ABSTRAK

Teorema Ostrowski mengatakan bahwa nilai mutlak taktrivial pada $\mathbb{Q}$ ekivalen dengan salah satu dari nilai mutlak standar $|\cdot|_\infty$ atau nilai mutlak *p-adic* $|\cdot|_p$, dengan p menyatakan bilangan prima. Telah diketahui bahwa $\mathbb{Q}$ tidak lengkap terhadap metrik yang terinduksi oleh $|\cdot|_\infty$. Pelengkapan dari $\mathbb{Q}$ terhadap metrik tersebut memberikan lapangan $\mathbb{R}$ yang terkenal. Di lain sisi, dapat ditunjukkan bahwa $\mathbb{Q}$ juga tidak lengkap terhadap metrik yang terinduksi oleh $|\cdot|_p$. Proses pelengkapan $\mathbb{Q}$ terhadap metrik tersebut menghasilkan $\mathbb{Q}_p$, lapangan *p-adic*. Lebih lanjut, proses pelengkapan tersebut bersifat *unique up to unique isomorphism*. Ketaksamaan segitiga kuat yang dipenuhi oleh $|\cdot|_p$ memberikan beberapa hasil dalam analisis yang berbeda dengan $\mathbb{R}$. Salah satunya adalah konvergensi dari sebuah deret pada $\mathbb{Q}_p$ dikarakterisasi oleh nilai limit dari suku-sukunya. Pada skripsi ini, kita akan menunjukkan bahwa $\mathbb{Q}$ tidak lengkap terhadap metrik yang terinduksi oleh $|\cdot|_p$, mengonstruksikan pelengkapan $\mathbb{Q}$ terhadap metrik tersebut menggunakan barisan Cauchy, dan menunjukkan bahwa pelengkapan tersebut bersifat *unique up to unique isomorphism*. Lebih lanjut, kita juga akan membahas mengenai analisis pada $\mathbb{Q}_p$, secara khusus mengenai barisan, deret, dan deret pangkat.

Kata Kunci: *p-adic*, lapangan, barisan, lapangan lengkap, deret, deret pangkat

ABSTRACT

The Ostrowski's Theorem stated that a nontrivial absolute value on $\mathbb{Q}$ must be equivalent to either the usual absolute value $|\cdot|_\infty$ or the *p-adic* absolute value $|\cdot|_p$, where p denotes a prime. The fact that $\mathbb{Q}$ is not complete with respect to the metric induced by $|\cdot|_\infty$ is well known. The completion of $\mathbb{Q}$ with respect to said metric results in the famous field $\mathbb{R}$. On the other hand, one can show that $\mathbb{Q}$ is also not complete with respect to the metric induced by $|\cdot|_p$. The completion of $\mathbb{Q}$ with respect to said metric gives rise to $\mathbb{Q}_p$, the *p-adic* field. Moreover, said completion is unique up to unique isomorphism. The strong triangle inequality that $|\cdot|_p$ satisfies, results in a few properties different from that of $\mathbb{R}$ in analysis. One of which is that the convergence of a series in $\mathbb{Q}_p$ is characterized by the limit of the terms. In this thesis, we will show that $\mathbb{Q}$ is not complete with respect to the metric induced by $|\cdot|_p$, construct the completion of $\mathbb{Q}$ with respect to said metric using Cauchy sequences, and show that the completion is unique up to unique isomorphism. Furthermore, we will delve into the analysis of $\mathbb{Q}_p$, focusing especially on sequences, series, and power series.

Keywords: *p-adic*, field, sequences, complete field, series, power series