# ABSTRAK

**Laurentius Anindito Wisnu Susanto. *Graf Ideal Annihilator dan Graf Ideal Annihilator Eksak dari Ring Komutatif*. Skripsi. Program Studi Pendidikan Matematika. Jurusan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan. Universitas Sanata Dharma.**

Eksistensi annihilator pada ring memotivasi munculnya studi tentang representasi graf dari ideal annihilator dari sebuah ring komutatif. Kajian terkait graf ideal annihilator telah dipaparkan setidaknya oleh Behboodi & Rakeei (2011). Graf ideal annihilator dari sebuah ring $R$ dinotasikan dengan $\mathbb{AG}(R)$. Dua buah simpul berbeda $I$ dan $J$ bertetangga di $\mathbb{AG}(R)$ jika dan hanya jika $IJ = \langle 0_R \rangle$. Lebih lanjut, Lalchandani (2017) memaparkan sebuah kajian terkait struktur baru yang lebih spesifik yaitu graf ideal annihilator eksak. Graf ideal annihilator eksak dari sebuah ring $R$ dinotasikan dengan $\mathbb{EAG}(R)$. Dua buah simpul berbeda $I$ dan $J$ bertetangga di $\mathbb{EAG}(R)$ jika dan hanya jika $Ann(I) = J$ dan $Ann(J) = I$.

Jenis ring yang digunakan dalam penelitian ini adalah ring komutatif dengan satuan. Tujuan penelitian ini adalah untuk (1) menguraikan sifat-sifat graf ideal annihilator serta (2) menguraikan sifat-sifat graf ideal annihilator eksak dari sebuah ring komutatif. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi pustaka dengan cara mengumpulkan berbagai literatur, serta menguraikan dan membandingkan sifat-sifat graf ideal annihilator dan graf ideal annihilator eksak.

Untuk $\mathbb{AG}(R)$, hasil penelitian menunjukkan bahwa setiap ideal sejati tak nol dari ring Artin $R$ merupakan simpul di $\mathbb{AG}(R)$. Selain itu, $\mathbb{AG}(R)$ merupakan graf berhingga jika dan hanya jika banyaknya ideal di $R$ berhingga. Dipaparkan pula bahwa $\mathbb{AG}(R)$ merupakan graf terhubung, $diam\big(\mathbb{AG}(R)\big) \leq 3$, dan $g\big(\mathbb{AG}(R)\big) \leq 4$. Untuk $\mathbb{EAG}(R)$, hasil penelitian menunjukkan bahwa $\mathbb{EA}(R)^* = \mathbb{A}(R)^*$ dan $\mathbb{EAG}(R)$ merupakan graf bagian dari $\mathbb{AG}(R)$. Selain itu, sebarang komponen dari $\mathbb{EAG}(R)$ merupakan graf lengkap $K_1$ atau $K_2$ dan $\mathbb{EAG}(R)$ tidak memuat sikel.

Dalam penelitian ini juga dibahas beberapa sifat graf ideal annihilator dan graf ideal annihilator eksak dari ring $\mathbb{Z}_n$. $\langle \bar{p} \rangle$ dan $\langle \bar{q} \rangle$ bertetangga di $\mathbb{AG}(\mathbb{Z}_n)$ jika dan hanya jika $n|pq$. Untuk $\mathbb{EAG}(\mathbb{Z}_n)$, $\langle \bar{p} \rangle$ dan $\langle \bar{q} \rangle$ bertetangga jika dan hanya jika $n = pq$. Misalkan $\varphi(n)$ menyatakan banyaknya faktor positif dari $n$. Untuk sebarang bilangan bulat $n > 1$, $|\mathbb{A}(\mathbb{Z}_n)^*| = \varphi(n) - 2$. Bagian akhir dari penelitian ini menunjukkan bahwa $\mathbb{EAG}(\mathbb{Z}_n)$ merupakan gabungan terpisah dari $\left\lceil \frac{\varphi(n)}{2} - 1 \right\rceil$ buah graf lengkap $K_1$ atau $K_2$.

Kata kunci: ring komutatif, graf, graf ideal annihilator, graf ideal annihilator eksak.

# *ABSTRACT*

**Laurentius Anindito Wisnu Susanto.** ***The Annihilating-Ideal Graph and The Exact Annihilating-Ideal Graph of a Commutative Ring. Undergraduate Thesis. Mathematics Education Study Program. Department of Mathematics and Science Education. Faculty of Teacher Training and Education. Sanata Dharma University.***

*The existence of annihilator in a ring motivates the emergence of studies related to annihilating-ideal graph representation of a commutative ring. The annihilating-ideal graph has been studied, one of them, by Behboodi & Rakeei (2011). The annihilating-ideal graph of a ring R is denoted by* $\mathbb{AG}(R)$. *Two distinct vertices I and J are adjacent if and only if* $IJ = \langle 0_R \rangle$. *Moreover, Lalchandani (2017) has studied a more spesific structure namely the exact annihilating-ideal graph. The exact annihilating ideal graph of a ring is denoted by* $\mathbb{EAG}(R)$. *Two distinct vertices* $I$ *and* $J$ *are adjacent in* $\mathbb{EAG}(R)$ *if and only if* $Ann(I) = J$ *and* $Ann(J) = I$.

*The ring used in this study is a commutative ring with unity. The objectives of this study are to (1) describe properties of the annihilating-ideal graph and (2) describe properties of the exact annihilating ideal graph of a commutative ring. The method used in this research is literature study by collecting various literatures, as well as describing and comparing the properties of the annihilating-ideal graph and the exact annihilating-ideal graph.*

*For* $\mathbb{AG}(R)$, *the results show that every non zero proper ideal of Artinian Ring R are vertex in* $\mathbb{AG}(R)$. *Besides,* $\mathbb{AG}(R)$ *is a finite graph if and only f R has finitely many ideals. It is also explained that* $\mathbb{AG}(R)$ *is connected,* $diam\big(\mathbb{AG}(R)\big) \leq 3$, *and* $g\big(\mathbb{AG}(R)\big) \leq 4$. *For* $\mathbb{EAG}(R)$, *the study results show that* $\mathbb{EA}(R)^* = \mathbb{A}(R)^*$ *and* $\mathbb{EAG}(R)$ *is a subgraph of* $\mathbb{AG}(R)$. *Furthermore, any components of* $\mathbb{EAG}(R)$ *are complete graph* $K_1$ *or* $K_2$ *and* $\mathbb{EAG}(R)$ *doesn't contain a cycle.*

*This study also discusses some properties of the annihilating-ideal graph and the exact annihilating ideal graph of ring* $\mathbb{Z}_n$. $\langle\bar{p}\rangle$ *and* $\langle\bar{q}\rangle$ *are adjacent in* $\mathbb{AG}(\mathbb{Z}_n)$ *if and only if* $n|pq$. *For* $\mathbb{EAG}(\mathbb{Z}_n)$, $\langle\bar{p}\rangle$ *and* $\langle\bar{q}\rangle$ *are adjacent in* $\mathbb{AG}(R)$ *if and only if* $n = pq$. *Let* $\varphi(n)$ *denotes the number of positive factors of* $n$. *For any integers* $n > 1$, $|\mathbb{A}(\mathbb{Z}_n)^*| = \varphi(n) - 2$. *The final part of the study shows that* $\mathbb{EAG}(\mathbb{Z}_n)$ *is disjoint union of* $\left\lceil \frac{\varphi(n)}{2} - 1 \right\rceil$ *number of complete graph* $K_1$ *or* $K_2$.

*Keywords: commutative ring, graph, annihilating-ideal graph, exact annihilating ideal graph.*