



Keacakan Konstruksi Segi n Tidak Beraturan Pada Lingkaran Satuan Berbantu MATLAB

Beni Utomo^{a,*}

^a Universitas Sanata Dharma, Jl. Affandy, Sleman, Indonesia

* Alamat Surel: unlinearid@usd.ac.id

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk melakukan konstruksi mengenai bagaimana membuat segi- n tidak beraturan yang dibuat pada lingkaran satuan dengan menggunakan MATLAB. Konstruksi segi- n tidak beraturan yang dibuat di dalam lingkaran satuan bisa dikonstruksi tanpa syarat sedangkan konstruksi untuk menyusun segi- n tidak beraturan yang dibuat di luar lingkaran satuan ternyata tidak bisa sebarang. Penelitian ini merupakan penelitian kajian pustaka. Penelitian dilakukan dengan pembuatan segi- n beraturan terlebih dahulu yang dibuat di luar lingkaran satuan, selanjutnya dengan memperhatikan sifat-sifatnya akan dikonstruksi segi- n tidak beraturan di luar lingkaran satuan. Untuk membantu konstruksi visualnya digunakan MATLAB dengan memanfaatkan integral garis untuk menentukan luas daerah yang terbentuk. Hasil penelitian menunjukkan bahwa 1. Konstruksi segitiga di luar lingkaran satuan bisa dibuat dengan mengambil sebarang 2 titik sedangkan titik ketiga tidak bisa diambil secara bebas, 2. Konstruksi segiempat tidak beraturan di luar lingkaran satuan bisa dikonstruksi dengan mengambil 3 titik secara bebas dan titik yang keempat harus tertentu, 3. Secara umum konstruksi segi- n tidak beraturan yang dibuat di luar lingkaran bisa dibuat dengan mengambil sejumlah sebarang $(n-1)$ titik sedangkan titik ke n tidak bisa bebas dan harus tertentu, 4. Visualisasi konstruksi bisa dibuat dengan MATLAB.

Kata kunci:

Lingkaran Satuan, MATLAB, Integral Garis

© 2020 Dipublikasikan oleh Jurusan Matematika, Universitas Negeri Semarang

1. Pendahuluan

Tujuan dari penelitian ini adalah membuat luasan berupa segi- n yang dibuat di dalam lingkaran satuan dan di luar lingkaran satuan. Segi- n yang dibuat juga akan dihitung luasnya. Untuk menghitung luas segi- n tersebut memanfaatkan integral garis. Formulasi luas dilakukan dengan memanfaatkan integral garis yang dilakukan sepanjang segi- n tersebut. Konstruksi luas dilakukan dengan dua cara yaitu menentukan luas segi- n yang dibuat di dalam lingkaran satuan dan segi- n yang di buat di luar lingkaran satuan.

Untuk menyusun segi- n yang dibuat di dalam lingkaran satuan (Sullivan, 2012) dilakukan dengan dua cara yaitu dengan menggunakan segi- n beraturan (Varberg et al, 2000) dan menggunakan segi- n tidak beraturan. Demikian juga dengan konstruksi segi- n yang dibuat di luar lingkaran satuan, juga bisa dibuat dengan segi- n beraturan dan dengan segi- n tidak beraturan. Semua konstruksi tersebut diselesaikan dengan bantuan MS Excel dan MATLAB.

Untuk konstruksi segi- n yang dibuat di dalam lingkaran satuan dengan berbantu MS Excel (Billo Joseph, 2007) dan MATLAB sudah bisa dikonstruksi dan dibuat simulasinya, sedangkan konstruksi segi- n yang dibuat di luar lingkaran satuan masih belum selesai. Konstruksi yang telah dibuat adalah segi- n beraturan yang dibuat di luar lingkaran satuan berbantu MS Excel dan MATLAB sedangkan segi- n tidak beraturannya masih belum selesai.

Permasalahan pada konstruksi segi- n tidak beraturan mempunyai beberapa hal yang menjadi syarat supaya bisa dikonstruksi. Hal tersebut tidak terjadi pada ketiga konstruksi yang lain. Penelitian ini dimaksudkan untuk menyelesaikan permasalahan tersebut. Penelitian dilakukan dengan cara mengkaji sifat-sifat atau proses konstruksi pada segi- n beraturan yang dibuat di luar lingkaran dan segi- n tidak beraturan yang dibuat di dalam lingkaran satuan. Selanjutnya memanfaatkan MATLAB untuk membuat visualisasinya.

To cite this article:

Utomo, B. (2020). Keacakan Konstruksi Segi n Tidak Beraturan Pada Lingkaran Satuan Berbantu MATLAB. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika* 3, 41-45

Penelitian sebelumnya memberikan pemaparan mengenai penggunaan akibat teorema Green (Varberg, Purcell, dan Rigdon, 2010) untuk menghitung luas (Spiegel, 1974) beserta aplikasinya menggunakan MS Excel (Beni Utomo, 2019). Hal tersebut masih membahas secara teori dan visualisasinya belum begitu baik. Pada pengembangan selanjutnya, penggunaan MATLAB dipakai untuk visualisasi dan penghitungan luas menjadi lebih baik dan menampilkannya menggunakan GUI MATLAB (Michael Bobby, 2019). Pengembangan terakhir bisa membuat desain m-file untuk membuat visualisasi segi-n beraturan yang dibuat di dalam dan di luar lingkaran satuan. Untuk segi-n tidak beraturan juga bisa dibuat desainnya. Bagian yang belum selesai adalah konstruksi segi-n tidak beraturan yang dibuat di luar lingkaran satuan. Oleh sebab itu penelitian ini dimaksudkan untuk membuatnya dengan menggunakan MATLAB.

2. Pembahasan

Desain untuk membuat luasan yang memuat lingkaran satuan dan lingkaran yang memuat luasan menjadi bagian inti dari penelitian ini. Penelitian dilakukan dengan tiga tahapan yaitu tahap penentuan titik singgung pada lingkaran, dilanjutkan dengan membuat garis singgung pada titik tersebut. Tahap selanjutnya adalah menentukan titik potong untuk setiap garis singgung. Langkah ketiga adalah menghubungkan setiap titik potong terdekatnya.

Untuk setiap tahapan dilakukan kajian analitik dan dicoba penyelesaian analitik yang masih mungkin. Setelah penyelesaian analitik ditemukan maka dilanjutkan dengan simulasi penggunaan perangkat lunak untuk membuat visualisasinya.

2.1. Langkah Pertama

Proses konstruksi segi-n tidak beraturan diawali dengan menentukan sebarang titik pada lingkaran. Penentuan titik pada lingkaran dilakukan secara acak. Penentuan titik ini menggunakan bantuan MATLAB untuk mengkonstruksi titik-titik yang sifatnya acak. Selanjutnya setelah titik-titik acak tersebut diperoleh, disusun suatu persamaan garis yang titik singgungnya adalah titik-titik tersebut.

Pada MATLAB, penentuan titik secara acak tersebut memanfaatkan fungsi *rand*. Perintah ini akan menghasilkan suatu bilangan secara acak pada interval (0,1) yang distribusinya adalah seragam. Selanjutnya sejumlah n bilangan acak tersebut dikalikan dengan 2π untuk menentukan besar radian dari setiap titik yang akan dikonstruksi atau posisinya yang terletak pada lingkaran.

Berdasarkan titik-titik tersebut, kemudian disusun persamaan garis yang menyinggung titik-titik tersebut. Prosesnya dilakukan dengan cara sebagai berikut.

2.2. Langkah Kedua

Setiap persamaan garis yang telah dibuat dengan titik-titik singgungnya berada pada lingkaran, proses dilanjutkan dengan mengambil setiap dua persamaan garis terdekat dan dicari titik potongnya. Hal tersebut dilakukan untuk semua persamaan garis yang diperoleh. Berikut ini adalah prosesnya.

Lingkaran satuan mempunyai persamaan $x^2 + y^2 = 1$. Untuk setiap titik (x_i, y_i) pada lingkaran satuan, kemiringan garisnya dinyatakan oleh $m = \frac{dy}{dx} = -\frac{x_i}{y_i}$ (James Stewart, 2010). Selanjutnya persamaan garis singgung yang melalui titik (x_i, y_i) mempunyai persamaan $y - y_i = m(x - x_i)$ atau dengan kata lain diperoleh persamaan:

$$y - y_i = -\frac{x_i}{y_i}(x - x_i) \text{ atau } y = y_i - \frac{x_i}{y_i}(x - x_i) \quad (1)$$

Untuk setiap dua garis $l_i: y = y_i - \frac{x_i}{y_i}(x - x_i)$ dan $l_{i+1}: y = y_{i+1} - \frac{x_{i+1}}{y_{i+1}}(x - x_{i+1})$ akan berpotongan di titik $x = \frac{y_2 - y_1 - \frac{x_1^2}{y_2} + \frac{x_2^2}{y_1}}{\frac{x_2}{y_2} - \frac{x_1}{y_1}}$ dan $y = y_1 - \frac{x_1}{y_1}(x - x_1)$. Pada langkah kedua ini diperoleh hasil berupa n titik atau n koordinat yang terletak di luar lingkaran satuan. Koordinat terakhir diperoleh dari perpotongan garis $l_n: y = y_n - \frac{x_n}{y_n}(x - x_n)$ dengan $l_1: y = y_1 - \frac{x_1}{y_1}(x - x_1)$.

2.3. Langkah Ketiga

Pasangan atau koordinat titik yang telah diperoleh sebelumnya dijadikan sebagai dasar untuk membuat suatu lintasan yang tertutup dan sederhana sehingga dengan menggunakan integral garis maka luas daerah yang berbentuk segi-n tidak beraturan yang dibuat di luar lingkaran satuan bisa dihitung.

Untuk setiap dua titik yang berurutan (x_i, y_i) dan (x_{i+1}, y_{i+1}) mempunyai persamaan garis sebagai berikut

$$\frac{y-y_i}{y_{i+1}-y_i} = \frac{x-x_i}{x_{i+1}-x_i} \quad \text{atau} \quad y = y_i + \frac{x-x_i}{x_{i+1}-x_i}(y_{i+1} - y_i) \quad (2)$$

Proses untuk menentukan luas segi-n tidak beraturan dilakukan dengan menghitung nilai integralnya sepanjang garis yang menghubungkan semua titik dengan arah integralnya adalah luasan selalu berada di sebelah kiri. Untuk menghitung luas segi-n tidak beraturan tersebut memanfaatkan akibat dari Teorema Green dengan formula sebagai berikut:

$$\text{Luas} = \oint(-ydx + xdy) \quad (3)$$

Proses penghitungan luas dilakukan sepanjang ruas garis yang menghubungkan setiap titik potong garis yang dibuat di luar lingkaran satuan. Misalkan untuk titik $A(x_1, y_1)$ dan $B(x_2, y_2)$ dihubungkan oleh persamaan garis $y = y_1 + \frac{x-x_1}{x_2-x_1}(y_2 - y_1)$. Selanjutnya persamaan tersebut disubstitusi ke formula luas dengan mengambil $dy = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} dx$ dan diperoleh persamaan:

$$\int_{(x_1, y_1)}^{(x_2, y_2)} (-ydx + xdy) = \frac{1}{2} \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} x_1 - y_1 \right) dx \quad (4)$$

Persamaan tersebut mempunyai penyelesaian:

$$\int_{(x_1, y_1)}^{(x_2, y_2)} (-ydx + xdy) = \frac{1}{2} [x_1 y_2 - x_2 y_1] \quad (5)$$

Secara umum untuk setiap titik (x_i, y_i) dan (x_{i+1}, y_{i+1}) untuk persamaan garis l_i yang menghubungkan kedua titik tersebut diperoleh nilai integrasinya:

$$\int_{(x_i, y_i)}^{(x_{i+1}, y_{i+1})} (-ydx + xdy) = \frac{1}{2} [x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i] \quad (6)$$

Khusus untuk persamaan garis l_n yang menghubungkan (x_n, y_n) dan (x_1, y_1) persamaan integralnya dan nilainya menjadi:

$$\int_{(x_n, y_n)}^{(x_1, y_1)} (-ydx + xdy) = \frac{1}{2} [x_n y_1 - x_1 y_n] \quad (7)$$

Selanjutnya luas segi-n tidak beraturan tersebut menjadi:

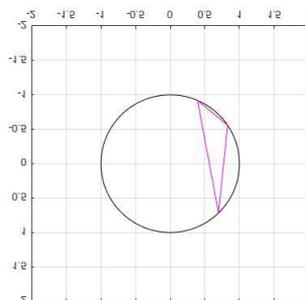
$$\text{Luas} = \oint(-ydx + xdy) = \frac{1}{2} [x_1 y_2 - x_2 y_1 + x_2 y_3 - x_3 y_2 + \dots + x_n y_1 - x_1 y_n] \quad (8)$$

Persamaan tersebut juga bisa dituliskan dalam bentuk:

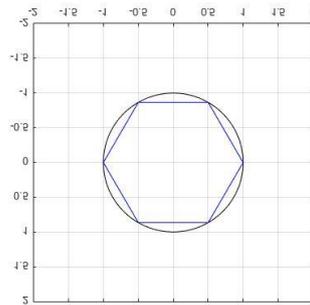
$$\text{Luas}_{\text{segi}_n} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} (x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i) + \frac{1}{2} (x_n y_1 - x_1 y_n)$$

Secara teori, desain segi-n tidak beraturan yang dibuat di luar lingkaran satuan bisa dibuat dan luas segi-n tidak beraturan tersebut bisa ditentukan luasnya. Bagian akhir dari penelitian ini adalah menentukan visualisasi dari hal tersebut berbantuan MATLAB. Proses untuk membuat visualisasinya dilakukan seperti menentukan visualisasi pada desain membuat segi-n beraturan di luar lingkaran. Prinsip yang digunakan oleh MATLAB adalah membuat plotting dari n titik tersebut dan bagian akhir ditambahkan 1 titik awal dalam bentuk matriks baris atau matriks kolom.

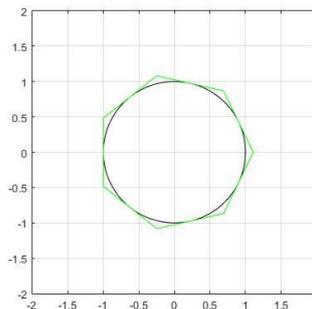
Berikut ini adalah beberapa segi-n yang dibuat dengan berbantuan MATLAB.



Gambar 1. Segitiga Tidak Beraturan dalam Lingkaran Satuan



Gambar 2. Segilima Beraturan dalam Lingkaran Satuan



Gambar 3. Segitujuh Beraturan di luar Lingkaran Satuan

3. Simpulan

Berdasarkan paparan tersebut maka bisa diambil kesimpulan sebagai berikut: (1).Konstruksi segitiga di luar lingkaran satuan bisa dibuat dengan mengambil sebarang 2 titik sedangkan titik ketiga tidak bisa diambil secara bebas, (2). Konstruksi segiempat tidak beraturan di luar lingkaran satuan bisa dikonstruksi dengan mengambil 3 titik secara bebas dan titik yang keempat harus tertentu. (3). Secara umum konstruksi segi-n tidak beraturan yang dibuat di luar lingkaran bisa dibuat dengan mengambil sejumlah sebarang (n-1) titik sedangkan titik ke n tidak bisa bebas dan harus tertentu. Keterbatasan tersebut bisa diatasi dengan cara pemanfaatan perintah *rand* pada MATLAB (4). Visualisasi konstruksi bisa dibuat dengan MATLAB.

Daftar Pustaka

- Beni Utomo.(2019). *Numerical Study On An Area Of Regular Polygon As A Concept Of Limit Approach For Unit Circle Using Line Integrals With MS Excel*. Journals of Physics Conference Series.
- Joseph, Billo.(2007). *Excel for Scientists and Engineers: Numerical Methods*. John Wiley and Sons: Canada.
- James Stewart.(2010). *Calculus: Concepts and Contexts, Fourth Edition*. Brooks/Cole: Canada .
- Michael Bobby.(2019).*Aplikasi Teorema Green pada Bidang dalam Menghitung Luas Segi-n dengan Bantuan MATLAB*. Universitas Sanata Dharma: Yogyakarta.
- Spiegel. M. R.(1974). *Theory and Problems of Vector Analysis. Schaum's Outline Series*, New York: McGraw-Hill.
- Sullivan.(2012). *Trigonometry: A Unit Circle Approach, 9th Ed*. Pearson: Boston.

Varberg ,D., Purcell, E., dan Rigdon,S.(2010). *Calculus: Ninth Edition*. Prentice-Hall, Inc, Upper Saddle, New Jersey.
