

PYTHAGORAS

JURNAL MATEMATIKA PENDIDIKAN MATEMATIKA

Volume 5, Nomor 1 Juni 2009

DAFTAR ISI :

The Power of Games to Learn Mathematics: An Overview
Ariyadi Wijaya

Tingkat-Tingkat Berpikir Mahasiswa dalam Menerjemahkan
Pernyataan Matematis Berkuantor Universal dari Bentuk Kalimat Biasa
Menjadi Bentuk Kalimat Formal
M. Andy Rudhito dan Susento

Developing Evaluation Instrument for Mathematics Educational Software
Wahyu Setyaningrum

Pembentukan Isomorfisma dari Gelanggang Faktor ke Gelanggang Faktor Lokal
Amir Kamal Amir

Model Pertumbuhan Populasi Berdasarkan Kelompok Umur
Dwi Lestari

Bifurkasi Hopf dalam Model Epidemologi dengan Waktu Tundaan Diskret
Rubono

Pemodelan *Inventory* dengan Dua Gudang Penyimpanan
untuk Barang yang Mengalami Penyusutan dengan *Backlog Shortage* Sebagian
dan *Lead Time Fuzzy*
Dwi Ertiningsih, Widodo

Perbandingan Model ARIMA dan Model Regresi dengan Residual ARIMA
dalam Menerangkan Perilaku Pelanggan Listrik di Kota Palopo
Alia Lestari



JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA



DAFTAR ISI

Daftar Isi	i
Pengantar dari Penyunting	ii
<i>The Power of Games to Learn Mathematics: An Overview</i> (Ariyadi Wijaya)	1-12
Tingkat-Tingkat Berpikir Mahasiswa dalam Menerjemahkan Pernyataan Matematis Berkuantor Universal dari Bentuk Kalimat Biasa Menjadi Bentuk Kalimat Formal (M. Andy Rudhito dan Susento)	13-24
<i>Developing Evaluation Instrument for Mathematics Educational Software</i> (Wahyu Setyaningrum)	25-37
Pembentukan Isomorfisma dari Gelanggang Faktor ke Gelanggang Faktor Lokal (Amir Kamal Amir)	38-44
Model Pertumbuhan Populasi Berdasarkan Kelompok Umur (Dwi Lestari)	45-53
Bifurkasi Hopf dalam Model Epidemologi dengan Waktu Tundaan Diskret (Rubono)	54-60
Pemodelan <i>Inventory</i> dengan Dua Gudang Penyimpanan untuk Barang yang Mengalami Penyusutan dengan <i>Backlog Shortage</i> Sebagian dan <i>Lead Time Fuzzy</i> (Dwi Ertiningsih, Widodo)	61-72
Perbandingan Model ARIMA dan Model Regresi dengan Residual ARIMA dalam Menerangkan Perilaku Pelanggan Listrik di Kota Palopo (Alia Lestari)	73-82

**TINGKAT-TINGKAT BERPIKIR MAHASISWA DALAM MENERJEMAHKAN
PERNYATAAN MATEMATIS BERKUANTOR UNIVERSAL
DARI BENTUK KALIMAT BIASA
MENJADI BENTUK KALIMAT FORMAL**

M. Andy Rudhito dan Susento
email: arudhito@yahoo.co.id dan susento@staff.usd.ac.id
Program Studi Pendidikan Matematika FKIP
Universitas Sanata Dharma
Kampus III USD Paingan Maguwoharjo Yogyakarta

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk menghasilkan suatu deskripsi tingkat-tingkat berpikir mahasiswa dalam menterjemahkan pernyataan matematis berkuantor universal dari bentuk kalimat biasa menjadi bentuk kalimat formal. Jenis penelitian ini adalah penelitian kualitatif diskriptif. Subjek penelitian ini adalah semua mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika FKIP semester I Universitas Sanata Dharma Yogyakarta angkatan tahun 2006, yang berjumlah 46 orang. Data bersifat kualitatif, yaitu berupa jawaban oleh mahasiswa terhadap soal yang diberikan. Data dianalisis secara kualitatif dengan langkah-langkah: reduksi data, kategorisasi data, dan sintesisasi. Hasil penelitian mengindikasikan adanya 7 tingkat berpikir mahasiswa sebagai berikut: Tingkat-0: Tidak ada gagasan dalam menterjemahkan; Tingkat-1: Kalimat formal tidak menyatakan pernyataan berkuantor universal atau menyatakan pernyataan berkuantor universal tetapi tidak bermakna; Tingkat-2: Kalimat formal menyatakan pernyataan berkuantor yang bermakna tetapi tidak sesuai dengan makna soal karena kuantor universal tidak sesuai; Tingkat-3: Kalimat formal menyatakan pernyataan berkuantor yang bermakna tetapi tidak sesuai dengan makna soal karena penulisan predikat tidak tepat; Tingkat-4: Kalimat formal menyatakan pernyataan berkuantor universal yang bermakna dan sesuai dengan makna soal, tetapi semesta tidak ditulis atau semesta kurang tepat; Tingkat-5: Kalimat formal menyatakan pernyataan berkuantor universal yang bermakna dan sesuai dengan makna soal, tetapi penulisan predikat kurang tepat; Tingkat-6: Kalimat formal menyatakan pernyataan berkuantor universal bermakna dan sesuai dengan makna soal dengan tepat.

Kata kunci : tingkat berpikir, pernyataan berkuantor, logika matematik.

PENDAHULUAN

Latar Belakang

Pembuktian dalam matematika merupakan suatu kemampuan yang harus dikuasai oleh mahasiswa dalam bidang matematika. Akan tetapi sampai mahasiswa semester akhirpun masih banyak dijumpai mahasiswa yang mengalami kesulitan dalam melakukan pembuktian pernyataan matematis. Menurut Epp (2003), salah satu alasan mahasiswa mempunyai kesulitan dengan argumentasi matematik formal adalah bahwa bentuk tertentu suatu pernyataan terbuka untuk diinterpretasikan secara berbeda, baik secara informal maupun secara formal. Di samping itu untuk membantu mengatasi kesulitan tersebut, kita perlu melihat tingkat-tingkat berpikir mahasiswa. Suatu hasil penelitian mengenai tingkat-tingkat berpikir yang sudah dikenal adalah Taksonomi SOLO. Taksonomi SOLO (*Structure of Observed Learning Outcomes*) adalah suatu taksonomi yang digunakan untuk mengklasifikasikan respons terhadap tugas-tugas matematika oleh seorang mahasiswa. Taksonomi ini meliputi lima level yaitu *prastruktural*, *unistruktural*, *multistruktural*, *relasional*, dan abstrak lanjut (*extended abstract*) (Biggs & Collis, 1982).

Dalam masalah pembuktian pernyataan matematis, agar metode pembuktian dapat dipertanggungjawabkan, pernyataan matematis harus dalam bentuk formal. Kemampuan menerjemahkan pernyataan matematis dalam bentuk kalimat biasa ke bentuk formal merupakan suatu kemampuan yang harus dikuasai dalam masalah pembuktian. Untuk membantu tercapainya kemampuan ini, sebagai langkah awal perlu dilakukan penelitian untuk mengetahui tingkat-tingkat berpikir mahasiswa dalam menerjemahkan pernyataan matematis berkuantor dari bentuk kalimat biasa menjadi bentuk kalimat formal

Rumusan Masalah

Bagaimanakah tingkat-tingkat berpikir mahasiswa dalam menerjemahkan pernyataan matematis berkuantor universal yang diikuti bentuk implikasi dari bentuk kalimat biasa menjadi bentuk kalimat formal.

Tujuan Penelitian

Mengidentifikasi dan mendiskripsikan tingkat-tingkat berpikir mahasiswa dalam menerjemahkan pernyataan matematis berkuantor universal yang diikuti bentuk implikasi dari bentuk kalimat biasa menjadi bentuk kalimat formal

Manfaat Penelitian

Memberikan suatu acuan kepada pengajar saat melakukan pembelajaran di kelas yang menyangkut masalah menerjemahkan pernyataan matematis berkuantor universal dari bentuk kalimat biasa menjadi bentuk kalimat formal.

METODE PENELITIAN

Jenis Penelitian

Penelitian ini tergolong dalam jenis penelitian kualitatif diskriptif. Penelitian berusaha mendeskripsi fenomena dalam keadaan yang seadanya (*natural setting*). Fenomena yang dimaksud adalah tingkat-tingkat berpikir mahasiswa dalam menerjemahkan pernyataan matematis berkuantor dari bentuk kalimat biasa ke bentuk kalimat formal.

Subyek Penelitian

Subjek penelitian adalah semua mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sanata Dharma Yogyakarta angkatan tahun 2006 yang menjadi peserta perkuliahan Logika Matematika. Perkuliahan dilaksanakan pada semester gasal 2006/2007 yang diampu oleh Peneliti Utama. Mahasiswa terdiri dari 46 mahasiswa.

Waktu Pelaksanaan

Pelaksanaan pengambilan data dilaksanakan saat Ujian Sisipan II pada tanggal 20 November 2006, pukul 07.00 – 09.00.

Metode Pengumpulan Data:

Data bersifat kualitatif, yaitu berupa jawaban oleh mahasiswa terhadap soal yang diberikan. Data dikumpulkan melalui tes tertulis.

Instrumen Pengumpulan Data

Soal tes tertulis::

Perhatikan pernyataan berikut: " Bilangan bulat yang tiga kali-nya merupakan bilangan genap, pasti merupakan bilangan genap." Nyatakan pernyataan di atas dengan menggunakan variabel dan kuantor.

Adapun indikator-indikator yang ingin dicapai adalah mahasiswa dapat:

1. mengidentifikasi variabel,
2. mengidentifikasi semesta pembicaraan variabel,
3. menentukan kuantor yang sesuai,
4. mengidentifikasi kalimat-kalimat sederhana yang menyusun kalimat majemuknya, dan
5. menentukan penghubung logika yang tepat.

Sehingga jawaban yang diharapkan adalah $\forall x \in \mathbf{Z}, 3x \in \mathbf{E} \Rightarrow x \in \mathbf{E}$, dengan \mathbf{Z} = himpunan semua bilangan bulat, \mathbf{E} = himpunan semua bilangan genap.)

Metode Analisis Data

Data dianalisis secara kualitatif dengan langkah-langkah sebagai berikut (Moleong, 2006; Susento, 2006):

- a. Reduksi data: Bagian-bagian data dibandingkan dan dikontraskan satu sama lain untuk menghasilkan topik-topik data. Topik data adalah rangkuman bagian data yang mempunyai kandungan makna tertentu.
- b. Kategorisasi data: Topik-topik data dibandingkan dan dikontraskan satu sama lain untuk menghasilkan kategori-kategori data. Kategori data adalah gagasan abstrak yang mewakili makna yang sama yang terkandung dalam sekelompok topik data.
- c. Sintesisasi: Kategori-kategori data dibandingkan dan dikontraskan satu sama lain untuk menemukan hubungan di antara kategori-kategori, beserta sifat-sifatnya.

Dalam langkah reduksi data, data dalam dokumen hasil kerja tes diolah sehingga menghasilkan deskripsi proses berpikir tiap mahasiswa dalam mengerjakan tiap butir soal. Dalam langkah kategorisasi data, deskripsi proses berpikir tersebut diolah sehingga menghasilkan pola-pola proses berpikir mahasiswa untuk tiap jenis soal. Dalam langkah sintesisasi, pola-pola proses berpikir tersebut diolah sehingga menghasilkan klasifikasi

tingkat-tingkat berpikir mahasiswa untuk tiap jenis soal beserta formulasi karakteristik masing-masing.

Kriteria Tingkat Berpikir Mahasiswa

Kriteria tingkat-tingkat berpikir akan didasarkan pada dua hal, yaitu:

1. Kemampuan-kemampuan yang muncul pada jawaban yang diberikan, yang meliputi identifikasi variabel, identifikasi semesta pembicaraan variabel, penentuan kuantor yang sesuai, identifikasi kalimat-kalimat sederhana yang menyusun kalimat majemuknya, dan penentuan penghubung logika yang tepat.
2. Kebermaknaan rangkaian kalimat yang disusunnya. Kalimat dikatakan bermakna jika mempunyai struktur yang lengkap, yaitu mempunyai kuantifikasi dan predikat. Sedangkan kalimat yang tidak bermakna jika strukturnya tidak lengkap. Kalimat yang bermakna sendiri akan dibagi menjadi dua kriteria, yaitu:
 - a. mempunyai makna yang sesuai dengan pernyataan dalam bahasa biasa,
 - b. mempunyai makna yang tidak sesuai dengan pernyataan dalam bahasa sehari-hari.

HASIL ANALISIS DATA

Reduksi data

Dalam bagian ini data dibandingkan dan dikontraskan untuk menghasilkan topik-topik data kualitas jawaban mahasiswa. Jawaban mahasiswa merupakan respon mahasiswa terhadap soal menerjemahkan pernyataan berkuantor berbentuk kalimat biasa menjadi bentuk kalimat formal. Beberapa contoh topik data dapat dilihat pada Tabel 1 berikut:

Tabel 1. Contoh Topik Data Kualitas Jawaban

Kode	Jawaban	Topik Data
001	$\exists x, x \in \Theta \Rightarrow 3x \in \Gamma$	Pernyataan berkuantor bermakna. Makna tidak sesuai dengan soal. Sudah menggunakan variabel. Pemilihan kuantor tidak tepat. Penggunaan notasi himpunan semua bilangan bulat tidak tepat. Penghubung logika benar, tetapi anteseden dan konsekuen terbalik.
003	$\forall x, x \in Z, 3x = \text{genap}$	Logika belum bermakna. Pernyataan berkuantor bermakna. Makna tidak sesuai dengan soal. Sudah menggunakan variabel. Kuantor benar. Sifat bilangan dituliskan menggunakan tanda "=". Hanya satu anak kalimat yang teridentifikasi. Penghubung logika belum ada.

005	$\forall x \in Z, y = 3x \Rightarrow y = 2n$	Pernyataan berkuantor bermakna. Makna tidak sesuai dengan soal. Sudah menggunakan variabel, meskipun berlebihan. Kuantor benar. Penghubung Sifat "genap" dari anteseden tidak ditulis. Penulisan konsekuen tidak tepat.
007	-- tidak ada jawaban --	Tidak mempunyai gagasan
009	$\exists x \in \text{Genap} \Rightarrow 3x \in \text{genap}$.	Pernyataan berkuantor bermakna. Makna tidak sesuai dengan soal. Sudah menggunakan variabel. Pemilihan kuantor tidak tepat. Salah menuliskan notasi himpunan, terpancang notasi yang ada (tidak berani menuliskan simbol himpunan sendiri). Penghubung logika benar, tetapi anteseden dan konsekuen terbalik.
	...	

Kategorisasi Data

Topik-topik data di atas dibandingkan dan dikontraskan untuk menghasilkan kategori dan subkategori beserta contoh topik data, seperti disajikan dalam Tabel 2 berikut.

Tabel 2. Kategori dan Subkategori Data Kualitas Jawaban Bentuk Kalimat Kuantor Universal

Kategori dan Subkategori Data	Topik Data
<i>Tidak punya gagasan</i>	(2 mahasiswa)
<i>Punya gagasan</i>	
- <i>Bukan berupa pernyataan berkuantor</i>	$3x \rightarrow \text{bil bulat}$
- <i>Berupa pernyataan berkuantor</i>	
- <i>Pernyataan berkuantor tidak bermakna</i>	-
- <i>Pernyataan berkuantor bermakna</i>	
Tidak sesuai dengan makna soal, karena menggunakan kuantor eksistensial	$\exists x \in \text{Genap} \Rightarrow 3x \in \text{genap}$ $\exists x \in Z, \text{sdhg } 3x = \text{genap} \Rightarrow x = \text{genap}$...
Tidak sesuai dengan makna soal, karena pernyataan hanya berisi kalimat terbuka tunggal	$\forall x, \in Z, 3x = \text{genap}$ $\forall x \in Z, 3x = \text{genap}$...
Tidak sesuai dengan makna soal, karena tidak menggunakan penghubung logika	$\forall 3x = \text{genap} ; x = \text{genap}$ $x \in Z \text{ tiga kalinya, } x = \text{bilangan genap, } \exists x, x \in Z$
Tidak sesuai dengan makna soal, karena menggunakan penghubung logika selain "→"	$\forall x, 3x = \text{genap} \Leftrightarrow x = \text{genap, } x \in Z$ $\forall x, x \in Z^+ (x = 2n) \Leftrightarrow (3x = 2m) ; x, n, m \in Z$
Tidak sesuai dengan makna soal, karena anteseden dan konsekuen terbalik	$\exists x \in \text{Genap} \Rightarrow 3x \in \text{genap}$ $\forall x, y. x \in \text{bil genap, } y \in Z \Rightarrow 3y \cdot x = Z.$
Tidak sesuai dengan makna soal, karena anteseden tidak memuat sifat "genap"	$\forall x \in Z, y = 3x \Rightarrow y = 2n$
Tidak sesuai dengan makna soal, karena anteseden dan konsekuen tidak memuat sifat "genap"	$\forall x, x \in Z, 3x = (n+1) \Rightarrow x = (k+1)$
Tidak sesuai dengan makna soal, karena	$\forall x, m, n \in Z, 3x = 2n \Rightarrow x = 2m$

kuantifikasi berlebihan	$\forall x, (x = 2n) \leftrightarrow (3x = 2m), x, n, m \in \mathbb{Z}$ $\forall x, y \in \mathbb{Z}, y \in E, 3y = x \in E \Rightarrow x \in E$...
Tidak sesuai dengan makna soal, karena menafsirkan "tiga kali" sebagai "pangkat tiga"	$\forall x, x^3 = \text{bil genap} \Rightarrow x = \text{bil genap}, x \in \mathbb{Z}$ $\forall x, x \in \mathbb{Z} \ x = y.y.y, y \in \text{genap} \Rightarrow x \in \text{genap}$ $\forall x, x \in \mathbb{Z}, x^3 = \text{genap} \Rightarrow x \text{ genap}$ $\forall x, x \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow x^3 \in \mathbb{Z}^+$
Sesuai dengan makna soal, tetapi semesta kuantifikasi tidak didefinisikan	$\forall x, 3x \in \text{genap} \Rightarrow x \in \text{genap}$
Sesuai dengan makna soal, tetapi definisi semesta ditulis secara terpisah dari kuantifikasi	$\forall x, x^2 = \text{genap} \Rightarrow x \text{ genap}, x \in \mathbb{Z}$
Sesuai dengan makna soal, tetapi kuantifikasi ditulis secara tidak efisien	$\forall x, x \in I, 3x \in E \Rightarrow x \in E$, ket: $E = \text{even (bil. genap)}$. $\forall x, x \in \mathbb{Z}$ sdhg $3x \in \mathbb{Z} \text{ genap} \Rightarrow x \in \mathbb{Z} \text{ genap}$ $\forall x, x \in \mathbb{Z}, 3x \in \text{genap} \Rightarrow x \in \text{genap}$...
Sesuai dengan makna soal, tetapi semesta kuantifikasi dibatasi pada himpunan semua bilangan bulat positif	$\forall x \in \mathbb{Z}^+, 3x \text{ genap} \Rightarrow x \text{ genap}$ $\forall x \in \mathbb{Z}^+, x^2 \text{ bil genap} \Rightarrow x \text{ bil genap}$
Sesuai dengan makna soal, tetapi anteseden dan konsekuen mengandung ungkapan/notasi yang salah	$\forall n \in \mathbb{Z}, 3n = \mathbb{Z} \text{ genap} \Rightarrow n = \mathbb{Z} \text{ genap}$ $\forall x \in \mathbb{Z}, 3x \in \text{genap} \Rightarrow x \in \text{genap}$ $\forall x, x \in \mathbb{Z}, 3x \in \text{genap} \Rightarrow x \in \text{genap}$...
Sesuai dengan makna soal, tetapi sifat "genap" tidak dinyatakan secara eksplisit dalam anteseden	$\forall x, x \in \mathbb{Z} \ 3x = 3(2k) \Rightarrow x = 2k$ $A = \{ x \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 = 2n \Rightarrow x \text{ bil genap} \}$ $\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 = 2n \Rightarrow x \text{ bil genap}$.
Sesuai dengan makna soal, tetapi sifat "genap" tidak dinyatakan secara eksplisit dalam konsekuen	$\forall x, x \in \mathbb{Z} \ 3x = 3(2k) \Rightarrow x = 2k$
Sesuai dengan makna soal dengan tepat	$\forall x \in \mathbb{Z}, 3x \text{ genap} \Rightarrow x \text{ genap}$

Keterangan:

- 1). Bermakna (= mempunyai struktur yang lengkap, yaitu <kuantifikasi> + <predikat>):
 - a). Tidak sesuai (= mempunyai makna yang tidak sesuai dengan pernyataan dalam bahasa sehari-hari)
 - b). Sesuai (= mempunyai makna yang sesuai dengan pernyataan dalam bahasa biasa)
- 2) Tidak bermakna (= mempunyai struktur yang tidak lengkap)

Kategori dan subkategori data di atas dapat disampaikan dalam bentuk diagram pohon pada diagram 1 berikut.

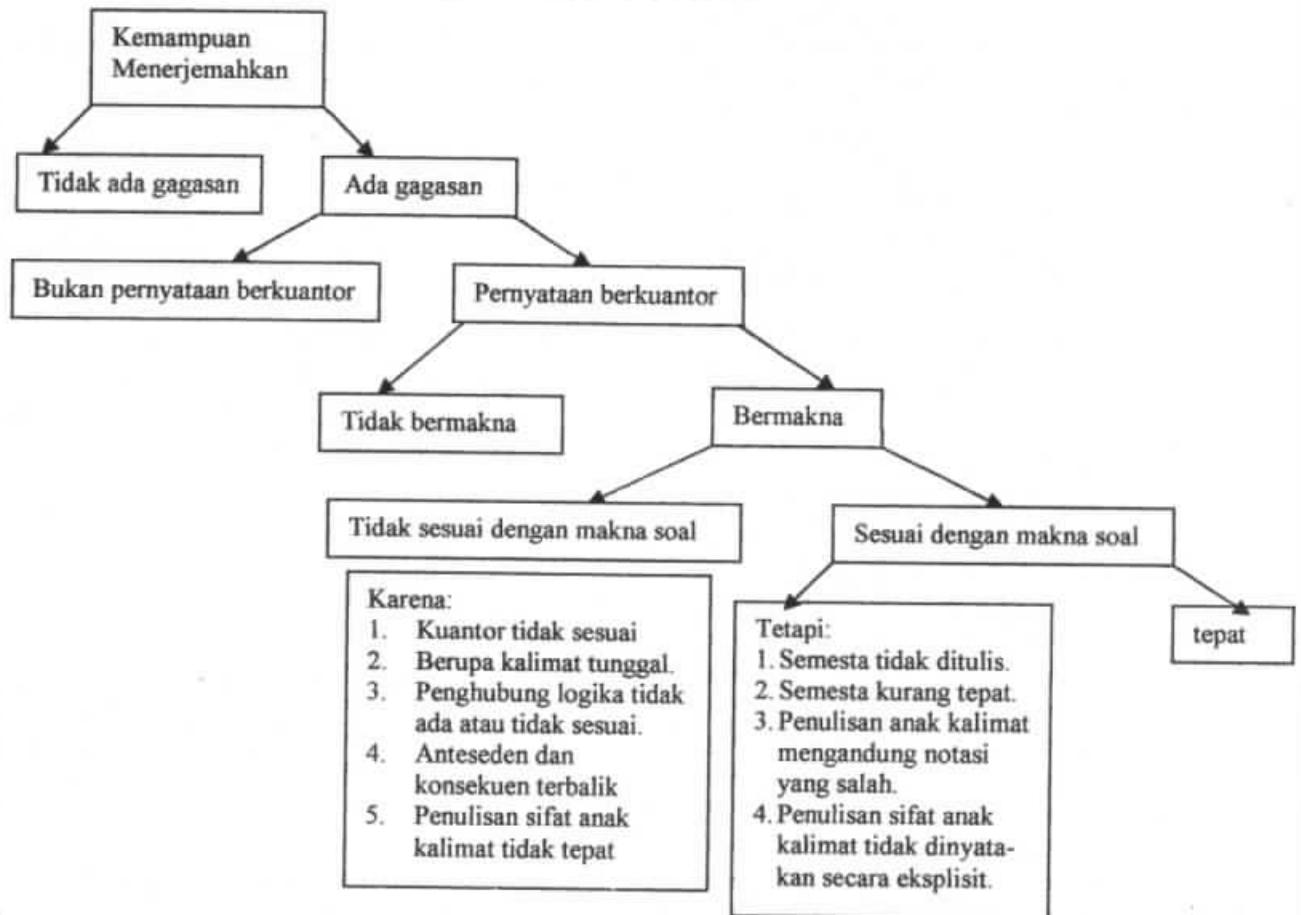


Diagram 1. Kategori dan Subkategori Data Bentuk Kalimat Kuantor Universal

Sintesisasi

Kategori-kategori data di atas selanjutnya dibandingkan dan dikontraskan untuk menemukan hubungan di antaranya dan sifat-sifatnya. Dari sini selanjutnya disusun tingkat-tingkat berpikir

Tabel 7. Tingkat-Tingkat Berpikir untuk Bentuk Kalimat Kuantor Universal

No	Tingkat	Indikator
1	Tingkat-0	Tidak ada gagasan
2	Tingkat-1	Bukan pernyataan berkuantor atau pernyataan berkuantor yang tidak bermakna.
3	Tingkat-2	Pernyataan berkuantor bermakna tetapi tidak sesuai dengan makna soal karena kuantor tidak sesuai atau berupa kalimat tunggal

4	Tingkat-3	Pernyataan berkuantor bermakna tetapi tidak sesuai dengan makna soal karena anteseden dan konsekuen terbalik atau penulisan sifat anak kalimat tidak tepat.
5	Tingkat-4	Pernyataan berkuantor bermakna dan sesuai dengan makna soal, tetapi semesta tidak ditulis atau semesta kurang tepat
6	Tingkat-5	Pernyataan berkuantor bermakna dan sesuai dengan makna soal, tetapi penulisan anak kalimat mengandung notasi yang salah atau penulisan sifat anak kalimat tidak dinyatakan secara eksplisit
7	Tingkat-6	Pernyataan berkuantor bermakna dan sesuai dengan makna soal dengan tepat

PEMBAHASAN

Aktivitas Kognitif dalam Menerjemahkan Pernyataan Matematis Berkuantor

Menurut Solso (2001), berpikir adalah proses pembentukan representasi mental baru melalui transformasi informasi yang melibatkan kerja-kerja mental seperti mempertimbangkan, mengabstraksi, menalar, membayangkan, dan memecahkan masalah. Dalam hal dalam menerjemahkan pernyataan matematis berkuantor dari bentuk kalimat biasa menjadi bentuk kalimat formal, kerja-kerja mental yang nampak adalah mempertimbangkan, mengabstraksi dan menalar. Dalam hal mempertimbangkan nampak bahwa mahasiswa harus mempertimbangkan variabel, semesta pembicaraan, kuantor dan penghubung logika yang akan digunakan.

Dari data nampak bahwa untuk dapat menerjemahkan kalimat berkuantor dengan benar, termasuk dalam hal ini memahami makna soal dan menuliskan kembali dalam bentuk formal yang sesuai, mereka menggunakan pengetahuan yang telah dimiliki. Hal ini nampak dalam topik-topik data di mana mahasiswa ada yang menuliskan anteseden dan konsekuen secara terbalik, tidak dapat menuliskan sifat genap dengan tepat, menafsirkan 'tiga kali' sebagai 'pangkat tiga', dan menuliskan keanggotaan. Hal di atas sesuai dengan Glass & Holyoak (1986), bahwa berpikir melibatkan transformasi secara aktif pengetahuan yang telah dimiliki untuk menciptakan pengetahuan baru yang dapat digunakan untuk mencapai suatu sasaran

Menurut Mayer (dalam Solso, 2001), berpikir bersifat kognitif, yakni terjadi di dalam otak tetapi nampak dalam perilaku. Dalam hal dalam menerjemahkan pernyataan

matematis berkuantor dari bentuk kalimat biasa menjadi bentuk kalimat formal, perilaku mahasiswa saat mengerjakan soal (yang peneliti amati waktu menjaga ujian) semuanya hampir sama, yaitu duduk dengan tenang, kadang diam sejenak sambil menerawang, mencoret-coret dan menuliskan sesuatu dalam kertas ujian. Akan tetapi saat diperiksa hasil ujian nampak berbagai macam variasi jawaban seperti yang terlihat dalam data dan analisis di depan.

Menentukan kebenaran suatu kalimat tentu saja tidak terlepas dari pengetahuan yang dimiliki. Hal seperti ini nampak dalam topik data di mana ada sebagian mahasiswa yang menuliskan anteseden dan konsekuen terbalik (tidak sesuai dengan soal), hal ini karena pernyataan: "jika x genap, maka $3x$ genap" dibandingkan pernyataan "jika $3x$ genap maka, x genap". Menurut Epp (2003) menentukan nilai kebenaran suatu pernyataan matematik, yang sederhana sekalipun, memerlukan aktivitas kognitif yang kompleks. Dalam hal ini seseorang tidak hanya membutuhkan pengetahuan tentang prinsip-prinsip logika, tetapi juga bagaimana prinsip-prinsip itu harus digunakan agar argumentasi menjadi valid.

Kesulitan-kesulitan dalam Menerjemahkan Pernyataan Matematis Berkuantor Universal

Menurut Epp (2003), pernyataan yang diungkapkan dalam bahasa sehari-hari sangat memungkinkan terjadi kerancuan yang berkaitan dengan konteks dan latar belakang pengetahuan pembaca. Di samping itu masih menurut Epp (2003), perbedaan antara bahasa sehari-hari dan bahasa matematis merupakan salah satu faktor kesulitan mahasiswa dalam mempelajari pernyataan berkuantor. Berdasarkan data jawaban dan analisis data berikut dibahas kesulitan yang nampak dan dugaan penyebabnya.

1. Tidak memiliki gagasan atau gagasan tidak bermakna

Hal ini diduga mahasiswa sama sekali mempunyai gambaran bagaimana konsep matematik yang dituliskan dalam bahasa sehari-hari akan dituliskan dengan menggunakan bahasa formal matematik.

2. Pemilihan kuantor yang tidak sesuai

Penulisan kuantor yang sesuai diduga memerlukan pemahaman mengenai cakupan berlakunya variabel. Dari data nampak bahwa beberapa beberapa

pemilihan kuantor yang tidak sesuai karena subyek mengira hanya berlaku untuk beberapa nilai variabel. Sementara untuk semua variabel dalam semesta yang dimaksud sebenarnya berlaku.

3. Penulisan anteseden dan konsekuen yang terbalik

Seperti yang sudah dibahas di depan, hal ini diduga disebabkan karena bentuk implikasi dalam arah sebaliknya dari soal lebih mudah dipahami.

4. Tidak menuliskan semesta pembicaraan

Dalam pelajaran matematika di sekolah menengah semesta pembicaraan tidak selalu eksplisit dituliskan, karena semesta pembicaraan variabel biasanya adalah himpunan semua bilangan real. Hal ini yang diduga sebagai penyebabnya, yaitu belum biasa menuliskan semesta pembicaraan secara eksplisit.

5. Penulisan sifat anak kalimat yang tidak sesuai

Kesulitan ini diduga disebabkan oleh minimnya pengetahuan dan pengalaman mahasiswa semester I dalam menuliskan pernyataan matematika secara formal. Meskipun disadari juga hal ini memerlukan kemampuan abstraksi dan berpikir secara simbolik.

SIMPULAN DAN SARAN

Simpulan

Tingkat-tingkat berpikir mahasiswa dalam menerjemahkan pernyataan matematis berkuantor dari bentuk kalimat biasa menjadi bentuk kalimat formal untuk kalimat dengan kuantor universal yang diikuti bentuk implikasi terdiri dari 7 tingkat dengan tingkat-tingkat dan indikatornya sebagai berikut: *Tingkat-0*: Tidak ada gagasan; *Tingkat-1*: Bukan pernyataan berkuantor atau pernyataan berkuantor yang tidak bermakna; *Tingkat-2*: Pernyataan berkuantor bermakna tetapi tidak sesuai makna soal karena kuantor tidak sesuai atau berupa kalimat tunggal; *Tingkat-3*: Pernyataan berkuantor bermakna tetapi tidak sesuai makna soal karena anteseden dan konsekuen terbalik atau penulisan sifat anak kalimat tidak tepat; *Tingkat-4*: Pernyataan berkuantor bermakna dan sesuai makna soal, tetapi semesta tidak ditulis atau semesta kurang tepat; *Tingkat-5*: Pernyataan berkuantor bermakna dan sesuai makna soal, tetapi penulisan anak kalimat

mengandung notasi yang salah atau penulisan sifat anak tidak dinyatakan secara eksplisit; *Tingkat-6*: Pernyataan berkuantor bermakna dan sesuai makna soal dengan tepat.

Saran

Untuk penelitian dan implementasi lebih lanjut di masa datang, diberikan beberapa saran berikut:

1. Dalam penelitian ini analisis data hanya didasarkan pada respon tertulis. Sementara karena ini adalah penelitian mengenai proses berpikir, maka hendaknya perlu digali lebih mendalam mengenai proses berpikir dengan metode tugas atau wawancara yang lebih intensif dalam mengungkap proses berpikir dengan jumlah subyek penelitian yang lebih sedikit.
2. Perlu disadari bahwa untuk mahasiswa tahun-tahun awal masih sedikit pengetahuan dan pengalaman dalam mengungkapkan gagasan matematik secara formal. Hal ini kiranya memerlukan perhatian dan kesabaran pengajar dalam membimbing mahasiswa dalam menerapkan prinsip-prinsip logika formal yang telah dipelajari dalam penggunaannya pada matakuliah matematika di tahun-tahun berikutnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Biggs, J. & Collis, K.F. 1982. *Evaluating the Quality of Learning: The SOLO Taxonomy*. New York: Academic Press.
- Epp, Susanna S. 2003. The Role of Logic in Teaching Proof. *American Mathematical Monthly*, 110 (10) h. 886-899.
- Moleong, L.J. 2006. *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Edisi Revisi. Bandung: 2006.
- Solso, R.L. 1991. *Cognitive Psychology*. Third Edition. Boston: Allyn and Bacon.
- Susento. 2006. *Mekanisme Interaksi antara Pengalaman Kultural-matematis, Proses Kognitif dan Topangan dalam Proses Reinvensi Terbimbing*. Disertasi Doktor. Surabaya: Universitas Negeri Surabaya.