

ISBN : 978-979-16353-8-7



**PROSIDING**  
**SEMINAR NASIONAL**  
MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA

***“ Kontribusi Pendidikan Matematika dan  
Matematika dalam Membangun Karakter  
Guru dan Siswa “  
Yogyakarta, 10 November 2012***

**Penyelenggara :**  
Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

*Jurusan Pendidikan Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Negeri Yogyakarta  
2012*

## DAFTAR ISI

### MAKALAH UTAMA

No	Kode	Penulis	Judul	Hal
1	U-1	Lim, Chap Sam	MOULDING POSITIVE CHARACTERS VIA INCULCATING VALUES IN MATHEMATICS TEACHING AND LEARNING	MU-1
2	U-2	S.B Waluya	PERAN MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA DALAM MEMBANGUN KARAKTER BANGSA	MU-11
3	U-3	Djamilah Bondan Widjajanti	PEMBELAJARAN MATEMATIKA YANG HUMANIS: MEMBANGUN KARAKTER GURU, KARAKTER SISWA, DAN KARAKTER BANGSA	MU-21

### MAKALAH BIDANG ANALISIS DAN ALJABAR

No	Kode	Penulis	Judul	Hal
1	A-1	Burhanudin Arif Nurnugroho	RUANG BARISAN DENGAN NILAI PADA RUANG BERNORMA-2 YANG DIBANGUN OLEH FUNGSI ORLICZ	MA-1
2	A-2	Dhian Arista Istikomah	KARAKTERISASI E-SEMIGRUP	MA-9
3	A-3	Dian Ariesta Yuwaningsih	BEBERAPA SIFAT TERKAIT SUBMODUL SEMIPRIMA	MA-17
4	A-4	Moch. Aruman Imron	KONSTRUKSI KLAS BARISAN P-SUPREMUM BOUNDED VARIATION SEQUENCES	MA-25
5	A-5	Dwi Lestari, Muhamad Zaki Riyanto	SUATU ALGORITMA KRIPTOGRAFI STREAM CIPHER BERDASARKAN FUNGSI CHAOS	MA-33
6	A-6	Elvina Herawaty	BEBERAPA RELASI INKLUSI PADA RUANG BARISAN BANACH LATTICE	MA-41
7	A-7	Hendra Listya Kurniawan, Musthofa	APLIKASI SISTEM LINEAR MAX-PLUS INVARIANT PADA SISTEM PRODUKSI TEMPE SUPER DANGSUL DI YOGYAKARTA	MA-53
8	A-8	M. Andy Rudhito	SISTEM LINEAR MAX-PLUS KABUR WAKTU INVARIANT AUTONOMOUS	MA-65
9	A-9	Moh. Affaf	LUAS DI $R^2$ DENGAN MEMANFAATKAN GARIS SINGGUNG KURVA	MA-71
10	A-10	Mustofa Arifin, Musthofa	OPTIMISASI JADWAL PEMESANAN BAKPIA PATHOK "25" DAERAH ISTIMEWA YOGYAKARTA DENGAN SISTEM LINEAR MAX-PLUS WAKTU INVARIANT	MA-81
11	A-11	Riningsih, Indah Emilia Wijayanti	SKEMA PEMBAGIAN RAHASIA MENGGUNAKAN KODE LINEAR	MA-91
12	A-12	Siswanto	NILAI EIGEN DAN VEKTOR EIGEN MATRIKS TERREDUKSI REGULER DALAM ALJABAR MAX-PLUS INTERVAL	MA-99
13	A-13	Caturiyati, Ch. Rini Indrati, Lina Aryati	SECOND ORDER CONE (SOC) DAN SIFAT-SIFAT KENDALA SECOND ORDER CONE PROGRAMMING DENGAN NORMA 1	MA-114
14	A-14	Caturiyati, Ch. Rini Indrati, Lina Aryati	KEKONVEKSKAN DAERAH FISIBEL SECOND ORDER CONE PROGRAMMING DENGAN NORMA 1	MA-119

**MAKALAH BIDANG PENDIDIKAN MATEMATIKA**

No	Kode	Penulis		Halaman
1	P-1	Akhmad Nayazik	PEMBELAJARAN MATEMATIKA DENGAN MENGINTEGRASIKAN HOM (HISTORY OF MATHEMATICS) UNTUK MENINGKATKAN MOTIVASI BELAJAR	MP-1
2	P-2	Amir Fatah	MODIFIKASI PERSEPSI : HARAPAN BARU MENINGKATKAN MINAT BELAJAR MATEMATIKA TERAPAN (MEKANIKA FLUIDA)	MP-9
3	P-3	Amir Mahmud	EKSPERIMENTASI MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE STAD DAN JIGSAW PADA POKOK BAHASAN BENTUK ALJABAR DITINJAU DARI PERHATIAN ORANG TUA SISWA KELAS VII SMP NEGERI DI KABUPATEN CILACAP TAHUN PELAJARAN 2010/ 2011	MP-15
4	P-4	Andri Anugrahana	INTEGRASI KECAKAPAN HIDUP SISWA MELALUI PENGALAMAN BELAJAR MATEMATIKA KONTEKS DUNIA NYATA SISWA DI SEKOLAH DASAR	MP-27
5	P-5	Andri Suryana	KEMAMPUAN BERPIKIR MATEMATIS TINGKAT LANJUT (ADVANCED MATHEMATICAL THINKING) DALAM MATA KULIAH STATISTIKA MATEMATIKA 1	MP-37
6	P-6	Angelia Padmarini Dharmamurti, Ch. Enny Murwaningtyas	EFEKTIVITAS PEMBELAJARAN REMEDIAL DENGAN MENGGUNAKAN ALAT PERAGA "KOTAK GESER" PADA MATERI PERKALIAN DAN FAKTORISASI BENTUK ALJABAR DI KELAS VIII SMPN 2 JETIS BANTUL	MP-49
7	P-7	Angelina Dwi Marsetyorini, Ch. Enny Murwaningtyas	DIAGNOSIS KESULITAN BELAJAR SISWA DAN PEMBELAJARAN REMEDIAL DALAM MATERI OPERASI PADA PECAHAN BENTUK ALJABAR DI KELAS VIII SMPN 2 JETIS BANTUL	MP-59
8	P-8	Angger Rengga Utama, M. Andy Rudhito	EFEKTIVITAS PEMBELAJARAN DENGAN PROGRAM CABRI 3D UNTUK MENINGKATKAN PEMAHAMAN SISWA TENTANG KONSEP SIKU-SIKU DALAM SUB-POKOK BAHASAN PENERAPAN TEOREMA PHYTAGORAS PADA BANGUN RUANG DI KELAS VIII SMP PANGUDI LUHUR GANTIWARNO	MP-71
9	P-9	Anggria Septiani	PENERAPAN STRATEGI INQUIRY BASED LEARNING DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA PADA SISWA KELAS VII SMP NEGERI 45 PALEMBANG	MP-81
10	P-10	Ani Minarni	PENGARUH PEMBELAJARAN BERBASIS MASALAH TERHADAP KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH SISWA SMP	MP-91
11	P-11	Aris Nurkholis	PENILAIAN PORTOFOLIO DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS KONTEKSTUAL PADA SISWA KELAS 1 SD JUARA YOGYAKARTA TAHUN AJARAN 2011/2012	MP-103
12	P-12	Asep Ikin Sugandi	PERANAN MATEMATIKA DALAM MENUMBUHKAN KARAKTER SISWA	MP-111
13	P-13	Aulia Musla Mustika	PENERAPAN PMRI DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA DI SEKOLAH DASAR UNTUK MENUMBUHKEMBANGKAN PENDIDIKAN KARAKTER	MP-121
14	P-14	Awit Widya Lestari	PENGAPLIKASIAN PROGRAM WINGEOM PADA POKOK BAHASAN KUBUS DAN BALOK	MP-131
15	P-15	Bernadeta Ayu Setyanta, Ch. Enny Murwaningtyas	PENGARUH PEMBERIAN KUIS TERHADAP MOTIVASI DAN HASIL BELAJAR SISWA SMP KANISIUS KALASAN TAHUN PELAJARAN 2012/2013 PADA MATERI FAKTORISASI SUKU ALJABAR	MP-141
16	P-16	Burhan Iskandar Alam	PENINGKATAN KEMAMPUAN PEMAHAMAN DAN KOMUNIKASI MATEMATIKA SISWA SD MELALUI PENDEKATAN REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION (RME)	MP-149

17	P-17	Desti Haryani	PROFIL PROSES BERPIKIR KRITIS SISWA SMA DENGAN GAYA KOGNITIF FIELD INDEPENDEN DAN BERJENIS KALAMIN PEREMPUAN DALAM MEMECAHKAN MASALAH MATEMATIKA	MP-165
18	P-18	Desti Haryani	MEMBENTUK SISWA BERPIKIR KRITIS MELALUI PEMBELAJARAN MATEMATIKA	MP-175
19	P-19	Devy Yuliastri Kurnia Putri, Intan Ayu Maharani	PENANAMAN SIKAP ANTI KORUPSI DAPAT MELALUI PELAJARAN MATEMATIKA	MP-183
20	P-20	Didi Suhaedi	PENINGKATAN KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIS SISWA SMP MELALUI PENDEKATAN PENDIDIKAN MATEMATIKA REALISTIK	MP-191
21	P-21	Edy Bambang Irawan	THE CHALLENGE OF MATHEMATICS TEACHERS IN DEALING WITH VARIOUS CURRICULUM CHANGES (A THEORETICAL REVIEW)	MP-201
22	P-22	Endang Setyo Winarni	MEMBANGUN KARAKTER SISWA SEKOLAH DASAR (SD) MELALUI PEMBELAJARAN MATEMATIKA DENGAN MENGGUNAKAN MEDIA BENDA KONKRET	MP-209
23	P-23	Sumiyati	MENUMBUHKAN KARAKTER BEKERJA KERAS DAN PANTANG MENYERAH PADA SISWA KELAS XII IPS SMAN 1 TEMPEL MELALUI PEMBELAJARAN MATEMATIKA	MP-217
24	P-24	Susiana Suryandari	OPTIMALISASI MEMBENTUK KARAKTER MENGGUNAKAN STIMULUS OTAK KANAN DAN OTAK KIRI PADA PEMBELAJARAN MATEMATIKA DALAM PENCAPAIAN TARGET PRESTASI PUNCAK	MP-227
25	P-25	Tumisah	PENINGKATAN PRESTASI BELAJAR MATEMATIKA DENGAN MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE THINK-PAIR-SHARE (TPS) DI SMK NEGERI 1 PANDAK KELAS X TPHP 1	MP-235
26	P-26	Ary Widayanto	PENGARUH MOTIVASI BERPRESTASI, INTELIGENSI QUOTIENT, DAN FASILITAS BELAJAR SISWA TERHADAP PRESTASI OLIMPIADE SAINS DI SMA NEGERI 1 BANTUL TAHUN AJARAN 2011-2012	MP-243
27	P-27	Muniri	MODEL PENALARAN INTUITIF SISWA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH MATEMATIKA	MP-251
28	P-28	Suryo Widodo	PROFIL KREATIVITAS GURU SMP DALAM MEMBUAT MASALAH MATEMATIKA KONTEKSTUAL BERDASARKAN KUALIFIKASI AKADEMIK	MP-263
29	P-29	Eka Setyaningsih	KEPEDULIAN GURU DALAM MENANAMKAN KARAKTER PESERTA DIDIK PADA PEMBELAJARAN MATEMATIKA	MP-271
30	P-30	Elisabeth Evi Alviah, M. Andy Rudhito	EFEKTIVITAS PEMBELAJARAN DENGAN PROGRAM GEOGEBRA DIBANDING PEMBELAJARAN KONVENSIONAL PADA TOPIK GRAFIK FUNGSI KUADRAT KELAS X SMA PANGUDI LUHUR YOGYAKARTA	MP-279
31	P-31	Elly Susanti	MENINGKATKAN PENALARAN SISWA MELALUI KONEKSI MATEMATIKA	MP-289
32	P-32	Epon Nur'Aeni, Dindin Abdul Muiz Lidinillah, Ayi Sakinatussa'Adah	MODEL DISAIN DIDAKTIS PEMBAGIAN PECAHAN BERBASIS PENDIDIKAN MATEMATIKA REALISTIK UNTUK SISWA KELAS V SEKOLAH DASAR	MP-297
33	P-33	Essy Purwaningtyas	EFEKTIVITAS MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE NUMBERED HEADS TOGETHER (NHT) DITINJAU DARI KREATIVITAS DAN KARAKTER SISWA DI SMP NEGERI 15 YOGYAKARTA	MP-309

34	P-34	Ety Septiati	KEEFEKTIFAN PENDEKATAN KONSTRUKTIVISME TERHADAP KEMAMPUAN KONEKSI MATEMATIS MAHASISWA PADA MATA KULIAH ANALISIS REAL I	MP-319
35	P-35	Fransiscus Dimas Permadi, M. Andy Rudhito	EFEKTIFITAS PEMBELAJARAN DENGAN PROGRAM GEOGEBRA DIBANDING PEMBELAJARAN KONVENSIIONAL PADA MATERI TEOREMA PYTHAGORAS KELAS VIII SMP PANGUDI LUHUR GANTIWARNOW KLATEN	MP-325
36	P-36	Gadis Arniyati Athar	PENGEMBANGAN PEMBELAJARAN MATEMATIKA DENGAN PENDEKATAN PENDIDIKAN MATEMATIKA REALISTIK (PMR) BERBASIS BUDAYA CERITA RAKYAT MELAYU RIAU PADA KELAS 3 SEKOLAH DASAR.	MP-335
37	P-37	Garini Widosari	PENGGUNAAN SOFTWARE MATLAB UNTUK MENINGKATKAN MINAT BELAJAR MATEMATIKA DI POLITEKNIK NEGERI SAMARINDA	MP-347
38	P-38	Georgina Maria Tinungki	SENI MENGAJAR SEORANG GURU MATEMATIKA IDAMAN SISWA	MP-351
39	P-39	Pivi Alpia Podomi, Ginanjar Abdurrahman, Yandri Soeyono	KEYAKINAN GURU TERHADAP MATEMATIKA DAN PROFESI	MP-361
40	P-40	Heru Kurniawan	UPAYA PENINGKATAN EFEKTIVITAS PEMBELAJARAN MATEMATIKA MELALUI METODE KOOPERATIF TIPE TEAM ASSISTED INDIVIDUALIZATION (TAI) PADA SISWA KELAS V SD NEGERI SIDOMULYO TAHUN PELAJARAN 2011/2012	MP-369
41	P-41	Hery Suharna	BERPIKIR REFLEKTIF (REFLECTIVE THINKING ) SISWA SD BERKEMAMPUAN MATEMATIKA TINGGI DALAM PEMAHAMAN MASALAH PECAHAN	MP-377
42	P-42	Zetriuslita	PENERAPAN PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE NHT UNTUK MENINGKATKAN HASIL BELAJAR MATEMATIKA SISWA KELAS X-4 SMAN 1 SIAK HULU	MP-387
43	P-43	Huri Suhendri	PENGARUH KECERDASAN MATEMATIS-LOGIS, RASA PERCAYA DIRI, DAN KEMANDIRIAN BELAJAR TERHADAP HASIL BELAJAR MATEMATIKA	MP-397
44	P-44	Ibrahim	KEBIASAAN BELAJAR MATEMATIKA SISWA DAN PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS MASALAH	MP-405
45	P-45	Yusuf Suryana, Oyon Haki Pranata, Ika Fitri Apria	DESAIN DIDAKTIS PENGENALAN KONSEP PECAHAN SEDERHANA PADA PEMBELAJARAN MATEMATIKA DI KELAS III SEKOLAH DASAR	MP-413
46	P-46	In Hi Abdullah	PENINGKATAN KEMAMPUAN REPRESENTASI MATEMATIS SISWA SMP MELALUI PEMBELAJARAN KONTEKSTUAL YANG TERINTEGRASI DENGAN SOFT SKILL.	MP-427
47	P-47	Isrok'Atun	CREATIVE PROBLEM SOLVING (CPS) MATEMATIS	MP-437
48	P-48	Karman La Nani	KONSTRUKSI SELF-REGULATION SKILL DAN HELP-SEEKING BEHAVIOR DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA	MP-449
49	P-49	Ketut Sutame, Harpint	MEREDUKSI MATHEMATICS ANXIETY DAN MENYUBURKAN PROBLEM SOLVING ABILITY DENGAN PENDEKATAN PROBLEM POSING	MP-459
50	P-50	Kholida Agustin, Yulia Linguistika	IDENTIFIKASI KESALAHAN SISWA KELAS X PADA EVALUASI MATERI SIFAT-SIFAT BILANGAN BERPANGKAT DENGAN PANGKAT BILANGAN BULAT DI SMA MUHAMMADIYAH 2 YOGYAKARTA	MP-471

51	P-51	Kikin Windhani, Fajar Hardoyono	ANALYSIS OF STUDENTS' ABILITY IN MATH CONCEPTS AS A TOOL FOR STUDYING ECONOMIC THEORY	MP-487
52	P-52	Kuswati, Nila Kurniasih, Puji Nugrahen	EKSPERIMENTASI METODE DISCOVERY DAN METODE THINK-PAIR-SHARE (TPS) TERHADAP HASIL BELAJAR MATEMATIKA SISWA DITINJAU DARI KEMAMPUAN ANALOGI MATEMATIS SISWA KELAS VIII SMP NEGERI 26 PURWOREJO TAHUN PELAJARAN 2011/2012	MP-499
53	P-53	La Moma	MENUMBUHKAN KEMAMPUAN BERPIKIR KREATIF MATEMATIS MELALUI PEMBELAJARAN GENERATIF SISWA SMP	MP-505
54	P-54	Laela Sagita, Widi Astuti	UPAYA MENINGKATKAN KARAKTER POSITIF SISWA DAN PRESTASI BELAJAR MATEMATIKA MELALUI METODE KOOPERATIF DENGAN MENGGUNAKAN MEDIA TRAVEL GAME DI SMP NEGERI 14 YOGYAKARTA	MP-515
55	P-55	Leo Agung Noviar Kidung Adi, M. Andy Rudhito	PEMANFAATAN PROGRAM CABRI 3D DALAM UPAYA MENGATASI KESULITAN BELAJAR SISWA KELAS 5 SD NEGERI BANYUURIP PURWOREJO PADA POKOK BAHASAN VOLUME KUBUS DAN BALOK	MP-527
56	P-56	Leonardo Errick Pradika, Ch. Eddy Murwaningtyas	ANALISIS KESALAHAN SISWA KELAS VIII I SMP N 1 KARANGANYAR DALAM MENERJAKAN SOAL PADA POKOK BAHASAN BANGUN RUANG SISI DATAR SERTA UPAYA REMEDIASINYA DENGAN MEDIA BANTU PROGRAM CABRI 3D	MP-537
57	P-57	Lina Wulandari, Nurhadi Waryanto	PEMANFAATAN CABRI 3D DALAM MEDIA INTERAKTIF BERBASIS METODE INKUIRI PADA MATERI BANGUN RUANG SISI DATAR UNTUK MENINGKATKAN CARA BERPIKIR KRITIS SISWA KELAS VIII SMP	MP-547
58	P-58	Marhayati	PEMAHAMAN SOAL CERITA MELALUI PARAPRASE	MP-555
59	P-59	Maria Ulpah	MENINGKATKAN KEMAMPUAN PENALARAN STATISTIS SISWA MADRASAH ALIYAH MELALUI PENDEKATAN KONTEKSTUAL DI KABUPATEN BANYUMAS	MP-563
60	P-60	Maya Kusumaningrum, Abdul Aziz Saefudin	MENGOPTIMALKAN KEMAMPUAN BERPIKIR MATEMATIKA MELALUI PEMECAHAN MASALAH MATEMATIKA	MP-571
61	P-61	Mefa Indriati, Tuti Syafrianti	PENERAPAN MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TEKNIK THINK PAIR SQUARE (TPS) UNTUK MENINGKATKAN HASIL BELAJAR MATEMATIKA SISWA KELAS VIII SMP ISLAM YLPI PEKANBARU	MP-581
62	P-62	Muhamad Yasin	ANALISIS GAYA KOMUNIKASI GURU MATEMATIKA BERDASARKAN TEORI KOMUNIKASI LOGIKA DESAIN PESAN	MP-591
63	P-63	Muhammad Rijal Wahid Muharram	QUANTUM MATHEMATIC, MEMAHAMI NILAI-NILAI MATEMATIKA UNTUK MEMBANGUN KARAKTER BANGSA	MP-599
64	P-64	Niken Wahyu Utami, Jailani	PERMASALAHAN PENYUSUNAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA	MP-611
65	P-65	Niluh Sulistyani, S.Pd	IMPLEMENTASI PEMBELAJARAN BERBASIS MASALAH DIPADUKAN DENGAN MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE TAI (TEAM ASSISTED INDIVIDUALIZATION) UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS MATEMATIS PADA SISWA SMP N 2 SENTOLO KELAS IXA	MP-621
66	P-66	Maesia Ledua, Ninda Argafani, M. F. Atsnan	PARENTS BEHAVIOUR IN STRUGGLING TO MOTIVATE MATHEMATICS LEARNERS	MP-629
67	P-67	Nora Surmilasari	PENGEMBANGAN LKS MATEMATIKA BERBASIS KONSTRUKTIVISME UNTUK PEMBELAJARAN MATERI PERKALIAN DUA MATRIKS DI KELAS XII SMA	MP-635

68	P-68	Novi Komariyatiningasih, Nila Kesumawati	KETERKAITAN KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIS DENGAN PENDEKATAN PENDIDIKAN MATEMATIKA REALISTIK INDONESIA (PMRI)	MP-643
69	P-69	Nurina Kurniasari Rahmawati, Teguh Wibowo, Nila Kurniasi	PENERAPAN MODEL PEMBELAJARAN E-LEARNING PADA MATERI KUBUS DAN BALOK TERHADAP HASIL BELAJAR MATEMATIKA SISWA KELAS VIII SMP N SE-KECAMATAN BANYUURIP DITINJAU DARI MOTIVASI BELAJAR SISWA	MP-651
70	P-70	Pastita Ayu Laksmiwati, Ali Mahmudi	PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS METODE INQUIRY BERBANTUAN CABRI 3D PADA MATERI RUANG DIMENSI TIGA	MP-659
71	P-71	Paulina Hani Rusmawati, M. Andy Rudhito	DESAIN LEMBAR KERJA SISWA DENGAN PEMANFAATAN PROGRAM GEOGEBRA MELALUI DEMONSTRASI UNTUK Mendukung Penyampaian Materi Kesebangunan Di Kelas IX SMP Negeri 2 Jetis-Bantul	MP-671
72	P-72	Purna Bayu Nugroho, Suparni, Mulin Nu'M	EFEKTIVITAS MODEL PEMBELAJARAN MISSOURI MATHEMATICS PROJECT (MMP) DENGAN METODE TALKING STICK DAN PENEMUAN TERBIMBING TERHADAP HASIL BELAJAR MATEMATIKA SISWA KELAS X MAN MAGUWO HARJO SLEMAN (PENELITIAN EKSPERIMEN POKOK BAHASAN TRIGONOMETRI)	MP-681
73	P-73	Qodri Ali Hasan	REKONSTRUKSI PEMAHAMAN KONSEP PEMBAGIAN PADA SISWA BERKEMAMPUAN TINGGI	MP-689
74	P-74	Qodri Ali Hasan	PENGEMBANGAN PEMBELAJARAN OPERASI PEMBAGIAN DENGAN MENEKANKAN ASPEK PEMAHAMAN.	MP-699
75	P-75	Qurotuh Ainia, Nila Kurniasih, Mujiyem Sapti	EKSPERIMENTASI MODEL PEMBELAJARAN AUDITORY INTELLECTUALLY REPETITION (AIR) TERHADAP PRESTASI BELAJAR MATEMATIKA DITINJAU DARI KARAKTER BELAJAR SISWA KELAS VII SMP NEGERI SE-KECAMATAN KALIGESING TAHUN 2011/2012	MP-709
76	P-76	Ratu Ilma Indra Putri	PENDISAINAN HYPOTETICAL LEARNING TRAJECTORY (HLT) CERITA MALIN KUNDANG PADA PEMBELAJARAN MATEMATIKA	MP-717
77	P-77	Riawan Yudi Purwoko, Wawan	PEMBELAJARAN MATEMATIKA MENGGUNAKAN SOFTWARE WINPLOT PADA MATERI TURUNAN TERHADAP PRESTASI BELAJAR MATEMATIKA SISWA KELAS XI-IPS SMA MUHAMMADIYAH SE-KABUPATEN PURWOREJO	MP-725
78	P-78	Rima Oktaviani, Mujiyem Sapti, Puji Nugraheni	EKSPERIMENTASI MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE TGT TERHADAP PRESTASI BELAJAR MATEMATIKA DITINJAU DARI MOTIVASI BELAJAR SISWA KELAS VIII SMP NEGERI 2 BULUSPESANTREN TAHUN PELAJARAN 2011/2012	MP-735
79	P-79	Risnanosanti	HYPOTHETICAL LEARNING TRAJECTORY UNTUK MENUMBUHKEMBANGKAN KEMAMPUAN BERPIKIR KREATIF MATEMATIS SISWA SMA DI KOTA BENGKULU	MP-743
80	P-80	Rudi Santoso Yohanes	STRATEGI SISWA SMP DALAM MENYELESAIKAN MASALAH GEOMETRI DITINJAU DARI DOMINASI OTAK KIRI DAN OTAK KANAN	MP-751
81	P-81	Rufina Ni Luh Wiwik Handayani, Ch. Enny Murwaningtyas	PENGARUH PENGGUNAAN MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE STAD TERHADAP MOTIVASI DAN HASIL BELAJAR SISWA PADA POKOK BAHASAN PENJUMLAHAN DAN PENGURANGAN BILANGAN BULAT DI KELAS VII A SMP KANISIUS KALASAN YOGYAKARTA TAHUN PELAJARAN 2012-2013	MP-761
82	P-82	Selvi Rajuaty Tandiseru	KEPEDULIAN GURU MATEMATIKA DALAM MENINGKATKAN KEMAMPUAN BERPIKIR KREATIF SISWA	MP-771
83	P-83	Setyawati, Ibrahim	EFEKTIVITAS PENGGUNAAN MODEL PEMBELAJARAN RECIPROCAL TEACHING DILENGKAPI DRILL SOAL TERHADAP PENINGKATAN PEMAHAMAN KONSEP DAN MOTIVASI BELAJAR MATEMATIKA SISWA DITINJAU DARI KEMAMPUAN MATEMATIKA UMUM SISWA	MP-779

84	P-84	Sri Adi Widodo	PROSES BERPIKIR MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH MATEMATIKA BERDASARKAN DIMENSI TEACHER	MP-789
85	P-85	Sri Adi Widodo	PROSES BERPIKIR MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH MATEMATIKA BERDASARKAN DIMENSI HEALER	MP-795
86	P-86	Sri Hastuti Noer	SELF-EFFICACY MAHASISWA TERHADAP MATEMATIKA	MP-801
87	P-87	Subanindro	PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN TRIGONOMETRI BERORIENTASIKAN KEMAMPUAN PENALARAN DAN KOMUNIKASI MATEMATIK SISWA SMA	MP-809
88	P-88	Suhas Caryono, Suhartono	ANALISIS DESKRIPTIF FAKTOR PENYEBAB KESULITAN BELAJAR MATA PELAJARAN MATEMATIKA DI SMA NEGERI 8 PURWOREJO TAHUN PELAJARAN 2012/2013	MP-819
89	P-89	Syahrir	PENGARUH PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE JIGSAW DAN TEAMS GAME TURNAMEN (TGT) TERHADAP MOTIVASI BELAJAR DAN KETERAMPILAN MATEMATIKA SISWA SMP (STUDI EKSPERIMEN DI SMP DARUL HIKMAH MATARAM)	MP-827
90	P-90	Syukrul Hamdi	MEMAHAMI KARAKTERISTIK PSIKOLOGIS SISWA DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERDASARKAN KECERDASAN INTUITIF DAN REFLEKTIF	MP-839
91	P-91	Tantan Sutandi Nugraha	PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS MASALAH YANG BERLANDASKAN NILAI-NILAI KARAKTER DENGAN PENGGUNAAN MEDIA TIK PADA KELAS DWI-BAHASA DALAM KOMPETENSI DASAR MENENTUKAN SLOPE DAN PERSAMAAN GARIS LURUS	MP-849
92	P-92	Tatan. Zm	ANALISIS PROKRASTINASI TUGAS AKHIR/SKRIPSI	MP-863
93	P-93	Titin Mulyaningsih	PERMAINAN MAMUN TEBAL UNTUK MENINGKATKAN KETERAMPILAN HITUNG BILANGAN BULAT SISWA KELAS IV SDN KOTAGEDE III YOGYAKARTA	MP-873
94	P-94	Donny Seftyanto, Mega Apriani, Tony Haryanto	PERAN ALGORITMA CAESAR CIPHER DALAM MEMBANGUN KARAKTER AKAN KESADARAN KEAMANAN INFORMASI	MP-883
95	P-95	Tri Nova Hasti Yunianta, Ani Rusilowati, Rochmad	KEMAMPUAN BERPIKIR KREATIF SISWA PADA IMPLEMENTASI PROJECT-BASED LEARNING DENGAN PEER AND SELF-ASSESSMENT UNTUK MATERI SEGIEMPAT KELAS VII SMPN RSBI 1 JUWANA DI KABUPATEN PATI	MP-891
96	P-96	Urip Tisngati	MEMBANGUN KARAKTER DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA MELALUI KETERAMPILAN KOMUNIKASI	MP-903
97	P-97	Veronica Wiwik Dwi Astuty, M. Andy Rudhito	PENGGUNAAN PROGRAM GEOGEBRA DALAM UPAYA MENGATASI KESULITAN BELAJAR SISWA KELAS VIII E SMP N 1 NANGGULAN KULON PROGO POKOK BAHASAN GRAFIK GARIS LURUS PADA PEMBELAJARAN REMEDIAL	MP-913
98	P-98	Watijo Hastoro	MENENTUKAN LUAS DAERAH BANGUN DATAR DENGAN PAPAN BERPETAH UNTUK SISWA SMP KELAS VII	MP-923
99	P-99	Widi Astuti	EKSPERIMENTASI MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE STAD PADA MATERI PECAHAN TERHADAP PRESTASI BELAJAR MATEMATIKA KELAS IV SD SE-GUGUS SULTAN AGUNG DITINJAU DARI MOTIVASI BELAJAR SISWA	MP-937
100	P-100	Wiryanto	REPRESENTASI SISWA SEKOLAH DASAR DALAM PEMAHAMAN KONSEP PECAHAN	MP-943



## SISTEM LINEAR MAX-PLUS KABUR WAKTU INVARIANT AUTONOMOUS

M. Andy Rudhito<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sanata Dharma  
Kampus III USD Paingan Maguwoharjo Yogyakarta

<sup>1</sup>e-mail: arudhito@yahoo.co.id

### Abstrak

Telah dibahas sistem linear max-plus waktu invariant autonomous (SLMIA), di mana waktu aktifasinya berupa bilangan real dan interval. Dalam sistem linear max-plus kabur waktu invariant autonomous (SLMKIA), ketidakpastian dalam waktu aktifasinya dimodelkan sebagai bilangan kabur (*fuzzy number*), yang dapat dipandang sebagai keluarga interval tersarang. Artikel ini membahas tentang generalisasi SLMIA menjadi SLMKIA dan analisis input-output SLMKIA, serta sifat periodiknya. Dapat ditunjukkan bahwa SLMKIA berupa suatu sistem persamaan linear max-plus bilangan kabur. Analisa input-output SLMKIA dapat dibahas melalui proses rekursif pada sistem persamaan linear max-plus bilangan kabur. Sifat periodik SLMKIA dapat diperoleh dari nilai nilai eigen dan vektor eigen bilangan kabur matriks keadaan dalam sistemnya.

**Kata kunci:** Sistem Linear, Max-Plus, Bilangan Kabur, Waktu Invariant, Input-Output, Autonomous

### PENDAHULUAN

Dalam masalah pemodelan dan analisa suatu jaringan, kadang-kadang waktu aktifasinya tidak diketahui dengan pasti. Hal ini misalkan karena jaringan masih pada tahap perancangan, data-data mengenai waktu aktifitas belum diketahui secara pasti. Ketidakpastian waktu aktifitas jaringan ini dapat dimodelkan dalam suatu bilangan kabur (*fuzzy number*), yang selanjutnya di sebut waktu aktifitas kabur.

Aljabar max-plus (himpunan semua bilangan real  $\mathbf{R}$  dilengkapi dengan operasi max dan plus) telah dapat digunakan dengan baik untuk memodelkan dan menganalisis secara aljabar masalah-masalah jaringan, seperti masalah: penjadwalan (proyek) dan sistem antrian, lebih detailnya dapat dilihat pada Bacelli, *et al.* (2001), Rudhito, A. (2003). Dalam Schutter (1996) dan Rudhito, A. (2003) telah dibahas pemodelan dinamika sistem produksi sederhana dengan pendekatan aljabar max-plus. Secara umum model ini berupa sistem linear max-plus waktu invariant.

Konsep aljabar max-plus bilangan kabur yang merupakan perluasan konsep aljabar max-plus, di mana elemen-elemen yang dibicarakan berupa bilangan kabur telah dibahas dalam Rudhito (2008) dan Rudhito (2011a), yang juga meliputi konsep matriks atas aljabar max-plus bilangan kabur, nilai eigen dan vektor eigen max-plus bilangan kabur.

Sejalan dengan cara pemodelan dan pembahasan input-output sistem linear max-plus waktu invariant (SLMI) seperti dalam Schutter (1996) dan Rudhito, A. (2003), dan dengan memperhatikan hasil-hasil pada aljabar max-plus bilangan kabur, dalam Rudhito (2011a) telah dibahas pemodelan dan analisa input-output sistem linear max-plus kabur waktu invariant (SLMKI), yaitu sistem linear max-plus waktu invariant dengan waktu aktifitas kabur. Dalam situasi tertentu ada suatu SLMI yang keadaannya tidak dipengaruhi kedatangan input, yang disebut dengan SLMI autonomous (SLMIA). Dalam makalah ini akan dibahas pemodelan, analisis input-output dan sifat periodik sistem linear max-plus kabur waktu invariant autonomous (SLMKIA).

Dalam makalah ini diasumsikan pembaca telah mengenal pengertian dan sifat-sifat aljabar max-plus bilangan kabur, matriks atas aljabar max-plus bilangan kabur, nilai eigen dan vektor eigen max-plus bilangan kabur seperti yang dapat dibaca dalam Rudhito (2011a).

## PEMBAHASAN

Berikut diberikan definisi sistem linear max-plus kabur waktu invariant autonomous (SLMKIA).

### Definisi 1 (SLMKIA)

*Sistem Linear Max-Plus Kabur Waktu-Invariant Autonomous* adalah Sistem Kejadian Diskrit yang dapat dinyatakan dengan persamaan berikut:

$$\tilde{\mathbf{x}}(k+1) = \tilde{\mathbf{A}} \otimes \tilde{\mathbf{x}}(k) \quad (1)$$

$$\tilde{\mathbf{y}}(k) = \tilde{\mathbf{C}} \otimes \tilde{\mathbf{x}}(k)$$

untuk  $k = 1, 2, 3, \dots$ , dengan kondisi awal  $\tilde{\mathbf{x}}(0) \neq \tilde{\mathbf{e}}$ ,  $\tilde{\mathbf{A}} \in \mathbf{F}(\mathbf{R})_{\max}^{n \times n}$  dan  $\tilde{\mathbf{C}} \in \mathbf{F}(\mathbf{R})_{\max}^{1 \times n}$ .

Vektor kabur  $\tilde{\mathbf{x}}(k) \in \mathbf{F}(\mathbf{R})_{\max}^n$  menyatakan *keadaan (state)* kabur dan  $\tilde{\mathbf{y}}(k) \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^1$  adalah *vektor output kabur* sistem saat waktu ke- $k$ .

SLMKIA dalam definisi di atas merupakan sistem dengan satu input dan satu output (SISO). SLMKIA seperti dalam definisi di atas secara singkat akan dituliskan dengan  $SLMKIA(\tilde{A}, \tilde{C}, \tilde{x}(0) \neq \tilde{\epsilon})$ . Jika kondisi awal diberikan pada sistem, maka secara rekursif juga dapat ditentukan barisan keadaan sistem dan barisan output sistem yang bersesuaian dengan kondisi awal tersebut. Secara umum sifat input-output SLMKIA  $(\tilde{A}, \tilde{C}, \tilde{x}(0) \neq \tilde{\epsilon})$  diberikan dalam teorema berikut.

**Teorema 1** (Input-Output SLMKIA $(\tilde{A}, \tilde{C}, \tilde{x}(0) \neq \tilde{\epsilon})$ )

Diberikan suatu bilangan bulat positif  $p$ . Jika vektor output kabur  $\tilde{y} = [\tilde{y}(1), \tilde{y}(2), \dots, \tilde{y}(p)]^T$  diberikan pada SLMKIA $(\tilde{A}, \tilde{C}, \tilde{x}(0) \neq \tilde{\epsilon})$ , maka  $\tilde{y} = \tilde{K} \tilde{\otimes} \tilde{x}(0)$ , dengan

$$\tilde{K} = \begin{bmatrix} \tilde{C} \tilde{\otimes} \tilde{A} \\ \tilde{C} \tilde{\otimes} \tilde{A}^{\tilde{\otimes}^2} \\ \vdots \\ \tilde{C} \tilde{\otimes} \tilde{A}^{\tilde{\otimes}^p} \end{bmatrix}.$$

**Bukti:** Pembuktian analog dengan pembuktian pada kasus waktu aktifitas yang berupa bilangan real, dengan mengingat bahwa operasi penjumlahan dan perkalian matriks potongan- $\alpha$  yang berupa matriks interval konsisten terhadap urutan yang telah didefinisikan di atas. Di samping itu untuk setiap  $\alpha \in [0, 1]$ , elemen-elemen matriks potongan- $\alpha$  juga bersarang (*nested*). Bukti untuk kasus waktu aktifitas yang berupa bilangan real dapat dilihat dalam Rudhito (2003: hal 56 -58).

Selanjutnya akan diberikan teorema yang memberikan cara penentuan keadaan awal tercepat untuk suatu  $\alpha \in [0, 1]$ , sehingga interval keadaan selanjutnya akan berada dalam interval terkecil yang batas bawah dan batas atasnya periodik dengan periode tertentu. Sebelumnya akan dikonstruksikan suatu vektor bilangan kabur dalam definisi berikut.

**Definisi 2**

Diberikan matriks  $\tilde{A} \in \mathbf{F}(\mathbf{R})_{\max}^{n \times n}$  irreduisibel dan dengan  $\tilde{v}$  adalah vektor eigen max-plus bilangan kabur fundamental yang bersesuaian dengan  $\tilde{\lambda}_{\max}(\tilde{A})$ . Dibentuk vektor bilangan kabur  $\tilde{v}^*$  di mana vektor potongan- $\alpha$ -nya adalah  $\mathbf{v}^{*\alpha} \approx [\underline{\mathbf{v}}^{*\alpha}, \overline{\mathbf{v}}^{*\alpha}]$ , dengan langkah-langkah sebagai berikut. Untuk setiap  $\alpha \in [0, 1]$  dan  $i = 1, 2, \dots, n$ , dibentuk

1.  $\underline{v}'^\alpha = \delta_1 \otimes \underline{v}^\alpha, \overline{v}'^\alpha = \delta_1 \otimes \overline{v}^\alpha$ , dengan  $\delta_1 = -\min_i(\underline{v}_i^0)$ .
2.  $\underline{v}''^\alpha = \delta_2(\alpha) \otimes \underline{v}'^\alpha, \overline{v}''^\alpha = \delta_2(\alpha) \otimes \overline{v}'^\alpha$ , dengan  $\delta_2(\alpha) = -\min_i(\underline{v}_i'^\alpha - \underline{v}_i^0)$ .
3.  $\overline{v}'''^\alpha = \delta_3 \otimes \overline{v}''^\alpha$ , dengan  $\delta_3 = -\min_i(\underline{v}_i''^0 - \overline{v}_i''^0)$ .
4.  $\underline{v}^{*\alpha} = \underline{v}'''^\alpha, \overline{v}^{*\alpha} = \delta_4(\alpha) \otimes \overline{v}'''^\alpha$ , dengan  $\delta_4(\alpha) = -\min_i(\overline{v}_i'''^0 - \overline{v}_i'''^\alpha)$ .

**Teorema 2**

Diberikan SLMKIA( $\tilde{A}, \tilde{C}, \tilde{x}(0) \neq \tilde{\varepsilon}$ ) dengan  $\tilde{A}$  irreduisibel. Untuk suatu  $\alpha \in [0, 1]$ , vektor  $\underline{v}^{*\alpha}$  seperti yang didefinisikan dalam Definisi 2, merupakan keadaan awal tercepat, sehingga interval keadaan berikutnya akan berada dalam interval terkecil yang batas bawah dan batas atasnya periodik dengan besar periode berturut-turut  $\lambda_{\max}(\underline{A}^\alpha)$  dan  $\lambda_{\max}(\overline{A}^\alpha)$ .

**Bukti:**

Persamaan  $\tilde{x}(k+1) = \tilde{A} \otimes \tilde{x}(k)$  dapat dinyatakan melalui keadaan awal  $\tilde{x}(0)$ , dengan potongan- $\alpha$ -nya  $\mathbf{x}^\alpha(0) \approx [\underline{\mathbf{x}}^\alpha(0), \overline{\mathbf{x}}^\alpha(0)]$  untuk setiap  $\alpha \in [0, 1]$ . Perhatikan bahwa untuk setiap  $\alpha \in [0, 1]$  berlaku  $\mathbf{x}^\alpha(k+1) = A^\alpha \otimes \mathbf{x}^\alpha(k) \approx [\underline{A}^\alpha \otimes \underline{\mathbf{x}}^\alpha(k), \overline{A}^\alpha \otimes \overline{\mathbf{x}}^\alpha(k)] = [(\underline{A}^\alpha)^{\otimes k} \otimes \underline{\mathbf{x}}^\alpha(0), (\overline{A}^\alpha)^{\otimes k} \otimes \overline{\mathbf{x}}^\alpha(0)] \approx (A^\alpha)^{\otimes k} \otimes \mathbf{x}^\alpha(0)$ . Jadi untuk setiap  $\alpha \in [0, 1]$  berlaku  $\mathbf{x}^\alpha(k+1) = (A^\alpha)^{\otimes k} \otimes \mathbf{x}^\alpha(0)$ , yang berarti berlaku bahwa  $\tilde{x}(k+1) = \tilde{A}^{\otimes k} \otimes \tilde{x}(0)$ . Mengingat keadaan awal dapat ditentukan dengan pasti, maka keadaan awal merupakan adalah tegas atau berupa bilangan kabur titik, yaitu  $\tilde{x}(0)$ , dengan  $\mathbf{x}^\alpha(0) \approx [\underline{\mathbf{x}}^\alpha(0), \overline{\mathbf{x}}^\alpha(0)]$  di mana  $\underline{\mathbf{x}}^\alpha(0) = \overline{\mathbf{x}}^\alpha(0)$  untuk setiap  $\alpha \in [0, 1]$ .

Karena matriks  $\tilde{A}$  irreduisibel, maka dapat dibentuk vektor bilangan kabur  $\tilde{v}^*$  seperti pada Definisi 2 di atas. Vektor bilangan kabur  $\tilde{v}^*$  tersebut juga merupakan vektor eigen max-plus bilangan kabur yang bersesuaian dengan  $\tilde{\lambda}_{\max}(\tilde{A})$ . Dari konstruksi vektor eigen max-plus bilangan kabur di atas diperoleh bahwa komponen  $\underline{v}^{*0}$  yaitu  $\underline{v}_i^{*0}$ , semuanya tak negatif dan terdapat  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$  sedemikian hingga  $\underline{v}_i^{*\alpha} = 0$  untuk

setiap  $\alpha \in [0, 1]$ . Sementara vektor potongan- $\alpha$ -nya merupakan interval-interval terkecil, dalam arti  $\min_i (\overline{v_i^{*0}} - \underline{v_i^{*0}}) = 0$  untuk  $i = 1, 2, \dots, n$ , di antara semua kemungkinan vektor eigen max-plus bilangan kabur hasil modifikasi vektor eigen max-plus bilangan kabur fundamental  $\tilde{v}$  di atas, yang semua batas bawah komponennya tak negatif dan paling sedikit satu bernilai nol.

Mengingat vektor bilangan kabur  $\tilde{v}^*$  merupakan vektor eigen max-plus bilangan kabur yang bersesuaian dengan  $\tilde{\lambda}_{\max}(\tilde{A})$ , maka berlaku

$$\tilde{A} \otimes \tilde{v}^* = \tilde{\lambda}_{\max}(\tilde{A}) \otimes \tilde{v}^* \text{ atau } A^\alpha \otimes v^{*\alpha} = \lambda_{\max}(A^\alpha) \otimes v^{*\alpha} \text{ atau}$$

$$[\underline{A}^\alpha \otimes \underline{v}^{*\alpha}, \overline{A}^\alpha \otimes \overline{v}^{*\alpha}] = [\lambda_{\max}(\underline{A}^\alpha) \otimes \underline{v}^{*\alpha}, \lambda_{\max}(\overline{A}^\alpha) \otimes \overline{v}^{*\alpha}] \text{ yang berarti pula}$$

$$\underline{A}^\alpha \otimes v^{*\alpha} = \lambda_{\max}(\underline{A}^\alpha) \otimes v^{*\alpha} \text{ dan } \overline{A}^\alpha \otimes v^{*\alpha} = \lambda_{\max}(\overline{A}^\alpha) \otimes v^{*\alpha} \text{ untuk setiap } \alpha \in [0, 1].$$

Untuk suatu nilai  $\alpha \in [0, 1]$ , diambil keadaan awal tercepat  $\tilde{x}(0) = \underline{v}^{*\alpha}$  sehingga batas bawah interval keadaan sistem periodik. Hal ini karena terdapat  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$  sedemikian hingga  $\underline{v}_i^{*\alpha} = 0$  untuk setiap  $\alpha \in [0, 1]$ . Mengingat operasi  $\oplus$  dan  $\otimes$  pada matriks konsisten terhadap urutan " $\preceq_m$ ", maka berlaku  $(\underline{A}^\alpha)^{\otimes k} \otimes \underline{v}^{*\alpha} \preceq_m (\overline{A}^\alpha)^{\otimes k} \otimes \underline{v}^{*\alpha} \preceq_m (\overline{A}^\alpha)^{\otimes k} \otimes \overline{v}^{*\alpha}$ .

$$\text{Akibatnya } d^\alpha(k) \approx [(\underline{A}^\alpha)^{\otimes k} \otimes \underline{v}^{*\alpha}, (\overline{A}^\alpha)^{\otimes k} \otimes \underline{v}^{*\alpha}] \subseteq [(\underline{A}^\alpha)^{\otimes k} \otimes \underline{v}^{*\alpha}, (\overline{A}^\alpha)^{\otimes k} \otimes \overline{v}^{*\alpha}] = [$$

$$(\lambda_{\max}(\underline{A}^\alpha))^{\otimes k} \otimes \underline{v}^{*\alpha}, (\lambda_{\max}(\overline{A}^\alpha))^{\otimes k} \otimes \overline{v}^{*\alpha}] = [(\lambda_{\max}(\underline{A}^\alpha))^{\otimes k}, (\lambda_{\max}(\overline{A}^\alpha))^{\otimes k}] \otimes [\underline{v}^{*\alpha}, \overline{v}^{*\alpha}]$$

$$= [\lambda_{\max}(\underline{A}^\alpha), \lambda_{\max}(\overline{A}^\alpha)]^{\otimes k} \otimes [\underline{v}^{*\alpha}, \overline{v}^{*\alpha}] \text{ untuk setiap } k = 1, 2, 3, \dots$$

Dengan demikian untuk suatu  $\alpha \in [0, 1]$ , vektor  $\underline{v}^{*\alpha}$  merupakan keadaan awal tercepat, sehingga interval keadaan selanjutnya akan berada dalam interval terkecil yang batas bawah dan batas atasnya periodik dengan besar periode berturut-turut  $\lambda_{\max}(\underline{A}^\alpha)$  dan  $\lambda_{\max}(\overline{A}^\alpha)$ . ■

### SIMPULAN DAN SARAN

Dari pembahasan di atas dapat disimpulkan bahwa bahwa SLMKIA berupa suatu sistem persamaan linear max-plus bilangan kabur. Analisa input-output SLMKIA dapat

---

dibahas melalui proses rekursif pada sistem persamaan linear max-plus bilangan kabur, di mana barisan output dapat dituliskan dalam suatu persamaan matriks atas aljabar max-plus bilangan kabur. Sifat periodik SLMKIA dapat diperoleh dari nilai nilai eigen dan vektor eigen bilangan kabur matriks keadaan dalam sistemnya, di mana untuk suatu  $\alpha \in [0, 1]$ , dapat ditentukan keadaan awal tercepat sehingga interval keadaan selanjutnya akan berada dalam interval terkecil yang batas bawah dan batas atasnya periodik.

Dalam pembahasan pada makalah ini masih sebatas teoritis, sehingga teori ini perlu diterapkan dalam masalah nyata sehari-sehari, seperti dalam masalah sistem produksi, masalah antrian dan sebagainya.

## DAFTAR PUSTAKA

- Baccelli, F., Cohen, G., Olsder, G.J. and Quadrat, J.P. 2001. Synchronization and Linearity. New York: John Wiley & Sons.
- Rudhito, Andy. 2003. Sistem Linear Max-Plus Waktu-Invariant. Tesis: Program Pascasarjana Universitas Gadjah Mada. Yogyakarta.
- Rudhito, Andy. Wahyuni, Sri. Suparwanto, Ari dan Susilo, F. 2008. Aljabar Max-Plus Bilangan Kabur. Berkala Ilmiah MIPA Majalah Ilmiah Matematika & Ilmu Pengetahuan Alam. Vol. 18 (2): pp. 153-164
- Rudhito, Andy. 2011. Aljabar Max-Plus Bilangan Kabur dan Penerapannya pada Masalah Penjadwalan dan Jaringan Antrian Kabur, Disertasi: Program S3 Matematika FMIPA Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta.
- Rudhito, Andy. 2012a. Sistem Linear Max-Plus Interval Waktu Invariant. Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika di Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY, Yogyakarta, 3 Desember 2011. pp. MA-104-113.
- Rudhito, Andy. 2012b. Fuzzy Max-Plus Linear Systems Time-Invariant. Seminar Nasional Aljabar 2012 di FMIPA Universitas Diponegoro, Semarang, 14 April 2012.
- Schutter, B. De., 1996. Max-Algebraic System Theory for Discrete Event Systems, PhD thesis Departement of Electrical Engineering Katholieke Universiteit Leuven, Leuven