

**DISTRIBUSI SUHU DARI WAKTU KE WAKTU  
PADA BENDA SATU DIMENSI KEADAAN TAK  
TUNAK DENGAN NILAI  $k = k(T)$**

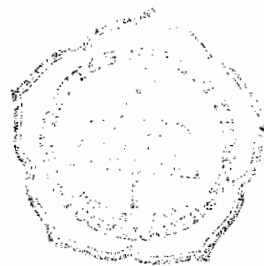
**TUGAS AKHIR**

Untuk memenuhi sebagian persyaratan  
mencapai derajat sarjana S-1

**Program Studi Teknik Mesin  
Jurusan Teknik Mesin**



Diajukan oleh  
**Mateus Daryadi**  
99 5214 028



Kepada  
**FAKULTAS TEKNIK  
UNIVERSITAS SANATA DHARMA  
YOGYAKARTA  
2005**



**JURUSAN TEKNIK MESIN  
FAKULTAS TEKNIK UNIVERSITAS SANATA DHARMA**

Kampus III Paingan, Maguwoharjo, Sleman, Yogyakarta

Telp. (0274) 883037, 883968, 886530 ; Fax (0274) 886529 ; Email : [teknik@staff.usd.ac.id](mailto:teknik@staff.usd.ac.id)

**TUGAS AKHIR/SKRIPSI PROGRAM S-1  
JURUSAN TEKNIK MESIN FAKULTAS TEKNIK  
UNIV. SANATA DHARMA YOGYAKARTA**

No : 454 /FT.USD/TM/September/2004

Nama : Mateus Daryadi  
NIM : 995214028  
Program Studi : Teknik Mesin  
Fakultas : Teknik, Univ. Sanata Dharma, Yogyakarta  
Judul TGA : Distribusi suhu dari waktu ke waktu pada benda padat ID keadaan tak tunak, dengan  $K = k(T)$ . Bahan : Aluminium ; variasi : 1) nilai  $h$  dan, 2) Panjang benda ( $L$ ), suhu awal merata dan suhu fluida dipertahankan tetap  
Tanggal dimulai : 27 September 2004

Yogyakarta, 28 September 2004

Pembimbing I

Ir. PK. Purwadi, M.T.



**JURUSAN TEKNIK MESIN  
FAKULTAS TEKNIK UNIVERSITAS SANATA DHARMA**

Kampus III Paingan, Maguwoharjo, Sleman, Yogyakarta

Telp. (0274) 883037, 883968, 886530 ; Fax (0274) 886529 ; Email : [teknik@staff.usd.ac.id](mailto:teknik@staff.usd.ac.id)

**TUGAS AKHIR/SKRIPSI PROGRAM S-1  
JURUSAN TEKNIK MESIN FAKULTAS TEKNIK  
UNIV. SANATA DHARMA YOGYAKARTA**

No : 454 /FT.USD/TM/September/2004

Nama : Mateus Daryadi  
NIM : 995214028  
Program Studi : Teknik Mesin  
Fakultas : Teknik, Univ. Sanata Dharma, Yogyakarta  
Judul TGA : Distribusi suhu dari waktu ke waktu pada benda padat ID keadaan tak tunak, dengan  $K = k(T)$ . Bahan : Aluminium ; variasi : 1) nilai  $h$  dan, 2) Panjang benda ( $L$ ), suhu awal merata dan suhu fluida dipertahankan tetap  
Tanggal dimulai : 27 September 2004

Yogyakarta, 28 September 2004

Pembimbing I

Ir. PK. Purwadi, M.T.

**TUGAS AKHIR**  
**DISTRIBUSI SUHU DARI WAKTU KE WAKTU PADA BENDA SATU**  
**DIMENSI KEADAAN TAK TUNAK DENGAN  $k = k(T)$**

Yang dipersiapkan dan disusun oleh

Nama : Mateus Daryadi

No Mhs : 995214028

Telah dipertahankan dihadapan dewan penguji

Pada tanggal 21 Juli 2005

Susunan Dewan Penguji

Nama

Tanda tangan

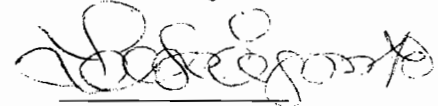
Ketua

Ir. PK. Purwadi, M.T



Sekretaris

Ir. Y.B. Lukiyanto, M.T



Anggota

Ir. F.A. Rusdi Sambada, M.T



Tugas Akhir ini telah diterima sebagai salah satu persyaratan

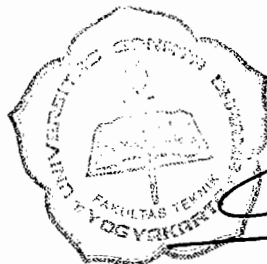
Untuk memperoleh gelar Sarjana Teknik Mesin

Yogyakarta, 21 Juli 2005

Fakultas Teknik

Universitas Sanata Dharma

Yogyakarta



Dekan



**Ir. Greg. Heliarko, SJ., SS., B.ST., M.A., M.Sc.**

**TUGAS AKHIR**  
**DISTRIBUSI SUHU DARI WAKTU KE WAKTU PADA BENDA SATU**  
**DIMENSI KEADAAN TAK TUNAK DENGAN  $k = k(T)$**

Yang dipersiapkan dan disusun oleh

Nama : Mateus Daryadi

No Mhs : 995214028

Telah dipertahankan dihadapan dewan penguji

Pada tanggal 21 Juli 2005

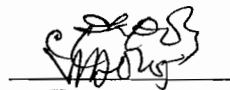
Susunan Dewan Penguji

Nama

Tanda tangan

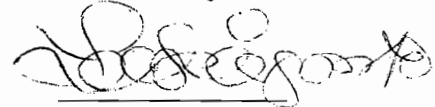
Ketua

Ir. PK. Purwadi, M.T



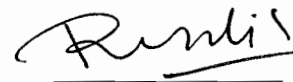
Sekretaris

Ir. Y.B. Lukiyanto, M.T



Anggota

Ir. F.A. Rusdi Sambada, M.T



Tugas Akhir ini telah diterima sebagai salah satu persyaratan

Untuk memperoleh gelar Sarjana Teknik Mesin

Yogyakarta, 21 Juli 2005

Fakultas Teknik

Universitas Sanata Dharma

Yogyakarta



Dekan



**Ir. Greg. Heliarko, SJ., SS., B.ST., M.A., M.Sc.**

## **PERNYATAAN**

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam tugas akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu perguruan tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Yogyakarta, Juli 2005

Mateus Daryadi

## KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa yang telah melimpahkan rahmat dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini.

Tugas Akhir ini merupakan salah satu syarat yang harus ditempuh untuk memperoleh gelar Sarjana Teknik di Jurusan Teknik Mesin Fakultas Teknik Universitas Sanata Dharma Yogyakarta. Dalam Tugas Akhir ini dibahas mengenai distribusi suhu pada benda satu dimensi keadaan tak tunak dengan  $k = k(T)$

Dalam kesempatan ini penulis mengucapkan banyak terima kasih atas segala bantuan, saran dan fasilitas, sehingga tugas akhir ini dapat terselesaikan, kepada :

1. Romo Ir. Greg. Heliarko, SJ., SS., B.ST., MM., M.Sc. selaku Dekan Fakultas Teknik Universitas Sanata Dharma Yogyakarta.
2. Bapak Ir. P.K Purwadi , M.T selaku dosen pembimbing utama Tugas Akhir.
3. Segenap Dosen, Karyawan dan seluruh Civitas Universitas Sanata Dharma Yogyakarta.
4. Saudara Andi dan semua teman kost.
5. Teman-teman angkatan '99 Teknik Mesin Universitas Sanata Dharma Yogyakarta yang baik-baik dan semua pihak yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini hingga selesai.

Usaha yang penulis lakukan sudah semaksimal mungkin, namun penulis menyadari bahwa penulisan Tugas Akhir ini masih jauh dari sempurna. Untuk itu penulis mohon maaf atas segala kekurangan dan kesalahan yang terdapat dalam

penyusunan naskah Tugas Akhir ini. Saran dan kritik yang bersifat membangun dari pembaca sangat penulis harapkan demi perbaikan dikemudian hari.

Akhir kata penulis berharap semoga Tugas Akhir ini dapat memberikan manfaat bagi pembaca.

Penulis,

Mateus Daryadi



## DAFTAR ISI

	halaman
HALAMAN JUDUL .....	i
HALAMAN SOAL .....	ii
HALAMAN PENGESAHAN .....	iii
PERNYATAAN .....	iv
KATA PENGANTAR .....	v
DAFTAR ISI .....	vii
INTISARI .....	ix
DAFTAR GAMBAR .....	x
DAFTAR TABEL .....	xii
DAFTAR LAMBANG/NOTASI .....	xiii
BAB I PENDAHULUAN .....	1
1.1. Latar Belakang Masalah .....	1
1.2. Perumusan Masalah .....	1
1.3. Batasan Masalah .....	2
1.4. Tujuan Penelitian .....	6
1.5. Manfaat Penelitian .....	6
BAB II LANDASAN TEORI .....	7
2.1. Cara-Cara Perpindahan Panas .....	7
2.2. Perpindahan Panas Konduksi .....	8
2.3. Konduktivitas Termal .....	9
2.4. Perpindahan Panas Konveksi .....	13



2.4.1 Konveksi Alami	14
2.4.2 Konveksi Paksa	14
2.5 Koefisien Perpindahan Panas Konveksi	15
2.6 Perpindahan Panas Radiasi	17
2.7 Metode Beda Hingga	18
2.7.1 Beda Maju	18
2.7.2 Beda Mundur	20
2.7.3 Beda Tengah	22
BAB III Mencari Persamaan di Setiap Titik	25
3.1. Kestimbangan Energi	25
3.2. Persamaan Yang Berlaku Pada Setiap Titik	26
BAB IV Hasil Perhitungan dan Pembahasan	31
4.1. Hasil Perhitungan	34
4.2. Pembahasan Untuk Berbagai Variasi Nilai $h$	41
4.3 Pembahasan Untuk Variasi Panjang Benda	48
BAB V KESIMPULAN	51
5.1. Kesimpulan	51
5.2. Saran	51
5.3. Penutup	51
DAFTAR PUSTAKA	xiv
LAMPIRAN	xv

## INTISARI

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui pengaruh nilai koefisien perpindahan panas konveksi ( $h$ ) dan panjang benda ( $L$ ) terhadap pola distribusi suhu pada benda padat satu dimensi keadaan tak tunak, dengan  $k = k(T)$ .

Perhitungan distribusi suhu dari waktu ke waktu menggunakan metode beda hingga cara eksplisit. Sifat bahan seperti massa jenis ( $\rho$ ), kalor spesifik ( $C$ ) dianggap homogen dan tetap atau tidak berubah terhadap perubahan suhu. Adapun prosedur perhitungan yang pertama adalah mencari syarat batas pada benda yang bersentuhan dengan suhu lingkungan. Yang kedua adalah menurunkan persamaan di setiap titik dan menentukan syarat stabilitasnya. Yang terakhir memasukkan persamaan kedalam excel, yang kemudian akan didapatkan hasil perhitungan dan ditampilkan dalam bentuk grafik.

Dari tujuan diatas dapat terjawab bahwa nilai koefisien perpindahan panas konveksi berpengaruh terhadap lama ataupun cepatnya benda dalam menyesuaikan dengan suhu lingkungannya, sedangkan panjang benda berpengaruh terhadap nilai  $Bi$ , atau dapat dikatakan untuk panjang benda ( $L$ ) kecil atau pendek nilai  $Bi$  akan kecil sehingga pola distribusi suhunya akan semakin seragam

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1 Benda uji	hal 3
Gambar 1.2 Konduktivitas aluminium	hal 4
Gambar 2.1 Perpindahan kalor konduksi	hal 8
Gambar 2.2 Konduktivitas termal beberapa zat padat	hal 12
Gambar 2.3 Perpindahan kalor konveksi	hal 13
Gambar 2.4 Ilustrasi persamaan (2 – 7)	hal 19
Gambar 2.5 Ilustrasi persamaan (2 – 21)	hal 22
Gambar 2.6 Ilustrasi persamaan (2 – 27)	hal 23
Gambar 3.1 Keseimbangan energi pada volume kontrol	hal 25
Gambar 3.2 Volume kontrol pada syarat batas bagian kiri	hal 26
Gambar 3.3 Volume kontrol titik di tengah benda	hal 29
Gambar 3.4 Volume kontrol pada syarat batas bagian kanan	hal 31
Gambar 4.1 Distribusi suhu untuk berbagai nilai h pada saat $t = 30$ detik	hal 36
Gambar 4.2 Distribusi suhu untuk berbagai nilai h pada saat $t = 60$ detik	hal 36
Gambar 4.3 Distribusi suhu untuk berbagai nilai h pada saat $t = 100$ detik	hal 37
Gambar 4.4 Distribusi suhu untuk berbagai nilai h pada saat $t = 150$ detik	hal 37
Gambar 4.5 Distribusi suhu untuk berbagai nilai h pada saat $t = 200$ detik	hal 38
Gambar 4.6 Distribusi suhu untuk berbagai nilai h pada saat $t = 248$ detik	hal 38
Gambar 4.7 Distribusi suhu dari waktu ke waktu, $h = 5000 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$	hal 39
Gambar 4.8 Distribusi suhu dari waktu ke waktu, $h = 10000 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$	hal 39
Gambar 4.9 Distribusi suhu dari waktu ke waktu, $h = 15000 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$	hal 40

Gambar 4.10 Distribusi suhu dari waktu kewaktu, $h = 30000 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$	hal 40
Gambar 4.11 Distribusi suhu dari waktu kewaktu, $h = 50000 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$	hal 41
Gambar 4.12 Distribusi suhu dari waktu kewaktu, $b = 0,036: L = 0,15$	hal 45
Gambar 4.13 Distribusi suhu dari waktu kewaktu, $b = 0,07 : L = 0,3$	hal 46
Gambar 4.14 Distribusi suhu dari waktu kewaktu, $b = 0,14: L = 0,6$	hal 46
Gambar 4.15 Distribusi suhu dari waktu kewaktu, $b = 0,21: L = 0,9$	hal 47
Gambar 4.16 Distribusi suhu dari waktu kewaktu, $b = 0,29: L = 1,2$	hal 47
Gambar 4.17 Distribusi suhu dari waktu kewaktu, $b = 0,43: L = 1,8$	hal 48

## DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Nilai konduktivitas termal beberapa bahan	hal 10
Tabel 2.2 Harga koefisien perpindahan panas konveksi	hal 16
Tabel 4.1 Nilai Bi untuk variasi panjang benda (L)	hal 49
Tabel 4.2 Beda suhu max antara titik tengah dengan titik pingir	hal 50

## DAFTAR LAMBANG

$\alpha$	= difusivitas termal bahan	( $m^2 / detik$ )
$k$	= konduktifitas termal bahan	( $W / m \text{ } ^\circ C$ )
$\rho$	= massa jenis benda	( $kg / m^3$ )
$h$	= koefisien perpindahan panas konveksi	( $W / m^2 \text{ } ^\circ C$ )
$A$	= luas penampang	( $m^2$ )
$V$	= volume	( $m^3$ )
$\Delta x$	= jarak antar titik dalam arah x	(m)
$L$	= panjang benda	(L)
$t$	= waktu,	(detik)
$T_\infty$	= Suhu fluida	( $^\circ C$ )
$T_i$	= Suhu awal benda	( $^\circ C$ )
$T(x,t)$	= suhu pada posisi x, pada saat t	( $^\circ C$ )

# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

### **1.1 Latar Belakang Masalah**

Beberapa penelitian yang melibatkan model matematik persamaan benda padat 1 dimensi keadaan tak tunak telah banyak dilakukan. Sebagai contohnya Purnomo telah menguji keunggulan metode komputasi eksponensial terhadap metode lain yang dipergunakan dalam mempelajari karakteristik pada benda padat 1 dimensi keadaan tak tunak dengan cara menyelesaikan persamaan difusi kalor. Pada penelitian tersebut sifat-sifat benda ( $\rho, c, k$ ) diasumsikan seragam dan tidak berubah terhadap perubahan suhu, atau  $\rho \neq \rho(T)$ ,  $C \neq C(T)$ , dan  $k \neq k(T)$

Dengan latar belakang tersebut, penulis tertarik untuk melihat pengaruh distribusi suhu benda padat 1 dimensi keadaan tak tunak, bila nilai konduktivitas termal bahan terpengaruh oleh perubahan suhu atau  $k = k(T)$ . Pada penelitian ini metode yang digunakan adalah metode komputasi numerik, dengan metode beda hingga cara eksplisit.

### **1.2 Perumusan Masalah**

Penelitian ini dilakukan untuk mendapatkan distribusi suhu pada benda padat 1 dimensi keadaan tak tunak. Benda uji diperlihatkan dalam Gambar 1.1. Pada benda uji, seluruh permukaannya diisolasi kecuali dinding sebelah kiri dan kanan yang bersentuhan dengan fluida yang bersuhu  $T_{\infty}$  dan koefisien perpindahan panas konveksi,  $h$  sehingga perpindahan panas hanya terjadi dalam arah  $x$  pada penampang



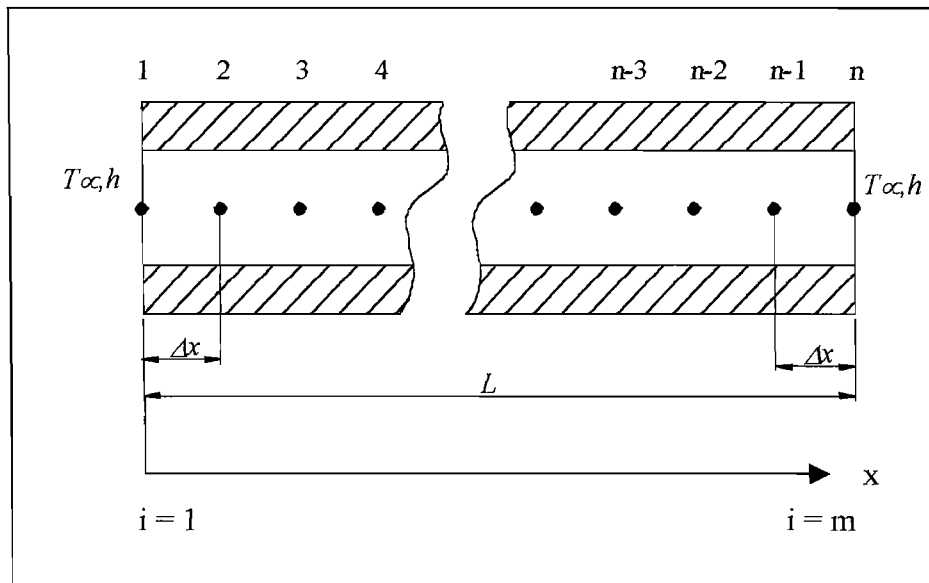
benda. Suhu dari benda uji dipertahankan tetap seragam disetiap titik sebelum disentuh dengan fluida yang bergerak dengan nilai koefisien perpindahan panas  $h$  dan suhu lingkungan  $T_{\infty}$ . Proses perpindahan panas radiasi yang sesungguhnya mengenai permukaan benda diabaikan, karena dianggap pengaruhnya kecil. Sifat bahan seperti massa jenis ( $\rho$ ), kalor spesifik ( $C$ ) dianggap homogen dan tetap atau tidak berubah terhadap perubahan suhu. Nilai koefisien perpindahan panas konveksi  $h$  dan panjang penampang berubah atau divariasikan.

### **1.3 Batasan Masalah.**

Menghitung dan menganalisa perubahan suhu dari waktu ke waktu pada benda 1 dimensi keadaan tak tunak dengan  $k = k(T)$ , bahan aluminium dengan melakukan variasi:

1. Nilai koefisien perpindahan panas konveksi ( $h$ )
2. Panjang benda ( $L$ )

Model matematik yang sesuai dengan persoalan beserta kondisi batas dan kondisi awalnya dinyatakan dengan persamaan (1-1) sampai dengan persamaan (1-4)



Gambar 1.1 Benda uji

Model matematik

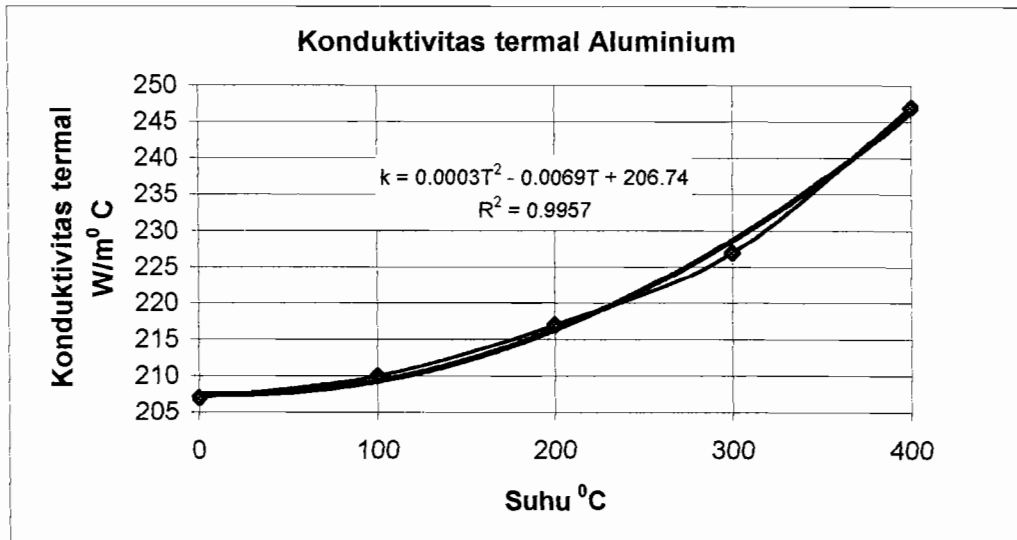
$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ k(T) \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right] = \rho \cdot c \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} \quad 0 < x < L, \quad t \geq 0 \dots \dots \dots (1-1)$$

Persamaan dari nilai konduktivitas termal aluminium

$$k(T) = 0,0003T^2 - 0,0069T + 206,74 \quad 0^\circ C \leq T \leq 400^\circ C \dots \dots \dots (1-2)$$

dengan ;

$$T = \left( \frac{T_{i-1}^n - T_{i+1}^n}{2} \right)$$



Gambar 1.2 Konduktivitas termal aluminium

Kondisi awal

$$T(x,t) = T_i = 30 \quad ; \quad 0 \leq x \leq L \quad ; \quad t = 0 \dots\dots\dots(1-3)$$

Kondisi batas.

Kiri

$$hA(T_\infty - T_{i=1}) + kA \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} = \rho c V \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} \quad ; \quad x = 0, t > 0 \dots\dots\dots(1-4)$$

kanan

$$hA(T_\infty - T_{i=m}) - kA \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} = \rho c V \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} \quad ; \quad x = L, t > 0 \dots\dots\dots(1-5)$$

dengan :

$\alpha$  = difusivitas termal bahan (m<sup>2</sup>/detik)

$k$  = konduktivitas termal bahan (W / m °c)

$\rho$  = massa jenis benda (kg / m<sup>3</sup>)

$h$  = koefisien perpindahan panas konveksi ( $W / m^2 \text{ } ^\circ C$ )

$A$  = luas penampang ( $m^2$ )

$V$  = volume ( $m^3$ )

$\Delta x$  = jarak antar titik dalam arah  $x$  (m)

$L$  = panjang benda (L)

$t$  = waktu, (detik)

$T_\infty$  = Suhu fluida ( $^\circ C$ )

$T_i$  = Suhu awal benda ( $^\circ C$ )

Asumsi :

- a. Suhu awal merata dan tidak merupakan fungsi posisi.
- b. Sifat-sifat bahan tetap seperti ( $\rho, C$ )
- c. Sifat-sifat bahan merata /seragam atau tidak berubah terhadap suhu
- d. Aliran kalor hanya dalam arah sumbu  $x$
- e. Benda yang ditinjau, tidak ada energi yang dibangkitkan
- f. Selama proses perpindahan kalor benda tidak mengalami perubahan bentuk dan volume
- g. Nilai konduktivitas termal bahan sebagai fungsi suhu,  $k = k(T)$

#### 1.4 Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk :

1. Mengetahui pengaruh koefisien perpindahan panas konveksi terhadap distribusi suhu pada benda padat 1 dimensi keadaan tak tunak.

2. Mengetahui pengaruh panjang benda terhadap distribusi suhu pada benda padat 1 dimensi keadaan tak tunak.
3. Mengetahui distribusi suhu dari waktu ke waktu pada benda padat 1 dimensi dengan  $k = k(T)$ .

### **1.5 Manfaat Penelitian**

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan sumbangan atau memberikan wawasan yang baru tentang pencarian distribusi suhu benda padai 1 dimensi keadaan tak tunak, dengan nilai konduktivitas termal bahan berubah terhadap suhu atau sebagai fungsi suhu.

## **BAB II**

### **LANDASAN TEORI**

#### **2.1. Cara-Cara Perpindahan Panas**

Perpindahan panas dapat didefinisikan sebagai berpindahnya energi panas dari satu daerah ke daerah lainnya sebagai akibat dari beda suhu antara daerah-daerah tersebut. Ilmu perpindahan panas tidak hanya mencoba menjelaskan bagaimana energi panas itu berpindah dari satu benda ke benda lain tetapi juga dapat meramalkan laju perpindahan yang terjadi pada kondisi-kondisi tertentu.

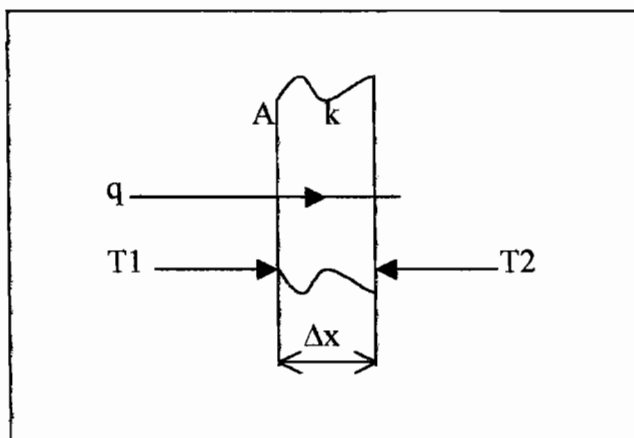
Perpindahan panas pada umumnya mengenal tiga cara perpindahan panas yang berbeda : konduksi (*conduction*; juga dikenal dengan hantaran), radiasi (*radiation*) dan konveksi (*convection*; juga dikenal dengan istilah *ilian*). Masing-masing cara perpindahan panas ini akan diuraikan tersendiri. Tetapi perlu ditekankan, bahwa dalam kebanyakan situasi yang terjadi didalam alam panas mengalir tidak dengan satu cara, tetapi dengan beberapa cara ini yang terjadi secara bersamaan. Amat penting untuk diperhatikan bahwa didalam perekayasaan untuk mengetahui saling berpengaruh dari berbagai cara perpindahan panas tersebut, karena di dalam praktek bila satu mekanisme mendominasi secara kuantitatif, maka diperoleh penyelesaian pengira-iraan (*approximate solution*) yang bermanfaat dengan mengabaikan semua mekanisme kecuali yang mendominasi tersebut. Namun perubahan kondisi luar seringkali memerlukan perhatian satu atau kedua mekanisme yang sebelumnya diabaikan

## 2.2. Perpindahan Panas Konduksi

Konduksi adalah proses dengan mana panas mengalir dari daerah yang bersuhu lebih tinggi ke daerah yang bersuhu lebih rendah didalam satu medium (padat, cair atau gas) atau antara medium-medium yang berlainan yang bersinggungan secara langsung. Dalam aliran panas konduksi, perpindahan energi panas terjadi karena hubungan molekul secara langsung tanpa adanya perpindahan molekul yang cukup besar.

Persamaan perpindahan kalor konduksi adalah

$$q = -k.A \frac{\Delta T}{\Delta x} \dots\dots\dots (2.1)$$



Gambar 2-1 perpindahan kalor konduksi

$q$  adalah laju perpindahan kalor dengan satuan  $W$ , dan  $\frac{\Delta T}{\Delta x}$  merupakan gradien suhu kearah perpindahan kalor,  $A$  adalah luas permukaan benda yang mengalami perpindahan kalor tegak lurus arah perpindahan kalor. Kostanta positif  $k$  disebut konduktifitas atau kehantaran termal (*Thermal conductivity*) benda dengan satuan  $W/m^{\circ}C$ , sedang tanda minus diselipkan agar memenuhi hukum kedua termodinamika, yaitu kalor akan mengalir ketempat yang lebih rendah dalam skala

suhu. Persamaan (2.1) disebut hukum Fourier tentang konduksi kalor. Perpindahan kalor konduksi dapat terjadi apabila ada medium yang bersifat diam.

### 2.3. Konduktivitas Thermal

Persamaan  $q = -kA \frac{\partial T}{\partial x}$  merupakan persamaan dasar tentang konduktivitas

termal. Berdasarkan rumusan itu maka dapatlah dilaksanakan pengukuran dalam percobaan untuk menentukan konduktivitas termal berbagai bahan. Untuk gas-gas pada suhu agak rendah, pengolahan analisis teori kinetik gas dapat dipergunakan untuk meramalkan secara teliti nilai-nilai yang diamati dalam percobaan.

Nilai konduktivitas termal beberapa bahan dapat diberikan dalam Daftar 1-1, untuk memperhatikan urutan besaran yang mungkin didapatkan dalam praktek. Informasi yang lebih lengkap lagi dapat dilihat dalam lampiran. Pada umumnya konduktivitas termal itu sangat tergantung pada suhu.



Tabel 1-1 (nilai konduktivitas termal beberapa bahan)

(J.P.Holman, 1995, hal 7)

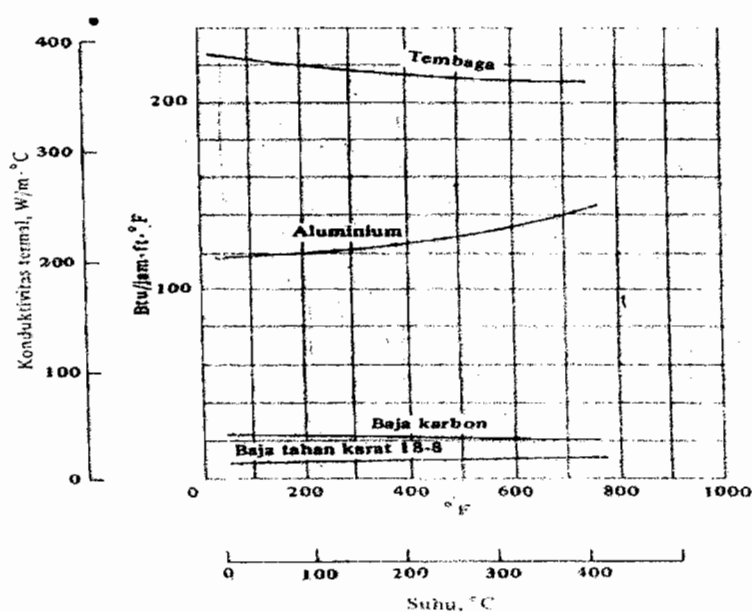
Bahan	W/m. °C	Btu /h . ft . °F
Logam		
Perak (murni)	410	237
Tembaga (murni)	385	223
Aluminium (murni)	202	117
Nikel ( murni)	93	54
Besi (murni)	73	42
Baja karbon, 1% C	43	25
Timbal (murni)	35	20,3
Baja krom-nikel (18 % Cr, 8% Ni)	16.3	9,4
Bukan logam		
Kuarsa (sejajar sumbu)	41.6	24
Magnesit	4.15	2,4
Marmar	2,08 – 2,94	1,2 – 1,7
Batu pasir	1,83	1,06
Kaca, jendela	0,78	0,45
Kayu maple atau ek	0,17	0,096
Serbuk gergaji	0,059	0,034
Wol kaca	0,038	0,022
Zat cair		

Air raksa	8,21	4,74
Air	0,556	0,327
Amonia	0,540	0,312
Minyak lumas SAE 50	0,147	0,085
Freon 12, CCl <sub>2</sub> , F <sub>2</sub>	0.073	0,042
Gas		
Hidrogen	0.175	0,101
Helium	0,141	0,081
Udara	0,024	0,0139
Uap air (jenuh)	0,0206	0,0119
Karbon dioksida	0,0146	0,00844

Dapat diperlihatkan bahwa jika aliran kalor dinyatakan dalam watt, satuan untuk konduktivitas termal itu ialah watt per derajat Celsius. Perhatikan pula bahwa di sini terlihat laju kalor, dan nilai angka konduktivitas termal itu menunjukkan berapa cepat kalor mengalir dalam bahan tertentu

Energi termal dihantarkan dalam zat padat menurut salah satu dari dua modus berikut; melalui getaran kisi (*lattice vibration*) atau dengan angkutan melalui elektron bebas. Dalam konduktor listrik yang baik, dimana terdapat elektron bebas yang bergerak didalam struktur kisi bahan-bahan, maka elektron disamping dapat mengangkut muatan listrik dapat pula membawa energi termal dari daerah yang bersuhu tinggi ke daerah yang bersuhu rendah. Pada umumnya, perpindahan energi

panas melalui getaran ini tidaklah sebanyak dengan cara angkutan elektron. Karena itu, penghantar listrik yang baik selau merupakan penghantar kalor yang baik pula, seperti halnya tembaga, aluminium dan perak. Sebaliknya isolator yang baik merupakan isolator kalor yang baik pula. Konduktifitas termal beberapa zat padat tertentu ditunjukkan dalam Gambar 2.2.



Gambar 2.2. konduktivitas termal beberapa zat padat

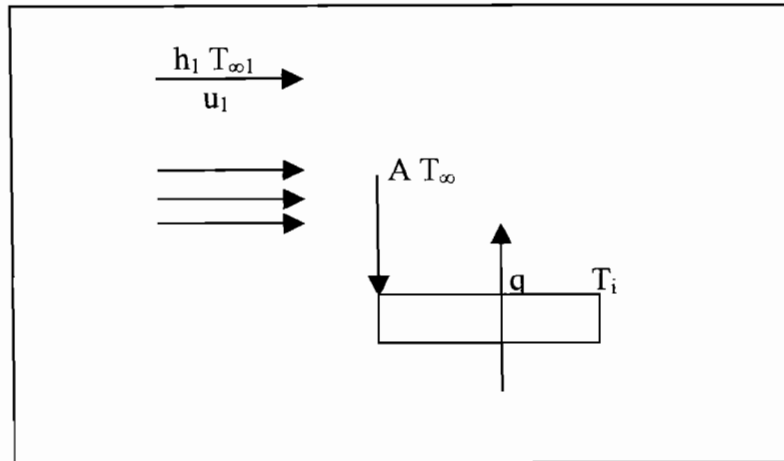
(J.P Holman hal 9)

#### 2.4. Perpindahan Panas Konveksi

Konveksi adalah transport energi dengan kerja gabungan dari konduksi panas, penyimpanan energi dan gerakan campuran. Konveksi sangat penting sebagai mekanisme perpindahan energi antara permukaan benda padat dan cair atau gas.

Persamaan perpindahan panas konveksi adalah

$$q = h \cdot A (T_i - T_\infty) \dots\dots\dots (2.2)$$



Gambar 2.4 perpindahan kalor konveksi

$T_i$  adalah suhu benda,  $T_\infty$  adalah suhu fluida ,  $h$  disebut sebagai koefisien perpindahan panas konveksi, dengan satuan  $W / m^2 \cdot c$  , perpindahan kalor konveksi dapat terjadi apabila ada medium yang bersifat bererak, misal angin, air, minyak, dan lain-lain. Perpindahan panas konveksi dapat dibedakan menjadi dua yaitu :

#### 2.4.1 Konveksi Alami

Perpindahan panas konveksi alami atau bebas terjadi bilamana sebuah benda ditempatkan dalam suatu fluida yang suhunya lebih tinggi atau lebih rendah dari benda tersebut. Sebagai akibat perbedaan suhu tersebut, panas mengalir antara fluida dan benda itu serta mengakibatkan perubahan kerapatan lapisan-lapisan fluida didekat permukaan .Perbedaan kerapatan mengakibatkan fluida yang lebih berat mengalir kebawah dan fluida yang ringan akan mengalir keatas. Jika gerakan fluida itu hanya disebabkan oleh perbedaan kerapatan yang diakibatkan oleh gradien suhu,

tanpa dibantu pompa atau kipas, maka mekanisme perpindahan kalor yang bersangkutan disebut konveksi bebas atau alamiah.

Arus konveksi bebas memindahkan energi dalam yang tersimpan dalam fluida dengan cara yang pada hakekatnya sama dengan arus konveksi paksa. Namun, intensitas gerakan pencampurannya dalam konveksi bebas pada umumnya lebih kecil dan akibatnya koefisien perpindahan panasnya lebih kecil dari konveksi paksa.

#### **2.4.2 Konveksi Paksa**

Perpindahan panas konveksi paksa terjadi apabila terjadi perbedaan suhu yang mengalir karena adanya kipas angin atau pompa. Sebagai akibat perbedaan suhu tersebut, panas mengalir antara fluida dan benda itu serta mengakibatkan perubahan kerapatan lapisan-lapisan fluida didekat permukaan. Perbedaan kerapatan mengakibatkan fluida yang berat akan mengalir kebawah dan fluida yang ringan akan mengalir kebawah. Karena gerakan fluida itu terjadi karena adanya bantuan kipas ataupun pompa maka, mekanisme perpindahan kalor yang bersangkutan disebut konveksi paksa

#### **2.5. Koefisien Perpindahan Panas Konveksi.**

Koefisien perpindahan panas konveksi ( $h$ ) bervariasi terhadap jenis aliran (laminer atau turbulen), bentuk ukuran benda dan area yang dialiri aliran, sifat-sifat dari fluida, suhu rata-rata, dan posisi sepanjang permukaan benda. Koefisien perpindahan panas juga tergantung pada mekanisme dari perpindahan panas yang mungkin saja terjadi dengan konveksi paksa (gerak fluida yang disebabkan oleh sebuah pompa atau baling-baling), atau dengan konveksi bebas (gerak fluida yang

disebabkan bougancy effect) ketika  $h$  bervariasi terhadap posisi sepanjang permukaan benda, untuk kemudahan dalam beberapa aplikasi-aplikasi perancangan, ini sebagai nilai rata-rata  $h_m$ , di atas permukaan betul-betul dipertimbangkan dari pada nilai lokal  $h$ . Persamaan  $q = h (T_w - T_f)$  dapat digunakan untuk beberapa kasus hanya dengan mengganti  $h$  dengan  $h_m$  kemudian  $q$  mewakili nilai rata-rata fluk panas di atas bagian yang di pertimbangkan.

Tabel 2.2 harga koefisien perpindahan panas konveksi  $h$

( Heat Tranfer A Basic Aproach hal 7)

Modulus	$h$ (W / m <sup>2</sup> . °C)	$h$ (Btu / h.ft <sup>2</sup> . °F)
Konveksi bebas, $\Delta T = 30^\circ \text{C}$		
Plat vertikal, tinggi 0,3 m (1 ft ) di udara	4,5	0,79
Silinder horisontal, diameter 5 cm diudara	6,5	1,14
Silinder horisontal, diameter 2 cm dalam air	890	157
Konveksi paksa		
Aliran udara 2 m/ s di atas plat bujur sangkar 0.2 m	12	2.1
Aliaran udara 35 m/s di atas plat bujur sangkar 0,75 m	75	13,2
Udara 2 atm mengalir di dalam tabung diameter 2,5cm kecepatan 10 m/s	65	11,4

Modulus	$h$ ( $W / m^2 \cdot ^\circ C$ )	$h$ ( $Btu / h.ft^2 \cdot ^\circ F$ )
Air 0,5 kg/s mengalir di dalam tabung 2,5 cm	3500	616
Aliran udara melintas silinder diameter 5 cm, kecepatan 50 m/s	180	32
Air mendidih		
Dalam kolam tau bejana	2500 – 35000	440 – 6200
Mengalir dalam pipa	5000 – 100.000	880 -17.600
Pengkembunan uap air, 1 atm		
Muka vertikal	4000 – 11.300	700 – 2000
Di luar tabung horisontal	9500 – 25.000	1700 - 4400

Koefisien perpindahan panas dapat ditentukan secara analisis untuk aliran diatas benda-benda yang mempunyai bentuk ukuran yang sederhana seperti sebuah plat atau aliran dalam tabung silinder. Untuk aliran diatas benda yang memiliki bentuk rumit, pendekatan hasil percobaan digunakan untuk menentukan  $h$ .terdapat perbedaan yang besar dalam jangkauan nilai dari perpindahan panas untuk berbagai aplikasi. Daftar 2-2 memperlihatkan nilai  $h$  dalam berbagai aplikasi.

## 2.6. Perpindahan Panas Radiasi

Perpindahan panas radiasi adalah proses dimana panas mengalir dari benda yang bersuhu tinggi ke benda yang bersuhu rendah bila benda itu terpisah-pisah di dalam ruang bahkan bila terdapat ruang hampa diantara benda-benda tersebut. Istilah radiasi pada umumnya dipakai untuk segala jenis hal ikwal gelombang

elektromagnetik, tetapi didalam ilmu perpindahan panas kita hanya perlu memperhatikan hal ikwal yang diakibatkan oleh suhu dan dapat mengangkut energi melalui medium yang tembus cahaya atau melalui ruang. Energi panas yang berpindah dengan cara ini diistilahkan panas radiasi..

## 2.7. Metode Beda Hingga

Banyak model matematik dari dari persoalan perpindahan panas yang berupa persamaan diferensial parsial dapat diselesaikan dengan mudah dengan metode komputasi numerik. Banyak cara dari komputasi numerik yang mampu menyelesaikan, tetapi sebenarnya hasil yang diberikan antara metode satu dengan yang alinnya tidak begitu jauh berbeda, pada umumnya perbedaannya hanya pada akurasi dan waktu penyelesaian. Pada penelitian ini dipilih metoda beda hingga.

Pendekatan secara numerik dngan metoda beda hingga untuk derivatif suatu fungsi terhadap variabel bebasnya mempergunakan persamaan dari deret taylor. Untuk mendapatkan derivatif pertama dari suatu fumgsi, pendekatan dilakukan dengan cara pemotongan deret ketiga, keempat dan seterusnya dari deret taylor, yang harganya dapat diabaikan. Pendekatan dapat dilakukan dengan cara; beda maju, beda mundur, atau cara beda tengah.

### 2.7.1 Beda Maju.

Bila fungsi  $f(x)$  analitik, maka  $f(x + \Delta x)$  dapat dinyatakan dengan deret taylor terhadap  $x$  sebagai berikut,

$$f(x + \Delta x) = f(x) + (\Delta x) \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{(\Delta x)^3}{3!} \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} + \dots \dots \dots (2-3)$$



atau dapat ditulis,

$$f(x + \Delta x) = f(x) + (\Delta x) \frac{\partial f}{\partial x} + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(\Delta x)^n}{n!} \frac{\partial^n f}{\partial x^n} + \dots \quad (2-4)$$

dari persamaan (2-4) diperoleh,

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(\Delta x)^{n-1}}{n!} \frac{\partial^n f}{\partial x^n} \quad (2-5)$$

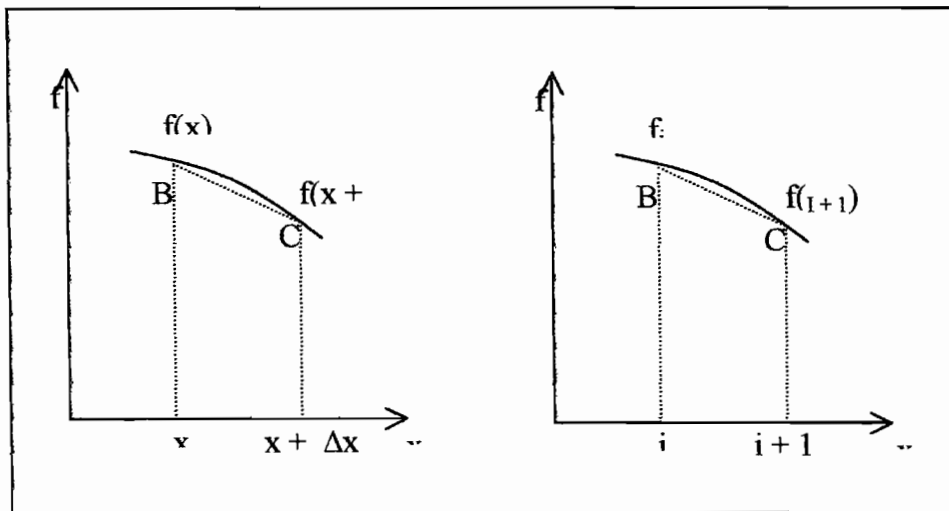
atau dapat ditulis,

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} + 0(\Delta x) \quad (2-6)$$

atau dapat dinyatakan dalam bentuk,

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_i = \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x} + 0(\Delta x) \quad (2-7)$$

secara grafik, seperti yang diperlihatkan pada Gambar 2.5, pendekatan ini diinterpretasikan sebagai slope dititik B, yang menggunakan harga fungsi dititik B dan titik C.



Gambar 2.5 : Ilustrasi persamaan (2-7)

Untuk mendapatkan harga pendekatan turunan kedua dari fungsi terhadap  $x$ , dilakukan langkah-langkah sebagai berikut,

$$f(x + \Delta x) = f(x) + (\Delta x) \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{(\Delta x)^3}{3!} \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} + \dots \quad (2-8)$$

bila  $f(x + 2\Delta x)$  diekspansikan dengan deret Taylor, menghasilkan persamaan berikut,

$$f(x + 2\Delta x) = f(x) + (2\Delta x) \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{(2\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{(2\Delta x)^3}{3!} \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} + \dots \quad (2-9)$$

bila  $f(x + 2\Delta x) - 2f(x + \Delta x)$  menghasilkan,

$$f(x + 2\Delta x) - 2f(x + \Delta x) = -f(x) + (\Delta x)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + (\Delta x)^3 \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} + \dots \quad (2-10)$$

dari persamaan (2-22) dapat diperoleh,

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{f(x + 2\Delta x) - 2f(x + \Delta x) - f(x)}{(\Delta x)^2} + 0(\Delta x) \dots \quad (2-11)$$

atau dapat dinyatakan dengan,

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \Big|_i = \frac{f_{i+2} - 2f_{i+1} - f_i}{(\Delta x)^2} + 0(\Delta x) \dots \quad (2-12)$$

### 2.7.2 Beda Mundur

Bila fungsi  $f(x)$  analitik, maka  $f(x - \Delta x)$  dapat dinyatakan dengan deret Taylor terhadap  $x$  sebagai berikut,

$$f(x - \Delta x) = f(x) - (\Delta x) \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{(\Delta x)^3}{3!} \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} + \dots \quad (2-13)$$

atau dapat dinyatakan dengan,

$$f(x - \Delta x) = f(x) - (\Delta x) \frac{\partial f}{\partial x} + \sum_{n=2}^{\infty} \left[ \pm \frac{(\Delta x)^n}{n!} \right] \frac{\partial^n f}{\partial x^n} \dots \quad (2-14)$$

bila  $n$  genap : +

bila  $n$  ganjil : -

dari persamaan (2-14) diperoleh,

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x) - f(x - \Delta x)}{\Delta x} + 0(\Delta x) \dots \dots \dots (2-15)$$

atau dapat dinyatakan dengan bentuk,

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \Big|_i = \frac{f_i - f_{i-1}}{(\Delta x)} + 0(\Delta x) \dots \dots \dots (2-16)$$

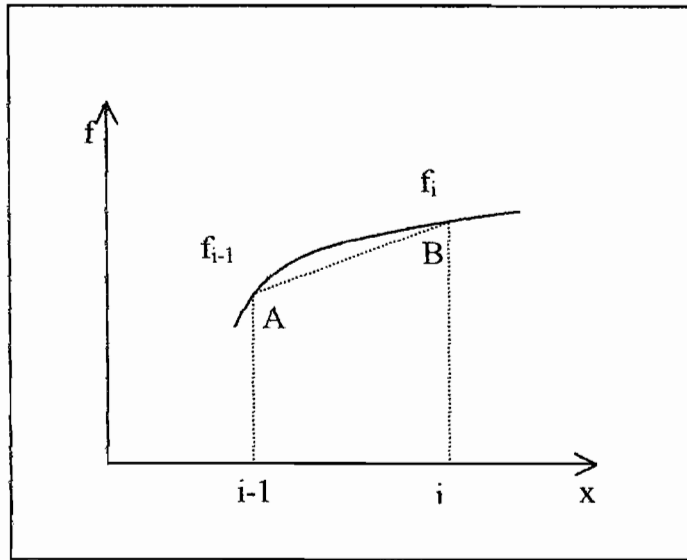
Secara grafik, diperlihatkan dalam Gambar 2.6, pendekatan ini diinterpretasikan sebagai slope atau kemiringan dari fungsi  $f$  dititik B, dengan mempergunakan harga fungsi dititik A dan B.

Untuk mendapatkan harga pendekatan turunan kedua dari fungsi  $f$  terhadap  $x$ , dapat dilakukan dengan menggunakan ekspansi deret Taylor fungsi  $f(x - \Delta x)$  dan  $f(x - 2\Delta x)$ .

$$f(x - \Delta x) = f(x) - (\Delta x) \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{(\Delta x)^3}{3!} \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \dots \dots \dots (2-17)$$

$$f(x - 2\Delta x) = f(x) - (2\Delta x) \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{(2\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{(2\Delta x)^3}{3!} \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \dots \dots \dots (2-19)$$

bila  $f(x - 2\Delta x) - 2f(x - \Delta x)$ , diperoleh turunan kedua dari fungsi  $f$  terhadap  $x$ , yang dapat dinyatakan dengan persamaan berikut,



Gambar 2.11 Ilustrasi persamaan (2-28)

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{f(x) - 2f(x - \Delta x) - f(x - 2\Delta x)}{(\Delta x)^2} + 0(\Delta x) \dots\dots\dots(2-20)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \Big|_i = \frac{f_i - 2f_{i-1} + f_{i-2}}{(\Delta x)} + 0(\Delta x) \dots\dots\dots(2-21)$$

**2.7.3 Beda Tengah.**

Dengan memanfaatkan ekspansi dari fungsi  $f(x + \Delta x)$  dan  $f(x - \Delta x)$ , dapat diperoleh turunan pertama  $f$  terhadap  $x$  dengan cara beda tengah;

$$f(x + \Delta x) = f(x) + (\Delta x) \frac{\partial f}{\partial x} + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(\Delta x)^n}{n!} \frac{\partial^n f}{\partial x^n} + \dots\dots\dots(2-23)$$

$$f(x - \Delta x) = f(x) - (\Delta x) \frac{\partial f}{\partial x} + \sum_{n=2}^{\infty} \left[ \pm \frac{(\Delta x)^n}{n!} \right] \frac{\partial^n f}{\partial x^n} \dots\dots\dots(2-24)$$

bila  $f(x + \Delta x) - f(x - \Delta x)$ , diperoleh,

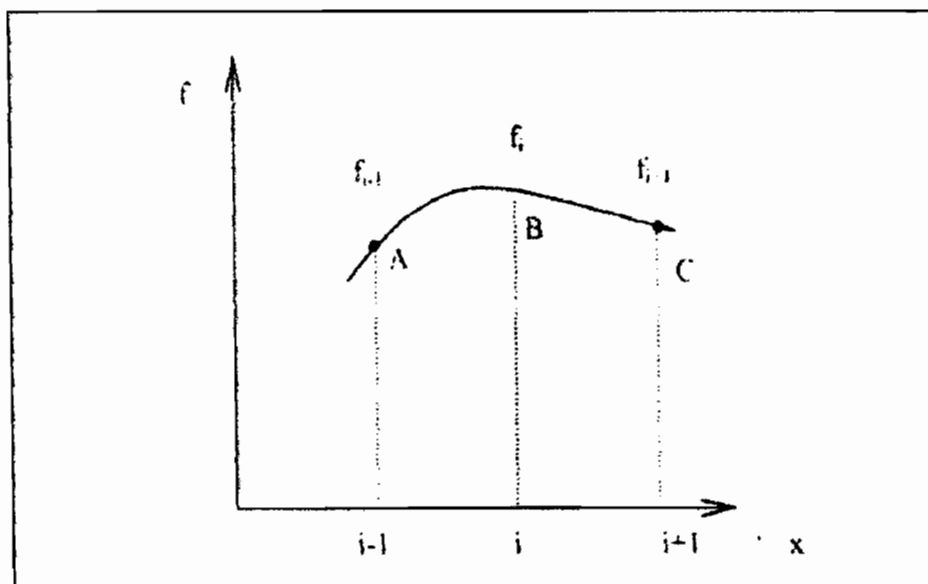
$$f(x + \Delta x) - f(x - \Delta x) = 2(\Delta x) \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + 2(\Delta x) \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} + \dots \quad (2-25)$$

dari persamaan (2-25), didapat,

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x - \Delta x)}{2\Delta x} + 0(\Delta x)^2 \dots \quad (2-26)$$

atau dapat dinyatakan dengan bentuk persamaan,

$$\frac{\partial f}{\partial x} \Big|_i = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x} + 0(\Delta x)^2 \dots \quad (2-27)$$



Gambar 2.7 Ilustrasi persamaan

Secara grafik diperlihatkan dalam Gambar 2.7, pendekatan ini diinterpretasikan sebagai slope atau kemiringan titik B dengan mempergunakan pada titik A dan C.

Untuk mendapatkan harga pendekatan turunan kedua dari fungsi  $f$  terhadap  $x$ , dapat dilakukan dengan menambahkan persamaan  $f(x + \Delta x)$  dengan  $f(x - \Delta x)$

$$f(x + \Delta x) = f(x) + (\Delta x) \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{(\Delta x)^3}{3!} \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} + \dots \quad (2-28)$$

$$f(x - \Delta x) = f(x) - (\Delta x) \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{(\Delta x)^3}{3!} \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} + \dots \quad (2-29)$$

bila  $f(x + \Delta x) + f(x - \Delta x)$ , menghasilkan persamaan yang dapat dinyatakan dengan persamaan berikut;

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{f(x + 2\Delta x) - 2f(x) + f(x - \Delta x)}{(\Delta x)^2} + 0(\Delta x)^2 \dots \quad (2-30)$$

atau dapat dinyatakan dengan bentuk persamaan,

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \Big|_i = \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{(\Delta x)^2} + 0(\Delta x)^2 \dots \quad (2-31)$$

### BAB III

#### MENCARI PERSAMAAN DI SETIAP TITIK

##### 3.1 Kestimbangan Energi

Kestimbangan energi pada volume control (ruang yang dibatasi *control surface* dimana energi dan materi dapat lewat) dapat dinyatakan dengan persamaan, dan dapat dilihat pada Gambar 3.1

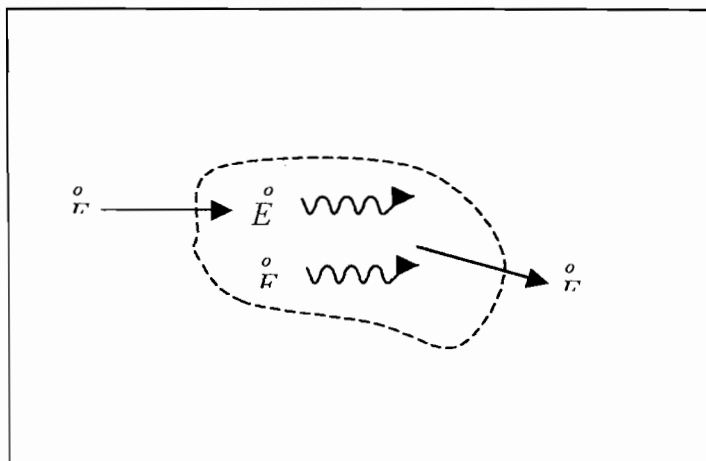
$$E_{in} + E_g - E_{out} = E_{st} \dots\dots\dots(3-1)$$

dengan :  $E_{in}$  = energi yang masuk volume kontrol

$E_{out}$  = energi yang keluar volume kontrol

$E_{st}$  = energi yang tersimpan di dalam volume kontrol

$E_g$  = energi yang dibangkitkan dalam volume kontrol



Gambar 3.1 keseimbangan energi pada volume kontrol

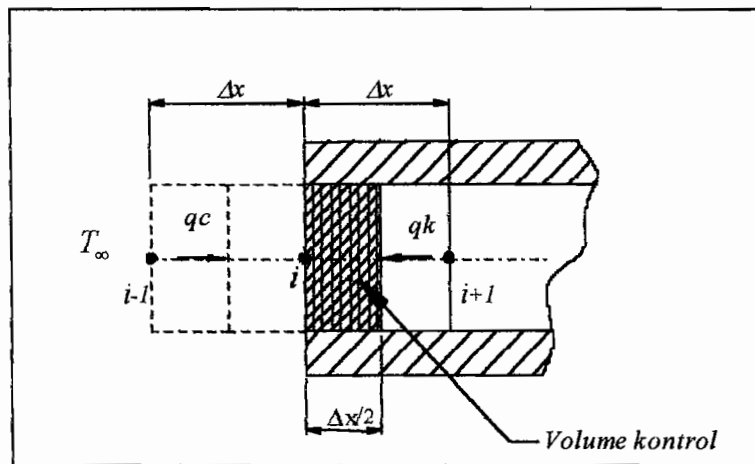
Dalam hal ini  $E_{in}$  dan  $E_{out}$  terkait dengan proses-proses yang terjadi pada control surface sehingga merupakan fungsi luas permukaan, sedangkan  $E_g$  dan  $E_{st}$

merupakan fungsi volume. Pada keadaan steady state, tidak terjadi perubahan energi dalam.

### 3.2 Persamaan Benda Hingga yang Berlaku Pada Tiap Titik Benda Padat 1 Dimensi.

Dalam penelitian ini terdapat tiga persamaan yang menjadi pokok dalam perhitungan suhu tiap titik, yaitu :

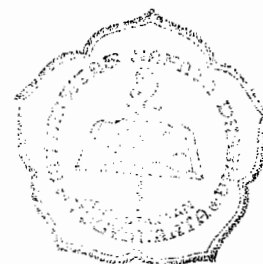
1. Titik pada syarat batas bagian kiri.



Gambar 3.2 Volume kontrol pada syarat batas bagian kiri

$$q_c = h.A(\Delta T) = h A(T_\infty - T_i) \dots\dots\dots(3-2)$$

$$q_k = -kA \frac{\Delta T}{\Delta x} = kA \frac{(T_{i+1} - T_i)}{\Delta x} \dots\dots\dots(3-3)$$





dengan :

$$k = \text{konduktivitas termal bahan berdasarkan suhu } \frac{(T_i^n + T_{i+1}^n)}{2} \dots (3-16)$$

$h$  = koefisien perpindahan panas konveksi fluida.

$\Delta x$  = jarak antar node.

$T_\infty$  = suhu fluida

$$Fo = \text{Angka fourier} = \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta x)^2} \dots (3-17)$$

$$Bi = \text{Angka Biot} = \frac{h \Delta x}{k} \dots (3-18)$$

$qc$  = Perpindahan panas konveksi

$qk$  = Perpindahan panas konduksi

Syarat stabilitas

$$1 - 2Fo - 2FoBi \geq 0 \dots (3-19)$$

$$1 \geq 2Fo + 2FoBi \dots (3-20)$$

$$Fo \leq \frac{1}{2(1 + Bi)} \dots (3-21)$$

$$\Delta t \leq \frac{(\Delta x)^2}{2\alpha(1 + Bi)} \dots (3-22)$$

## Keseimbangan Energi Pada Volume Kontrol

$$[qc] + [qk] + [0] = \left[ \rho c V \frac{\Delta T}{\Delta t} \right] \dots \dots \dots (3-4)$$

$$hA(T_{\infty} - T_i^n) + kA \left( \frac{T_{i+1}^n - T_i^n}{\Delta x} \right) = \rho c V \frac{\Delta T}{\Delta t} \dots \dots \dots (3-5)$$

$$hA(T_{\infty} - T_i^n) + kA \frac{(T_{i+1}^n - T_i^n)}{\Delta x} = \rho c A \frac{(\Delta x)}{2} \frac{\Delta T}{\Delta t} \dots \dots \dots (3-6)$$

$$h(T_{\infty} - T_i^n) + k \frac{(T_{i+1}^n - T_i^n)}{\Delta x} = \rho c \frac{(\Delta x)}{2} \frac{\Delta T}{\Delta t} \quad \text{dikalikan } \Delta x \dots \dots \dots (3-7)$$

$$h \Delta x (T_{\infty} - T_i^n) + k(T_{i+1}^n - T_i^n) = \rho c \frac{(\Delta x)^2}{2} \frac{\Delta T}{\Delta t} \quad \text{dikalikan } \frac{1}{k} \dots \dots \dots (3-8)$$

$$\frac{h \Delta x}{k} (T_{\infty} - T_i^n) + (T_{i+1}^n - T_i^n) = \frac{\rho c (\Delta x)^2}{k} \frac{\Delta T}{2 \Delta t} \dots \dots \dots (3-9)$$

$$\left( \frac{h \Delta x}{k} T_{\infty} - \frac{h \Delta x}{k} T_i^n + T_{i+1}^n - T_i^n \right) = \frac{1}{\alpha} \frac{(\Delta x)^2}{2 \Delta t} (T_i^{n+1} - T_i^n) \dots \dots \dots (3-10)$$

$$\frac{2 \alpha \Delta t}{\Delta x^2} \left( \frac{h \Delta x}{k} T_{\infty} - \frac{h \Delta x}{k} T_i^n + T_{i+1}^n - T_i^n \right) = (T_i^{n+1} - T_i^n) \dots \dots \dots (3-11)$$

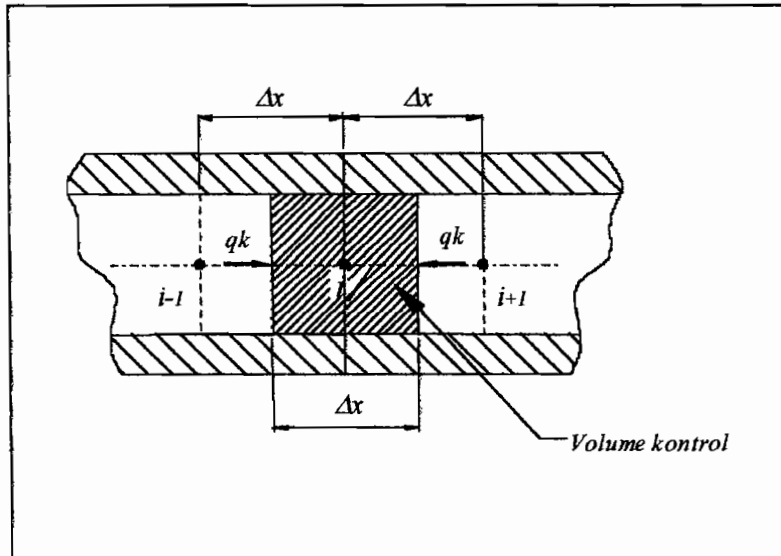
$$\frac{2 \alpha \Delta t}{\Delta x^2} \left( \frac{h \Delta x}{k} T_{\infty} + T_{i+1}^n - \left( \frac{h \Delta x}{k} + 1 \right) T_i^n \right) = (T_i^{n+1} - T_i^n) \dots \dots \dots (3-12)$$

$$T_i^{n+1} = \frac{2 \alpha \Delta t}{\Delta x^2} \left( \frac{h \Delta x}{k} T_{\infty} + T_{i+1}^n - \left( \frac{h \Delta x}{k} + 1 \right) T_i^n \right) + T_i^n \dots \dots \dots (3-13)$$

$$T_i^{n+1} = 2Fo \left( \frac{h \Delta x}{k} T_{\infty} + T_{i+1}^n - \left( \frac{h \Delta x}{k} + 1 \right) T_i^n \right) + T_i^n \dots \dots \dots (3-14)$$

$$T_i^{n+1} = 2Fo(BiT_{\infty} + T_{i+1}^n) + (1 - 2Fo - 2FoBi)T_i^n \dots \dots \dots (3-15)$$

## 2 Titik ditengah benda.



Gambar 3.3 volume kontrol titik ditengah benda

$$qk = -k_1 A \frac{\Delta T}{\Delta x} = k_1 A \frac{(T_{i+1} - T_i)}{\Delta x} \dots \dots \dots (3-23)$$

$$qk = -k_2 A \frac{\Delta T}{\Delta x} = k_2 A \frac{(T_{i-1} - T_i)}{\Delta x} \dots \dots \dots (3-24)$$

Keseimbangan Energi Pada Volume Kontrol

$$[qk] + [qk] + [0] = \left[ \rho c v \frac{\partial T}{\partial t} \right] \dots \dots \dots (3-25)$$

$$k_1 A \left( \frac{T_{i-1}^n - T_i^n}{\Delta x} \right) + k_2 A \left( \frac{T_{i+1}^n - T_i^n}{\Delta x} \right) = \rho c v \frac{\Delta T}{\Delta t} \dots \dots \dots (3-26)$$

$$k_1 (T_{i-1}^n - T_i^n) + k_2 (T_{i+1}^n - T_i^n) = \rho c \Delta x^2 \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} \dots \dots \dots (3-27)$$

$$\left[ k_1 T_{i-1}^n + k_2 T_{i+1}^n - (k_1 + k_2) T_i^n \right] = \rho c \Delta x^2 \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} \dots\dots\dots(3-28)$$

$$\left[ k_1 T_{i-1}^n + k_2 T_{i+1}^n - (k_1 + k_2) T_i^n \right] \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} = T_i^{n+1} - T_i^n \dots\dots\dots(3-29)$$

$$T_i^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} \left[ k_1 T_{i-1}^n + k_2 T_{i+1}^n - (k_1 + k_2) T_i^n \right] + T_i^n \dots\dots\dots(3-30)$$

$$T_i^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} \left[ k_1 T_{i-1}^n + k_2 T_{i+1}^n \right] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_i^n \dots\dots\dots(3-31)$$

dengan :

$$k_1 = \text{konduktivitas termal bahan berdasar suhu } \frac{(T_{i-1}^n + T_i^n)}{2} \dots\dots\dots(3-32)$$

$$k_2 = \text{konduktivitas termal bahan berdasar suhu } \frac{(T_i^n + T_{i+1}^n)}{2} \dots\dots\dots(3-33)$$

$\Delta x$  = jarak antar node.

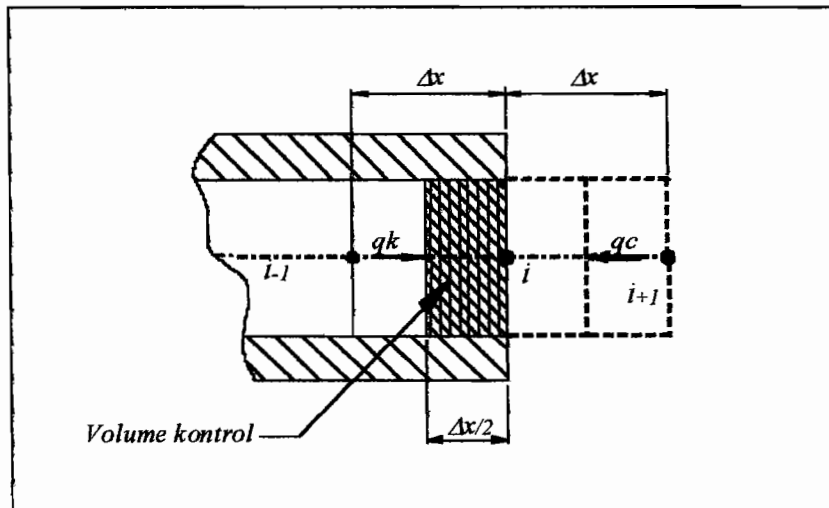
Syarat stabilitas

$$1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \geq 0 \dots\dots\dots(3-34)$$

$$1 \geq \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \dots\dots\dots(3-35)$$

$$\Delta t \leq \frac{\rho c \Delta x^2}{(k_1 + k_2)} \dots\dots\dots(3-36)$$

3 Titik pada syarat batas bagian kanan.



Gambar 3.4 volume kontrol pada syarat batas bagian kanan

$$q_c = h.A(\Delta T) = hA(T_\infty - T_i) \dots\dots\dots(3-37)$$

$$q_k = -kA \frac{\Delta T}{\Delta x} = kA \frac{(T_{i-1} - T_i)}{\Delta x} \dots\dots\dots(3-38)$$

Kesetimbangan Pada volume Kontrol

$$[q_c] + [q_k] + [0] = \left[ \rho c v \frac{\Delta T}{\Delta t} \right] \dots\dots\dots(3-39)$$

$$hA(T_\infty - T_i^n) + kA \frac{(T_{i-1}^n - T_i^n)}{\Delta x} = \rho c v \frac{\Delta T}{\Delta t} \dots\dots\dots(3-40)$$

$$hA (T_\infty - T_i^n) + kA \frac{(T_{i-1}^n - T_i^n)}{\Delta x} = \rho c A \frac{(\Delta x)}{2} \frac{\Delta T}{\Delta t} \dots\dots\dots(3-41)$$

$$h (T_\infty - T_i^n) + k \frac{(T_{i-1}^n - T_i^n)}{\Delta x} = \rho c \frac{(\Delta x)}{2} \frac{\Delta T}{\Delta t} \quad \text{dikalikan } \Delta x \dots\dots\dots(3-42)$$

$$h \Delta x (T_{\infty} - T_i^n) + k(T_{i-1}^n - T_i^n) = \rho c \frac{(\Delta x)^2}{2} \frac{\Delta T}{\Delta t} \quad \text{dikalikan } \frac{1}{k} \dots\dots\dots(3-43)$$

$$\frac{h \Delta x}{k} (T_{\infty} - T_i^n) + (T_{i-1}^n - T_i^n) = \frac{\rho c (\Delta x)^2}{k} \frac{\Delta T}{2 \Delta t} \dots\dots\dots(3-44)$$

$$\left( \frac{h \Delta x}{k} T_{\infty} - \frac{h \Delta x}{k} T_i^n + T_{i-1}^n - T_i^n \right) = \frac{1}{\alpha} \frac{(\Delta x)^2}{2 \Delta t} (T_i^{n+1} - T_i^n) \dots\dots\dots(3-45)$$

$$\frac{2 \alpha \Delta t}{\Delta x^2} \left( \frac{h \Delta x}{k} T_{\infty} - \frac{h \Delta x}{k} T_i^n + T_{i-1}^n - T_i^n \right) = (T_i^{n+1} - T_i^n) \dots\dots\dots(3-46)$$

$$\frac{2 \alpha \Delta t}{\Delta x^2} \left( \frac{h \Delta x}{k} T_{\infty} + T_{i-1}^n - \left( \frac{h \Delta x}{k} + 1 \right) T_i^n \right) = (T_i^{n+1} - T_i^n) \dots\dots\dots(3-47)$$

$$T_i^{n+1} = \frac{2 \alpha \Delta t}{\Delta x^2} \left( \frac{h \Delta x}{k} T_{\infty} + T_{i-1}^n - \left( \frac{h \Delta x}{k} + 1 \right) T_i^n \right) + T_i^n \dots\dots\dots(3-48)$$

$$T_i^{n+1} = 2Fo \left( \frac{h \Delta x}{k} T_{\infty} + T_{i-1}^n - \left( \frac{h \Delta x}{k} + 1 \right) T_i^n \right) + T_i^n \dots\dots\dots(3-49)$$

$$T_i^{n+1} = 2Fo(Bi T_{\infty} + T_{i-1}^n) + (1 - 2Fo - 2FoBi) T_i^n \dots\dots\dots(3-50)$$

dengan :

$$k = \text{konduktivitas termal bahan berdasarkan suhu } \frac{(T_{i-1}^n + T_i^n)}{2} \dots\dots\dots(3-51)$$

$h$  = koefisien perpindahan panas konveksi.

$\Delta x$  = jarak antar node (m)

$$Fo = \text{Angka fourier} = \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta x)^2} \dots\dots\dots(3-52)$$

$$Bi = \text{Angka Biot} = \frac{h \Delta x}{k} \dots\dots\dots(3-53)$$

$qc$  = Perpindahan panas konveksi

$qk$  = Perpindahan panas konduksi

Syarat stabilitas

$$1 - 2Fo - 2FoBi \geq 0 \dots\dots\dots(3-54)$$

$$1 \geq 2Fo + 2FoBi \dots\dots\dots(3-55)$$

$$Fo \leq \frac{1}{2(1 + Bi)} \dots\dots\dots(3-56)$$

$$\Delta t \leq \frac{(\Delta x)^2}{2\alpha(1 + Bi)} \dots\dots\dots(3-57)$$

## BAB IV

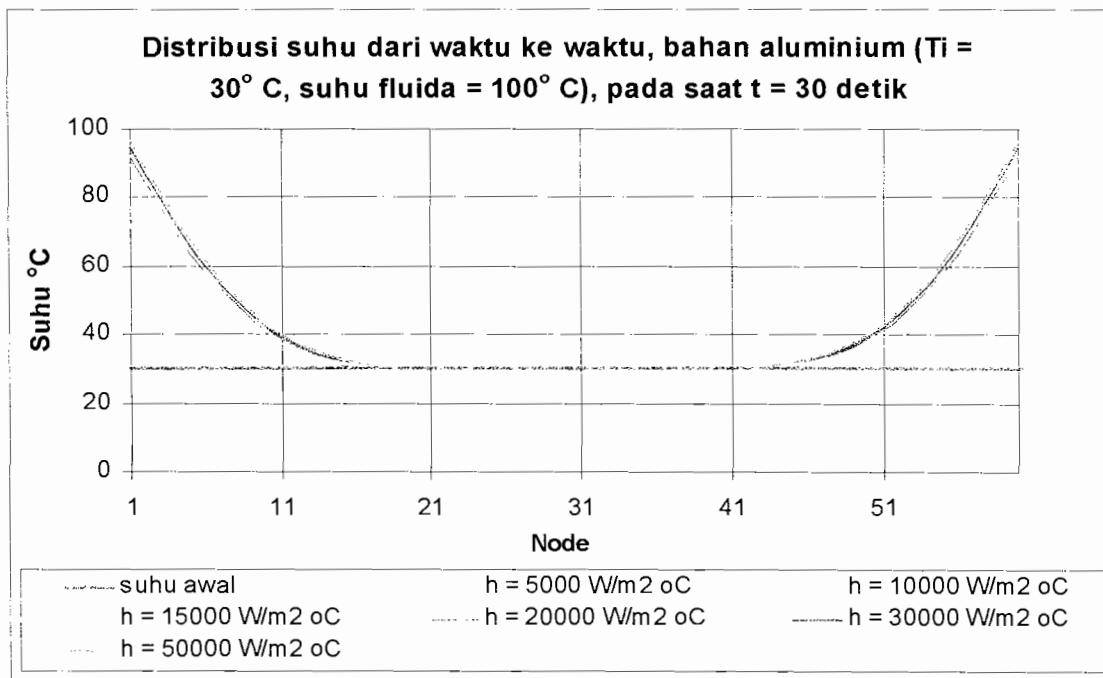
### HASIL PERHITUNGAN DAN PEMBAHASAN

#### 4.1. Hasil Perhitungan

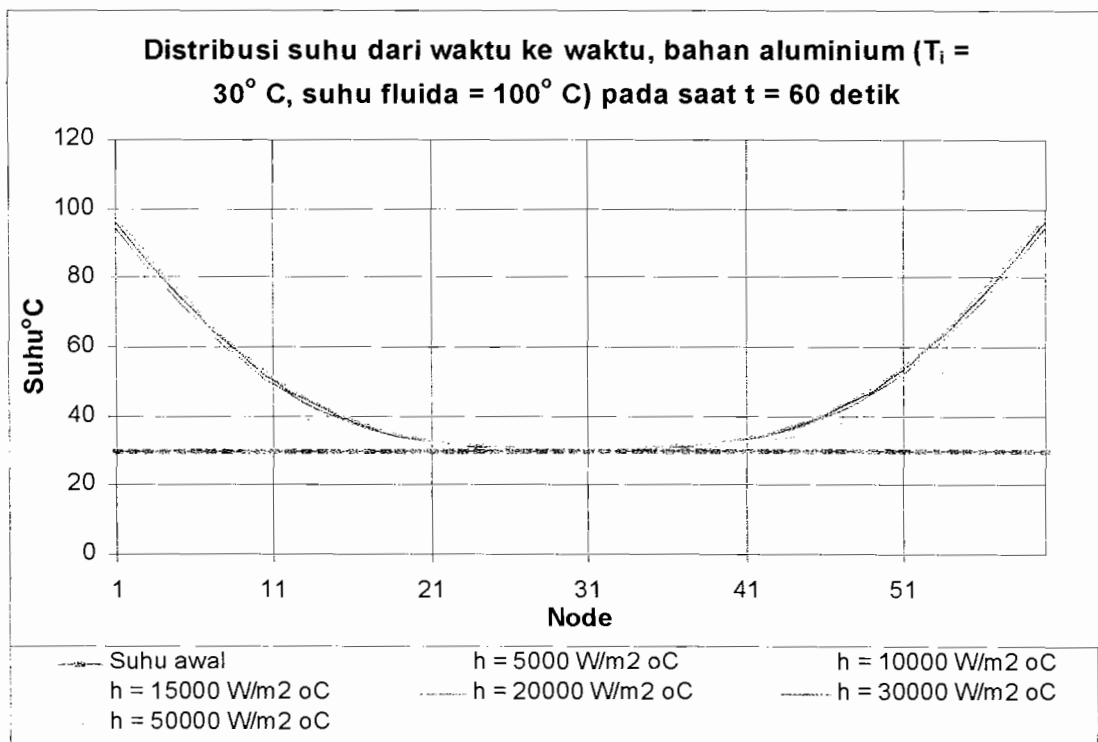
Salah satu hasil perhitungan pola distribusi suhu dari waktu ke waktu pada setiap posisi benda untuk bahan aluminium disajikan pada gambar 4.1 sampai dengan gambar 4.11 dengan nilai koefisien perpindahan panas konveksi ( $h$ ) yang berbeda-beda, berturut-turut nilai  $h$  adalah 5.000, 10.000, 15.000, 20.000, 30.000, dan 50.000  $W/m^2\text{ }^\circ C$ . Nilai  $h$  antara fluida di lingkungan dinding sebelah kiri sama dengan di lingkungan sebelah kanan benda  $h = h_l = h_m$ . Nampak untuk nilai  $h$  yang semakin tinggi, semakin cepat distribusi suhu benda menuju distribusi suhu keadaan tunak. Suhu keadaan tunak tercapai bila distribusi suhu untuk setiap posisi bernilai sama, yaitu  $100^\circ C$ .

Perhitungan pada variasi ukuran benda atau panjang benda dilakukan dengan mengambil panjang benda ( $L$ ) yang bervariasi, berturut-turut nilai  $L$  adalah 0.15 m, 0.3 m, 0.6 m, 0.9 m, 1.2 m, dan 1.8 m, selang waktu  $\Delta t = 0.125$  detik. Jumlah node/titik adalah 59 (dari node 1 sampai node 60). Nilai konduktivitas termal bahan aluminium  $k = k(T)$   $W/m^\circ C$ , menggunakan persamaan seperti yang tersaji pada Gambar 1.2. Suhu awal benda merata  $T = T_i = 30^\circ C$ . Sedangkan suhu fluida  $T_\infty = 100^\circ C$  (bernilai tetap). Pola distribusi suhu untuk berbagai variasi nilai  $Bi$  dari waktu ke waktu disajikan pada Gambar 4.12 sampai 4.17

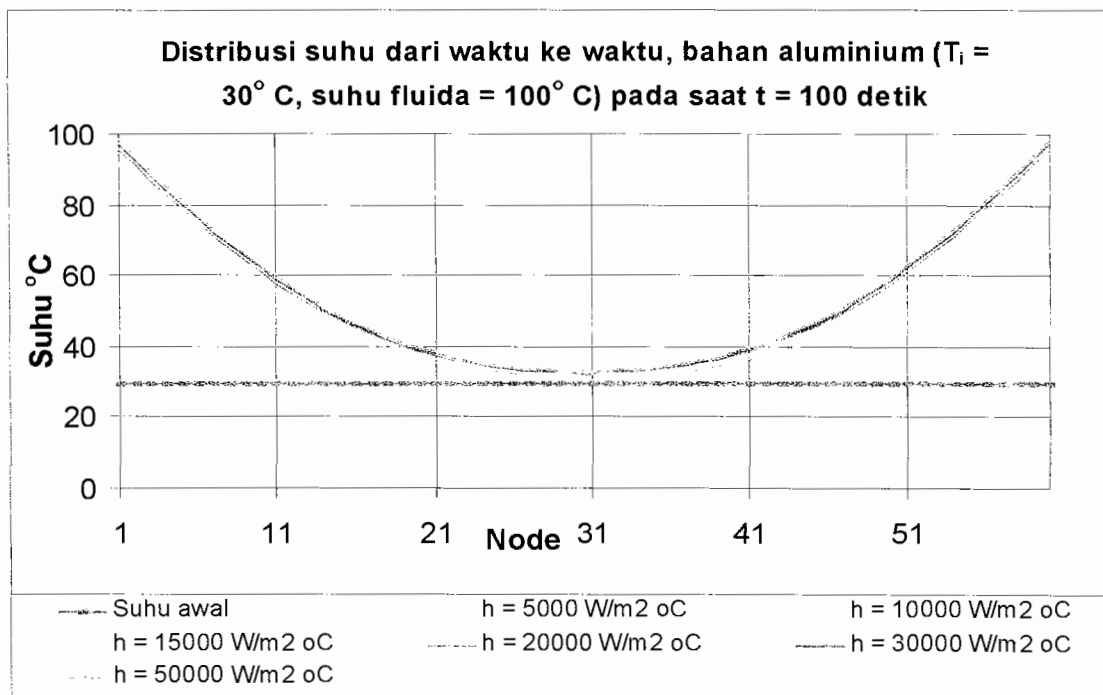




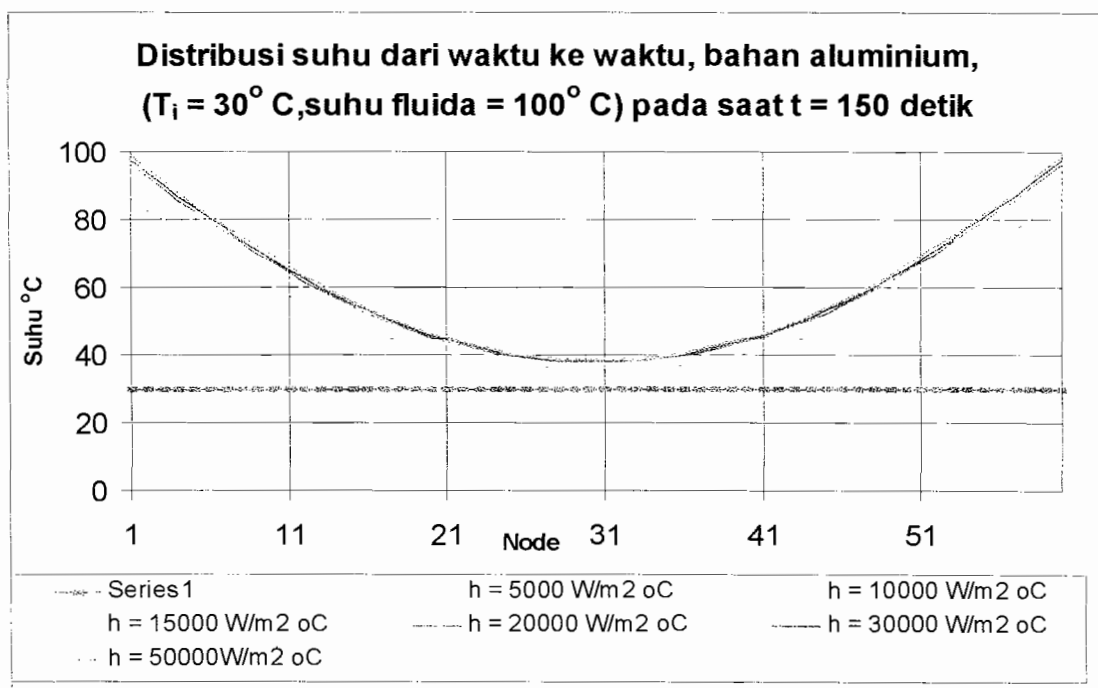
Gambar 4.1 Distribusi suhu pada benda 1 dimensi keadaan tak tunak untuk berbagai nilai koefisien perpindahan panas konveksi saat  $t = 30$  detik



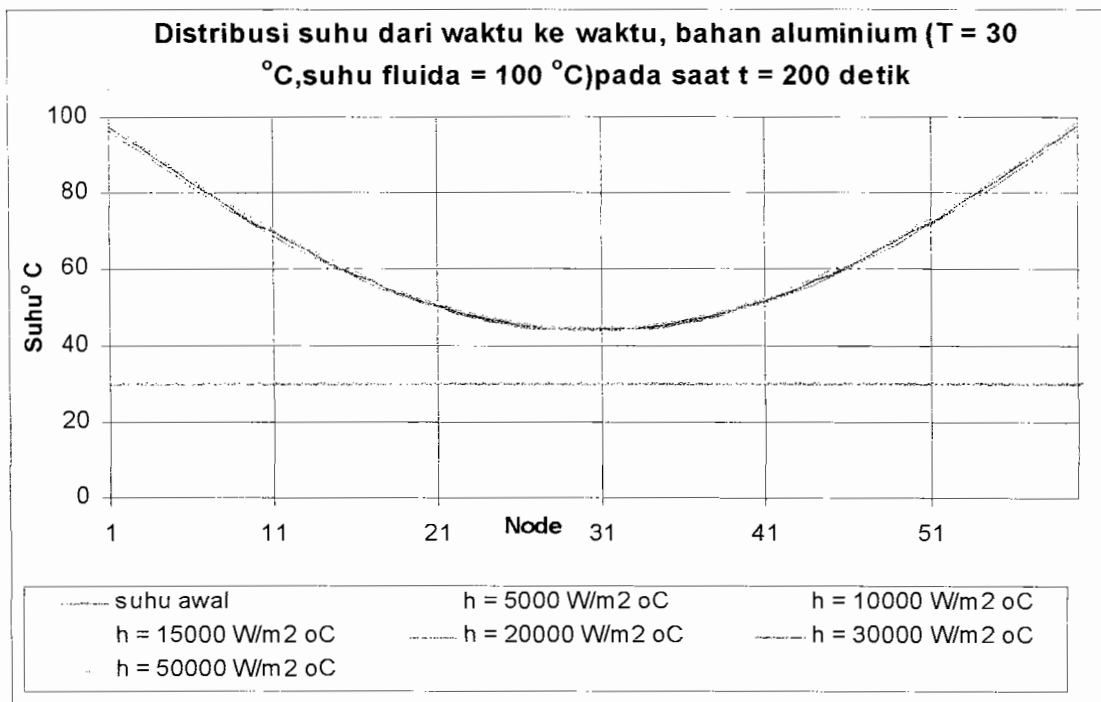
Gambar 4.2 Distribusi suhu pada benda 1 dimensi keadaan tak tunak untuk berbagai nilai koefisien perpindahan panas konveksi saat  $t = 60$  detik



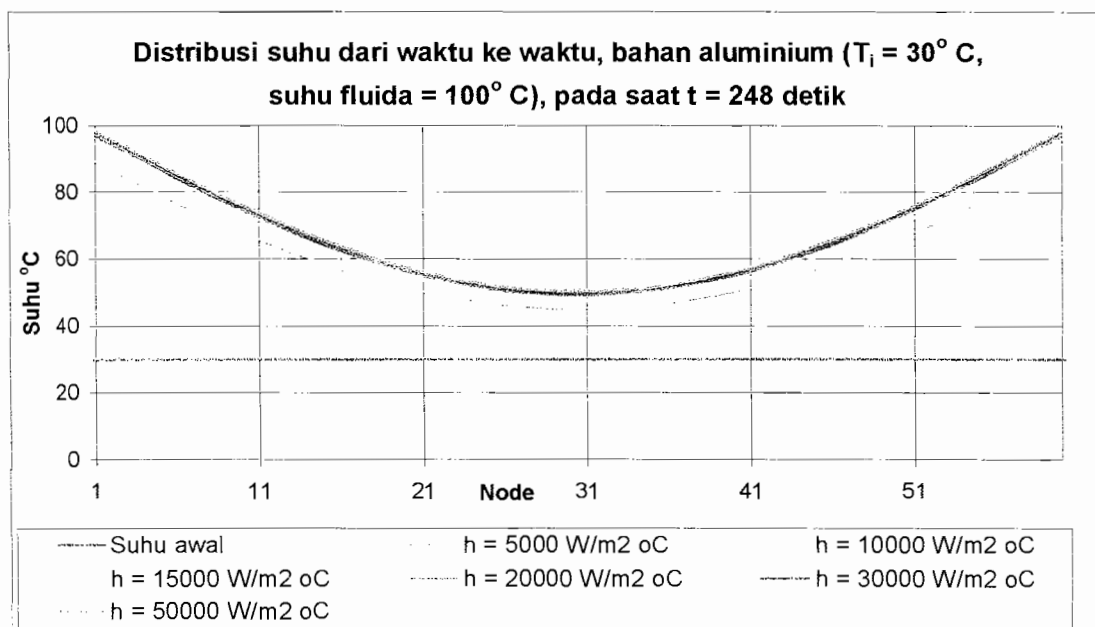
Gambar 4.3 Distribusi suhu pada benda 1 dimensi keadaan tak tunak untuk berbagai nilai koefisien perpindahan panas konveksi saat  $t = 100$  detik



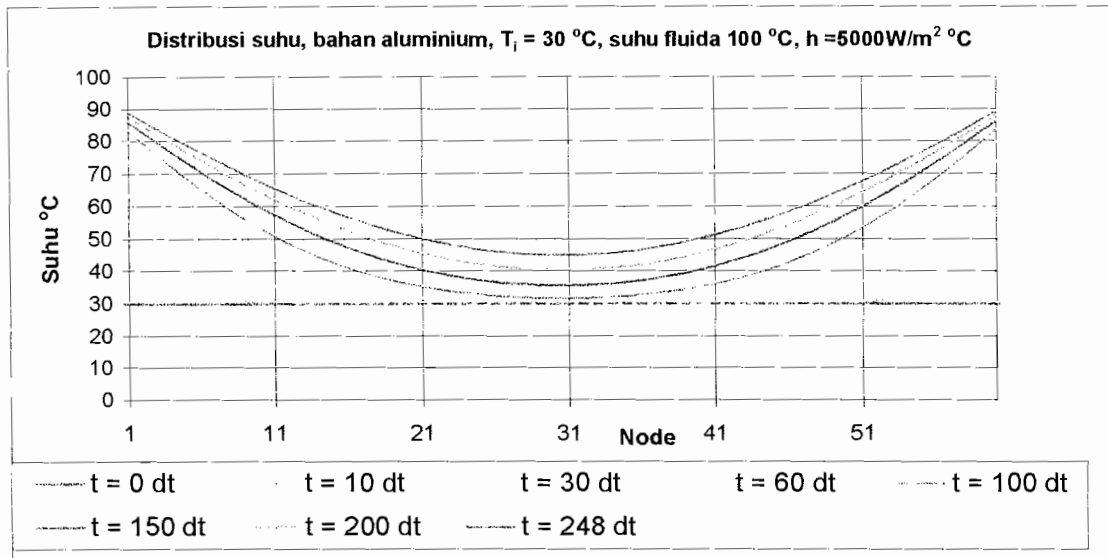
Gambar 4.4 Distribusi suhu pada benda 1 dimensi keadaan tak tunak untuk berbagai nilai koefisien perpindahan panas konveksi saat  $t = 150$  detik



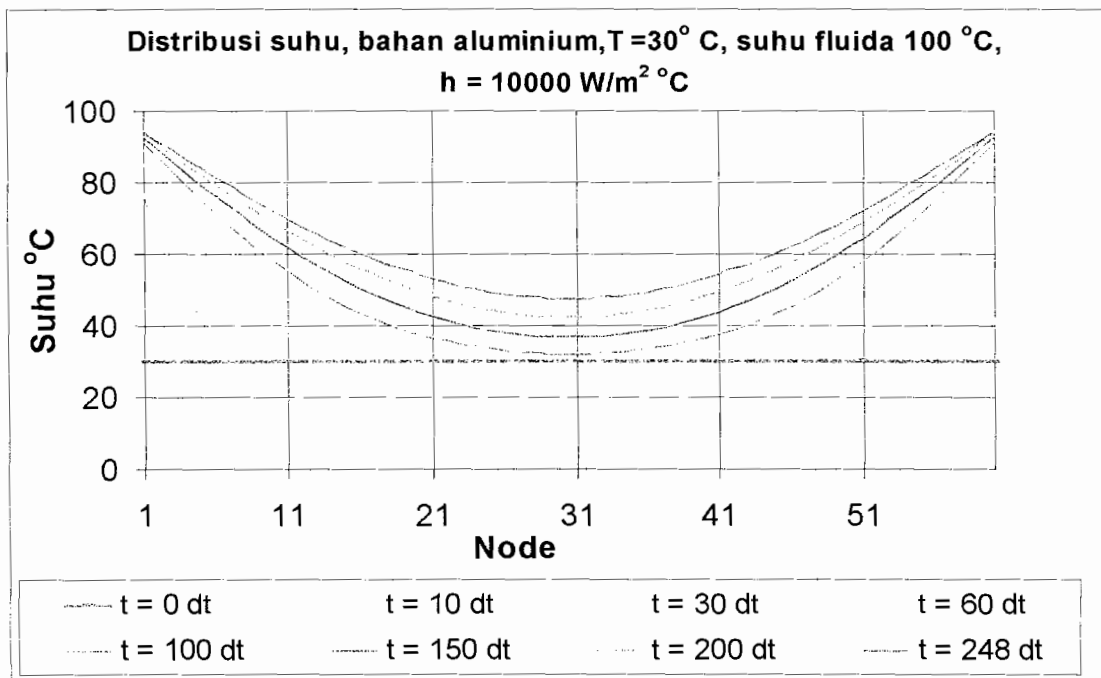
Gambar 4.5 Distribusi suhu pada benda 1 dimensi keadaan tak tunak untuk berbagai nilai koefisien perpindahan panas konveksi saat  $t = 200$  detik



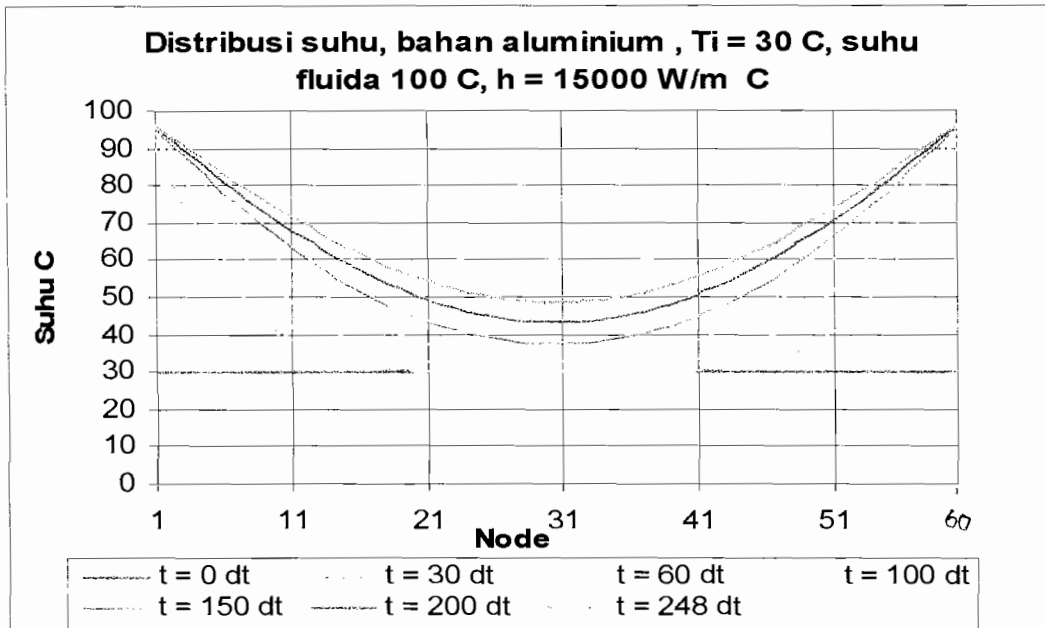
Gambar 4.6 Distribusi suhu pada benda 1 dimensi keadaan tak tunak untuk berbagai nilai koefisien perpindahan panas konveksi saat  $t = 248$  detik



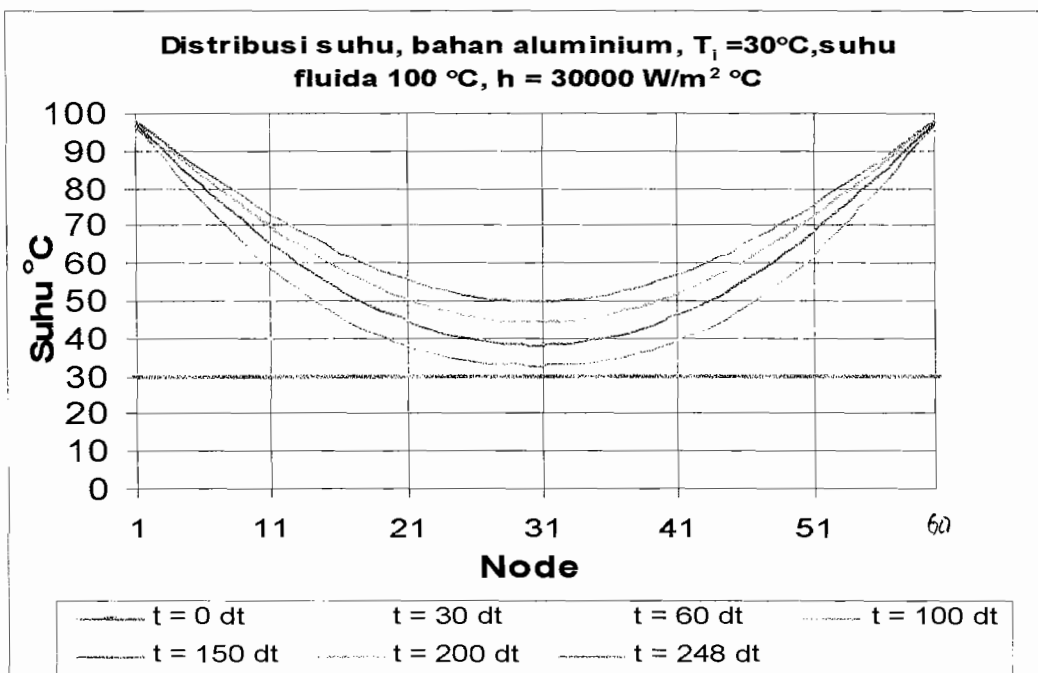
Gambar 4.7 Distribusi suhu pada benda 1 dimensi keadaan tak tunak untuk nilai  $h = 5000\text{ W/m}^2\text{ }^\circ\text{C}$



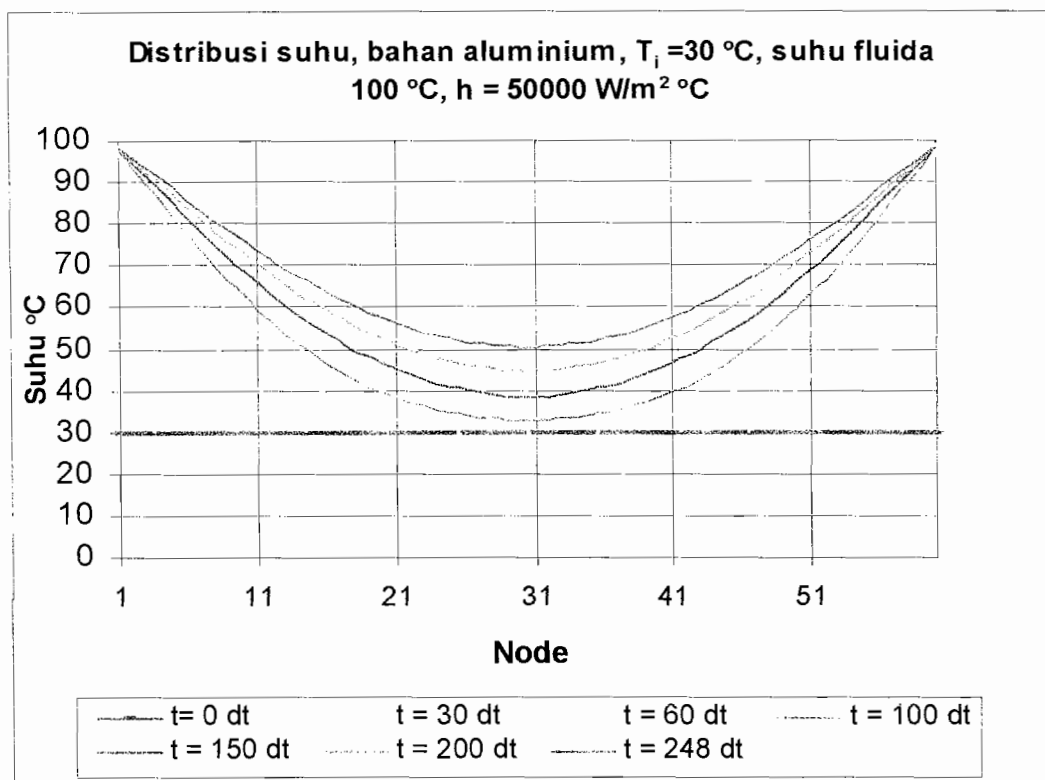
Gambar 4.7 Distribusi suhu pada benda 1 dimensi keadaan tak tunak untuk nilai  $h = 10000\text{ W/m}^2\text{ }^\circ\text{C}$



4.9 Distribusi suhu dari waktu ke waktu pada benda padat 1 dimensi keadaan tak tunak untuk nilai  $h = 15.000\text{ W/m}^2\text{ }^\circ\text{C}$



Gambar 4.10 Distribusi suhu dari waktu ke waktu pada benda padat 1 dimensi keadaan tak tunak untuk nilai  $h = 30.000\text{ W/m}^2\text{ }^\circ\text{C}$



4.11 Distribusi suhu dari waktu ke waktu pada benda padat 1 dimensi keadaan tak tunak untuk nilai  $h = 50.000\text{ W/m}^2\text{ }^\circ\text{C}$

#### 4.2 Pembahasan Untuk Berbagai Variasi Nilai $h$

Dari Gambar 4.1 sampai Gambar 4.11 dapat ditunjukkan bahwa distribusi suhu pada benda dengan lingkungan yang berbatasan dengan fluida, dipengaruhi oleh besarnya nilai koefisien perpindahan panas konveksi. Semakin tinggi nilai koefisien perpindahan panas konveksi, semakin cepat benda menyesuaikan suhu dengan suhu lingkungannya. Dengan demikian semakin tinggi nilai koefisien perpindahan panas konveksi, semakin cepat benda mencapai keadaan tunak.

Berikut ini ada beberapa cara untuk meningkatkan nilai koefisien perpindahan panas konveksi.

#### 4.2.1 Konveksi Paksa Untuk Melalui Plat Rata

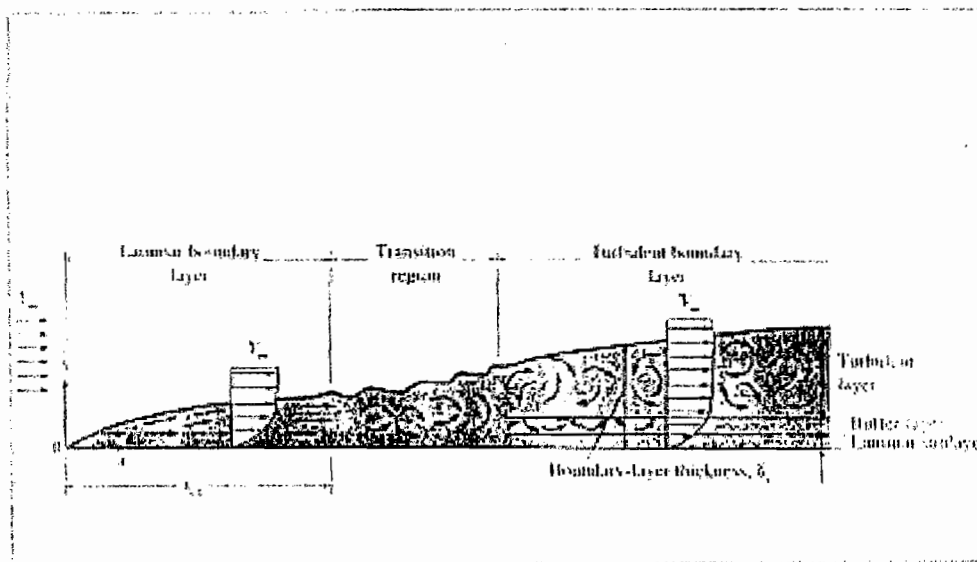
Untuk mencari nilai koefisien perpindahan panas konveksi  $h$  dapat dicari dari bilangan Nussel ( $Nu$ ).

$$Nu_x = 0,332 \cdot Re_x^{1/2} Pr^{1/3} \dots\dots\dots(4-1)$$

$$Nu = \frac{hx}{k_f} \dots\dots\dots(4-2)$$

$$h = \frac{Nu \cdot k_f}{x} \dots\dots\dots(4-3)$$

$$Re = \frac{u_\infty \cdot x}{\nu} \dots\dots\dots(4-4)$$



Dimana  $u_\infty$  = kecepatan fluida, m/detik

$x$  = jarak dari tepi depan, m

$\nu$  = viskositas kinematik  $m^2/detik$

Re = angka Reynolds

Pr = bilangan prandtl (dapat dicari dari tabel)

kf = koefisien perpindahan panas fluida,  $\frac{W}{m^2C}$

Dari penurunan rumus diatas dapat dilihat bahwa untuk menaikkan nilai koefisien perpindahan panas konveksi misalnya dengan cara:

- a. menaikkan kecepatan fluida yang mengalir ( $u_\infty$ )
- b. mengganti fluida (Pr,  $\nu$ ,kf)

#### 4.2.2 Konveksi Bebas Untuk Dinding Vertikal

Untuk mencari nilai koefisien perpindahan panas konveksi dapat ditentukan dari bilangan Nusselt (Nu), dan bilangan Nusselt diperoleh dengan mencari bilangan Rayleigh (Ra)

$$Ra = Gr.Pr \dots\dots\dots(4-5)$$

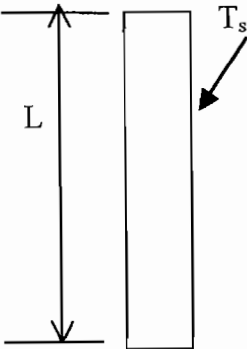
$$Gr = \frac{g\beta.(T_s - T_\infty)\delta^3}{\nu^2} \dots\dots\dots(4.6)$$

$$\beta = \frac{1}{T_f}, \quad \text{dengan} \quad T_f = \frac{(T_s - T_\infty)}{2} \dots\dots\dots(4.7)$$

$$h = \frac{Nu.k}{x} \dots\dots\dots(4-8)$$



Untuk dinding vertical, berlaku bilangan Nusselt

Geometri	Panjang karakteristik	Ra	Nusselt (Nu)
	$\delta = L$	$10^4$ s.d $10^9$	$Nu = 0,59Ra^{\frac{1}{4}}$
		$10^9$ s.d $10^{13}$	$Nu = 0,1Ra^{\frac{1}{3}}$
		Untuk semua Ra	$Nu = \left[ 0,825 + \frac{0,387Ra^{\frac{1}{6}}}{\left(1 + (0,492/Pr)^{\frac{9}{16}}\right)^{\frac{8}{27}}}\right]^2$

Dimana  $g$  = percepatan gravitasi =  $9,8 \text{ m/detik}^2$

$\mu$  = viskositas kinematik,  $\text{m}^2/\text{detik}$

$\delta$  = panjang karakteristik, untuk dinding vertical  $\delta = L$ , m

Pr = bilangan pandtl

$T_s$  = suhu dinding, °C

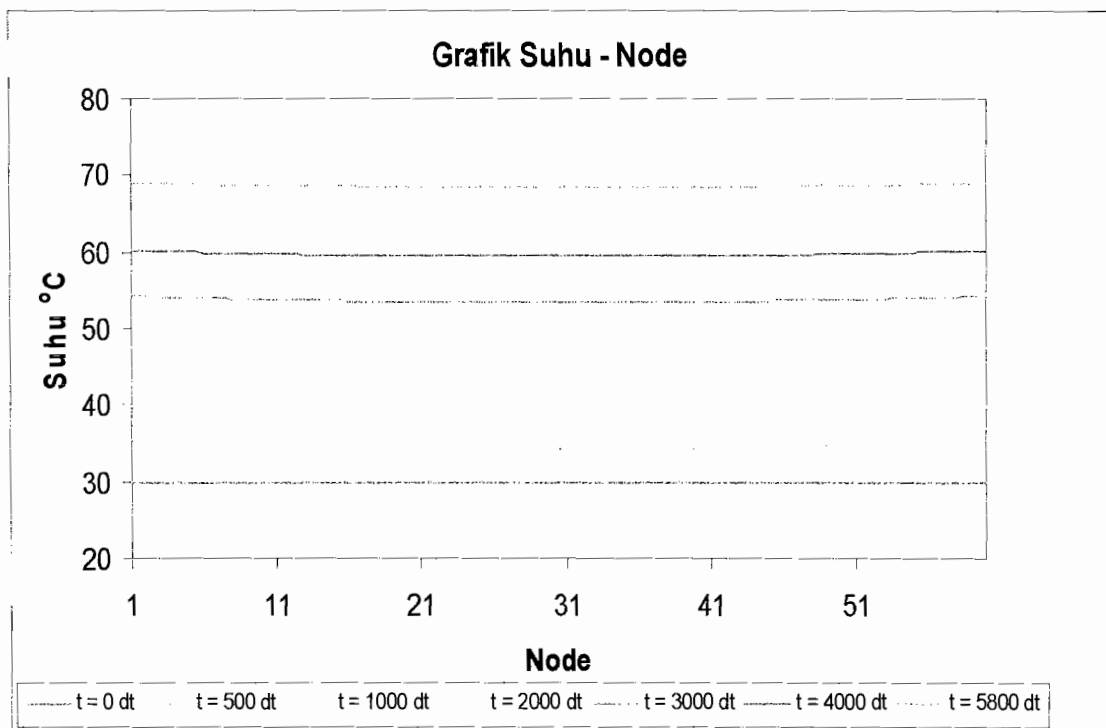
$T_\infty$  = suhu lingkungan, °C

$T_f$  = suhu film, °K

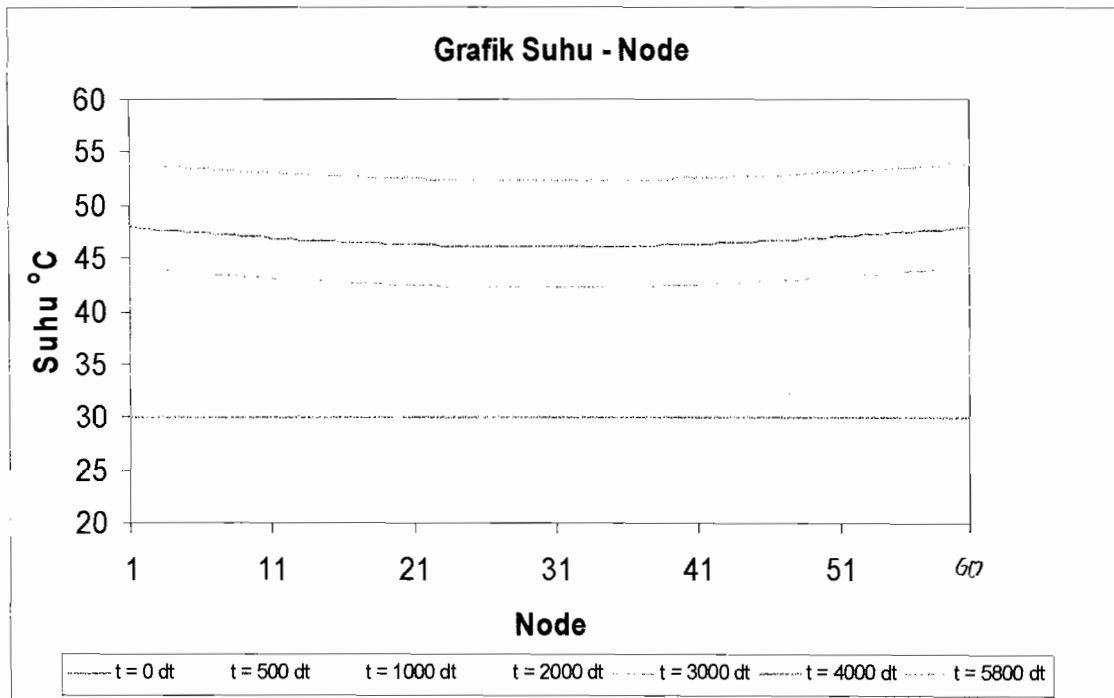
Dari penurunan rumus diatas dapat dilihat bahwa untuk menaikkan nilai koefisien perpindahan panas konveksi misalnya dengan cara:

- mengganti fluida (Pr)

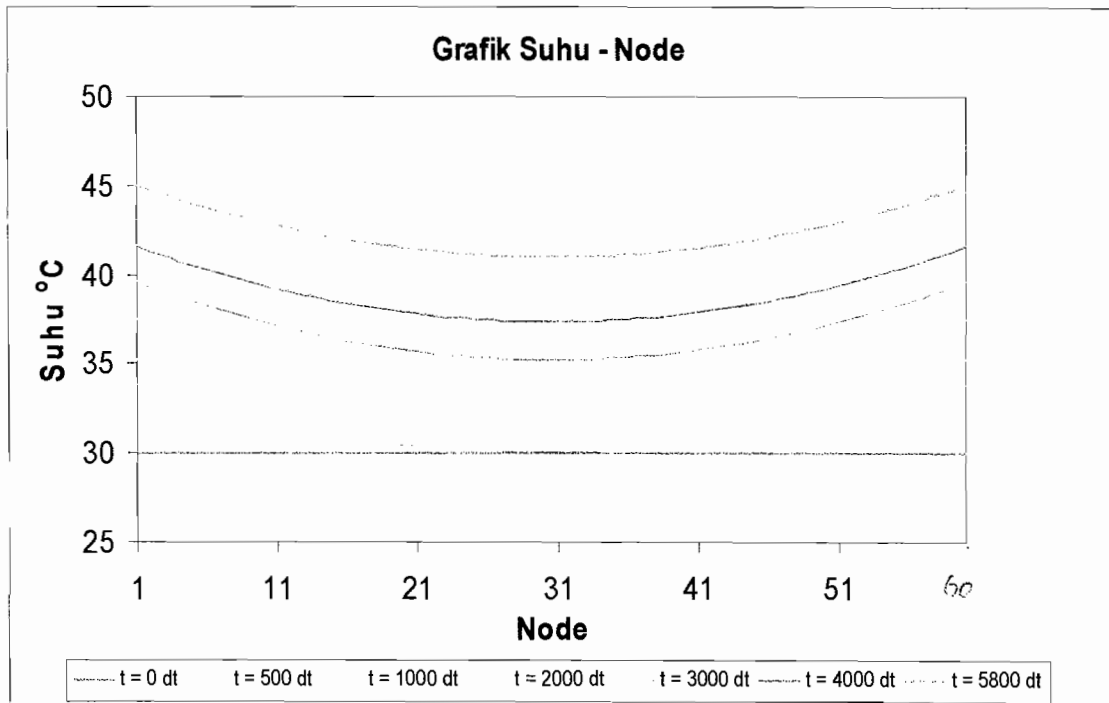
Dari Gambar 4.1 sampai Gambar 4.11 dapat ditunjukkan pula bahwa fluida yang memiliki nilai koefisien perpindahan panas konveksi lebih tinggi akan membuat suhu bagian benda yang berbatasan langsung dengan fluida akan sangat cepat naik sehingga akan cepat sama atau menyesuaikan dengan suhu fluida. Apabila harga koefisien perpindahan panas konveksi sangat besar, maka akan terlihat jelas bahwa suhu benda yang berbatasan langsung dengan fluida dengan suhu bagian tengah akan memiliki selisih yang sangat jauh.



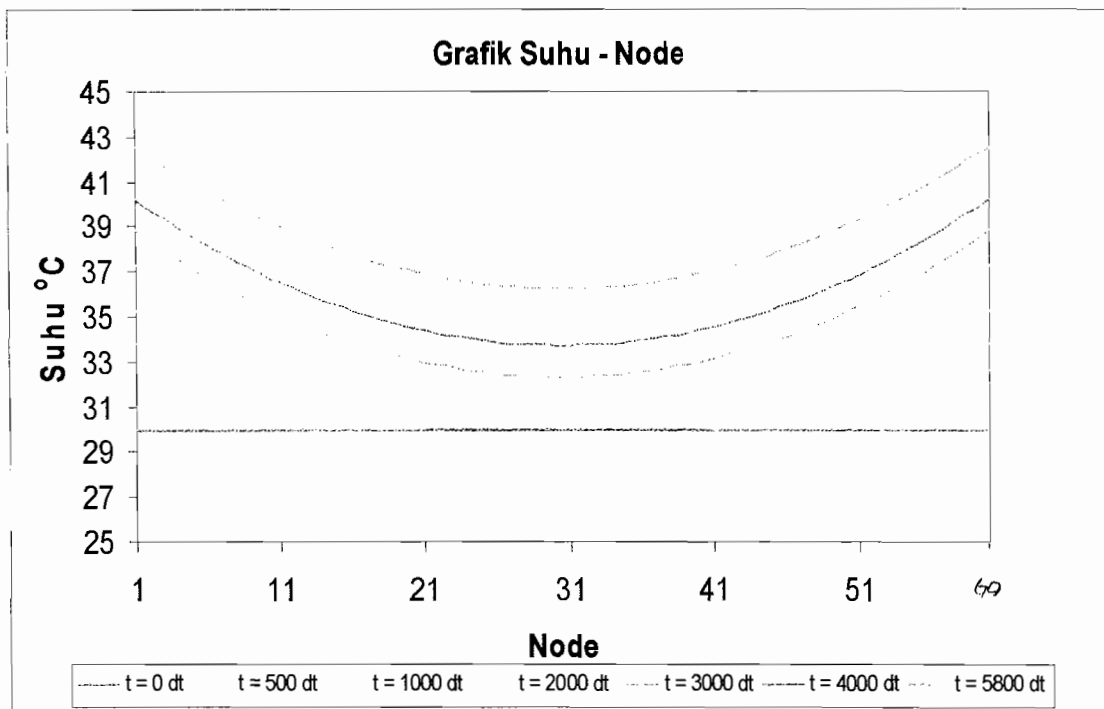
Gambar 4.12 Distribusi suhu dari waktu ke waktu untuk nilai  $Bi = 0,036$  ;  $L = 0,15$



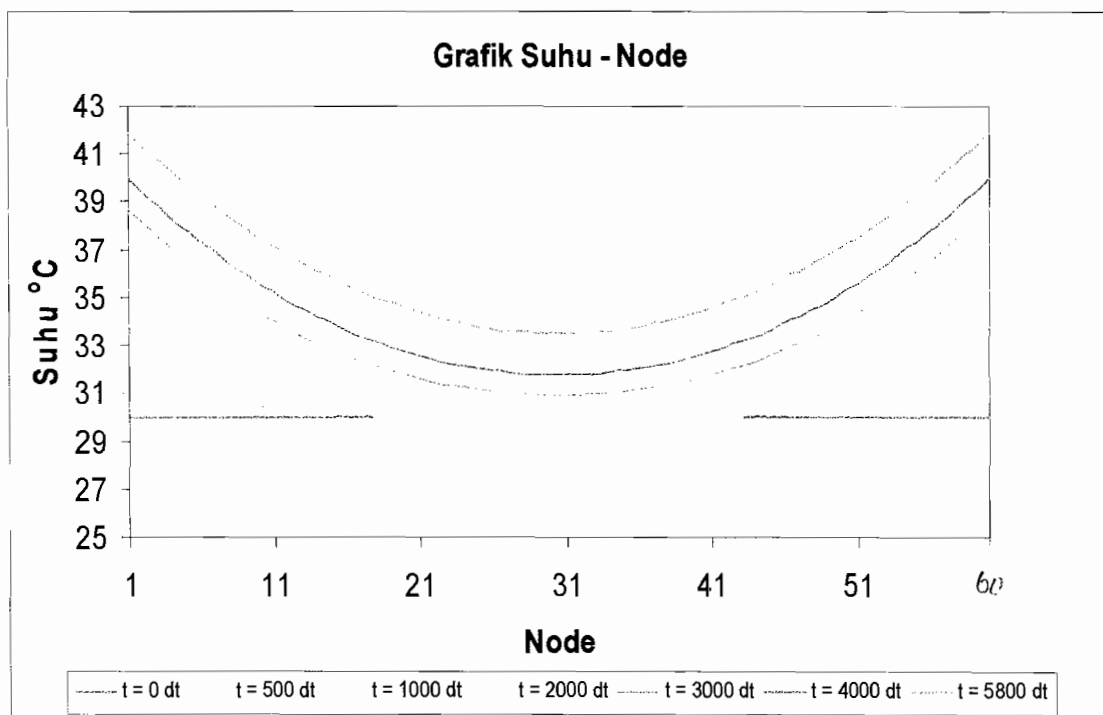
Gambar 4.13 Distribusi suhu dari waktu ke waktu untuk nilai  $Bi = 0,07$  ;  $L = 0,3$



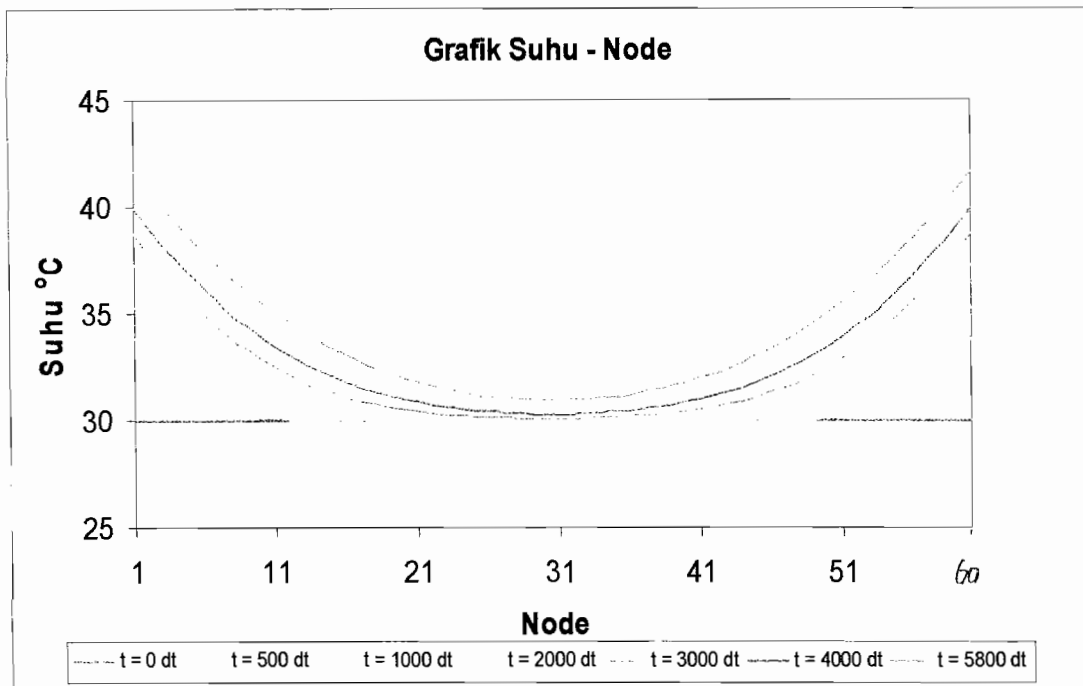
Gambar 4.14 Distribusi suhu dari waktu ke waktu untuk nilai  $Bi = 0,14$  ;  $L = 0,6$



Gambar 4.15 Distribusi suhu dari waktu ke waktu untuk nilai  $Bi = 0,21$  ;  $L = 0,9$



Gambar 4.16 Distribusi suhu dari waktu ke waktu untuk nilai  $Bi = 0,29$  ;  $L = 1,2$



Gambar 4.17 Distribusi suhu dari waktu ke waktu untuk nilai  $Bi = 0,43$  ;  $L = 1,8$

### 4.3 Pembahasan Untuk Variasi Panjang Benda (L) Terhadap Pola Distribusi Suhu Dari Waktu Ke Waktu.

Dari Gambar 4.7 sampai dengan Gambar 4.12 dapat dilihat pengaruh panjang benda (L) terhadap pola distribusi suhu dari waktu ke waktu. Untuk mendapatkan pola distribusi suhu yang merata disetiap titik maka kita perlu memperhatikan variabel ( $h$ ,  $k$ ,  $L$ ) yang digunakan untuk menentukan harga  $Bi$ . Untuk mendapatkan  $Bi$  yang kecil pada bahan dengan  $k = k(T)$  dan harga koefisien perpindahan panas konveksi ( $h$ ) dikondisikan tetap, maka panjang benda (L) atau ukuran benda diperkecil. Sebaliknya semakin panjang benda maka semakin

besar nilai Bi –nya. Dari tabel 4.1 dibawah ini dapat dilihat beberapa nilai Bi untuk variasi panjang benda (L)

Tabel 4.1 Nilai Bi untuk Variasi panjang benda

k (W/m <sup>0</sup> C)	h (W/m <sup>2</sup> °C)	L (m)	$Bi = \frac{h(L/2)}{k}$
206	50	0,15	0,036
206	50	0,3	0,07
206	50	0,6	0,14
206	50	0,9	0,21
206	50	1,2	0,29
206	50	1,8	0,43

Dari Gambar 4.7 sampai dengan Gambar 4.12 dapat dilihat bahwa dimana semakin kecil harga Bi maka distribusi suhu di setiap titik akan mendekati sama atau seragam, sebaliknya semakin besar nilai Bi pola distribusi suhunya tidak merata atau tidak seragam disetiap titiknya. Dari table 4.2 dibawah ini dapat dilihat bahwa semakin besar harga Bi maka beda suhu (  $\Delta T_{max}$  ) antara titik tengah dengan titik pinggir semakin besar atau distribusi suhu tidak merata atau tidak seragam lagi.

Tabel 4.2 Beda suhu maksimum antara titik tengah dengan titik pinggir

Harga Bi	Beda suhu maksimum		Waktu
	$(\Delta T \text{ max} = T_{60} - T_{30})$	$\theta = \frac{\Delta T \text{ max}}{(T_{\infty} - T_{30})}$	
0,036	1,21197	1,73	138,625 dt
0,07	2,36022	3,37	485,25 dt
0,14	4,5047	6,44	1659,5 dt
0,21	6,0066	8,58	5281,375 dt
0,29	8,307832	11,87	47532,375 dt
0,43	12,56006	17,94	15844,125 dt

Karena besar kecilnya nilai Bi sangat dipengaruhi oleh panjang benda maka dapat dinyatakan bahwa, untuk panjang benda (L) yang kecil distribusi suhu di setiap titik akan mendekati sama atau seragam

## BAB V

### KESIMPULAN

#### 5.1 Kesimpulan

Terdapat beberapa kesimpulan yang dapat dikemukakan berdasarkan analisa-analisa yang dilakukan, yaitu sebagai berikut :

1. Semakin tinggi nilai koefisien perpindahan panas konveksi, benda semakin cepat menyesuaikan dengan suhu lingkungannya, semakin besar nilai koefisien perpindahan panas konveksi ,nilai Bi juga semakin besar sehingga pola distribusi suhunya dari waktu ke waktu semakin tidak seragam.
2. Semakin pendek nilai (L) semakin rendah harga Bi, sehingga pola distribusi suhu dari waktu ke waktu semakin seragam atau merata disetiap titik.
3. Pola distribusi suhu dari waktu ke waktu untuk benda padat 1 dimensi keadaan tak tunak dengan  $k = k(T)$  dapat diselesaikan dengan metode beda hingga cara eksplisit, dengan syarat stabilitas  $\Delta t \leq \frac{(\Delta x)^2}{2\alpha(1 + Bi)}$

$$\text{dan } \Delta t \leq \frac{\rho C . (\Delta x)^2}{k_{i-1/2} + k_{i+1/2}}$$

#### 5.2 Saran

1. Untuk mendapatkan hasil perhitungan yang mendekati keadaan sebenarnya sifat benda dapat merupakan fungsi posisi, karena pada kenyataanya sifat benda di setiap posisi berbeda-beda.



2. Jika diinginkan hasil perhitungan yang mendekati keadaan sebenarnya, tebal elemen ( $\Delta x$ ) dapat diambil sekecil mungkin. (untuk benda yang sama)

### 5.3 Penutup

Harapan penulis semoga tugas akhir ini dapat berguna sebagai wacana pembelajaran maupun sebagai bahan pertimbangan dan tambahan pengetahuan bagi semua pihak dalam menyelesaikan masalah-masalah yang menyangkut Perpindahan Kalor (rekayasa termal) yang lebih beragam. Dalam melakukan penelitian penulis menyadari bahwa hasil-hasil yang diperoleh dalam penelitian masih jauh dari sempurna dan masih banyak yang harus dibenahi, oleh karena itu kritik dan saran dari semua pihak sangat diharapkan penulis sebagai bahan pertimbangan dan masukan yang nantinya akan sangat berguna bagi kemajuan penulis pada Khususnya dan semua pihak pada umumnya.



## DAFTAR PUSTAKA

Holman, J.P. . 1984. *Perpindahan Kalor*. Jakarta : Penerbit Erlangga

Kreith, Frank & Arko Prijono. 1991. *Prinsip-Prinsip Perpindahan Panas*. Jakarta:  
Penerbit Erlangga.

Purnomo. 1993. *Pembahasan Metode Eksponensial*, Media Teknik, No 2, 121-126

## LAMPIRAN

Node di tengah

$$T_3^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_2^n + k_2 T_4^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_3^n$$

$$T_3^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_2^n + k_2 T_4^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_3^n$$

$$T_4^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_3^n + k_2 T_5^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_4^n$$

$$T_5^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_4^n + k_2 T_6^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_5^n$$

$$T_6^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_5^n + k_2 T_7^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_6^n$$

$$T_7^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_6^n + k_2 T_8^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_7^n$$

$$T_8^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_7^n + k_2 T_9^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_8^n$$

$$T_9^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_8^n + k_2 T_{10}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_9^n$$

$$T_{10i}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_9^n + k_2 T_{11}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{10}^n$$

$$T_{11}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{10}^n + k_2 T_{12}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{11}^n$$

$$T_{12}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{11}^n + k_2 T_{13}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{12}^n$$

$$T_{13}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{12}^n + k_2 T_{14}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{13}^n$$

$$T_{14}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{13}^n + k_2 T_{15}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{14}^n$$

$$T_{15}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{14}^n + k_2 T_{16}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{15}^n$$

$$T_{16}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{15}^n + k_2 T_{17}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{16}^n$$

$$T_{17}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{16}^n + k_2 T_{18}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{17}^n$$

$$T_{18}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{17}^n + k_2 T_{19}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{18}^n$$

$$T_{19}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{18}^n + k_2 T_{20}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{19}^n$$

$$T_{20}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{19}^n + k_2 T_{21}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{20}^n$$

$$T_{21}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{20}^n + k_2 T_{22}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{21}^n$$

$$T_{22}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{21}^n + k_2 T_{23}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{22}^n$$

$$T_{23}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{22}^n + k_2 T_{24}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{23}^n$$

$$T_{24}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{23}^n + k_2 T_{25}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{24}^n$$

$$T_{25}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{24}^n + k_2 T_{26}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{25}^n$$

$$T_{26}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{25}^n + k_2 T_{27}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{26}^n$$

$$T_{27}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{26}^n + k_2 T_{28}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{27}^n$$

$$T_{28}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{27}^n + k_2 T_{29}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{28}^n$$

$$T_{29}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{28}^n + k_2 T_{30}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{29}^n$$

$$T_{30}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{29}^n + k_2 T_{31}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{30}^n$$

$$T_{31}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{30}^n + k_2 T_{32}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{31}^n$$

$$T_{32}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{31}^n + k_2 T_{33}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{32}^n$$

$$T_{33}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{32}^n + k_2 T_{34}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{33}^n$$

$$T_{34}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{33}^n + k_2 T_{35}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{34}^n$$

$$T_{35}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{34}^n + k_2 T_{36}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{35}^n$$

$$T_{36}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{35}^n + k_2 T_{37}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{36}^n$$

$$T_{37}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{36}^n + k_2 T_{38}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{37}^n$$

$$T_{38}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{37}^n + k_2 T_{39}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{38}^n$$

$$T_{39}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{38}^n + k_2 T_{40}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{39}^n$$

$$T_{40}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{39}^n + k_2 T_{41}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{40}^n$$

$$T_{41}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{40}^n + k_2 T_{42}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{41}^n$$

$$T_{42}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{41}^n + k_2 T_{43}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{42}^n$$

$$T_{43}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{42}^n + k_2 T_{44}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{43}^n$$

$$T_{44}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{43}^n + k_2 T_{45}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{44}^n$$

$$T_{45}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{44}^n + k_2 T_{46}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{45}^n$$

$$T_{46}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{45}^n + k_2 T_{47}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{46}^n$$

$$T_{47}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{46}^n + k_2 T_{48}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{47}^n$$

$$T_{48}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{47}^n + k_2 T_{49}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{48}^n$$

$$T_{49}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{48}^n + k_2 T_{50}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{49}^n$$

$$T_{50}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{49}^n + k_2 T_{51}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{50}^n$$

$$T_{51}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{50}^n + k_2 T_{52}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{51}^n$$

$$T_{52}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} [k_1 T_{51}^n + k_2 T_{53}^n] + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x^2} (k_1 + k_2) \right] T_{52}^n$$

