ABSTRAK

Dedy Lucky, 2016. *Luas pada Geometri Hiperbolik Menggunakan Model Setengah Bidang Atas* $\mathbb{H}$. Skripsi. Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Sanata Dharma, Yogyakarta.

Geometri hiperbolik dibangun dari postulat kesejajaran yang menyatakan bahwa “Diberikan suatu garis hiperbolik ℓ dan titik p di luar garis ℓ, maka terdapat minimal dua garis hiperbolik yang melalui p dan sejajar ℓ”. Model setengah bidang atas $\mathbb{H}$ adalah model yang dapat merepresentasikan objek-objek pada bidang hiperbolik ke bidang datar.

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan objek-objek geometri hiperbolik serta luas geometri hiperbolik pada model bidang setengah atas $\mathbb{H}$. Penelitian ini menggunakan metode studi pustaka dari beberapa bahasan seperti Geometri Euclides, Geometri Hiperbolik, dan Transformasi Möbius.

Titik dan sudut hiperbolik di $\mathbb{H}$ didefinisikan sama dengan titik dan sudut pada geometri Euclides. Titik ideal adalah titik di tak hingga, atau titik pada sumbu real. Garis hiperbolik di $\mathbb{H}$ berupa garis Euclides tegak lurus sumbu real atau busur lingkaran dengan pusat di sumbu real. Poligon hiperbolik dibatasi oleh segmen garis hiperbolik, sinar garis hiperbolik, atau garis hiperbolik. Terdapat empat jenis segitiga hiperbolik yang ditentukan berdasarkan letak titik sudutnya.

Panjang hiperbolik di $\mathbb{H}$ ditentukan oleh elemen panjang busur yaitu $\frac{1}{Im(z)}\,|dz|$. Luas hiperbolik suatu daerah X di $\mathbb{H}$ didefinisikan sebagai hasil integral dari

$$area_{\mathbb{H}}(X) = \int_X \frac{1}{\left(Im(z)\right)^2}\, dx\, dy.$$

Luas segitiga hiperbolik ditentukan oleh defeknya, dengan defek segitiga hiperbolik adalah selisih antara π dengan jumlah sudut segitiga hiperbolik. Luas poligon hiperbolik P konvek (sudut dalam poligon tak lebih dari π) dengan besar sudut $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ dapat diperoleh dari

$$area_{\mathbb{H}}(P) = (n-2)\pi - \sum_{k=1}^{n} \alpha_k.$$

Kata kunci : Luas Hiperbolik, Setengah Bidang Atas, Segitiga Hiperbolik, Poligon Hiperbolik

ABSTRACT

Dedy Lucky, 2016. *Hyperbolic Geometry Area with Upper Half Plane Model* $\mathbb{H}$. Thesis. Mathematics Education Study Program, Mathematics and Science Education Depament, Faculty of Teacher Training and Education, Sanata Dharma University, Yogyakarta.

Hyperbolic geometry built from parallel postulate states that "Given a hyperbolic line ℓ and a point p outside the line ℓ, then there is a minimum of two hyperbolic lines through p and parallel ℓ". The upper half plane $\mathbb{H}$ is a model that can represent the objects in the field of hyperbolic onto a flat surface.

This study aimed to describe the objects of hyperbolic geometry and the area of hyperbolic geometry on the upper half plane $\mathbb{H}$. This research was conducted by literature study of some discussion as Euclidean Geometry, Hyperbolic Geometry, and Transformation Mӧbius.

Hyperbolic point and angle in $\mathbb{H}$ defined with the point and angle in Euclidean geometry. Ideal point is the point at infinity, or points on the real axis. Hyperbolic lines in $\mathbb{H}$ is a Euclides line perpendicular to the real axis or arc of a circle with its center at the real axis. Hyperbolic polygons bounded by hyperbolic line segments, rays hyperbolic lines, or lines hyperbolic. There are four types of hyperbolic triangle defined by the location of the vertex.

Hyperbolic length in $\mathbb{H}$ determained by element of arc length $\frac{1}{Im(z)}\,|dz|$. Hyperbolic area of a region X in $\mathbb{H}$ is given by integrating

$$area_{\mathbb{H}}(X) = \int_X \frac{1}{\left(Im(z)\right)^2}\,dx\,dy.$$

Hyperbolic triangle area defined by the defect, the defect hyperbolic triangle is the difference between π by the sum of angle hyperbolic triangles. P is hyperbolic convex polygon (angles in polygons less than π) with interior angles $\alpha_1, \dots, \alpha_n$, then area of P is

$$area_{\mathbb{H}}(P) = (n-2)\pi - \sum_{k=1}^{n} \alpha_k.$$

Keywords: Hyperbolic Area, Upper Half Plane, Hyperbolic Triangle, Hyperbolic Polygons