ABSTRAK

Model SIR (*Susceptibles-Infectious-Recovered*) merupakan model epidemi yang pertama kali diperkenalkan oleh W.O. Kennack dan McKendrick. Pada model ini anggota dari populasi dibagi menjadi tiga kelas yaitu *Susceptibles,Infectious*, dan *Recovered*. Model SIR ini telah digunakan oleh B. Pimphunchat *et al* pada penelitian sebelumnya dengan studi kasus tentang penyebaran penyakit *leptospirosis* di Thailand. Model SIR ini digunakan berdasarkan asumsi yang telah disusun dan sesuai dengan perilaku epidemi penyakit tersebut. Akan tetapi, tidak menutup kemungkinan model epidemi lain juga dapat digunakan seperti model epidemi SEIR, SIS, dan MSIR.

Pada tulisan ini akan melengkapi penelitian sebelumnya dengan menambahkan dua kelas populasi yaitu manusia rentan dan vektor rentan. Berdasarkan asumsi-asumsi, disusun model SIR dengan lima kelas populasi, yaitu kelompok manusia yang rentan terinfeksi penyakit (S_H), kelompok manusia yang terinfeksi oleh penyakit (I_H), kelompok manusia yang telah sembuh dari penyakit (R_H), kelompok vektor yang rentan terinfeksi penyakit (S_A), dan kelompok vektor yang terinfeksi oleh penyakit (I_A).

Sebagai hasil penelitian diperoleh model dengan lima variabel sebagai berikut:

$$\frac{dS_H}{dt} = \mu_H N_H - \lambda_H S_H - \gamma_H I_A S_H + c_2 R_H$$
$$\frac{dI_H}{dt} = \gamma_H I_A S_H - \lambda_H I_H - c_1 I_H$$
$$\frac{dR_H}{dt} = c_1 I_H - \lambda_H R_H - c_2 R_H$$
$$\frac{dS_A}{dt} = \mu_A S_A - \lambda_A S_A - \gamma_A S_A I_A$$
$$\frac{dI_A}{dt} = \mu_A I_A - \lambda_A I_A + \gamma_A S_A I_A.$$

Dari model di atas diperoleh dua titik kesetimbangan yang merupakan titik dimana sistem berada pada keadaan setimbang, yaitu titik kesetimbangan endemik penyakit dan titik kesetimbangan bebas penyakit. Setelah itu, dilakukan analisis kestabilan pada titik kesetimbangan untuk mengetahui kestabilan dari titik kesetimbangan dengan linearisasi sistem menggunakan matriks jacobian diperoleh nilai-nilai eigen dari masing-masing titik kesetimbangan. Dari analisis kestabilann diperoleh bahwa titik kesetimbangan endemik penyakit tidak stabil sehingga penyakit tidak bersifat endemik sedangkan titik kesetimbangan bebas penyakit stabil asimptotik jika angka kematian vektor lebih tinggi dari angka kelahirannya atau $\mu_A < \lambda_A$ sehingga penyakit tidak menyebar pada populasi.

Kata kunci: *leptospirosis*, model SIR, nilai eigen, titik kesetimbangan.

ABSTRACT

SIR (Susceptibles-Infectious-Removed) model is a epidemic model who has been introduced by W.O. Kennack and McKendrick. In this model, population is devided into three subgroups; Susceptible, Infectious, and Removed. This model was used by B. Pimphunchat *et al* in their journal by study case of spread of *leptospirosis* in Thailand. SIR model was used to discribe the spread of this desease based by the assumptions and this model is compatible to describe the desease behaviour. Nevertheles, another models can used to describe this desease too, like SIS, SEIR, and MSIR.

This paper was made to complete the last research by add two groups of population to this model, there are group of susceptible humans and group of susceptible vectorns. By the assumptions, it was constructed SIR model by five groups of populations; group of susceptible humans (S_H), group of infected humans (I_H), group of recovered humans (R_H), group of susceptable vectors (S_A), and group of infected vectors (I_A).

The result of the research was a mathematic model wih five variables, there are:

$$\frac{dS_H}{dt} = \mu_H N_H - \lambda_H S_H - \gamma_H I_A S_H + c_2 R_H$$
$$\frac{dI_H}{dt} = \gamma_H I_A S_H - \lambda_H I_H - c_1 I_H$$
$$\frac{dR_H}{dt} = c_1 I_H - \lambda_H R_H - c_2 R_H$$
$$\frac{dS_A}{dt} = \mu_A S_A - \lambda_A S_A - \gamma_A S_A I_A$$
$$\frac{dI_A}{dt} = \mu_A I_A - \lambda_A I_A + \gamma_A S_A I_A.$$

Two equilibrium points were found , there are desease-free equilibrium point and endemic equilibrium point. Then stability analysis was done by linearized method using jacobian matrix to get the eigenvalues for every equilibrium points. From stability analysis, we found that the endemic equilibrium point was unstable, so, the desease was not endemic, but the desease-free equilibrium point was asymptotically stable if natural birth rate of vectors is less than natural death rate of vectors or $\mu_A < \lambda_A$, so, over a long time, the population in the desease-free state.

Keywords: eigenvalue, equilibrium point, *leptospirosis*, SIR model.