

ISSN : 2087-0922
Vol. 5, No. 1, 21 Juni 2014

PROSIDING

SEMINAR NASIONAL SAINS DAN PENDIDIKAN SAINS IX

‘Sains dan pembelajaran sains yang menarik dan menantang’

Subtema:

“Kemajuan IPTEK dan Implementasi Kurikulum 2013”

Editor:

Dr. Didit Budi Nugroho., M.Si.

Nur Aji Wibowo., S.Si., M.Si.

Silvia Andini., S.Si., M.Sc.

Bidang:

Fisika dan Pendidikan Fisika

Kimia dan Pendidikan Kimia

Matematika dan Pendidikan Matematika



FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS KRISTEN SATYA WACANA
Jl. Diponegoro 52-60 Salatiga 50711, Indonesia
Telp.:(0298) 321212 (Hunting) ext 238
Telp./SMS:(0298)7100396
<http://fsm.uksw.edu>

**PROSIDING
SEMINAR NASIONAL SAINS DAN PENDIDIKAN SAINS IX**

Dewan Redaksi/Editor :

Dr. Didit Budi Nugroho, M.Si.

Nur Aji Wibowo, S.Si., M.Si.

Silvia Andini, S. Si., M.Sc.

Alamat Redaksi :

Fakultas Sains dan Matematika

Universitas Kristen Satya Wacana

Jl. Diponegoro 52-60 Salatiga 50711

Telp : (0298) 321212 ext 238

Fax : (0298) 321433

KATA PENGANTAR

Pesatnya perkembangan Ilmu Pengetahuan dan Teknologi (IPTEK) saat ini, menuntut setiap lapisan masyarakat untuk mengikuti perkembangannya. Dan tidak hanya berhenti pada tataran ini, namun menuntut pada tingkatan yang lebih tinggi yakni penguasaan IPTEK itu sendiri. Siswa hingga mahasiswa yang memegang tongkat estafet perkembangan IPTEK tak luput dari tuntutan akan kompetensi tersebut. Kompetensi akan ilmu-ilmu dasar seperti Matematika, Fisika dan Kimia mutlak diperlukan. Sehingga kemutakhiran informasi mengenai perkembangan IPTEK dan implementasi kurikulum dalam pembelajaran ilmu-ilmu dasar menjadi isu utama yang harus menjadi perhatian kalangan akademik.

Sebagai bagian dari institusi akademik, Fakultas Sains dan Matematika UKSW menunjukkan peran serta didalamnya melalui penyelenggaraan Seminar Nasional 2014 dengan sub-tema: “***Kemajuan IPTEK dan implementasi kurikulum 2013***” yang telah dilaksanakan pada tanggal 21 Juni 2014, pukul: 07.30 – 16.00 WIB, bertempat di Hotel Le Beringin, Jalan Jenderal Sudirman no. 160, Salatiga. Dokumentasi hasil seminar nasional termasuk didalamnya makalah lengkap hasil penelitian dan kajian teoritik tersusun dalam bentuk prosiding ini.

Semoga dengan diterbitkannya prosiding ini, dapat digunakan sebagai data awal untuk kajian selanjutnya dan dapat bermanfaat sebesar-besarnya bagi perkembangan IPTEK dan Pendidikan di Indonesia.

Terima kasih kami sampaikan kepada semua pihak yang telah membantu terlaksananya Seminar Nasional dan tersusunnya Prosiding ini dengan baik: para panitia, para pembicara, para pemakalah, para peserta dan kepada seluruh staf Fakultas Sains dan Matematika UKSW.

Salatiga, 21 Juni 2014

Nur Aji Wibowo, S.Si., M.Si
Ketua Panitia

SAMBUTAN DEKAN

Puji Syukur kami panjatkan kehadirat Tuhan YME karena atas berkat dan rahmatNya kita dimampukan untuk melaksanakan seminar Nasional ini. Semoga berkahNya yang melimpah juga menyertai kita semua.

Terima kasih yang tulus dan penghargaan setinggi tingginya, kami serahkan pada semua pihak yang telah berperan bagi berlangsungnya seminar ini , yaitu bagi para pembicara utama, para pemakalah yang telah bersusah payah menuangkan berbagai ragam ide dan analisa penelitian, juga kepada segenap panitia seminar dan Universitas Kristen Satya Wacana.

Budaya menulis ilmiah adalah salah satu ciri keberhasilan insan pendidikan dimanapun berada. Dengan semakin banyaknya sumbang pemikiran ilmiah , kami percaya bahwa ini akan menyumbangkan hal positif untuk dunia pendidikan dan masyarakat di Indonesia. Jadi marilah kita bersama – sama mencoba mengangkat harkat dan martabat bangsa Indonesia dengan setia menyumbang karya – karya ilmiah semacam ini.

Banyak ketidaksempurnaan dalam penyelenggaraan seminar ini, namun janganlah itu menjadi kendala bagi kita untuk tetap bersemangat mengembangkan diri bagi institusi dan bangsa kita. Selamat berseminar.
Terima Kasih

Salatiga, 21 Juni 2014

Dr. Suryasatriya Trihandaru, M.Sc.nat.
Dekan FSM

**JADWAL SEMINAR NASIONAL SAINS DAN PENDIDIKAN SAINS IX
HOTEL LE BERINGIN – SALATIGA, 21 JUNI 2014**

WAKTU	KEGIATAN
07.30 – 08.30	Daftar ulang + <i>Coffee Break</i> Pagi
08.30 – 08.35	Sambutan oleh Ketua Panitia (Nur Aji Wibowo, M. Si.)
08.35 – 08.45	Sambutan dan Pembukaan oleh Pembantu Rektor I (Prof. Ferdy S. Rondonuwu, S.Pd., M.Sc., P.hD)
08.45 – 10.00	Sidang Pleno 1 (Dr. Andika Fajar, M. Eng.)
10.00 – 11.15	Sidang Pleno 2 (Dr. Das Salirawati, M. Si.)
11.15 – 12.30	Ishoma
12.30 – 14.45	Sidang Paralel
14.45 – 15.00	<i>Coffee Break</i> Sore
15.00 – 16.30	Sidang Paralel lanjutan

DAFTAR ISI

PEMAKALAH UTAMA

**PERKEMBANGAN IPTEK TERKINI DAN KETERKAITANNYA DENGAN DUNIA
PENDIDIKAN DI PERGURUAN TINGGI** 1 - 10

Dr. Andika Fajar, M.Eng.

KURIKULUM 2013, KKNi DAN IMPLEMENTASINYA 11-22

Dr. Das Salirawati, M.Si

PEMAKALAH PARALEL

BIDANG FISIKA DAN PENDIDIKAN FISIKA

**MODIFIKASI PROSES PENYULINGAN MINYAK ATSIRI – STUDI KASUS
DI DESA PURWASABA, BANJARNEGARA** 23-26

Sidharta Sahirman, Arief Sudarmaji, Ardiansyah, Krisandi Wijaya

**AKTIVITAS SEISMOTEKTONIK DALAM MENENTUKAN PERCEPATAN
DAN KECEPATAN TANAH MAKSIMUM DI SULAWESI BARAT** 27-30

Muhammad Altin Massinai, Lantu, A. Rixs Jayanti Amruh

**PENGARUH REDAMAN GILBERT TERHADAP POLA PEMBALIKKAN
MAGNETISASI BAHAN FERROMAGNETIK KUAT COBALT-PLATINUM-
CHROMIUM PADA SUHU RUANG** 31-34

Kukuh Azis Wahyu, Muhamad Azhar Ma'arif, Nur Aji Wibowo

**KARAKTERISTIK ELEKTRIK NANOPARTIKEL BaTiO₃ UNTUK APLIKASI
MATERIAL MULTIFERROIC** 35-42

Dwita Suastiyanti, Moh.Hardiyanto, Marlin Wijaya

**PENGUKURAN KONSENTRASI LARUTAN GULA MENGGUNAKAN SENSOR
ULTRASONIK** 43-46

Indria Puspa Yaniar, Nur Aji Wibowo, Andreas Setiawan

**STUDI DAN EKSPERIMEN DASAR PULSE DETONATION ENGINE
DENGAN BAHAN BAKAR HIDROGEN - OKSIGEN** 47- 52

Jayan Sentanuhady, Arwanto Lakat

**STUDI PENGARUH AUDIO FARMING FREQUENCY TERHADAP PEMBUKAAN
STOMATA DAN PERTUMBUHAN SAWI SENDOK (*Brassica Juncea*)** 53-59

Novi Triyono, Made Rai Suci Shanti, Adita Sutresno

**PENGARUH POSISI SPEAKER TERHADAP PETUMBUHAN IKAN NILA
(*Oreochromis niloticus*) MENGGUNAKAN AUDIO FARMING
FREQUENCY 20 – 10000 Hz** 60-63

Setya Purwaka, Suryasatriya Trihandaru, Adita Sutresno

**ANALISIS REDUKSI GAS H₂S UNTUK MENINGKATKAN KUALITAS BIOGAS
BERBAHAN BAKU SAMPAH ORGANIK BUAH-BUAHAN** 64 -65

Feti Eka Rahayu

RANCANG BANGUN <i>HYBRID BATTERY CHARGER</i> MENGGUNAKAN METODE <i>PI CONTROLLER</i> UNTUK DAERAH TERPENCIL	66-72
<i>Saifuddin, Arman Jaya, Eka Prasetyono</i>	
RANCANG BANGUN ALAT PENGHASIL ENERGI LISTRIK BERSUMBER PADA <i>AIR CLIMBER</i> MENGGUNAKAN METODE PENGENDALI PROPORSIONAL INTEGRAL	73-79
<i>Tofan Arif Kusuma, Indhana Sudiharto, Eka Prasetyono</i>	
APLIKASI METODE VLF-EM UNTUK MEMETAKAN STRUKTUR BAWAH PERMUKAAN TANAH (STUDI KASUS LUSI PORONG SIDOARJO)	80-86
<i>Juan PGN Rochman, A. Syaeful Bahri, Teguh Hariyanto, Ira M. Anjasmara</i>	
RANCANG BANGUN <i>SMART PROTECTION</i> UNTUK PROTEKSI GANGGUAN EKSTERNAL PADA TRANSFORMATOR 3 FASA	87-94
<i>Edo Wahyu Priyoko, Yahya Chusna Arif, Suhariningsih</i>	
ALAT PEMUTAR <i>BALL MILL</i> MENGGUNAKAN SISTEM KONTROL LOGIKA <i>FUZZY</i>	95-101
<i>Arif Firmansyah, Sutedjo, Era Purwanto</i>	
PERANCANGAN ALAT PEMBELAJARAN LISTRIK STATIS MENGGUNAKAN GENERATOR VAN DE GRAFF SEDERHANA	102-104
<i>Arif Kresno Prasetyo, Inti Mustika, Made Rai Suci Shanti, Suryasatriya Trihandaru</i>	
RANCANG BANGUN SISTEM <i>HYBRID</i> UNTUK PENYEDIA TENAGA LISTRIK 450 VA BEBAN RUMAH TANGGA	105-111
<i>M. Syahrin Nashir, Gigih Prabowo, ST, MT, Novie Ayyub W., ST., MT., PhD</i>	
SISTEM PEMBANGKIT LISTRIK TENAGA <i>HYBRID</i> UNTUK PENGOPERASIAN KINERJA LAMPU LED PADA MERCUSUAR SECARA OTOMATIS	112-116
<i>Jaka Rinanda, Gigih Prabowo, M. Machmud Rifadil</i>	
PENGUNAAN KAPASITOR <i>BANK</i> DAN <i>TUNED FILTER</i> UNTUK PERBAIKAN FAKTOR DAYA SERTA MEREDUKSI HARMONISA PADA BEBAN NON LINEAR	117-124
<i>Bondan Daniswara, Yahya Chusna Arif, Sutedjo</i>	
EFISIENSI PENERANGAN JALAN UMUM MENGGUNAKAN SENSOR GERAK BERBASIS MIKROKONTROLER	125-133
<i>William Timotius S., Mohamad Safrohin, Suryono</i>	
SINTESA MAGNET PERMANEN BARIUM FERRIT DAN KARAKTERISASI STRUKTUR SERTA KEMAGNETANNYA	134-138
<i>Bilalodin</i>	
SISTEM <i>BATTERY CHARGER</i> DENGAN MEMANFAATKAN SUMBER ENERGI ANGIN UNTUK PENGISIAN AKI	139-144
<i>Fadil Firmansyah, Arman Jaya, Suryono</i>	
RANCANG BANGUN POWER FACTOR CONTROLLER DILENGKAPI DENGAN MONITORING PADA PC	145-152
<i>Moch. Rizal Pahlevi, Yahya Chusna Arif, Mohamad Safrohin</i>	

EFISIENSI PEMAKAIAN LISTRIK RUMAH TANGGA DENGAN POWER FACTOR CORRECTION MENGGUNAKAN STATIC VAR COMPENSATOR <i>Indhana Sudiharto, Eka Prasetyono, Azharizal Fajar Amru Ryad</i>	153-161
PEMUTUSAN BEBAN OTOMATIS (AUTOMATIC LOAD SHEDDING) <i>Rina Septiyani D.S , Indhana Sudiharto , Sutedjo</i>	162-166
PROTOTIPE PLTA DENGAN MEMANFAATKAN ENERGI KINETIK AIR UNTUK PENERANGAN <i>Naftalin Winanti, Arman Jaya, Suhariningsih</i>	167-177
REKONSTRUKSI FILE JPEG TERFRAGMENTASI MENGGUNAKAN BACKPROPAGATION <i>R. Dion Handoyo Ontoseno, Muhtadin, Mauridhi Hery Purnomo</i>	178-184
STUDI PENGARUH MAGNETISASI TERHADAP PENINGKATAN NILAI PEMBAKARAN MINYAK JELANTAH <i>Arcadius Rizky Dahniar, Andreas Setiawan , Nur Aji Wibowo</i>	185-187
PENGUKURAN AKTIVITAS OPTIK BERBANTUAN KOMPUTER <i>Elisabeth Dian Atmajati, Ign Edi Santosa</i>	188-192
IDENTIFIKASI SUSU SAPI MURNI DAN SUSU SAPI YANG MENGANDUNG PEROKSIDA DENGAN SPEKTROSKOPI INFRAMERAH DEKAT DENGAN TEKNIK PCA <i>Joko Nur Arippin, Adita Sutresno, Ferdy S. Rondonuwu</i>	193-196
SOLUSI PERSAMAAN DIRAC UNTUK POTENSIAL MANNING ROSEN HIPERBOLIK PLUS TENSOR TIPE COULOMB PADA SPIN SIMETRI MENGGUNAKAN POLINOMIAL ROMANOVSKI <i>Kholida Ismatulloh, Suparmi, Cari</i>	197-200
SOLUSI PERSAMAAN DIRAC UNTUK POTENSIAL SCARF II TRIGONOMETRI TERDEFORMASI-Q PLUS TENSOR TIPE COULOMB DENGAN MENGGUNAKAN METODE NIKIFOROV UVAROV <i>ST. Nurul Fitriani, Cari</i>	201-206
PENYELESAIAN PERSAMAAN DIRAC UNTUK POTENSIAL ROSEN MORSE HIPERBOLIK DENGAN COULOMB LIKE TENSOR UNTUK SPIN SIMETRI MENGGUNAKAN METODE HIPERGEOMETRI <i>Tri Jayanti, Suparmi, Cari</i>	207-211
SOLUSI PERSAMAAN DIRAC PADA KASUS SPIN SIMETRI UNTUK POTENSIAL SCARF TRIGONOMETRIK PLUS COULOMB LIKE TENSOR DENGAN METODE POLINOMIAL ROMANOVSKI <i>Alpiana Hidayatulloh , Suparmi, Cari</i>	212-218
DESAIN SISTEM MONITORING DAN KONTROL PENGGUNAAN ENERGI LISTRIK MENGGUNAKAN WIRELESS SENSOR NETWORK <i>Muhammad Sirojuddin, Wirawan, Mochamad Ashari</i>	219-225

ANALISA FUNGSI ENERGI DAN FUNGSI GELOMBANG DARI POTENSIAL ECKART PLUS HULTHEN DIMENSI-D DENGAN METODE NIKIFOROV–UVAROV <i>Luqman Hakim, Cari, Suparmi</i>	226-232
PEMANFAATAN ALTERNATOR DC DENGAN INVERTER PADA (PLTMh) SEBAGAI PENYEDIA DAYA LISTRIK PRODUKTIF DI DUSUN SINGOSAREN IMOGIRI YOGYAKARTA <i>Muhammad Suyanto, Naniek Widyastuti</i>	233-240
PIRANTI CERDAS PEMANTAUAN TRACKING BENDA BERGERAK DENGAN FITUR LBS (LOCATION BASED SERVICE) BERBASIS MOBILE <i>Uning Lestari, Samuel Kristiyana</i>	241-249
RANCANG BANGUN RANGKAIAN RELE PENGAMAN UNTUK MENGATASI GANGGUAN MOTOR INDUKSI 3 FASA <i>Endro Wahjono, Suhariningsih, Achmad Rhana Ferditya</i>	250-255
PEMODELAN DAN SIMULASI NUMERIK GERAK OSILASI SISTEM BANDUL – PEGAS BERSUSUN ORDE KEDUA DALAM DUA DIMENSI <i>Frando Heremba, Nur Aji Wibowo, Suryasatriya Trihandaru</i>	256-261
PEMANFAATAN LED (LIGTH EMITING DIODA) SEBAGAI PENDETEKSI KECERAHAN CAHAYA MATAHARI <i>José Da Costa, Made Rai Suci Santi, Suryasatriya Trihandaru</i>	262- 268
PENENTUAN PROFIL NIKEL LATERIT MENGGUNAKAN METODE GEOLISTRIK TAHANAN JENIS DAERAH ENTROP KOTA JAYAPURA <i>Virman, Endang Hartiningsi, Risal Patiung¹, Muhammad Altin Massinai</i>	269-274
PENENTUAN PARAMETER ORIENTASI LUAR KAMERA DARI WAHANA UAV MENGGUNAKAN KOMBINASI MODEL VEKTOR DAN ALGORITMA PARTICLE SWARM OPTIMIZATION <i>Asadillah Hafid, Agung Budi Cahyono, Teguh Hariyanto</i>	275-281
MODEL PERSAMAAN DIFERENSIAL ELEKTROKARDIOGRAM DENGAN INTERVAL DENYUT BERDISTRIBUSI GAMMA <i>Suryasatriya Trihandaru</i>	282-286
PEMETAAN DAERAH RAWAN LONGSOR DENGAN METODE PENGINDERAAN JAUH DAN OPERASI BERBASIS SPASIAL (STUDI KASUS : KOTA BATU, JAWA TIMUR) <i>Hana Sugiastu Firdaus, Bangun Muljo Sukojo</i>	287-295
MENENTUKAN HAMBATAN UDARA DALAM PROSES PERNAFASAN MANUSIA DENGAN LOGGER PRO <i>Joko Nur Arippin, Made Rai Suci Shanti, Andreas Setiawan</i>	296-299
ANALISIS CAHAYA KELUARAN PADA SERAT OPTIK TERBENGGOKKAN UNTUK APLIKASI WEIGH IN MOTION <i>Wahyu Hidayat, Ahmad Marzuki, Ari Setyawan</i>	300-304

SEARCH ENGINE OPTIMIZATION MENGGUNAKAN PARTICLE SWARM OPTIMIZATION <i>Sudarmaji Surya Sumpeno Mochamad Hariadi</i>	305-311
VARIATIONS IN BIOVOLTAGE PARAMETERS AGAINST AN EXPERT SYSTEM OF ACUPUNCTURE THERAPY FOR PATIENTS WITH TINNITUS <i>Yudha Herlambang, Suhariningsih, Totok Soehartanto</i>	312-321
PENGARUH WAKTU MILLING TITANIUM DIOKSIDA DOPING DYE TECTONA GRANDIS TERHADAP SIFAT LISTRIK SOLAR SEL <i>Sunardi, Kartika Sari</i>	322-325
INTERNET GRATIS UNTUK MASYARAKAT DENGAN MEMANFAATKAN BANDWIDTH TIDUR KORPORASI GUNA PENINGKATAN WIRAUSAHA LOKAL <i>Joko Triyono</i>	326-337
SISTEM PENERANGAN DENGAN SUPLAI TENAGA HYBRID UNTUK EFISIENSI ENERGI <i>Renny Rakhmawati, Safira Nur Hanifah</i>	338-343
PERKIRAAN CARBON FOOTPRINT INDUSTRI TAHU BANYUMAS – LANGKAH AWAL MENUJU INDUSTRI HIJAU <i>Sidharta Sahirman, Ardiansyah</i>	344-348
EVALUASI DAYA DUKUNG LAHAN UNTUK INDUSTRI BESAR DI KECAMATAN UNGARAN BARAT DAN UNGARAN TIMUR <i>Rosa Oktorianti, Purwanto, Budiono</i>	349-354
PERANGKAT SISTEM PEMBAYARAN TOL OTOMATIS DENGAN SENSOR RFID AKTIF <i>Ivan Sebastian Lukmana , Arnold Aribowo</i>	355-362
PEMBELAJARAN BERBASIS PROYEK PADA MATA KULIAH FISIKA LINGKUNGAN UNTUK MENUMBUHKAN KEPEDULIAN PADA LINGKUNGAN <i>Duwi Nuvitalia</i>	363-367
ANALISIS CONTENT CONCEPT FISIKA KELAS X SMK PADA JURUSAN TEKNIK KENDARAAN RINGAN (TKR) <i>Susilawati, Hadiyati Idrus, Masturi, Ani Rusilowati</i>	368-374
ANALISIS PEMAHAMAN SISWA SMA TERHADAP FLUIDA PADA HUKUM ARCHIMEDES <i>Fitri Setyo N, Suharto Linuwih</i>	375-379
USAHA MENUMBUHKAN KREATIVITAS PESERTA DIDIK DALAM MEMBUAT KARYA IPA DENGAN MODEL PEMBELAJARAN PROBLEM BASED INSTRUCTION DI SMP NEGERI 1 TEMANGGUNG <i>Bambang Surahmadi, Ishafit</i>	380-385
PENGUKURAN KONSTANTA PENDINGINAN NEWTON <i>Nanik Suryani, Ign Edi Santosa</i>	386-390

INOVASI PEMBELAJARAN FISIKA DENGAN METODE “EYETRACKING ANALYSIS BASED CAMERA” (STUDI KASUS PADA PEMBELAJARAN HUKUM KEKALKAN MOMENTUM) 391-400

Maya Wulandari, Diane Noviani, Debora Natalia Sudjito

PENGEMBANGAN MEDIA ULAR TANGGA DALAM PEMBELAJARAN FISIKA UNTUK MENINGKATKAN LIVING VALUES MAHASISWA 401-411

Sri Jumini

ANALISIS PEMAHAMAN SISWA SMA TERHADAP FLUIDA PADA KONSEP GAYA APUNG 412-424

Suharto Linuwih, Fitri Setyo N

PEMBELAJARAN FISIKA MODERN DENGAN MODEL KOOPERATIF TIPE STAD DITINJAU DARI KEMAMPUAN BERKOMUNIKASI 425-431

Sri Jumini

TEKNIK AFIRMASI SEBAGAI UPAYA ANTISIPATIF DALAM IMPLEMENTASI KURIKULUM 2013 432-439

Muzamil Huda

BIDANG KIMIA DAN PENDIDIKAN KIMIA

PEMBEKALAN KEMAMPUAN MAHASISWA CALON GURU KIMIA DALAM MEMBANGUN KARAKTER SISWA SMA MELALUI MATA KULIAH PROGRAM PENGALAMAN LAPANGAN (PPL) 440-445

Wawan Wahyu

MODEL SUPERVISI PENGAJARAN KIMIA SMA BERBASIS KOMPETENSI OFESIONAL (SPK-SMA-BKP) 446-456

Katarina Herwanti

EKSPERIMEN “BOTOL BIRU” ALTERNATIF DALAM PEMBELAJARAN KIMIA UNTUK MENINGKATKAN HASIL BELAJAR LAJU REAKSI 457-466

Katarina Herwanti

AKTIVITAS ANTIOKSIDAN EKSTRAK KULIT BATANG TRENGGULI (*Cassia fistula*) DENGAN UJI DPPH 467-471

Hermien Noorhajati

KARAKTERISTIK SEBARAN OZON DENGAN PENDEKATAN MODEL LINIEAR DAN NON LINEAR 472-479

Dian Yudha Risdianto

KONSENTRASI OZON YANG TERKOREKSI DARI HASIL OBSERVASI DI BALAI PENGAMATAN DIRGANTARA WATUKOSEK 480-485

Dian Yudha Risdianto

PENGGUNAAN GUM ARAB SEBAGAI STABILISATOR NANOPARTIKEL EMAS (AuNP) UNTUK DIAGNOSIS DAN TERAPI KANKER 486-490

Anung Pujiyanto, Mujinah, Hotman Lubis, Witarti, Herlan Setiawan, Dede K, Pony Purnamasari H, Sutriyo, Abdul Mutalib

SINTESIS DAN KARAKTERISASI 1,7-DIFENIL-1,4,6-HEPTATRIEN-3-ON SEBAGAI BAHAN ZAT WARNA MELALUI KONDENSASI ALDOL SILANG <i>Sugeng Triono, Winarto Haryadi</i>	491-498
ANALISIS SIFAT KOROSI KOMPOSIT PANi-SiO₂/ACRYLIC PAINT PADA MEDIUM 3,5% NaCl <i>Munasir, A. Arifudin Zuhri, N. Primary Putri, Pirim Setiyarso</i>	499-505
PERBANDINGAN MUTU RADIOFARMAKA METOKSI ISOBUTIL ISONITRIL PRODUKSI LOKAL DENGAN PRODUK IMPOR <i>Widyastuti*, Anna Roselliana, Agus Ariyanto, Sri Aguswarini, Endang Sarmini, Fadil Natsir</i>	506-511
UJI BANDING RADIOFARMAKA METILEN DIFOSFONAT PRODUK LOKAL DENGAN PRODUK IMPOR <i>Anna Roselliana*, Widyastuti Widjaksana, Agus Ariyanto, Enny Lestari, Fadil Nazir</i>	512-517
VALIDASI KIT RADIOIMMUNOASSAY AFLATOKSIN B₁ <i>Puji Widayati, Agus Ariyanto, Triningsih, Veronika Yulianti Susilo, Wening Lestari</i>	518-522
SINTESIS NUKLEOTIDA BERTANDA [γ-³²P]ATP SECARA ENZIMATIS DENGAN DL-GLISERALDEHID-3-FOSFAT <i>Wira Y Rahman*, Endang Sarmini, Herlina, Triyanto, Hambali, Abdul Mutalib, Santi Nurbaiti</i>	523-529
FORTIFIKASI LEMON PADA PRODUKSI KEJU COTTAGE SERTA ANALISIS KANDUNGAN GIZINYA <i>F. Maria Titin Supriyanti, Pipit Fajar Fitria</i>	530-535
AKTIVITAS ANTIOKSIDAN TEH ROSELA (<i>Hibiscus sabdariffa</i>) SELAMA PENYIMPANAN PADA SUHU RUANG <i>Gebi Dwiyantri dan Hati Nurani K.</i>	536-541
BUAH MENGGUDU (<i>Morinda Citrifolia</i> L) SEBAGAI SUMBER ANTIOKSIDAN PADA RODUKSI MINUMAN FUNGSIONAL YOGHURT <i>Zackiyah, Gebi Dwiyantri, Florentina Maria Titin Supriyanti</i>	542-549
PREPARASI TARGET ITRIMUM UNTUK PEMBUATAN RADIOISOTOP Zr-89 DENGAN SIKLOTRON <i>Daya Agung Sarwono, Cahyana Amiruddin, Herlan Setiawan dan Hotman Lubis</i>	550-554
KAROTENOID SEBAGAI PREKURSOR FLAVOR: MENGENAL PREKURSOR FLAVOR TURUNAN KAROTENOID PADA BERBAGAI SUMBER BAHAN ALAM <i>Cicilia Aristya Dyah Puspita, Leo Senobroto, Ferry Fredy Karwur</i>	555-564
PROSES ETSA ANISOTROPIK SILIKON (Si) DALAM LARUTAN TETRAMETIL AMONIUM HIDROKSIDA : ISOPROPIL ALKOHOL : PYRAZINE DAN KARAKTERISASINYA <i>Slamet Widodo dan Nanang Sudrajad</i>	565-570
PEMBUATAN SERBUK TIMAH OKSIDA NANO KRISTALIN DENGAN METODE SOL GEL DAN KARAKTERISASINYA <i>Slamet Widodo dan Tony Kristiantoro</i>	571-576

PERILAKU MENCIT YANG DIBERI SECARA BERULANG IKAN ERFORMALIN DAN KLOOROFILIN <i>Alfons Andrew Maramis</i>	577-585
KANDUNGAN LOGAM DALAM AIR DAN SEDIMEN TAILING AMALGAMASI TAMBANG EMAS TALAWAAN <i>Tommy Martho Palapa, Alfons Andrew Maramis</i>	586-593
PEMANTAUAN MELALUI OBSERVASI LAPANG, PENCITRAAN SATELIT, DAN SIG TAMBANG TALAWAAN-TATELU <i>Tommy Martho Palapa, Alfons Andrew Maramis</i>	594-601
PENENTUAN PATI RESISTEN DAN KADAR GIZI MI GANDUM UTUH (<i>Triticum aestivum</i> L.) VARIETAS DEWATA <i>Febrine Pentadini, Silvia Andini, Sri Hartini</i>	602-607
OPTIMALISASI FERMENTASI TEPUNG JALI (<i>Coix lacryma-jobi</i> L.) TERMODIFIKASI DITINJAU DARI KADAR PROTEIN TERLARUT <i>Vera Puspita Anggraini, Silvia Andini, Yohanes Martono, Sri Hartini, Sylvia Yuniarini Setiawan, Angga Dwika Kumala Putra, Harry Setiawan Saputra</i>	608-611
PENGARUH FORTIFIKASI KONSENTRAT PROTEIN KEDELAI DAN FERMENTASI TERHADAP KADAR GIZI TEPUNG JALI (<i>Coix lacryma-jobi</i> L.) <i>Vera Puspita Anggraini*, Silvia Andini, Yohanes Martono, Sri Hartini, Sylvia Yuniarini Setiawan, Angga Dwika Kumala Putra, Harry Setiawan Saputra</i>	612-614
OPTIMASI PENYERAPAN MOLIBDENUM-99 PADA MATERIAL BERBASIS ZIRKONIUM (MBZ) <i>Indra Saptiama, Herlina, Endang Sarmini, Sriyono, Hotman Lubis, Herlan Setiawan, Marlina, Abdul Mutalib</i>	615-620
PATI RESISTEN BISKUIT GANDUM UTUH (TRITICUM AESTIVUM L) VARIETAS DWR-162 <i>Anik Tri Haryani*, Silvia Andini, Sri Hartini</i>	621-624
STERILISASI UDARA DAN CLEAN ROOM MENGGUNAKAN PERALATAN FOGGING AEROSEPT 8000 <i>Robertus Dwi Hendarto*, Enny Lestari, Sudarsih, Suharmadi</i>	K 1-5
PENGARUH LAMA EKSTRAKSI TERHADAP RENDEMEN DAN PARAMETER FISIKO-KIMIAWI MINYAK BIJI TUMBUHAN KUPU-KUPU (BAUHINIA PURPUREA L.) <i>E. Mega Kurnia Dewi, Hartati Soetjipto, A. Ign. Kristijanto</i>	K 6-10
KARAKTERISASI DAN KOMPOSISI KIMIA MINYAK BIJI TUMBUHAN KUPU-KUPU (BAUHINIA PURPUREA L.) BUNGA MERAH MUDA <i>E. Mega Kurnia Dewi, Hartati Soetjipto, A. Ign. Kristijanto</i>	K 11-17

BIDANG MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA

MODIFIKASI DISTRIBUSI PERJALANAN ANGKUTAN KERETA API PENUMPANG DENGAN MODEL GRAVITASI 625-628

Joko Riyono

METODE RASIONAL EKSPLISIT UNTUK MASALAH NILAI AWAL 629-635

Sudi Mungkasi

PERAMBATAN GELOMBANG SHOCK AKIBAT HANCURNYA SUATU BENDUNGAN LINGKAR 636-641

Sudi Mungkasi

KARAKTERISTIK INFLASI KOTA-KOTA DI INDONESIA BAGIAN BARAT 642-648

Adi Setiawan

VERIFIKASI DAN IDENTIFIKASI TANDATANGAN OFFLINE MENGGUNAKAN WAVELET DAN LEARNING VECTOR QUANTIZATION 649-655

Agus Wibowo, Wirawan, Yoyon K Suprpto

SISTEM PAKAR FUZZY UNTUK MENDIAGNOSA PENYAKIT PADA TANAMAN KAKAO BERBASIS SMS GATEWAY 656-662

Yosafat Pati Koten, Albertus Joko Santoso, Thomas Suselo

PENDEKATAN LOGIKA TERHADAP VERIFIKASI FORMAL “PROTOKOL CryptO-0N2 WITH THE BLIND SCHNORR SIGNATURE SCHEME IMPLEMENTATION“ 663-675

Esti Rahmawati Agustina, Ikhsan Budiarso

MODEL KOREKSI KESALAHAN DENGAN METODE BAYESIAN PADA DATA RUNTUN WAKTU INDEKS HARGA KONSUMEN KOTA - KOTA DI PAPUA 676-685

Mitha Febby R. D, Adi Setiawan, Hanna Arini Parhusip

APLIKASI BALANAR V.1.0 : PENGGUNAAN FILE AUTHENTICATION DAN USB DONGLE PADA OTENTIKASI SEBUAH SISTEM 686-694

Sandromedo Christa Nugroho

KESALAHAN SPESIFIKASI MODEL PADA DATA CACAH MENYEBABKAN OVERDISPERSI 695-701

Timbang Sirait

PENERAPAN WALSH HADAMARD TRANSFORM (WHT) DALAM MENGUKUR KRITERIA BALANCEDNESS DAN CORRELATION IMMUNITY PADA FUNGSI BOOLEAN ACAK 702-709

A'mas

PERBANDINGAN MODEL DATA RESPON BERGANDA BERULANG DARI SEBARAN NORMAL BAKU, LOGNORMAL, DAN GAMMA 710-715

Timbang Sirait

MODEL LINEAR CAMPURAN DUA-TAHAP UNTUK DATA LONGITUDINAL TAK SEIMBANG <i>Retno Budiarti</i>	716-723
PENENTUAN KUALITAS SOAL PILIHAN BERGANDA BERDASARKAN UJI RELIABILITAS KUDER-RICHARDSON, ANALISIS BUTIR DAN METODE FUZZY SUGENO <i>Christina R. N. Yedidya, Bambang Susanto, dan Lilik Linawati</i>	724-732
PENERAPAN BENTUK SELISIH KUADRAT DUA BILANGAN UNTUK MENYELESAIKAN MASALAH ARITMATIKA <i>Yoanna Krisnawati, Prapti Mahayuningsih</i>	733-738
POLA DISTRIBUSI INTERVAL DENYUT JANTUNG DENGAN MEMANFAATKAN JUMLAHAN FUNGSI GAUSS YANG DIOPTIMASI SECARA NELDER-MEAD SIMPLEX <i>Herlina D Tendean, Hanna A Parhusip, Suryasatria Trihandaru, Bambang Susanto</i>	739-747
EFISIENSI MODEL CAMPURAN LINEAR DISTRIBUSI T DENGAN PROSES AUTOREGRESIF PADA DATA LONGITUDINAL <i>Cucu Sumarni</i>	748-755
STUDI TENTANG ALIRAN TAK TUNAK FLUIDA SIKKO ARTERI STENOSIS <i>Indira Anggriani, Basuki Widodo</i>	756-763
PENGARUH SUDUT PERTEMUAN SALURAN TERHADAP PROFIL SEDIMENTASI <i>Mita Sany Untari dan Basuki Widodo</i>	764-773
PENGARUH LAJU ALIRAN SUNGAI UTAMA DAN ANAK SUNGAI TERHADAP PROFIL SEDIMENTASI DI PERTEMUAN DUA SUNGAI MODEL SINUSOIDAL <i>Yuyun Indah Trisnawati, Basuki Widodo</i>	774-783
PERENCANAAN PRODUKSI BERDASARKAN PROGRAM LINEAR DENGAN PERMINTAAN YANG DIRAMALKAN <i>Dewi Rimbasari, Lilik Linawati, Bambang Susanto</i>	784-789
SISTEM PENDUKUNG KEPUTUSAN PEMILIHAN TEMPAT WISATA DI TIMOR LESTE DENGAN METODE LECTRE <i>Oktovianus Pareira, Alb. Joko Santoso, Patricia Ardanari</i>	790-796
APLIKASI RUMUS ANALOGI NAPIER PADA SEGITIGA BOLA DALAM PENENTUAN ARAH SALAT UMAT ISLAM <i>Agus Solikin</i>	797-805
RANCANG BANGUN APLIKASI E-LEARNING BANGUN RUANG TIGA DIMENSI BERBASIS MOBILE ANDROID <i>Parno, Matilda Khaterine, Dharmayanti</i>	806-814
PENERAPAN ASPEK MATEMATIKA PADA BANGUNAN PIRAMIDA MESIR KUNO <i>Paskalia Siwi Setianingrum, Benedicta Yunita Kurnia Talan</i>	815-818

ANALISIS PERHITUNGAN PREMI ASURANSI PENDIDIKAN MENGGUNAKAN METODE ANUITAS DAN METODE GOMPERTZ <i>Stella Maryana Belwawin, Bambang Susanto, Tundjung Mahatma</i>	819-825
SISTEM PERSAMAAN LINEAR MIN-PLUS BILANGAN KABUR DAN PENERAPANNYA PADA MASALAH LINTASAN TERPENDEK DENGAN WAKTU TEMPUH KABUR <i>M. Andy Rudhito dan D. Arif Budi Prasetyo</i>	826-834
PENERAPAN PROTOKOL <i>SECRET SPLITTING</i> PADA NOTARIS DIGITAL <i>Wahyu Indah Rahmawati</i>	835-840
PENINGKATKAN KEMANDIRIAN BELAJAR KALKULUS LANJUT MENGGUNAKAN METODE PENGEMBANGAN PEMBELAJARAN KOOPERATIF <i>SNOWBALL DRILLING</i> <i>Sumargiyani</i>	841-847
IDENTIFIKASI DAN ANALISIS KESULITAN SISWA KELAS IV DALAM MENYELESAIKAN SOAL CERITA TOPIK PECAHAN, KPK, DAN FPB <i>Yunda Victorina Tobondo, Yuni Vonti Ria Sinaga</i>	848-854
REVISI PENGEMBANGAN MODUL BERBASIS MASALAH PADA PERKULIAHAN KALKULUS 1 DI STKIP PGRI SUMATERA BARAT <i>Yulyanti Harisman, Anny Sovia, Rahima, Husna</i>	855-863
PENGEMBANGAN LEMBAR KERJA MAHASISWA BERBASIS <i>PROBLEM BASED LEARNING</i> PADA PERKULIAHAN PERSAMAAN DIFERENSIAL BIASA <i>Rahmi, Villia Anggraini, Melisa</i>	864-869
MODEL PENALARAN INTUITIF SISWA SMP DALAM MENYELESAIKAN MASALAH LUAS DAN PENGELOMPOKAN BANGUN DATAR <i>Putu Diah Pramita Dewi*, Margaretha Nobilio Janu</i>	870-878
KEMAMPUAN SISWA KELAS VIII DALAM MENYELESAIKAN SOAL-SOAL <i>TIMSS</i> TIPE PENALARAN <i>Georgius Rocki Agasi, M. Andy Rudhito</i>	879-888
POTENSI BYOD/BYOE DALAM PENINGKATAN KUALITAS PENGALAMAN BELAJAR PESERTA DIDIK <i>Aditya R. Mitra</i>	889-895
IMPLEMENTASI <i>GUIDED DISCOVERY LEARNING</i> DENGAN PENDEKATAN <i>MRP TASKS</i> DALAM PERKULIAHAN STRUKTUR ALJABAR <i>Isnarto</i>	896-906
PENGARUH MOTIVASI BELAJAR DAN KEBIASAAN BELAJAR TERHADAP HASIL BELAJAR MATEMATIKA SISWA SMPN DI KECAMATAN SAMARINDA UTARA <i>Azainil</i>	907-911

**BAYANGAN KONSEP MAHASISWA PADA KONSEP PERMUTASI DITINJAU
DARI PERBEDAAN GENDER DAN KEMAMPUAN MATEMATIKA**

912-923

Budi Nurwahyu

SISTEM PERSAMAAN LINEAR MIN-PLUS BILANGAN KABUR DAN PENERAPANNYA PADA MASALAH LINTASAN TERPENDEK DENGAN WAKTU TEMPUH KABUR

M. Andy Rudhito* dan D. Arif Budi Prasetyo

Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sanata Dharma

Kampus III USD Paingan Maguwoharjo, Yogyakarta

*email: arudhito@yahoo.co.id dan dominic_abp@yahoo.co.id

ABSTRAK

Waktu tempuh dalam suatu jaringan kadang tidak dapat diketahui dengan pasti, dan dapat dinyatakan dengan bilangan kabur (*fuzzy number*), yang disebut dengan waktu tempuh kabur. Artikel ini membahas tentang eksistensi dan ketunggalan sistem persamaan linear (SPL) min-plus iteratif bilangan kabur dan penerapannya pada masalah lintasan terpendek dengan waktu tempuh kabur. Dapat ditunjukkan bahwa sistem persamaan linear min-plus iteratif bilangan kabur, dengan matriks koefisiennya semidefinit, mempunyai penyelesaian kabur. Lebih lanjut, jika matriks koefisiennya definit, maka mempunyai penyelesaian tunggal. Jaringan dengan waktu tempuh kabur dapat dinyatakan sebagai matriks atas aljabar min-plus bilangan kabur. Dinamika jaringan tersebut dapat dimodelkan sebagai suatu sistem persamaan linear min-plus iteratif bilangan kabur. Dari penyelesaian SPL min-plus *iterative* bilangan kabur ini, dapat ditentukan waktu awal paling cepat kabur dan waktu paling akhir kabur, untuk masing-masing titik, serta waktu kabur tercepat untuk melintasi jaringan lintasan. Selanjutnya dapat ditentukan derajat keterpendekan setiap lintasan dalam jaringan dengan waktu tempuh kabur, melalui penentuan lintasan terpendek interval untuk suatu potongan-alpha dengan dasar metode bagi-dua. Diberikan pula beberapa hasil perhitungan dengan menggunakan bantuan program *MATLAB*.

Kata-kata kunci: aljabar min-plus, bilangan kabur, lintasan terpendek, waktu tempuh kabur

PENDAHULUAN

Aljabar min-plus, yaitu himpunan semua bilangan real \mathbf{R} dilengkapi dengan operasi min (minimum) dan plus (penjumlahan), telah dapat digunakan dengan baik untuk memodelkan dan menganalisis masalah lintasan terpendek [1, 2]. Dalam masalah pemodelan dan analisa suatu jaringan kadang-kadang waktu aktifitasnya, yang dalam masalah lintasan terpendek berupa waktu tempuh, belum diketahui, misalkan karena masih pada tahap perancangan, atau belum diketahui distribusinya. Waktu tempuh ini dapat diperkirakan berdasarkan pengalaman, pendapat dari para ahli maupun operator jaringan tersebut. Dalam hal ini waktu tempuh dalam jaringan akan dimodelkan dengan suatu bilangan kabur, yang selanjutnya disebut dengan *waktu tempuh kabur*.

Pemodelan dan analisa pada masalah lintasan terpendek dengan waktu tempuh kabur, sejauh peneliti ketahui, belum ada yang membahas

dengan menggunakan pendekatan aljabar min-plus seperti halnya yang telah dilakukan untuk model deterministik dan probabilistik. Seperti telah diketahui pendekatan penyelesaian masalah jaringan dengan menggunakan aljabar min-plus dapat memberikan hasil analitis dan lebih mempermudah dalam komputasinya, dibandingkan pendekatan lain yang cenderung *heuristic*.

Pendekatan aljabar min-plus untuk menyelesaikan masalah lintasan terpendek juga menggunakan konsep-konsep dasar dalam aljabar min-plus, seperti matriks atas aljabar min-plus dan sistem persamaan linear min-plus, seperti yang telah dibahas dalam [1, 2]. Penerapan sistem persamaan linear min-plus pada masalah lintasan terpendek dengan waktu tempuh *crisp* (bilangan real) telah dibahas dalam [3]. Dalam [4] juga telah dibahas penerapan sistem persamaan linear min-plus interval pada masalah lintasan terpendek dengan waktu tempuh interval (interval bilangan real),

yang juga meliputi konsep aljabar min-plus interval dan matriks atas aljabar min-plus interval. Hasil ini sebagai jembatan untuk pembahasan utama artikel ini, mengingat operasi dalam bilangan kabur juga dapat dilakukan melalui potongan- α -nya yang berupa interval

BAHAN DAN METODE

Penelitian ini merupakan penelitian yang didasarkan pada studi literatur yang meliputi kajian-kajian secara teoritis dan perhitungan komputasi matematis dengan bantuan program *MATLAB*. Terlebih dahulu diperhatikan kembali hasil-hasil dalam penerapan sistem persamaan linear min-plus interval pada masalah lintasan terpendek dengan waktu tempuh interval [4]. Hasil-hasil tersebut selanjutnya akan digeneralisasikan ke dalam aljabar min-plus bilangan kabur, matriks atas aljabar min-plus, sistem persamaan linear min-plus bilangan kabur dan penerapannya dalam masalah lintasan terpendek dengan waktu tempuh kabur. Hasil-hasil pembahasan akan disajikan dalam definisi.

HASIL DAN DISKUSI

Dalam pembahasan ini diasumsikan pembaca telah mengenal beberapa konsep dasar dalam himpunan dan bilangan kabur [5, 6], serta teori graf [1, 7]. Terlebih dahulu ditinjau beberapa konsep dasar dan operasi-operasi dalam aljabar min-plus dan matriks, yang lebih lanjut dapat dibaca dalam [3], di mana konsep ini analog dengan aljabar max-plus yang secara lebih lengkap dapat dibaca di [1, 7].

Diberikan $\mathbf{R}_\varepsilon := \mathbf{R} \cup \{\varepsilon\}$ dengan $\varepsilon := +\infty$. Pada \mathbf{R}_ε didefinisikan operasi berikut: $\forall a, b \in \mathbf{R}_\varepsilon, a \oplus b := \min(a, b)$ dan $a \otimes b := a + b$. Dapat ditunjukkan bahwa $(\mathbf{R}_\varepsilon, \oplus, \otimes)$ merupakan semiring komutatif idempoten dengan elemen netral $\varepsilon = +\infty$ dan elemen satuan $e = 0$. Lebih lanjut $(\mathbf{R}_\varepsilon, \oplus, \otimes)$ merupakan semifield, yaitu bahwa $(\mathbf{R}_\varepsilon, \oplus, \otimes)$ merupakan semiring komutatif di mana untuk setiap $a \in \mathbf{R}$ terdapat $-a$ sehingga berlaku $a \otimes (-a) = 0$. Kemudian $(\mathbf{R}_\varepsilon, \oplus, \otimes)$ disebut dengan *aljabar min-plus* yang selanjutnya cukup dituliskan dengan \mathbf{R}_{\min} . Operasi \oplus dan \otimes pada \mathbf{R}_{\min} dapat diperluas untuk operasi-operasi

matriks dalam $\mathbf{R}_{\min}^{m \times n}$, di mana $\mathbf{R}_{\min}^{m \times n} := \{A = (A_{ij}) \mid A_{ij} \in \mathbf{R}_{\min}, \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, m \text{ dan } j = 1, 2, \dots, n\}$. Untuk $A, B \in \mathbf{R}_{\max}^{m \times n}$ didefinisikan $A \oplus B$, dengan $(A \oplus B)_{ij} = A_{ij} \oplus B_{ij}$. Untuk matriks $A \in \mathbf{R}_{\min}^{m \times p}, B \in \mathbf{R}_{\min}^{p \times n}$ didefinisikan $A \otimes B$, dengan

$$(A \otimes B)_{ij} = \bigoplus_{k=1}^p A_{ik} \otimes B_{kj}.$$

Didefinisikan pula matriks $E \in \mathbf{R}_{\min}^{n \times n}, (E)_{ij} := \begin{cases} 0, & \text{jika } i = j \\ \varepsilon, & \text{jika } i \neq j \end{cases}$ dan

matriks $\varepsilon \in \mathbf{R}_{\min}^{m \times n}, (\varepsilon)_{ij} := \varepsilon$ untuk setiap i dan j .

Diberikan graf berarah $G = (V, A)$ dengan $V = \{1, 2, \dots, p\}$. Graf berarah G dikatakan *berbobot* jika setiap busur $(j, i) \in A$ dikawankan dengan suatu bilangan real A_{ij} . Bilangan real A_{ij} disebut *bobot busur* (j, i) , dilambangkan dengan $w(j, i)$. *Bobot suatu lintasan* didefinisikan sebagai jumlahan bobot busur-busur yang menyusun lintasan tersebut. *Lintasan terpendek* didefinisikan sebagai lintasan dengan bobot minimum. *Graf preseden*

dari matriks $A \in \mathbf{R}_{\max}^{n \times n}$ adalah graf berarah berbobot $G(A) = (V, A)$ dengan $V = \{1, 2, \dots, n\}, A = \{(j, i) \mid w(j, i) = A_{ij} \neq \varepsilon, \forall i, j\}$. Sebaliknya untuk setiap graf berarah berbobot $G = (V, A)$ selalu dapat didefinisikan suatu matriks $A \in \mathbf{R}_{\min}^{n \times n}$

dengan $A_{ij} = \begin{cases} w(j, i), & \text{jika } (j, i) \in A \\ \varepsilon, & \text{jika } (j, i) \notin A. \end{cases}$ yang

disebut *matriks bobot* graf G . Dalam kaitannya dengan teori graf, untuk $A \in \mathbf{R}_{\min}^{n \times n}$ dan $k \in \mathbf{N}$, unsur

matriks $(A^{\otimes k})_{st}$ merupakan bobot minimum semua lintasan dalam $G(A)$ dengan panjang k , dengan t sebagai titik awal dan s sebagai titik akhirnya.

Suatu matriks $A \in \mathbf{R}_{\min}^{n \times n}$ dikatakan *semi-definit* jika semua sirkuit dalam $G(A)$ mempunyai bobot takpositif dan dikatakan *definit* jika semua sirkuit dalam $G(A)$ mempunyai bobot negatif. Diberikan $A \in \mathbf{R}_{\min}^{n \times n}$. Dengan cara yang analog dengan kasus di aljabar max-plus [1], dapat ditunjukkan bahwa jika A semi-definit, maka $\forall p \geq n, A^{\otimes p} \preceq_m E$

$\oplus A \oplus \dots \oplus A^{\otimes n-1}$. Selanjutnya untuk matriks semi-definit $A \in \mathbf{R}_{\min}^{m \times n}$, dapat didefinisikan $A^* := E \oplus A \oplus \dots \oplus A^{\otimes n} \oplus A^{\otimes n+1} \oplus \dots$.

Diberikan $A \in \mathbf{R}_{\min}^{m \times n}$ dan $\mathbf{b} \in \mathbf{R}_{\min}^n$. Jika A semi-definit, maka vektor $\mathbf{x}^* = A^* \otimes \mathbf{b}$ merupakan suatu penyelesaian sistem $\mathbf{x} = A \otimes \mathbf{x} \oplus \mathbf{b}$. Lebih lanjut jika A definit, maka sistem tersebut mempunyai penyelesaian tunggal.

Selanjutnya diberikan beberapa konsep dasar dan operasi-operasi dalam aljabar min-plus interval dan matriks, yang lebih lanjut dapat dibaca dalam [4], di mana konsep ini analog dengan aljabar max-plus interval yang secara lebih lengkap dapat dibaca di [8, 7]. Suatu interval (tertutup) dalam \mathbf{R}_{\min} adalah himpunan bagian \mathbf{R}_{\min} yang berbentuk

$$x = [\underline{x}, \bar{x}] = \{x \in \mathbf{R}_{\varepsilon} \mid \underline{x} \preceq_m x \preceq_m \bar{x}\}.$$

Interval x dalam \mathbf{R}_{\min} disebut *interval min-plus*, yang secara singkat disebut *interval*. Didefinisikan $\mathbf{I}(\mathbf{R})_{\varepsilon} = \{x = [\underline{x}, \bar{x}] \mid \underline{x}, \bar{x} \in \mathbf{R}, \varepsilon \prec_m \underline{x} \preceq_m \bar{x}\} \cup \{[\varepsilon, \varepsilon]\}$. Pada $\mathbf{I}(\mathbf{R})_{\varepsilon}$ didefinisikan operasi $\overline{\oplus}$ dan $\overline{\otimes}$ sebagai berikut

$$x \overline{\oplus} y = [\underline{x} \oplus \underline{y}, \bar{x} \oplus \bar{y}], \quad x \overline{\otimes} y = [\underline{x} \otimes \underline{y}, \bar{x} \otimes \bar{y}]$$

$\forall x, y \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\varepsilon}$. Struktur $(\mathbf{I}(\mathbf{R})_{\varepsilon}, \overline{\oplus}, \overline{\otimes})$ merupakan semiring idempoten komutatif. Selanjutnya $(\mathbf{I}(\mathbf{R})_{\varepsilon}, \overline{\oplus}, \overline{\otimes})$ disebut *aljabar min-plus interval* yang cukup dituliskan $\mathbf{I}(\mathbf{R})_{\min}$.

Didefinisikan $\mathbf{I}(\mathbf{R})_{\min}^{m \times n} := \{A = (A_{ij}) \mid A_{ij} \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\min}, \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n\}$. Matriks anggota $\mathbf{I}(\mathbf{R})_{\min}^{m \times n}$ disebut *matriks interval min-plus*. Didefinisikan matriks $E \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\min}^{n \times n}$, dengan

$$(E)_{ij} := \begin{cases} 0, & \text{jika } i = j \\ \varepsilon, & \text{jika } i \neq j \end{cases} \text{ dan matriks } \varepsilon \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\min}^{n \times n},$$

dengan: $(\varepsilon)_{ij} := \varepsilon$ untuk setiap i dan j . Untuk $A \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\min}^{m \times n}$, didefinisikan matriks $\underline{A} = (A_{ij}) \in \mathbf{R}_{\min}^{m \times n}$ dan $\overline{A} = (\overline{A}_{ij}) \in \mathbf{R}_{\min}^{m \times n}$, berturut-turut disebut *matriks batas bawah* dan *matriks batas atas* matriks interval A . Untuk setiap $A \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\min}^{m \times n}$ selalu dapat ditentukan dengan tunggal *interval matriks* $[\underline{A}, \overline{A}]$ dan sebaliknya. Matriks interval

$A \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\min}^{m \times n}$ bersesuaian dengan interval matriks $[\underline{A}, \overline{A}]$, dan dituliskan " $A \approx [\underline{A}, \overline{A}]$ ". Dapat disimpulkan bahwa $\alpha \overline{\otimes} A \approx [\alpha \underline{\otimes} \underline{A}, \alpha \overline{\otimes} \overline{A}]$, $A \overline{\oplus} B \approx [\underline{A} \oplus \underline{B}, \overline{A} \oplus \overline{B}]$ dan $A \overline{\otimes} B \approx [\underline{A} \otimes \underline{B}, \overline{A} \otimes \overline{B}]$.

Suatu matriks $A \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\min}^{n \times n}$ dengan $A \approx [\underline{A}, \overline{A}]$, dikatakan *semi-definit* jika $A \in \mathbf{R}_{\min}^{n \times n}$ semi-definit untuk setiap $A \in [\underline{A}, \overline{A}]$ dan dikatakan *definit* jika $A \in \mathbf{R}_{\min}^{n \times n}$ definit untuk setiap $A \in [\underline{A}, \overline{A}]$. Dapat ditunjukkan bahwa untuk $A \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\min}^{n \times n}$, dengan $A \approx [\underline{A}, \overline{A}]$. Matriks interval A semi-definit jika dan hanya jika \overline{A} semi-definit. Diberikan $A \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\min}^{n \times n}$ dan $\mathbf{b} \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\min}^n$. Jika A semi-definit, maka vektor interval $\mathbf{x}^* \approx [A^* \otimes \underline{\mathbf{b}}, \overline{A}^* \otimes \overline{\mathbf{b}}]$, merupakan penyelesaian interval sistem interval $\mathbf{x} = A \overline{\otimes} \mathbf{x} \overline{\oplus} \mathbf{b}$. Lebih lanjut jika A definit, maka penyelesaian interval tersebut tunggal.

Selanjutnya dibahas aljabar min-plus dan matriks, sebagai dasar pembahasan utama artikel ini. Pembahasan analog dengan pembahasan pada aljabar max-plus nilangan kabur yang selengkapnya dapat dibaca pada [8] dan [7].

Definisi 1. Misalkan \tilde{a} dan \tilde{b} bilangan-bilangan kabur dengan $a^{\alpha} = [\underline{a}^{\alpha}, \overline{a}^{\alpha}]$ dan $b^{\alpha} = [\underline{b}^{\alpha}, \overline{b}^{\alpha}]$, di mana \underline{a}^{α} dan \overline{a}^{α} berturut-turut adalah batas bawah dan batas atas interval a^{α} , sedangkan untuk \underline{b}^{α} dan \overline{b}^{α} analog,

- i) Maksimum \tilde{a} dan \tilde{b} , yaitu $\tilde{a} \overline{\oplus} \tilde{b}$ adalah himpunan kabur dengan *potongan- α -nya* adalah interval $[\underline{a}^{\alpha} \oplus \underline{b}^{\alpha}, \overline{a}^{\alpha} \oplus \overline{b}^{\alpha}]$, untuk setiap $\alpha \in [0, 1]$.
- ii) Minimum \tilde{a} dan \tilde{b} , yaitu $\tilde{a} \overline{\otimes} \tilde{b}$ adalah himpunan kabur dengan *potongan- α -nya* adalah interval $[\underline{a}^{\alpha} \otimes \underline{b}^{\alpha}, \overline{a}^{\alpha} \otimes \overline{b}^{\alpha}]$, untuk setiap $\alpha \in [0, 1]$.

Untuk memperoleh fungsi keanggotaan hasil operasi pada bilangan kabur seperti di atas, dapat dengan menggunakan Teorema Dekomposisi. Dengan cara yang analog pada aljabar max-plus bilangan kabur [8] dan [7], dapat ditunjukkan bahwa potongan-potongan- α yang didefinisikan pada operasi di atas memenuhi syarat sebagai keluarga potongan- α dari suatu bilangan kabur. Selanjutnya dengan menggunakan Teorema Dekomposisi diperoleh bahwa $\tilde{a} \oplus \tilde{b} = \tilde{c} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \tilde{c}^\alpha$, di mana \tilde{c}^α adalah himpunan kabur dalam \mathbf{R} dengan fungsi keanggotaan $\mu_{\tilde{c}^\alpha}(x) = \alpha \chi_{(a \oplus b)^\alpha}(x)$, di mana $\chi_{(a \oplus b)^\alpha}$ adalah fungsi karakteristik himpunan $(a \oplus b)^\alpha$. Demikian juga untuk operasi $\tilde{\otimes}$ dapat dilakukan dengan cara yang analog.

Diberikan $\mathbf{F}(\mathbf{R})_{\tilde{\varepsilon}} := \mathbf{F}(\mathbf{R}) \cup \{\tilde{\varepsilon}\}$ dengan $\mathbf{F}(\mathbf{R})$ adalah himpunan semua bilangan kabur dan $\tilde{\varepsilon} := \{-\infty\}$, dengan $\varepsilon^\alpha = [-\infty, -\infty]$, $\forall \alpha \in [0, 1]$. Pada $(\mathbf{F}(\mathbf{R}))_{\tilde{\varepsilon}}$ didefinisikan operasi minimum $\tilde{\oplus}$ dan penjumlahan $\tilde{\otimes}$, seperti yang diberikan Definisi 1. Dapat ditunjukkan bahwa struktur $(\mathbf{F}(\mathbf{R}))_{\tilde{\varepsilon}}$, $(\tilde{\oplus}, \tilde{\otimes})$ adalah semiring idempoten komutatif dan $\mathbf{F}(\mathbf{R})_{\min} := (\mathbf{F}(\mathbf{R}))_{\tilde{\varepsilon}}$, $(\tilde{\oplus}, \tilde{\otimes})$ di atas disebut *aljabar min-plus bilangan kabur*, atau secara singkat cukup dituliskan dengan $\mathbf{F}(\mathbf{R})_{\min}$.

Didefinisikan himpunan matriks bilangan kabur $\mathbf{F}(\mathbf{R})_{\min}^{m \times n} := \{ \tilde{A} = (\tilde{A}_{ij}) \mid \tilde{A}_{ij} \in \mathbf{F}(\mathbf{R})_{\min}, \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, m \text{ dan } j = 1, 2, \dots, n \}$.

Analog pada operasi matriks atas aljabar min-plus, operasi $\tilde{\oplus}$ dan $\tilde{\otimes}$ pada $\mathbf{F}(\mathbf{R})_{\min}$ dapat diperluas untuk operasi-operasi matriks bilangan kabur pada $\mathbf{F}(\mathbf{R})_{\min}^{m \times n}$.

Definisi 2 Untuk setiap $\tilde{A} \in \mathbf{F}(\mathbf{R})_{\min}^{m \times n}$, $\alpha \in [0, 1]$, didefinisikan *matriks potongan- α dari \tilde{A}* , yaitu matriks interval $A^\alpha = (A_{ij}^\alpha) \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{m \times n}$, dengan $A_{ij}^\alpha \in \mathbf{I}(\mathbf{R}_{\min})$. Didefinisikan juga matriks $\underline{A}^\alpha =$

$(\underline{A}_{ij}^\alpha) \in \mathbf{R}_{\max}^{m \times n}$ dan $\overline{A}^\alpha = (\overline{A}_{ij}^\alpha) \in \mathbf{R}_{\max}^{m \times n}$ yang berturut-turut disebut *matriks batas bawah* dan *matriks batas atas* matriks A^α .

Matriks $\tilde{A}, \tilde{B} \in \mathbf{F}(\mathbf{R})_{\min}^{m \times n}$ adalah *sama* jika dan hanya jika $A^\alpha = B^\alpha$ untuk setiap $\alpha \in [0, 1]$, yaitu $A_{ij}^\alpha = B_{ij}^\alpha$ untuk setiap i dan j . Selanjutnya $\tilde{\lambda} \tilde{\otimes} \tilde{A}$ adalah matriks bilangan kabur dengan matriks potongan- α -nya: $(\lambda \otimes A)^\alpha \approx [\underline{\lambda}^\alpha \otimes \underline{A}^\alpha, \overline{\lambda}^\alpha \otimes \overline{A}^\alpha]$, $\forall \alpha \in [0, 1]$ dan analog juga untuk operasi penjumlahan dan perkalian matriks bilangan kabur. Didefinisikan matriks $\tilde{E} \in \mathbf{F}(\mathbf{R})_{\min}^{n \times n}$, $(\tilde{E})_{ij} := \begin{cases} \tilde{0}, & \text{jika } i = j \\ \tilde{\varepsilon}, & \text{jika } i \neq j \end{cases}$. Didefinisikan

matriks $\tilde{\mathcal{E}} \in \mathbf{F}(\mathbf{R})_{\min}^{n \times n}$, $(\tilde{\mathcal{E}})_{ij} := \tilde{\varepsilon} \quad \forall i, j$.

Dengan cara yang analog pada aljabar min-plus dan teori graf di atas, dapat didefinisikan untuk bobot yang berupa bilangan kabur. Suatu matriks $\tilde{A} \in \mathbf{F}(\mathbf{R})_{\max}^{n \times n}$ dikatakan *semi-definit* jika $A^\alpha \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\min}^{n \times n}$ semi-definit untuk setiap $\alpha \in [0,1]$ dan dikatakan *definit* jika A^α definit untuk setiap $\alpha \in [0,1]$. Dapat ditunjukkan matriks \tilde{A} semi-definit jika dan hanya jika $\overline{A}^0 \in \mathbf{R}_{\max}^{n \times n}$ semi-definit.

Definisi 3 Diberikan $\tilde{A} \in \mathbf{F}(\mathbf{R})_{\min}^{n \times n}$ dan $\tilde{b} \in \mathbf{F}(\mathbf{R})_{\min}^n$. Vektor bilangan kabur $\tilde{x}^* \in \mathbf{F}(\mathbf{R})_{\min}^n$ disebut *penyelesaian bilangan kabur* sistem persamaan linear min-plus bilangan kabur $\tilde{x} = \tilde{A} \tilde{\otimes} \tilde{x} \tilde{\oplus} \tilde{b}$ jika \tilde{x}^* memenuhi sistem tersebut, yaitu berlaku $\tilde{x}^* = \tilde{A} \tilde{\otimes} \tilde{x}^* \tilde{\oplus} \tilde{b}$.

Dari Definisi 3 di atas, dengan menggunakan konsep kesamaan dua buah bilangan kabur dapat dinyatakan bahwa $\tilde{x}^* = \tilde{A} \tilde{\otimes} \tilde{x}^* \tilde{\oplus} \tilde{b}$ jika dan hanya jika $x^{*\alpha} = A^\alpha \overline{x}^{*\alpha} \overline{\oplus} b^\alpha$ untuk setiap $\alpha \in [0,1]$. Berikut diberikan Teorema mengenai

eksistensi dan ketunggalan penyelesaian bilangan kabur sistem kabur $\tilde{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{A}} \otimes \tilde{\mathbf{x}} \oplus \tilde{\mathbf{b}}$.

Teorema 1. Diberikan $\tilde{\mathbf{A}} \in \mathbf{F}(\mathbf{R})_{\max}^{n \times n}$ dan $\tilde{\mathbf{b}} \in \mathbf{F}(\mathbf{R})_{\max}^n$. Jika $\tilde{\mathbf{A}}$ semi-definit maka vektor bilangan kabur $\tilde{\mathbf{x}}^* = \tilde{\mathbf{A}}^* \otimes \tilde{\mathbf{b}}$ dengan $\tilde{\mathbf{A}}^* = \tilde{\mathbf{E}} \oplus \tilde{\mathbf{A}} \oplus \dots \oplus \tilde{\mathbf{A}}^{\otimes n} \oplus \tilde{\mathbf{A}}^{\otimes n+1} \oplus \dots$, merupakan penyelesaian bilangan kabur sistem $\tilde{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{A}} \otimes \tilde{\mathbf{x}} \oplus \tilde{\mathbf{b}}$. Lebih lanjut jika $\tilde{\mathbf{A}}$ definit, maka penyelesaian tersebut tunggal.

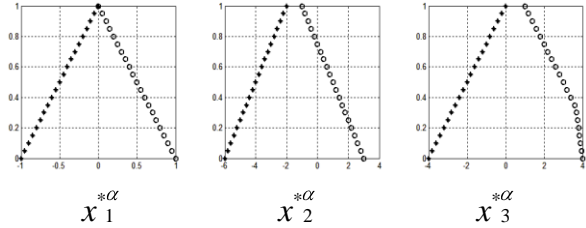
Bukti: analog dengan pembahasan pada aljabar max-plus seperti yang dilihat dalam dalam [7]. ■ Dengan demikian menurut Teorema 1 di atas dan Teorema Dekomposisi pada himpunan kabur, jika $\tilde{\mathbf{A}}$ definit, maka vektor bilangan kabur $\tilde{\mathbf{x}}^*$ dengan $\tilde{x}_i^* = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \tilde{c}_i^\alpha$ di mana \tilde{c}_i^α adalah himpunan kabur dalam \mathbf{R} dengan fungsi keanggotaan $\mu_{\tilde{c}_i^\alpha}(x) = \alpha \chi_{(A^* \otimes b)_i^\alpha}(x)$, di mana $\chi_{(A^* \otimes b)_i^\alpha}$ adalah fungsi karakteristik himpunan $(A^* \otimes b)_i^\alpha$, merupakan penyelesaian tunggal bilangan kabur sistem $\tilde{\mathbf{x}}^e = \tilde{\mathbf{A}} \otimes \tilde{\mathbf{x}}^e \oplus \tilde{\mathbf{b}}$.

Contoh 1. Diberikan matriks dan vektor dengan elemennya berupa bilangan kabur trapesium (BKT) berikut

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} (0,1,2,3) & (3,4,4.5,5) & (1,2,4) \\ (3,4,5) & (-2,-1,0) & (\varepsilon, \varepsilon, \varepsilon) \\ (\varepsilon, \varepsilon, \varepsilon) & (0,1,2) & (1,3,4,5) \end{bmatrix}$$

dan $\tilde{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} (-1,0,0,1) \\ (0,1,2,3) \\ (1,2,3,4) \end{bmatrix}$, akan ditentukan vektor

penyelesaian bilangan kabur $\tilde{\mathbf{x}}^*$ sistem $\tilde{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{A}} \otimes \tilde{\mathbf{x}} \oplus \tilde{\mathbf{b}}$. Dengan bantuan program yang disusun dengan *MATLAB* diperoleh grafik batas-batas $x_i^{*\alpha}$ seperti dalam **Gambar 1** berikut.



Gambar 1. Grafik titik-titik batas $x_i^{*\alpha}$ Contoh.

Dari Grafik pada **Gambar 1** diperoleh $\tilde{x}_1^* = \text{BKT}(-1, 0, 0, 1)$ dan $\tilde{x}_2^* = \text{BKT}(-6, -2, -1, 3)$. Sedangkan \tilde{x}_3^* pendekatan fungsi keanggotaannya, dengan selisih nilai $\alpha = 0.01$, adalah

$$\mu_{\tilde{x}_3^*}(x) \cong \begin{cases} \frac{x+4}{4}, & -4 \leq x \leq 0 \\ 1, & 0 < x \leq 1 \\ \frac{-x+5}{4}, & 1 < x \leq \frac{11}{3} \\ -x+4, & \frac{11}{3} < x \leq 4 \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

Definisi 4 Suatu jaringan lintasan searah $\tilde{\mathcal{J}}$ dengan waktu tempuh kabur adalah suatu graf berarah berbobot bilangan kabur, terhubung dan taksiklik $\tilde{\mathcal{J}} = (\mathbf{V}, \tilde{\mathbf{A}})$, dengan $\mathbf{V} = \{1, 2, \dots, n\}$ yang memenuhi: jika $(i, j) \in \tilde{\mathbf{A}}$, maka $i < j$.

Dalam jaringan kabur ini, titik menyatakan persimpangan, busur menyatakan suatu jalan, bobot busur menyatakan waktu tempuh kabur, sehingga bobot dalam jaringan berupa bilangan kabur taknegatif, yaitu bilangan kabur dengan potongan-potongan- α -nya berupa interval dengan batas-batasnya taknegatif. Selanjutnya dilakukan pemodelan dan analisis lintasan terpendek untuk jaringan dengan waktu tempuh kabur.

Pembahasan diawali dengan menentukan waktu awal paling cepat kabur untuk setiap persimpangan titik i dapat dilalui. Pembahasan dilakukan dengan cara yang analog pada waktu tempuh interval, pada subbab sebelumnya, dengan menggunakan pendekatan aljabar-min-plus bilangan kabur. Misalkan

$E\tilde{S}_i = \tilde{x}_i^e$ menyatakan waktu awal paling cepat kabur titik i dapat dilalui,

$$\tilde{A}_{ij} = \begin{cases} \text{waktu tempuh kabur } j \text{ ke } i \text{ jika } (j, i) \in \tilde{A} \\ \tilde{\varepsilon}, & \text{jika } (j, i) \notin \tilde{A} \end{cases}$$

Diasumsikan bahwa $\tilde{x}_1^e = \tilde{0}$ (bilangan kabur titik). Selanjutnya dengan menggunakan notasi aljabar min-plus bilangan kabur dapat dituliskan

$$\tilde{x}_i^e = \begin{cases} \tilde{0} & \text{jika } i = 1 \\ \bigoplus_{1 \leq j \leq n} (\tilde{A}_{ij} \otimes \tilde{x}_j^e) & \text{jika } i > 1 \end{cases} \quad (1)$$

Misalkan \tilde{A} adalah matriks bobot bilangan kabur dari graf berarah berbobot bilangan kabur jaringan tersebut, $\tilde{x}^e = [\tilde{x}_1^e, \tilde{x}_2^e, \dots, \tilde{x}_n^e]^T$ dan $\tilde{b}^e = [0, \tilde{\varepsilon}, \dots, \tilde{\varepsilon}]^T$, persamaan (1) dapat dituliskan ke dalam suatu sistem persamaan linear iteratif min-plus bilangan kabur berikut

$$\tilde{x}^e = \tilde{A} \otimes \tilde{x}^e \oplus \tilde{b}^e. \quad (2)$$

Mengingat jaringan lintasan ini merupakan graf berarah taksiklik, maka grafnya tidak terdapat sirkuit, sehingga \tilde{A} definit. Dengan demikian menurut Teorema 1, vektor bilangan kabur \tilde{x}^e dengan $\tilde{x}_i^e = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \tilde{c}_i^\alpha$ di mana \tilde{c}_i^α adalah himpunan

kabur dalam \mathbf{R} dengan fungsi keanggotaan $\mu_{\tilde{c}_i^\alpha}(x) = \alpha \chi_{(A^* \otimes b^e)_i^\alpha}(x)$, di mana $\chi_{(A^* \otimes b^e)_i^\alpha}$ adalah fungsi karakteristik himpunan $(A^* \otimes b^e)_i^\alpha$, merupakan penyelesaian tunggal bilangan kabur sistem $\tilde{x}^e = \tilde{A} \otimes \tilde{x}^e \oplus \tilde{b}^e$, yang merupakan vektor waktu awal kabur paling cepat setiap titik dalam jaringan dapat dilalui.

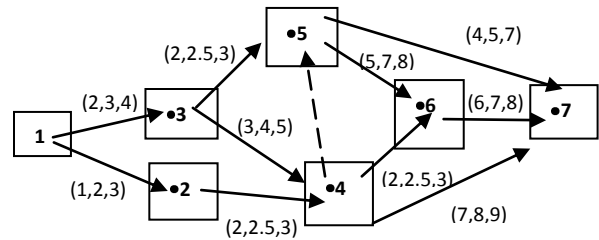
Perhatikan bahwa $(\tilde{A}^*)_{n1}$ merupakan bobot minimum lintasan dari titik awal hingga titik akhir jaringan lintasan, sehingga \tilde{x}_n^e merupakan waktu kabur tercepat untuk melintasi jaringan lintasan. Dari pembahasan di atas dapat disimpulkan dalam Teorema 2 berikut.

Teorema 2. Jika suatu jaringan lintasan searah dengan waktu tempuh kabur dengan n titik, maka vektor waktu awal tercepat kabur titik i dapat dilalui, diberikan oleh vektor bilangan kabur \tilde{x}^e ,

dengan $\tilde{x}_i^e = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \tilde{c}_i^\alpha$ di mana \tilde{c}_i^α adalah himpunan kabur dalam \mathbf{R} dengan fungsi keanggotaan $\mu_{\tilde{c}_i^\alpha}(x) = \alpha \chi_{(A^* \otimes b^e)_i^\alpha}(x)$ dan $\chi_{(A^* \otimes b^e)_i^\alpha}$ adalah fungsi karakteristik himpunan $(A^* \otimes b^e)_i^\alpha$, dengan \tilde{A} adalah matriks bobot bilangan kabur dari graf berarah berbobot bilangan kabur jaringan tersebut dan vektor bilangan kabur $\tilde{b}^e = [0, \tilde{\varepsilon}, \dots, \tilde{\varepsilon}]^T$. Lebih lanjut, waktu tercepat untuk melintasi jaringan adalah \tilde{x}_n^e .

Bukti: (lihat uraian di atas). ■

Contoh 2 Perhatikan jaringan proyek pada **Gambar 2** di bawah ini dengan bobotnya berupa bilangan kabur segitiga (BKS).

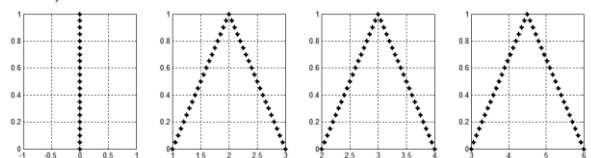


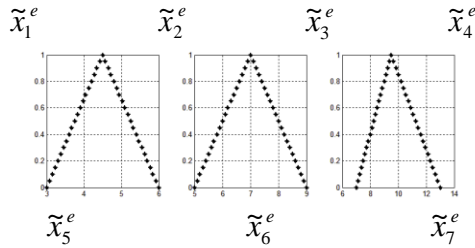
Gambar 2. Jaringan Proyek Kabur Contoh 2

Matriks bobot bilangan kabur graf berarah berbobot bilangan kabur pada jaringan proyek di atas adalah matriks

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} \tilde{\varepsilon} & \tilde{\varepsilon} & \tilde{\varepsilon} & \tilde{\varepsilon} & \tilde{\varepsilon} & \tilde{\varepsilon} & \tilde{\varepsilon} \\ (1,2,3) & \tilde{\varepsilon} & \tilde{\varepsilon} & \tilde{\varepsilon} & \tilde{\varepsilon} & \tilde{\varepsilon} & \tilde{\varepsilon} \\ (2,3,4) & \tilde{\varepsilon} & \tilde{\varepsilon} & \tilde{\varepsilon} & \tilde{\varepsilon} & \tilde{\varepsilon} & \tilde{\varepsilon} \\ \tilde{\varepsilon} & (2,2.5,3) & (3,4,5) & \tilde{\varepsilon} & \tilde{\varepsilon} & \tilde{\varepsilon} & \tilde{\varepsilon} \\ \tilde{\varepsilon} & \tilde{\varepsilon} & (2,2.5,3) & \tilde{0} & \tilde{\varepsilon} & \tilde{\varepsilon} & \tilde{\varepsilon} \\ \tilde{\varepsilon} & \tilde{\varepsilon} & \tilde{\varepsilon} & (2,2.5,3) & (5,7,8) & \tilde{\varepsilon} & \tilde{\varepsilon} \\ \tilde{\varepsilon} & \tilde{\varepsilon} & \tilde{\varepsilon} & (7,8,9) & (4,5,7) & (6,7,8) & \tilde{\varepsilon} \end{bmatrix}$$

Dengan program *MATLAB*, seperti pada Lampiran 5, berikut grafik titik-titik batas potongan- α dari unsur-unsur vektor $E\tilde{S}_i$ untuk $\alpha = 0, 0.05, \dots, 0.95, 1$.





Gambar 3. Grafik titik-titik batas potongan- α unsur-
 unsur vektor $\tilde{E}\tilde{S}_i$ Contoh 2

Dari grafik di atas dapat diperoleh bahwa $\tilde{x}_1^e =$ BKS(0, 0, 0), $\tilde{x}_2^e =$ BKS(1, 2, 3), $\tilde{x}_3^e =$ BKS(2, 3, 4), $\tilde{x}_4^e =$ BKS(3, 4.5, 6), $\tilde{x}_5^e =$ BKS(3, 4.5, 6), $\tilde{x}_6^e =$ BKS(5, 7, 9) dan $\tilde{x}_7^e =$ BKS(7, 9.5, 13). Waktu kabur tercepat untuk melintasi jaringan lintasan $\tilde{x}_7^e =$ BKS(7, 9.5, 13).

Berikut diberikan pengertian lintasan terpendek kabur dan teorema yang memberikan cara penentuannya. Definisi dan hasil merupakan modifikasi dari pengertian lintasan kritis kabur dan teorema cara menentukan lintasan kritis kabur, seperti yang dibahas dalam [9, 10, 7]. Sebelumnya akan diberikan beberapa pengertian lintasan terpendek interval yang lebih lengkap dapat dilihat dalam [3, 4].

Suatu jalan $(i, j) \in A$ dalam jaringan lintasan searah S disebut *jalan terpendek-tegas* jika $x_i^e = x_i^l$ dan $x_j^e = x_j^l$, di mana x_i^e menyatakan waktu awal paling cepat titik i dapat dilalui, dan x_i^l = waktu paling akhir perjalanan meninggalkan titik i . Suatu lintasan $p \in P$ dalam jaringan proyek S disebut *lintasan terpendek-tegas* jika semua jalan yang terletak dalam p merupakan jalan terpendek-tegas. Suatu lintasan $p \in P$ disebut *lintasan terpendek-interval* di dalam jaringan jika terdapat suatu himpunan yang anggotanya adalah waktu tempuh tegas A_{ij} , di mana $A_{ij} \in [\underline{A}_{ij}, \overline{A}_{ij}]$, $(i, j) \in A$, sedemikian hingga, setelah mengganti waktu interval A_{ij} dengan waktu A_{ij} , p merupakan lintasan terpendek tegas.

Dalam [4] terdapat teorema berikut yang terkait dengan penentuan derajat lintasan terpendek kabur. Suatu lintasan $p \in P$ merupakan lintasan terpendek-interval di dalam S jika dan hanya jika p merupakan lintasan terpendek-tegas, di mana waktu tempuh interval $A_{ij} \in [\underline{A}_{ij}, \overline{A}_{ij}]$, $(i, j) \in A$, diganti dengan waktu tempuh tegas A_{ij} yang ditentukan dengan rumus berikut

$$A_{ij} = \begin{cases} \overline{A}_{ij} & \text{jika } (i, j) \notin p \\ \underline{A}_{ij} & \text{jika } (i, j) \in p \end{cases} \quad (3)$$

Definisi 5. Skalar $\alpha \in [0, 1]$ dikatakan *fisibel* untuk lintasan $p \in P$ jika p merupakan lintasan terpendek-interval dalam jaringan \tilde{S} dengan waktu tempuh interval $A_{ij} = A_{ij}^\alpha$, di mana A_{ij}^α merupakan potongan- α tempuh kabur \tilde{A}_{ij} .

Definisi 6. Untuk suatu lintasan $p \in P$, misalkan $M = \{ \alpha \in [0, 1] \mid \alpha \text{ fisibel untuk lintasan } p \}$. Derajat keterpendekan lintasan $p \in P$, dilambangkan dengan $\mu(p)$, didefinisikan sebagai

$$\mu(p) = \begin{cases} \sup M & \text{jika } M \neq \emptyset \\ 0 & \text{jika } M = \emptyset \end{cases}$$

Berikut diberikan algoritma penghitungan derajat keterpendekan suatu lintasan dalam jaringan lintasan dengan waktu tempuh kabur. Algoritma didasarkan metode bagi-dua (*bisection*) untuk interval $[0, 1]$ untuk memperoleh nilai α maksimal α_{\min} yang fisibel untuk suatu lintasan p . Untuk pemeriksaan fisibilitas suatu nilai α dapat menggunakan hasil pada Teorema dalam [4] di atas, sedangkan penentuan lintasan terpendek-tegas dapat menggunakan pendekatan min-plus seperti pada [3].

Algoritma 1 Penentuan derajat keterpendekan suatu lintasan :

Langkah 1 :

Berikan $k := 0$.

Langkah 2 :

Periksa fisibilitas $\alpha = 0$ untuk lintasan p . Jika tidak fisibel untuk lintasan p , maka $\alpha_{\min} = 0$ dan menuju Langkah 6.

Langkah 3 :

Periksa fisibilitas $\alpha_k = 1$ untuk lintasan p . Jika fisibel untuk lintasan p , maka $\alpha_{\min} = 1$ dan menuju Langkah 6.

Langkah 4 :

Berikan $k := k + 1$.

$$\alpha_k := \begin{cases} \alpha_{k-1} + \frac{1}{2^k}, & \text{jika } \alpha_{k-1} \text{ fisibel} \\ \alpha_{k-1} - \frac{1}{2^k}, & \text{jika } \alpha_{k-1} \text{ tidak fisibel.} \end{cases}$$

Periksa fisibilitas α_k untuk lintasan p . Jika α_k fisibel berikan $\alpha_{\min} = \alpha_k$.

Langkah 5:

Jika $k < K$ maka menuju ke Langkah 4.

Langkah 6:

Berikan $\mu_{\bar{p}}(p) = \alpha_{\min}$. Berhenti.

Keterangan:

$K \geq N / {}^{10}\log 2$, dengan kesalahan mutlak perhitungan $\varepsilon = 10^{-N}$.

Contoh 3. Diberikan jaringan lintasan searah dengan waktu tempuh kabur seperti pada Contoh 2. Untuk $\alpha = 0$, akan diperoleh jaringan proyek waktu interval seperti pada contoh dalam [4]. Dari hasil contoh ini nampak bahwa lintasan-lintasan yang bukan merupakan lintasan terpendek interval mempunyai derajat keterpendekan $\mu_{\bar{p}}(p) = 0$. Ambil $\varepsilon = 10^{-2}$, maka $N = 2$ dan $K = 7$. Hasil perhitungan diberikan dalam **Tabel 1** berikut.

Tabel 1. Derajat Keterpendekan Lintasan Contoh 2

No	Lintasan p	$\mu_{\bar{p}}(p)$
1	1→3→5→7	0,5
2	1→3→5→6→7	0
3	1→3→4→5→7	0,1875
4	1→3→4→5→6→7	0
5	1→3→4→6→7	0
6	1→3→4→7	0,1875
7	1→2→4→5→7	1
8	1→2→4→5→6→7	0
9	1→2→4→6→7	0
10	1→2→4→7	0,25

KESIMPULAN

Sistem persamaan linear min-plus iteratif bilangan kabur, dengan matriks koefisiennya semidefinit, mempunyai penyelesaian kabur. Lebih lanjut, jika matriks koefisiennya definit, maka mempunyai

penyelesaian tunggal. Jaringan dengan waktu tempuh kabur dapat dinyatakan sebagai matriks atas aljabar min-plus bilangan kabur. Dinamika jaringan tersebut dapat dimodelkan sebagai suatu sistem persamaan linear min-plus iteratif bilangan kabur. Dari penyelesaian SPL min-plus iteratif bilangan kabur ini, dapat ditentukan waktu awal paling cepat kabur dan waktu paling akhir kabur, untuk masing-masing titik, serta waktu kabur tercepat untuk melintasi jaringan lintasan. Selanjutnya dapat ditentukan derajat keterpendekan setiap lintasan dalam jaringan dengan waktu tempuh kabur, melalui penentuan lintasan terpendek interval untuk suatu potongan-alpha dengan dasar metode bagi-dua. Diberikan pula beberapa hasil perhitungan dengan menggunakan bantuan program *MATLAB*.

UCAPAN TERIMA KASIH

Terimakasih kepada Universitas Sanata Dharma, melalui Lembaga Penelitiannya, yang telah memberikan dukungan dana penelitian ini.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Baccelli, F., Cohen, G., Olsder, G.J. and Quadrat, J.P. 2001. *Synchronization and Linearity*. New York: John Wiley & Sons.
- [2] Gondran, M and Minoux, M. 2008. *Graph, Dioids and Semirings*. New York: Springer.
- [3] Rudhito, Andy. 2013. Sistem Persamaan Linear Min-Plus dan Penerapannya pada Masalah Lintasan Terpendek. *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*. Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY, Yogyakarta, 9 November 2013. pp: MA-29 – MA-34
- [4] Rudhito, Andy. 2014. Systems of Interval Min-Plus Linear Equations and Its Application on Shortest Path Problem with Interval Travel Times. *International Conference on Research, Implementation and Education of Mathematics and Sciences (ICRIEMS)* 2014. Fakultas MIPA, Universitas Negeri Yogyakarta, 18-20 Mei 2014. Pp: M-61 – M-68.
- [5] Lee, K.H. 2005. *First Course on Fuzzy Theory and Applications*. Berlin: Springer-Verlag.
- [6] Susilo, F. 2006. *Himpunan dan Logika Fuzzy serta Aplikasinya Edisi kedua*.

- [7] Rudhito, Andy. 2011. *Aljabar Max-Plus Bilangan Kabur dan Penerapannya pada Masalah Penjadwalan dan Jaringan Antrian Kabur*. Disertasi: Program Pascasarjana Universitas Gadjah Mada. Yogyakarta.
- [8] Rudhito, Andy. Wahyuni, Sri. Suparwanto, Ari dan Susilo, F. 2008. Aljabar Max-Plus Bilangan Fuzzy. *Berkala Ilmiah MIPA Majalah Ilmiah Matematika & Ilmu Pengetahuan Alam*. Vol. 18 (2): pp. 153-164.
- [9] Chanas, S. and Zielinski, P. 2001. Critical path analysis in the network with fuzzy activity times. *Fuzzy Sets and Systems*. 122. pp. 195–204.
- [10] Rudhito, Andy. Wahyuni, Sri. Suparwanto, Ari dan Susilo, F. 2009. A Max-Plus Algebra Approach to Critical Path Analysis in The Project Network with Fuzzy Activity Times. *Proceeding of IndoMS International Conference on Mathematics and Its Applications (IICMA 2009)*. FMIPA UGM, Yogyakarta October 11-12, 2009. pp. 0053 – 0060.