

LUAS DAERAH DENGAN PENDEKATAN TITIK BERBANTU PYTHON

Beni Utomo

FKIP, Universitas Sanata Dharma

email: unlinearid@usd.ac.id

Abstrak

Sejauh ini teori matematika yang digunakan untuk menghitung luas daerah adalah dimensi panjang, artinya luas daerah yang berbasis panjang. Pada konsep geometri, panjang dibangun berdasarkan kumpulan titik. Penelitian ini adalah penelitian eksplorasi dengan metode kajian pustaka yang akan meneliti pendekatan titik untuk menghitung luas. Hipotesisnya adalah konsep penghitungan luas dengan titik akan memberikan kajian yang lebih mendalam dan baik dalam menghitung luas suatu daerah. Penelitian dilakukan dengan mengkaji penghitungan luas daerah misalkan berbentuk segitiga, segiempat, atau secara umum segi-n baik beraturan maupun tidak beraturan. Segi-n tersebut adalah suatu daerah yang dibatasi oleh suatu lintasan yang tertutup dan sederhana C . Selanjutnya dengan memanfaatkan akibat Teorema Green pada bidang, setiap titik-titik pada perpotongan kurva tersebut akan berkontribusi pada luas yang dibentuk. Luas yang dibentuk berada disebelah kiri lintasan yang menyusunnya atau pada arah counterclock-wise. Untuk membantu penghitungan, peneliti menggunakan Bahasa Python. Hasil penelitian menunjukkan bahwa luas daerah bisa dihitung berdasarkan informasi titik-titik sudutnya saja dalam hal ini hipotesis terbukti benar. Kajian juga dilakukan pada masalah nyata misalkan pada penentuan luas pada dokumen sertifikat tanah yang bentuknya tidak bisa cukup hanya diasumsikan seperti bidang datar biasa, namun dengan pendekatan ini, luas tanah bisa lebih baik untuk dihitung.

Kata kunci: *luas, teorema green, lintasan tertutup, lintasan sederhana, python*

1. PENDAHULUAN

Perhitungan luas daerah terutama pada bidang datar selama didasarkan pada dimensi panjang pada bidang datar yang dimaksud. Misalkan bidang datar tersebut adalah persegi panjang, maka untuk menghitung luas persegipanjang diperlukan informasi panjang sisi dari persegipanjang tersebut. Apabila persegipanjang tersebut mempunyai dimensi panjang $p = a \text{ cm}$ dan lebar $l = b \text{ cm}$ maka luas persegipanjang dinyatakan dalam luas $L = p \times l = ab \text{ cm}^2$.

Pada definisi dimensi panjang yang dijadikan sebagai dasar untuk menghitung luas, panjang yang dimaksud adalah besar suatu ruas garis. Definisi dari ruang garis adalah kumpulan dari titik atau ruas garis dibentuk oleh kumpulan titik. Secara tidak langsung, pada perhitungan luas ini juga menggunakan titik.

Penelitian ini akan mengkaji bagaimana pengaruh pada konsep menghitung luas suatu bidang datar apabila didasarkan pada titik, bukan panjang. Secara umum apabila

penghitungan luas yang didasarkan pada sesuatu yang lebih sederhana dari yang sudah ada, dalam hal ini mengkaji penggunaan titik sebagai pengganti panjang, maka penghitungan akan bisa dilakukan dan menghasilkan proses yang lebih sederhana. Untuk kasus tertentu memungkinkan penghitungan luas bisa lebih mudah dan lebih sederhana pada penghitungannya.

Berdasarkan paparan tersebut, tujuan dari penelitian ini adalah mengembangkan penghitungan luas suatu bidang datar berbasis titik. Selanjutnya, karena penggunaan titik akan melibatkan jumlah titik yang cukup banyak maka akan menimbulkan kompleksitas dalam penghitungan sehingga penggunaan bantuan perangkat lunak diharapkan bisa akan sangat membantu. Perangkat lunak yang akan digunakan adalah Python.

Bobby (2019) dan Tito (2020) berdasarkan kajian yang dibuat oleh Beni (2019), memberikan suatu metode dalam menghitung luas segi-n baik beraturan maupun tidak beraturan dengan bantuan *Matlab* dan *Scilab*.

Kajian yang digunakan menggunakan akibat Teorema Green pada bidang untuk menghitung suatu luas daerah yang dibatasi oleh suatu lintasan yang tertutup (*closed*) dan sederhana (*simple*) dengan arah integrasi berlawanan dengan putaran jarum jam (*counterclock-wise*).

Selanjutnya dengan gagasan yang disampaikan tersebut, penulis akan mengembangkan kajian bagaimana menggunakan kajian menghitung luas segi-n baik beraturan dan tidak beraturan tersebut untuk menghitung luas berbasis titik dengan berbantu Python. Kajian ini akan berbeda dengan yang telah dilakukan sebelumnya, karena selain berbantu Python, penelitian ini akan diterapkan untuk bidang datar secara umum dan bukan hanya pada segi-n yang memuat atau termuat dalam lingkaran satuan.

2. KAJIAN LITERATUR DAN PEGEMBANGAN HIPOTESIS (JIKA ADA)

Penelitian yang dilakukan oleh Bobby (2019) adalah menghitung luas segi-n beraturan baik yang memuat maupun termuat dalam lingkaran satuan (Sullivan, 2012) berbantu Matlab. Tito (2020) mengembangkan apa yang telah dikerjakan oleh Bobby dengan menyelesaikan penghitungan luas segi-n tidak beraturan yang memuat lingkaran satuan dengan berbantu Scilab. Kedua penelitian itu dikembangkan berdasarkan yang kajian yang dibuat oleh Beni (2019) yang memberikan formula bagaimana menghitung segi-n beraturan dan tidak beraturan yang termuat maupun memuat lingkaran satuan berbantu MS Excel (Billo, 2007).

Penelitian yang telah dilakukan tersebut yaitu menghitung luas segi-n, didasarkan pada integral garis yang dilakukan pada lintasan yang tertutup dan sederhana dengan arah integrasi berlawanan dengan putaran jarum jam.

Varberg (2009) menyatakan bahwa luas daerah yang dibatasi oleh suatu kurva yang tertutup dan sederhana C dinyatakan oleh:

$$Luas = \frac{1}{2} \oint_C x dy - y dx \dots \dots \dots (i)$$

Formula tersebut bila diterapkan pada suatu persegi panjang dengan titik-titik sudut

$A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$, dan $D(x_4, y_4)$ dengan mengambil lintasan yang tertutup dan sederhana adalah ruas garis yang menghubungkan titik ABCDA (Bobby, 2019) akan menjadi:

$$Luas = \frac{1}{2}(x_1y_2 - y_1x_2) + \frac{1}{2}(x_2y_3 - y_2x_3) + \frac{1}{2}(x_3y_4 - y_3x_4) + \frac{1}{2}(x_4y_1 - y_4x_1) \dots (ii)$$

Formula tersebut ternyata tidak hanya berlaku untuk persegi panjang tetapi juga berlaku untuk segiempat apapun asalkan sisi-sisi segiempat tersebut menjadi lintasan yang tertutup dan sederhana dengan arah integrasi berlawanan arah putaran jarum jam. Formula luasnya menjadi:

$$Luas = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 (x_i y_{i+1} - y_i x_{i+1}) + \frac{1}{2} (x_4 y_1 - y_4 x_1) \dots \dots (iii)$$

Selanjutnya, setiap daerah yang mempunyai n titik sudut dengan titik sudutnya adalah A_i , dan untuk setiap A_i dan A_{i+1} terhubung dengan ruas garis a_i dengan $i = 1, 2, 3, \dots, n-1$ serta A_n dan A_1 terhubung oleh a_n , maka bisa dibentuk suatu lintasan yang tertutup dan sederhana C , dengan $C = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ dengan arah integrasi berlawanan dengan arah putaran jarum jam. Luas daerah tersebut dinyatakan oleh:

$$Luas = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} (x_i y_{i+1} - y_i x_{i+1}) + \frac{1}{2} (x_n y_1 - y_n x_1) \dots \dots (iv)$$

3. METODE PENELITIAN

Jenis penelitian adalah penelitian kajian pustaka. Penelitian dilakukan dengan merubah konsep panjang pada metode penghitungan luas menjadi berbasis titik. Penelitian dilakukan dengan menganalisa proses penghitungan menggunakan titik seperti yang dikembangkan oleh Beni (2019), Bobby (2019), dan Tito (2020).

Beberapa luas yang dikaji adalah luas bidang datar secara umum misalkan luas segitiga,

luas persegi panjang, luas jajar genjang, luas trapezium dan luas layang-layang. Hal khusus yang akan dikaji adalah luas bidang tanah yang bentuknya tidak teratur seperti teraturnya bentuk bidang pada bidang datar. Sumber bentuk tanah adalah peta tanah yang dimiliki oleh Badan Pertanahan Nasional.

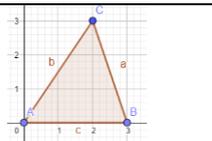
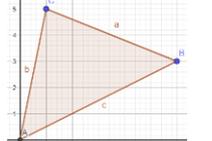
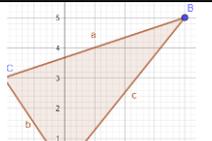
4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pembahasan penelitian dilakukan melalui dua bagian yaitu bagian 1 membahas konsep penghitungan luas daerah pada bidang datar dengan berbasis titik dan bagian 2 membahas penerapan konsep penghitungan luas bidang tanah berdasarkan peta tanah yang dimiliki oleh BPN.

4.1 Bidang Datar dan Luasnya

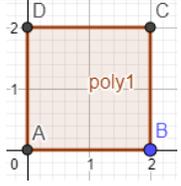
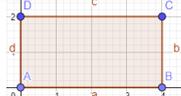
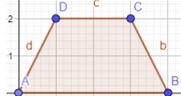
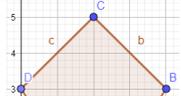
Berikut adalah beberapa bidang datar dan penghitungan luasnya berdasarkan konsep panjang dan konsep titik.

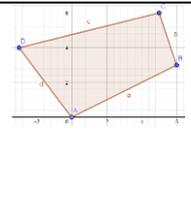
Tabel 1 Konsep Luas Segitiga

N	Bidang Datar	Luas (panjang)	Luas (titik)
o	Segitiga dengan titik sudut $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ dan Panjang p , tinggi t	$L = \frac{pt}{2}$	$= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 (x_i y_{i+1} - y_i x_{i+1}) + \frac{1}{2} (x_3 y_1 - y_3 x_1)$
1	 Segitiga dengan titik sudut $(0,0)$, $(3,0)$, $(2,3)$ dan Panjang $p = 3$, tinggi $t = 3$	$L = \frac{9}{2}$	Luas $L = \frac{1}{2} (0.0 - 0.3) + \frac{1}{2} (3.3 - 0.2) + \frac{1}{2} (2.0 - 0.3) = \frac{1}{2} (9)$
2		Panjang/tinggi mudah ditentukan tapi tinggi/panjang lain tidak mudah	Bisa dihitung
3		Salah satu dimensi mudah ditentukan, dimensi lain tidak mudah	Bisa dihitung

Berikut adalah tabel luas untuk segiempat dengan beberapa jenis segiempat.

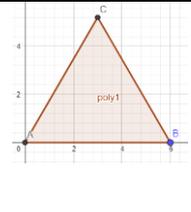
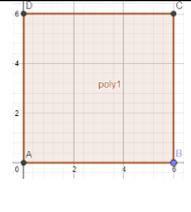
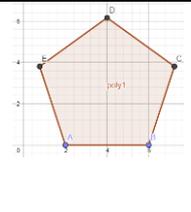
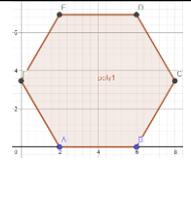
Tabel 2 Konsep Luas Segiempat

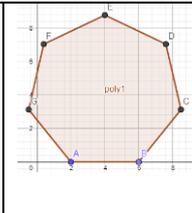
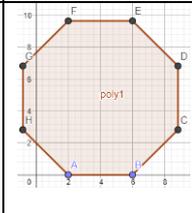
N	Bidang Datar	Luas (panjang)	Luas (titik)
o	Segiempat dengan titik sudut $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ dan $D(x_4, y_4)$		$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 (x_i y_{i+1} - y_i x_{i+1}) + \frac{1}{2} (x_4 y_1 - y_4 x_1)$
1		$L = ss$	$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 (x_i y_{i+1} - y_i x_{i+1}) + \frac{1}{2} (x_4 y_1 - y_4 x_1)$
2		$L = pl$	$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 (x_i y_{i+1} - y_i x_{i+1}) + \frac{1}{2} (x_4 y_1 - y_4 x_1)$
3	 Panjang alas a dan tinggi t	$L = at$	$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 (x_i y_{i+1} - y_i x_{i+1}) + \frac{1}{2} (x_4 y_1 - y_4 x_1)$
4	 Sisi sejajar a dan b serta tinggi t	$L = \frac{1}{2} (a + b)t$	$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 (x_i y_{i+1} - y_i x_{i+1}) + \frac{1}{2} (x_4 y_1 - y_4 x_1)$
5	 Diagonal bidang d_1 dan d_2	$L = \frac{1}{2} d_1 d_2$	$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 (x_i y_{i+1} - y_i x_{i+1}) + \frac{1}{2} (x_4 y_1 - y_4 x_1)$
6		Luas dihitung tidak langsung/berdasarkan jumlahan potongan kecil	$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 (x_i y_{i+1} - y_i x_{i+1}) + \frac{1}{2} (x_4 y_1 - y_4 x_1)$

7		Luas dihitung tidak langsung	$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 (x_i y_{i+1} - y_i x_{i+1}) + \frac{1}{2} (x_4 y_1 - y_4 x_1)$
---	---	---------------------------------------	--

Berdasarkan tabel 2, penghitungan luas semua bentuk segiempat cukup dilakukan dengan menggunakan satu formula, cukup berbeda dengan perhitungan luas dengan dasar panjang sisi. Selanjutnya perbandingan konsep luas untuk beberapa segi-n beraturan bisa diperhatikan pada table 3 berikut ini.

Tabel 3 Konsep Luas Segi-n Beraturan

N	Bidang Datar Segi-n Beraturan dengan titik sudut (x_1, y_1) , $(x_2, y_2), \dots$ dan (x_n, y_n)	Luas (panjang)	Luas (titik) $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (x_i y_{i+1} - y_i x_{i+1}) + \frac{1}{2} (x_n y_1 - y_n x_1)$
1		15,59	$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 (x_i y_{i+1} - y_i x_{i+1}) + \frac{1}{2} (x_3 y_1 - y_3 x_1)$
2		36	$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 (x_i y_{i+1} - y_i x_{i+1}) + \frac{1}{2} (x_4 y_1 - y_4 x_1)$
3		27,3	$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 (x_i y_{i+1} - y_i x_{i+1}) + \frac{1}{2} (x_5 y_1 - y_5 x_1)$
4		41,57	$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 (x_i y_{i+1} - y_i x_{i+1}) + \frac{1}{2} (x_6 y_1 - y_6 x_1)$

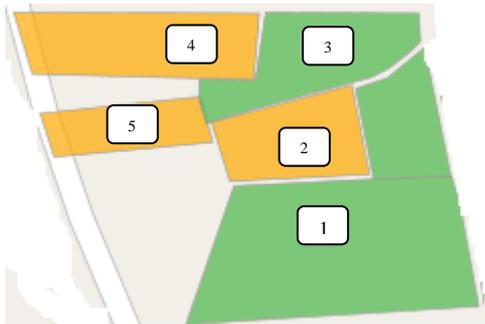
5		58,14	$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^6 (x_i y_{i+1} - y_i x_{i+1}) + \frac{1}{2} (x_7 y_1 - y_7 x_1)$
6		77,25	$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^7 (x_i y_{i+1} - y_i x_{i+1}) + \frac{1}{2} (x_8 y_1 - y_8 x_1)$

Berdasarkan tabel 3, konsep untuk menghitung luas berbasis titik cukup mudah selama titik-titik sudutnya diketahui koordinatnya. Pada sisi lain, menentukan titik sudut juga menjadi persoalan tersendiri dan kadang juga tidak mudah. Melalui manipulasi penghitungan, apabila diketahui salah satu titik dan panjang sisi atau jarak titik berat bidang ke salah satu titik sudutnya, maka semua titik bisa dihitung.

4.2 Konsep Penghitungan Luas Bidang Tanah

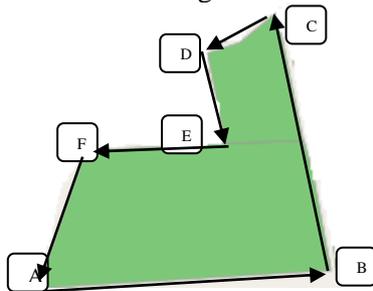
Paparan berikut akan berisi kajian bagaimana memanfaatkan konsep perhitungan luas berbasis titik untuk menghitung luas bidang tanah. Bidang tanah yang dimaksud adalah sketsa bentuk tanah yang ada pada sertifikat tanah. Permasalahan yang ada saat mengukur luas bidang tanah adalah bentuk bidang tanah (luasannya) tidak seteratur bidang datar yang di kenal. Hal ini membuat perhitungan luas tidak bisa menggunakan metode penghitungan yang ada. Konsep penghitungan berbasis titik memberikan penyelesaian yang baik, jika koordinat atau posisi titik-titik sudutnya diketahui dan diasumsikan antar dua titik dihubungkan dengan ruas garis. Secara umum informasi bentuk bidang tanah diambil dari situs <https://bhumi.atrbpn.go.id/>. Situs ini bisa diakses bagi siapa saja.

Misalkan diberikan bentuk bidang tanah sebagai berikut yang diambil suatu wilayah di Kabupaten Sleman, DIY.



Gambar 1 Beberapa Bentuk Bidang Tanah

Untuk menghitung daerah (1) bisa dilakukan dengan cara berikut ini:



Gambar 2 Penghitungan Luas 1

Bentuk bidang tanah diberikan label pada setiap titik sudutnya misalkan diberikan koordinat $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$, $D(x_4, y_4)$, $E(x_5, y_5)$, dan $F(x_6, y_6)$. Untuk setiap titik yang berdekatan misalkan A dan B dibuat garis lurus misalkan a_1 , titik B ke C dibuat garis a_2 dan seterusnya serta garis dari F ke A adalah a_6 . Dibentuk lintasan C dengan $C = a_1 + a_2 + \dots + a_6$. Lintasan C adalah lintasan yang tertutup dan sederhana. Akibatnya luas bidang tanah tersebut adalah:

$$Luas = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 (x_i y_{i+1} - y_i x_{i+1}) + \frac{1}{2} (x_6 y_1 - y_6 x_1)$$

Berdasarkan kajian tersebut, luas bidang tanah yang bentuknya tidak teratur, bisa dihitung atau minimal penghitungan pendekatan bisa menghasilkan penghitungan luas yang lebih akurat. Semakin banyak titik diambil dalam hal ini semakin banyak data yang akan dipakai untuk menghitung, maka luas yang diperoleh akan semakin baik. Bantuan untuk menangani permasalahan numerik berupa cukup banyaknya titik sudut yang terlibat bisa dibantu dengan Python atau Bahasa pemrograman lain atau bahkan dengan MS Excel. Berikut adalah skrip sederhana untuk menangani penghitungan luas

dengan masukan berupa banyak titik dan titik-titiknya.

```
print('=====')
print('Menghitung luas daerah berbasis titik')
print('=====')

print('Pasangan titik 1')
x1=int(input('nilai x1: '))
y1=int(input('nilai y1: '))

print('Pasangan titik 2')
x2=int(input('nilai x2: '))
y2=int(input('nilai y2: '))

print('Pasangan titik 3')
x3=int(input('nilai x3: '))
y3=int(input('nilai y3: '))

print('Pasangan titik 4')
x4=int(input('nilai x4: '))
y4=int(input('nilai y4: '))

print('Pasangan titik 5')
x5=int(input('nilai x5: '))
y5=int(input('nilai y5: '))

print('Pasangan titik 6')
x6=int(input('nilai x6: '))
y6=int(input('nilai y6: '))

luas=(x1*y2-y1*x2)+(x2*y3-y2*x3)+(x3*y4-y3*x4)+(x4*y5-
y4*x5)+(x5*y6-y5*x6)+(x6*y1-y6*x1);
print('Luas daerahnya adalah:',luas)
```

Gambar 3 Contoh Kode Hitung Luas

5. KESIMPULAN

Berdasarkan paparan yang telah disampaikan berikut adalah dua kesimpulan yang bisa dicapai:

1. Desain penghitungan luas bisa dikonstruksi dengan memanfaatkan titik sebagai pengganti dimensi panjang. Pemanfaatan titik ini membuat formula untuk menghitung luas menjadi lebih umum dan bisa diterapkan dengan formula yang sama untuk bidang datar yang berbeda.
2. Pemakaian titik dalam konstruksi penghitungan luas, bisa dikurangi kompleksitasnya dengan memanfaatkan Python dengan Bahasa yang cukup sederhana.

Selain kedua kesimpulan itu, hal yang masih bisa dikembangkan lebih lanjut adalah menyederhanakan masukan pada proses menghitung terutama di kehidupan sehari-hari supaya lebih praktis. Misalnya penggunaan *Global Positioning System* (GPS) untuk menentukan koordinat.

6. REFERENSI

- Beni Utomo. 2019. *Numerical Study On An Area Of Regular Polygon As A Concept Of Limit Approach For Unit Circle Using Line Integrals With MS Excel*. Journals of Physics Conference Series
- Josep, Billo. 2007. *Excel for Scientists and Engineers: Numerical Methods*. John Wiley and Sons: Canada.
- Michael Bobby. 2019. *Aplikasi Teorema Green pada Bidang dalam Menghitung Luas Segi-n dengan Bantuan MATLAB*. Universitas Sanata Dharma: Yogyakarta.
- Sullivan. 2012. *Trigonometry: A Unit Circle Approach, 9th Ed*. Pearson: Boston.
- Triatmoko, Vincensius Tito. 2021. *Implementasi Akibat teorema Green Pada Bidang untuk Menghitung Luas Segi-n Tidak Beraturan dibuat di Luar Lingkaran Satuan dengan bantuan Scilab*. Universitas Sanata Dharma.
- Varberg,D., Purcell, E., and Rigdon,D. 2009. *Calculus: 9th Edition*. Prentice-Hall Inc., New Jersey. <https://bhumi.atrbpn.go.id>