

**PENGARUH EKSPANSI CEPAT ADIABATIS  
TERHADAP PERUBAHAN SUHU GAS IDEAL**

**SKRIPSI**

**Diajukan untuk memenuhi persyaratan  
Memperoleh gelar sarjana sains (S.Si)  
Program studi fisika**



**Oleh :**

**Yuliana Hanik Indrayani**

**NIM : 023214007**

**PROGRAM STUDI FISIKA JURUSAN FISIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS SANATA DHARMA  
YOGYAKARTA**

**2007**

**EFFECT OF ADIABATIC RAPID EXPANSION  
TO THE TEMPERATURE CHANGE OF AN IDEAL GAS**

**SKRIPSI**

**Presented as Partial Fulfillment of the Requirements to Obtain the  
Sarjana Sains Degree  
In Physics**



**By**

**Yuliana Hanik Indrayani**

**NIM : 023214007**

**PHYSICS STUDY PROGRAM**

**PHYSICS DEPARTMENT**

**SCIENCE AND TECHNOLOGY FACULTY**

**SANATA DHARMA UNIVERSITY**

**YOGYAKARTA**

**2007**

PERSETUJUAN PEMBIMBING

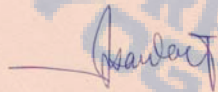
PENGARUH EKSPANSI CEPAT ADIABATIS  
TERHADAP PERUBAHAN SUHU GAS IDEAL

Oleh :  
Yuliana Hanik Indrayani

NIM: 023214007

Telah diperiksa dan disetujui oleh :

Pembimbing



Drs.Drs.Asan Damanik, M.Si.

Tanggal.....1 Oktober 2007.....

SKRIPSI

PENGARUH EKSPANSI CEPAT ADIABATIS  
TERHADAP PERUBAHAN SUHU GAS IDEAL

Dipersiapkan dan ditulis oleh :

Yuliana Hanik Indrayani  
NIM : 023214007

Telah dipertahankan di depan panitia penguji  
Pada tanggal 6 Oktober 2007  
dan dinyatakan memenuhi syarat

Susunan panitia penguji

Nama Lengkap

Tanda tangan

Ketua : Ir. Gregorius Heliarko S.J., S.S., B.S.T., M.A., M.Sc.

Sekretaris : Ir. Sri Agustini S., M.Si.

Anggota : 1. Drs. Suryadi, SU.

2. Drs. Drs. Asan Damanik, M.Si.

3. Dr. Ign. Edi Santosa, MS.

Yogyakarta, ... Oktober 2007

Fakultas Sains dan Teknologi

Universitas Sanata Dharma

Dekan,



(Ir. Gregorius Heliarko S.J., S.S., B.S.T., M.A., M.Sc.)

## MOTTO DAN PERSEMBAHAN

“Percayalah kepada Tuhan dengan segenap hatimu, dan janganlah bersandar kepada pengertianmu sendiri” (Amsal 3:5)

“Kebijaksanaan akan memelihara engkau, kepandaian akan menjaga engkau “  
(Amsal 2:11-12)

### **PERSEMBAHAN :**

*"Skripsi ini aku persembahkan untuk Yesus yang selalu memberikan jalan saat tiada jalan dan yang selalu menguatkanmu. I love u Yesus.*

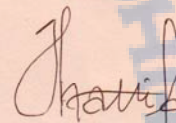
*Ayah dan Ibuku tersayang , nenekku, mas Daniel, adikku milla yang selalu memberikan dukungan, semangat, doa, dan kasih sayang sepanjang hidupku, Almameterku dan sahabat-sahabatku”.*

**PERNYATAAN KEASLIAN KARYA**

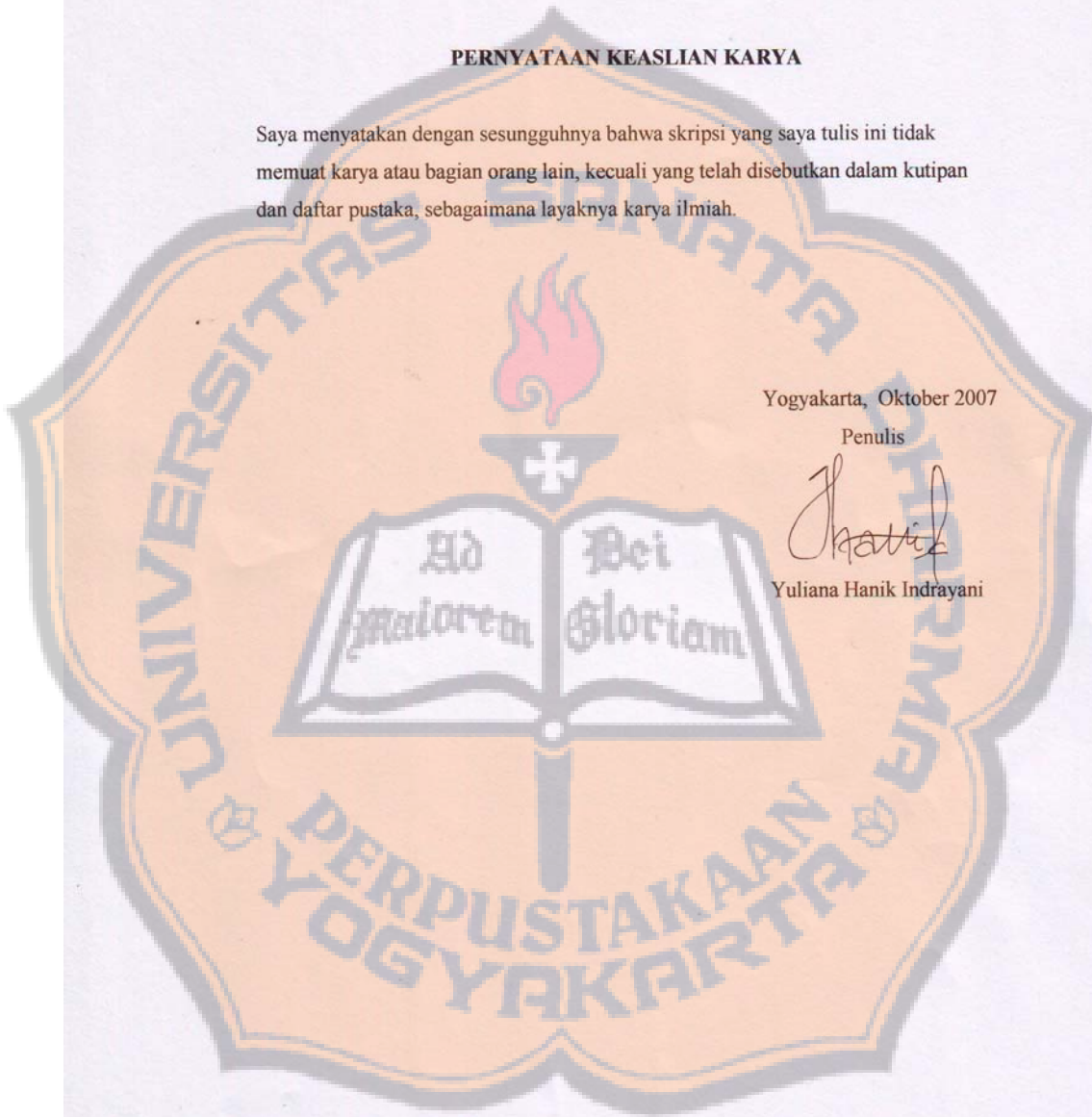
Saya menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang saya tulis ini tidak memuat karya atau bagian orang lain, kecuali yang telah disebutkan dalam kutipan dan daftar pustaka, sebagaimana layaknya karya ilmiah.

Yogyakarta, Oktober 2007

Penulis



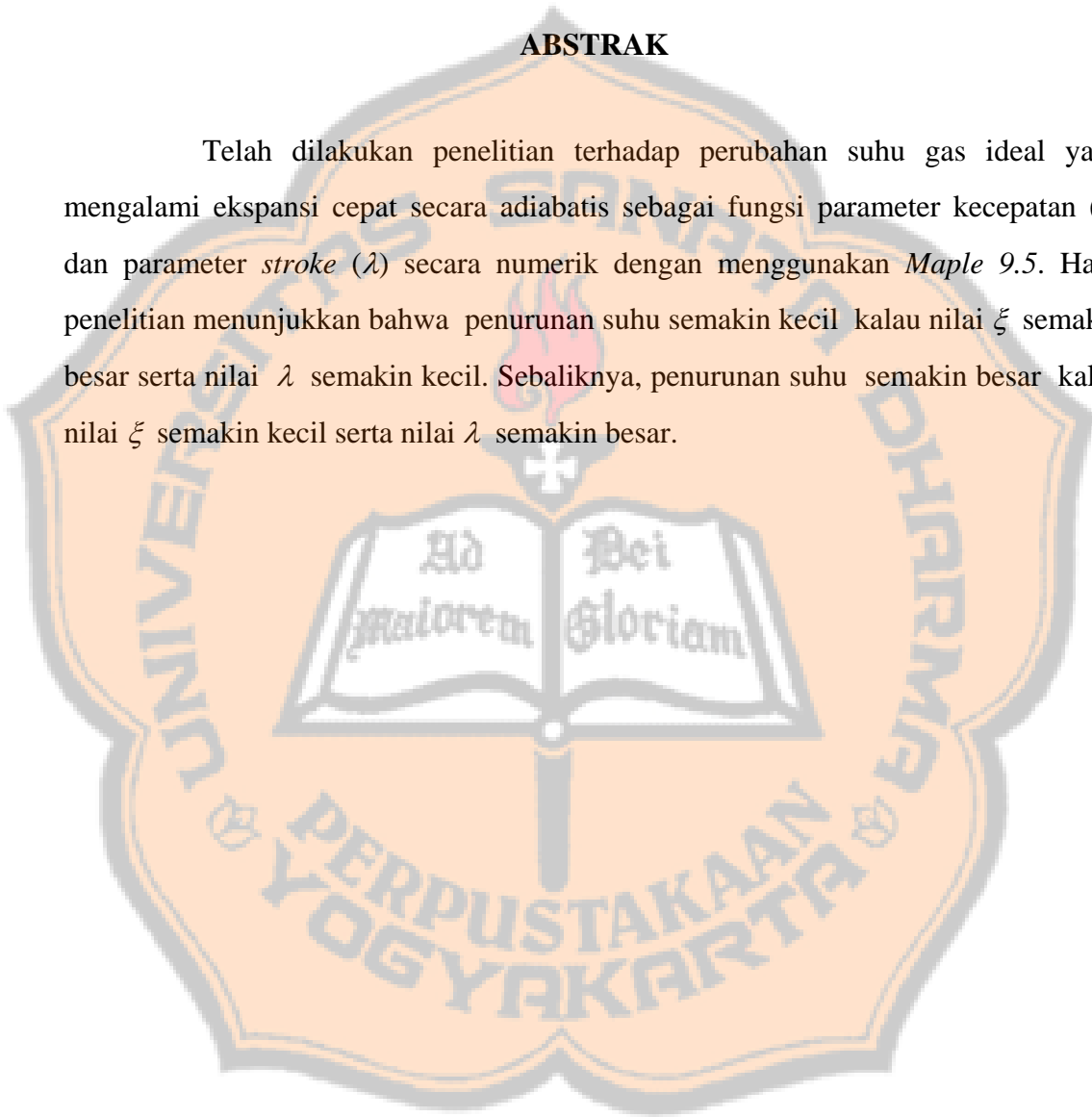
Yuliana Hanik Indrayani



**PENGARUH EKSPANSI CEPAT ADIABATIS  
TERHADAP PERUBAHAN SUHU GAS IDEAL**

**ABSTRAK**

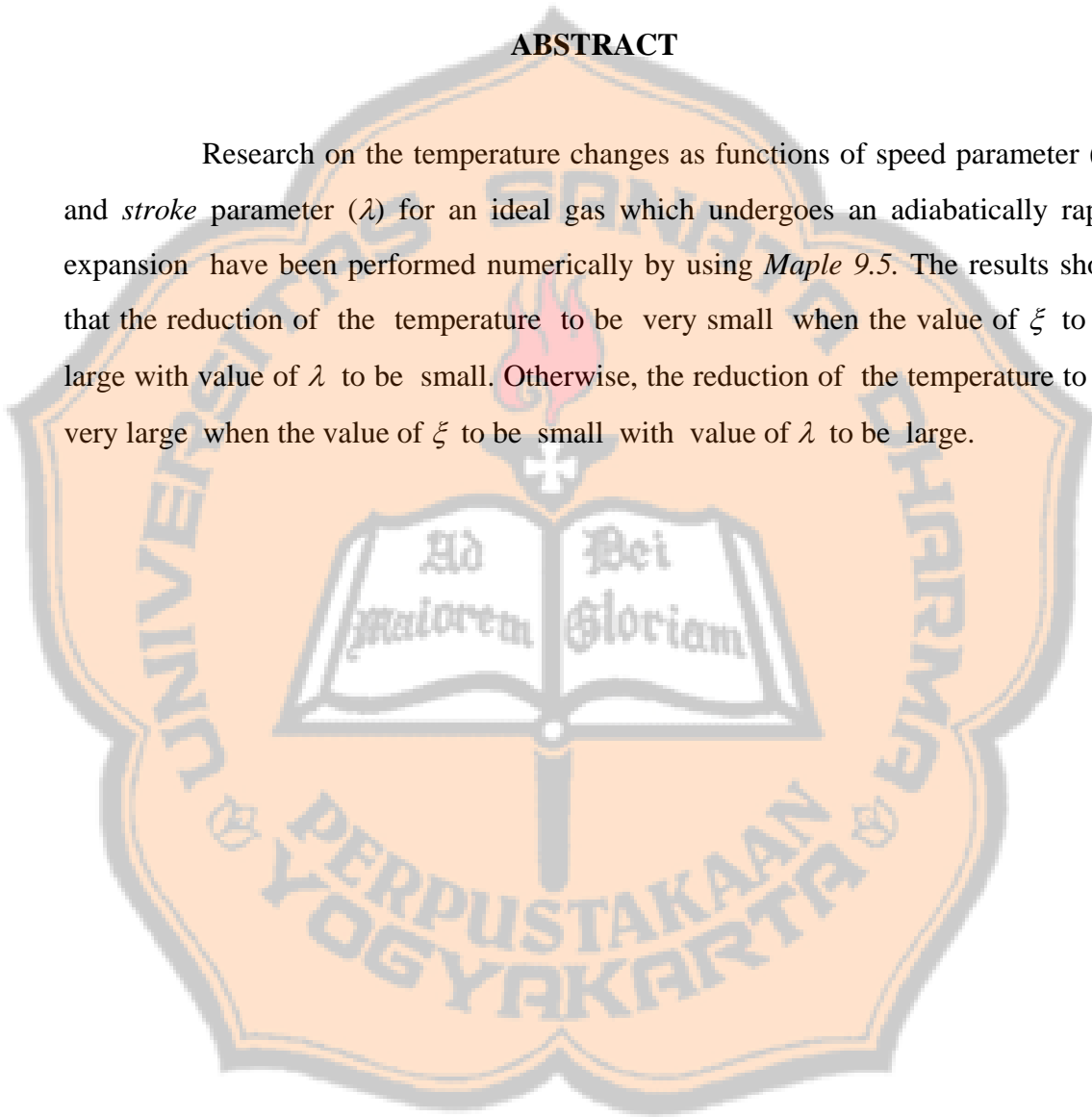
Telah dilakukan penelitian terhadap perubahan suhu gas ideal yang mengalami ekspansi cepat secara adiabatik sebagai fungsi parameter kecepatan ( $\xi$ ) dan parameter *stroke* ( $\lambda$ ) secara numerik dengan menggunakan *Maple 9.5*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa penurunan suhu semakin kecil kalau nilai  $\xi$  semakin besar serta nilai  $\lambda$  semakin kecil. Sebaliknya, penurunan suhu semakin besar kalau nilai  $\xi$  semakin kecil serta nilai  $\lambda$  semakin besar.



**EFFECT OF ADIABATIC RAPID EXPANSION  
TO THE TEMPERATURE CHANGE OF AN IDEAL GAS**

**ABSTRACT**

Research on the temperature changes as functions of speed parameter ( $\xi$ ) and *stroke* parameter ( $\lambda$ ) for an ideal gas which undergoes an adiabatically rapid expansion have been performed numerically by using *Maple 9.5*. The results show that the reduction of the temperature to be very small when the value of  $\xi$  to be large with value of  $\lambda$  to be small. Otherwise, the reduction of the temperature to be very large when the value of  $\xi$  to be small with value of  $\lambda$  to be large.





## KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Yesus Kristus atas segala kasih dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik. Skripsi ini berjudul : **”PENGARUH EKSPANSI CEPAT ADIABATIS TERHADAP PERUBAHAN SUHU GAS IDEAL”**, yang diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Fisika Universitas Sanata Dharma Yogyakarta.

Penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu penulis baik berupa waktu, tenaga, bimbingan, dorongan, dan sumbang saran yang penulis butuhkan dalam penyelesaian skripsi ini. Pada kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Drs. Drs. Vet. Asan Damanik, M.Si. selaku dosen pembimbing yang telah banyak meluangkan waktu untuk membimbing, mendampingi, memberikan dorongan dan semangat dalam pengerjaan tugas akhir ini.
2. Ibu Ir. Sri Agustini Sulandari, M.Si. selaku Kepala program studi Fisika yang telah meluangkan waktu dan memberikan masukan serta saran yang sangat bermanfaat bagi penulis.
3. Bapak Dr. Ign Edi Santosa, M.S. selaku dosen pendamping akademik yang sudah banyak memberikan pendampingan selama menjadi

mahasiswa serta yang telah memberikan masukan yang sangat berharga bagi penulis.

4. Bapak Suryadi, SU, yang telah berkenan meluangkan waktu untuk menguji penulis serta memberikan masukan yang sangat berharga bagi penulis.
5. Ayah dan Ibuku tercinta yang tanpa henti memberikan dukungan, dorongan, doa, dan kasihnya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
6. Adikku tercinta milla yang selalu memberikan semangat dan doanya pada waktu penulis mengerjakan skripsi.
7. Mas Daniel yang selalu memberikan dukungan, dan doanya dalam penulis mengerjakan skripsi.
8. Andre, Duwi, Inke, Melin, Kia, Lori, Ima yang selalu mendukungku dalam mengerjakan skripsi.
9. Teman-teman fisika yang selama bertahun-tahun selalu berjuang bersamaku.
10. Teman-teman Fisika 2002 yang bertahun-bertahun bersama-sama belajar di Sanata Dharma. Iman, Inke, Erni, Ook, Frida, Danang, Ridwan, Gita, Tri, Yuda, Ima, Basil, Adit, Lori, Ratna, Kia, Adet, Dian.
11. Mba Neni, Rita, Mba Anas, dan teman-teman kostku Duwi, Eka, Santi, Mega terimakasih atas kebersamaannya.

12. Seluruh Staff Pengajar Jurusan Fisika yang telah memberikan pengajaran dan pendampingan.
13. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu demi satu. Terimakasih atas segala bantuannya.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan ini masih banyak kekurangan, oleh karena itu penulis sangat mengharapkan saran dan kritik yang sangat membangun dari berbagai pihak.

Akhirnya penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi dunia pendidikan dan khususnya pembaca.

Yogyakarta, Oktober 2007

Penulis

**DAFTAR ISI**

HALAMAN JUDUL.....	i
HALAMAN JUDUL .....	ii
HALAMAN PERSETUJUAN PEMBIMBING.....	iii
HALAMAN PENGESAHAN .....	iv
HALAMAN MOTTO PERSEMBAHAN .....	v
PERNYATAAN KEASLIAN KARYA .....	vi
ABSTRAK.....	vii
ABSTRACT .....	viii
KATA PENGANTAR .....	ix
DAFTAR ISI .....	xii
DAFTAR GAMBAR.....	xiii
BAB I. PENDAHULUAN.....	1
1.1. Latar Belakang .....	1
1.2. Perumusan Masalah .....	2
1.3. Batasan Masalah .....	3
1.4. Tujuan Penelitian dan Manfaat Penelitian.....	3
1.4.1. Tujuan Penelitian.....	4
1.4.2. Manfaat Penelitian.....	4
1.5. Sistematika Penulisan.....	4
BAB II. DASAR TEORI .....	6

2.1. Konsep Suhu.....	6
2.2. Konsep Teori Kinetik Gas.....	8
2.3. Konsep Ekspansi Lambat.....	15
2.4. Ekspansi Cepat.....	24
2.5. Integrasi Numerik Dengan Menggunakan <i>Maple 9.5</i> .....	30
<b>BAB III. METODOLOGI PENELITIAN.....</b>	<b>32</b>
3.1. Jenis Penelitian.....	32
3.2. Sarana Penelitian.....	32
3.3. Langkah-Langkah Penelitian.....	33
<b>BAB IV. HASIL DAN PEMBAHASAN.....</b>	<b>34</b>
4.1. Hasil Penelitian.....	34
4.1.1. Parameter <i>Stroke</i> .....	34
4.1.2. Parameter Kecepatan.....	36
4.1.3. Parameter <i>Stroke</i> dan Parameter Kecepatan.....	37
4.2. Pembahasan.....	38
<b>BAB V. PENUTUP.....</b>	<b>40</b>
5.1. Kesimpulan.....	40
5.2. Saran.....	40
<b>DAFTAR PUSTAKA.....</b>	<b>41</b>

**DAFTAR GAMBAR**

Gambar 2.1. Perbandingan skala Kelvin, Celcius, Rankine, dan Fahrenheit..... 8

Gambar 2.2. Siklus Carnot..... 23

Gambar 2.3. Skema proses ekspansi cepat pada gas ideal..... 25

Gambar 2.4. Grafik  $f(y) = \sin y$ ..... 31

Gambar 4.1.  $\Delta T/T_0$  sebagai fungsi  $\xi$  dan  $\lambda_1=0.01, \lambda_2=0.03, \lambda_3=0.05, \lambda_4=0.07,$   
 $\lambda_5=0.09$ ..... 35

Gambar 4.2.  $\Delta T/T_0$  sebagai fungsi  $\lambda$  dan  $\xi_1=0.1, \xi_2=0.3, \xi_3=0.5, \xi_4=0.7,$   
 $\xi_5=0.9$ ..... 36

Gambar 4.3.  $\Delta T/T_0$  sebagai fungsi  $\xi$  dan  $\lambda$ ..... 37

## BAB I

### PENDAHULUAN

#### 1.1. Latar Belakang Masalah

Dalam fisika, konsep kerja, panas atau kalor yang masuk atau keluar dari sistem, dan perubahan energi dalam sebuah sistem dipelajari secara khusus dalam cabang fisika yang dikenal sebagai termodinamika. Hubungan antara perubahan energi dalam ( $dU$ ), kerja yang dilakukan atau diterima sistem ( $dW$ ), kalor atau panas yang masuk atau keluar dari sistem ( $dQ$ ) adalah yang dikenal sebagai Hukum I Termodinamika. :

$$dQ = dU + dW \quad (1.1)$$

Sistem dapat berupa benda atau daerah yang dibatasi oleh suatu pembatas. Pembatas sebuah sistem dapat berbentuk real ataupun imajiner. Energi dalam sebuah sistem pada umumnya merupakan fungsi tekanan ( $P$ ), suhu ( $T$ ), dan volume ( $V$ ). Secara matematis energi dalam ( $U$ ) dapat dituliskan sebagai

$$U = U(T, V, P) \quad (1.2)$$

sehingga dalam termodinamika ada kaitan antara  $P, V$  dan  $T$ . Jika dituliskan sebagai  $f(P, V, T) = 0$ .

$$dU = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV \quad (1.3)$$

Jika ditinjau suatu sistem yang terdiri dari gas ideal dengan volume mula-mula  $V_0$ , dan suhu mula-mula  $T_0$  mengalami ekspansi adiabatik sehingga volumenya menjadi  $V_1$  dan suhu  $T_1$ , maka berlaku relasi (Sears dan Salinger, 1975)

$$T_0 V_0^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} \quad (1.4)$$

dengan  $\gamma = c_p/c_v$  ( $\gamma$  adalah rasio panas jenis pada tekanan tetap terhadap panas jenis pada volume tetap).

Jika ditinjau sebuah piston yang mengalami ekspansi adiabatik dengan kecepatan piston lebih kecil dari kecepatan termal molekul-molekul atau partikel-partikel gas ideal, maka terjadi perubahan suhu sehingga berlaku persamaan (1.4). Ekspansi gas ideal dengan kecepatan piston lebih kecil dari kecepatan termal molekul-molekul atau partikel-partikel sering disebut sebagai ekspansi lambat.

Jika ekspansi gas ideal yang ada dalam suatu sistem berlangsung dengan cepat (kecepatan piston lebih besar dari kecepatan molekul-molekul atau partikel-partikel gas ideal), maka relasi pada persamaan (1.4) tidak berlaku lagi. Oleh karena itu penelitian tentang perubahan suhu gas ideal yang mengalami ekspansi cepat secara adiabatik merupakan penelitian yang menarik.

## 1.2. Perumusan Masalah

Proses gas ideal melalui ekspansi cepat telah dilaporkan (Zimba, 2005) dengan meninjau gas ideal monoatomik bermassa  $m$ , dan suhu mula-mula  $T_0$  yang terdapat dalam sebuah silinder yang panjangnya  $L$ . Dengan mendefinisikan dua buah parameter, yaitu parameter kecepatan  $\xi \equiv \sqrt{mu^2/2kT_0}$  yaitu perbandingan antara kecepatan piston ( $u$ ) dengan kecepatan terbolejadi partikel (gas), dan parameter *stroke*  $\lambda \equiv \ell/L$  yaitu perbandingan



antara panjang ekspansi  $\ell$  dengan panjang silinder  $L$ , (Zimba, 2005). Zimba melaporkan bahwa rasio perubahan suhu terhadap suhu awal  $\Delta T/T_0$  adalah

$$\frac{\Delta T}{T_0} = -\frac{2\lambda}{3} \left[ (1 + 2\xi^2) \operatorname{erfc}(\xi) - 2\pi^{-\frac{1}{2}} \xi e^{-\xi^2} \right] \quad (1.5)$$

Yang menjadi permasalahan dalam penelitian ini adalah :

- a. Bagaimana relasi suatu parameter kecepatan  $\xi$  sebagai fungsi jumlah atom atau molekul  $N$ , massa  $m$ , suhu awal  $T_0$ , dan parameter *stroke*  $\lambda$  sebagai fungsi panjang silinder  $L$ , dan panjang ekspansi  $\ell$  ?
- b. Bagaimana pengaruh kecepatan piston  $u$ , parameter kecepatan  $\xi$  dan parameter *stroke*  $\lambda$  terhadap  $\Delta T/T_0$  ?

### 1.3. Batasan Masalah

Masalah yang diteliti dibatasi hanya untuk sistem gas ideal yang terdapat dalam sebuah silinder gas ideal yang dilengkapi dengan sebuah piston yang mengalami ekspansi cepat secara adiabatik khususnya rasio perubahan suhu terhadap suhu awal  $\Delta T/T_0$  sebagai fungsi parameter kecepatan  $\xi$  dan parameter *stroke*  $\lambda$ . Gas yang ada dalam piston dianggap sebagai gas ideal sehingga teori kinetik gas dan prediksinya dapat diberlakukan.

### 1.4. Tujuan dan Manfaat Penelitian

#### 1.4.1. Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk :

- a. Merumuskan parameter kecepatan  $\xi$  dan parameter *stroke*  $\lambda$ .
- b. Mengetahui secara eksplisit pengaruh parameter kecepatan  $\xi$  dan parameter *stroke*  $\lambda$  terhadap  $\Delta T/T_0$  untuk gas ideal.

#### 1.4.2. Manfaat Penelitian

Penelitian ini berguna untuk pengembangan ilmu pengetahuan khususnya pengetahuan terhadap perubahan suhu gas ideal melalui ekspansi cepat secara adiabatik dan implikasinya.

#### 1.5. Sistematika Penulisan

##### Bab I. Pendahuluan

Pada Bab I dijelaskan mengenai latar belakang masalah, perumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, sistematika penelitian.

##### Bab II. Dasar Teori

Pada Bab II dijabarkan mengenai konsep suhu, konsep teori kinetik gas, ekspansi lambat, ekspansi cepat, integrasi numerik dengan menggunakan *Maple 9.5*.

##### Bab III. Metode Penelitian

Pada Bab III dijelaskan tentang jenis penelitian, sarana penelitian dan langkah-langkah penelitian.

#### Bab IV Analisa dan pembahasan

Pada Bab IV akan ditampilkan hasil penelitian secara numerik serta pembahasannya.

#### Bab V Penutup

Pada Bab V disajikan kesimpulan dan saran.



## BAB II

### DASAR TEORI

#### 2.1.Konsep Suhu

Salah satu besaran fisis yang penting dalam termodinamika adalah suhu ( $T$ ). Suhu suatu benda atau sistem yang diukur dengan menggunakan alat yang disebut termometer. Suhu gas secara empiris  $\theta_g$  didefinisikan sebagai (Sears dan Salinger,1975):

$$\theta_g = \theta_3 \times \lim_{P_3 \rightarrow 0} \left( \frac{P}{P_3} \right)_V \quad (2.1)$$

dengan  $\theta_g$  suhu gas kenyataan ,  $\theta_3$  suhu titik tripel (*triple-point*) ,  $P_3$  tekanan pada saat suhu  $\theta_3$  dan  $P$  tekanan. Untuk menentukan nilai  $\theta_3$  terlebih dahulu didefinisikan suhu uap air murni ( $\theta_s$ ) sebesar 100 derajat dan suhu es ( $\theta_i$ ) sebesar nol derajat. Karena suhu sebanding dengan tekanan maka perbandingan antara  $\theta_s$  dan  $\theta_i$  adalah :

$$\frac{\theta_s}{\theta_i} = \left( \frac{P_s}{P_i} \right)_V \quad (2.2)$$

dan

$$\theta_s - \theta_i = 100 \text{ derajat} \quad (2.3)$$

Jika persamaan (2.3) disubstitusikan ke persamaan (2.2), maka diperoleh :

$$\theta_i = \frac{100}{P_s/P_i - 1} \quad (2.4)$$

Berdasarkan hasil eksperimen, nilai  $P_s/P_i$  adalah 1.3661 (Sear dan Salinger, 1975).

Jika nilai  $P_s/P_i = 1.3661$  dimasukkan ke persamaan (2.4), maka diperoleh

$$\theta_i = \frac{100}{1.3661 - 1} = 273.15 \text{ derajat} \quad (2.5)$$

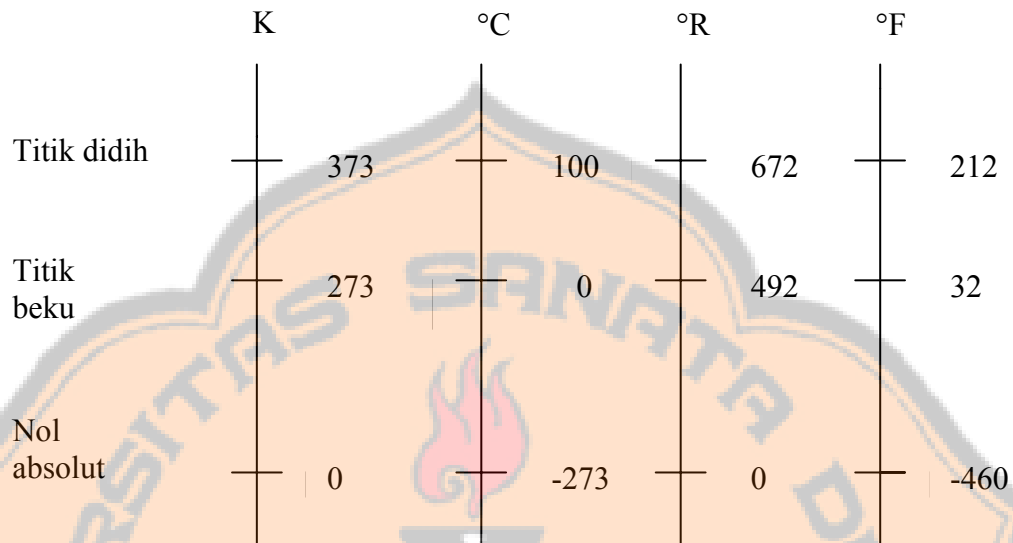
Karena nilai  $\theta_3 = 273.16$ ,  $\theta_1 \approx \theta_3$  atau tepatnya  $\theta_1 = \theta_3 - 0.01$ , maka persamaan (2.1) dapat dituliskan menjadi

$$\theta_g = 273.16 \times \lim_{P_3 \rightarrow 0} \left( \frac{P}{P_3} \right)_V \quad (2.6)$$

Satuan suhu menurut satuan Internasional (SI) adalah Kelvin atau disingkat K. Dengan menuliskan  $\theta_g = T$ , persamaan (2.6) dapat dituliskan

$$T = 273.16K \lim_{P_3 \rightarrow 0} \left( \frac{P}{P_3} \right)_V \quad (2.7)$$

Satuan suhu selain Kelvin adalah derajat Celcius ( $^{\circ}\text{C}$ ), Rankine ( $^{\circ}\text{R}$ ), dan Fahrenheit ( $^{\circ}\text{F}$ ). Perbandingan skala antara Kelvin, Celcius, Rankine, dan Fahrenheit dapat dilihat pada Gambar 2.1.



Gambar 2.1. Perbandingan skala Kelvin, Celcius, Rankine, dan Fahrenheit.

## 2.2. Konsep Teori Kinetik Gas

Dalam teori kinetik gas, molekul-molekul atau atom-atom yang dianggap sebagai gas ideal bergerak secara acak dengan kecepatan yang berbeda. Molekul-molekul atau atom-atom yang dianggap sebagai gas ideal terutama gas monoatomik mengikuti distribusi kecepatan Maxwell-Boltzmann. Karena molekul-molekul yang bergerak mengikuti distribusi kecepatan Maxwell-Boltzmann, maka molekul-molekul atau atom-atom termasuk ke dalam molekul atau atom terbedakan (*distinguishable molecule*). Gas monoatomik adalah gas yang terbentuk dari satu jenis atom saja.

Fungsi distribusi dalam statistik Maxwell-Boltzmann dapat dituliskan sebagai

$$\bar{N}_j = N \left( \exp \frac{\mu}{k_B T} \right) g_j \exp \frac{-\varepsilon_j}{k_B T} \quad (2.8)$$

dengan  $\bar{N}_j$  hunian rata-rata pada aras ke- $j$ ,  $\mu$  potensial kimia,  $g_j$  adalah degenerasi aras yang ke- $j$ ,  $N$  jumlah atom atau molekul,  $\varepsilon_j$  energi pada aras yang ke- $j$ ,  $k_B$  konstanta Boltzmann, dan  $T$  suhu.

Karena  $\sum_j \bar{N}_j = N$ , dan potensial kimia  $\mu$  tidak tergantung pada  $j$ , maka

$$\sum_j \bar{N}_j = N = N \left( \exp \frac{\mu}{k_B T} \right) \sum_j g_j \exp \frac{-\varepsilon_j}{k_B T} \quad (2.9)$$

atau

$$\sum_j \bar{N}_j = N \left( \exp \frac{\mu}{k_B T} \right) Z \quad (2.10)$$

dengan

$$Z \equiv \sum_j g_j \exp \frac{-\varepsilon_j}{k_B T} \quad (2.11)$$

$Z$  disebut fungsi partisi.

Dari persamaan (2.9) dan (2.11) diperoleh bahwa

$$\frac{1}{Z} = \exp \frac{\mu}{k_B T} \quad (2.12)$$

sehingga fungsi distribusi Maxwell-Boltzmann dapat dituliskan menjadi

$$\frac{\bar{N}_j}{g_j} = \frac{N}{Z} \exp\left(\frac{-\varepsilon_j}{k_B T}\right) \quad (2.13)$$

dengan  $\bar{N}_j/g_j$  adalah jumlah molekul atau atom rata-rata untuk setiap keadaan pada aras energi ke- $j$ .

Molekul atau atom (selanjutnya disebut partikel) bergerak bebas dan acak diantara dua dinding. Karena diantara partikel-partikel tidak saling berinteraksi kecuali pada saat bertumbukan (tidak ada pengaruh medan konservatif luar). Tumbukan yang terjadi bersifat elastis karena tumbukan bisa terjadi ke segala arah. Tumbukan-tumbukan yang terjadi antara partikel-partikel dengan dinding –dinding akan mempertahankan energi kinetik, sehingga energi kinetik partikel diberikan oleh

$$\varepsilon_j = \frac{1}{2} m v_j^2 = \frac{p_j^2}{2m} \quad (2.14)$$

dengan  $p_j = mv$ , dan  $L$  jarak antara dua dinding. Dengan menggunakan mekanika

kuantum, nilai  $p_j$  adalah  $p_j = n_j \frac{h}{2L}$ , sehingga

$$\varepsilon_j = n_j^2 \frac{h^2}{8m} V^{-2/3} \quad (2.15)$$

dengan  $n_j^2 = n_x^2 + n_y^2 + n_z^2$ ,  $h$  tetapan Planck,  $m$  massa partikel, dan  $V$  volume sistem.

Aras energi pada sistem gas ideal begitu rapat sehingga nilai aras energi antara yang satu dengan yang lain sangat dekat. Dalam hal ini dapat dideskripsikan



pengelompokkan keadaan makro yang mempunyai nilai energi berdekatan.

Pengelompokkan aras makro membuat fungsi partisi  $Z$  dapat dinyatakan sebagai

$$Z = \sum_j \Delta G_j \exp\left(\frac{-\varepsilon_j}{kT}\right) \quad (2.16)$$

dengan  $\Delta G_j$  adalah aras makro yang energinya antara  $\varepsilon_j$  dan  $\varepsilon_j + \Delta\varepsilon_j$ . dan jumlah aras makro  $G_j$  adalah

$$g_j = \frac{1}{8}V \quad (2.17)$$

dengan  $V$  adalah volume bola. Jika volume bola adalah  $V = \frac{4}{3}\pi r_j^3$ , maka

$$\begin{aligned} G_j &= \frac{1}{8} \times \frac{4}{3} \pi r_j^3 \\ &= \frac{\pi}{6} n_j^3 \end{aligned} \quad (2.18)$$

sehingga

$$\begin{aligned} \Delta G_j &= \frac{\pi}{6} \times 3n_j^2 \Delta n_j \\ &= \frac{\pi}{2} n_j^2 \Delta n_j \end{aligned} \quad (2.19)$$

Dari persamaan (2.14) dan (2.15) diperoleh  $n_j = \frac{2m}{h} V^{\frac{1}{3}} \Delta v_j$ .

Dari persamaan (2.14), (2.15), dan (2.19) diperoleh

$$\Delta G_j = \frac{4\pi m^3}{h^3} V^2 \Delta v_j \quad (2.20)$$

sehingga persamaan (2.16) dapat dituliskan menjadi

$$Z = \frac{\pi}{2} \sum_j n_j^2 \exp\left(-\frac{h^2 V^{-2/3}}{8mkT} n_j^2\right) \Delta n_j \quad (2.21)$$

Secara pendekatan, persamaan (2.21) dapat dinyatakan dalam bentuk integral yaitu

$$Z = \frac{\pi}{2} \int_0^\infty n_j^2 \exp\left(-\frac{h^2 V^{-2/3}}{8mkT} n_j^2\right) dn_j \quad (2.22)$$

Persamaan (2.22) menjadi

$$Z = V \left(\frac{2\pi mkT}{h^2}\right)^{2/3} \quad (2.23)$$

Distribusi kecepatan partikel, dapat dituliskan

$$\Delta N_v = \frac{N}{Z} \Delta G_v \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) \quad (2.24)$$

dengan  $N_v$  menyatakan banyaknya molekul atau partikel yang kecepatannya lebih kecil atau sama dengan  $v$ . Karena  $\Delta N_v$  menyatakan banyaknya degenerasi pada keadaan kecepatan molekul atau partikel antara  $v$  dan  $v+\Delta v$ . Maka dengan menggunakan persamaan (2.20), (2.23) dan (2.24) nilai  $\Delta N_v$  diberikan oleh

$$\Delta N_v = \frac{N}{V \left(\frac{2\pi mkT}{h^2}\right)^{2/3}} \frac{4\pi m^3}{h^3} V v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) \Delta v \quad (2.25)$$

atau

$$\frac{\Delta N_v}{\Delta v} = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2kT}\right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) \quad (2.26)$$

Dari persamaan (2.26) dapat dicari nilai kecepatan terbolejadi (*the most probable speed*) atau  $v_m$  untuk partikel atau molekul dengan menggunakan

$$\frac{d}{dv} \left( \frac{\Delta N_v}{\Delta v} \right) = 0 \quad (2.27)$$

Dari persamaan (2.26) dan persamaan (2.27) diperoleh

$$\begin{aligned} \frac{d}{dv} \left( v^2 \exp \left( -\frac{mv^2}{2kT} \right) \right) &= 0 \\ 2v \exp \left( -\frac{mv^2}{2kT} \right) + v^2 \left( -\frac{m}{kT} \right) (2v) \exp \left( -\frac{mv^2}{2kT} \right) &= 0 \end{aligned}$$

sehingga

$$v_m = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad (2.28)$$

Jadi fungsi distribusi kecepatan Maxwell-Boltzmann diberikan oleh

$$\frac{\Delta N_v}{\Delta v} = \frac{4N}{\sqrt{\pi} v_m^3} v^2 \exp \left( -\frac{v^2}{v_m^2} \right) \quad (2.29)$$

Jika ada sebanyak  $N$  molekul atau  $N$  partikel dengan masing-masing molekul atau partikel mempunyai kecepatan yang berbeda-beda, maka pada ruang tiga dimensi ada tiga komponen kecepatan yaitu komponen kecepatan ke arah sumbu  $x$ ,  $y$ , dan  $z$ .

Kecepatan rata-rata ( $\bar{v}$ ) adalah

$$\bar{v} = \frac{1}{N} \sum v \Delta N_v \quad (2.30)$$

Jika persamaan (2.29) disubstitusikan ke persamaan (2.30), maka kecepatan rata-rata menjadi

$$\begin{aligned}\bar{v} &= \frac{4}{\sqrt{\pi}v_m^3} \int_0^{\infty} v^3 \exp\left(-\frac{v^2}{v_m^2}\right) dv \\ &= \frac{2mv^4}{\sqrt{\pi}v_m^3}\end{aligned}\quad (2.31)$$

Untuk menghitung hasil integral pada persamaan (2.31) telah digunakan relasi (Boas , 1983)

$$\int_0^{\infty} x^3 \exp(-ax^2) dx = \frac{1}{2a^2} \quad (2.32)$$

dengan  $a = 1/v_m^2$  .

Jika persamaan (2.28) disubstitusikan ke persamaan (2.31), maka kecepatan rata-rata menjadi

$$\bar{v} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} v_m = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \quad (2.33)$$

Akar kuadrat kecepatan rata-rata ( $v_{rms}$ ) adalah :

$$v_{rms} = \sqrt{\bar{v}^2} = \left(\frac{1}{N} \sum v^2 \Delta N_v\right)^{1/2} \quad (2.34)$$

Jika persamaan (2.26) disubstitusikan ke persamaan (2.34), maka diperoleh:

$$v_{rms} = \left(\frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2kT}\right)^{2/3} \sum v^4 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) \Delta v\right)^{1/2}$$

atau

$$v_{rms}^2 = \left(\frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2kT}\right)^{2/3} \sum v^4 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) \Delta v\right) \quad (2.35)$$

Dengan menggunakan relasi yang ada pada persamaan (2.28), persamaan (2.35) menjadi

$$v_{rms}^2 = \frac{4}{v_m^3 \sqrt{\pi}} \sum v^4 \exp\left(-\frac{v^2}{v_m^2}\right) \Delta v \quad (2.36)$$

Secara pendekatan persamaan (2.36) dapat dituliskan menjadi :

$$\begin{aligned} v_{rms}^2 &= \frac{4}{v_m^3 \sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} v^4 \exp\left(-\frac{v^2}{v_m^2}\right) dv \\ &= \frac{3}{2} v_m^3 \end{aligned} \quad (2.37)$$

atau

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

Untuk memperoleh hasil integral pada persamaan (2.37) telah digunakan

$$\int_0^{\infty} x^4 \exp(-ax^2) dx = \frac{3}{8} \sqrt{\frac{\pi}{a^5}} \quad (2.38)$$

### 2.3. Konsep Ekspansi Lambat

Secara umum energi dalam  $U$  suatu sistem dapat dinyatakan sebagai fungsi variabel tekanan ( $P$ ), volume ( $V$ ), dan suhu ( $T$ ), atau secara matematis dituliskan

$$U = U(P, V, T) \quad (2.39)$$

sehingga dalam termodinamika ada kaitan antara  $P, V$  dan  $T$ . Jika dituliskan sebagai f  
 $(P, V, T) = 0$ .

$$dU = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV \quad (2.40)$$

Karena energi dalam sebagai fungsi suhu ( $T$ ) dan volume ( $V$ ) yang bebas  
 dapat dituliskan

$$dU = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV \quad (2.41)$$

Selanjutnya menggunakan Hukum I Termodinamika (Halliday dan Resnick, 1985)

$$dQ = dU + PdV \quad (2.42)$$

dengan  $dQ$  adalah perubahan panas,  $dU$  adalah perubahan energi dalam,  $P dV$  adalah  
 kerja yang dilakukan. Jika persamaan (2.41) disubstitusikan ke persamaan (2.42),  
 diperoleh

$$dQ = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + P \right] dV \quad (2.43)$$

Untuk volume konstan (tetap),  $dV=0$ , persamaan (2.43) menjadi

$$c_v = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \quad (2.44)$$

dengan  $c_v$  (panas jenis pada volume tetap).

Karena  $\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$  dapat dituliskan juga  $\frac{dU}{dT}$  dari persamaan (2.44). Berdasarkan Hukum

I Termodinamika Dari persamaan (2.42) dan persamaan (2.44) diperoleh

$$\partial Q = c_v dT + PdV \quad (2.45)$$

Karena persamaan keadaan gas ideal adalah  $PV=nRT$  (Martin,1986) sehingga dapat dideferensialkan menjadi

$$PdV + VdP = nRdT \quad (2.46)$$

Dari persamaan (2.45) dan persamaan (2.46) diperoleh

$$\partial Q = (c_v + nR)dT - VdP \quad (2.47)$$

Untuk proses adiabatik dimana  $dQ=0$  (Nainggolan, 1978) persamaan (2.47) menjadi

$$c_v dT = -PdV \quad (2.48)$$

Dengan mengeliminasi  $dT$ , dari persamaan (2.47) dan (2.48) diperoleh

$$c_v (PdV + VdP) + nRPdV = 0 \quad (2.49)$$

karena  $nR = c_p - c_v$ .

Dari persamaan (2.48) dan persamaan (2.49) diperoleh

$$c_v VdP + c_p PdV = 0 \quad (2.50)$$

Jika masing-masing suku dibagi dengan  $C_v VP$  dari persamaan (2.50) menjadi

$$\frac{dP}{P} + \frac{c_p}{c_v} \frac{dV}{V} = 0 \quad (2.51)$$

karena  $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ . Persamaan (2.51) menjadi

$$\frac{dP}{P} + \gamma \frac{dV}{V} = 0 \quad (2.52)$$

dengan  $c$  adalah panas jenis suatu sistem (Joule / K),  $c_v$  (panas jenis pada volume tetap),  $c_p$  (panas jenis pada tekanan tetap),  $n$  (jumlah mol),  $R$  (konstanta umum gas),  $P$  (tekanan),  $V$  (volume),  $T$  (suhu),  $\gamma$  (rasio panas jenis pada tekanan tetap dengan panas jenis pada volume tetap).

Menurut Hukum Boyle menyatakan bahwa tekanan, volume, berbanding terbalik dengan suhu sehingga dituliskan

$$\frac{PV}{T} = C \quad (2.53)$$

dengan  $C$  konstanta.

Persamaan (2.53) dari masing-masing suku dideferensialkan, diperoleh

$$\partial P = \frac{C}{V} \partial T \quad (2.54)$$

Karena  $P$  sebagai fungsi  $T$  dan  $V$ , maka dapat dituliskan

$$dP = \frac{\partial P}{\partial T} dT + \frac{\partial P}{\partial V} dV \quad (2.55)$$

Jika persamaan (2.54) disubstitusikan ke persamaan (2.55) menjadi

$$dP = \frac{C}{V} dT + \left( -\frac{CT}{V^2} \right) dV \quad (2.56)$$

Dari persamaan (2.52), (2.53) dan (2.56) menjadi



$$\frac{dT}{T} - \frac{dV}{V} + \gamma \frac{dV}{V} = 0 \quad (2.57)$$

atau

$$\frac{dT}{T} + (\gamma - 1) \frac{dV}{V} = 0 \quad (2.58)$$

Jika persamaan (2.58) diintegrasikan, maka diperoleh

$$\ln T + (\gamma - 1) \ln V = K \quad (2.59)$$

dengan K tetapan integrasi (konstanta). Persamaan (2.59) dapat dituliskan menjadi

$$\ln T + \ln V^{\gamma-1} = K \quad (2.60)$$

atau

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \quad (2.61)$$

dengan  $T_2$  suhu akhir,  $V_2$  volume akhir,  $T_1$  suhu awal,  $V_1$  volume awal.

Hukum I Termodinamika (Halliday dan Resnick, 1985)

$$dU = dQ - dW \quad (2.62)$$

dan Hukum II Termodinamika

$$dQ = Tds \quad (2.63)$$

dengan  $s$  (entropi),  $ds$  (perubahan entropi),  $dQ$  (perubahan panas),  $dU$  (perubahan energi dalam),  $dW$  (kerja yang dilakukan),  $T$  (suhu).

Dari persamaan (2.62) dan (2.63) diperoleh

$$dU = Tds - PdV \quad (2.64)$$

Karena  $s=s(V,T)$ , maka

$$ds = \left( \frac{\partial s}{\partial V} \right)_T dV + \left( \frac{\partial s}{\partial T} \right)_V dT \quad (2.65)$$

Dari persamaan (2.64) dan (2.65) diperoleh

$$dU = \left[ T \left( \frac{\partial s}{\partial V} \right)_T - P \right] dV + T \left( \frac{\partial s}{\partial T} \right)_V dT \quad (2.66)$$

dan dari persamaan (2.41) dan (2.66) diperoleh relasi

$$\left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = T \left( \frac{\partial s}{\partial V} \right)_T - P \quad (2.67)$$

dan

$$\left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = T \left( \frac{\partial s}{\partial T} \right)_V \quad (2.68)$$

Kalau  $f(U, V, T) = 0$ , maka

$$\left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_U \left( \frac{\partial T}{\partial U} \right)_V = -1 \quad (2.69)$$

atau

$$\left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_U = - \frac{\left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V}{\left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T} \quad (2.70)$$

Dari persamaan (2.63) dan (2.68) diperoleh relasi

$$\left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = T \left( \frac{\partial s}{\partial T} \right)_V$$

$$= \left( \frac{\partial Q}{\partial T} \right)_V$$

$$= c_V \tag{2.71}$$

Dari persamaan (2.70) dan (2.71) diperoleh relasi

$$\left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_U = - \frac{c_V}{\left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T} \tag{2.72}$$

atau

$$\left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = -c_V \left( \frac{\partial T}{\partial V} \right)_U \tag{2.73}$$

Persamaan (2.67) dapat pula dituliskan dalam bentuk lain yaitu

$$\left( \frac{\partial s}{\partial V} \right)_T = \frac{1}{T} \left[ P + \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \right] \tag{2.74}$$

dan persamaan (2.68) dalam bentuk

$$\left( \frac{\partial s}{\partial T} \right)_V = \frac{1}{T} \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \tag{2.75}$$

Jika persamaan (2.74) diturunkan terhadap  $T$ , dan persamaan (2.75), diturunkan terhadap  $V$ , maka diperoleh relasi

$$\frac{1}{T} \frac{\partial^2 U}{\partial V \partial T} = \frac{1}{T} \left[ \frac{\partial^2 U}{\partial T \partial V} + \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \right] - \frac{1}{T^2} \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + P \right] \tag{2.76}$$

sehingga diperoleh

$$\left[ \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + P \right] = T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$$

atau

$$\left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = \frac{T\beta}{k} - P \quad (2.77)$$

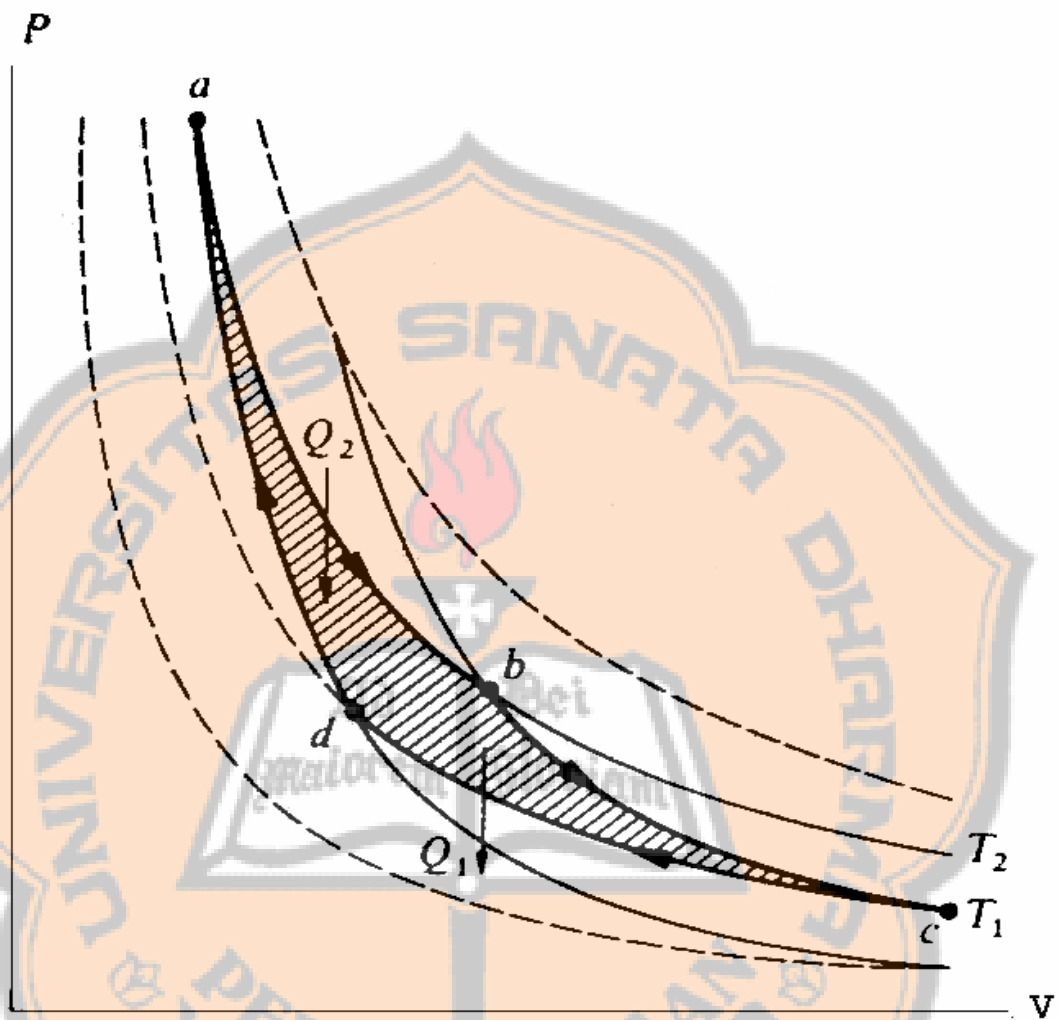
dengan  $\beta = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$ ,  $k = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$  (Zeemansky dan Dittman, 1981).

Persamaan (2.77) dapat juga dituliskan dalam bentuk

$$\left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = \frac{T(1/T)}{1/P} - P = 0 \quad (2.78)$$

Dari persamaan (2.78) terlihat bahwa energi dalam ( $U$ ) tidak bergantung pada volume ( $V$ ).

Jika suatu sistem berubah, maka keadaan sistem ikut berubah. Sistem yang mengalami perubahan disebut mengalami suatu proses. Salah satu proses yang ditinjau dalam termodinamika adalah proses yang berlangsung secara adiabatik. Proses adiabatik adalah suatu proses yang berlangsung tanpa ada kalor atau panas yang masuk atau keluar dari sistem. Proses adiabatik dapat digambarkan dalam siklus Carnot yang ditunjukkan dengan hubungan antara tekanan ( $P$ ) dan volume ( $V$ ) dapat dilihat pada Gambar 2.2.



Gambar 2.2. Siklus Carnot

Dari gambar diatas didapatkan empat proses yaitu :

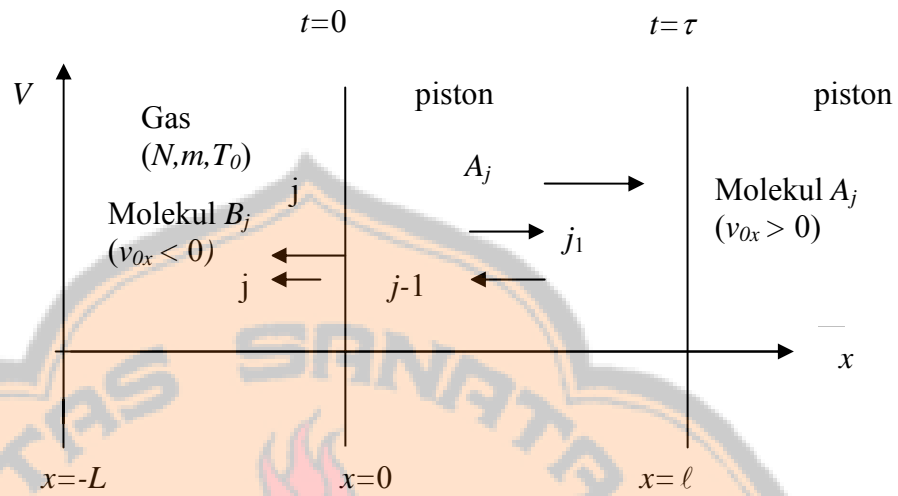
1. Sistem yang mengalami proses dari  $a$  ke  $b$  dengan suhu  $T_2$  (ekspansi isothermal) dan panas atau kalor  $Q_2$  masuk ke dalam sistem sehingga sistem melakukan kerja sebesar  $W_2$ .

2. Proses dari  $b$  ke  $c$  adalah ekspansi adiabatik sehingga mengakibatkan suhu turun dari  $T_2$  ke  $T_1$ .
3. Proses dari  $c$  ke  $d$  adalah kompresi isothermal pada suhu  $T_1$  dan kalor atau panas keluar  $Q_1$  dari sistem dan kerja yang dilakukan adalah  $W_1$ .
4. Proses dari  $d$  ke  $a$  adalah kompresi adiabatik dan suhu naik dari  $T_1$  ke  $T_2$ .

#### 2.4. Ekspansi cepat

Untuk mendefinisikan ekspansi cepat ditinjau suatu sistem gas ideal dalam sebuah silinder yang dilengkapi dengan sebuah piston. Jika kecepatan piston lebih besar dari kecepatan maksimum partikel (gas), maka gas disebut mengalami ekspansi cepat. Kalau gas mengalami ekspansi cepat, persamaan (2.61) tidak berlaku lagi karena pada proses ekspansi cepat terlibat parameter kecepatan ( $\xi$ ) dan parameter *stroke* ( $\lambda$ ).

Untuk menjelaskan keterkaitan  $\xi$  dan  $\lambda$  pada proses ekspansi cepat suatu gas ideal ditinjau bidang  $v_{0x}$ - $x_0$  seperti terlihat pada Gambar 2.3.



Gambar 2.3. Skema proses ekspansi cepat pada gas ideal.

Menurut statistika Maxwell-Boltzmann, dari Gambar 2.3, pada saat  $t=0$  posisi horizontal partikel  $x_0$  terdistribusi dalam  $(-L, 0)$  dan kecepatan horizontal  $v_{0x}$  terdistribusi dalam  $(-\infty, \infty)$ . Partikel-partikel dalam gas didasarkan pada kondisi awal. Partikel-partikel dalam gas dikelompokkan menjadi dua kelompok yaitu partikel-partikel kelompok  $A_j$  dan partikel-partikel kelompok  $B_j$ . Partikel-partikel kelompok  $A_j$  mempunyai  $v_{0x} > 0$  dan partikel-partikel kelompok  $B_j$  mempunyai  $v_{0x} < 0$ . Karena dalam sistem terdapat gas yang berisi partikel-partikel yang dilengkapi dengan piston yang bergerak sehingga dalam sistem terdapat gerak partikel-partikel dan gerak piston.

Pada saat partikel-partikel kelompok  $A_j$  menabrak piston tepatnya  $j$  kali (banyaknya tumbukan) membutuhkan waktu  $t_1, t_3, t_5 \dots t_{2j-3}$ , sampai  $\tau$  atau selama selang waktu  $(0, \tau)$ . Partikel-partikel kelompok  $B_j$  menabrak piston tepatnya  $j$  kali (banyaknya tumbukan) selama selang waktu  $(0, \tau)$  dan partikel-partikel kelompok  $B_j$

menabrak dinding sebelah kiri selama  $j$  kali. Partikel-partikel yang tidak mengalami tumbukan dengan piston selama selang waktu  $(0, \tau)$  tidak berpengaruh.

Pada saat partikel-partikel kelompok  $A_j$  mengalami tumbukan dengan piston dalam waktu  $t = \tau$  mengakibatkan kecepatan partikel-partikel kelompok  $A_j$  menjadi sangat lambat dari kondisi awal  $x_0$ . Secara eksplisit gerak partikel-partikel  $A_j$  dapat dituliskan

$$x_0 + v_{0x}t_1 = ut_1 \quad (2.79)$$

$$ut_1 + (-v_{0x} + 2u)(t_2 - t_1) = -L \quad (2.80)$$

$$ut_{2j-3} + (-v_{0x} + (2j-2)u)(t_{2j-2} - t_{2j-3}) = -L \quad (2.81)$$

$$-L + (v_{0x} - (2j-2)u)(\tau - t_{2j-2}) = u\tau \quad (2.82)$$

Dari persamaan (2.79), (2.80), (2.81) menjelaskan waktu tumbukan, maka diperoleh relasi

$$t_k = \frac{[(k-1)L - x_0]}{(v_{0x} - ku)} \quad (2.83)$$

dengan menggunakan hubungan  $v_{0x}$  dan  $x_0$  dari persamaan (2.82) diperoleh

$$v_{0x} = (2j-2)\left(\frac{L}{\tau}\right) + (2j-1)\left(\frac{\ell}{\tau}\right) - \left(\frac{x_0}{\tau}\right) \quad (2.84)$$

Partikel-partikel kelompok  $A_j$  mengalami penurunan kecepatan  $2u$  dalam masing-masing  $j$  tumbukan dengan piston. Karena adanya tumbukan antara partikel-partikel dan piston akan mengakibatkan energi kinetik hilang maka dituliskan



$$\begin{aligned}
 \varepsilon' &= \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \\
 &= \frac{1}{2} m (v_{0x} - 2ju)^2 - \frac{1}{2} m v_{0x}^2 \\
 &= -2jmu(v_{0x} - ju)
 \end{aligned} \tag{2.85}$$

dengan  $\varepsilon'$  (energi kinetik total),  $\varepsilon_2$  (energi kinetik akhir), dan  $\varepsilon_1$  (energi kinetik awal).  
 Jika semua partikel-partikel dalam kondisi awal dan dalam bidang  $dx_0 dv_{0x}$  dengan  $(x_0, v_{0x}) \in A_j$  sehingga energi kinetik yang hilang  $dU$  oleh partikel-partikel kelompok  $A_j$  dapat dituliskan (Zimba, 2005)

$$\begin{aligned}
 dU &= \left[ \left( \frac{N}{L} \right) dx_0 \right] \left[ \sqrt{\frac{m}{2\pi kT_0}} \exp\left( -\frac{mv_{0x}^2}{2kT_0} \right) dv_{0x} \right] \\
 &\quad \times [-2jmu(v_{0x} - ju)]
 \end{aligned} \tag{2.86}$$

dengan  $(N/L)dx_0$  adalah jumlah partikel-partikel dengan posisi horizontal antara  $x_0$  dan  $x_0 + dx_0$ ,  $\sqrt{\frac{m}{2kT_0}} \exp\left( -\frac{mv_{0x}^2}{2kT_0} \right) dv_{0x}$  adalah bagian partikel-partikel yang masih ada, dan  $-2jmu(v_{0x} - ju)$  adalah energi kinetik yang hilang oleh masing-masing partikel.

Integrasi persamaan (2.86) untuk kelompok  $A_j$  menghasilkan total energi kinetik yang hilang  $\Delta U_{A_j}$ . Total energi kinetik yang hilang dapat dituliskan menjadi

$$\Delta U_{A_j} = \Delta U_{A_j}^{(1)} + \Delta U_{A_j}^{(2)} + \Delta U_{A_j}^{(3)} \tag{2.87}$$

dengan  $\Delta U^{(r)} = \alpha_{jr}(\xi, \lambda) NkT_0$  adalah energi kinetik yang hilang dari kelompok  $A_j$

yang berada di daerah  $r$ , dan ( $r = 1, 2, 3$ ). Fungsi  $\alpha_{jr}(\xi, \lambda)$  diberikan oleh (Zimba, 2005)

$$\alpha_{j1}(\xi, \lambda) = -\frac{4j\lambda}{\sqrt{\pi}} \int_{(2j-1)\xi+(2j-2)(\xi/\lambda)}^{(2j-1)\xi+(2j-1)(\xi/\lambda)} [y - (2j-1)\xi - (2j-2)(\xi/\lambda)] \times (y - j\xi) e^{-y^2} dy \quad (2.88)$$

$$\alpha_{j2}(\xi, \lambda) = -\frac{4j\xi}{\sqrt{\pi}} \int_{(2j-1)\xi+(2j-1)(\xi/\lambda)}^{(2j+1)\xi+2j(\xi/\lambda)} (y - j\xi) e^{-y^2} dy \quad (2.89)$$

$$\alpha_{j3}(\xi, \lambda) = -\frac{4j\lambda}{\sqrt{\pi}} \int_{(2j+1)\xi+2j(\xi/\lambda)}^{(2j+1)\xi+(2j+1)(\xi/\lambda)} [(2j+1)\xi + (2j+1)(\xi/\lambda) - y] (y - j\xi) e^{-y^2} dy \quad (2.90)$$

Hal yang sama untuk kelompok partikel yang bergerak ke kiri yaitu kelompok  $B_j$  memberikan

$$\beta_{j1}(\xi, \lambda) = \frac{4j\lambda}{\sqrt{\pi}} \int_{-(2j-1)\xi-2j(\xi/\lambda)}^{-(2j-1)\xi-(2j-1)(\xi/\lambda)} [-(2j-1)\xi - (2j-1)(\xi/\lambda) - y] (y + j\xi) e^{-y^2} dy \quad (2.91)$$

$$\beta_{j2}(\xi, \lambda) = \frac{4j\xi}{\sqrt{\pi}} \int_{-(2j+1)\xi-(2j+1)(\xi/\lambda)}^{-(2j-1)\xi-2j(\xi/\lambda)} (y + j\xi) e^{-y^2} dy \quad (2.92)$$

$$\beta_{j3}(\xi, \lambda) = \frac{4j\lambda}{\sqrt{\pi}} \int_{-(2j+1)\xi-(2j+2)(\xi/\lambda)}^{-(2j+1)\xi-(2j+1)(\xi/\lambda)} [(2j+1)\xi + (2j+2)(\xi/\lambda) + y] (y + j\xi) e^{-y^2} dy \quad (2.93)$$

dengan  $y = \sqrt{mv^2_{0x}/2kT_0}$ ,  $\xi = u/v_m$ , dan  $\lambda = \ell/L$ .

Perubahan energi dalam pada ekspansi cepat didefinisikan sebagai energi kinetik total yang hilang dari partikel-partikel kelompok  $A_j$  dan  $B_j$ . Perubahan energi dalam ( $\Delta U$ ) dapat dituliskan

$$\Delta U = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{r=1}^3 (\alpha_{jr}(\xi, \lambda) + \beta_{jr}(\xi, \lambda)) NkT_0 \quad (2.94)$$

dengan  $N$  jumlah molekul,  $k$  konstanta Boltzman ( $k=1.38 \times 10^{-23} \text{J K}^{-1}$ ),  $T_0$  suhu awal. Fungsi  $\alpha_{jr}(\xi, \lambda)$  adalah fraksi energi kinetik total yang hilang dari partikel-partikel kelompok  $A_j$ . Fungsi  $\beta_{jr}(\xi, \lambda)$  adalah fraksi energi kinetik total yang hilang dari partikel-partikel kelompok  $B_j$ . Dari persamaan (2.94.) hanya partikel-partikel kelompok  $A_j$  yang berada di daerah  $A_j$  untuk  $r=1$  saja yang kemungkinan mengalami tumbukan dengan piston sehingga hanya ada koefisien  $\alpha_{11}$ . Dengan demikian persamaan (2.88) menjadi

$$\alpha_{11} = -\frac{4\lambda}{\sqrt{\pi}} \int_{\xi}^{\xi+\frac{\xi}{\lambda}} (y^2 - 2y\xi + \xi^2) e^{-y^2} dy \quad (2.95)$$

Karena  $\Delta U/NkT_0$  merupakan fungsi  $\alpha_{jr}$ , maka  $\Delta U/NkT_0$  untuk  $\alpha_{11}$  diberikan oleh

$$\frac{\Delta U}{NkT_0} \approx -\lambda \left[ (1 + 2\xi^2) \text{erfc}(\xi) - 2\pi^{-1/2} \xi e^{-\xi^2} \right] \quad (2.96)$$

dengan  $\xi$  adalah parameter kecepatan,  $\lambda$  adalah parameter *stroke* dan

$$\text{erfc}(z) \equiv \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^{\infty} e^{-y^2} dy \quad (2.97)$$

Secara eksplisit parameter kecepatan ( $\xi$ ) dan parameter *stroke* ( $\lambda$ ) dapat dituliskan sebagai

$$\xi = \frac{u}{v_m} = \frac{u}{\sqrt{\frac{2kT}{m}}} = \sqrt{\frac{mu^2}{2kT_0}} \quad (2.98)$$

dan

$$\lambda = \frac{\ell}{L} \quad (2.99)$$

Perubahan energi dalam pada proses ekspansi gas ideal hanya bergantung pada suhu saja, maka rasio perubahan suhu terhadap suhu awal  $\Delta T/T_0$  untuk bentuk tiga dimensi adalah

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{2}{3} \frac{\Delta U}{NkT_0} \quad (2.100)$$

sehingga persamaan (2.96) dapat dituliskan menjadi

$$\frac{\Delta T}{T_0} = -\frac{2\lambda}{3} \left[ (1 + 2\xi^2) \operatorname{erfc}(\xi) - 2\pi^{-1/2} \xi e^{-\xi^2} \right] \quad (2.101)$$

### 2.5. Integrasi Numerik Menggunakan Maple 9.5

Bentuk-bentuk eksponensial numerik dalam integral yang ada di dalam persamaan (2.95) akan diselesaikan secara numerik dengan menggunakan paket program *Maple 9.5*. Secara umum penyelesaian eksponensial dalam integral untuk

$I = \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} f(y)e^{-y^2} dy$  dengan menggunakan paket program *Maple 9.5* adalah

$\text{int}(f * (e^{-y^2}), y = y_{\min}..y_{\max});$ , dengan  $f$  adalah fungsi yang akan diintegalkan,  $e^{-y^2}$  adalah bilangan pengali dikalikan fungsi yang akan diintegalkan,  $y_{\min}$  adalah batas bawah,  $y_{\max}$  adalah batas atas, dan  $\text{int}$  adalah perintah yang digunakan untuk mengevaluasi integrasi numeriknya.

Selain itu ada juga penyelesaian untuk trigonometri dengan menggunakan *Maple 9.5* secara langsung dengan menuliskan  $\text{plot}(f(x), x=x_{\min}..x_{\max});$  dimana  $f(x)$  adalah fungsi yang akan diplotkan,  $x_{\min}$  adalah batas bawah,  $x_{\max}$  adalah batas atas. Dalam *Maple 9.5* terdapat perintah yang menggunakan  $\text{evalf}$ ,  $\text{evalf}$  adalah perintah untuk menampilkan hasil dari input.

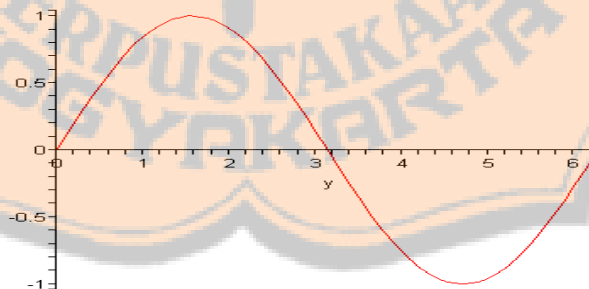
Contoh 1: `>input :=int(4*exp(-y^2),y=0..5);`

Output:  $2\text{erf}(5)\sqrt{\pi}$

Contoh 2 :`>evalf(int(4*exp(-y^2),y=0..5));`

Output:  $3.544907702$

Contoh 3 : `>plot(sin(y), y = 0..2*Pi);`



Gambar 2.4. Grafik  $f(y) = \sin y$

## BAB III

### METODOLOGI PENELITIAN

#### 3.1. Jenis Penelitian

Jenis penelitian yang dilakukan dalam penulisan skripsi ini adalah penelitian studi pustaka dan paket pemrograman *Maple 9.5*.

#### 3.2. Sarana Penelitian

Sarana yang dibutuhkan dalam penyelesaian skripsi ini adalah buku-buku yang berhubungan dengan ekspansi cepat yang terdapat di UPT Perpustakaan Sanata Dharma Yogyakarta.

#### 3.3. Langkah-langkah Penelitian

Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Menelusuri bahan-bahan mengenai konsep suhu, teori kinetik gas, konsep ekspansi lambat, ekspansi cepat secara adiabatik serta integrasi numerik dengan menggunakan paket program *Maple 9.5*.
2. Mengelaborasi pengertian ekspansi lambat dan ekspansi adiabatik secara analitik.

3. Menghitung koefisien  $\alpha_{11}$  secara numerik dengan menggunakan *Maple* 9.5. dan selanjutnya mencari nilai  $\Delta T/T_0$ .
4. Memberikan batasan-batasan nilai untuk parameter  $\xi$  dan  $\lambda$  pada rasio perubahan suhu terhadap suhu awal  $\Delta T/T_0$  dengan paket program *Maple* 9.5.
5. Memplotkan hasil akhir dari persamaan (2.101) untuk parameter kecepatan  $\xi$ , parameter stroke  $\lambda$  pada rasio perubahan suhu terhadap suhu awal  $\Delta T/T_0$ .
6. Membandingkan hasil dari kedua parameter  $\xi$  dan  $\lambda$  yang mempunyai pengaruh pada rasio perubahan suhu terhadap suhu awal  $\Delta T/T_0$ .
7. Menarik kesimpulan dan saran dari penelitian yang telah dilakukan.

## BAB IV

### HASIL DAN PEMBAHASAN

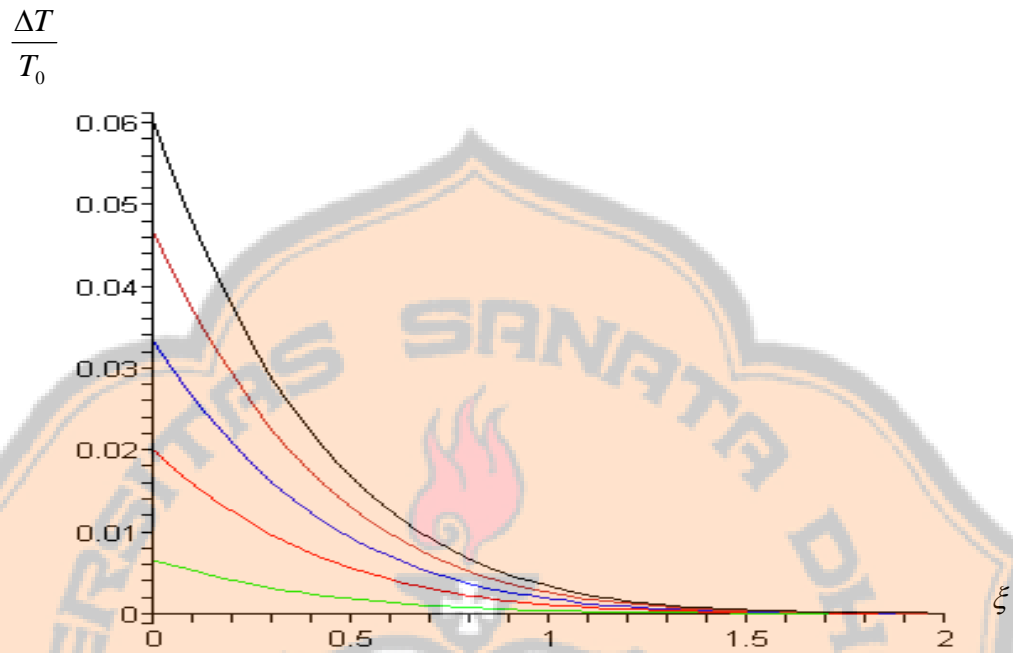
#### 4.1. Hasil Penelitian

Sebagaimana telah diketahui dari persamaan (2.101) bahwa rasio perubahan suhu terhadap suhu awal  $\Delta T/T_0$  (akibat ekspansi secara adiabatis) bergantung pada dua buah parameter yaitu parameter kecepatan  $\xi$  dan parameter *stroke*  $\lambda$ . Untuk mengetahui secara jelas pengaruh  $\xi$  dan  $\lambda$  terhadap  $\Delta T/T_0$ , maka persamaan (2.101) diselesaikan secara numerik dengan menggunakan paket pemrograman *Maple 9.5*.

##### 4.1.1. Parameter *Stroke* ( $\lambda$ )

Hasil perhitungan secara numerik dengan menggunakan paket pemrograman *Maple 9.5* untuk menghitung rasio perubahan suhu terhadap suhu awal  $\Delta T/T_0$  sebagai fungsi parameter kecepatan  $\xi$  pada berbagai nilai parameter *stroke*  $\lambda$  ditampilkan dalam bentuk grafik sebagaimana dapat dilihat pada Gambar 4.1.





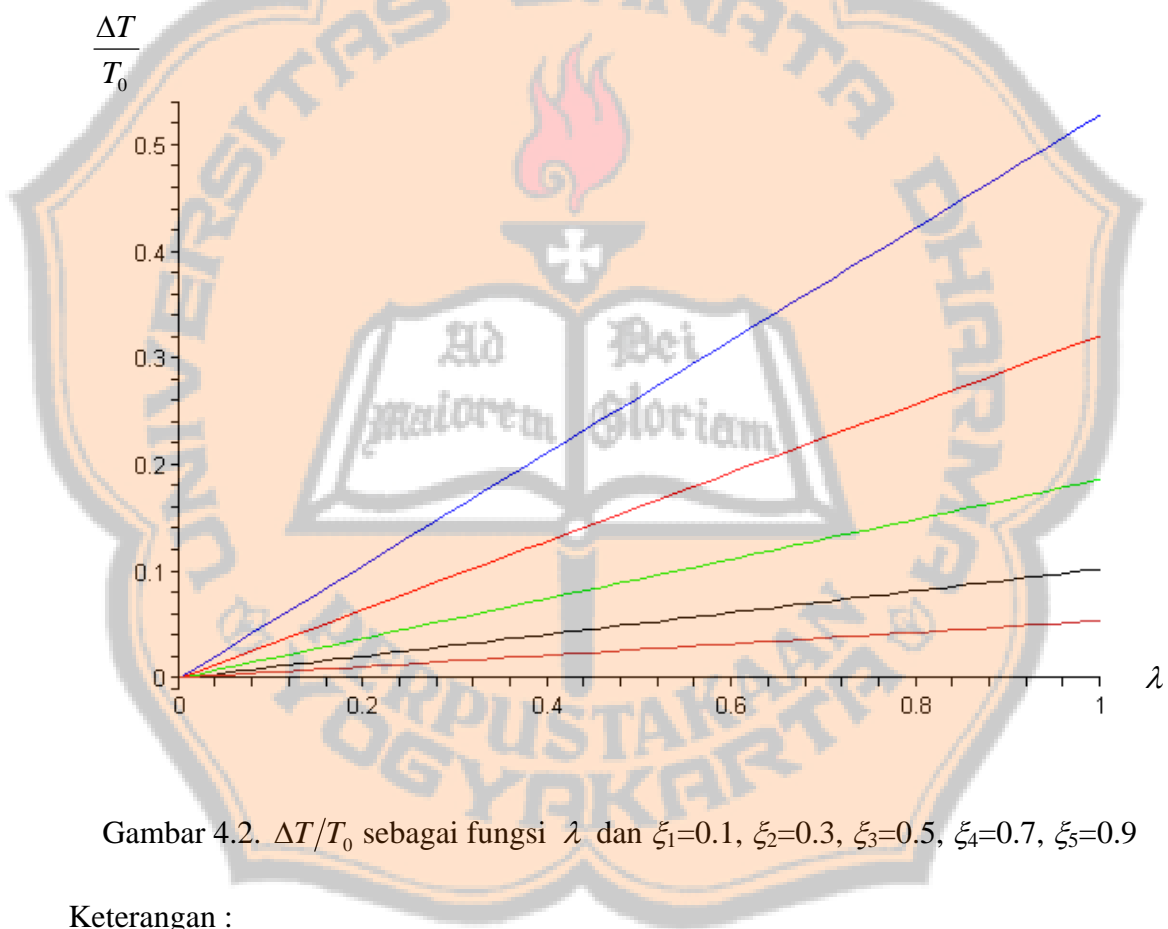
Gambar 4.1.  $\Delta T/T_0$  sebagai fungsi  $\xi$  dan  $\lambda_1 = 0.01$ ,  $\lambda_2 = 0.03$ ,  $\lambda_3 = 0.05$ ,  $\lambda_4 = 0.07$ ,  $\lambda_5 = 0.09$

Keterangan :

- Warna hijau untuk  $\lambda = 0.01$ .
- Warna merah untuk  $\lambda = 0.03$ .
- Warna biru untuk  $\lambda = 0.05$ .
- Warna orange untuk  $\lambda = 0.07$ .
- Warna hitam untuk  $\lambda = 0.09$ .

#### 4.1.2. Parameter Kecepatan ( $\xi$ )

Hasil perhitungan secara numerik dengan menggunakan paket pemrograman *Maple 9.5* untuk menghitung rasio perubahan suhu terhadap suhu awal  $\Delta T/T_0$  sebagai fungsi parameter *stroke*  $\lambda$  pada berbagai nilai parameter kecepatan  $\xi$  ditampilkan dalam bentuk grafik sebagaimana dapat dilihat pada Gambar 4.2.



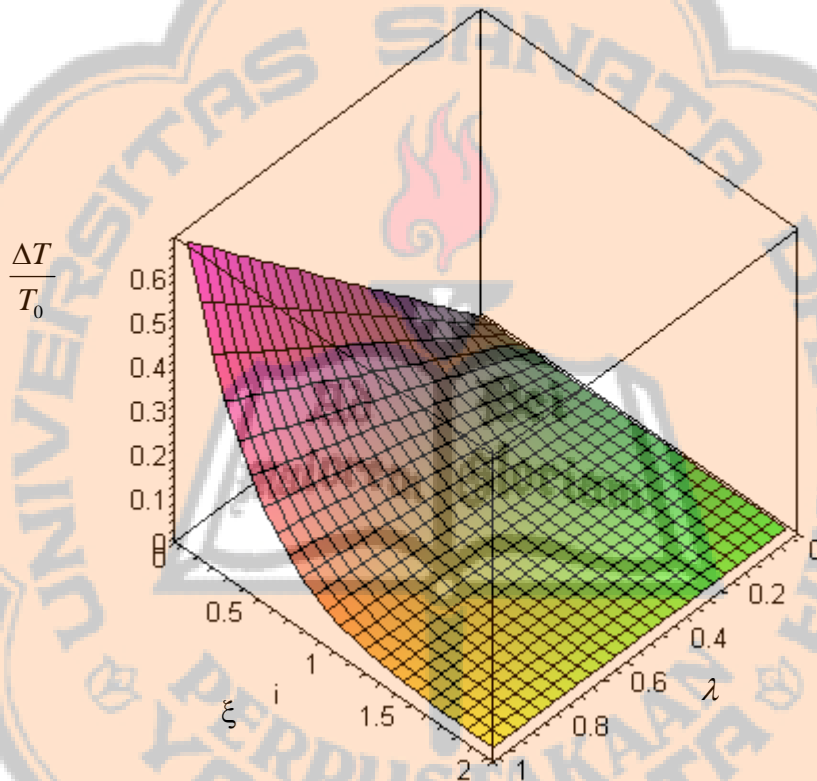
Gambar 4.2.  $\Delta T/T_0$  sebagai fungsi  $\lambda$  dan  $\xi_1=0.1$ ,  $\xi_2=0.3$ ,  $\xi_3=0.5$ ,  $\xi_4=0.7$ ,  $\xi_5=0.9$

Keterangan :

- Warna biru untuk  $\xi=0.1$ .
- Warna merah untuk  $\xi=0.3$ .
- Warna hijau untuk  $\xi=0.5$ .
- Warna hitam untuk  $\xi=0.7$ .
- Warna orange untuk  $\xi=0.9$ .

#### 4.1.3. Parameter *Stroke* ( $\lambda$ ) dan Parameter Kecepatan ( $\xi$ )

Hasil perhitungan secara numerik dengan menggunakan pemrograman *Maple 9.5* untuk menghitung  $\Delta T/T_0$  sebagai fungsi  $\xi$  dan  $\lambda$  ditampilkan pada Gambar 4.3.



Gambar 4.3.  $\Delta T/T_0$  sebagai fungsi  $\lambda$  dan  $\xi$

## 4.2. Pembahasan

Berdasarkan hasil perhitungan secara numerik dengan menggunakan *Maple 9.5*, pengaruh parameter kecepatan  $\xi$  dan parameter *stroke*  $\lambda$  terhadap  $\Delta T/T_0$  (Gambar 4.1) terlihat bahwa semakin besar nilai  $\xi$  semakin kecil nilai  $\Delta T/T_0$ . Dari Gambar 4.1 juga terlihat bahwa penurunan nilai  $\Delta T/T_0$  akibat bertambahnya nilai  $\xi$  adalah berbentuk eksponensial. Semakin besar nilai  $\lambda$  semakin besar nilai  $\Delta T/T_0$  pada nilai  $\xi$  yang sangat kecil. Artinya, jika piston mempunyai kecepatan lambat ( $u < v_m$ ), maka terjadi penurunan suhu gas semakin besar, sebaliknya kalau  $u > v_m$  nilai  $\Delta T/T_0$  sangat kecil.

Karena  $\lambda$  sebagai fungsi  $\ell$  dan  $\xi$  sebagai fungsi  $u$ , maka dari  $\lambda$  dan  $\xi$  diperoleh suatu relasi. Semakin besar  $\ell$  dan  $u$  maka nilai  $\Delta T/T_0$  sangat kecil (lambat). Nilai  $\Delta T/T_0$  yang sangat kecil jika  $u > v_m$  untuk sembarang nilai  $\lambda$  dapat dijelaskan dengan meninjau proses yang terjadi pada ekspansi adiabatik. Kalau  $u > v_m$ , partikel-partikel tidak akan pernah menumbuk dinding piston yang bergerak sehingga tidak ada kehilangan energi kinetik. Karena tidak ada kehilangan energi kinetik, maka tetap sesuai dengan persamaan (2.28).

Dari Gambar 4.2 terlihat bahwa semakin besar nilai parameter *stroke*  $\lambda$ , semakin besar nilai  $\Delta T/T_0$ . Artinya semakin besar nilai  $\lambda$  maka perubahan suhu yang ditunjukkan dengan penurunan suhu  $\Delta T/T_0$  yang semakin besar untuk nilai  $\xi$  yang semakin kecil. Karena  $\lambda$  sebagai fungsi  $\ell$  dan  $\xi$  sebagai fungsi  $u$ , maka dari  $\lambda$  dan

$\xi$  diperoleh suatu relasi. Semakin besar  $l$  semakin kecil  $u$ , maka nilai  $\Delta T/T_0$  sangat kecil.

Jika kedua Gambar 4.1 dan 4.2 digabungkan, maka akan diperoleh Gambar seperti yang ditampilkan pada Gambar 4.3.



## BAB V

### PENUTUP

#### 5.1. Kesimpulan

Berdasarkan keseluruhan proses yang telah dilakukan dalam penelitian ini dapat diperoleh kesimpulan sebagai berikut

1. Perubahan suhu khususnya penurunan suhu gas ideal pada proses ekspansi cepat adiabatik terjadi jika kecepatan piston  $u$  ( $\xi = u/v_m$ ) lebih kecil dibandingkan kecepatan maksimum molekul-molekul atau partikel-partikel gas ( $v_m$ ).
2. Semakin besar nilai parameter *stroke*  $\lambda$  semakin besar perubahan suhu khususnya kenaikan suhu gas ideal yang mengalami ekspansi cepat secara adiabatik.

#### 5.2. Saran

Karena perubahan suhu gas ideal yang mengalami ekspansi cepat secara adiabatik hanya memperhitungkan arah gerak molekul-molekul atau partikel-partikel gas ideal ke satu arah saja, padahal molekul-molekul atau partikel-partikel dapat bergerak ke segala arah. Oleh sebab itu disarankan untuk melakukan penelitian lebih lanjut dengan memperhitungkan faktor distribusi kecepatan molekul atau partikel gas ideal yang mengalami ekspansi cepat adiabatik ke segala arah.

## DAFTAR PUSTAKA

- Boas, M.L. 1983, *Mathematical Methods in the Physical Science*, New York : John Wiley.
- Halliday, D., dan Resnick, R., 1985, *Fisika*, 3<sup>rd</sup>. Ed, Jakarta : Erlangga.
- Martin, M. C., 1986, *Elements of Thermodynamics*, New Jersey : Prentice – Hall.
- Nainggolan, W. S., 1978, *Termodinamika*, Bandung: Penerbit Armico.
- Putz, John F., *Maple Animation*, Presss Company : Chapman & Hall / CRC.
- Sears, F. W., dan Salinger, G. L., 1982, *Thermodynamics, Kinetic Theory, and Statistical Thermodynamics*, Massachusetts : Addison-Wesley Publishing Company.
- Zeemansky, M. W., dan Dittman, R. H., 1981, *Heat and Thermodynamics*, New York : McGraw-Hill Book Company.
- Zimba, J., 2005, *Cooling of an Ideal Gas by Rapid Expansion*, American Association of Physics Teachers.

## BIOGRAFI



Nama lengkap penulis adalah Yuliana Hanik Indrayani, lahir di Klaten, 13 Mei 1984. Semasa SD bersekolah di SD N Duwet II, lulus tahun 1996. SLTP bersekolah di SMP Pangudi Luhur I Klaten lulus tahun 1999. SMUN I Karangnongko lulus tahun 2002. Tahun 2002 masuk ke Universitas Sanata Dharma Yogyakarta mengambil jurusan Fisika dan dinyatakan lulus tanggal 6 Oktober 2007.

