

ABSTRAK

Anastasia Melissa Raharjo. 2021. Graf Kembar Non-Komuting dari Grup Simetri (S_n), Grup Selang-seling (A_n), Grup Dihedral (D_{2n}), dan Grup Quaternion (Q_8). Skripsi. Program Studi Pendidikan Matematika. Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan. Universitas Sanata Dharma.

Representasi graf dari suatu grup merupakan salah satu kajian matematika yang belakangan ini sedang berkembang, salah satunya adalah mengenai graf non-komuting. Graf non-komuting dari suatu grup pertama kali diperkenalkan oleh Paul Erdos pada tahun 1975 melalui sebuah permasalahan mengenai batasan kardinalitas pada graf non-komuting dari sebuah grup G yang tidak memiliki subgraf lengkap tak terhingga. Permasalahan tersebut kemudian dijawab oleh B.H Newman. Abdollahi (2006) melanjutkan kajian mengenai graf non-komuting dari suatu grup. Berkaitan dengan graf non-komuting, dua tahun belakangan ini berkembang kajian mengenai graf kembar non-komuting dari suatu grup yang dilakukan oleh Tolume (2019). Tujuan penelitian ini adalah (1) untuk mengetahui definisi graf non-komuting dan graf kembar non-komuting dari suatu grup dan (2) untuk mengetahui sifat-sifat graf kembar non-komuting dari grup simetri, grup selang-seling, grup dihedral dan grup quaternion.

Graf non-komuting dari grup G (Γ_G) adalah graf sederhana yang himpunan simpulnya adalah $V(\Gamma_G) = G - Z(G)$ dan untuk setiap $x, y \in V(\Gamma_G)$, $(x, y) \in E(\Gamma_G)$ jika dan hanya jika $xy \neq yx$. Selanjutnya, graf kembar non-komuting dari suatu grup G (Γ_G^*) adalah graf yang dibentuk dengan mempartisi simpul-simpul dari dari graf non-komuting $\Gamma(G)$ berdasarkan sifat simpul kembar sehingga himpunan simpul dari graf kembar non-komuting adalah $V(\Gamma_G^*) = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, \dots, v_k^*\}$ dengan v_i^* adalah anggota himpunan semua simpul yang kembar dengan v_i pada Γ_G . Selanjutnya, $v_i^* v_j^* \in E(\Gamma_G^*)$ jika dan hanya jika $v_i v_j \in E(\Gamma_G)$. Beberapa sifat graf non-komuting dan graf kembar non-komuting dari suatu grup telah dibahas oleh Abdollahi (2006) dan Tolume (2019). Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa graf non-komuting dari grup selang-seling (Γ_{A_n}) merupakan subgraf dari graf non-komuting dari grup simetri (Γ_{S_n}) dan graf kembar non-komuting dari grup selang-seling ($\Gamma_{A_n}^*$) merupakan subgraf dari graf kembar non-komuting dari grup simetri ($\Gamma_{S_n}^*$). Selain itu, pada grup dihedral (D_{2n}), $\Gamma_{D_{2n}}^* \cong K_2$ untuk n bilangan ganjil dan $\Gamma_{D_{2n}}^* \cong K_{\frac{n}{2}+1}$ untuk n bilangan genap. Untuk grup quaternion (Q_8), $\Gamma_{Q_8} \cong \Gamma_{D_8}$ dan $\Gamma_{Q_8}^* \cong \Gamma_{D_8}^*$ meskipun Q_8 tidak isomorfis dengan D_8 .

Kata kunci : grup, graf non-komuting, graf kembar non-komuting.

ABSTRACT

Anastasia Melissa Raharjo. 2021. *Twin Non-commuting Graph of Symmetric Group (S_n), Alternating Group (A_n), Dihedral Group (D_{2n}), and Quaternion Group (Q_8). Undergraduate Thesis. Mathematic Education Study Program. Department of Mathematics and Science Education. Faculty of Education and Teacher Training. Sanata Dharma University.*

Graph representation of a group is a mathematical study that is currently being developed. One of them is about non-commuting graphs. The non-commuting graph of a group was first introduced by Paul Erdos in 1975 through the following problem. Let G be a group whose non-commuting graph has no infinite complete subgraph. Is it true that there is a finite bound on the cardinalities of complete subgraphs of Γ_G ? The problem was answered by B.H Newman. Abdollahi (2006) continued the study of non-commuting graphs of a group. Then, a study about twin non-commuting graph of a group has been conducted by Tolué in 2019. The objectives of this study are (1) to see the definition of non-commuting and twin non-commuting graph of a group and (2) to see the properties of non-commuting and non-commuting twin graph of symmetric group, alternating group, dihedral group and quaternion group.

The non-commuting graph of a group G , denoted by Γ_G , is a simple graph which the vertices $V(\Gamma_G) = G - Z(G)$ and for each $x, y \in V(\Gamma_G)$, $xy \in E(\Gamma_G)$ if and only if $xy \neq yx$. Then, the twin non-commuting graph of a group G , denoted by Γ_G^* , is a graph formed by partitioning the vertices of the non-commuting graph Γ_G where the vertices of the twin non-commuting graph is $V(\Gamma_G^*) = \{v_1^*, v_2^*, v_3^*, \dots, v_k^*\}$ where v_i^* is an element of set of all vertices that are twins with v_i . Furthermore, $v_i^* v_j^*$ is adjacent, that is $v_i^* v_j^* \in E(\Gamma_G^*)$, if and only if $v_i v_j \in E(\Gamma_G)$. Some properties on the non-commuting graph and the twin non-commuting graph has been discussed by Abdollahi (2006) and Tolué (2019). This study show that the non-commuting group of alternating group (Γ_{A_n}) is a subgraph of the non-commuting graph of symmetric group (Γ_{S_n}) and the twin non-commuting group of alternating group ($\Gamma_{A_n}^*$) is a subgraph of the twin non-commuting graph of symmetric group ($\Gamma_{S_n}^*$). Furthermore, the twin non-commuting graph of dihedral group ($\Gamma_{D_{2n}}^*$) is isomorphic to K_2 if n is odd and isomorphic to $K_{\frac{n}{2}+1}$ if n is even. For quaternion group (Q_8), $\Gamma_{Q_8} \cong \Gamma_{D_8}$ and $\Gamma_{Q_8}^* \cong \Gamma_{D_8}^*$ although Q_8 is not isomorphic to D_8 .

Keywords : group, non-commuting graph, twin non-commuting graph.