ABSTRAK

Felisitas Sekar Dayu Rinakit, 2013. Nilai Ekstrim Fungsional Fungsi Satu Variabel Bebas. Skripsi. Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Sanata Dharma, Yogyakarta.

Skripsi ini membahas tentang pengertian fungsional, nilai ekstrim suatu fungsional, dan persamaan Euler. Selama ini telah banyak dibahas mengenai nilai ekstrim suatu fungsi baik itu fungsi satu variabel maupun fungsi beberapa variabel. Kali ini, dalam skripsi ini akan dibahas mengenai nilai ekstrim suatu fungsional.

Fungsional adalah salah satu jenis fungsi, di mana variabel bebasnya merupakan fungsi, dengan kata lain fungsional merupakan fungsi dari fungsi. Daerah asal suatu fungsional adalah ruang fungsi, dan daerah hasilnya adalah himpunan bilangan real. Nilai ekstrim relatif suatu fungsional dapat dibedakan menjadi dua, yaitu nilai ekstrim kuat dan nilai ekstrim lemah. Nilai ekstrim kuat pada fungsional adalah nilai ekstrim pada ruang yang lebih besar (luas). Nilai ekstrim lemah pada fungsional adalah nilai ekstrim pada ruang yang lebih kecil (sempit). Ruang yang lebih sempit itu adalah himpunan bagian sejati dari ruang yang lebih besar. Syarat perlu suatu fungsional mencapai nilai ekstrim di suatu titik tertentu yaitu diferensial dari fungsional di titik itu adalah 0.

Ada suatu teorema mengenai syarat perlu untuk suatu nilai ekstrim dari fungsional yang berbentuk $J[y] = \int_a^b F(x, y(x), y(x)')dx$, untuk daerah asal fungsional memenuhi suatu syarat batas; yakni nilai fungsi-fungsi dalam daerah asal tersebut adalah sama pada titik-titik ujung fungsi-fungsi itu. Syarat perlu itu adalah suatu persamaan diferensial, di mana fungsi yang membuat $J[y]$ memiliki nilai ekstrim, akan memenuhi persamaaan diferensial itu. Persamaan diferensial itu disebut persamaan Euler. Jika $y = \hat{y}(x)$ membuat $J[y]$ memiliki nilai ekstrim, maka persamaan Eulernya adalah $\frac{\partial F}{\partial y}(x, \hat{y}, \hat{y}') - \frac{d}{dx}\left(\frac{\partial F}{\partial y'}(x, \hat{y}, \hat{y}')\right) = 0$.

Dalam skripsi ini, teorema mengenai syarat perlu suatu fungsional mencapai nilai ekstrim di suatu titik tertentu akan dibuktikan. Begitu pula dengan teorema tentang persamaan Euler.

Kata kunci : fungsional, nilai ekstrim, persamaan Euler.

ABSTRACT

Felisitas Sekar Dayu Rinakit, 2013. Extreme Value of Functional for Function With One Independent Variable. Thesis. Mathematics Education Study Program, Mathematics and Science Education Department, Faculty of Teacher Training and Education, Sanata Dharma University, Yogyakarta.

This thesis discusses the definition of a functional, extreme value of a functional, and Euler's equation. All this time, there are many discussions about extreme value of function both function of one variable and several variables. But, this thesis will discuss about extreme value of a functional.

Functional is a kind of function that its independent variable are functions. Or in the other word we can say that functional is a function of function. Domain of a functional is a function space and the range is a set of real number. The relative extreme value of a functional can be differed into two. They are strong extreme value and weak extreme value. The strong extreme value of a functional is an extreme value on a bigger space (broader). The weak extreme value of a functional is an extreme value on a smaller space (narrower). The smaller space is a proper subset of the bigger space. Necessary condition of a functional to get extreme value in a certain point is that its differential in that point is 0.

There is a theorem of necessary condition of extreme value from the functional $J[y] = \int_a^b F(x, y(x), y(x)')dx$. The domain of that functional should satisfy the boundary condition; i.e. the value of functions on its domain is same at its end points. The necessary condition is a differential equation in which the function that made $J[y]$ has extreme value, will satisfy the diferential equation. That differential equation is called Euler's equation. If $y = \hat{y}(x)$ make $J[y]$ has extreme value then its Euler's equation is $\frac{\partial F}{\partial y}(x, \hat{y}, \hat{y}') - \frac{d}{dx}\left(\frac{\partial F}{\partial y'}(x, \hat{y}, \hat{y}')\right) = 0$.

In this thesis, theorem of the necessary condition of a function to has extreme value in a certain point will be proved. And also the theorem of Euler's equation.

Key words : functional, extreme value, Euler's equation