Delta \times \left[\begin{aligned} & \left(4 \times k_a \times T_{i,j+1}'' \right) + \left(4 \times k_a \times T_{i+1,j}'' \right) + \\ & \left(2 \times (k_a + k_b) \times T_{i,j-1}'' \right) + \left(2 \times (k_a + k_b) \times T_{i-1,j}'' \right) \end{aligned} \right]}{\left[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b) \right] \times (\Delta X)^2} \right] = \frac{\Delta \times \left[(12 \times k_a) + (4 \times k_b) \right] \times T_{i,j}''}{\left[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b) \right] \times (\Delta X)^2} = T_{ij}^{m4} - T_{ij}'' \dots \dots \dots (3.144)$$

$$\left[\frac{\Delta t \times \left[\begin{aligned} &(4 \times k_a \times T_{i,j+1}^n) + (4 \times k_a \times T_{i+1,j}^n) + \\ &(2 \times (k_a + k_b) \times T_{i,j-1}^n) + (2 \times (k_a + k_b) \times T_{i-1,j}^n) \end{aligned} \right]}{[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] + \left[1 - \frac{\Delta t \times [(12 \times k_a) + (4 \times k_b)]}{[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] \times T_{i,j}^n = T_{i,j}^{n+1} \dots (3.145)$$

Dengan syarat stabilitas :

$$1 - \frac{\Delta t \times [(12 \times k_a) + (4 \times k_b)]}{[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \geq 0 \dots (3.146)$$

$$-\frac{\Delta t \times [(12 \times k_a) + (4 \times k_b)]}{[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \geq -1 \dots (3.147)$$

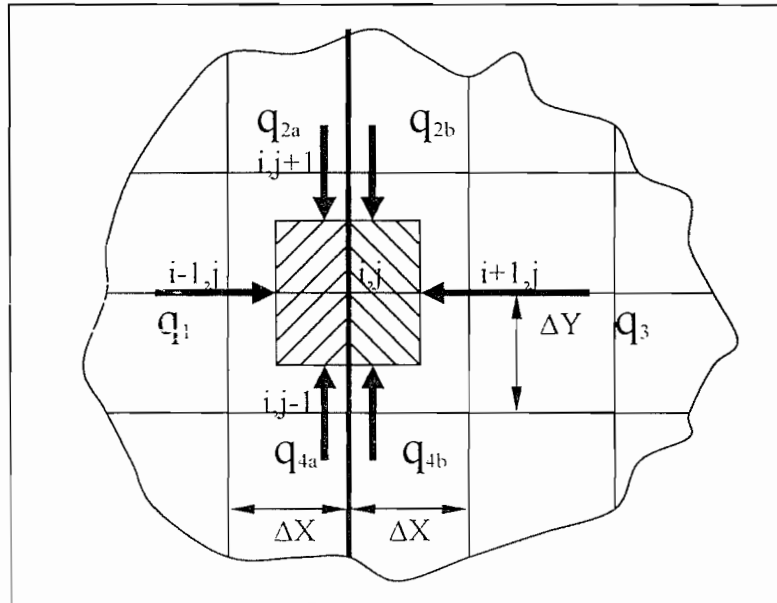
$$\frac{\Delta t \times [(12 \times k_a) + (4 \times k_b)]}{[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \leq 1 \dots (3.148)$$

$$\Delta t \leq \frac{[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2}{[(12 \times k_a) + (4 \times k_b)]} \dots (3.149)$$

3.1.14. Persamaan Node Untuk Sisi Bagian Kiri Yang Berbatasan Antara 2

Bahan, Node 47, 58, 69

Dengan metode beda hingga, pada node 47, 58, 69 dapat dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut :



Gambar 3.15 : Posisi node 47

Kesetimbangan energi :

$$\left[\begin{array}{l} \text{Seluruh energi} \\ \text{yang masuk ke} \\ \text{permukaan volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{Besarnya energi} \\ \text{yang dibangkitkan} \\ \text{dalam volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{Perubahan energi dalam} \\ \text{pada volume kontrol} \\ \text{selama } \Delta t \end{array} \right]$$

$$[q_1 + q_{2a} + q_{2b} + q_3 + q_{4a} + q_{4b}] = \left[\left(\rho_a \times c_a \times \frac{1}{2} \times V \right) + \left(\rho_b \times c_b \times \frac{1}{2} \times V \right) \right] \times \frac{T_{i,j}^{m1} - T_{i,j}^{n}}{\Delta t}, \quad \Delta X = \Delta Y \dots (3.150)$$

$$\text{dengan : } q_1 = k_a \times (\Delta Y) \times (1) \times \frac{T_{i-1,j}^{n} - T_{i,j}^{n}}{\Delta X} \quad q_{2a} = k_a \times \frac{(\Delta X)}{2} \times (1) \times \frac{T_{i,j+1}^{n} - T_{i,j}^{n}}{\Delta Y}$$

$$q_{2b} = k_b \times \frac{(\Delta Y)}{2} \times (1) \times \frac{T_{i,j+1}^{n} - T_{i,j}^{n}}{\Delta Y} \quad q_3 = k_b \times (\Delta Y) \times (1) \times \frac{T_{i+1,j}^{n} - T_{i,j}^{n}}{\Delta X}$$

$$q_{4a} = k_a \times \frac{(\Delta X)}{2} \times (1) \times \frac{T_{i,j-1}^{n} - T_{i,j}^{n}}{\Delta Y} \quad q_{4b} = k_b \times \frac{(\Delta X)}{2} \times (1) \times \frac{T_{i,j-1}^{n} - T_{i,j}^{n}}{\Delta Y}$$

$$V = (\Delta X) \times (\Delta Y) \times (1)$$

kemudian disubstitusikan ke Persamaan (3.150) menghasilkan :

$$\begin{bmatrix} \left(k_a \times T_{i,j}'' \right) + \left(\frac{k_a + k_b}{2} \times T_{i,j+1}'' \right) + \\ \left(k_b \times T_{i+1,j}'' \right) + \left(\frac{k_a + k_b}{2} \times T_{i,j-1}'' \right) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \left(\frac{k_a}{2} \times 4 \times T_{i,j}'' \right) - \left(\frac{k_b}{2} \times 4 \times T_{i,j}'' \right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\rho_a \times c_a \times \frac{1}{2} \times (\Delta X)^2 \right) + \\ \left(\rho_b \times c_b \times \frac{1}{2} \times (\Delta X)^2 \right) \end{bmatrix} \times \frac{T_{i,j}''' - T_{i,j}''}{\Delta} \dots\dots\dots(3.151)$$

$$\begin{bmatrix} \left(2 \times k_a \times T_{i,j}'' \right) + \left(2 \times \left(\frac{k_a + k_b}{2} \right) \times T_{i,j+1}'' \right) + \\ \left(2 \times k_b \times T_{i+1,j}'' \right) + \left(2 \times \left(\frac{k_a + k_b}{2} \right) \times T_{i,j-1}'' \right) \end{bmatrix} - \left[4 \times (k_a + k_b) \times T_{i,j}'' \right] = \begin{bmatrix} \left(\rho_a \times c_a \right) + \\ \left(\rho_b \times c_b \right) \end{bmatrix} \times (\Delta X)^2 \times \frac{T_{i,j}''' - T_{i,j}''}{\Delta} \dots\dots\dots(3.152)$$

$$\left[\frac{\Delta \times \left[\begin{matrix} \left(2 \times k_a \times T_{i,j}'' \right) + \left((k_a + k_b) \times T_{i,j+1}'' \right) + \\ \left(2 \times k_b \times T_{i+1,j}'' \right) + \left((k_a + k_b) \times T_{i,j-1}'' \right) \end{matrix} \right]}{\left[\left(\rho_a \times c_a \right) + \left(\rho_b \times c_b \right) \right] \times (\Delta X)^2} \right] - \left[\frac{\Delta \times 4 \times (k_a + k_b) \times T_{i,j}''}{\left[\left(\rho_a \times c_a \right) + \left(\rho_b \times c_b \right) \right] \times (\Delta X)^2} \right] = T_{i,j}''' - T_{i,j}'' \dots\dots\dots(3.153)$$

$$\left[\frac{\Delta \times \left[\begin{matrix} \left(2 \times k_a \times T_{i,j}'' \right) + \left((k_a + k_b) \times T_{i,j+1}'' \right) + \\ \left(2 \times k_b \times T_{i+1,j}'' \right) + \left((k_a + k_b) \times T_{i,j-1}'' \right) \end{matrix} \right]}{\left[\left(\rho_a \times c_a \right) + \left(\rho_b \times c_b \right) \right] \times (\Delta X)^2} \right] + \left[1 - \frac{\Delta \times 4 \times (k_a + k_b)}{\left[\left(\rho_a \times c_a \right) + \left(\rho_b \times c_b \right) \right] \times (\Delta X)^2} \right] \times T_{i,j}'' = T_{i,j}''' \dots\dots\dots(3.154)$$

Dengan syarat stabilitas :

$$1 - \frac{\Delta t \times 4 \times (k_a + k_b)}{\left[\left(\rho_a \times c_a \right) + \left(\rho_b \times c_b \right) \right] \times (\Delta X)^2} \geq 0 \dots\dots\dots(3.155)$$

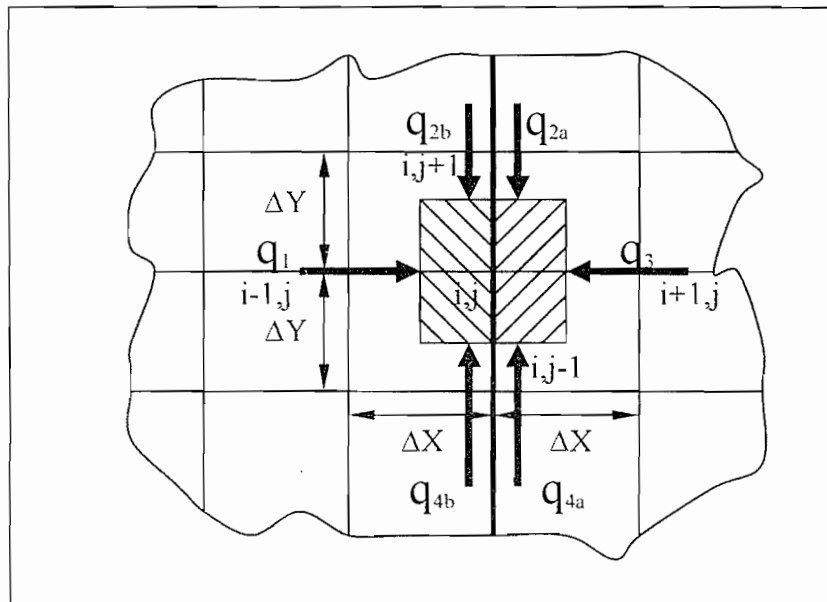
$$- \frac{\Delta t \times 4 \times (k_a + k_b)}{\left[\left(\rho_a \times c_a \right) + \left(\rho_b \times c_b \right) \right] \times (\Delta X)^2} \geq -1 \dots\dots\dots(3.156)$$

$$\frac{\Delta t \times 4 \times (k_a + k_b)}{\left[\left(\rho_a \times c_a \right) + \left(\rho_b \times c_b \right) \right] \times (\Delta X)^2} \leq 1 \dots\dots\dots(3.157)$$

$$\Delta t \leq \frac{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2}{4 \times (k_a + k_b)} \dots\dots\dots(3.158)$$

3.1.15. Persamaan Node Untuk Sisi Bagian Kanan Yang Berbatasan Antara 2 Bahan, Node 51, 62, 73

Dengan metode beda hingga, pada node 51, 62, 73 dapat dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut :



Gambar 3.16 : Posisi node 51

Kesetimbangan energi :

$$\left[\begin{array}{l} \text{Seluruh energi} \\ \text{yang masuk ke} \\ \text{permukaan volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{Besarnya energi} \\ \text{yang dibangkitkan} \\ \text{dalam volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{Perubahan energi dalam} \\ \text{pada volume kontrol} \\ \text{selama } \Delta t \end{array} \right]$$

$$[q_1 + q_{2a} + q_{2b} + q_3 + q_{4a} + q_{4b}] = \left[\left(\rho_a \times c_a \times \frac{1}{2} \times V \right) + \left(\rho_b \times c_b \times \frac{1}{2} \times V \right) \right] \times \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t}, \Delta X = \Delta Y \dots\dots\dots(3.159)$$

dengan : $q_1 = k_b \times (\Delta Y) \times (1) \times \frac{T_{i-1,j}'' - T_{i,j}''}{\Delta X}$ $q_{2a} = k_a \times \frac{(\Delta X)}{2} \times (1) \times \frac{T_{i,j+1}'' - T_{i,j}''}{\Delta Y}$

$q_{2b} = k_b \times \frac{(\Delta X)}{2} \times (1) \times \frac{T_{i,j+1}'' - T_{i,j}''}{\Delta Y}$ $q_3 = k_a \times (\Delta Y) \times (1) \times \frac{T_{i+1,j}'' - T_{i,j}''}{\Delta X}$

$q_{4a} = k_a \times \frac{(\Delta X)}{2} \times (1) \times \frac{T_{i,j-1}'' - T_{i,j}''}{\Delta Y}$ $q_{4b} = k_b \times \frac{(\Delta X)}{2} \times (1) \times \frac{T_{i,j-1}'' - T_{i,j}''}{\Delta Y}$

$V = (\Delta X) \times (\Delta Y) \times (1)$

kemudian disubstitusikan ke Persamaan (3.159) menghasilkan :

$$\left[\begin{array}{l} (k_b \times T_{i-1,j}'') + \left(\frac{k_a + k_b}{2} \right) \times T_{i,j+1}'' \\ (k_a \times T_{i+1,j}'') + \left(\frac{k_a + k_b}{2} \right) \times T_{i,j-1}'' \end{array} \right] - \left[\begin{array}{l} \left(\frac{k_a}{2} \times 4 \times T_{i,j}'' \right) - \left(\frac{k_b}{2} \times 4 \times T_{i,j}'' \right) \\ \left(\rho_a \times c_a \times \frac{1}{2} \times (\Delta X)^2 \right) + \left(\rho_b \times c_b \times \frac{1}{2} \times (\Delta X)^2 \right) \end{array} \right] \times \frac{T_{i,j}''' - T_{i,j}''}{\Delta} \dots (3.160)$$

$$\left[\begin{array}{l} (2 \times k_b \times T_{i-1,j}'') + \left(2 \times \left(\frac{k_a + k_b}{2} \right) \times T_{i,j+1}'' \right) \\ (2 \times k_a \times T_{i+1,j}'') + \left(2 \times \left(\frac{k_a + k_b}{2} \right) \times T_{i,j-1}'' \right) \end{array} \right] - [4 \times (k_a + k_b) \times T_{i,j}''] = \left[\begin{array}{l} (\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b) \\ (\rho_a \times c_b) \end{array} \right] \times (\Delta X)^2 \times \frac{T_{i,j}''' - T_{i,j}''}{\Delta} \dots (3.161)$$

$$\left[\frac{\Delta \times \left[\begin{array}{l} (2 \times k_b \times T_{i-1,j}'') + \left((k_a + k_b) \times T_{i,j+1}'' \right) \\ (2 \times k_a \times T_{i+1,j}'') + \left((k_a + k_b) \times T_{i,j-1}'' \right) \end{array} \right]}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] - \left[\frac{\Delta \times 4 \times (k_a + k_b) \times T_{i,j}''}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] = T_{i,j}''' - T_{i,j}'' \dots (3.162)$$

$$\left[\frac{\Delta \times \left[\begin{array}{l} (2 \times k_b \times T_{i-1,j}'') + \left((k_a + k_b) \times T_{i,j+1}'' \right) \\ (2 \times k_a \times T_{i+1,j}'') + \left((k_a + k_b) \times T_{i,j-1}'' \right) \end{array} \right]}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] + \left[1 - \frac{\Delta \times 4 \times (k_a + k_b)}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] \times T_{i,j}'' = T_{i,j}''' \dots (3.163)$$

Dengan syarat stabilitas :

$$1 - \frac{\Delta t \times 4 \times (k_a + k_b)}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \geq 0 \dots\dots\dots(3.164)$$

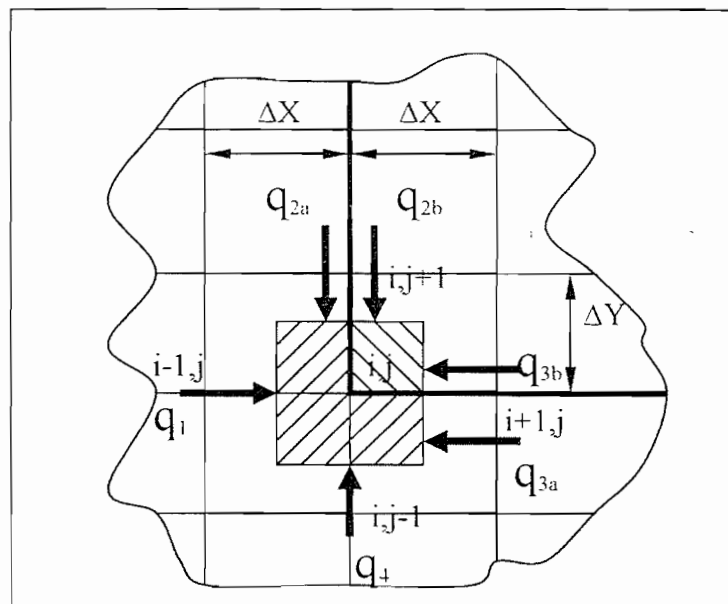
$$- \frac{\Delta t \times 4 \times (k_a + k_b)}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \geq -1 \dots\dots\dots(3.165)$$

$$\frac{\Delta t \times 4 \times (k_a + k_b)}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \leq 1 \dots\dots\dots(3.166)$$

$$\Delta t \leq \frac{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2}{4 \times (k_a + k_b)} \dots\dots\dots(3.167)$$

3.1.16. Persamaan Node Untuk Sudut Kiri Bagian Bawah Yang Berbatasan Antara 2 Bahan, Node 80

Dengan metode beda hingga, pada node 80 dapat dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut :



Gambar 3.17 : Posisi node 80

Kesetimbangan energi :

$$\left[\begin{array}{l} \text{Seluruh energi} \\ \text{yang masuk ke} \\ \text{permukaan volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{Besarnya energi} \\ \text{yang dibangkitkan} \\ \text{dalam volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{Perubahan energi dalam} \\ \text{pada volume kontrol} \\ \text{selama } \Delta t \end{array} \right]$$

$$[q_1 + q_{2a} + q_{2b} + q_{3a} + q_{3b} + q_4] = \left[\left(\rho_a \times c_a \times \frac{3}{4} V \right) + \left(\rho_b \times c_b \times \frac{1}{4} V \right) \right] \times \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t}, \quad \Delta X = \Delta Y \dots \dots (3.168)$$

$$\text{dengan : } q_1 = k_a \times (\Delta Y) \times (1) \times \frac{T_{i-1,j}^n - T_{i,j}^n}{\Delta X} \quad q_{2a} = k_a \times \frac{(\Delta X)}{2} \times (1) \times \frac{T_{i,j+1}^n - T_{i,j}^n}{\Delta Y}$$

$$q_{2b} = k_b \times \frac{(\Delta X)}{2} \times (1) \times \frac{T_{i,j+1}^n - T_{i,j}^n}{\Delta Y} \quad q_{3a} = k_a \times \frac{(\Delta Y)}{2} \times (1) \times \frac{T_{i+1,j}^n - T_{i,j}^n}{\Delta X}$$

$$q_{3b} = k_b \times \frac{(\Delta Y)}{2} \times (1) \times \frac{T_{i+1,j}^n - T_{i,j}^n}{\Delta X} \quad q_4 = k_a \times (\Delta X) \times (1) \times \frac{T_{i,j-1}^n - T_{i,j}^n}{\Delta Y}$$

$$V = (\Delta X) \times (\Delta Y) \times (1)$$

kemudian disubstitusikan ke Persamaan (3.168) menghasilkan :

$$\left[\begin{array}{l} \left(k_a \times T_{i-1,j}^n \right) + \left(\left(\frac{k_a}{2} + \frac{k_b}{2} \right) \times T_{i,j+1}^n \right) + \left(\left(\frac{k_a}{2} + \frac{k_b}{2} \right) \times T_{i+1,j}^n \right) + \\ \left(k_a \times T_{i,j-1}^n \right) - \left(\frac{k_a}{2} \times 6 \times T_{i,j}^n \right) - \left(\frac{k_b}{2} \times 2 \times T_{i,j}^n \right) \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \left(\rho_a \times c_a \times \frac{3}{4} \times (\Delta X)^2 \right) + \\ \left(\rho_b \times c_b \times \frac{1}{4} \times (\Delta X)^2 \right) \end{array} \right] \times \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t} \dots \dots (3.169)$$

$$\left[\begin{array}{l} \left(4 \times k_a \times T_{i-1,j}^n \right) + \left(2 \times (k_a + k_b) \times T_{i,j+1}^n \right) + \\ \left(2 \times (k_a + k_b) \times T_{i+1,j}^n \right) + \left(4 \times k_a \times T_{i,j-1}^n \right) - \\ \left((12 \times k_a) + (4 \times k_b) \right) \times T_{i,j}^n \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \left((3 \times \rho_a \times c_a) + \right. \\ \left. (\rho_b \times c_b) \right) \times (\Delta X)^2 \end{array} \right] \times \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t} \dots \dots (3.170)$$

$$\left[\frac{\Delta t \times \left[\begin{array}{l} (4 \times k_a \times T_{i-1,j}^n) + (2 \times (k_a + k_b) \times T_{i,j-1}^n) + \\ (2 \times (k_a + k_b) \times T_{i+1,j}^n) + (4 \times k_a \times T_{i,j-1}^n) \end{array} \right]}{[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] \left[\frac{\Delta t \times [(12 \times k_a) + (4 \times k_b)] \times T_{i,j}^n}{[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] = T_{i,j}^{m+1} - T_{i,j}^n \dots \dots \dots (3.171)$$

$$\left[\frac{\Delta t \times \left[\begin{array}{l} (4 \times k_a \times T_{i-1,j}^n) + (2 \times (k_a + k_b) \times T_{i,j-1}^n) + \\ (2 \times (k_a + k_b) \times T_{i+1,j}^n) + (4 \times k_a \times T_{i,j-1}^n) \end{array} \right]}{[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] + \left[1 - \frac{\Delta t \times [(12 \times k_a) + (4 \times k_b)]}{[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] \times T_{i,j}^n = T_{i,j}^{m+1} \dots \dots \dots (3.172)$$

Dengan syarat stabilitas :

$$1 - \frac{\Delta t \times [(12 \times k_a) + (4 \times k_b)]}{[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \geq 0 \dots \dots \dots (3.173)$$

$$- \frac{\Delta t \times [(12 \times k_a) + (4 \times k_b)]}{[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \geq -1 \dots \dots \dots (3.174)$$

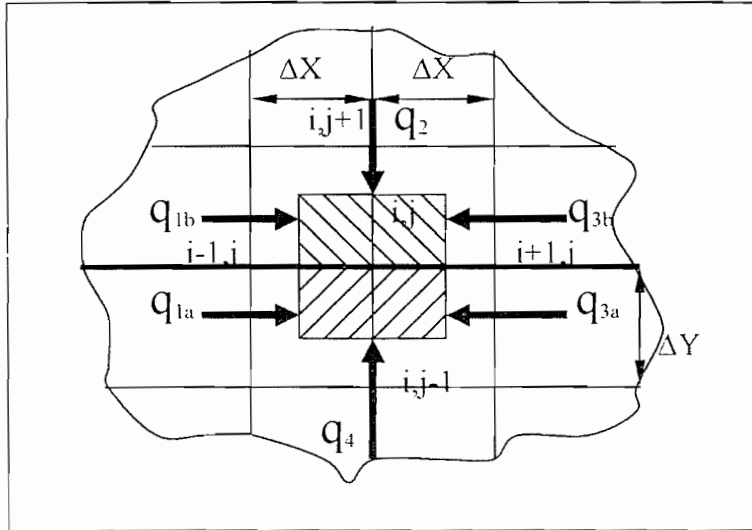
$$\frac{\Delta t \times [(12 \times k_a) + (4 \times k_b)]}{[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \leq 1 \dots \dots \dots (3.175)$$

$$\Delta t \leq \frac{[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2}{[(12 \times k_a) + (4 \times k_b)]} \dots \dots \dots (3.176)$$

3.1.17. Persamaan Node Untuk Sisi Bagian Bawah Yang Berbatasan Antara 2

Bahan, Node 81, 82, 83

Dengan metode beda hingga, pada node 81, 82, 83 dapat dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut :



Gambar 3.18 : Posisi node 81

Kesetimbangan energi :

$$\left[\begin{array}{l} \text{Seluruh energi} \\ \text{yang masuk ke} \\ \text{permukaan volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{Besarnya energi} \\ \text{yang dibangkitkan} \\ \text{dalam volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{Perubahan energi dalam} \\ \text{pada volume kontrol} \\ \text{selama } \Delta t \end{array} \right]$$

$$[q_{1a} + q_{1b} + q_2 + q_{3a} + q_{3b} + q_4] = \left[\left(\rho_a \times c_a \times \frac{1}{2} \times V \right) + \left(\rho_b \times c_b \times \frac{1}{2} \times V \right) \right] \times \frac{T_{i,j}^{m+1} - T_{i,j}^{n}}{\Delta t}, \quad \Delta X = \Delta Y \dots \dots \dots (3.177)$$

dengan : $q_{1a} = k_a \times \frac{(\Delta Y)}{2} \times (1) \times \frac{T_{i-1,j}^{n} - T_{i,j}^{n}}{\Delta X}$ $q_{1b} = k_b \times \frac{(\Delta Y)}{2} \times (1) \times \frac{T_{i-1,j}^{n} - T_{i,j}^{n}}{\Delta X}$

$$q_2 = k_b \times (\Delta X) \times (1) \times \frac{T_{i,j+1}^{n} - T_{i,j}^{n}}{\Delta Y} \quad q_{3a} = k_a \times \frac{(\Delta Y)}{2} \times (1) \times \frac{T_{i+1,j}^{n} - T_{i,j}^{n}}{\Delta X}$$

$$q_{3b} = k_b \times \frac{(\Delta Y)}{2} \times (1) \times \frac{T_{i+1,j}^{n} - T_{i,j}^{n}}{\Delta X} \quad q_4 = k_a \times (\Delta X) \times (1) \times \frac{T_{i,j-1}^{n} - T_{i,j}^{n}}{\Delta Y}$$

$$V = (\Delta X) \times (\Delta Y) \times (1)$$

kemudian disubstitusikan ke Persamaan (3.177) menghasilkan :

$$\left[\begin{array}{l} \left(\left(\frac{k_a}{2} + \frac{k_b}{2} \right) \times T_{i,j}'' \right) + (k_b \times T_{i,j+1}'') \\ \left(\left(\frac{k_a}{2} + \frac{k_b}{2} \right) \times T_{i+1,j}'' \right) + (k_a \times T_{i,j-1}'') \end{array} \right] - \left[\begin{array}{l} \left(\frac{k_a}{2} \times 4 \times T_{i,j}'' \right) - \left(\frac{k_b}{2} \times 4 \times T_{i,j}'' \right) \\ \left(\frac{k_a}{2} \times 4 \times T_{i,j}'' \right) - \left(\frac{k_b}{2} \times 4 \times T_{i,j}'' \right) \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \left(\rho_a \times c_a \times \frac{1}{2} \times (\Delta X)^2 \right) + \\ \left(\rho_b \times c_b \times \frac{1}{2} \times (\Delta X)^2 \right) \end{array} \right] \times \frac{T_{i,j}^{m+1} - T_{i,j}''}{\Delta} \dots\dots\dots(3.178)$$

$$\left[\begin{array}{l} \left(2 \times \left(\frac{k_a}{2} + \frac{k_b}{2} \right) \times T_{i,j}'' \right) + (2 \times k_b \times T_{i,j+1}'') \\ \left(2 \times \left(\frac{k_a}{2} + \frac{k_b}{2} \right) \times T_{i+1,j}'' \right) + (2 \times k_a \times T_{i,j-1}'') \end{array} \right] - \left[4 \times (k_a + k_b) \times T_{i,j}'' \right] = \left[\begin{array}{l} (\rho_a \times c_a) + \\ (\rho_b \times c_b) \end{array} \right] \times (\Delta X)^2 \times \frac{T_{i,j}^{m+1} - T_{i,j}''}{\Delta} \dots\dots\dots(3.179)$$

$$\left[\frac{\Delta \times \left[\begin{array}{l} ((k_a + k_b) \times T_{i,j}'') + (2 \times k_b \times T_{i,j+1}'') \\ ((k_a + k_b) \times T_{i+1,j}'') + (2 \times k_a \times T_{i,j-1}'') \end{array} \right]}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] - \left[\frac{\Delta \times 4 \times (k_a + k_b) \times T_{i,j}''}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] = T_{i,j}^{m+1} - T_{i,j}'' \dots\dots\dots(3.180)$$

$$\left[\frac{\Delta \times \left[\begin{array}{l} ((k_a + k_b) \times T_{i,j}'') + (2 \times k_b \times T_{i,j+1}'') \\ ((k_a + k_b) \times T_{i+1,j}'') + (2 \times k_a \times T_{i,j-1}'') \end{array} \right]}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] + \left[1 - \frac{\Delta \times 4 \times (k_a + k_b)}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] \times T_{i,j}'' = T_{i,j}^{m+1} \dots\dots\dots(3.181)$$

Dengan syarat stabilitas :

$$1 - \frac{\Delta \times 4 \times (k_a + k_b)}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \geq 0 \dots\dots\dots(3.182)$$

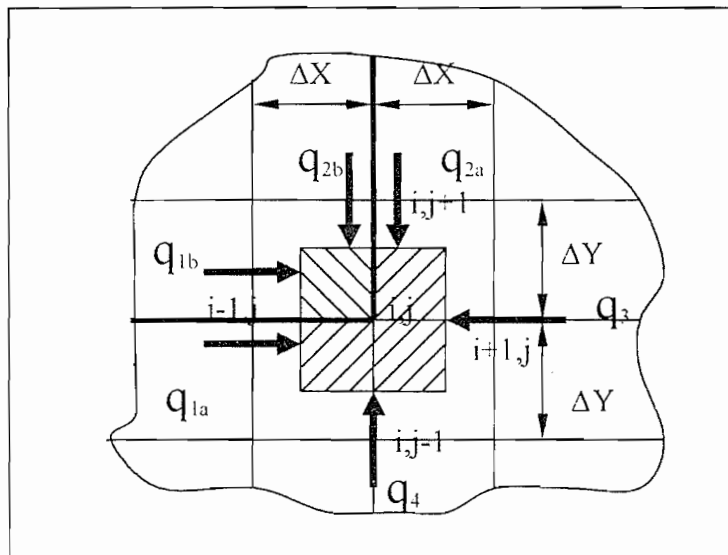
$$- \frac{\Delta \times 4 \times (k_a + k_b)}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \geq -1 \dots\dots\dots(3.183)$$

$$\frac{\Delta \times 4 \times (k_a + k_b)}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \leq 1 \dots\dots\dots(3.184)$$

$$\Delta t \leq \frac{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2}{4 \times (k_a + k_b)} \dots\dots\dots(3.185)$$

3.1.18. Persamaan Node Untuk Sudut Kanan Bagian Bawah Yang Berbatasan Antara 2 Bahan, Node 84

Dengan metode beda hingg, pada node 84 dapat dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut :



Gambar 3.19 : Posisi node 84

Kesetimbangan energi :

$$\left[\begin{array}{l} \text{Seluruh energi} \\ \text{yang masuk ke} \\ \text{permukaan volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{Besarnya energi} \\ \text{yang dibangkitkan} \\ \text{dalam volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{Perubahan energi dalam} \\ \text{pada volume kontrol} \\ \text{selama } \Delta t \end{array} \right]$$

$$[q_{1a} + q_{1b} + q_{2a} + q_{2b} + q_3 + q_4] = \left[\left(\rho_a \times c_a \times \frac{3}{4} V \right) + \left(\rho_b \times c_b \times \frac{1}{4} V \right) \right] \times \frac{T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^n}{\Delta t} , \Delta X = \Delta Y \dots\dots\dots(3.186)$$

dengan : $q_{1a} = k_a \times \frac{(\Delta Y)}{2} \times (1) \times \frac{T_{i-1,j}'' - T_{i,j}''}{\Delta X}$ $q_{1b} = k_b \times \frac{(\Delta Y)}{2} \times (1) \times \frac{T_{i-1,j}'' - T_{i,j}''}{\Delta X}$

$q_{2a} = k_a \times \frac{(\Delta X)}{2} \times (1) \times \frac{T_{i,j+1}'' - T_{i,j}''}{\Delta Y}$ $q_{2b} = k_b \times \frac{(\Delta X)}{2} \times (1) \times \frac{T_{i,j+1}'' - T_{i,j}''}{\Delta Y}$

$q_3 = k_a \times (\Delta Y) \times (1) \times \frac{T_{i+1,j}'' - T_{i,j}''}{\Delta X}$ $q_4 = k_a \times (\Delta X) \times (1) \times \frac{T_{i,j-1}'' - T_{i,j}''}{\Delta Y}$

$V = (\Delta X) \times (\Delta Y) \times (1)$

kemudian disubstitusikan ke Persamaan (3.186) menghasilkan :

$$\left[\left(\left(\frac{k_a}{2} + \frac{k_b}{2} \right) \times T_{i-1,j}'' \right) + \left(\left(\frac{k_a}{2} + \frac{k_b}{2} \right) \times T_{i,j+1}'' \right) + (k_a \times T_{i+1,j}'') + \left[\left(\rho_a \times c_a \times \frac{3}{4} \times (\Delta X)^2 \right) + \left(\rho_b \times c_b \times \frac{1}{4} \times (\Delta X)^2 \right) \right] \times \frac{T_{i,j}''' - T_{i,j}''}{\Delta} \right] \dots (3.187)$$

$$\left[(k_a \times T_{i,j-1}'') - \left(\frac{k_a}{2} \times 6 \times T_{i,j}'' \right) - \left(\frac{k_b}{2} \times 2 \times T_{i,j}'' \right) \right]$$

$$\left[\left(2 \times (k_a + k_b) \times T_{i-1,j}'' \right) + \left(2 \times (k_a + k_b) \times T_{i,j+1}'' \right) + \left(4 \times k_a \times T_{i+1,j}'' \right) + \left(4 \times k_a \times T_{i,j-1}'' \right) - \left((12 \times k_a) + (4 \times k_b) \right) \times T_{i,j}'' \right] = \left[\left((3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b) \right) \times (\Delta X)^2 \right] \times \frac{T_{i,j}''' - T_{i,j}''}{\Delta} \dots (3.188)$$

$$\left[\frac{\Delta \times \left[\left(2 \times (k_a + k_b) \times T_{i-1,j}'' \right) + \left(2 \times (k_a + k_b) \times T_{i,j+1}'' \right) + \left(4 \times k_a \times T_{i+1,j}'' \right) + \left(4 \times k_a \times T_{i,j-1}'' \right) \right]}{\left[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b) \right] \times (\Delta X)^2} \right] \left[\frac{\Delta \times \left[(12 \times k_a) + (4 \times k_b) \right] \times T_{i,j}''}{\left[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b) \right] \times (\Delta X)^2} \right] = T_{i,j}''' - T_{i,j}'' \dots (3.189)$$

$$\left[\frac{\Delta \times \left[\left(2 \times (k_a + k_b) \times T_{i-1,j}'' \right) + \left(2 \times (k_a + k_b) \times T_{i,j+1}'' \right) + \left(4 \times k_a \times T_{i+1,j}'' \right) + \left(4 \times k_a \times T_{i,j-1}'' \right) \right]}{\left[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b) \right] \times (\Delta X)^2} \right] + \left[1 - \frac{\Delta \times \left[(12 \times k_a) + (4 \times k_b) \right]}{\left[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b) \right] \times (\Delta X)^2} \right] \times T_{i,j}'' = T_{i,j}''' \dots (3.190)$$

Dengan syarat stabilitas :

$$1 - \frac{\Delta t \times [(12 \times k_a) + (4 \times k_b)]}{[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \geq 0 \dots\dots\dots(3.191)$$

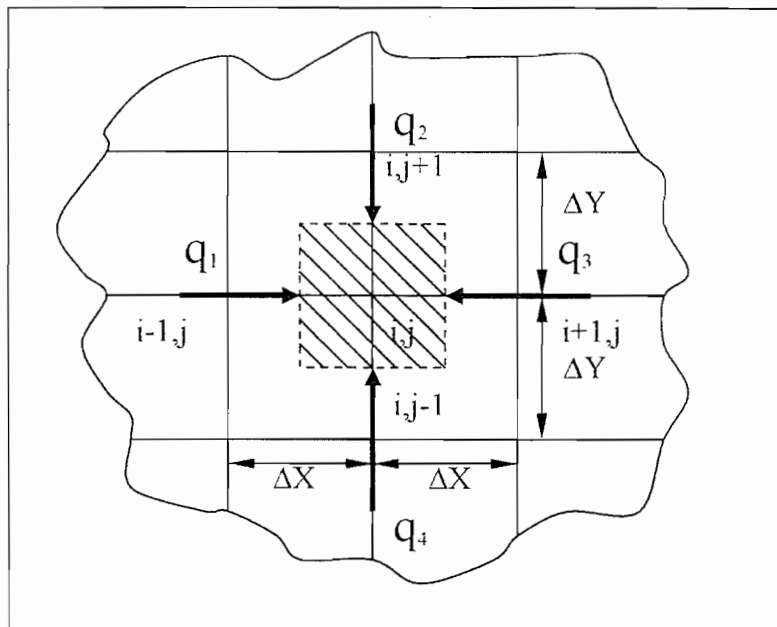
$$- \frac{\Delta t \times [(12 \times k_a) + (4 \times k_b)]}{[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \geq -1 \dots\dots\dots(3.192)$$

$$\frac{\Delta t \times [(12 \times k_a) + (4 \times k_b)]}{[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \leq 1 \dots\dots\dots(3.193)$$

$$\Delta t \leq \frac{[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2}{[(12 \times k_a) + (4 \times k_b)]} \dots\dots\dots(3.194)$$

3.1.19. Persamaan Node Untuk Benda Bagian B (k_b)

Dengan metode beda hingga, pada node 48 dan node-node lainnya yang memiliki bentuk kasus yang sama dapat dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut :



Gambar 3.20 : Posisi node 48

Kesetimbangan energi :

$$\left[\begin{array}{l} \text{Seluruh energi} \\ \text{yang masuk ke} \\ \text{permukaan volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{Besarnya energi} \\ \text{yang dibangkitkan} \\ \text{dalam volume} \\ \text{kontrol selama } \Delta t \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{Perubahan energi dalam} \\ \text{pada volume kontrol} \\ \text{selama } \Delta t \end{array} \right]$$

$$[q_1 + q_2 + q_3 + q_4] = \rho_b \times c_b \times V \times \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t}, \quad \Delta X = \Delta Y \dots \dots \dots (3.195)$$

$$\text{dengan : } q_1 = k_b \times (\Delta Y) \times (1) \times \frac{T_{i-1,j}^n - T_{i,j}^n}{\Delta X} \quad q_2 = k_b \times (\Delta X) \times (1) \times \frac{T_{i,j+1}^n - T_{i,j}^n}{\Delta Y}$$

$$q_3 = k_b \times (\Delta Y) \times (1) \times \frac{T_{i+1,j}^n - T_{i,j}^n}{\Delta X} \quad q_4 = k_b \times (\Delta X) \times (1) \times \frac{T_{i,j-1}^n - T_{i,j}^n}{\Delta Y}$$

$$V = (\Delta X) \times (\Delta Y) \times (1)$$

kemudian disubstitusikan ke Persamaan (3.195) menghasilkan :

$$\left[k_b \times (T_{i-1,j}^n + T_{i,j+1}^n + T_{i+1,j}^n + T_{i,j-1}^n - (4 \times T_{i,j}^n)) \right] = \rho_b \times c_b \times (\Delta X)^2 \times \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t} \dots \dots \dots (3.196)$$

$$\left[\frac{k_b \times \Delta t}{\rho_b \times c_b \times (\Delta X)^2} \times (T_{i-1,j}^n + T_{i,j+1}^n + T_{i+1,j}^n + T_{i,j-1}^n - (4 \times T_{i,j}^n)) \right] = T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n \dots \dots \dots (3.197)$$

$$\left[\frac{\alpha_b \times \Delta t}{(\Delta X)^2} \times (T_{i-1,j}^n + T_{i,j+1}^n + T_{i+1,j}^n + T_{i,j-1}^n - (4 \times T_{i,j}^n)) \right] + T_{i,j}^n = T_{i,j}^{n+1} \dots \dots \dots (3.198)$$

$$\left[F_{0b} \times (T_{i-1,j}^n + T_{i,j+1}^n + T_{i+1,j}^n + T_{i,j-1}^n) \right] + \left[T_{i,j}^n - (4 \times F_{0b} \times T_{i,j}^n) \right] = T_{i,j}^{n+1} \dots \dots \dots (3.199)$$

$$\left[F_{0b} \times (T_{i-1,j}^n + T_{i,j+1}^n + T_{i+1,j}^n + T_{i,j-1}^n) \right] + [1 - (4 \times F_{0b})] \times T_{i,j}^n = T_{i,j}^{n+1} \dots \dots \dots (3.200)$$

Dengan syarat stabilitas :

$$1 - (4 \times F_{ob}) \geq 0 \dots\dots\dots(3.201)$$

$$-(4 \times F_{ob}) \geq -1 \dots\dots\dots(3.202)$$

$$4 \times F_{ob} \leq 1 \dots\dots\dots(3.203)$$

$$\frac{\alpha_b \times \Delta t}{(\Delta X)^2} \leq \frac{1}{4} \dots\dots\dots(3.204)$$

$$\Delta t \leq \frac{(\Delta X)^2}{4 \times \alpha_b} \dots\dots\dots(3.205)$$

BAB IV
HASIL PERHITUNGAN

4.1. Variasi I (variasi pada koefisien perpindahan panas konveksi)

Syarat awal :

Suhu awal pada benda komposit merata sebesar 30°C, atau bila dinyatakan dengan ungkapan matematik dinyatakan sebagai :

$$T(x,y,0) = 30^{\circ}\text{C} \quad \text{untuk } 0 \leq x \leq 0,1 \text{ m}, 0 \leq y \leq 0,1 \text{ m}, t = 0$$

Kondisi batas :

a. Batas dinding kiri benda ($x = 0, 0 \leq y \leq a, t > 0$)

$$\left[\begin{aligned} & \left[h \times A \times (T_{\infty} - T(x,y,t)) \right] + \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y} \right] \\ & + \left[k_a \times A \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial x} \right] - \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y} \right] + [q'' \times A] \end{aligned} \right] = \rho \times c \times \frac{V}{2} \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial t}$$

b. Batas dinding atas benda ($y = a, 0 \leq x \leq a, t > 0$)

$$\left[\begin{aligned} & - \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial x} \right] + \left[h \times A \times (T_{\infty} - T(x,y,t)) \right] \\ & + \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial x} \right] - \left[k_a \times A \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y} \right] + [q'' \times A] \end{aligned} \right] = \rho \times c \times \frac{V}{2} \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial t}$$

c. Batas dinding kanan benda ($x = a, 0 \leq y \leq a, t > 0$)

$$\left[\begin{aligned} & - \left[k_a \times A \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial x} \right] + \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y} \right] \\ & + \left[h \times A \times (T_{\infty} - T(x,y,t)) \right] - \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y} \right] + [q'' \times A] \end{aligned} \right] = \rho \times c \times \frac{V}{2} \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial t}$$

d. Kondisi dinding bawah benda ($y = 0, 0 \leq x \leq a, t > 0$)

$$\left[\begin{array}{l} -\left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial x} \right] + \left[k_a \times A \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y} \right] \\ + \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial x} \right] + [h \times A \times (T_\infty - T(x,y,t))] + [q'' \times A] \end{array} \right] = \rho \times c \times \frac{V}{2} \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial t}$$

Adanya energi pembangkitan persatuan volume di pusat benda :

$$\dot{q}(x,y,t) = 10 \text{ MW/m}^3 \quad \text{untuk } x = 0,05 \text{ m dan } y = 0,05 \text{ m dan } t > 0$$

Harga variasi h dan bahan komposit (k_a dan k_b).

Bahan komposit dipilih aluminium – baja karbon C = 0,5 %. Dengan aluminium ($k_a = 204 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$) dan baja karbon C = 0,5 % ($k_b = 54 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$) dengan fluks sebesar $q'' = 100 \text{ W/m}^2$ dan suhu fluida $T_\infty = 100^\circ\text{C}$.

Variasi koefisien perpindahan panas konveksi (h) dipilih :

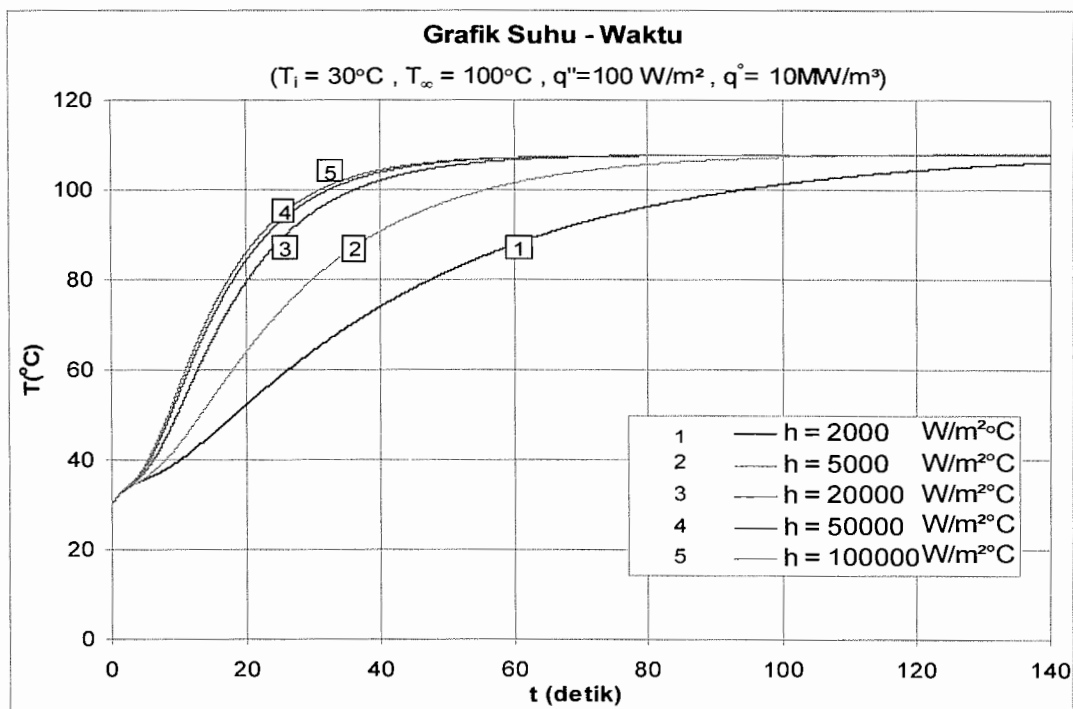
1. $h = 2000 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$
2. $h = 5000 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$
3. $h = 20000 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$
4. $h = 50000 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$
5. $h = 100000 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$

4.1.1. Distribusi Suhu

Hasil perhitungan waktu yang diperoleh untuk benda komposit aluminium – baja karbon C = 0,5 %, pada titik pusat tepat melewati suhu 100°C .

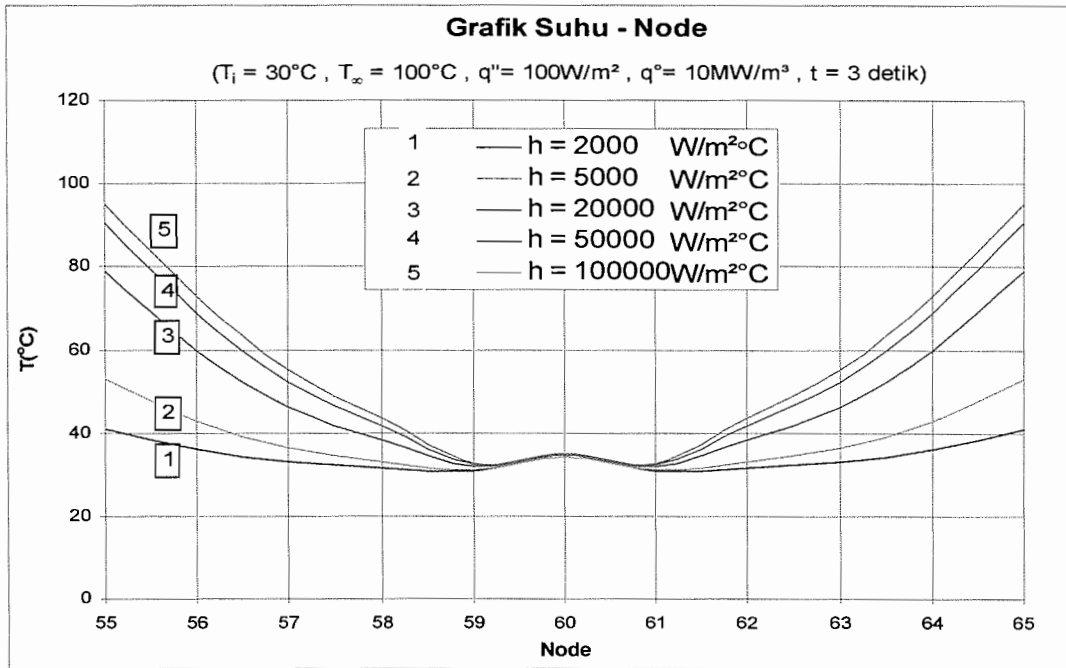
Tabel 4.1
Waktu untuk benda uji pada titik pusat tepat melewati suhu 100°C,
komposisi aluminium – baja karbon C = 0,5 %

No.	h (W/m ² °C)	Waktu (detik)
1.	2000	93,6
2.	5000	55,4
3.	20000	36
4.	50000	32,3
5.	100000	31,05

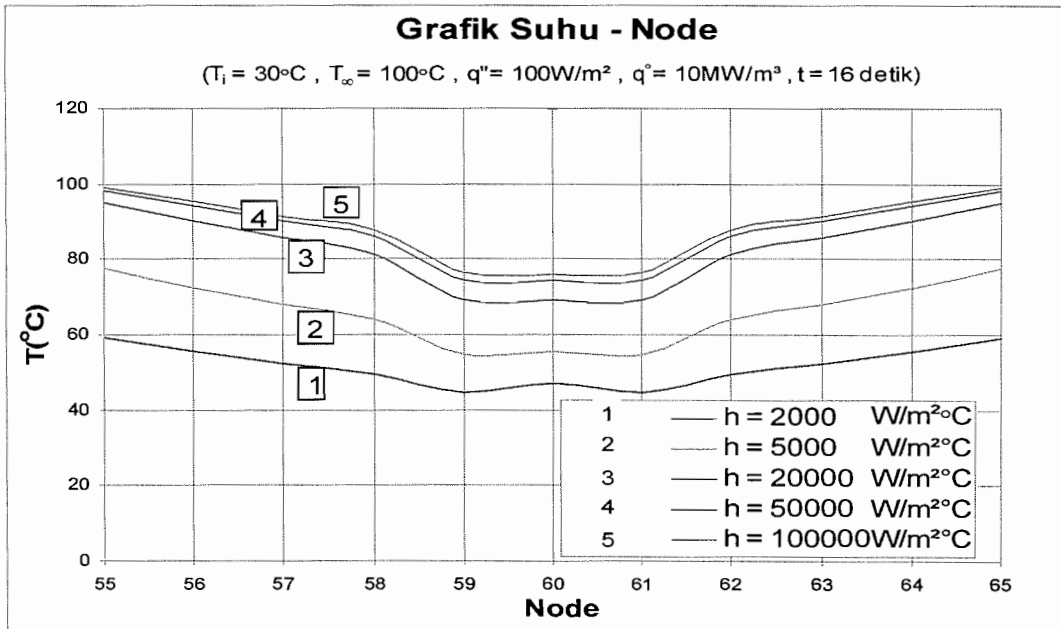


Gambar 4.1 :
Perjalanan suhu titik pusat dari waktu ke waktu
komposisi bahan : Aluminium – baja karbon C = 0,5 %

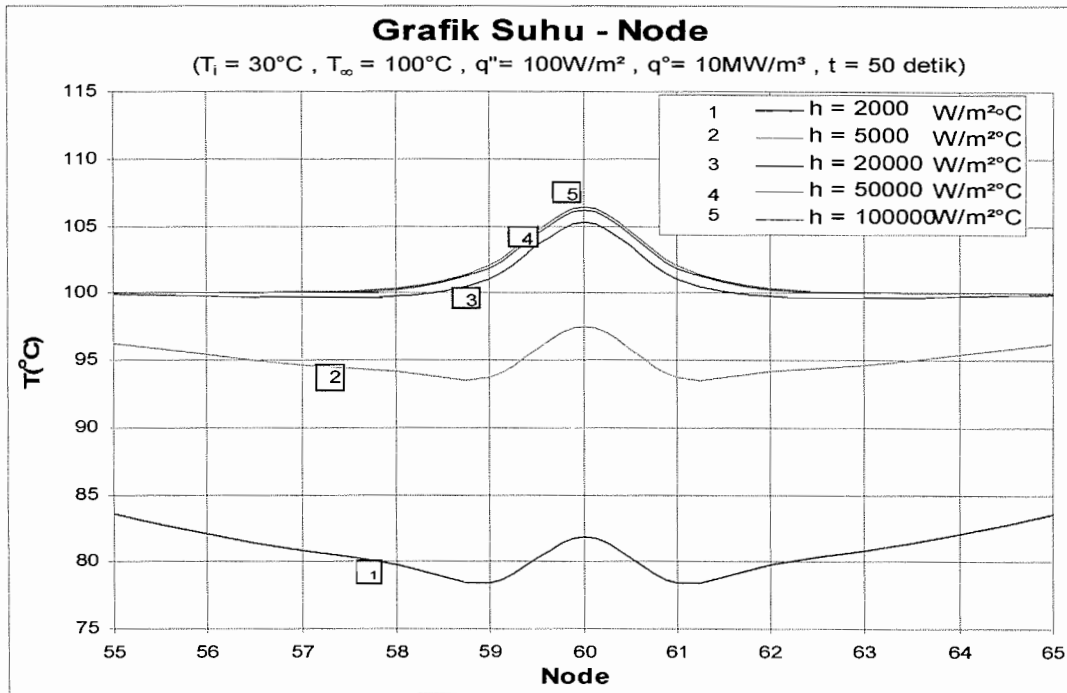
Bila perjalanan suhu pada titik 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65 dibuat grafik pada $t = 3$ detik, $t = 16$ detik, $t = 50$ detik, $t = 70$ detik, $t = 110$ detik dan $t = 140$ detik untuk semua variasi koefisien perpindahan panas konveksi (h), maka akan diperoleh grafik dibawah ini :



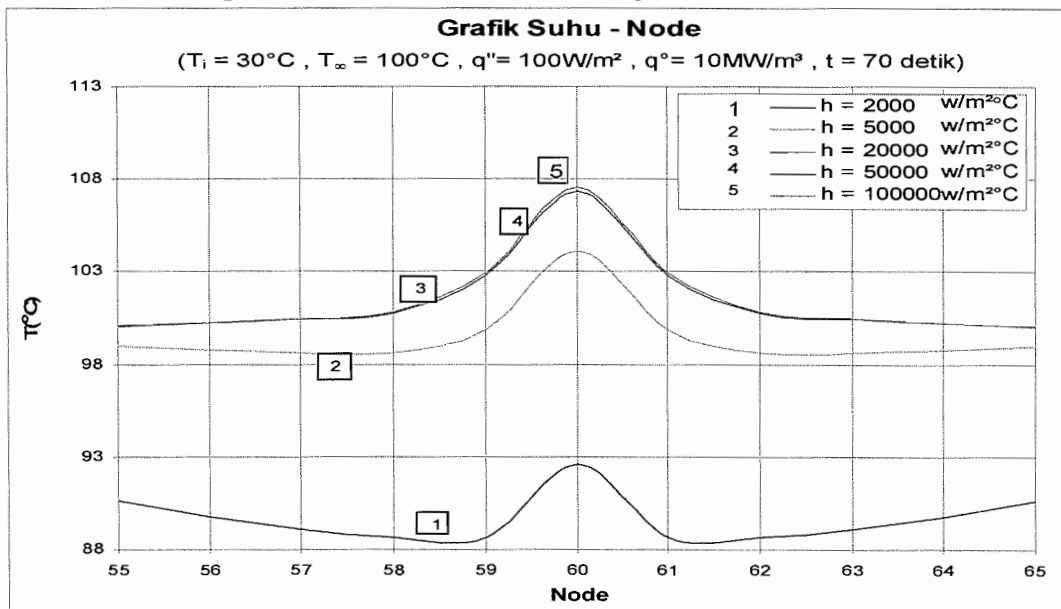
Gambar 4.2:
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat $t = 3$ detik
komposisi bahan : Aluminium – baja karbon C = 0,5 %



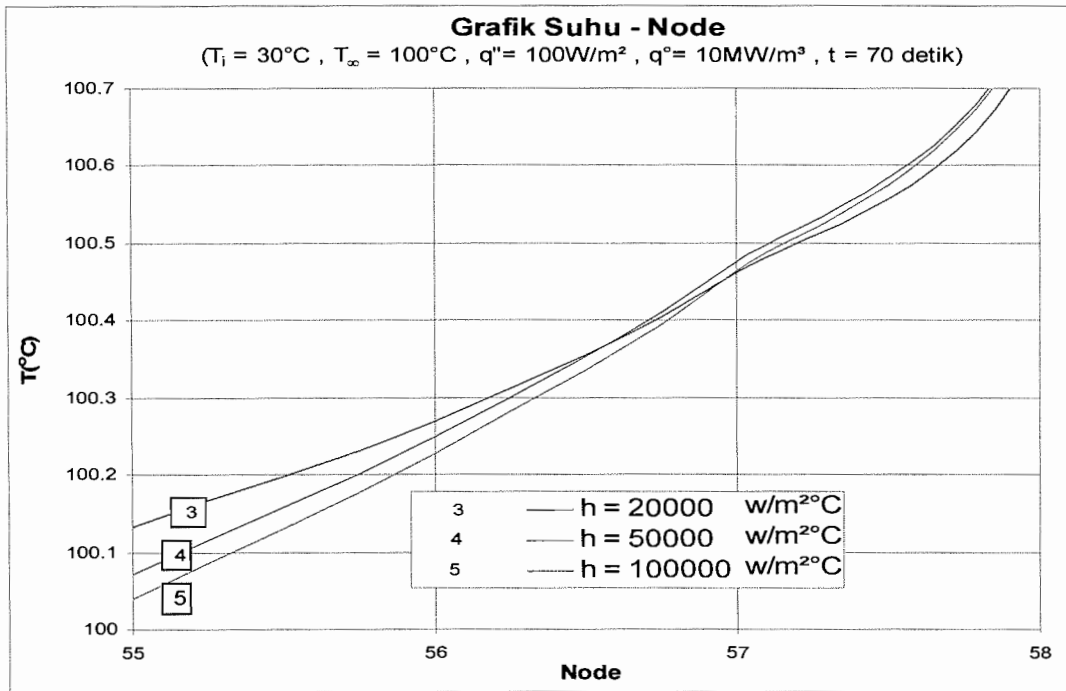
Gambar 4.3 :
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat $t = 16$ detik
komposisi bahan : Aluminium – baja karbon C = 0,5 %



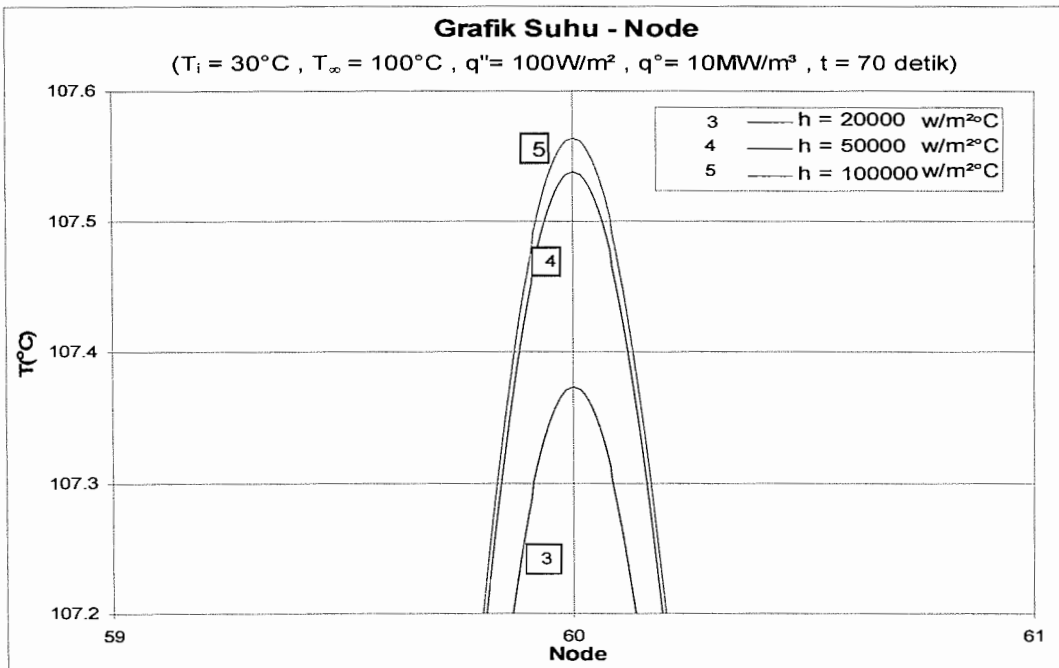
Gambar 4.4:
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat $t = 50$ detik
komposisi bahan : Aluminium – baja karbon C = 0,5 %



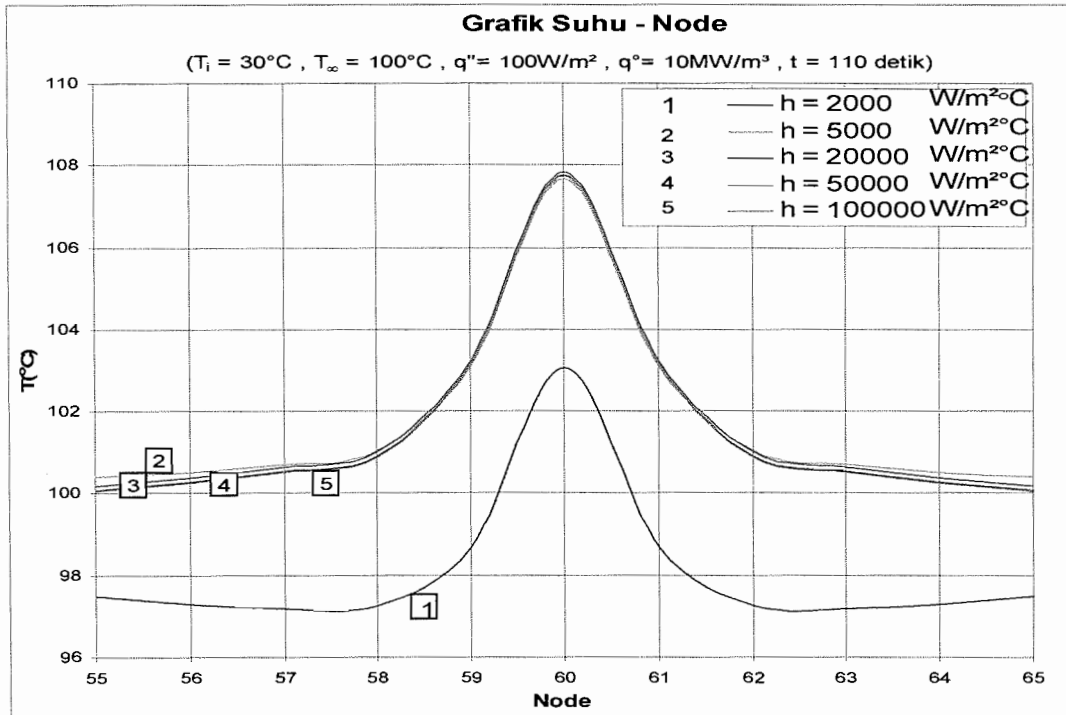
Gambar 4.5:
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat $t = 70$ detik
komposisi bahan : Aluminium – baja karbon C = 0,5 %



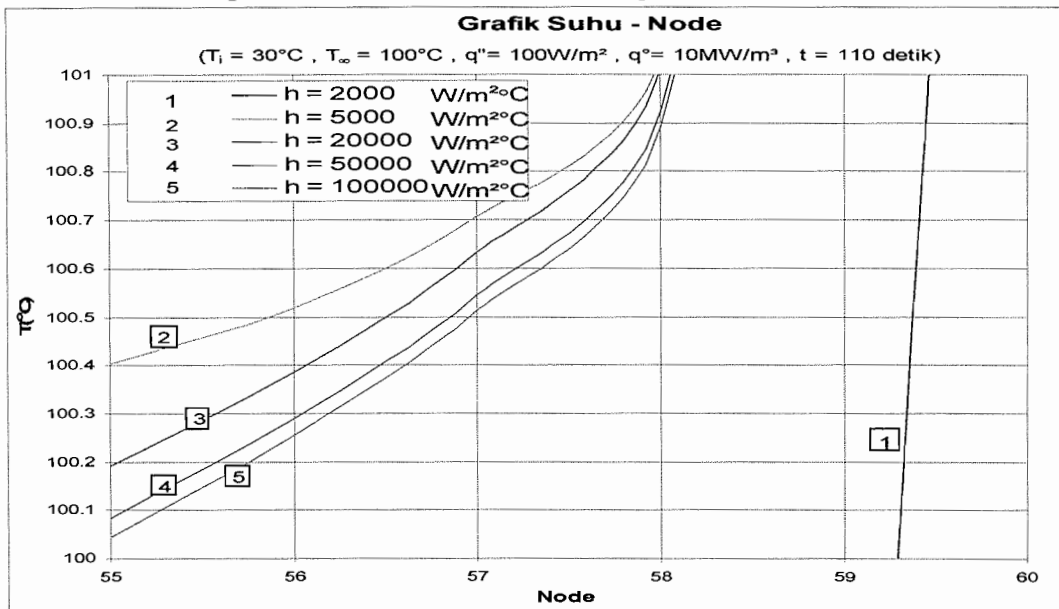
Gambar 4.6:
Pembesaran Gambar 4.5 yang skala subunya dimulai dari 100°C sampai 100,7°C



Gambar 4.7:
Pembesaran Gambar 4.5 yang skala suhunya dimulai dari 107,2°C sampai 107,6°C

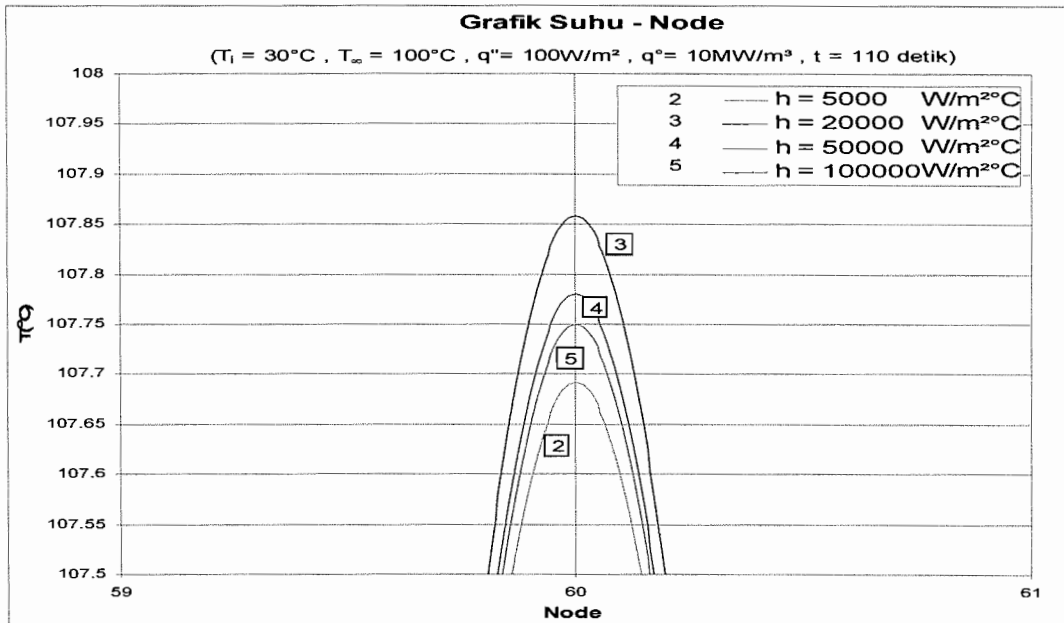


Gambar 4.8:
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat $t = 110$ detik
Komposisi bahan : Aluminium – baja karbon C = 0,5 %

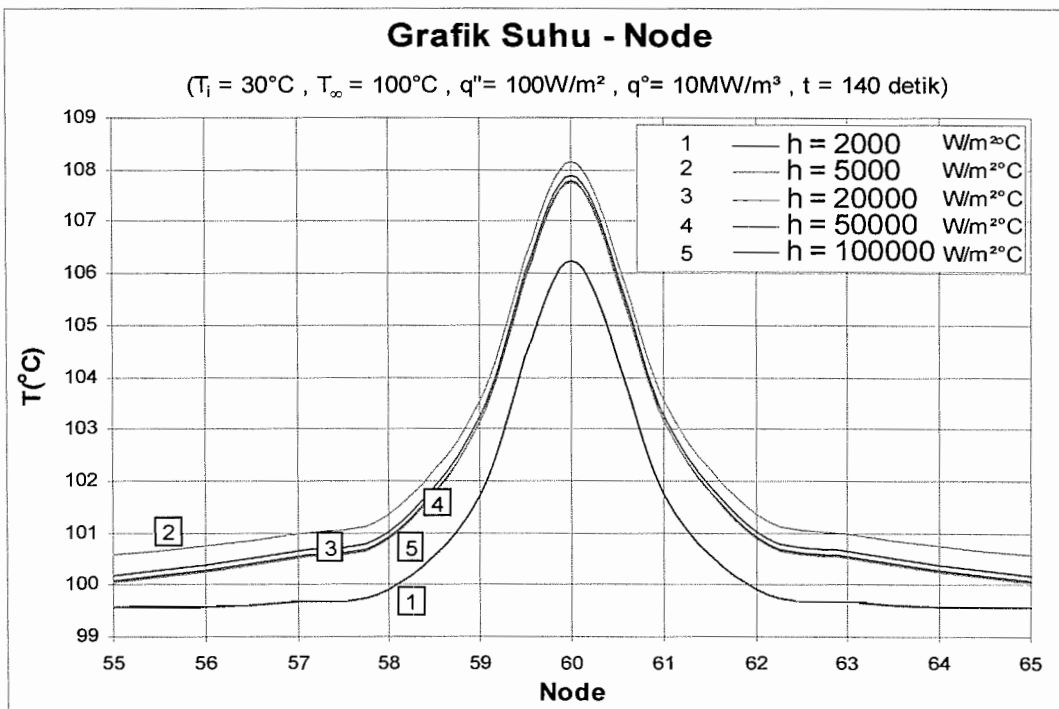


Gambar 4.9:
Pembesaran Gambar 4.8 yang skala suhunya dimulai dari 100°C sampai 101°C

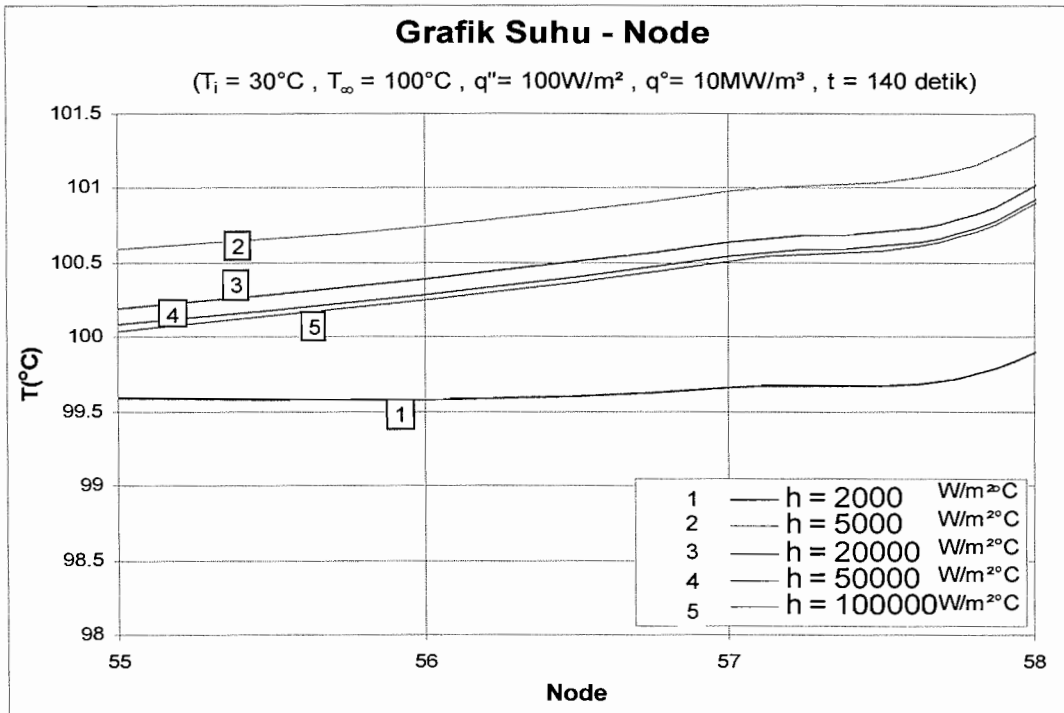




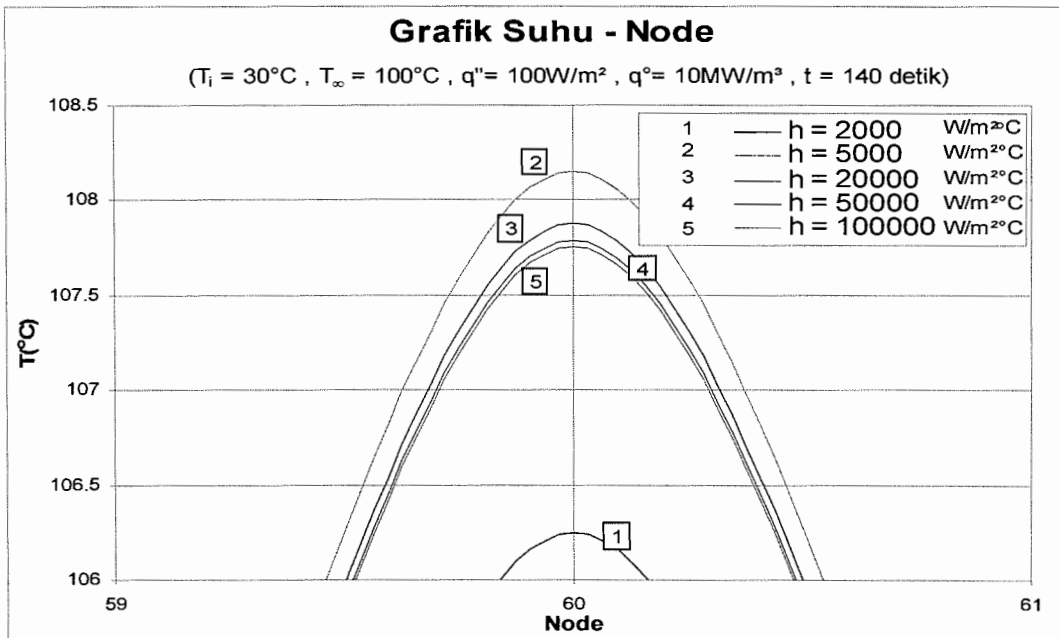
Gambar 4.10:
Pembesaran Gambar 4.8 yang skala suhunya dimulai dari $107,5^\circ\text{C}$ sampai 108°C



Gambar 4.11:
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat $t = 140$ detik
komposisi bahan : Aluminium – baja karbon C = 0,5 %



Gambar 4.12:
Pembesaran Gambar 4.11 yang skala suhunya dimulai dari 98°C sampai $101,5^\circ\text{C}$



Gambar 4.13:
Pembesaran Gambar 4.11 yang skala suhunya dimulai dari 106°C sampai $108,5^\circ\text{C}$

4.2. Variasi 2 (variasi pada koefisien perpindahan panas konduksi)

Syarat awal :

Suhu awal pada benda komposit merata sebesar 30°C, atau bila dinyatakan dengan ungkapan matematik dinyatakan sebagai :

$$T(x,y,0) = 30^{\circ}\text{C} \quad \text{untuk } 0 \leq x \leq 0,1 \text{ m}, 0 \leq y \leq 0,1 \text{ m}, t = 0$$

Kondisi batas :

a. Batas dinding kiri benda ($x = 0, 0 \leq y \leq a, t > 0$)

$$\left[\begin{array}{l} [h \times A \times (T_{\infty} - T(x,y,t))] + \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y} \right] \\ + \left[k_a \times A \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial x} \right] - \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y} \right] + [q'' \times A] \end{array} \right] = \rho \times c \times \frac{V}{2} \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial t}$$

b. Batas dinding atas benda ($y = a, 0 \leq x \leq a, t > 0$)

$$\left[\begin{array}{l} - \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial x} \right] + [h \times A \times (T_{\infty} - T(x,y,t))] \\ + \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial x} \right] - \left[k_a \times A \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y} \right] + [q'' \times A] \end{array} \right] = \rho \times c \times \frac{V}{2} \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial t}$$

c. Batas dinding kanan benda ($x = a, 0 \leq y \leq a, t > 0$)

$$\left[\begin{array}{l} - \left[k_a \times A \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial x} \right] + \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y} \right] \\ + [h \times A \times (T_{\infty} - T(x,y,t))] - \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y} \right] + [q'' \times A] \end{array} \right] = \rho \times c \times \frac{V}{2} \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial t}$$

d. Kondisi dinding bawah benda ($y = 0, 0 \leq x \leq a, t > 0$)

$$\left[\begin{array}{l} - \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial x} \right] + \left[k_a \times A \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y} \right] \\ + \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial x} \right] + \left[h \times A \times (T_\infty - T(x,y,t)) \right] + \left[q'' \times A \right] \end{array} \right] = \rho \times c \times \frac{V}{2} \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial t}$$

Adanya energi pembangkitan persatuan volume di pusat benda :

$$\dot{q}(x,y,t) = 100 \text{ MW/m}^3 \quad \text{untuk } x = 0,05 \text{ m dan } y = 0,05 \text{ m dan } t > 0$$

Harga h dan fluks

Harga koefisien perpindahan panas konveksi (h) sebesar $2000 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$ dengan fluks sebesar $q'' = 100 \text{ W/m}^2$ dan suhu fluida $T_\infty = 100^\circ\text{C}$.

Variasi koefisien perpindahan panas konduksi (k_b) dipilih :

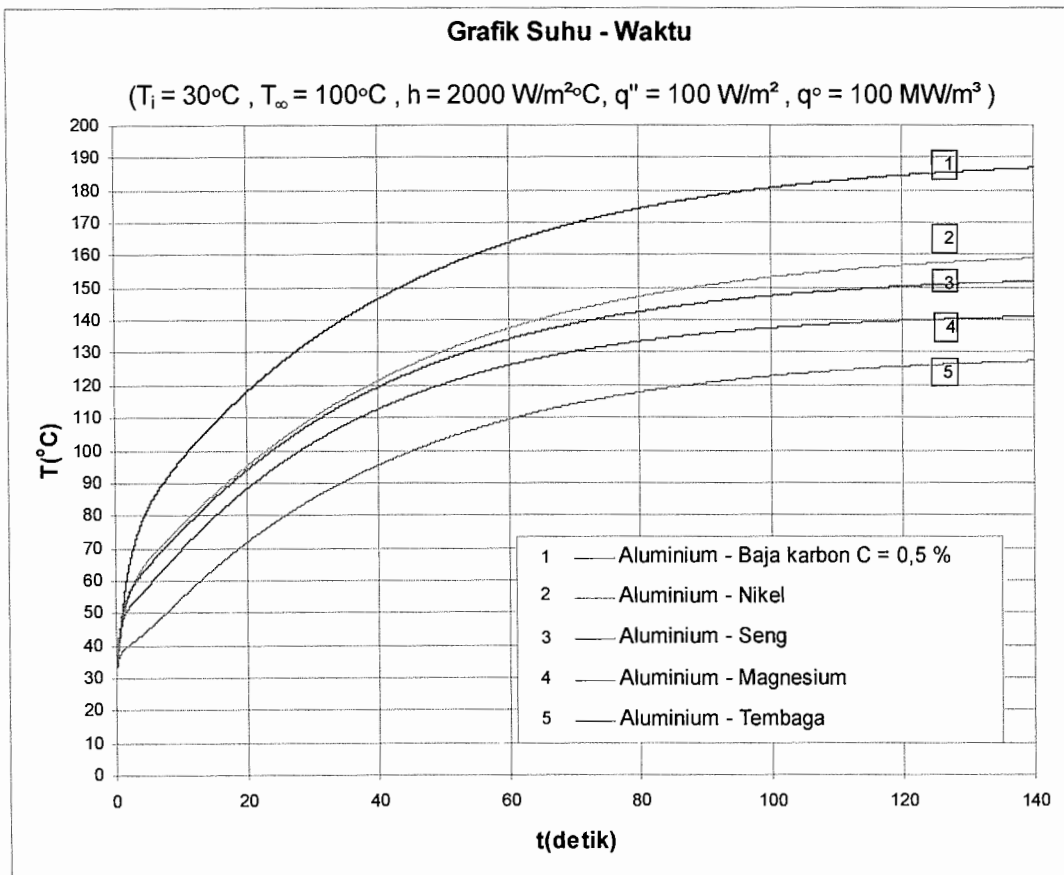
1. Baja karbon C = 0,5 %
2. Nikel
3. Seng
4. Magnesium
5. Tembaga

4.2.1. Distribusi Suhu

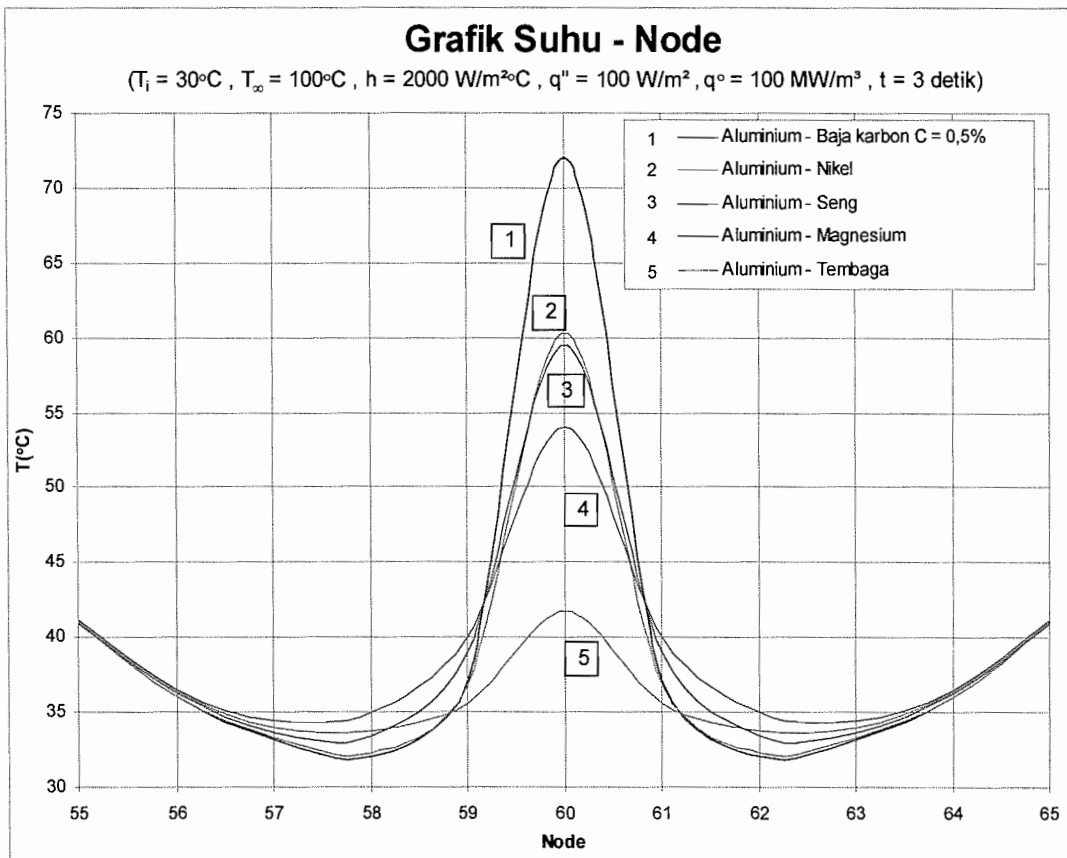
Hasil perhitungan waktu yang diperoleh untuk benda komposit dengan harga koefisien perpindahan panas konveksi (h) sebesar $2000 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$, untuk suhu titik pusat tepat melewati suhu 100°C .

Tabel 4.2
Waktu untuk benda uji pada titik pusat tepat melewati suhu 100°C,
dengan $h = 2000 \text{ W/m}^2\text{°C}$

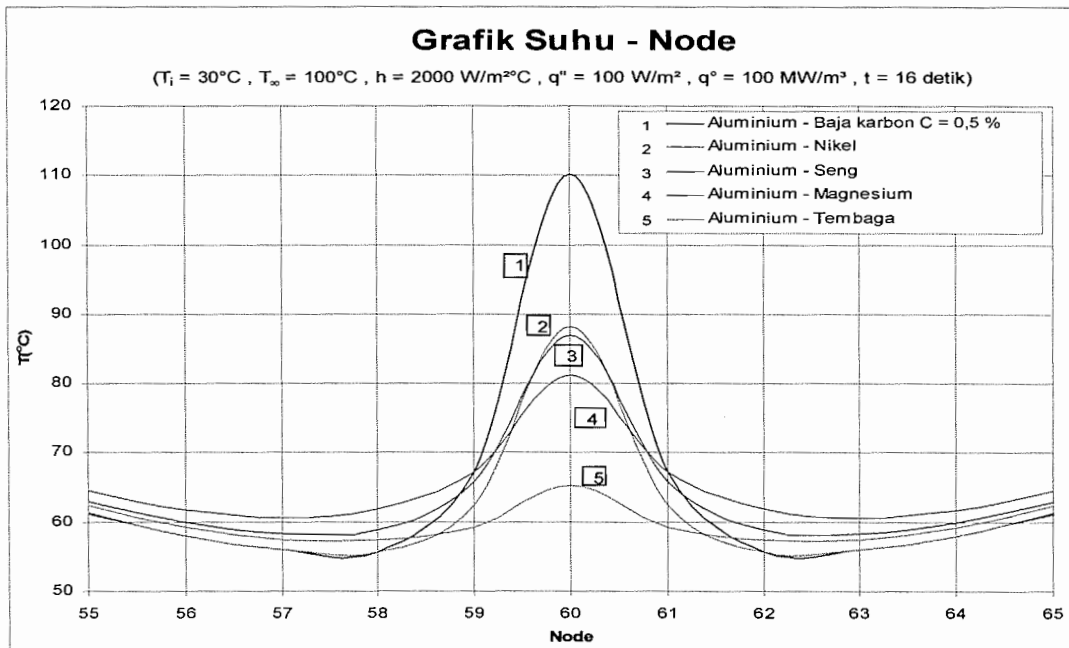
No.	Bahan 1 = k_a (W/m °C)	Bahan 2 = k_b (W/m °C)	Waktu (detik)
1.	Aluminium	Baja karbon C = 0,5 %	11,3
2.	Aluminium	Nikel	23,05
3.	Aluminium	Seng	23,9
4.	Aluminium	Magnesium	28,2
5.	Aluminium	Tembaga	45,4



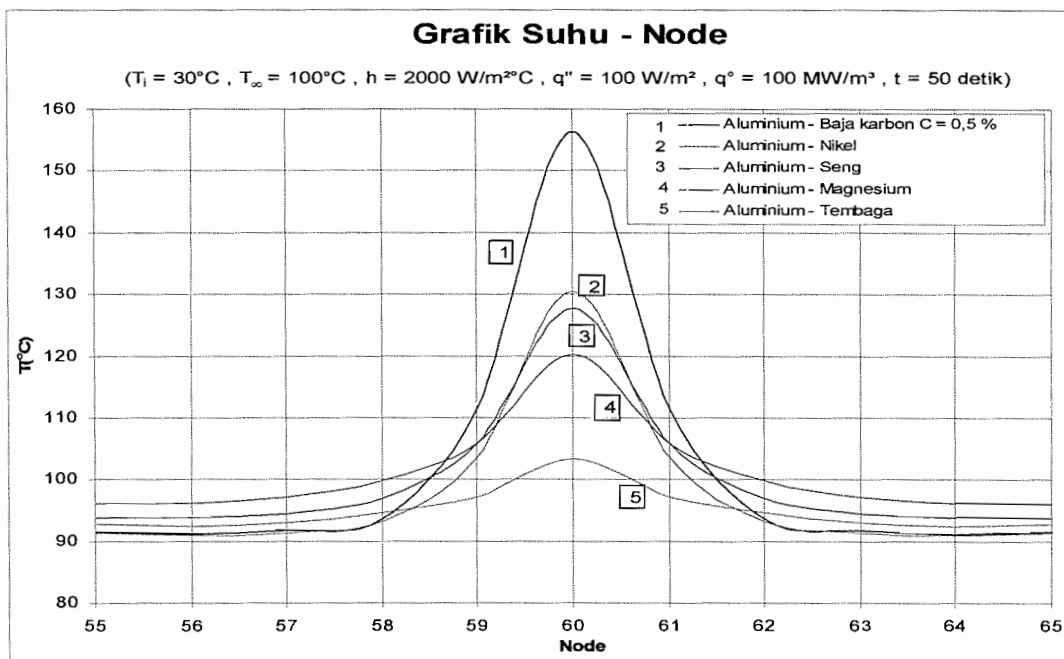
Bila perjalanan suhu pada titik 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65 dibuat grafik pada $t = 3$ detik, $t = 16$ detik, $t = 50$ detik, $t = 70$ detik, $t = 110$ detik dan $t = 140$ detik untuk semua variasi koefisien perpindahan panas konduksi (k), maka akan diperoleh grafik dibawah ini :



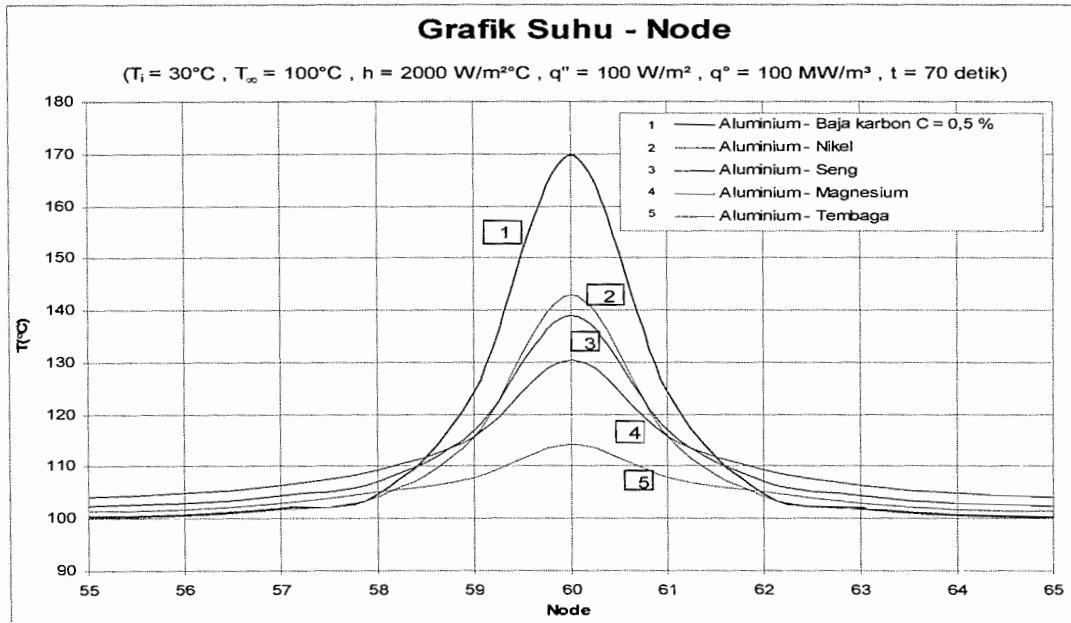
Gambar 4.15 :
Perjalanan suhu titik yang terletak satu baris saat $t = 3$ detik
untuk variasi konduktivitas termal



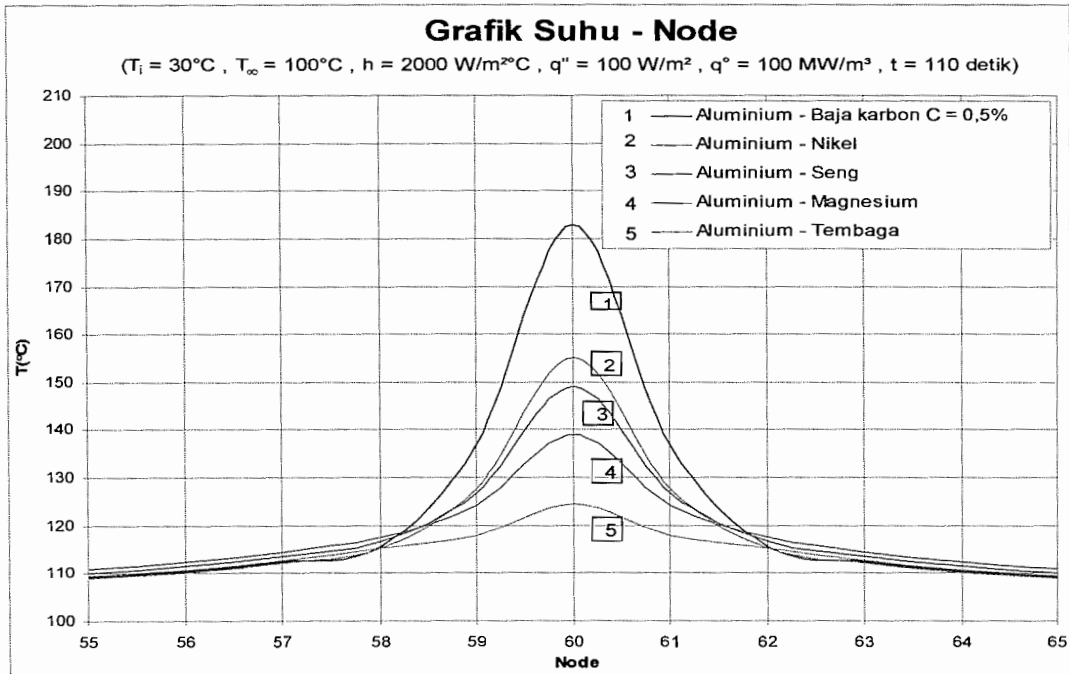
Gambar 4.16 :
Perjalanan suhu titik yang terletak satu baris saat $t = 16$ detik
untuk variasi konduktivitas termal



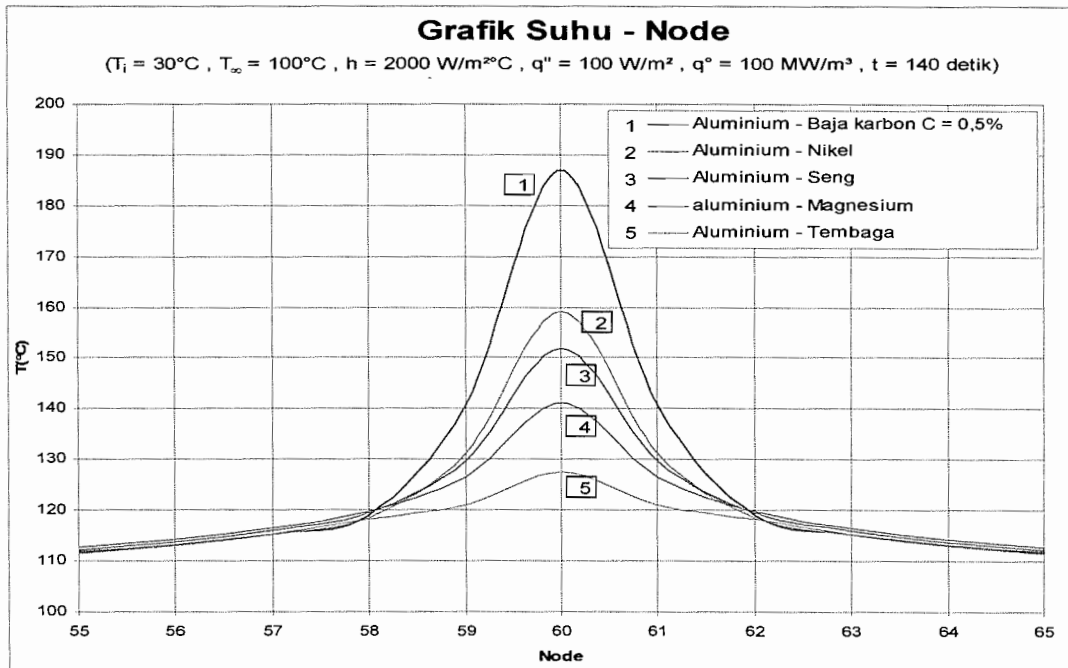
Gambar 4.17 :
Perjalanan suhu titik yang terletak satu baris saat $t = 50$ detik
untuk variasi konduktivitas termal



Gambar 4.18 :
Perjalanan suhu titik yang terletak satu baris saat $t = 70$ detik
untuk variasi konduktivitas termal



Gambar 4.19:
Perjalanan suhu titik yang terletak satu baris saat $t = 110$ detik
untuk variasi konduktivitas termal



Gambar 4.20:
Perjalanan suhu titik yang terletak satu baris saat $t = 140$ detik untuk variasi konduktivitas termal

4.3. Variasi III (variasi pada fluks)

Syarat awal :

Suhu awal pada benda komposit merata sebesar 30°C , atau bila dinyatakan dengan ungkapan matematik dinyatakan sebagai :

$$T(x,y,0) = 30^\circ\text{C} \quad \text{untuk } 0 \leq x \leq 0,1 \text{ m}, 0 \leq y \leq 0,1 \text{ m}, t = 0$$

Kondisi batas :

a. Batas dinding kiri benda ($x = 0$, $0 \leq y \leq a$, $t > 0$)

$$\left[\begin{aligned} & \left[h \times A \times (T_\infty - T(x,y,t)) \right] + \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y} \right] \\ & + \left[k_a \times A \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial x} \right] - \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y} \right] + [q'' \times A] \end{aligned} \right] = \rho \times c \times \frac{V}{2} \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial t}$$

b. Batas dinding atas benda ($y = a, 0 \leq x \leq a, t > 0$)

$$\left[\begin{array}{l} -\left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial x} \right] + [h \times A \times (T_\infty - T(x,y,t))] \\ + \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial x} \right] - \left[k_a \times A \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y} \right] + [q'' \times A] \end{array} \right] = \rho \times c \times \frac{V}{2} \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial t}$$

c. Batas dinding kanan benda ($x = a, 0 \leq y \leq a, t > 0$)

$$\left[\begin{array}{l} -\left[k_a \times A \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial x} \right] + \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y} \right] \\ + [h \times A \times (T_\infty - T(x,y,t))] - \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y} \right] + [q'' \times A] \end{array} \right] = \rho \times c \times \frac{V}{2} \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial t}$$

d. Kondisi dinding bawah benda ($y = 0, 0 \leq x \leq a, t > 0$)

$$\left[\begin{array}{l} -\left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial x} \right] + \left[k_a \times A \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y} \right] \\ + \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial x} \right] + [h \times A \times (T_\infty - T(x,y,t))] + [q'' \times A] \end{array} \right] = \rho \times c \times \frac{V}{2} \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial t}$$

Adanya energi pembangkitan persatuan volume di pusat benda :

$$\dot{q} (x,y,t) = 10 \text{ MW/m}^3 \quad \text{untuk } x = 0,05 \text{ m dan } y = 0,05 \text{ m dan } t > 0$$

Harga koefisien perpindahan panas konveksi (h) dan bahan komposit (k_a dan k_b).

Bahan komposit dipilih aluminium – nikel. Dengan aluminium ($k_a = 204 \text{ W/m}^\circ\text{C}$) dan nikel ($k_b = 90 \text{ W/m}^\circ\text{C}$). Sedangkan koefisien perpindahan panas konveksi (h) sebesar $2000 \text{ W/m}^2\text{C}$ dan suhu fluida $T_\infty = 100^\circ\text{C}$.

Variasi fluks (q'') dipilih :

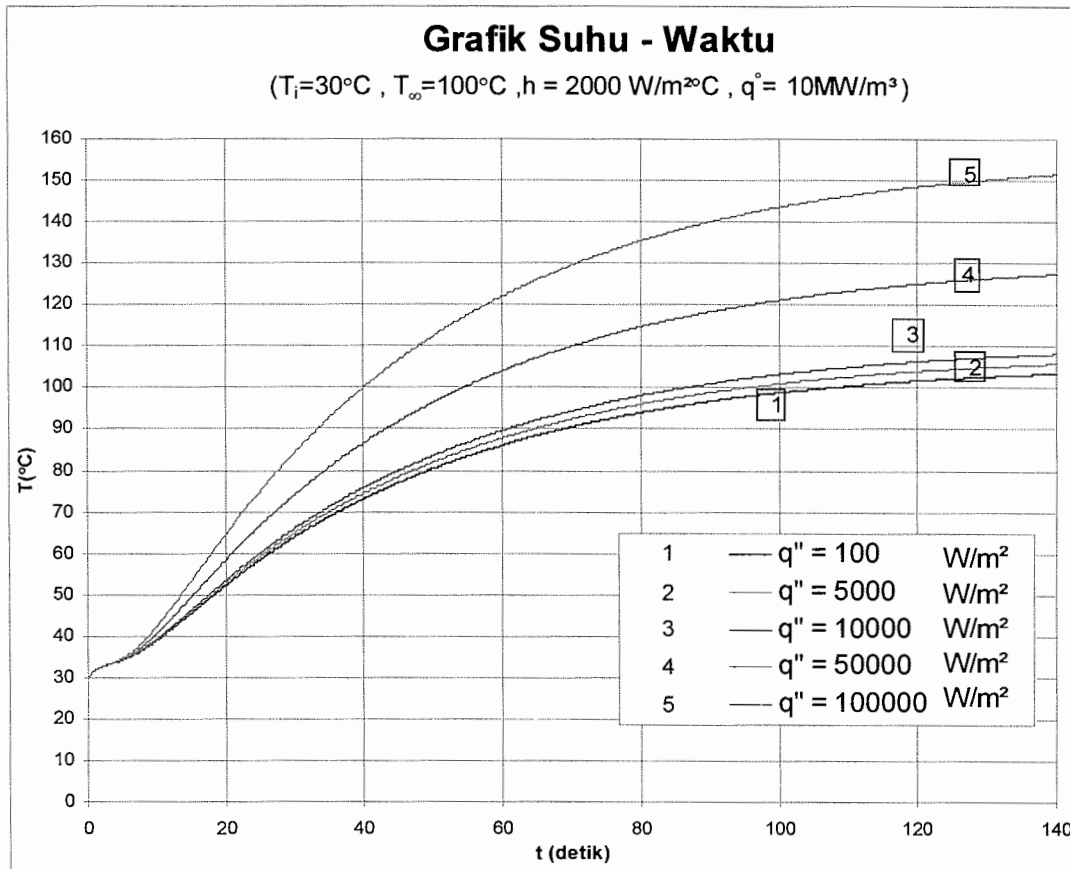
1. $q'' = 100 \text{ W/m}^2$
2. $q'' = 5000 \text{ W/m}^2$
3. $q'' = 10000 \text{ W/m}^2$
4. $q'' = 50000 \text{ W/m}^2$
5. $q'' = 100000 \text{ W/m}^2$

4.3.1. Distribusi Suhu

Hasil perhitungan waktu yang diperoleh untuk benda komposit aluminium – nikel, pada titik pusat tepat melewati suhu 100°C .

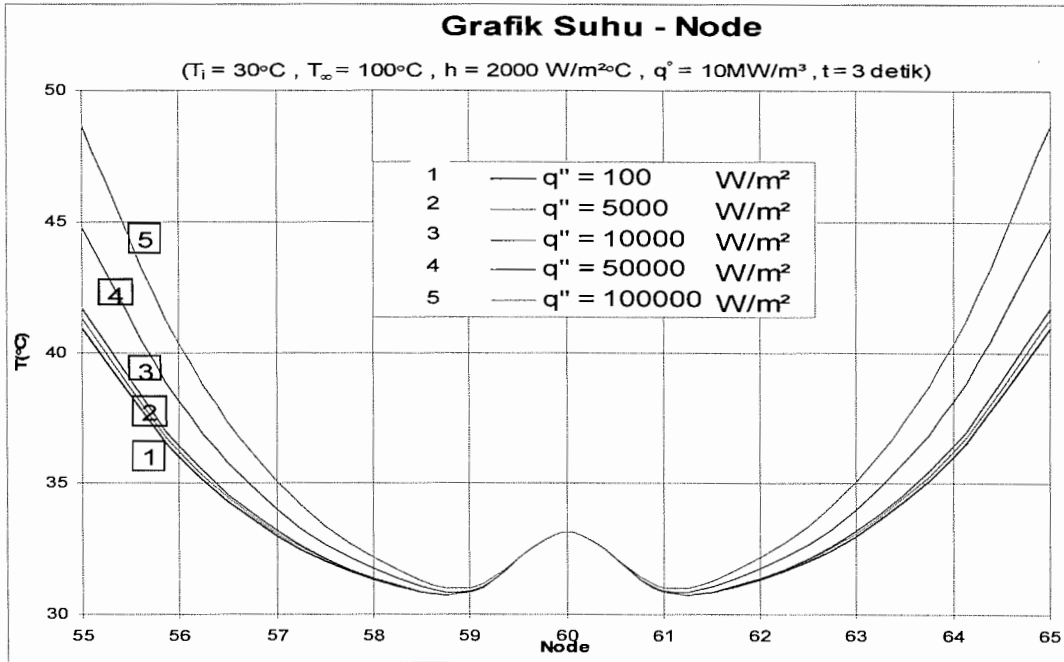
Tabel 4.3
**Waktu untuk benda uji pada titik pusat tepat melewati suhu 100°C ,
komposisi aluminium – nikel**

No.	q'' (W/m^2)	Waktu (detik)
1.	100	107,2
2.	5000	95,2
3.	10000	86,4
4.	50000	54,4
5.	100000	40

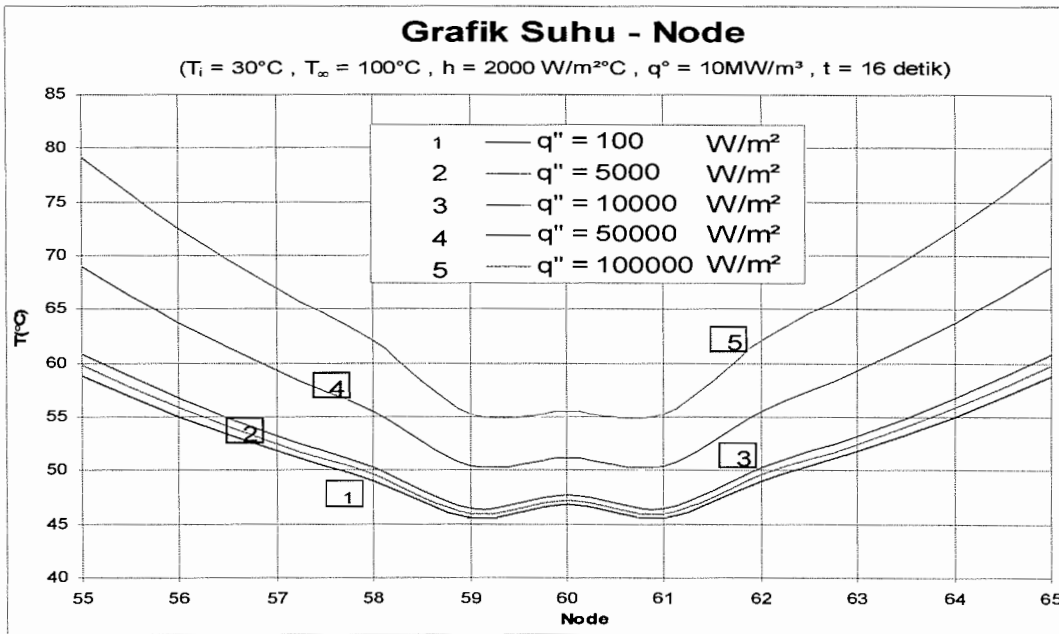


Gambar 4.21 :
Perjalanan suhu titik pusat dari waktu ke waktu
komposisi bahan : Aluminium – Nikel

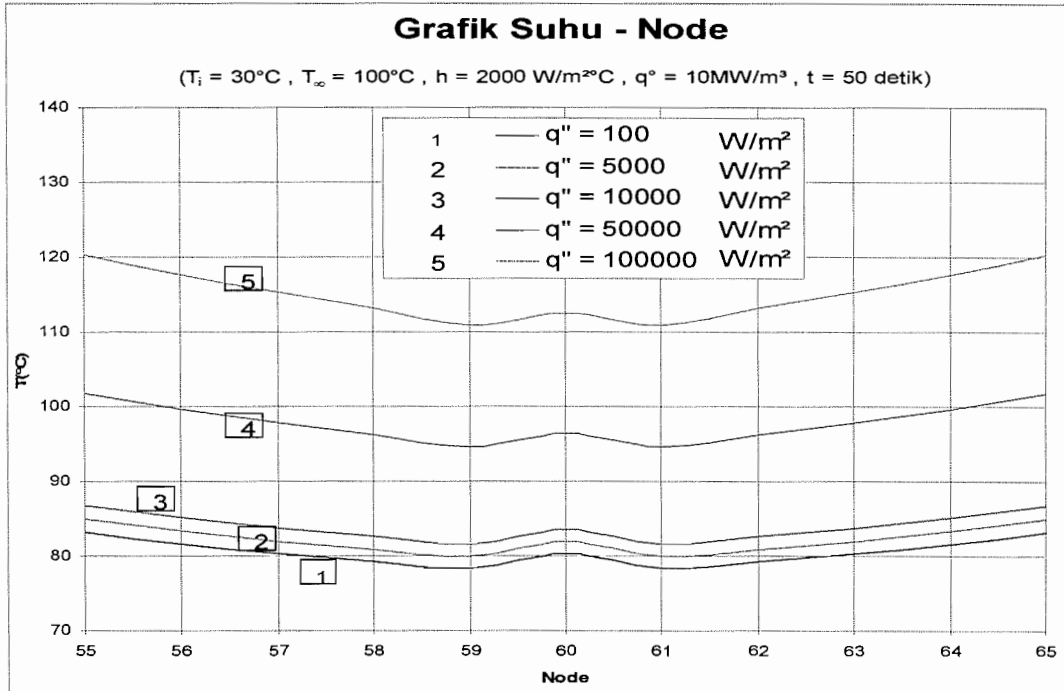
Bila perjalanan suhu pada titik 55, 56, 57,58, 59,60, 61, 62, 63, 64,65 dibuat grafik pada $t = 3$ detik, $t = 16$ detik, $t = 50$ detik, $t = 70$ detik, $t = 110$ detik dan $t = 140$ detik untuk semua variasi fluks (q''), maka akan diperoleh grafik dibawah ini :



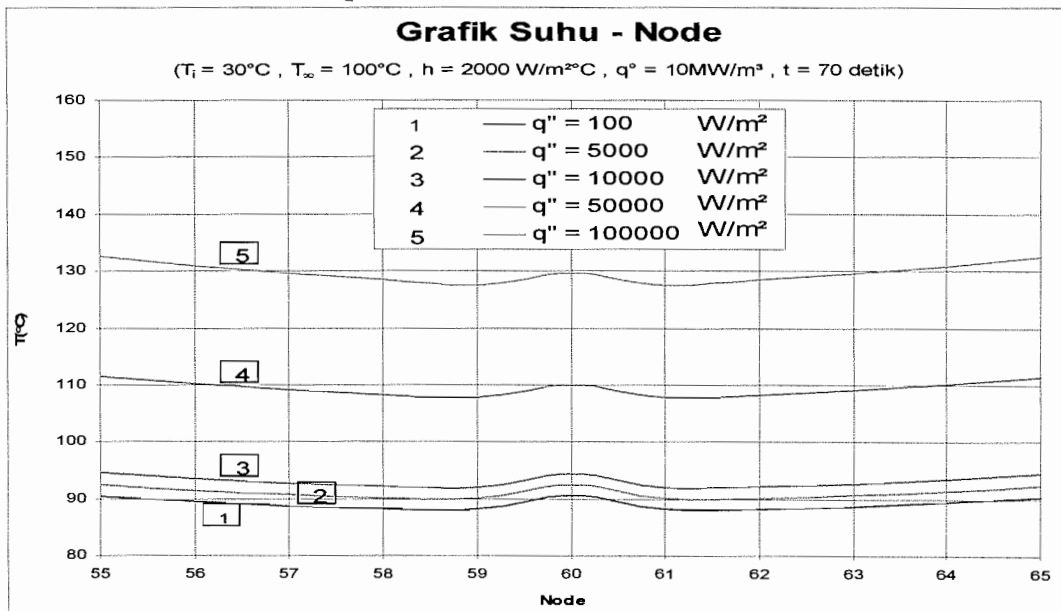
Gambar 4.22 :
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat $t = 3 \text{ detik}$
komposisi bahan : Aluminium – Nikel



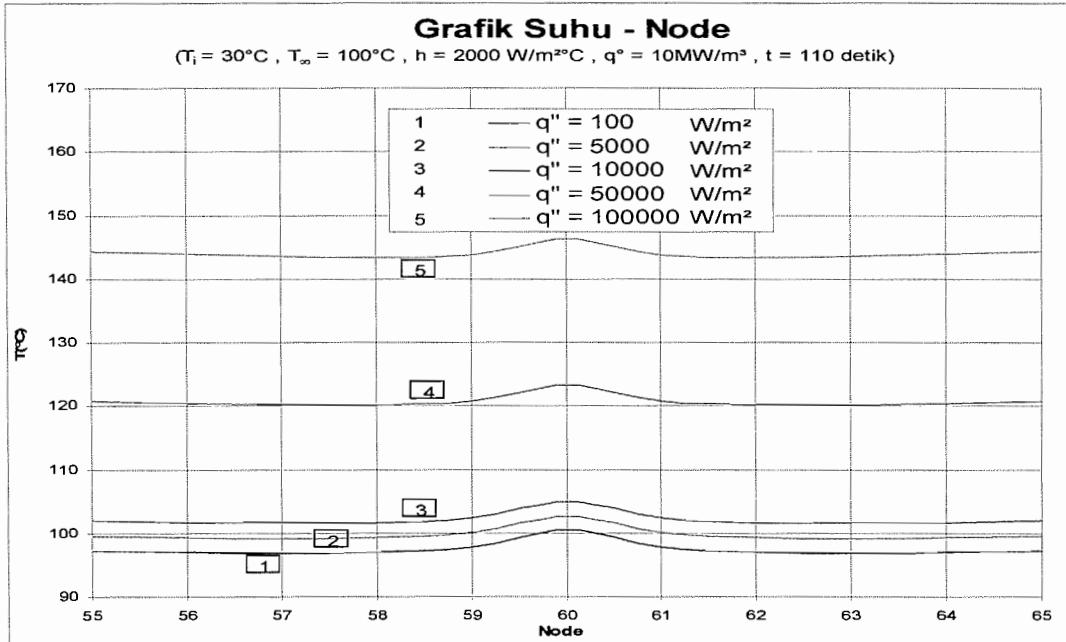
Gambar 4.23 :
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat $t = 16 \text{ detik}$
komposisi bahan : Aluminium – Nikel



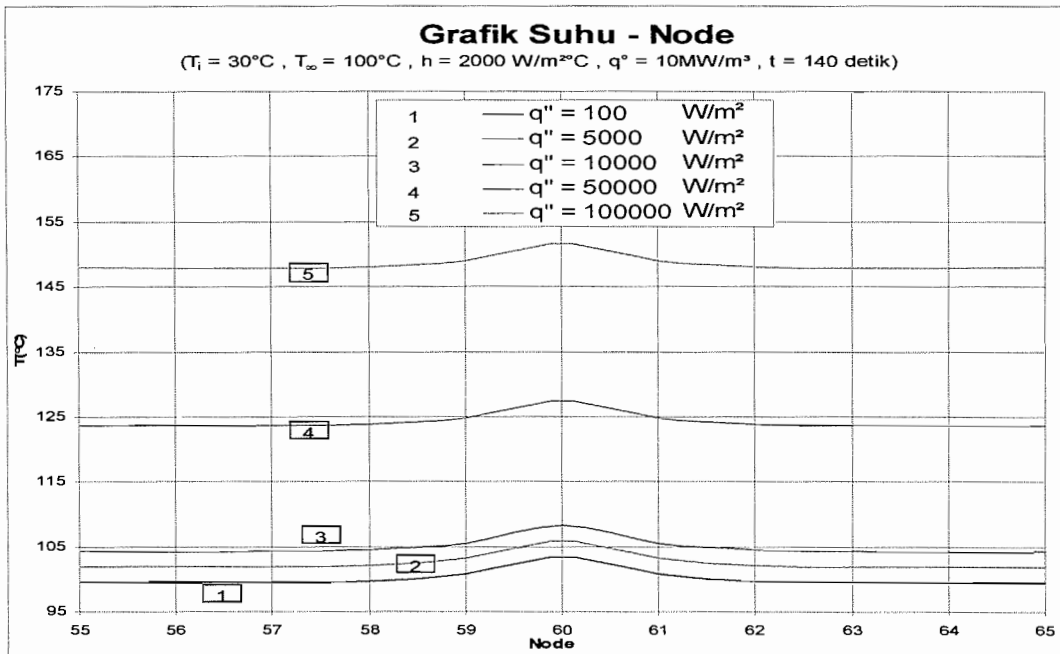
Gambar 4.24 :
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat $t = 50$ detik
komposisi bahan : Aluminium – Nikel



Gambar 4.25 :
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat $t = 70$ detik
komposisi bahan : Aluminium – Nikel



Gambar 4.26:
 Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat $t = 110$ detik
 komposisi bahan : Aluminium – Nikel



Gambar 4.27:
 Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat $t = 140$ detik
 komposisi bahan : Aluminium – Nikel

4.4. Variasi IV (variasi energi pembangkitan persatuan volume di pusat benda)

Syarat awal :

Suhu awal pada benda komposit merata sebesar 30°C, atau bila dinyatakan dengan ungkapan matematik dinyatakan sebagai :

$$T(x,y,0) = 30^{\circ}\text{C} \quad \text{untuk } 0 \leq x \leq 0,1 \text{ m}, 0 \leq y \leq 0,1 \text{ m}, t = 0$$

Kondisi batas :

a. Batas dinding kiri benda ($x = 0, 0 \leq y \leq a, t > 0$)

$$\left[\begin{array}{l} [h \times A \times (T_x - T(x,y,t))] + \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y} \right] \\ + \left[k_a \times A \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial x} \right] - \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y} \right] + [q'' \times A] \end{array} \right] = \rho \times c \times \frac{V}{2} \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial t}$$

b. Batas dinding atas benda ($y = a, 0 \leq x \leq a, t > 0$)

$$\left[\begin{array}{l} - \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial x} \right] + [h \times A \times (T_x - T(x,y,t))] \\ + \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial x} \right] - \left[k_a \times A \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y} \right] + [q'' \times A] \end{array} \right] = \rho \times c \times \frac{V}{2} \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial t}$$

c. Batas dinding kanan benda ($x = a, 0 \leq y \leq a, t > 0$)

$$\left[\begin{array}{l} - \left[k_a \times A \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial x} \right] + \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y} \right] \\ + [h \times A \times (T_x - T(x,y,t))] - \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y} \right] + [q'' \times A] \end{array} \right] = \rho \times c \times \frac{V}{2} \times \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial t}$$

d. Kondisi dinding bawah benda ($y = 0, 0 \leq x \leq a, t > 0$)

$$\left[\begin{array}{l} - \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial x} \right] + \left[k_a \times A \times \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial y} \right] \\ + \left[k_a \times \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial x} \right] + [h \times A \times (T_\infty - T(x, y, t))] + [q'' \times A] \end{array} \right] = \rho \times c \times \frac{V}{2} \times \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial t}$$

Harga koefisien perpindahan panas konveksi (h) dan bahan komposit (k_a dan k_b).

Bahan komposit dipilih aluminium – baja karbon C = 0,5 %. Dengan aluminium ($k_a = 204 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$) dan baja karbon C = 0,5 % ($k_b = 54 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$). Sedangkan h sebesar $2000 \text{ W/m}^2\text{ } ^\circ\text{C}$ dengan fluks sebesar $q'' = 100 \text{ W/m}^2$ dan suhu fluida $T_\infty = 100^\circ\text{C}$.

Variasi energi pembangkitan persatuan volume di pusat benda (\dot{q}) dipilih :

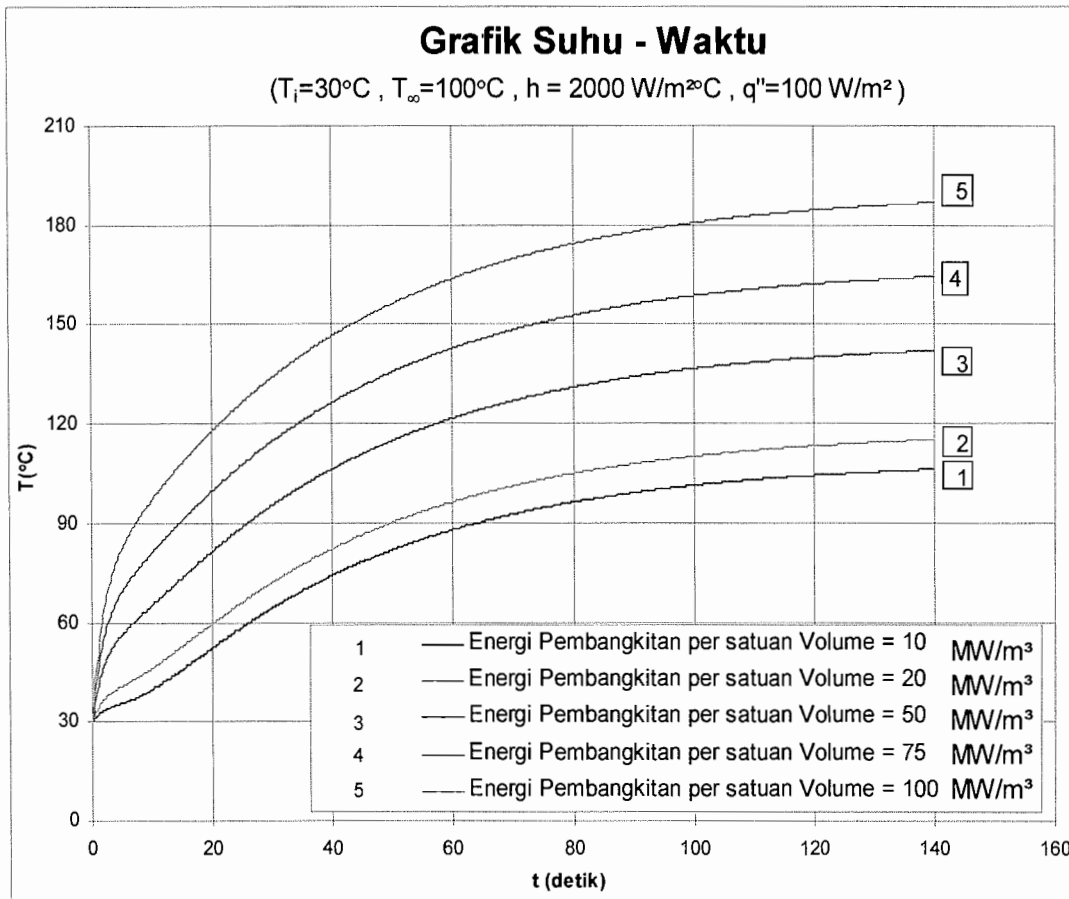
1. $\dot{q} = 10 \text{ MW/m}^3$
2. $\dot{q} = 20 \text{ MW/m}^3$
3. $\dot{q} = 50 \text{ MW/m}^3$
4. $\dot{q} = 75 \text{ MW/m}^3$
5. $\dot{q} = 100 \text{ MW/m}^3$

4.4.1. Distribusi Suhu

Hasil perhitungan waktu yang diperoleh untuk benda komposit aluminium – seng, pada titik pusat tepat melewati suhu 100°C .

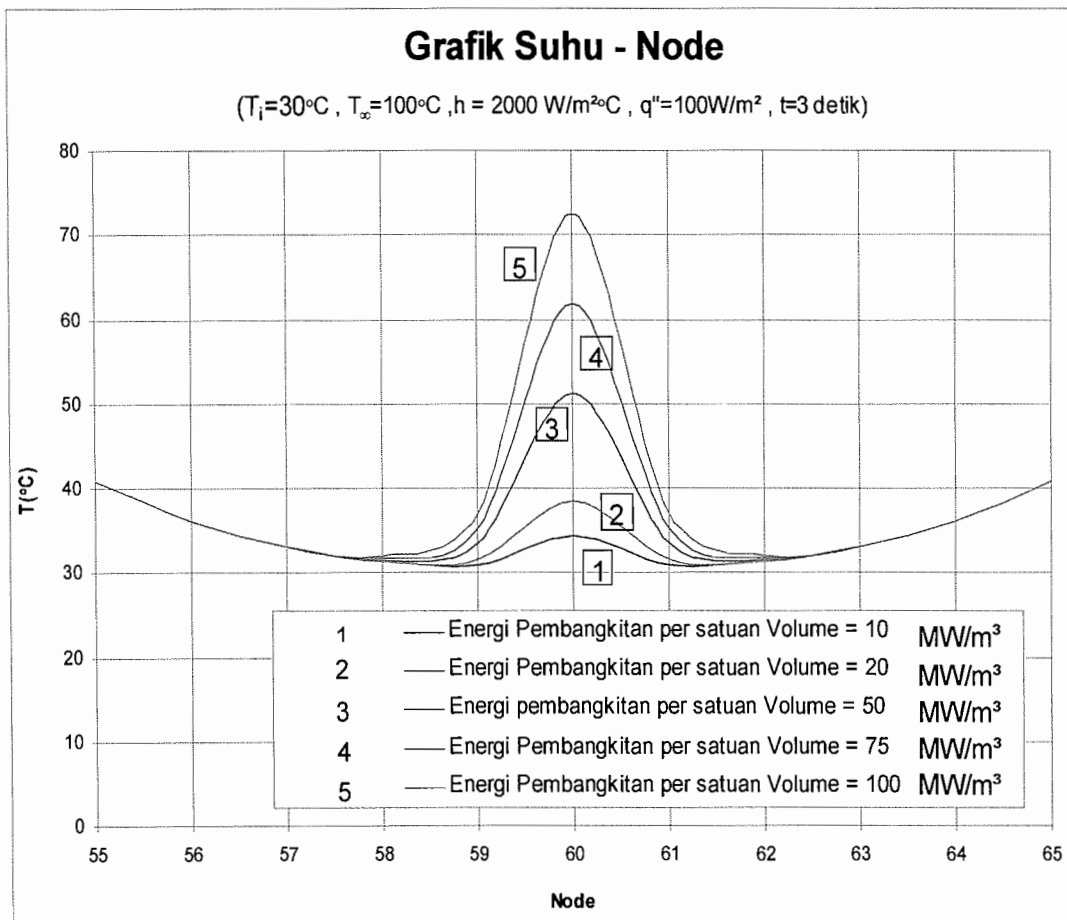
Tabel 4.4
Waktu untuk benda uji pada titik pusat tepat melewati suhu 100°C,
komposisi aluminium – baja karbon C = 0,5 %

No.	\dot{q} (MW/m ³)	Waktu (detik)
1.	10	93,6
2.	20	67,2
3.	50	34
4.	75	20,4
5.	100	11,4

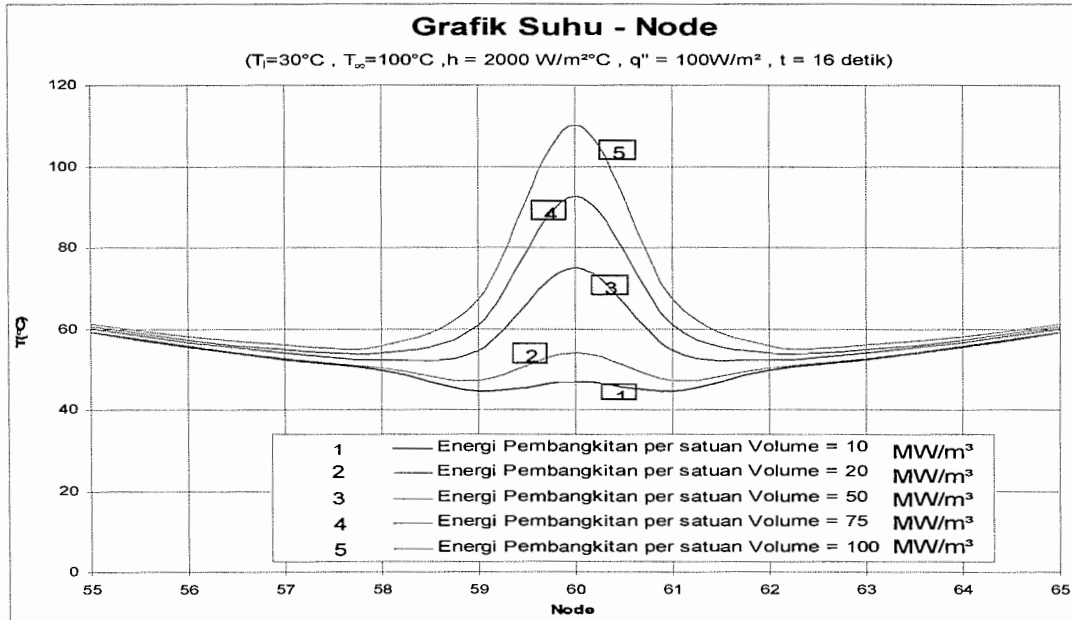


Gambar 4.28 :
Perjalanan suhu titik pusat dari waktu ke waktu
komposisi bahan : Aluminium – Baja karbon C = 0,5 %

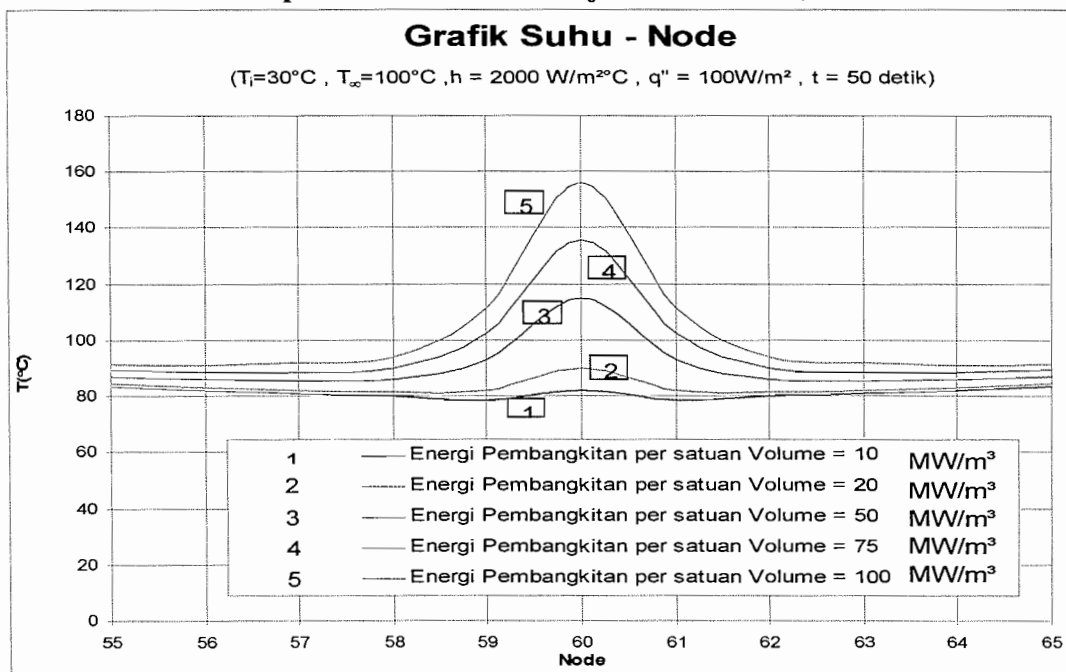
Bila perjalanan suhu pada titik 55, 56, 57,58, 59,60, 61, 62, 63, 64,65 dibuat grafik pada $t = 3$ detik, $t = 16$ detik, $t = 50$ detik, $t = 70$ detik, $t = 110$ detik, dan $t = 140$ detik untuk semua variasi energi pembangkitan persatuan volume, maka akan diperoleh grafik dibawah ini :



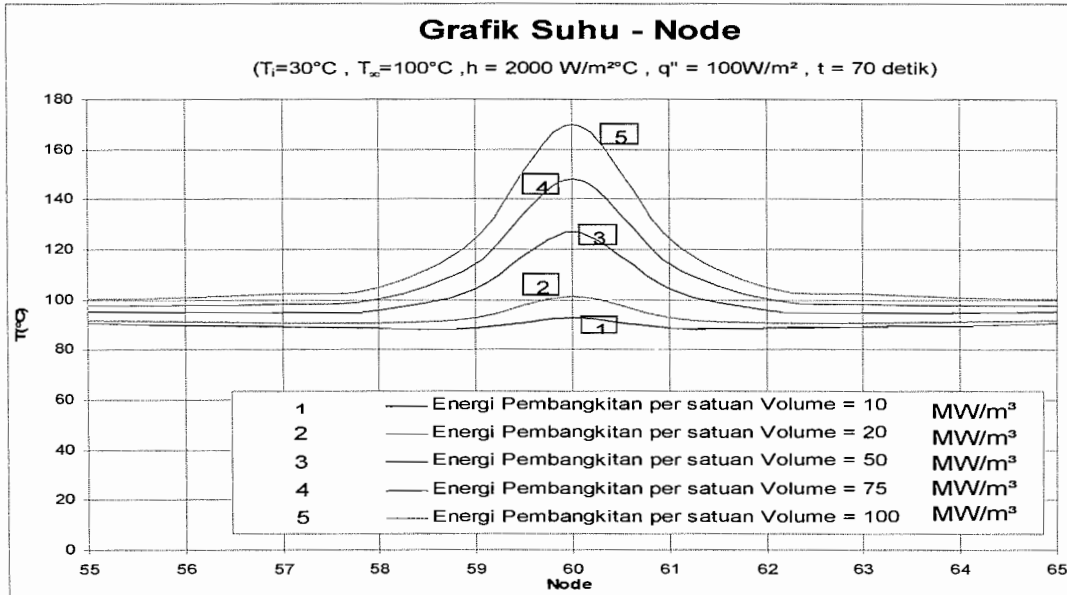
Gambar 4.29 :
Perjalanan suhu titik yang terletak satu baris saat $t = 3$ detik
Komposisi Aluminium – Baja karbon C = 0,5 %



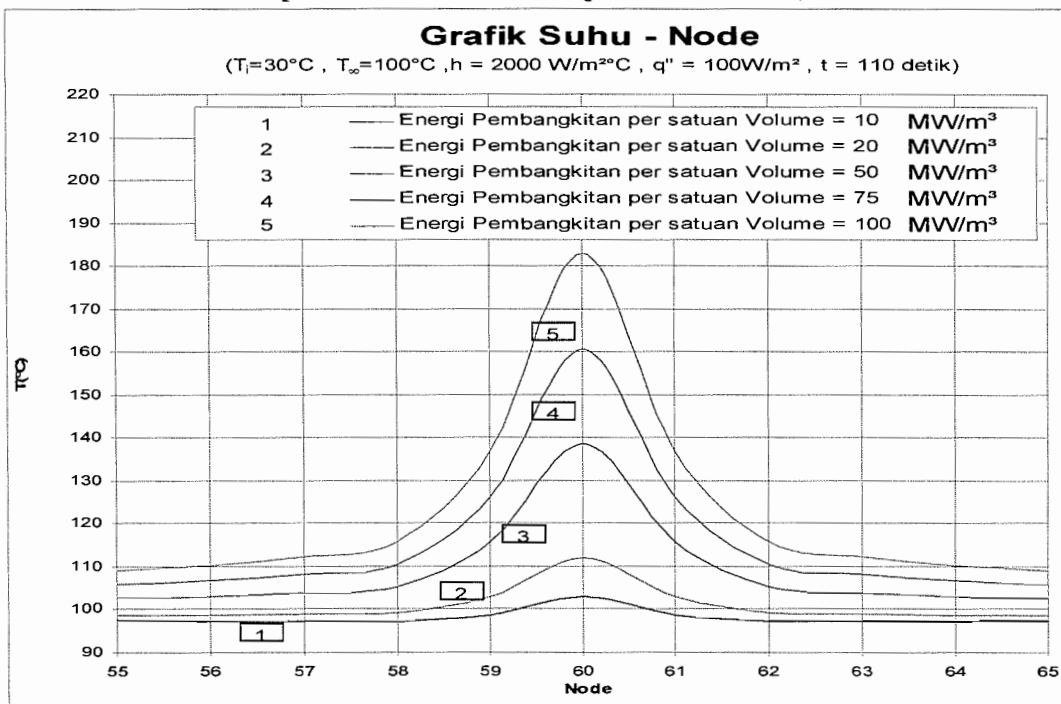
Gambar 4.30 :
Perjalanan suhu titik yang terletak satu baris saat $t = 16 \text{ detik}$
Komposisi Aluminium – Baja karbon C = 0,5 %



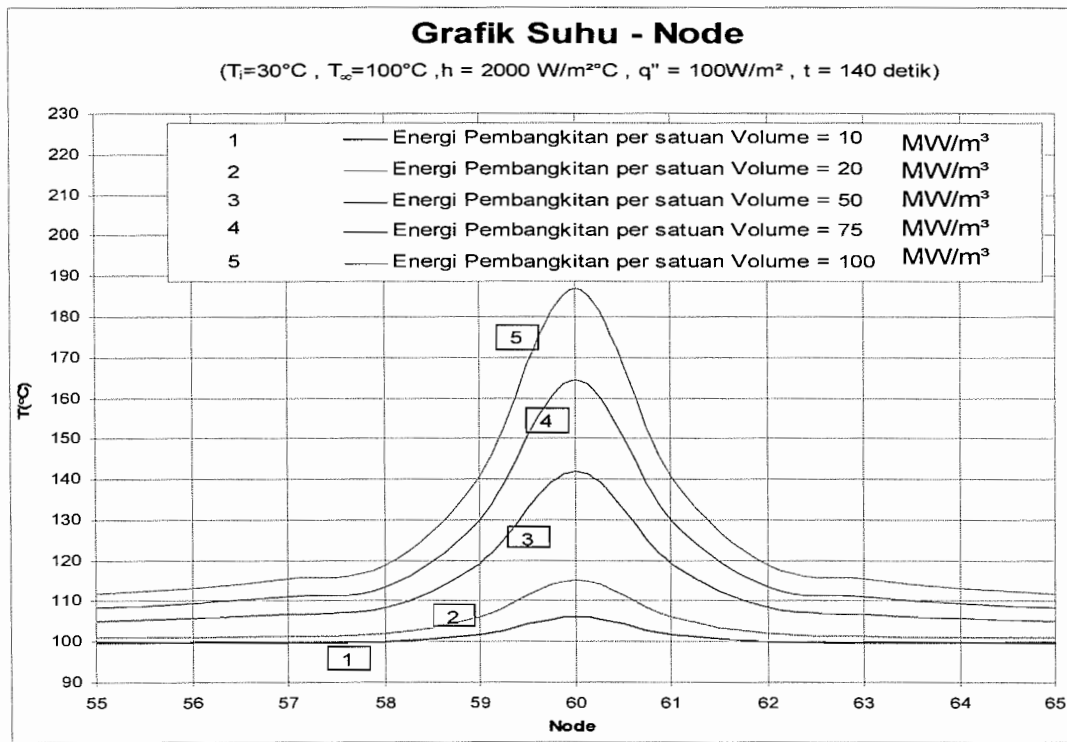
Gambar 4.31 :
Perjalanan suhu titik yang terletak satu baris saat $t = 50 \text{ detik}$
Komposisi Aluminium – Baja karbon C = 0,5 %



Gambar 4.32 :
Perjalanan suhu titik yang terletak satu baris saat $t = 70$ detik
Komposisi Aluminium – Baja karbon C = 0,5 %



Gambar 4.33 :
Perjalanan suhu titik yang terletak satu baris saat $t = 110$ detik
Komposisi Aluminium – Baja karbon C = 0,5 %



Gambar 4.34 :
Perjalanan suhu titik yang terletak satu baris saat $t = 140$ detik
Komposisi Aluminium – Baja karbon C = 0,5 %

4.5. Pembahasan Penelitian

Kurva – kurva yang ditampilkan merupakan perjalanan suhu yang terjadi pada node satu baris di dalam benda uji. Akan tetapi untuk mendapatkan kurva tersebut harus mengetahui suhu pada tiap node.

4.5.1. Pembahasan untuk variasi I

Untuk variasi I yaitu variasi pada koefisien perpindahan panas konveksi, harga h di dapat dari lampiran A. Setelah suhu yang di tinjau pada benda uji dengan keadaan berbatasan dengan fluida (posisi node 55 dan node 65) melewati suhu 100°C terjadi perubahan urutan (lihat Gambar 4.6 saat $t = 70$ detik).

Tabel 4.5
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 70 detik
(keterangan Gambar 4.5)

Node	Koefisien Perpindahan Panas Konveksi (h) = W/m ² °C				
	2000	5000	20000	50000	100000
55	90,657	99,002	100,135	100,071	100,038
56	89,819	98,788	100,274	100,249	100,228
57	89,163	98,669	100,470	100,476	100,463
58	88,719	98,698	100,789	100,824	100,819
59	88,735	99,919	102,831	102,948	102,966
60	92,670	104,218	107,394	107,540	107,565
61	88,735	99,919	102,831	102,948	102,966
62	88,719	98,698	100,789	100,824	100,819
63	89,163	98,669	100,470	100,476	100,463
64	89,819	98,788	100,274	100,249	100,228
65	90,657	99,002	100,135	100,071	100,038

Terlihat jelas pada Tabel 4.5 bahwa node 55 dan node 65 untuk kurva dengan harga h = 20000 W/m²°C suhunya lebih tinggi dari h = 50000 W/m²°C dan h = 100000 W/m²°C.

Tabel 4.6
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 140 detik
(keterangan Gambar 4.11)

Node	Koefisien Perpindahan Panas Konveksi (h) = W/m ² °C				
	2000	5000	20000	50000	100000
55	99,601	100,589	100,192	100,083	100,043
56	99,594	100,751	100,389	100,291	100,255
57	99,678	100,981	100,640	100,547	100,514
58	99,911	101,344	101,017	100,925	100,893
59	101,760	103,539	103,247	103,156	103,124
60	106,270	108,157	107,876	107,786	107,754
61	101,760	103,539	103,247	103,156	103,124
62	99,911	101,344	101,017	100,925	100,893
63	99,678	100,981	100,640	100,547	100,514
64	99,594	100,751	100,389	100,291	100,255
65	99,601	100,589	100,192	100,083	100,043

Juga pada saat $t = 140$ detik (Gambar 4.12) kurva dengan harga $h = 5000$ $W/m^2\text{°C}$ letaknya lebih tinggi dari $h = 20000$ $W/m^2\text{°C}$, $h = 50000$ $W/m^2\text{°C}$ dan $h = 100000$ $W/m^2\text{°C}$. Dapat di lihat juga pada Tabel 4.6.

Hal ini terjadi karena penjumlahan dari $(T_\infty - T_w)$ sama dengan negatif (-), sehingga hasil perkalian dari $q = h \times A \times (T_\infty - T_w)$ sama dengan negatif (-) juga. Hasil perkalian negatif (-) mengakibatkan pengurangan untuk perubahan energi dalam pada volume kontrol. Hal ini juga berpengaruh pada node di pusat benda uji (node 60), lihat Gambar 4.13 saat $t = 140$ detik. Naiknya suhu pada node 60 disebabkan oleh suhu pada node 55 dan node 65 yang juga mengalami kenaikan suhu untuk waktu yang sama, terutama setelah node 55 dan node 65 melewati suhu 100°C .

Nilai koefisien perpindahan panas konveksi (h) yang besar berakibat laju perpindahan kalor menjadi cepat. Laju perpindahan kalor yang cepat maka waktu yang dibutuhkan untuk menaikkan suhu semakin sedikit.

4.5.2. Pembahasan untuk variasi II

Pada Gambar 4.15 saat $t = 3$ detik, untuk aluminium – baja karbon C = 0,5 % suhu pada titik pusat (node 60) lebih tinggi dibandingkan yang lain untuk waktu yang sama ($t = 3$ detik). Hal ini terjadi karena nilai koefisien perpindahan panas konduksi (k) pada baja karbon = 54 $W/m\text{°C}$ lebih kecil dari bahan yang lain (bahan lain dapat di lihat pada Tabel 1.1.).

Tabel 4.7
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat $t = 3$ detik
(keterangan Gambar 4.15)

Node	Konduktivitas Termal = $W/m^{\circ}C$				
	Al – Baja karbon C = 0,5%	Al - Nikel	Al - Seng	Al - Magnesium	Al - Tembaga
55	40,889	40,904	40,979	41,155	41,075
56	36,065	36,094	36,238	36,536	36,383
57	33,187	33,275	33,683	34,393	33,951
58	32,057	32,329	33,432	35,008	33,777
59	37,050	36,808	39,053	39,983	35,577
60	71,997	60,310	59,540	54,033	41,709
61	37,050	36,808	39,053	39,983	35,577
62	32,057	32,329	33,432	35,008	33,777
63	33,187	33,275	33,683	34,393	33,951
64	36,065	36,094	36,238	36,536	36,383
65	40,889	40,904	40,979	41,155	41,075

Nilai koefisien perpindahan panas konduksi (k) yang kecil mengakibatkan laju perpindahan panas menjadi lambat, karena banyak terhambat di dalam benda. Akibatnya kalor yang terhambat ini, suhu di dalam benda menjadi lebih tinggi. Hal ini juga berlaku untuk $t = 16$ detik, $t = 50$ detik, $t = 70$ detik, $t = 110$ detik dan $t = 140$ detik (lihat di Lampiran).

4.5.3. Pembahasan untuk variasi III

Untuk variasi fluks (q''), setelah suhu pada benda uji yang berbatasan dengan fluks (posisi node 55 dan node 65) melewati suhu $100^{\circ}C$ tidak terjadi perubahan urutan (lihat Gambar 4.26 saat $t = 110$ detik).



Tabel 4.8
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 110 detik
(keterangan Gambar 4.26)

Node	Fluks = $W/m^2\text{°C}$				
	100	5000	10000	50000	100000
55	97,311	99,620	101,976	120,824	144,385
56	97,089	99,385	101,727	120,469	143,895
57	96,977	99,261	101,592	120,238	143,545
58	97,022	99,295	101,615	120,174	143,372
59	97,831	100,087	102,390	120,808	143,831
60	100,449	102,700	104,997	123,371	146,339
61	97,831	100,087	102,390	120,808	143,831
62	97,022	99,295	101,615	120,174	143,372
63	96,977	99,261	101,592	120,238	143,545
64	97,089	99,385	101,727	120,469	143,895
65	97,311	99,620	101,976	120,824	144,385

Node 55 dan 65 untuk kurva dengan harga $q'' = 100000 \text{ W/m}^2\text{°C}$ suhunya tetap lebih tinggi dari $q'' = 50000 \text{ W/m}^2\text{°C}$, $q'' = 10000 \text{ W/m}^2\text{°C}$, $q'' = 5000 \text{ W/m}^2\text{°C}$ dan $q'' = 100 \text{ W/m}^2\text{°C}$. Hal ini terjadi karena nilai $q = q'' \times A$, sehingga nilai fluks (q'') yang besar akan menghasilkan nilai q yang besar pula untuk nilai A (luas) yang sama. Nilai q yang besar akan memberikan kalor yang besar pula. Akibat kalor yang besar membuat suhu semakin tinggi. Semakin besar fluks (q'') yang diberikan, maka semakin besar pula kalor yang dihasilkan.

4.5.4. Pembahasan untuk variasi IV

Pada Gambar 4.29 saat $t = 3$ detik, energi pembangkitan persatuan volume di pusat benda uji (\dot{q}) sebesar 100 MW/m^3 sangat cepat menaikkan suhu di node 60 dibandingkan dengan 10 MW/m^3 .

Tabel 4.9
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 3 detik
(keterangan Gambar 4.29)

Node	Energi Pembangkitan Per Satuan Volume = MW/m ³				
	10	20	50	75	100
55	40,913	40,915	40,920	40,925	40,930
56	36,042	36,047	36,060	36,072	36,083
57	32,991	33,008	33,061	33,104	33,148
58	31,381	31,447	31,646	31,811	31,977
59	30,832	31,525	33,605	35,339	37,073
60	34,282	38,532	51,281	61,906	72,531
61	30,832	31,525	33,605	35,339	37,073
62	31,381	31,447	31,646	31,811	31,977
63	32,991	33,008	33,061	33,104	33,148
64	36,042	36,047	36,060	36,072	36,083
65	40,913	40,915	40,920	40,925	40,930

Terlihat di Tabel 4.9 untuk node 60 energi pembangkitan persatuan volume di pusat benda uji (\dot{q}) sebesar 100 MW/m³ bersuhu 72,531°C lebih tinggi dari yang lain. Hal ini karena nilai $q = \dot{q} \times V$, semakin besar nilai energi pembangkitan persatuan volume (\dot{q}) akan menghasilkan nilai q yang semakin besar juga untuk nilai V (volume) yang sama. Hal ini juga berlaku untuk $t = 16$ detik, $t = 50$ detik, $t = 70$ detik, $t = 110$ detik dan $t = 140$ detik (lihat pada Lampiran). Semakin besar nilai energi pembangkitan persatuan volume (\dot{q}), maka kalor yang dihasilkan semakin besar juga. Kalor yang besar menaikkan suhu semakin tinggi.

BAB V

PENUTUP

5.1. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada bab – bab sebelumnya dapat diambil kesimpulan sebagai berikut :

- Metode komputasi beda hingga cara eksplisit merupakan salah satu cara penyelesaian persoalan perpindahan kalor yang secara analitis susah untuk diselesaikan.
- Adanya energi pembangkitan persatuan volume, nilai perpindahan panas konveksi (h) yang besar tidak selalu menaikkan suhu pada kondisi batas lebih tinggi dari pada nilai perpindahan panas konveksi (h) yang lebih kecil.
- Dengan adanya energi pembangkitan persatuan volume maka benda uji tidak akan pernah mengalami keadaan tunak.

5.2. Saran – saran

Adapun saran – saran bagi yang tertarik pada skripsi ini untuk pengembangan – pengembangan metode komputasi yang lain, sebagai berikut :

1. Agar mendapatkan hasil yang lebih akurat buatlah node lebih banyak dan selang waktu Δt yang kecil tetapi harus memenuhi syarat stabilitas.

2. Disarankan peneliti lain menggunakan komputer yang memiliki prosesor dan memori yang besar untuk mempercepat proses perhitungan.

Semoga skripsi ini berguna bagi pengembangan ilmu di Teknik Mesin khususnya dalam Rekayasa Termal.

DAFTAR PUSTAKA

- Bejan, Andrian. (1993). *Heat Transfer*. New York : John Wiley & Sons. Inc.
- Cengel, Yunus, A. (1983). *Heat Transfer A Practical Approach*. McGraw-Hill.
- Crawford, M. E., & W. M. Kays. (1983). *Convective Heat & Mass Transfer*. McGraw-Hill.
- Holman, J. P. (1993). *Perpindahan Kalor*. Jakarta. Erlangga.
- Van Vlack, Lawrence H. (1991). *Ilmu & Teknologi Bahan (Ilmu logam & bukan logam)*. Jakarta. Erlangga.

Lampiran

Lampiran A

Tabel Nilai Kira – kira Koefisien Perpindahan Panas Konveksi

(Sumber : Holman, Perpindahan Kalor, 12)

Modus	h	
	W/m ² · °C	Btu/h · ft ² · °F
Konveksi bebas, $\Delta T = 30^{\circ}\text{C}$		
Plat vertikal, tinggi 0,3 m (1 ft) di udara	4,5	0,79
Silinder horisontal, diameter 5 cm di udara	6,5	1,14
Silinder horisontal, diameter 2 cm, dalam air	890	157
Konveksi paksa		
Aliran udara 2 m/s di atas plat bujur sangkar 0,2 m	12	2,1
Aliran udara 35 m/s di atas plat bujur sangkar 0,75 m	75	13,2
Udara 2 atm mengalir di dalam tabung diameter 2,5 cm, kecepatan 10 m/s	65	11,4
Air 0,5 kg/s mengalir di dalam tabung 2,5 cm	3500	616
Aliran udara <i>melintas</i> silinder diameter 5 cm, kecepatan 50 m/s	180	32
Air mendidih		
Dalam kolam atau bejana	2500–35.000	440–6200
Mengalir dalam pipa	5000–100.000	880–17.600
Pengembunan uap air, 1 atm		
Muka vertikal	4000–11.300	700–2000
Di luar tabung horisontal	9500–25.000	1700–4400

Lampiran B

Tabel A.1
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 3 detik
(keterangan Gambar 4.2)

Node	Koefisien Perpindahan Panas Konveksi (h) = W/m ² °C				
	2000	5000	20000	50000	100000
55	40,913	53,027	79,170	90,791	95,348
56	36,042	43,088	60,210	69,017	72,956
57	32,991	36,615	46,428	52,356	55,262
58	31,381	33,051	38,077	41,818	43,731
59	30,832	31,015	31,633	32,380	32,736
60	34,282	34,325	34,483	34,715	34,840
61	30,832	31,015	31,633	32,380	32,736
62	31,381	33,051	38,077	41,818	43,731
63	32,991	36,615	46,428	52,356	55,262
64	36,042	43,088	60,210	69,017	72,956
65	40,913	53,027	79,170	90,791	95,348

Tabel A.2
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 16 detik
(keterangan Gambar 4.3)

Node	Koefisien Perpindahan Panas Konveksi (h) = W/m ² °C				
	2000	5000	20000	50000	100000
55	59,154	77,845	95,130	98,314	99,215
56	55,432	72,683	90,423	94,198	95,371
57	52,310	68,148	85,962	90,194	91,595
58	49,733	64,171	81,692	86,242	87,822
59	44,559	54,750	69,690	74,525	76,390
60	46,995	55,803	69,607	74,408	76,312
61	44,559	54,750	69,690	74,525	76,390
62	49,733	64,171	81,692	86,242	87,822
63	52,310	68,148	85,962	90,194	91,595
64	55,432	72,683	90,423	94,198	95,371
65	59,154	77,845	95,130	98,314	99,215

Tabel A.3
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 50 detik
(keterangan Gambar 4.4)

Node	Koefisien Perpindahan Panas Konveksi (h) = W/m ² °C				
	2000	5000	20000	50000	100000
55	83,592	96,327	99,895	100,009	100,012
56	82,097	95,479	99,800	100,033	100,072
57	80,857	94,772	99,764	100,104	100,177
58	79,878	94,239	99,845	100,289	100,392
59	78,451	93,822	101,102	101,856	102,057
60	81,933	97,584	105,392	106,248	106,483
61	78,451	93,822	101,102	101,856	102,057
62	79,878	94,239	99,845	100,289	100,392
63	80,857	94,772	99,764	100,104	100,177
64	82,097	95,479	99,800	100,033	100,072
65	83,592	96,327	99,895	100,009	100,012

Tabel A.4
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 70 detik
(keterangan Gambar 4.5)

Node	Koefisien Perpindahan Panas Konveksi (h) = W/m ² °C				
	2000	5000	20000	50000	100000
55	90,657	99,002	100,135	100,071	100,038
56	89,819	98,788	100,274	100,249	100,228
57	89,163	98,669	100,470	100,476	100,463
58	88,719	98,698	100,789	100,824	100,819
59	88,735	99,919	102,831	102,948	102,966
60	92,670	104,218	107,394	107,540	107,565
61	88,735	99,919	102,831	102,948	102,966
62	88,719	98,698	100,789	100,824	100,819
63	89,163	98,669	100,470	100,476	100,463
64	89,819	98,788	100,274	100,249	100,228
65	90,657	99,002	100,135	100,071	100,038

Tabel A.5
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 110 detik
(keterangan Gambar 4.8)

Node	Koefisien Perpindahan Panas Konveksi (h) = W/m ² °C				
	2000	5000	20000	50000	100000
55	97,510	100,407	100,190	100,083	100,043
56	97,308	100,526	100,385	100,290	100,255
57	97,219	100,715	100,634	100,545	100,513
58	97,293	101,040	101,009	100,923	100,891
59	98,714	103,124	103,232	103,151	103,121
60	103,090	107,705	107,860	107,780	107,750
61	98,714	103,124	103,232	103,151	103,121
62	97,293	101,040	101,009	100,923	100,891
63	97,219	100,715	100,634	100,545	100,513
64	97,308	100,526	100,385	100,290	100,255
65	97,510	100,407	100,190	100,083	100,043

Tabel A.6
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 140 detik
(keterangan Gambar 4.11)

Node	Koefisien Perpindahan Panas Konveksi (h) = W/m ² °C				
	2000	5000	20000	50000	100000
55	99,601	100,589	100,192	100,083	100,043
56	99,594	100,751	100,389	100,291	100,255
57	99,678	100,981	100,640	100,547	100,514
58	99,911	101,344	101,017	100,925	100,893
59	101,760	103,539	103,247	103,156	103,124
60	106,270	108,157	107,876	107,786	107,754
61	101,760	103,539	103,247	103,156	103,124
62	99,911	101,344	101,017	100,925	100,893
63	99,678	100,981	100,640	100,547	100,514
64	99,594	100,751	100,389	100,291	100,255
65	99,601	100,589	100,192	100,083	100,043

Tabel B.1
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 3 detik
(keterangan Gambar 4.15)

Node	Konduktivitas Termal = W/m°C				
	Al – Baja karbon C = 0,5%	Al - Nikel	Al - Seng	Al - Magnesium	Al - Tembaga
55	40,889	40,904	40,979	41,155	41,075
56	36,065	36,094	36,238	36,536	36,383
57	33,187	33,275	33,683	34,393	33,951
58	32,057	32,329	33,432	35,008	33,777
59	37,050	36,808	39,053	39,983	35,577
60	71,997	60,310	59,540	54,033	41,709
61	37,050	36,808	39,053	39,983	35,577
62	32,057	32,329	33,432	35,008	33,777
63	33,187	33,275	33,683	34,393	33,951
64	36,065	36,094	36,238	36,536	36,383
65	40,889	40,904	40,979	41,155	41,075

Tabel B.2
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 16 detik
(keterangan Gambar 4.16)

Node	Konduktivitas Termal = W/m°C				
	Al – Baja karbon C = 0,5%	Al - Nikel	Al - Seng	Al - Magnesium	Al - Tembaga
55	61,246	61,290	62,912	64,542	62,418
56	57,986	58,023	59,911	61,789	59,308
57	55,992	55,991	58,399	60,722	57,528
58	55,737	55,633	58,887	61,881	57,454
59	67,256	62,483	65,811	67,160	59,213
60	110,166	88,286	86,975	81,308	65,316
61	67,256	62,483	65,811	67,160	59,213
62	55,737	55,633	58,887	61,881	57,454
63	55,992	55,991	58,399	60,722	57,528
64	57,986	58,023	59,911	61,789	59,308
65	61,246	61,290	62,912	64,542	62,418

Tabel B.3
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 50 detik
(keterangan Gambar 4.17)

Node	Konduktivitas Termal = W/m°C				
	Al – Baja karbon C = 0,5%	Al - Nikel	Al - Seng	Al - Magnesium	Al - Tembaga
55	91,615	91,339	93,953	96,129	92,812
56	91,174	90,859	93,761	96,164	92,468
57	91,684	91,293	94,558	97,212	92,987
58	93,714	93,155	96,870	99,757	94,697
59	111,396	103,513	105,904	105,936	97,082
60	156,244	130,415	127,742	120,384	103,404
61	111,396	103,513	105,904	105,936	97,082
62	93,714	93,155	96,870	99,757	94,697
63	91,684	91,293	94,558	97,212	92,987
64	91,174	90,859	93,761	96,164	92,468
65	91,615	91,339	93,953	96,129	92,812

Tabel B.4
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 70 detik
(keterangan Gambar 4.18)

Node	Konduktivitas Termal = W/m°C				
	Al – Baja karbon C = 0,5%	Al - Nikel	Al - Seng	Al - Magnesium	Al - Tembaga
55	100,500	100,219	102,453	104,194	101,443
56	100,885	100,565	103,031	104,941	101,886
57	102,131	101,738	104,464	106,528	103,061
58	104,833	104,271	107,280	109,429	105,281
59	124,335	115,709	116,900	115,838	107,846
60	169,755	142,953	138,925	130,364	114,231
61	124,335	115,709	116,900	115,838	107,846
62	104,833	104,271	107,280	109,429	105,281
63	102,131	101,738	104,464	106,528	103,061
64	100,885	100,565	103,031	104,941	101,886
65	100,500	100,219	102,453	104,194	101,443

Tabel B.5
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 110 detik
(keterangan Gambar 4.19)

Node	Konduktivitas Termal = W/m°C				
	Al – Baja karbon C = 0,5%	Al - Nikel	Al - Seng	Al - Magnesium	Al - Tembaga
55	109,130	108,934	110,200	111,070	109,587
56	110,317	110,092	111,480	112,424	110,772
57	112,276	111,989	113,492	114,473	112,566
58	115,632	115,183	116,767	117,676	115,267
59	136,902	127,679	126,922	124,281	118,002
60	182,878	115,258	149,118	138,873	124,446
61	136,902	127,679	126,922	124,281	118,002
62	115,632	115,183	116,767	117,676	115,267
63	112,276	111,989	113,492	114,473	112,566
64	110,317	110,092	111,480	112,424	110,772
65	109,130	108,934	110,200	111,070	109,587

Tabel B.6
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 140 detik
(keterangan Gambar 4.20)

Node	Konduktivitas Termal = W/m°C				
	Al – Baja karbon C = 0,5%	Al - Nikel	Al - Seng	Al - Magnesium	Al - Tembaga
55	111,769	111,637	112,377	112,836	111,983
56	113,200	113,046	113,854	114,347	113,387
57	115,378	115,168	116,029	116,513	115,363
58	118,934	118,566	119,433	119,794	118,206
59	140,744	131,391	129,737	126,450	120,990
60	186,890	159,074	151,982	141,059	127,452
61	140,744	131,391	129,737	126,450	120,990
62	118,934	118,566	119,433	119,794	118,206
63	115,378	115,168	116,029	116,513	115,363
64	113,200	113,046	113,854	114,347	113,387
65	111,769	111,637	112,377	112,836	111,983

Tabel C.1
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 3 detik
(keterangan Gambar 4.22)

Node	Fluks = $W/m^{2\circ}C$				
	100	5000	10000	50000	100000
55	40,911	41,293	41,682	44,796	48,689
56	36,038	36,249	36,464	38,186	40,338
57	32,973	33,076	33,181	34,022	35,073
58	31,325	31,367	31,411	31,759	32,195
59	30,861	30,868	30,875	30,931	31,000
60	33,120	33,122	33,124	33,142	33,165
61	30,861	30,868	30,875	30,931	31,000
62	31,325	31,367	31,411	31,759	32,195
63	32,973	33,076	33,181	34,022	35,073
64	36,038	36,249	36,464	38,186	40,338
65	40,911	41,293	41,682	44,796	48,689

Tabel C.2
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 16 detik
(keterangan Gambar 4.23)

Node	Fluks = $W/m^{2\circ}C$				
	100	5000	10000	50000	100000
55	58,780	59,776	60,793	68,929	79,100
56	54,998	55,860	56,740	63,780	72,580
57	51,768	52,512	53,272	59,352	66,951
58	40,038	49,678	50,331	55,556	62,087
59	45,546	46,024	46,511	50,411	55,286
60	46,836	47,264	47,700	51,191	55,554
61	45,546	46,024	46,511	50,411	55,286
62	40,038	49,678	50,331	55,556	62,087
63	51,768	52,512	53,272	59,352	66,951
64	54,998	55,860	56,740	63,780	72,580
65	58,780	59,776	60,793	68,929	79,100

Tabel C.3
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 50 detik
(keterangan Gambar 4.24)

Node	Fluks = W/m ² °C				
	100	5000	10000	50000	100000
55	83,128	84,954	86,817	101,724	120,357
56	81,585	83,353	85,157	99,590	117,630
57	80,295	82,011	83,762	97,771	115,282
58	79,266	80,935	82,638	96,262	113,291
59	78,352	79,945	81,570	94,575	110,831
60	80,424	81,993	83,594	96,403	112,413
61	78,352	79,945	81,570	94,575	110,831
62	79,266	80,935	82,638	96,262	113,291
63	80,295	82,011	83,762	97,771	115,282
64	81,585	83,353	85,157	99,590	117,630
65	83,128	84,954	86,817	101,724	120,357

Tabel C.4
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 70 detik
(keterangan Gambar 4.25)

Node	Fluks = W/m ² °C				
	100	5000	10000	50000	100000
55	90,290	92,360	94,472	111,369	132,491
56	89,414	91,449	93,525	110,133	130,894
57	88,719	90,722	92,766	109,116	129,554
58	88,233	90,207	92,221	108,337	128,481
59	88,188	90,116	92,084	107,822	127,495
60	90,536	92,450	94,402	110,021	129,545
61	88,188	90,116	92,084	107,822	127,495
62	88,233	90,207	92,221	108,337	128,481
63	88,719	90,722	92,766	109,116	129,554
64	89,414	91,449	93,525	110,133	130,894
65	90,290	92,360	94,472	111,369	132,491

Tabel C.5
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 110 detik
(keterangan Gambar 4.26)

Node	Fluks = W/m ² C				
	100	5000	10000	50000	100000
55	97,311	99,620	101,976	120,824	144,385
56	97,089	99,385	101,727	120,469	143,895
57	96,977	99,261	101,592	120,238	143,545
58	97,022	99,295	101,615	120,174	143,372
59	97,831	100,087	102,390	120,808	143,831
60	100,449	102,700	104,997	123,371	146,339
61	97,831	100,087	102,390	120,808	143,831
62	97,022	99,295	101,615	120,174	143,372
63	96,977	99,261	101,592	120,238	143,545
64	97,089	99,385	101,727	120,469	143,895
65	97,311	99,620	101,976	120,824	144,385

Tabel C.6
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 140 detik
(keterangan Gambar 4.27)

Node	Fluks = W/m ² C				
	100	5000	10000	50000	100000
55	99,484	101,867	104,298	123,751	148,067
56	99,464	101,841	104,266	123,668	147,920
57	99,533	101,904	104,324	123,680	147,875
58	99,743	102,109	104,523	123,838	147,981
59	100,816	103,173	105,579	124,828	148,888
60	103,517	105,873	108,276	127,503	151,537
61	100,816	103,173	105,579	124,828	148,888
62	99,743	102,109	104,523	123,838	147,981
63	99,533	101,904	104,324	123,680	147,875
64	99,464	101,841	104,266	123,668	147,920
65	99,484	101,867	104,298	123,751	148,067

Tabel D.1
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 3 detik
(keterangan Gambar 4.29)

Node	Energi Pembangkitan Per Satuan Volume = MW/m ³				
	10	20	50	75	100
55	40,913	40,915	40,920	40,925	40,930
56	36,042	36,047	36,060	36,072	36,083
57	32,991	33,008	33,061	33,104	33,148
58	31,381	31,447	31,646	31,811	31,977
59	30,832	31,525	33,605	35,339	37,073
60	34,282	38,532	51,281	61,906	72,531
61	30,832	31,525	33,605	35,339	37,073
62	31,381	31,447	31,646	31,811	31,977
63	32,991	33,008	33,061	33,104	33,148
64	36,042	36,047	36,060	36,072	36,083
65	40,913	40,915	40,920	40,925	40,930

Tabel D.2
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 16 detik
(keterangan Gambar 4.30)

Node	Energi Pembangkitan Per Satuan Volume = MW/m ³				
	10	20	50	75	100
55	59,154	59,391	60,102	60,694	61,286
56	55,432	55,721	56,587	57,308	58,030
57	52,310	52,725	53,968	55,003	56,039
58	49,733	50,406	52,423	54,105	55,786
59	44,559	47,087	54,672	60,992	67,312
60	46,995	54,021	75,098	92,663	110,227
61	44,559	47,087	54,672	60,992	67,312
62	49,733	50,406	52,423	54,105	55,786
63	52,310	52,725	53,968	55,003	56,039
64	55,432	55,721	56,587	57,308	58,030
65	59,154	59,391	60,102	60,694	61,286

Tabel D.3
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 50 detik
(keterangan Gambar 4.31)

Node	Energi Pembangkitan Per Satuan Volume = MW/m ³				
	10	20	50	75	100
55	83,592	84,488	87,181	88,425	91,668
56	82,097	83,112	86,157	88,695	91,232
57	80,857	82,067	85,697	88,722	91,747
58	70,878	81,423	86,057	89,919	93,781
59	78,451	82,120	93,128	102,300	111,473
60	81,933	90,198	114,996	135,660	156,325
61	78,451	82,120	93,128	102,300	111,473
62	70,878	81,423	86,057	89,919	93,781
63	80,857	82,067	85,697	88,722	91,747
64	82,097	83,112	86,157	88,695	91,232
65	83,592	84,488	87,181	88,425	91,668

Tabel D.4
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 70 detik
(keterangan Gambar 4.32)

Node	Energi Pembangkitan Per Satuan Volume = MW/m ³				
	10	20	50	75	100
55	90,657	91,756	95,052	97,799	100,546
56	89,819	91,054	94,759	97,847	100,934
57	89,163	90,610	94,950	98,567	102,184
58	88,719	90,515	95,906	100,398	104,890
59	88,735	92,698	104,587	114,494	124,401
60	92,670	101,243	126,961	148,392	169,824
61	88,735	92,698	104,587	114,494	124,401
62	88,719	90,515	95,906	100,398	104,890
63	89,163	90,610	94,950	98,567	102,184
64	89,819	91,054	94,759	97,847	100,934
65	90,657	91,756	95,052	97,799	100,546

Tabel D.5
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 110 detik
(keterangan Gambar 4.33)

Node	Energi Pembangkitan Per Satuan Volume = MW/m ³				
	10	20	50	75	100
55	97,510	98,804	102,686	105,921	109,156
56	98,757	98,757	103,102	106,724	110,345
57	97,219	98,895	103,925	108,116	112,307
58	97,293	99,335	105,458	110,562	115,665
59	98,714	102,961	115,703	126,322	136,940
60	103,090	111,959	138,569	160,743	182,917
61	98,714	102,961	115,703	126,322	136,940
62	97,293	99,335	105,458	110,562	115,665
63	97,219	98,895	103,925	108,116	112,307
64	98,757	98,757	103,102	106,724	110,345
65	97,510	98,804	102,686	105,921	109,156

Tabel D.6
Perjalanan suhu titik yang terletak pada satu baris saat t = 140 detik
(keterangan Gambar 4.34)

Node	Energi Pembangkitan Per Satuan Volume = MW/m ³				
	10	20	50	75	100
55	99,601	100,955	105,016	108,400	111,784
56	99,594	101,108	105,649	109,433	113,217
57	99,678	101,424	106,664	111,030	115,396
58	99,911	102,026	108,374	113,664	118,953
59	101,760	106,094	119,096	129,931	140,767
60	106,270	115,230	142,111	164,512	186,913
61	101,760	106,094	119,096	129,931	140,767
62	99,911	102,026	108,374	113,664	118,953
63	99,678	101,424	106,664	111,030	115,396
64	99,594	101,108	105,649	109,433	113,217
65	99,601	100,955	105,016	108,400	111,784

Lampiran C

Node 0 :

$$\left[2 \times F_{0a} \right] \times \left[T_1^n + T_{11}^n + (2 \times B_l \times (T_\infty)) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0a}) - (4 \times F_{0a} \times B_l)] \times T_0^n = T_0^{n+1}$$

Node 1 :

$$\left[F_{0a} \times \left(T_0^n + (2 \times T_{12}^n) + T_2^n + (2 \times B_l \times (T_\infty)) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_l)] \times T_1^n = T_1^{n+1}$$

Node 2 :

$$\left[F_{0a} \times \left(T_1^n + (2 \times T_{13}^n) + T_3^n + (2 \times B_l \times (T_\infty)) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_l)] \times T_2^n = T_2^{n+1}$$

Node 3 :

$$\left[F_{0a} \times \left(T_2^n + (2 \times T_{14}^n) + T_4^n + (2 \times B_l \times (T_\infty)) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_l)] \times T_3^n = T_3^{n+1}$$

Node 4 :

$$\left[F_{0a} \times \left(T_3^n + (2 \times T_{15}^n) + T_5^n + (2 \times B_l \times (T_\infty)) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_l)] \times T_4^n = T_4^{n+1}$$

Node 5 :

$$\left[F_{0a} \times \left(T_4^n + (2 \times T_{16}^n) + T_6^n + (2 \times B_l \times (T_\infty)) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_l)] \times T_5^n = T_5^{n+1}$$

Node 6 :

$$\left[F_{0a} \times \left(T_5^n + (2 \times T_{17}^n) + T_7^n + (2 \times B_l \times (T_\infty)) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_l)] \times T_6^n = T_6^{n+1}$$

Node 7 :

$$\left[F_{0a} \times \left(T_6^n + (2 \times T_{18}^n) + T_8^n + (2 \times B_l \times (T_\infty)) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_l)] \times T_7^n = T_7^{n+1}$$

Node 8 :

$$\left[F_{0\alpha} \times \left(T_7^n + (2 \times T_{19}^n) + T_9^n + (2 \times B_i \times (T_\infty)) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) + [1 - (4 \times F_{0\alpha}) - (2 \times F_{0\alpha} \times B_i)] \times T_8^n = T_8^{n+1} \right]$$

Node 9 :

$$\left[F_{0\alpha} \times \left(T_8^n + (2 \times T_{20}^n) + T_{10}^n + (2 \times B_i \times (T_\infty)) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) + [1 - (4 \times F_{0\alpha}) - (2 \times F_{0\alpha} \times B_i)] \times T_9^n = T_9^{n+1} \right]$$

Node 10 :

$$\left[[2 \times F_{0\alpha}] \times \left[T_9^n + T_{21}^n + (2 \times B_i \times (T_\infty)) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0\alpha}) - (4 \times F_{0\alpha} \times B_i)] \times T_{10}^n = T_{10}^{n+1} \right]$$

Node 11 :

$$\left[F_{0\alpha} \times \left(T_0^n + (2 \times T_{12}^n) + T_{22}^n + (2 \times B_i \times (T_\infty)) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) + [1 - (4 \times F_{0\alpha}) - (2 \times F_{0\alpha} \times B_i)] \times T_{11}^n = T_{11}^{n+1} \right]$$

Node 12 :

$$\left[F_{0\alpha} \times (T_{11}^n + T_1^n + T_{13}^n + T_{23}^n) + [1 - (4 \times F_{0\alpha})] \times T_{12}^n = T_{12}^{n+1} \right]$$

Node 13 :

$$\left[F_{0\alpha} \times (T_{12}^n + T_2^n + T_{14}^n + T_{24}^n) + [1 - (4 \times F_{0\alpha})] \times T_{13}^n = T_{13}^{n+1} \right]$$

Node 14 :

$$\left[F_{0\alpha} \times (T_{13}^n + T_3^n + T_{15}^n + T_{25}^n) + [1 - (4 \times F_{0\alpha})] \times T_{14}^n = T_{14}^{n+1} \right]$$

Node 15 :

$$\left[F_{0\alpha} \times (T_{14}^n + T_4^n + T_{16}^n + T_{26}^n) + [1 - (4 \times F_{0\alpha})] \times T_{15}^n = T_{15}^{n+1} \right]$$

Node 16 :

$$\left[F_{0\alpha} \times (T_{15}^n + T_5^n + T_{17}^n + T_{27}^n) + [1 - (4 \times F_{0\alpha})] \times T_{16}^n = T_{16}^{n+1} \right]$$

Node 17 :

$$\left[F_{0\alpha} \times (T_{16}^n + T_6^n + T_{18}^n + T_{28}^n) + [1 - (4 \times F_{0\alpha})] \times T_{17}^n = T_{17}^{n+1} \right]$$

Node 18 :

$$[F_{0a} \times (T_{17}^n + T_7^n + T_{19}^n + T_{29}^n)] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{18}^n = T_{18}^{n+1}$$

Node 19 :

$$[F_{0a} \times (T_{18}^n + T_8^n + T_{20}^n + T_{30}^n)] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{19}^n = T_{19}^{n+1}$$

Node 20 :

$$[F_{0a} \times (T_{19}^n + T_9^n + T_{21}^n + T_{31}^n)] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{20}^n = T_{20}^{n+1}$$

Node 21 :

$$\left[F_{0a} \times \left(T_{10}^n + (2 \times T_{20}^n) + T_{32}^n + (2 \times B_1 \times (T_{\infty}^n)) + \left(2 \times q_0 \times \left(\frac{\Delta X}{k_a} \right) \right) \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_1)] \times T_{21}^n = T_{21}^{n+1}$$

Node 22 :

$$\left[F_{0a} \times \left(T_{11}^n + (2 \times T_{23}^n) + T_{33}^n + (2 \times B_1 \times (T_{\infty}^n)) + \left(2 \times q_0 \times \left(\frac{\Delta X}{k_a} \right) \right) \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_1)] \times T_{22}^n = T_{22}^{n+1}$$

Node 23 :

$$[F_{0a} \times (T_{22}^n + T_{12}^n + T_{24}^n + T_{34}^n)] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{23}^n = T_{23}^{n+1}$$

Node 24 :

$$[F_{0a} \times (T_{23}^n + T_{13}^n + T_{25}^n + T_{35}^n)] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{24}^n = T_{24}^{n+1}$$

Node 25 :

$$[F_{0a} \times (T_{24}^n + T_{14}^n + T_{26}^n + T_{36}^n)] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{25}^n = T_{25}^{n+1}$$

Node 26 :

$$[F_{0a} \times (T_{25}^n + T_{15}^n + T_{27}^n + T_{37}^n)] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{26}^n = T_{26}^{n+1}$$

Node 27 :

$$[F_{0a} \times (T_{26}^n + T_{16}^n + T_{28}^n + T_{38}^n)] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{27}^n = T_{27}^{n+1}$$

Node 28 :

$$[F_{0a} \times (T_{27}^n + T_{17}^n + T_{29}^n + T_{39}^n)] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{28}^n = T_{28}^{n+1}$$

Node 29 :

$$[F_{0\alpha}^n \times (T_{28}^n + T_{18}^n + T_{30}^n + T_{40}^n)] + [1 - (4 \times F_{0\alpha}^n)] \times T_{29}^n = T_{29}^{n+1}$$

Node 30 :

$$[F_{0\alpha}^n \times (T_{29}^n + T_{19}^n + T_{31}^n + T_{41}^n)] + [1 - (4 \times F_{0\alpha}^n)] \times T_{30}^n = T_{30}^{n+1}$$

Node 31 :

$$[F_{0\alpha}^n \times (T_{30}^n + T_{20}^n + T_{32}^n + T_{42}^n)] + [1 - (4 \times F_{0\alpha}^n)] \times T_{31}^n = T_{31}^{n+1}$$

Node 32 :

$$[F_{0\alpha}^n \times (T_{21}^n + (2 \times T_{31}^n) + T_{43}^n + (2 \times B \times (T_{\infty}^n)) + (2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a}))] + [1 - (4 \times F_{0\alpha}^n) - (2 \times [F_{0\alpha}^n \times B])] \times T_{32}^n = T_{32}^{n+1}$$

Node 33 :

$$[F_{0\alpha}^n \times (T_{22}^n + (2 \times T_{34}^n) + T_{44}^n + (2 \times B \times (T_{\infty}^n)) + (2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a}))] + [1 - (4 \times F_{0\alpha}^n) - (2 \times [F_{0\alpha}^n \times B])] \times T_{33}^n = T_{33}^{n+1}$$

Node 34 :

$$[F_{0\alpha}^n \times (T_{33}^n + T_{23}^n + T_{35}^n + T_{45}^n)] + [1 - (4 \times F_{0\alpha}^n)] \times T_{34}^n = T_{34}^{n+1}$$

Node 35 :

$$[F_{0\alpha}^n \times (T_{34}^n + T_{24}^n + T_{36}^n + T_{46}^n)] + [1 - (4 \times F_{0\alpha}^n)] \times T_{35}^n = T_{35}^{n+1}$$

Node 36 :

$$\left[\frac{\Delta \times \left[(4 \times k_a \times T_{35}^n) + (4 \times k_a \times T_{25}^n) + (2 \times (k_a + k_b) \times T_{37}^n) + (2 \times k_b \times T_{47}^n) \right]}{[3 \times \rho_a \times c_a] + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] + \left[1 - \frac{\Delta \times [(12 \times k_a) + (4 \times k_b)]}{[3 \times \rho_a \times c_a] + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] \times T_{36}^n = T_{36}^{n+1}$$

Node 37 :

$$\left[\frac{\Delta \times \left[(k_a + k_b) \times T_{36}^n + (2 \times k_a \times T_{26}^n) + (k_a + k_b) \times T_{38}^n + (2 \times k_b \times T_{48}^n) \right]}{[\rho_a \times c_a] + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] + \left[1 - \frac{\Delta \times 4 \times (k_a + k_b)}{[\rho_a \times c_a] + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] \times T_{37}^n = T_{37}^{n+1}$$

Node 38 :

$$\left[\frac{\Delta \times \left[\begin{array}{l} (k_a + k_b) \times T_{37}'' + (2 \times k_a \times T_{27}'' + \\ (k_a + k_b) \times T_{39}'' + (2 \times k_b \times T_{49}'' \end{array} \right]}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] + \left[1 - \frac{\Delta \times 4 \times (k_a + k_b)}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] \times T_{38}'' = T_{38}'''$$

Node 39 :

$$\left[\frac{\Delta \times \left[\begin{array}{l} (k_a + k_b) \times T_{38}'' + (2 \times k_a \times T_{28}'' + \\ (k_a + k_b) \times T_{40}'' + (2 \times k_b \times T_{50}'' \end{array} \right]}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] + \left[1 - \frac{\Delta \times 4 \times (k_a + k_b)}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] \times T_{39}'' = T_{39}'''$$

Node 40 :

$$\left[\frac{\Delta \times \left[\begin{array}{l} (4 \times k_a \times T_{29}'' + (4 \times k_a \times T_{41}'' + \\ 2 \times (k_a + k_b) \times T_{51}'' + 2 \times (k_a + k_b) \times T_{39}'' \end{array} \right]}{[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] + \left[1 - \frac{\Delta \times [(12 \times k_a) + (4 \times k_b)]}{[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] \times T_{40}'' = T_{40}'''$$

Node 41 :

$$\left[F_{0a} \times (T_{40}'' + T_{30}'' + T_{42}'' + T_{52}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{41}'' = T_{41}'''$$

Node 42 :

$$\left[F_{0a} \times (T_{41}'' + T_{31}'' + T_{43}'' + T_{53}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{42}'' = T_{42}'''$$

Node 43 :

$$\left[F_{0a} \times \left(T_{32}'' + (2 \times T_{42}'') + T_{54}'' + (2 \times B_1 \times (T_{\infty})) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_1)] \times T_{43}'' = T_{43}'''$$

Node 44 :

$$\left[F_{0a} \times \left(T_{33}'' + (2 \times T_{45}'') + T_{55}'' + (2 \times B_1 \times (T_{\infty})) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_1)] \times T_{44}'' = T_{44}'''$$

Node 45 :

$$\left[F_{0a} \times (T_{44}'' + T_{34}'' + T_{46}'' + T_{56}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{45}'' = T_{45}''^{n+1}$$

Node 46 :

$$\left[F_{0a} \times (T_{45}'' + T_{35}'' + T_{47}'' + T_{57}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{46}'' = T_{46}''^{n+1}$$

Node 47 :

$$\left[\frac{\Delta \times \left[\begin{array}{l} (2 \times k_a \times T_{46}'') + ((k_a + k_b) \times T_{36}'') \\ (2 \times k_b \times T_{48}'') + ((k_a + k_b) \times T_{58}'') \end{array} \right]}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] + \left[1 - \frac{\Delta \times 4 \times (k_a + k_b)}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] \times T_{47}'' = T_{47}''^{n+1}$$

Node 48 :

$$\left[F_{0b} \times (T_{47}'' + T_{37}'' + T_{49}'' + T_{59}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0b})] \times T_{48}'' = T_{48}''^{n+1}$$

Node 49 :

$$\left[F_{0b} \times (T_{48}'' + T_{38}'' + T_{50}'' + T_{60}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0b})] \times T_{49}'' = T_{49}''^{n+1}$$

Node 50 :

$$\left[F_{0b} \times (T_{49}'' + T_{39}'' + T_{51}'' + T_{61}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0b})] \times T_{50}'' = T_{50}''^{n+1}$$

Node 51 :

$$\left[\frac{\Delta \times \left[\begin{array}{l} (2 \times k_b \times T_{50}'') + ((k_a + k_b) \times T_{40}'') \\ (2 \times k_a \times T_{52}'') + ((k_a + k_b) \times T_{62}'') \end{array} \right]}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] + \left[1 - \frac{\Delta \times 4 \times (k_a + k_b)}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] \times T_{51}'' = T_{51}''^{n+1}$$

Node 52 :

$$\left[F_{0a} \times (T_{51}'' + T_{41}'' + T_{53}'' + T_{63}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{52}'' = T_{52}''^{n+1}$$

Node 53 :

$$\left[F_{0a} \times (T_{52}'' + T_{42}'' + T_{54}'' + T_{64}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{53}'' = T_{53}''^{n+1}$$



Node 54 :

$$\left[F_{0a} \times \left(T_{43}^n + (2 \times T_{53}^n) + T_{65}^n + (2 \times B_i \times T_{\infty}) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B)] \times T_{54}^n = T_{54}^{n+1}$$

Node 55 :

$$\left[F_{0a} \times \left(T_{44}^n + (2 \times T_{56}^n) + T_{66}^n + (2 \times B_j \times T_{\infty}) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B)] \times T_{55}^n = T_{55}^{n+1}$$

Node 56 :

$$[i_{0\alpha}^n \times (T_{55}^n + T_{45}^n + T_{57}^n + T_{67}^n)] + [1 - (4 \times i_{0\alpha}^n)] \times T_{56}^n = T_{56}^{n+1}$$

Node 57 :

$$[i_{0\alpha}^n \times (T_{56}^n + T_{46}^n + T_{58}^n + T_{68}^n)] + [1 - (4 \times i_{0\alpha}^n)] \times T_{57}^n = T_{57}^{n+1}$$

Node 58 :

$$\left[\frac{\Delta \times \left[\left(2 \times k_a \times T_{57}^n \right) + \left((k_a + k_b) \times T_{47}^n \right) + \left(2 \times k_b \times T_{59}^n \right) + \left((k_a + k_b) \times T_{69}^n \right) \right]}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] + \left[1 - \frac{\Delta \times 4 \times (k_a + k_b)}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] \times T_{58}^n = T_{58}^{n+1}$$

Node 59 :

$$[F_{0b} \times (T_{58}^n + T_{48}^n + T_{60}^n + T_{70}^n)] + [1 - (4 \times F_{0b})] \times T_{59}^n = T_{59}^{n+1}$$

Node 60 :

$$\left[F_{0b} \times \left(T_{59}^n + T_{49}^n + T_{61}^n + T_{71}^n + \left(q \times \frac{(\Delta X)^2}{k_b} \right) \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0b})] \times T_{60}^n = T_{60}^{n+1}$$

Node 61 :

$$[F_{0b} \times (T_{60}^n + T_{50}^n + T_{62}^n + T_{72}^n)] + [1 - (4 \times F_{0b})] \times T_{61}^n = T_{61}^{n+1}$$

Node 62 :

$$\left[\frac{\Delta \times \left[\begin{array}{l} (2 \times k_b \times T_{61}''') + ((k_a + k_b) \times T_{51}''') + \\ (2 \times k_a \times T_{63}''') + ((k_a + k_b) \times T_{73}''') \end{array} \right]}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] + \left[1 - \frac{\Delta \times 4 \times (k_a + k_b)}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] \times T_{62}'' = T_{62}'''$$

Node 63 :

$$[F_{0a} \times (T_{62}'' + T_{52}'' + T_{64}'' + T_{74}'')] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{63}'' = T_{63}'''$$

Node 64 :

$$[F_{0a} \times (T_{63}'' + T_{53}'' + T_{65}'' + T_{75}'')] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{64}'' = T_{64}'''$$

Node 65 :

$$\left[F_{0a} \times \left(T_{54}'' + (2 \times T_{64}'') + T_{76}'' + (2 \times B_i \times (T_{\infty})) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_i)] \times T_{65}'' = T_{65}'''$$

Node 66 :

$$\left[F_{0a} \times \left(T_{55}'' + (2 \times T_{67}'') + T_{77}'' + (2 \times B_i \times (T_{\infty})) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_i)] \times T_{66}'' = T_{66}'''$$

Node 67 :

$$[F_{0a} \times (T_{66}'' + T_{56}'' + T_{68}'' + T_{78}'')] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{67}'' = T_{67}'''$$

Node 68 :

$$[F_{0a} \times (T_{67}'' + T_{57}'' + T_{69}'' + T_{79}'')] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{68}'' = T_{68}'''$$

Node 69 :

$$\left[\frac{\Delta \times \left[\begin{array}{l} (2 \times k_a \times T_{68}''') + ((k_a + k_b) \times T_{58}''') + \\ (2 \times k_b \times T_{70}''') + ((k_a + k_b) \times T_{80}''') \end{array} \right]}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] + \left[1 - \frac{\Delta \times 4 \times (k_a + k_b)}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] \times T_{69}'' = T_{69}'''$$

Node70 :

$$[F_{0b} \times (T_{69}'' + T_{59}'' + T_{71}'' + T_{81}'')] + [1 - (4 \times F_{0b})] \times T_{70}'' = T_{70}'''$$

Node 71 :

$$\left[F_{0b} \times (T_{70}'' + T_{60}'' + T_{72}'' + T_{82}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0b})] \times T_{71}'' = T_{71}''^{n+1}$$

Node 72 :

$$\left[F_{0b} \times (T_{71}'' + T_{61}'' + T_{73}'' + T_{83}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0b})] \times T_{72}'' = T_{72}''^{n+1}$$

Node 73 :

$$\left[\frac{\Delta t \times \left[\begin{array}{l} (2 \times k_b \times T_{72}'') + ((k_a + k_b) \times T_{62}'') + \\ (2 \times k_a \times T_{74}'') + ((k_a + k_b) \times T_{84}'') \end{array} \right]}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] + \left[1 - \frac{\Delta t \times 4 \times (k_a + k_b)}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] \times T_{73}'' = T_{73}''^{n+1}$$

Node 74 :

$$\left[F_{0a} \times (T_{73}'' + T_{63}'' + T_{75}'' + T_{85}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{74}'' = T_{74}''^{n+1}$$

Node 75 :

$$\left[F_{0a} \times (T_{74}'' + T_{64}'' + T_{76}'' + T_{86}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{75}'' = T_{75}''^{n+1}$$

Node 76 :

$$\left[F_{0a} \times \left(T_{65}'' + (2 \times T_{75}'') + T_{87}'' + (2 \times B_i \times (T_{\infty})) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_i)] \times T_{76}'' = T_{76}''^{n+1}$$

Node 77 :

$$\left[F_{0a} \times \left(T_{66}'' + (2 \times T_{78}'') + T_{88}'' + (2 \times B_i \times (T_{\infty})) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_i)] \times T_{77}'' = T_{77}''^{n+1}$$

Node 78 :

$$\left[F_{0a} \times (T_{77}'' + T_{67}'' + T_{79}'' + T_{89}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{78}'' = T_{78}''^{n+1}$$

Node 79 :

$$\left[F_{0a} \times (T_{78}'' + T_{68}'' + T_{80}'' + T_{90}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{79}'' = T_{79}''^{n+1}$$

Node 80 :

$$\left[\frac{\Delta \times \left[\begin{array}{l} (4 \times k_a \times T_{79}'') + (2 \times (k_a + k_b) \times T_{69}'') + \\ (2 \times (k_a + k_b) \times T_{81}'') + (4 \times k_a \times T_{91}'') \end{array} \right]}{[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] + \left[1 - \frac{\Delta \times [(12 \times k_a) + (4 \times k_b)]}{[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] \times T_{80}'' = T_{80}'''$$

Node 81 :

$$\left[\frac{\Delta \times \left[\begin{array}{l} ((k_a + k_b) \times T_{80}'') + (2 \times k_b \times T_{70}'') + \\ ((k_a + k_b) \times T_{82}'') + (2 \times k_a \times T_{92}'') \end{array} \right]}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] + \left[1 - \frac{\Delta \times 4 \times (k_a + k_b)}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] \times T_{81}'' = T_{81}'''$$

Node 82 :

$$\left[\frac{\Delta \times \left[\begin{array}{l} ((k_a + k_b) \times T_{81}'') + (2 \times k_b \times T_{71}'') + \\ ((k_a + k_b) \times T_{83}'') + (2 \times k_a \times T_{93}'') \end{array} \right]}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] + \left[1 - \frac{\Delta \times 4 \times (k_a + k_b)}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] \times T_{82}'' = T_{82}'''$$

Node 83 :

$$\left[\frac{\Delta \times \left[\begin{array}{l} ((k_a + k_b) \times T_{82}'') + (2 \times k_b \times T_{72}'') + \\ ((k_a + k_b) \times T_{84}'') + (2 \times k_a \times T_{94}'') \end{array} \right]}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] + \left[1 - \frac{\Delta \times 4 \times (k_a + k_b)}{[(\rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] \times T_{83}'' = T_{83}'''$$

Node 84 :

$$\left[\frac{\Delta \times \left[\begin{array}{l} (2 \times (k_a + k_b) \times T_{83}'') + (2 \times (k_a + k_b) \times T_{73}'') + \\ (4 \times k_a \times T_{85}'') + (4 \times k_a \times T_{95}'') \end{array} \right]}{[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] + \left[1 - \frac{\Delta \times [(12 \times k_a) + (4 \times k_b)]}{[(3 \times \rho_a \times c_a) + (\rho_b \times c_b)] \times (\Delta X)^2} \right] \times T_{84}'' = T_{84}'''$$

Node 85 :

$$\left[F_{0a} \times (T_{84}'' + T_{74}'' + T_{86}'' + T_{96}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{85}'' = T_{85}''^{n+1}$$

Node 86 :

$$\left[F_{0a} \times (T_{85}'' + T_{75}'' + T_{87}'' + T_{97}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{86}'' = T_{86}''^{n+1}$$

Node 87 :

$$\left[F_{0a} \times \left(T_{76}'' + (2 \times T_{86}'') + T_{98}'' + (2 \times B_i \times (T_{\infty})) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_i)] \times T_{87}'' = T_{87}''^{n+1}$$

Node 88 :

$$\left[F_{0a} \times \left(T_{77}'' + (2 \times T_{89}'') + T_{99}'' + (2 \times B_i \times (T_{\infty})) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_i)] \times T_{88}'' = T_{88}''^{n+1}$$

Node 89 :

$$\left[F_{0a} \times (T_{88}'' + T_{78}'' + T_{90}'' + T_{100}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{89}'' = T_{89}''^{n+1}$$

Node 90 :

$$\left[F_{0a} \times (T_{89}'' + T_{79}'' + T_{91}'' + T_{101}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{90}'' = T_{90}''^{n+1}$$

Node 91 :

$$\left[F_{0a} \times (T_{90}'' + T_{80}'' + T_{92}'' + T_{102}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{91}'' = T_{91}''^{n+1}$$

Node 92 :

$$\left[F_{0a} \times (T_{91}'' + T_{81}'' + T_{93}'' + T_{103}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{92}'' = T_{92}''^{n+1}$$

Node 93 :

$$\left[F_{0a} \times (T_{92}'' + T_{82}'' + T_{94}'' + T_{104}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{93}'' = T_{93}''^{n+1}$$

Node 94 :

$$\left[F_{0a} \times (T_{93}'' + T_{83}'' + T_{95}'' + T_{105}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{94}'' = T_{94}''^{n+1}$$

Node 95 :

$$\left[F_{0a} \times (T_{94}'' + T_{84}'' + T_{96}'' + T_{106}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{95}'' = T_{95}''^{n+1}$$

Node 96 :

$$\left[F_{0a} \times (T_{95}'' + T_{85}'' + T_{97}'' + T_{107}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{96}'' = T_{96}''^{n+1}$$

Node 97 :

$$\left[F_{0a} \times (T_{96}'' + T_{86}'' + T_{98}'' + T_{108}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{97}'' = T_{97}''^{n+1}$$

Node 98 :

$$\left[F_{0a} \times \left(T_{87}'' + (2 \times T_{97}'') + T_{109}'' + (2 \times B_i \times (T_{\infty})) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_i)] \times T_{98}'' = T_{98}''^{n+1}$$

Node 99 :

$$\left[F_{0a} \times \left(T_{88}'' + (2 \times T_{100}'') + T_{110}'' + (2 \times B_i \times (T_{\infty})) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_i)] \times T_{99}'' = T_{99}''^{n+1}$$

Node 100:

$$\left[F_{0a} \times (T_{99}'' + T_{89}'' + T_{101}'' + T_{111}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{100}'' = T_{100}''^{n+1}$$

Node 101 :

$$\left[F_{0a} \times (T_{100}'' + T_{90}'' + T_{102}'' + T_{112}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{101}'' = T_{101}''^{n+1}$$

Node 102 :

$$\left[F_{0a} \times (T_{101}'' + T_{91}'' + T_{103}'' + T_{113}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{102}'' = T_{102}''^{n+1}$$

Node 103 :

$$\left[F_{0a} \times (T_{102}'' + T_{92}'' + T_{104}'' + T_{114}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{103}'' = T_{103}''^{n+1}$$

Node 104 :

$$\left[F_{0a} \times (T_{103}'' + T_{93}'' + T_{105}'' + T_{115}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{104}'' = T_{104}''^{n+1}$$

Bide 105 :

$$\left[F_{0a} \times (T_{104}'' + T_{94}'' + T_{106}'' + T_{116}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{105}'' = T_{105}''^{n+1}$$

Node 106 :

$$\left[F_{0a} \times (T_{105}'' + T_{95}'' + T_{107}'' + T_{117}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{106}'' = T_{106}''^{n+1}$$

Node 107 :

$$\left[F_{0a} \times (T_{106}'' + T_{96}'' + T_{108}'' + T_{118}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{107}'' = T_{107}'''$$

Node 108 :

$$\left[F_{0a} \times (T_{107}'' + T_{97}'' + T_{109}'' + T_{119}'') \right] + [1 - (4 \times F_{0a})] \times T_{108}'' = T_{108}'''$$

Node 109 :

$$\left[F_{0a} \times \left(T_{98}'' + (2 \times T_{108}'') + T_{120}'' + (2 \times B_i \times (T_{\infty})) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_i)] \times T_{109}'' = T_{109}'''$$

Node 110 :

$$\left[2 \times F_{0a} \times \left[T_{111}'' + T_{99}'' + (2 \times B_i \times (T_{\infty})) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right] \right] + [1 - (4 \times F_{0a}) - (4 \times F_{0a} \times B_i)] \times T_{110}'' = T_{110}'''$$

Node 111 :

$$\left[F_{0a} \times \left(T_{110}'' + (2 \times T_{100}'') + T_{112}'' + (2 \times B_i \times (T_{\infty})) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_i)] \times T_{111}'' = T_{111}'''$$

Node 112 :

$$\left[F_{0a} \times \left(T_{111}'' + (2 \times T_{101}'') + T_{113}'' + (2 \times B_i \times (T_{\infty})) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_i)] \times T_{112}'' = T_{112}'''$$

Node 113 :

$$\left[F_{0a} \times \left(T_{112}'' + (2 \times T_{102}'') + T_{114}'' + (2 \times B_i \times (T_{\infty})) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_i)] \times T_{113}'' = T_{113}'''$$

Node 114 :

$$\left[F_{0a} \times \left(T_{113}'' + (2 \times T_{103}'') + T_{115}'' + (2 \times B_i \times (T_{\infty})) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_i)] \times T_{114}'' = T_{114}'''$$

Node 115 :

$$\left[F_{0a} \times \left(T_{114}'' + (2 \times T_{104}'') + T_{116}'' + (2 \times B_i \times (T_{\infty})) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) \right] + [1 - (4 \times F_{0a}) - (2 \times F_{0a} \times B_i)] \times T_{115}'' = T_{115}'''$$

Node 116 :

$$\left[F_{\alpha} \times \left(T_{115}'' + (2 \times T_{105}'') + T_{117}'' + (2 \times B_i \times (T_-)) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) \right] + [1 - (4 \times F_{\alpha}) - (2 \times F_{\alpha} \times B_i)] \times T_{116}'' = T_{116}'''$$

Node 117 :

$$\left[F_{\alpha} \times \left(T_{116}'' + (2 \times T_{106}'') + T_{118}'' + (2 \times B_i \times (T_-)) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) \right] + [1 - (4 \times F_{\alpha}) - (2 \times F_{\alpha} \times B_i)] \times T_{117}'' = T_{117}'''$$

Node 118 :

$$\left[F_{\alpha} \times \left(T_{117}'' + (2 \times T_{107}'') + T_{119}'' + (2 \times B_i \times (T_-)) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) \right] + [1 - (4 \times F_{\alpha}) - (2 \times F_{\alpha} \times B_i)] \times T_{118}'' = T_{118}'''$$

Node 119 :

$$\left[F_{\alpha} \times \left(T_{118}'' + (2 \times T_{108}'') + T_{120}'' + (2 \times B_i \times (T_-)) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right) \right] + [1 - (4 \times F_{\alpha}) - (2 \times F_{\alpha} \times B_i)] \times T_{119}'' = T_{119}'''$$

Node 120 :

$$\left[[2 \times F_{\alpha}] \times \left[T_{119}'' + T_{109}'' + (2 \times B_i \times (T_-)) + \left(2 \times q_0 \times \frac{(\Delta X)}{k_a} \right) \right] \right] + [1 - (4 \times F_{\alpha}) - (4 \times F_{\alpha} \times B_i)] \times T_{120}'' = T_{120}'''$$

Lampiran D

Tabel Elemen Elemen Tertentu

(Lawrence, Ilmu dan Teknologi Bahan, 622)

Elemen	Lambang	Bilangan atom	Massa atom sma	Orbital	Titik cair °C	Berat Jenis (padat Mg/m ³ (=g/cm ³))	Struktur kristal 20°C	Jari ² atom rata ² , nm ²	Valuasi (biasa digunakan)	Jari ² ionik rata ² , nm ²
Hidrogen	H	1	1.0078	1s						
Helium	He	2	4.003	1	-259.14	-	-	0.046	1+	sangat kecil
Li				2	-272.2	-	-	0.176	Inert	-
<u>2s 2p</u>										
Litium	Li	3	6.94	He + 1	180	0.534	kpr	0.1519	1+	0.068
Berelium	Be	4	9.01	He + 2	1289	1.85	ktp	0.114	2+	0.035
Boron	B	5	10.81	He + 2 1	2103	2.34	-	0.046	3+	~0.025
Karbon	C	6	12.011	He + 2 2	>3500	2.25	hek	0.077	-	-
Nitrogen	N	7	14.007	He + 2 3	-210	-	-	0.071	3-	-
Oksigen	O	8	15.999	He + 2 4	-218.4	-	-	0.060	2-	0.140
Fluorin	F	9	19.00	He + 2 5	-220	-	-	0.06	1-	0.133
Neon	Ne	10	20.18	He + 2 6	-248.7	-	kps	0.160	Inert	-
<u>3s 3p</u>										
Natrium	Na	11	22.99	Ne + 1	97.8	0.97	kpr	0.1857	1+	0.097
Magnesium	Mg	12	24.31	Ne + 2	649	1.74	ktp	0.161	2+	0.066
Aluminium	Al	13	26.98	Ne + 2 1	660.4	2.70	kps	0.14315	3+	0.051
Silikon	Si	14	28.09	Ne + 2 2	1414	2.33	*	0.1176	4+	0.042
Fosfor	P	15	30.97	Ne + 2 3	44	1.8	-	0.11	5+	~0.035
Belerang	S	16	32.06	Ne + 2 4	112.8	2.07	-	0.106	2-	0.184
Khlor	Cl	17	35.45	Ne + 2 5	-101	-	-	0.0905	1-	0.181
Argon	Ar	18	39.95	Ne + 2 6	-189.2	-	kps	0.192	Inert	-
<u>3d 4s 4p</u>										
Kalium	K	19	39.10	Ar + 1	63	0.86	kpr	0.2312	1+	0.133
Kalsium	Ca	20	40.08	Ar + 2	840	1.54	kps	0.1969	2+	0.099
Titanium	Ti	22	47.90	Ar + 2 2	1672	4.51	htp	0.146	4+	0.068
Khronium	Cr	24	52.00	Ar + 5 1	1863	7.20	kpr	0.1249	3+	0.063
Mangan	Mn	25	54.94	Ar + 5 2	1246	7.2	-	0.112	2+	0.080
Besi	Fe	26	55.85	Ar + 6 2	1538	7.88	kpr	0.1241	2+	0.074
							kps	0.1269	3+	0.064
Kobalt	Co	27	58.93	Ar + 7 2	1494	8.9	htp	0.125	2+	0.072
Nikkel	Ni	28	58.71	Ar + 8 2	1455	8.90	kps	0.1278	2+	0.069
Tembaga	Cu	29	63.54	Ar + 10 1	1084.5	8.92	kps	0.1278	1+	0.096
Seng	Zn	30	65.37	Ar + 10 2	419.6	7.14	htp	0.139	2+	0.074
Germanium	Ge	32	72.59	Ar + 10 2 2	937	5.35	*	0.1224	4+	-
Arsen	As	33	74.92	Ar + 10 -2 3	~809	5.73	-	0.125	3+	-
Krypton	Kr	36	83.80	Ar + 10 2 6	-157	-	kps	0.201	Inert	-
<u>4d 5s 5p</u>										
Perak	Ag	47	107.87	Kr + 10 1	961.9	10.5	kps	0.1444	1+	0.126
Timah	Sn	50	118.69	Kr + 10 2 2	232	7.3	tpr	0.1509	4+	0.071
Antimon	Sb	51	121.75	Kr + 10 2 3	630.7	6.7	-	0.1452	5+	-
Jodium	I	53	126.9	Kr + 10 2 5	114	4.93	ortho	0.135	1-	0.220
Xenon	Xe	54	131.3	Kr + 10 2 6	-112	2.7	kps	0.221	Inert	-
<u>4f 5d 6s</u>										
Cesium	Cs	55	132.9	Xe + 10 1	28.4	1.9	kps	0.262	1+	0.167
Tungsten	W	74	183.9	Xe + 14 4 2	3387	19.4	kps	0.1367	4+	0.070
Emas	Au	79	197.0	Xe + 14 10 1	1064.4	19.32	kpr	0.1441	1+	0.137
Merkuri	Hg	80	200.6	Xe + 14 10 2	-38.86	-	-	0.155	2+	0.110
Timbel	Pb	82	207.2	Hg + 6p ²	327.5	11.34	kps	0.1750	2+	0.120
Uranium	U	92	238.0	Rn + 5f ³ 6d 7s ²	1133	19	-	0.138	4+	0.097

* Kubik intan

