ABSTRAK

Boby Gunarso. 2016. *Gaussian Measures In Hilbert Spaces And Their Applications.* Skripsi. Program Studi Matematika, Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Sanata Dharma, Yogyakarta.

Ukuran Lebesgue memegang peranan penting di $\mathbb{R}^n$. Ukuran Lebesgue dikarakterisasi secara tunggal oleh sifat hingga lokal dan invarian terhadap translasi. Dapat dipertanyakan apakah ukuran Lebesgue memiliki makna di ruang berdimensi takterhingga. Jawabannya adalah tidak. Untuk mengkonstruksikan ukuran yang terdefinisi dengan baik (*well defined*) di dalam ruang berdimensi tak terhingga, kita dapat menambahkan faktor eksponensial yang turun secara cepat ke dalam ukuran Lebesgue sehingga diperoleh apa yang disebut ukuran Gaussian. Sayangnya, ukuran Gaussian dengan operator identitas sebagai fungsi kovariansi masih tidak dapat didefinisikan di ruang Hilbert separabel berdimensi tak terhingga. Terdapat setidaknya 2 cara untuk mengatasi masalah ini. Pertama, kita dapat menggunakan operator trace class sebagai fungsi kovariansi untuk menunjukkan eksistensi dari ukuran Gaussian di dalam ruang Hilbert separabel berdimensi tak terhingga. Cara kedua dapat dilakukan dengan mempertahankan operator kovariansi identitas tetapi akibatnya ukuran tersebut hanya terdefinisi pada ruang dual topologi dari ruang nuklir. Dalam skripsi ini, kita akan fokus pada pendekatan pertama, yaitu mengkonstruksikan ukuran Gaussian di dalam ruang Hilbert separabel berdimensi takterhingga dengan menggunakan operator trace class sebagai fungsi kovariansi. Kita akan mulai konstruksi dari ukuran Gaussian pada garis real, pada ruang Euklidean berdimensi hingga, dan akhirnya pada sebarang ruang Hilbert separabel berdimensi takterhingga. Kita juga akan menggunakan ukuran Gaussian untuk mempelajari variabel random Gaussian, pemetaan derau putih, turunan Malliavin, dan konstruksi dari gerak Brown di ruang Hilbert Gaussian.

ABSTRACT

Boby Gunarso. 2016. ***Gaussian Measures In Hilbert Spaces And Their Applications.*** **A Thesis. Mathematics Study Program, Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Sanata Dharma University, Yogyakarta.**

The Lebesgue measure plays a fundamental role in $\mathbb{R}^n$. It is uniquely determined (up to some constant) by the properties of being locally finite and invariant under translation. One may ask a question whether the Lebesgue measure makes sense in an infinite dimensional space. The answer is negative. In order to build a well defined measure in infinite dimensional spaces, we can incorporate a rapidly decreasing exponential factor to the Lebesgue measure and hence we obtain the so-called Gaussian measure. Unfortunately, Gaussian measure with identity operator as a covariance function still cannot be defined in infinite dimensional separable Hilbert spaces. We have at least 2 ways to remedy this situation. First we can use trace class operator as a covariance function to show the existence of a Gaussian measure in infinite dimensional separable Hilbert spaces. The second way is by retaining the identity covariance operator but the consequence is the measure does exist only on a topological dual of a nuclear space. In this thesis, we will focus only on the first approach, i.e. we construct a Gaussian measure in infinite dimensional separable Hilbert spaces by using a trace class operator as a covariance function. We start the construction of Gaussian measure on the real line, on the finite dimensional Euclidean space and finally in an arbitrary infinite dimensional separable Hilbert space. We also use Gaussian measure to study Gaussian random variables, white noise mapping, Malliavin derivative, and a construction of a Brownian motion in a Gaussian Hilbert space.

,