

ISSN: 1693-1394

Jurnal MATEMATIKA

Volume 6

Nomor 1

Tahun 2016

**ANALISIS KEJADIAN GEMPA BUMI TEKTONIK DI WILAYAH
PULAU SUMATERA**

Jose Rizal, Sigit Nugroho, Adi Irwanto, dan Debora

**ANALISIS REGRESI MULTILEVEL DALAM MENENTUKAN
VARIABEL DETERMINAN NILAI UJIAN AKHIR NASIONAL SISWA**

Ni Luh Putu Ayu Fitriani, I Putu Eka N. Kencana, dan I Wayan Sumarjaya

**PENGEMBANGAN LEMBAR KEGIATAN SISWA (LKS)
BANGUN RUANG SISI DATAR BERBASIS PBL**

Niluh Sulistyani

**ANALISIS BIPLLOT UNTUK PEMETAAN POSISI DAN
KARAKTERISTIK USAHA PARIWISATA DI PROVINSI BALI**

I Gusti Ayu Made Srinadi dan I Wayan Sumarjaya

**EFEKTIFITAS METODE NADIR COMPROMISE PROGRAMMING
DALAM MENENTUKAN NILAI OPTIMUM PORTOFOLIO SAHAM**

Wandi Novianto, Ni Ketut Tari Tastrawati, dan Kartika Sari

PENGGUNAAN MIND MAP DALAM PEMBUKTIAN MATEMATIKA

Luh Putu Ida Harini dan Tjokorda Bagus Oka

DITERBITKAN OLEH
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS UDAYANA
DENPASAR

Jurnal **MATEMATIKA**

Volume 6

Nomor 1

Tahun 2016

**ANALISIS KEJADIAN GEMPA BUMI TEKTONIK DI WILAYAH
PULAU SUMATERA**

Jose Rizal, Sigit Nugroho, Adi Irwanto, dan Debora

1-14

**ANALISIS REGRESI MULTILEVEL DALAM MENENTUKAN VARIABEL
DETERMINAN NILAI UJIAN AKHIR NASIONAL SISWA**

Ni Luh Putu Ayu Fitriani, I Putu Eka N. Kencana, dan I Wayan Sumarjaya

15-22

**PENGEMBANGAN LEMBAR KEGIATAN SISWA (LKS)
BANGUN RUANG SISI DATAR BERBASIS *PBL***

Niluh Sulistyani

23-33

**ANALISIS BILOT UNTUK PEMETAAN POSISI DAN KARAKTERISTIK
USAHA PARIWISATA DI PROVINSI BALI**

I Gusti Ayu Made Srinadi dan I Wayan Sumarjaya

34-45

**EFEKTIFITAS METODE *NADIR COMPROMISE PROGRAMMING*
DALAM MENENTUKAN NILAI OPTIMUM PORTOFOLIO SAHAM**

Wandi Novianto, Ni Ketut Tari Tastrawati, dan Kartika Sari

46-55

PENGGUNAAN *MIND MAP* DALAM PEMBUKTIAN MATEMATIKA

Luh Putu Ida Harini dan Tjokorda Bagus Oka

56-67

DITERBITKAN OLEH
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS UDAYANA
DENPASAR

SUSUNAN DEWAN REDAKSI JURNAL MATEMATIKA

JURUSAN MATEMATIKA FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM UNIVERSITAS UDAYANA

KETUA

Desak Putu Eka Nilakusmawati, S.Si., M.Si (Ketua)
I Made Eka Dwipayana, S.Si. M.Si. (Sekretaris)

PENYUNTING

Tjokorda Bagus Oka, Ph.D.
Komang Dharmawan, Ph.D.
Drs. GK Gandhiadi, MT.
Ir. I Komang Gde Sukarsa, M.Si.
Ir. I Putu Eka Nila Kencana, MT.

PENYUNTING TAMU

Prof. Ir. I Dewa Ketut Harya Putra, MSc., PhD. (Universitas Udayana)
Prof. Dr. Nyoman Budiantara (Institut Teknologi Sepuluh Nopember)
Dr. Ir. I Wayan Mangku, MSc. (Institut Pertanian Bogor)
Prof. Dr. Leo H. Wiryanto (Institut Teknologi Bandung)
Prof. Dr. Marjono, M.Phil. (Universitas Brawijaya)
Dr. Ichary Soekirno, MA (Universitas Padjadjaran)

PELAKSANA

Drs. Ketut Jayanegara, M.Si.
I G.A. Made Srinadi, S.Si. M.Si.
Made Susilawati S.Si., M.Si.
Dra. Ni Luh Putu Suciptawati, M.Si.

ALAMAT

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS UDAYANA**

Kampus Bukit Jimbaran-Badung, Telp. (0361) 701945

e-mail: jurnalmatematika@unud.ac.id

Analisis Kejadian Gempa Bumi Tektonik di Wilayah Pulau Sumatera

Jose Rizal

Program Studi Matematika, Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Bengkulu
e-mail: Jrizal04@gmail.com

Sigit Nugroho

Program Studi Statistika, Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Bengkulu
e-mail: sigit.nugroho.1960@gmail.com

Adi Irwanto

Program Studi Matematika, Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Bengkulu

Debora

Program Studi Matematika, Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Bengkulu

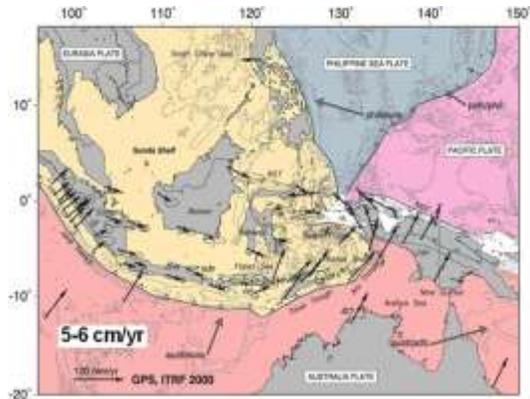
Abstract: The purpose of this study to get an overview of the earthquakes in Sumatra. The method used is descriptive statistics and models *Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average* (ARFIMA). The result from analysis data yielded a mathematical model to predict the amount of tectonic earthquakes that occur every month in Sumatra is ARFIMA (4,0.350,3) with a value of RMSE is 0,040. While the best model for the average magnitude of the many tectonic earthquakes that occur every month in Sumatra is ARFIMA (1,0.310,3) with a value of RMSE is 0.013. Based on the model results obtained forecast frequency earthquake and the average magnitude for the three periods ahead, namely the first period 21 times with an average magnitude is 4,91 SR , the second period will occur 14 times with an average magnitude is 4.94 SR and the third period will occur 20 times with an average magnitude is 4,96 SR.

Keywords: Earthquakes, Tectonic, ARFIMA models, Forecasting, RMSE

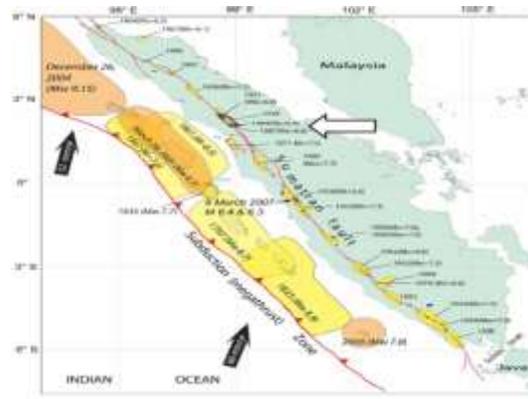
1. Pendahuluan

Pertemuan lempeng di wilayah Sumatera memiliki subduksi miring dengan kecepatan rata-rata 5-6 cm/tahun, seperti terlihat pada gambar 1 (Natawidjaja et al. [5]). Hal ini mengakibatkan Pulau Sumatera rawan terjadi gempa bumi yang disebabkan dari pergerakan lempeng. Beberapa gempa bumi besar yang terjadi di wilayah Sumatera

yaitu gempa Aceh pada tanggal 26 Desember 2004, gempa Bengkulu pada tanggal 12 September 2007 dan gempa Mentawai pada tanggal 25 Oktober 2010 (gambar 2).



Gambar 1. Tatanan Tektonik di Indonesia



Gambar 2. Peta Kejadian Gempa Tektonik Aktif di Wilayah Sumatra, 2007

Untuk memperkecil dampak negatif dari gempa bumi, diperlukan suatu prediksi. Walaupun sampai saat ini, kapan dan dimana gempa bumi terjadi belum dapat diprediksi dengan pasti. Penelitian tentang gempa bumi telah banyak dilakukan diantaranya: Abdillah [1] dalam tulisannya menganalisis keaktifan dan resiko gempa bumi pada zona subduksi daerah pulau Sumatera. Sedangkan Fitriani [4] melakukan peramalan banyaknya gempa tektonik yang terjadi tiap 6 bulan dan peramalan rata-rata magnitudo gempa tektonik yang terjadi tiap 6 bulan di Jawa dan Bali menggunakan model ARIMA.

Melihat bentuk data dari kejadian (bulanan) gempa bumi di Sumatera, dapat dipandang sebagai sebuah deret waktu. Dalam analisis deret waktu, terdapat banyak pilihan dalam memodelkan data deret waktu, diantaranya Eksponensial Smoothing, ARIMA, SARIMA, dan AFRIMA (Wei, W.W [9]).

Siew, L.Y, et.al [7] membandingkan hasil peramalan model ARIMA dan model ARFIMA (*Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average*) dengan studi kasus index polusi udara yang terjadi di Shah Alam Selangor. Kesimpulan yang diperoleh, dengan melihat nilai MAPE yang minimal, model ARFIMA memberikan hasil peramalan yang lebih baik dari Model ARIMA.

Pemodelan ARFIMA tidak terlepas dari penaksiran parameter *differencing* (d). Dalam melakukan *differencing*, pada model ARFIMA banyak metode yang dapat digunakan, salah satunya adalah metode *Geweke and Porter Hudak* (GPH). Metode *differencing Geweke and Porter Hudak* dapat menaksir parameter d secara langsung tanpa perlu mengetahui nilai orde *Autoregressive* (p) dan *Moving Average* (q).

Berdasarkan pemaparan singkat di atas, dapat dirumuskan yang menjadi tujuan penelitian ini dilakukan adalah untuk mendapatkan gambaran dari kejadian gempa

tektonik yang terjadi. Disamping itu, akan diimplementasikan model ARFIMA dalam memodelkan fluktuasi dari banyaknya kejadian gempa tektonik beserta estimasi rata-rata amplitudo untuk tiga periode berikutnya.

2. Tinjauan Pustaka

2.1 Prosedur Pengujian Stasioneritas Akar dan Long Memori

Metode uji akar unit unit Dickey-Fuller mengasumsikan bahwa residual bersifat independen dengan rata-rata nol, varians konstan, dan tidak saling berhubungan (non-autokorelasi). Langkah awal yang harus dilakukan pengujian ini adalah menaksir model autoregresi dari masing-masing variabel. Berikut model autoregresi yang dimaksud:

$$Z_t = \rho Z_{t-1} + u_t \rightarrow \Delta Z_t = (\rho - 1)Z_{t-1} + u_t = \delta Z_{t-1} + u_t \quad (1)$$

Dengan melihat kembali persamaan (1), berikut ini prosedur pengujian stasioneritas data menggunakan metode akar unit Dickey-Fuller (DF): (Box G.E.P, et.al [2])

1) Perumusan Hipotesis

$H_0 : \delta = 0$ (data mengandung akar unit / data deret waktu tidak stasioner)

$H_1 : \delta \neq 0$ (data tidak mengandung akar unit / data deret waktu stasioner)

2) Besaran yang diperlukan : taraf signifikansi(α), Parameter δ dan $SE(\delta)$

3) Statistik Uji , $t = \frac{\hat{\delta}}{SE(\hat{\delta})}$ (2)

4) Kriteria Pengujian, Tolak H_0 jika $|t_\delta| \geq |t_{(n-1;\alpha)}|$

Proses stasioner dengan fungsi autokorelasi, ρ_k dapat dikatakan sebagai proses memori jangka panjang (*long memory*) bila $\lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^t |\rho_j|$ adalah tak konvergen atau misalkan $\gamma(k) = Cov(Z_t, Z_{t+k})$ adalah fungsi autokovarian pada lag ke- k dari proses $\{Z_t : t \in \mathbb{Z}\}$, *long memory* dapat didefinisikan sebagai $\sum_{k=-\infty}^{\infty} |\gamma(k)| = \infty$ (Capurale, G.M dan Skare, M [3]).

Penanganan data nonstasioner dilakukan dengan tahap *differencing* $(1 - B)^d$ dengan nilai d bernilai riil. Dengan transformasi tersebut dapat menghilangkan ketidastasioneran dan menghilangkan trend data. Sifat *long memory* dapat dibuktikan dengan cara mendapatkan nilai *Hurst* berdasarkan statistik *R/S*. Nilai *Hurst* ditentukan dengan menentukan rata-rata, *adjust mean*, dan standar deviasi dari data deret waktu yaitu masing-masing $\bar{Z} = \sum_{t=1}^T Z_t$, $Z_t^{adj} = Z_t - \bar{Z}$ dan $S_t = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (Z_t - \bar{Z})^2}$, dengan $t = 1, 2, \dots, T$ dan T adalah banyaknya pengamatan. Selanjutnya, ditentukan deviasi kumulatif dan rentang dari deviasi kumulatif tersebut yaitu $Z_t^* = \sum_{t=1}^T Z_t^{adj}$ dan $R_t = Max(Z_1^*, Z_2^*, \dots, Z_t^*) - Min(Z_1^*, Z_2^*, \dots, Z_t^*)$. Apabila nilai *Hurst* (H) = 0,5 maka data

bersifat *short memory*, bila $0 < H < 0,5$ maka sifat yang ditunjukkan adalah *intermediate memory*, dan memiliki Sifat *long memory* pada interval $0,5 < H < 1$ (Palma, W [6]).

2.2 Prosedur Pemodelan ARFIMA

Model *Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average* (ARFIMA) (p, d, q) yang dikembangkan memiliki tiga parameter yaitu p adalah parameter *autoregressive*, q adalah parameter *moving average*, dan d mempunyai nilai bilangan riil. berikut Model ARFIMA (p, d, q) (Wei, W.W [9]).

$$\phi(B)\nabla^d Z_t = \theta(B)e_t, t = 1, 2, \dots, T \quad (3)$$

dengan $\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p$ adalah AR(p) dan $\theta(B) = 1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q$ adalah MA(q), dan e_t berdistribusi identik independen $N(0, \sigma_a^2)$.

Filter pembeda (∇^d) dalam ARFIMA menggambarkan adanya ketergantungan jangka panjang dalam deret. Filter ini diekspansikan sebagai deret binomial.

$$\nabla^d = (1 - B)^d = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{d}{k} (-1)^k (B)^k \quad (4)$$

dengan $\binom{d}{k} = \frac{d!}{k!(d-k)!} = \frac{\Gamma(d+1)}{\Gamma(k+1)\Gamma(d-k+1)}$. B merupakan *backward shift operator* ($B^m Z_t = Z_{t-m}$), dan $\Gamma(\cdot)$ merupakan fungsi gamma, sehingga

$$\begin{aligned} \nabla^d &= (1 - B)^d = \binom{d}{0} (-1)^0 B^0 + \binom{d}{1} (-1)^1 B^1 + \binom{d}{2} (-1)^2 B^2 + \dots \\ &= \frac{d!}{0!(d-0)!} (-1)^0 B^0 + \frac{d!}{1!(d-1)!} (-1)^1 B^1 + \frac{d!}{2!(d-2)!} (-1)^2 B^2 + \dots \\ &= \frac{\Gamma(d+1)}{\Gamma(0+1)\Gamma(d-0+1)} (-1)^0 B^0 + \frac{\Gamma(d+1)}{\Gamma(1+1)\Gamma(d-1+1)} (-1)^1 B^1 + \frac{\Gamma(d+1)}{\Gamma(2+1)\Gamma(d-2+1)} (-1)^2 B^2 + \dots \\ &= 1 - dB - \frac{1}{2}d(1-d)B^2 - \frac{1}{6}d(1-d)(2-d)B^3 + \dots \end{aligned} \quad (5)$$

Persamaan (5) dapat ditulis sebagai berikut :

$$\nabla^d = (1 - B)^d = 1 + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(k-d)}{\Gamma(k+1)\Gamma(-d)} (B)^k \quad (6)$$

3. Metode Penelitian

3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari *United States Geological Survey* (USGS) dengan situs <http://earthquake.usgs.gov/earthquakes/search/>. Data tersebut adalah data gempa

tektonik yang terjadi setiap bulan beserta rata-rata magnitudo setiap bulan di wilayah Sumatera dari Januari 1978 sampai dengan Maret 2014 yang dibatasi koordinat $6.0^{\circ}\text{LU} - 6.0^{\circ}\text{LS}$ dan $95^{\circ}\text{BT} - 105^{\circ}\text{BT}$ dengan magnitudo ≥ 1.0 SR.

3.2 Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah variabel deret waktu banyaknya gempa tektonik yang terjadi setiap bulan dan rata-rata magnitudo dari banyaknya gempa tektonik yang terjadi setiap bulan di wilayah Sumatera.

3.3. Prosedur Analisis Data

Berikut ini adalah tahapan analisis yang akan dilakukan:

- 1) Menganalisis data dengan pendekatan statistika deskriptif, *software* yang digunakan adalah Excel dan *software* Arc View GIS 3.3.
- 2) Melakukan Pemodelan ARFIMA, yang terdiri dari beberapa tahapan, diantaranya :
 - a. Melakukan pengujian stasioneritas data
 - b. Menentukan nilai parameter Model ARFIMA
 - c. Melakukan pengujian signifikansi model
 - d. Melakukan pengujian White Noise
 - e. Melakukan pengujian kenormalan residual model
- 3) pemilihan model terbaik dengan kriteria nilai RMSE minimum.
- 4) Melakukan peramalan menggunakan model ARFIMA yang terpilih.

Software yang digunakan dalam mengolah data berdasarkan langkah 2) sampai langkah 4) menggunakan bantuan software R 3.02, *Oxmetrics* 4. Adapun R package untuk Model ARFIMA mengacu pada tulisan Veenstra J. [8].

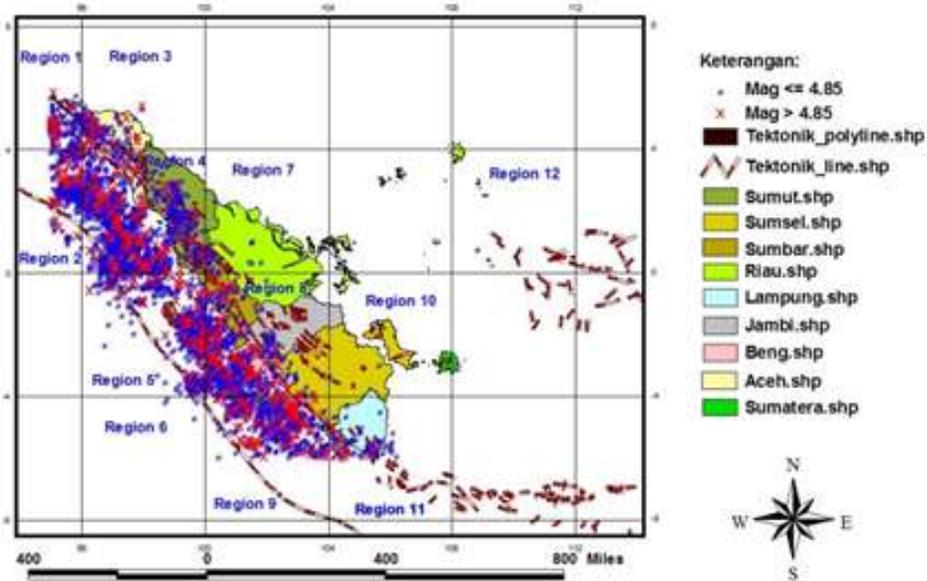
4. Hasil dan Pembahasan

4.1 Statistika Deskriptif Kejadian Gempa Bumi Tektonik di Sumatera

Dengan menggunakan analisis statistik deskriptif diperoleh kejadian gempa tektonik paling sedikit terjadi sebanyak satu kali dalam satu bulan dan paling banyak terjadi 869 kali dalam satu bulan dengan rata-rata magnitudonya yaitu minimum 4,10 SR dan maksimum 5,77 SR dalam satu bulan. Sedangkan rata-rata gempa tektonik yang terjadi sebanyak 20 kali setiap bulan dan rata-rata dari rata-rata magnitudo gempa tektonik yang terjadi setiap bulan 4,98 SR.

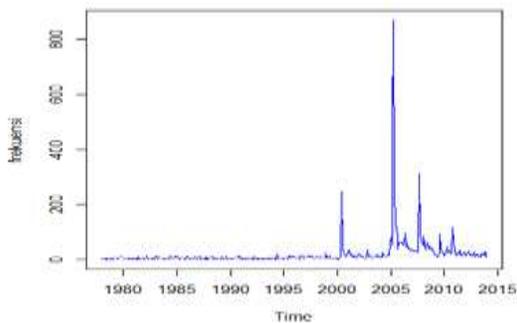
Dalam tulisan ini, hanya ditampilkan deskripsi kejadian gempa bumi yang terjadi dari tahun 2004 sampai tahun 2014. Dapat dilihat pada gambar 3, bahwa titik-titik yang berwarna biru memberikan informasi terjadinya gempa berkekuatan ≤ 4.85

SR dan yang berwarna merah memberikan informasi terjadinya gempa berkekuatan > 4.85 SR. Ini menunjukkan adanya kecenderungan bahwa yang lebih banyak terjadi adalah gempa dengan kekuatan yang kecil. Dapat pula dilihat pada gambar 3 terdapat pembagian *region*, hal ini dapat digunakan untuk mengetahui keadaan aktivitas seismik di Sumatera.

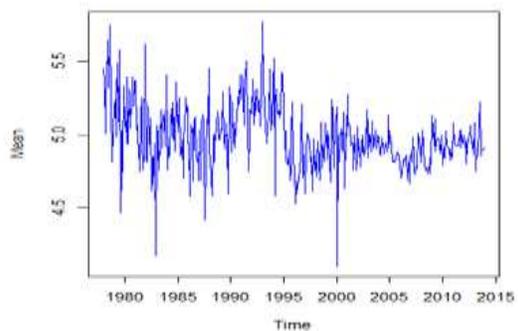


Gambar 3. Peta Kejadian Gempa Bumi di Sumatera Tahun 2004-2014

Berdasarkan gambar 4 dan 5 diduga banyaknya gempa tektonik yang terjadi dan rata-rata magnitudo telah stasioner dalam rata-rata karena trendnya cenderung datar, pada kedua gambar tersebut ada beberapa data yang menjurai baik ke atas maupun ke bawah yang mengindikasikan kedua data tersebut tidak stasioner dalam varian.



Gambar 4. Banyaknya Gempa Tektonik yang Terjadi Setiap Bulan



Gambar 5. Rata-Rata Magnitudo Gempa Tektonik yang Terjadi Setiap Bulan

4.2 Tahapan Pemodelan ARFIMA Kejadian Gempa Bumi Tektonik di Sumatera

4.2.1 Pengujian Kestasioneran Data

Berdasarkan tabel 1 diperoleh bahwa banyaknya gempa tektonik yang terjadi stasioner terhadap varian setelah dilakukan transformasi Box-Cox sebanyak dua kali karena nilai $\lambda = 1$. Sedangkan rata-rata magnitudo dari banyaknya gempa tektonik yang terjadi stasioner terhadap varian setelah dilakukan transformasi satu kali.

Tabel 1. Transformasi Box-Cox pada data Banyaknya Gempa Tektonik yang Terjadi dan Rata-Rata Magnitudo yang Terjadi Setiap Bulan di Wilayah Sumatera

	Data	Nilai λ	Stasioner
Sebelum Transformasi	Banyaknya Gempa Tektonik	-0,181	Tidak
	Rata-Rata Magnitudo dari Banyaknya Gempa Tektonik	-0,431	
Transformasi Pertama	Banyaknya Gempa Tektonik	0,991	Tidak
	Rata-Rata Magnitudo dari Banyaknya Gempa Tektonik	1	Ya
Transformasi Kedua	Banyaknya Gempa Tektonik	1	Ya
	Rata-Rata Magnitudo dari Banyaknya Gempa Tektonik	1	

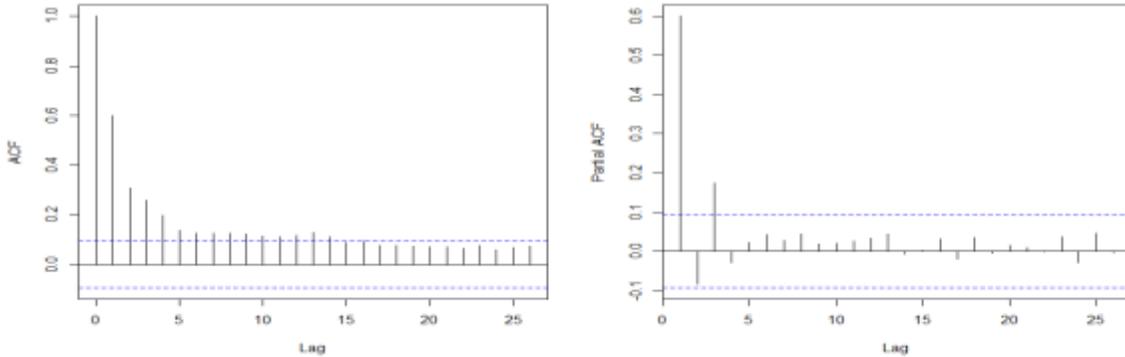
Berdasarkan hasil pengujian ADF pada tabel 2 diperoleh bahwa nilai $|t_{\delta}| > |t_{tabel}|$ atau *p-value* lebih kecil dari $\alpha = 0,05$ sehingga dapat disimpulkan bahwa kedua data tersebut yaitu banyaknya gempa tektonik yang terjadi dan rata-rata magnitudo dari banyaknya gempa tektonik yang terjadi telah stasioner terhadap rata-rata.

Tabel 2. Uji ADF pada Banyaknya Gempa Tektonik yang Terjadi setiap Bulan dan Rata-Rata Magnitudo yang Terjadi setiap Bulan di Wilayah Sumatera

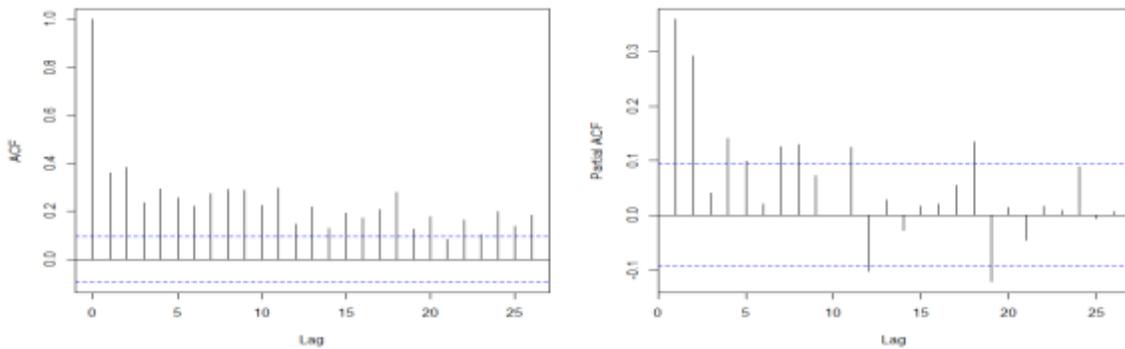
Data	Nilai ADF (t_{δ})	t_{tabel}	<i>p-value</i>	Kesimpulan
Banyaknya Gempa Tektonik	-5,771	1,966	0,010	Stasioner
Rata-Rata Magnitudo dari Banyaknya Gempa Tektonik	-4,673	1,966	0,010	Stasioner

Pada gambar 6 yaitu plot ACF terlihat bahwa autokorelasi setiap *lag*nya menurun secara hiperbolik perlahan-lahan menuju nol. Hal ini mengindikasikan terjadinya *long memory*. Sedangkan pada gambar 7 yaitu plot ACF terlihat bahwa autokorelasi setiap *lag*nya menurun tetapi tidak sama dengan plot ACF pada gambar 6, sehingga *long memory* cukup sulit untuk diidentifikasi. Namun, untuk membuktikan adanya *long memory* dapat dilakukan dengan mendapatkan nilai *Hurst* (*H*) berdasarkan

statistik R/S. Apabila nilai H berada pada interval $0,500 < H < 1$, maka data tersebut memiliki sifat *long memory*. Berikut ini adalah nilai H yang diperoleh dengan bantuan *software R 3.0.2*.



Gambar 6. Plot ACF dan PACF Banyaknya Gempa Tektonik yang Terjadi Setiap Bulan di Wilayah Sumatera



Gambar 7. Plot ACF dan PACF dari Rata-Rata Magnitudo dari Banyaknya Gempa Tektonik yang Terjadi Setiap Bulan di Wilayah Sumatera

Berdasarkan tabel 3, dapat disimpulkan bahwa kedua data tersebut memiliki *long memory* yaitu pengamatan yang letaknya berjauhan masih mempunyai korelasi yang tinggi. Sehingga untuk menangkap *long memory* pada data, maka perlu dilakukan *differencing* dengan menggunakan nilai d yang diperoleh dari metode GPH.

Tabel 3. Statistik *Hurst* dari Banyaknya Gempa Tektonik yang Terjadi dan Rata-Rata Magnitudo yang Terjadi Setiap Bulan di Wilayah Sumatera

Data	Nilai (H)	SE	t-value	Long Memory
Banyaknya Gempa Tektonik	0,712	0,03	21,945	Ya
Rata-Rata Magnitudo dari Banyaknya Gempa Tektonik	0,796	0,02	44,608	Ya

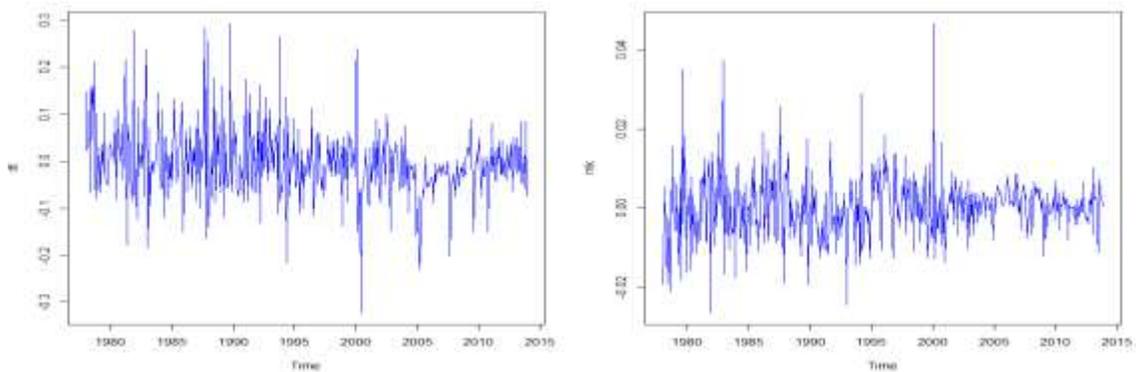
Dari tabel 4 diperoleh nilai d taksiran untuk banyaknya gempa tektonik yang terjadi dan rata-rata magnitudo dari banyaknya gempa tektonik yang terjadi yaitu masing-masing 0,350 dan 0,310. Nilai d tersebut digunakan untuk mendifferencing data yang telah ditransformasi Box-Cox.

Tabel 4. Taksiran Pembeda Fraksional (d) dari Data Banyaknya Gempa Tektonik yang Terjadi dan Rata-Rata Magnitudo yang Terjadi Setiap Bulan di Wilayah Sumatera

Data	Nilai d	Asymptotic Standard Deviation	SE Deviation
Banyaknya Gempa Tektonik	0,350	0,060	0,027
Rata-Rata Magnitudo dari Banyaknya Gempa Tektonik	0,310	0,050	0,052

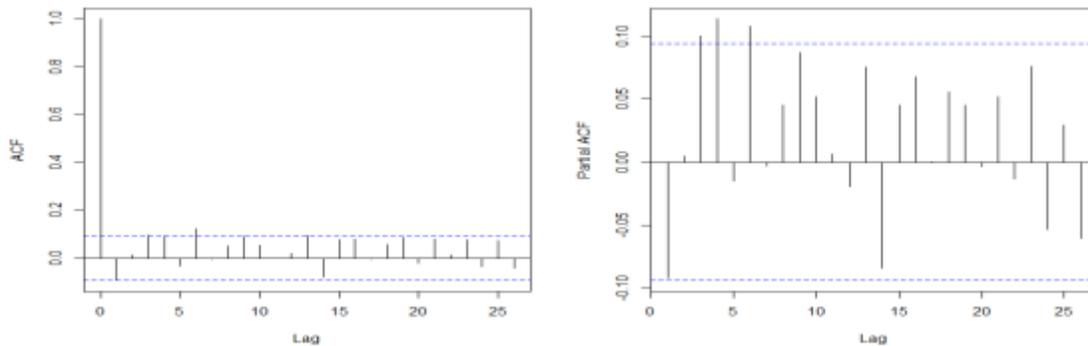
Standar deviasi masing-masing data tersebut adalah 0,060 dan 0,050 sehingga nilai d yang memungkinkan masing-masing berkisar antara 0,290 sampai 0,410 dan antara 0,260 sampai 0,360.

Berikut ini adalah plot deret waktu, ACF dan PACF dari kedua data pengamatan yang telah ditransformasi Box-Cox dan didifferencing dengan $d = 0,350$ dan $d = 0,310$.



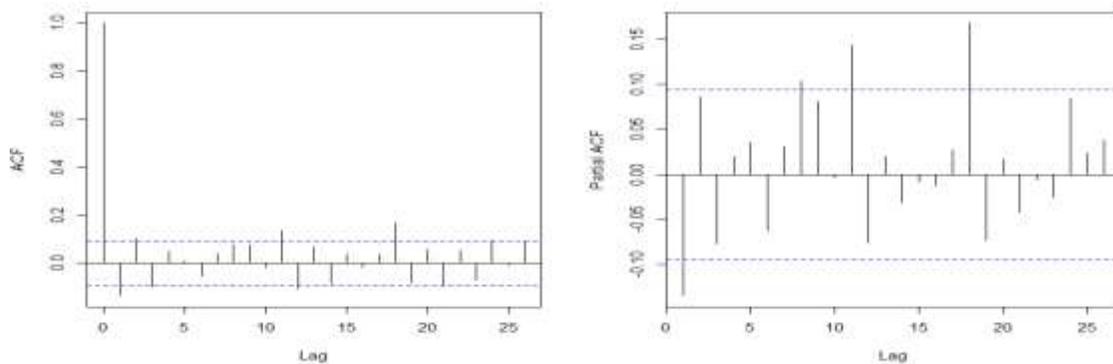
Gambar 8. Plot dari Banyaknya Gempa Tektonik yang Terjadi dan Rata-Rata Magnitudo yang Terjadi setiap Bulan di Wilayah Sumatera yang Stasioner

Gambar 8 menunjukkan banyaknya gempa tektonik yang terjadi dan rata-rata magnitudo dari banyaknya gempa tektonik yang terjadi yang stasioner terhadap varian dan stasioner terhadap rata-rata serta tidak memiliki *long memory*. Dapat dilihat pada gambar 9 dan gambar 10, ini merupakan plot ACF dan PACF banyaknya gempa tektonik yang terjadi dan rata-rata magnitudo dari banyaknya gempa tektonik yang terjadi yang stasioner terhadap varian dan stasioner terhadap rata-rata serta tidak memiliki *long memory*.



Gambar 9. Plot ACF dan PACF Banyaknya Gempa Tektonik yang Terjadi setiap Bulan di Wilayah Sumatera yang Stasioner

Berdasarkan *lag-lag* pada ACF dan PACF, maka dapat diperoleh model dugaan awal sementara. Pada gambar 9 diperlihatkan *lag moving average (q)* yaitu plot ACF terputus pada *lag* ke-3, sedangkan *lag* pada plot PACF atau *lag autoregressive (p)* terputus setelah *lag* ke-4, hal tersebut mengindikasikan model ARFIMA (4,0.350,3).



Gambar 10. Plot ACF dan PACF Rata-Rata Magnitudo dari Banyaknya Gempa Tektonik yang Terjadi Setiap Bulan di Wilayah Sumatera yang Stasioner

Sedangkan gambar 10 memperlihatkan juga bahwa *lag moving average (q)* yaitu plot ACF terputus setelah *lag* ke-3, sedangkan *lag* pada plot PACF atau *lag autoregressive (p)* terputus setelah *lag* ke-1, hal tersebut mengindikasikan model ARFIMA (1,0.310,3).

4.2.2 Penaksiran dan Pengujian Parameter, Pengujian White Noise, dan Pengujian Kenormalan Residual untuk Model ARFIMA

Penaksiran parameter pada model ARFIMA dilakukan dua tahap yaitu menaksir nilai pembeda fraksional (d) dengan menggunakan metode GPH kemudian estimasi parameter p dan q . Nilai d dapat dilihat pada tabel 4, sedangkan parameter p dan q diperoleh dengan menggunakan metode maksimum *likelihood*. Berikut ini adalah estimasi parameter dari model dugaan sementara yang diperoleh.

Berdasarkan hasil uji signifikansi parameter $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4, \theta_1, \theta_2$, dan θ_3 (tabel 5) dapat disimpulkan pada model ARFIMA (4,0.35,3), semua parameter yang signifikan dan ARFIMA(1,0.31,3) memiliki beberapa parameter yang tidak signifikan. Berdasarkan hasil uji *white noise* pada lag ke-12, 24, 36 dan 48 dapat disimpulkan bahwa residual pada model ARFIMA (4,0.35,3) adalah *white noise* karena semua residual pada setiap lag yang diuji adalah *white noise*, sedangkan residual pada ARFIMA (1,0.31,3) tidak *white noise* karena semua residual setiap lag diuji tidak *white noise*.

Tabel 5. Estimasi dan Pengujian Parameter dari Banyaknya Gempa Tektonik yang Terjadi dan Rata-Rata Magnitudo yang Terjadi Setiap Bulan di Wilayah Sumatera

Data	Model	Parameter	Koefisien	t-hitung	p-value	Hasil Pengujian
Banyaknya Gempa Tektonik	ARFIMA (4,0.35,3)	C	0,683	6,13	0,000	Signifikan
		AR 1	-0,863	-15,90	0,000	Signifikan
		AR 2	0,607	12,30	0,000	Signifikan
		AR 3	1,024	21,70	0,000	Signifikan
		AR 4	0,188	3,69	0,000	Signifikan
		MA1	0,769	26,10	0,000	Signifikan
		MA 2	-0,697	-17,10	0,000	Signifikan
		MA3	-0,929	-29,10	0,000	Signifikan
Rata-Rata Magnitudo dari Banyaknya Gempa Tektonik	ARFIMA (1,0.31,3)	C	0,499	26,59	0,000	Signifikan
		AR 1	-0,990	-57,30	0,000	Signifikan
		MA 1	0,880	17,00	0,000	Signifikan
		MA 2	-0,040	-0,534	0,594	Tidak Signifikan
		MA 3	0,070	1,530	0,127	Tidak Signifikan

Tabel 6. Uji *White Noise* pada Model Sementara dari Banyaknya Gempa Tektonik yang Terjadi dan Rata-Rata Magnitudo yang Terjadi Setiap Bulan di Wilayah Sumatera

Lag	Banyaknya Gempa Tektonik				Rata-Rata Magnitudo dari Banyaknya Gempa Tektonik			
	Model ARFIMA (4,0.35,3)				Model ARFIMA (1,0.31,3)			
	Q	χ^2_{tabel}	p-value	White Noise	Q	χ^2_{tabel}	p-value	White Noise
12	5,167	9,488	0,952	Ya	24,705	14,067	0,016	Tidak
24	15,485	26,296	0,906	Ya	51,391	30,143	0,001	Tidak
36	31,335	41,337	0,690	Ya	62,132	44,985	0,004	Tidak
48	42,994	55,759	0,678	Ya	70,152	59,303	0,020	Tidak

Pengujian residual saling bebas (*white noise*) dan pengujian normalitas residual pada tabel 6 dan 7, menerangkan bahwa model ARFIMA (4,0.35,3) telah memenuhi pengujian-pengujian tersebut sehingga model tersebut cukup baik untuk digunakan, Model ARFIMA (1,0.31,3) belum memenuhi pengujian-pengujian tersebut seperti pa-

parameter yang tidak signifikan, ada residual pada *lag-lag* tertentu yang tidak *white noise* dan residual yang tidak berdistribusi normal.

Tabel 7. Uji Normalitas dan nilai RMSE pada Model Sementara dari Banyaknya Gempa Tektonik yang Terjadi dan Rata-Rata Magnitudo yang Terjadi Setiap Bulan di Wilayah Sumatera

Data	Model	D_{hitung}	D_{tabel}	Normal	RMSE
Banyaknya Gempa Tektonik	ARFIMA (4,0.350,3)	0,054	0,059	Ya	0,040
Rata-Rata Magnitudo dari Banyaknya Gempa Tektonik	ARFIMA (1,0.310,3)	0,067	0,059	Tidak	0,013

4.2.3 Model ARFIMA yang Dihasilkan dan Peramalan

Pada banyaknya gempa tektonik yang terjadi setiap bulan di wilayah Sumatera diperoleh model ARFIMA (4,0.350,3) sebagai model terbaik yang dapat digunakan untuk peramalan. Model tersebut dapat ditulis sebagai berikut

$$\begin{aligned}\phi_4(B)\nabla^{0,350}Z_t &= \theta_3(B)e_t \\ (1 + 0,857B - 0,612B^2 - 1,019B^3 - 0,181B^4)(1 - B)^{0,350}Z_t \\ &= (1 - 0,771B + 0,694B^2 + 0,927)e_t\end{aligned}$$

Dengan menggunakan persamaan (2.9), $\nabla^{0,350}$ dapat dijabarkan sebagai berikut:

$$\nabla^{0,350} = (1 - B)^{0,350} = 1 - (0,350)B - \frac{1}{2}(0,350)(1 - 0,350)B^2 - \frac{1}{6}(0,350)(1 - 0,350)(2 - 0,350)B^3 + \dots$$

Sedangkan pada rata-rata magnitudo dari banyaknya gempa tektonik yang terjadi setiap bulan di wilayah Sumatera diperoleh model ARFIMA (1,0.310,3) sebagai model terbaik yang dapat ditulis sebagai berikut

$$\begin{aligned}\phi_3(B)\nabla^{0,310}Z_t &= \theta_3(B)e_t \\ (1 + 0,823B + 0,863B^2 + 0,162B^3)(1 - B)^{0,310}Z_t &= (1 - 0,709B - 0,852B^2)e_t\end{aligned}$$

Dengan menggunakan persamaan (2.9), $\nabla^{0,310}$ dapat dijabarkan sebagai berikut:

$$\nabla^{0,310} = (1 - B)^{0,310} = 1 - (0,310)B - \frac{1}{2}(0,310)(1 - 0,310)B^2 - \frac{1}{6}(0,310)(1 - 0,310)(2 - 0,310)B^3 + \dots$$

Hasil peramalan model ARFIMA (4,0.350,3) dan model ARFIMA (1,0.310,3) untuk 3 bulan berikutnya diperlihatkan pada Tabel 8.

Tabel 8. Hasil Peramalan dari Model ARFIMA (4,0.35,3) untuk Banyaknya Gempa Tektonik yang Terjadi dan Model ARFIMA(3,0.31,2) untuk Rata-Rata Magnitudo

Periode	Peramalan	
	Banyaknya Gempa Tektonik	Rata-Rata Magnitudo dari Banyaknya Gempa Tektonik
1	21 kali	4,910 SR
2	14 kali	4,936 SR
3	20 kali	4,960 SR

5. Kesimpulan dan Saran

Berdasarkan hasil dan pembahasan diperoleh kesimpulan bahwa model matematika terbaik untuk banyaknya gempa tektonik yang terjadi setiap bulan di wilayah Sumatera adalah ARFIMA(4,0.350,3) dengan nilai RMSE yaitu 0,040. Model terpilih tersebut dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \phi_4(B)\nabla^{0,350}Z_t &= \theta_3(B)e_t \\ (1 + 0,857B - 0,612B^2 - 1,019B^3 - 0,181B^4)(1 - B)^{0,350}Z_t \\ &= (1 - 0,771B + 0,694B^2 + 0,927)e_t \end{aligned}$$

Walaupun model ARFIMA (1,0.310,3) belum semuanya memenuhi kriteria kesesuaian model, namun nilai RMSE cukup baik yaitu 0,013. Model tersebut dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \phi_3(B)\nabla^{0,310}Z_t &= \theta_3(B)e_t \\ (1 + 0,823B + 0,863B^2 + 0,162B^3)(1 - B)^{0,310}Z_t &= (1 - 0,709B - 0,852B^2)e_t \end{aligned}$$

Periode ramalan pertama akan terjadi gempa tektonik 21 kali dengan rata-rata magnitudonya 4,910 SR, Periode ramalan kedua akan terjadi gempa tektonik 14 kali dengan rata-rata magnitudonya 4,936 SR dan pada periode ramalan ketiga akan terjadi gempa tektonik 20 kali dengan rata-rata magnitudonya 4,960 SR.

Daftar Pustaka

- [1] Abdillah. 2011. *Analisis Keaktifan dan Resiko Gempa Bumi pada Zona Subduksi Daerah Pulau Sumatera dan Sekitarnya dengan Metode Least Square*. [SKRIPSI]. Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Syarif Hidayatullah: Jakarta.
- [2] Box, G. E. P., Jenkins, G. N., Reinsel, G. C. 1994. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. Prentice Hall: New Jersey.
- [3] Capurale, G.M, Skare, M. 2014. *An ARFIMA-FIGARCH Analysis Long Memory in UK Real GDP 1851-2013*, ISSN 1619-4535. DIW Berlin.
- [4] Fitrianiingsih, R. D. 2009. *Peramalan Gempa Tektonik Di Jawa Dan Bali Menggunakan Model ARIMA*. [SKRIPSI]. MIPA. Universitas Sebelas Maret.

- [5] Natawidjaja, D.H *LaporanKLH2007finalv2sm.pdf*, 2007. Diunduh pada laman geospasial.menlh.go.id/assets/ pada tanggal 3 September 2015
- [6] Palma, W. 2007. *Long-Memory Time Series Theory and Methods*. John Wiley & Sons, Inc: New Jersey.
- [7] Siew, L.Y., Chin, L.Y., Pauline, M.J.W. 2008. *ARIMA and Integrated ARFIMA Models for Forecasting Air Pollution Index in Shah Alam, Selangor*. The Malaysian Journal of Analytical Science Vol 12. No.1
- [8] Veenstra, J., Mcleod, A.I. 2015. *The ARFIMA R Package : Exact Methods for Hyperbolic Decay Timeseries*. Journal of Statistical Software Vol 23 Issue 5.
- [9] Wei, W.W. 2006. *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methodes. Second Edition*. Greg Tobin: Amerika.

Analisis Regresi Multilevel dalam Menentukan Variabel Determinan Nilai Ujian Akhir Nasional Siswa

Ni Luh Putu Ayu Fitriani

Jurusan Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana
e-mail: ayufitriani24@gmail.com

I Putu Eka N. Kencana

Jurusan Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana
e-mail: i.putu.enk@unud.ac.id

I Wayan Sumarjaya

Jurusan Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana
e-mail: sumarjaya@unud.ac.id

***Abstract:** Hierarchical data are data where objects are clustered in their groups and for each of groups the variable(s) are set at different levels. It is common to analyze hierarchical data without examining individual's data membership which affects the accuracy of analysis' results. Multilevel regression analysis is a method that can be chosen to overcome issues regarding hierarchical data. This essay is aimed to apply multilevel regression analysis to evaluate score of national examination data from elementary school students at District of South Kuta, Bali. These data were structured so that students are position as first level and are nested within their classes as the second level. Furthermore, each of classes is nested within its respective elementary school as third level data. The application of three-level regression for these data set showed student's score for national final test was significantly affected by teacher educational level of respective class.*

***Keywords:** hierarchical data, national final test, regression analysis.*

1. Pendahuluan

Data berhierarki merupakan data dengan obyek-obyek yang diamati tergabung dalam kelompoknya, dan variabel-variabel sebagai atribut yang diamati pada obyek didefinisikan pada level yang berbeda, yaitu level lebih rendah tersarang (*nested*) pada level lebih tinggi. Pada data berhierarki, individu-individu amatan dalam kelompok yang sama cenderung memiliki karakteristik yang berdekatan/sama bila dibandingkan dengan individu-individu pada kelompok yang berbeda. Bila analisis kuantitatif dilakukan dengan mengabaikan kelompok pada data berhierarki, maka akan terjadi pelanggaran terhadap asumsi kebebasan galat memperhatikan nilai amatan

antarindividu yang berbeda kelompok tidak identik dan tidak bersifat saling bebas (*identical independent distribution/iid*). Bila teknik analisis data yang digunakan adalah analisis regresi dan asumsi *iid* tidak terpenuhi, maka akan terjadi pendugaan parameter regresi yang berbias ke bawah yang berimplikasi pada pengujian hipotesis terhadap penduga koefisien peubah bebas menjadi signifikan (Hox, 2010). Menurut Ringdal (1992), pada fase-fase awal, data berhierarki dianalisis tanpa memperhatikan adanya keheterogenan antaramatan yang berbeda kelompok. Hal ini berdampak pada kurang validnya hasil analisis yang diperoleh serta ketakpuasan para peneliti pada hasil interpretasi dari data penelitian yang diperoleh. Memperhatikan adanya potensi bias (ke bawah) pada pendugaan parameter regresi, Analisis Regresi Multilevel (ARM) berkembang.

ARM merupakan teknik analisis statistika yang digunakan untuk menduga hubungan antara variabel-variabel bebas dengan variabel takbebas dalam sebuah model regresi dengan masing-masing *data set* pada sebuah kelompok akan memiliki sebuah fungsi regresi. ARM dicirikan oleh keberadaan level data di mana data yang levelnya lebih rendah berada di dalam data yang levelnya lebih tinggi. Pada ARM, variabel takbebas diukur pada level terendah dan variabel-variabel bebas dapat diukur pada sembarang level data (Hox, 2010).

Aplikasi ARM di Indonesia pernah dilakukan Tantular dkk. (2009) yang meneliti variabel yang berpengaruh terhadap nilai ujian akhir semester mahasiswa. Setiap individu mahasiswa dikelompokkan menurut program-program studi, dan masing-masing program studi tersarang pada kelas-kelas perkuliahan yang diikuti. Hasil penelitian yang diperoleh menunjukkan rata-rata dan keragaman nilai akhir ujian semester mahasiswa dipengaruhi secara berbeda oleh adanya perbedaan level data.

Penelitian ini ditujukan untuk mengaplikasikan ARM pada data nilai ujian nasional siswa sekolah dasar. Ujian Nasional (UN) merupakan penilaian kompetensi siswa secara nasional yang ditetapkan oleh pemerintah sebagai salah satu standar pendidikan. Terdapat dua sumber pencapaian seorang siswa terhadap hasil dari UN, yaitu faktor internal (faktor yang berasal dari dalam diri) dan faktor eksternal (faktor yang berasal dari lingkungan). Faktor internal yang dapat memengaruhi hasil belajar siswa yaitu antara lain kesehatan, kecerdasan, cara belajar, minat, dan motivasi, sedangkan pengaruh faktor eksternal yaitu keluarga, sekolah, masyarakat, dan lingkungan sekitarnya (Hox, 2010). Data nilai UN merupakan data yang memiliki struktur berhierarki. Data siswa beserta dengan atributnya merupakan data tingkat satu, tersarang dalam data kelas (tingkat dua), dan tersarang pula dalam data sekolah sebagai data tingkat tiga.

2. Metode Penelitian

Untuk mengetahui variabel yang berpengaruh kepada nilai UN siswa sekolah dasar (SD) menggunakan ARM, data nilai UN siswa SD di Kecamatan Kuta Selatan, Kabupaten Badung pada tahun ajaran 2012/2013 digunakan. Jumlah SD di kecamatan ini pada tahun ajaran 2012/2013 tercatat 48 sekolah, terdiri dari 40 SD negeri dan 8 SD swasta. Total siswa kelas VI di seluruh SD yang mengikuti UN tercatat 431 orang. Definisi variabel operasional pada penelitian ini diringkas pada Tabel 1 berikut:

Tabel 1. Definisi Variabel Operasional Penelitian

Tipe Variabel	Kode	Jenis	Keterangan	Tipe Variabel	Kode	Jenis	Keterangan
Respon	Y : Nilai UAN	Rasio	-	Bebas Orde 2	S1: Pendidikan Guru Kelas	Kategori	0: Non-SPD 1: SPD
Bebas Orde 1	X1: Gender	Kategori	0 : Laki-laki 1 : Perempuan	Bebas Orde 3	S2: Jumlah Siswa	Rasio	-
	X2: Umur	Rasio	-		V : Akreditasi Sekolah	Kategori	0: A 1: B

Tahapan penelitian yang dilakukan secara ringkas bisa diuraikan sebagai berikut:

1. Memeriksa matriks data secara deskriptif untuk memperoleh informasi awal tentang distribusi nilai UN siswa SD kelas VI di Kecamatan Kuta Selatan, Kabupaten Badung;
2. Menduga parameter AMR dari persamaan fungsi regresi memanfaatkan metode penduga *restricted maximum likelihood* (RML), dilakukan mengikuti tahapan berikut:
 - a. mengevaluasi struktur model level satu;
 - b. mengevaluasi struktur model level dua;
 - c. memilih variabel bebas yang level tiga;
 - d. menghitung nilai korelasi *intraclass* pada model; dan
 - e. melakukan interpretasi hasil ARM.

3. Hasil Analisis dan Diskusi

A. Deskripsi Data

Data yang dikutip dari BPS Kabupaten Badung (BPS, 2015) menyatakan pada tahun ajaran 2012/2013 jumlah SD di Kecamatan Kuta Selatan tercatat 49, dengan rincian 40 SD negeri dan 9 SD swasta. Meskipun demikian, tercatat pula dari 9 SD hanya ada 8 SD swasta yang memiliki siswa kelas VI yang mengikuti UN pada tahun

ajaran tersebut. Dari 431 siswa kelas VI peserta UN, rata-rata nilai UN untuk 5 mata pelajaran yaitu Bahasa Indonesia, Matematika, IPA, IPS dan PKN; sebesar 41,93 dengan nilai minimum dan maksimum masing-masing sebesar 28,10 dan 47,85.

B. Hasil ARM

Analisis data nilai UN dilakukan dengan membuat hierarki data sebagai berikut: (a) unit amatan adalah data nilai UN siswa SD di Kecamatan Kuta Selatan diposisikan sebagai data level 1; (b) data kelas siswa di masing-masing sekolah diposisikan sebagai data level 2; dan (c) data sekolah diposisikan sebagai data level 3. Penotasian pada model yang dibangun ditentukan berikut:

$i = 1, \dots, n_j$; menyatakan data siswa ke- i , di kelas ke- j , sekolah ke- k ;

$j = 1, \dots, m_j$; menyatakan kelas ke- j dari sekolah ke- k ;

$k = 1, \dots, 48$; menyatakan sekolah- k .

Model-model ARM untuk masing-masing level data, menggunakan kodifikasi pada Tabel 1 dan notasi di atas, dapat dirinci sebagai berikut:

1. Model pada level 1:

$$Y_{ijk} = \beta_{0jk} + \beta_{1jk}X_{1jk} + \beta_{2jk}X_{2jk} + \varepsilon_{ijk} \quad (1)$$

2. Model pada level 2:

$$\beta_{0jk} = \gamma_{00k} + \gamma_{01k}S_{1jk} + \gamma_{02k}S_{2jk} + \mu_{0jk} \quad (2)$$

$$\beta_{1jk} = \gamma_{10k} + \gamma_{11k}S_{1jk} + \gamma_{12k}S_{2jk} + \mu_{1jk}$$

$$\beta_{2jk} = \gamma_{20k} + \gamma_{21k}S_{1jk} + \gamma_{22k}S_{2jk} + \mu_{2jk}$$

3. Model pada level 3:

$$\begin{aligned} \gamma_{00k} &= \delta_{000} + \delta_{00k}V_k + \omega_{00k} \\ \gamma_{01k} &= \delta_{010} + \delta_{01k}V_k + \omega_{01k} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\gamma_{02k} = \delta_{020} + \delta_{02k}V_k + \omega_{02k}$$

$$\gamma_{10k} = \delta_{010} + \delta_{10k}V_k + \omega_{10k}$$

$$\gamma_{11k} = \delta_{011} + \delta_{11k}V_k + \omega_{11k}$$

$$\gamma_{12k} = \delta_{012} + \delta_{12k}V_k + \omega_{12k}$$

$$\gamma_{20k} = \delta_{020} + \delta_{20k}V_k + \omega_{20k}$$

$$\gamma_{21k} = \delta_{021} + \delta_{21k}V_k + \omega_{21k}$$

$$\gamma_{22k} = \delta_{022} + \delta_{22k}V_k + \omega_{22k}$$

a. Evaluasi Struktur Model Level Satu

Evaluasi struktur model dengan intersep acak dilakukan untuk memeriksa apakah terdapat pengaruh nyata dari intersep pada garis regresi. Hasil analisis menunjukkan penduga nilai intersep model sebesar 41,929 dengan nilai- p sebesar

0,000. Hal ini membuktikan saat tidak ada variabel penjelas disertakan pada model regresi, nilai UN siswa SD diduga secara signifikan sebesar 41,929. Memperhatikan pada model level 1 terdapat 2 peubah penjelas yaitu X_1 dan X_2 , maka dilakukan pemeriksaan lanjutan pada struktur model dengan koefisien acak. Pasangan hipotesis yang diuji adalah tidak ada pengaruh (H_0) dan ada pengaruh variabel penjelas pada level 1 terhadap nilai UN siswa (H_1). Hasil analisis diperlihatkan pada Tabel 2:

Tabel 2. Analisis Struktur Model Level 1 dengan Koefisien Acak

Pengaruh	Penduga Koefisien	Nilai-p	Keputusan
Jenis Kelamin Siswa	- 0,209	0,647	H_0 diterima
Umur Siswa	- 0,623	0,192	H_0 diterima

Sumber: analisis data primer (2016)

Hasil pemeriksaan koefisien acak pada level 1 memperlihatkan kedua peubah penjelas pada level ini tidak memperlihatkan pengaruh signifikan terhadap nilai UN siswa SD di Kecamatan Kuta Selatan Kabupaten Badung. Dengan demikian, pemeriksaan pada intersep dan koefisien acak model level satu yang dinyatakan secara matematis pada persamaan (1) menunjukkan hanya β_{0jk} yang memberikan pengaruh signifikan, dan β_{1jk} serta β_{2jk} tidak terbukti.

b. Evaluasi Struktur Model Level Dua

Mengacu kepada hasil evaluasi model pada level satu yang menunjukkan hanya β_{0jk} terbukti signifikan, maka dari tiga persamaan pada level ini, hanya persamaan (2) yang akan dievaluasi. Evaluasi model dilakukan dengan memeriksa pengaruh S_1 dan S_2 (pemeriksaan koefisien acak) di level dua, dengan hasil diperlihatkan pada Tabel 3:

Tabel 3. Analisis Struktur Model Level 2 dengan Koefisien Acak

Pengaruh	Penduga Koefisien	Nilai-p	Keputusan
Pendidikan Guru Kelas	1,577	0,005	H_0 ditolak
Jumlah Siswa per Kelas	0,010	0,186	H_0 diterima

Sumber: analisis data primer (2016)

Pada evaluasi struktur model level dua dengan koefisien acak diperoleh hanya variabel penjelas S_1 (pendidikan guru kelas) berpengaruh signifikan terhadap β_{0jk} sedangkan S_2 tidak terbukti mempengaruhi nilai UN siswa SD.

c. Evaluasi Struktur Model Level Tiga

Hasil pemeriksaan koefisien acak dari struktur model level dua menunjukkan hanya γ_{01k} yang berpengaruh signifikan sedangkan γ_{02k} tidak terbukti. Jadi, dari sembilan persamaan pada model level tiga, hanya persamaan (3) yang dievaluasi. Hasil pemeriksaan model koefisien acak pada level ini diperlihatkan pada Tabel 4:

Tabel 4. Analisis Struktur Model Level 3 dengan Koefisien Acak

Pengaruh	Penduga Koefisien	Nilai-p	Keputusan
Akreditasi Sekolah	0,814	0,112	H ₀ diterima

Sumber: analisis data primer (2016)

Meski memiliki nilai penduga yang cukup besar, variabel akreditasi sekolah sebagai variabel penjelas pada level tiga tidak terbukti berpengaruh secara signifikan kepada nilai UN siswa SD di Kecamatan Kuta Selatan.

d. Model Akhir ARM

Merujuk kepada tiga kelompok hasil evaluasi model sebelumnya, maka model akhir ARM untuk data nilai UN siswa SD di Kecamatan Kuta Selatan Kabupaten Badung yang berhierarki sebagai berikut:

$$\text{Nilai UN Siswa SD} = 41,929 + 1,557 \times \text{Pendidikan Guru Kelas} \quad (4)$$

Persamaan (4) yang menunjukkan persamaan regresi multilevel untuk data nilai UN SD di Kecamatan Kuta Selatan, Kabupaten Badung menunjukkan bahwa nilai UN siswa hanya dipengaruhi oleh kualifikasi pendidikan guru kelas. Siswa SD yang dibimbing oleh guru kelas berkualifikasi Sarjana Pendidikan (S.Pd), secara rata-rata, akan memperoleh nilai UN lebih besar 1,557 dari siswa yang dibimbing guru kelas berkualifikasi non-S.Pd. Variabel-variabel penjelas lain tidak terbukti secara signifikan berpengaruh kepada nilai UN siswa.

e. Korelasi Intraclass

Korelasi merupakan suatu ukuran keeratan hubungan antardua variabel. Pada ARM level dua dan seterusnya, dikenal ukuran korelasi *intraclass* yang pada level dua didefinisikan sebagai “ ... an indication of the proportion of variance at the second level, and it can also be interpreted as the expected (population) correlation between two randomly chosen individual within the same group.” (Hox, 2010, p.33). Hasil ARM memberikan nilai-nilai ragam pada masing-masing level sebagai berikut:

Tabel 5. Ragam Penduga Model

Level	Penduga	Nilai Dugaan
Sekolah (Level 3)	σ_{v0}^2	$9,22 \times 10^{-7}$
Kelas (Level 2)	σ_{u0}^2	2,7125
Siswa (Level 1)	σ_{e0}^2	5,1358

Sumber: analisis data primer (2016)

Menggunakan penduga ragam sisaan pada masing-masing model, korelasi *intraclass* pada model regresi multilevel nilai UN siswa SD di Kecamatan Kuta Selatan bisa dihitung sebagai berikut:

$$\rho_{\text{Sekolah}} = \frac{\sigma_{v0}^2}{\sigma_{e0}^2 + \sigma_{u0}^2 + \sigma_{v0}^2} = \frac{9,22 \times 10^{-7}}{9,22 \times 10^{-7} + 2,7125 + 5,1358} = 0,0000$$

$$\rho_{\text{Kelas}} = \frac{\sigma_{u0}^2}{\sigma_{e0}^2 + \sigma_{u0}^2 + \sigma_{v0}^2} = \frac{2,7125}{9,22 \times 10^{-7} + 2,7125 + 5,1358} = 0,3456$$

$$\rho_{\text{Siswa}} = \frac{\sigma_{e0}^2}{\sigma_{e0}^2 + \sigma_{u0}^2 + \sigma_{v0}^2} = \frac{5,1358}{9,22 \times 10^{-7} + 2,7125 + 5,1358} = 0,6544$$

Perhitungan korelasi *intraclass* dengan hasil seperti disebutkan sebelumnya menunjukkan bahwa korelasi nilai UN antarsiswa SD dalam kelas yang sama sebesar 0,6544; dan korelasi nilai UN antarkelas dalam sekolah yang sama sebesar 0,3544; sedangkan hampir tidak ada korelasi nilai UN siswa SD yang berbeda sekolah seperti ditunjukkan oleh nilai koefisien korelasi sebesar 0,000.

4. Kesimpulan dan Saran

A. Kesimpulan

Hasil ARM terhadap data nilai UN siswa SD di Kecamatan Kuta Selatan, Kabupaten Badung pada tahun ajaran 2012/2013 menyimpulkan hal-hal berikut:

- 1) Hasil UN hanya terbukti dipengaruhi oleh kualifikasi pendidikan guru kelas. Variabel-variabel penjelas jenis kelamin dan umur siswa di level satu, jumlah siswa per kelas di level dua, dan akreditasi sekolah tidak terbukti memiliki pengaruh signifikan terhadap nilai UN siswa;
- 2) Meningkatnya kualifikasi pendidikan guru kelas dari non-S.Pd menjadi berkualifikasi S.Pd akan meningkatkan nilai raatan UN siswa dalam kelas yang diasuhnya sebesar 1,577;
- 3) Korelasi nilai UN siswa dalam kelas yang sama sebesar 0,6544 menunjukkan bahwa terdapat keragaman yang relatif lebih kecil pada kemampuan siswa dalam kelas

yang sama dalam mengerjakan soal UN dibandingkan dengan kemampuan antarsiswa yang berbeda kelas.

B. Saran

- 1) Disarankan kepada para pengambil kebijakan pengelolaan pendidikan dasar untuk meningkatkan kualifikasi pendidikan para guru kelas yang secara statistika terbukti nyata berpengaruh kepada nilai UN siswa yang diasuhnya; dan
- 2) Disarankan untuk mendistribusikan siswa secara merata untuk mengurangi kesenjangan nilai UN antarkelas pada sekolah yang sama. Adanya kelas-kelas unggulan merupakan penyebab dari korelasi *intra*class yang cukup besar.

Daftar Pustaka

- Hox, J.J., 2010. *Multilevel Analysis Techniques and Applications*. 2nd ed. New York, USA: Routledge.
- Ringdal, K., 1992. Method for Multilevel Analysis. *Acta Sociologica*, 35, pp.235-43.
- Tantular, B., Aunuddin & Wijayanto, H., 2009. Pemilihan Model Regresi Linier Multilevel Terbaik. In *Forum Statistika dan Komputasi.*, 2009.

Pengembangan Lembar Kegiatan Siswa (LKS) Bangun Ruang Sisi Datar Berbasis *PBL*

Niluh Sulistyani

Prodi Pendidikan Matematika FKIP, Universitas Sanata Dharma Yogyakarta
e-mail: niluh_sulistyani@yahoo.com

Abstract: Quality of learning mathematics is supported by the availability of qualified learning facilities for students, for example worksheet. This study aims to describe how to develop and produce student's worksheet (LKS) of flat side space, based on Problem-Based Learning (PBL) which is valid and practical. This study is research and development which is held in SMP N 2 Pengasih, Yogyakarta using Thiagarajan development model. The result of study is obtained development process of LKS comprising defining phase, designing phase, developing phase that starts from expert validation, revision, readability test, product revision, field test, and ends with the disseminating phase. The result of expert validation shows that LKS is valid in very good category. LKS practically gets very good category from teacher assessment. The result of students assessment shows that 43,75% students can use LKS in very good category and 56,25% students can use LKS in good category.

Keywords: *development, student's worksheet (LKS), flat side space, Problem-Based Learning (PBL)*

1. Pendahuluan

Kualitas pendidikan di Indonesia perlu untuk ditingkatkan. Dari hasil berbagai kegiatan tingkat internasional, seperti PISA dan TIMSS mencerminkan bahwa kemampuan siswa terutama dalam matematika masih jauh dibandingkan dengan negara-negara lain. Dari hasil studi PISA yang dilakukan bagi siswa berusia 15 tahun pada dua tahun terakhir menunjukkan Indonesia berada di rangking 64 dari 65 negara peserta pada tahun 2012 dan pada tahun 2015 Indonesia berada di rangking 69 dari 75 negara peserta. Hasil evaluasi yang dilakukan TIMSS mengenai kemampuan matematika pada siswa tingkat 8 menunjukkan bahwa *mathematics achievement* Indonesia pada tahun 2007 menduduki peringkat 36 dari 49 negara peserta dan pada tahun 2011 menduduki peringkat 39 dari 43 negara peserta. Walaupun hasil ini bukan menjadi satu-satunya tolak ukur, namun dapat digunakan sebagai refleksi bahwa kualitas pendidikan matematika di Indonesia sangat perlu untuk ditingkatkan baik dari segi konten maupun domain kognitif.

Dari segi konten matematika, geometri menjadi salah satu topik dalam TIMSS yang perlu ditingkatkan. Hasil penelitian pada siswa SMP di DIY diperoleh bahwa pada

domain aljabar, geometri, data dan peluang termasuk kategori rendah (Wulandari [17]). Demikian juga dari hasil UN matematika, daya serap untuk menentukan luas dan volume bangun ruang di DIY masih sangat perlu ditingkatkan. Daya serap menentukan luas sebesar 43,15% pada tahun 2011 dan 44,51% pada tahun 2012. Sedangkan daya serap volume sebesar 64,86% pada tahun 2011 dan 53,08% pada tahun 2012. Persentase ini masih berada di bawah rata-rata persentase nasional.

Domain kognitif yang meliputi pengetahuan, penerapan, proses menggunakan konsep, fakta, prosedur, dan penalaran matematika, proses memformulasikan situasi matematika, dan proses menafsirkan, menerapkan, dan mengevaluasi hasil matematika yang diperoleh dari hasil TIMSS dan PISA menunjukkan bahwa kemampuan ini masih perlu diasah dalam pembelajaran matematika di sekolah. Rendahnya literasi matematika dalam PISA mencerminkan bahwa siswa mempunyai masalah dalam mengidentifikasi dan memahami serta menggunakan dasar-dasar matematika yang diperlukan dalam menghadapi permasalahan kehidupan sehari-hari. Dari hasil wawancara beberapa siswa SMP di DIY, siswa tidak menyukai permasalahan matematika yang dikemas dalam soal cerita, bahkan baru melihat soalnya saja siswa sudah berpikiran bahwa jawabannya sulit ditentukan.

Permasalahan-permasalahan yang demikian merangsang untuk melihat kembali bagaimana proses pembelajaran matematika di sekolah dilaksanakan. Mengingat ukuran keberhasilan proses pembelajaran matematika dilihat dari hasil belajar siswa itu sendiri. Berbagai penelitian kemudian dilakukan untuk mengatasi permasalahan yang ada. Banyak teori yang kemudian muncul untuk membahas pembelajaran matematika yang ideal. Paradigma pembelajaran matematika modern menekankan bahwa proses pembelajaran sebaiknya memiliki ciri-ciri: 1) guru sebagai fasilitator, 2) guru membangun pengajaran yang interaktif, 3) guru memberikan kesempatan kepada siswa untuk aktif, dan 4) guru tidak terpancang pada materi yang termaktub dalam kurikulum, melainkan aktif mengaitkan kurikulum dengan dunia riil, baik fisik maupun sosial (Hadi [7])

Pada kenyataannya, proses pembelajaran saat ini belum sesuai kondisi ideal. Pembelajaran matematika masih berpusat pada guru (*teacher centered*), padahal proses pembelajaran pada konsep ideal seharusnya berpusat pada peserta didik (*student centered active learning*) (Kemdikbud [8]). Fenomena yang terjadi, banyak guru dalam pembelajaran matematika menggunakan metode ceramah yang tidak mendorong pencapaian hasil belajar yang optimal (Hadi [7]). Selain dari segi pembelajaran, peserta didik pada umumnya menganggap matematika sebagai pelajaran yang tidak mudah dipelajari. Hal ini diungkapkan oleh Muijs & Reynolds [10] berikut, "*Mathematics is commonly seen as one of the most difficult subject in the curriculum by pupils and adult alike*".

PBL (Problem-based learning) merupakan salah satu pendekatan pembelajaran yang dirancang untuk membantu peserta didik mengembangkan keterampilan berpikir, keterampilan menyelesaikan masalah, dan keterampilan intelektualnya (Arends [1]). Dalam penelitian Masek & Yamin [9] dijelaskan bahwa langkah-langkah dalam pembelajaran berbasis masalah membantu peserta didik dalam meningkatkan kemampuan berpikir kritis. *PBL (Problem-based learning)* memfasilitasi siswa melalui kegiatan investigasi dan diskusi untuk menentukan dan memutuskan penyelesaian mana yang dianggap paling baik (Fogarty [6]).

PBL menekankan pembelajaran di mana siswa membangun konteks pengetahuan dari permasalahan. Menurut Rusman [12] salah satu karakteristik PBL adalah permasalahan menjadi starting point dalam belajar. Guru dapat memilih masalah, dimana masalah tersebut berhubungan dengan masalah pada kehidupan sehari-hari peserta didik (Delisle [5]).

Dari hasil penelitian yang dilakukan oleh Tambelu, Wenas, & Utina [14] diperoleh hasil bahwa *PBL* dapat meningkatkan hasil belajar siswa pada materi kubus dan balok dengan hasil yang lebih tinggi jika dibandingkan dengan pembelajaran konvensional. *Problem-based learning* juga sesuai dengan kebutuhan abad ke-21 di mana dalam kondisi tersebut terjadi pergeseran proses pembelajaran yang diantaranya dari berpusat pada guru menuju berpusat pada peserta didik, dari satu arah menuju interaktif, dari isolasi menuju lingkungan jejaring, dari pasif menuju aktif-menyelidiki, dari maya/abstrak menjadi konteks dunia nyata, dari pribadi menuju pembelajaran berbasis tim, dan dari luas menuju perilaku khas memberdayakan kaidah ketertarikan (BSNP [3]).

Agar *PBL* dapat terlaksana dengan baik, maka perlu didukung oleh ketersediaannya sumber belajar yang mendukung, salah satunya melalui Lembar Kegiatan Siswa (LKS). LKS yang disusun dapat dirancang dan dikembangkan sesuai dengan kondisi dan situasi kegiatan pembelajaran yang akan dihadapi (Widjajanti [16]). Adanya LKS menghindari pembelajaran yang *teacher centered*. LKS akan melatih siswa belajar secara mandiri dan lebih melibatkan siswa dalam pembelajaran. Selain itu, Arends & Killcher [2] menyatakan bahwa sebagai salah *seatwork*, LKS (*standard worksheet*) akan membantu siswa agar tertarik dan menikmati pembelajaran.

Komponen dalam LKS biasanya meliputi: (1) judul LKS, (2) indikator pencapaian kompetensi, (3) alokasi waktu yang dibutuhkan dalam menyelesaikan LKS, (4) peralatan/bahan yang diperlukan untuk menyelesaikan LKS/tugas, (5) petunjuk mengerjakan, dan (6) langkah kerja yang dilakukan peserta didik. Selain itu, LKS harus memenuhi persyaratan selain dari segi content, yaitu syarat didaktik, syarat konstruksi, dan syarat teknik (Darmodjo & Kaligis [4]).

Melihat permasalahan dan teori di atas, maka peneliti bermaksud melakukan penelitian yang bertujuan untuk: 1) mendeskripsikan pengembangan Lembar Kegiatan

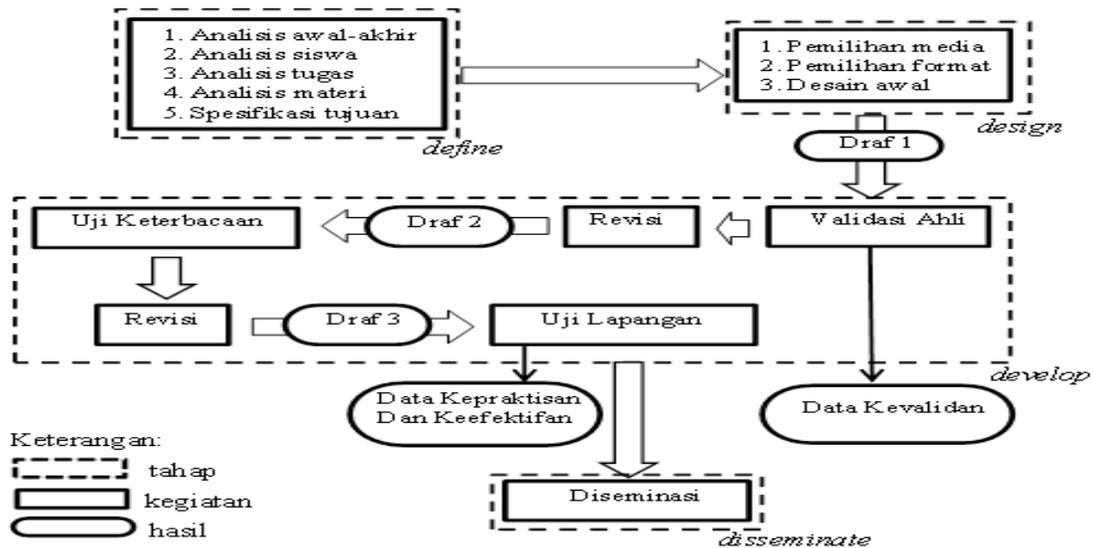
Siswa (LKS) berbasis *Problem-Based Learning (PBL)* pada materi bangun ruang sisi datar kelas VIII dan 2) mendeskripsikan kevalidan dan kepraktisan lembar kegiatan siswa (LKS) berbasis *Problem-Based Learning (PBL)*.

2. Metode Penelitian

Jenis penelitian ini merupakan penelitian dan pengembangan (*research and development*) model 4D yang terdiri dari tahap *define* (pendefinisian), *design* (perancangan), *develop* (pengembangan), dan *disseminate* (diseminasi) (Thiagarajan, Semmel, & Semmel [15]). Penelitian dan pengembangan ini dilaksanakan di SMP N 2 Pengasih pada tahun 2014 dengan mengambil subyek uji coba kelas VIIID tahun ajaran 2013/2014 dan guru mata pelajaran matematika.

Prosedur Pengembangan

Langkah-langkah pengembangan LKS pada penelitian mengikuti model 4D seperti pada gambar 1. Namun demikian, khusus tahap keempat *disseminate* dan keefektifan LKS dapat dilihat pada artikel sebelumnya (Sulistiyani [13]).



Gambar 1. Prosedur Pengembangan

Pada tahap *define*, dilakukan analisis awal akhir untuk mengidentifikasi permasalahan yang dihadapi guru. Analisis siswa dilakukan untuk meninjau karakteristik siswa subjek uji coba. Analisis materi bertujuan untuk menentukan materi yang dibahas yaitu bangun ruang sisi datar kelas VIII beserta alokasi waktu yang diperlukan untuk mempelajari materi. Selanjutnya dilakukan analisis tugas yang menjabarkan indikator

dari Standar Kompetensi bangun ruang sisi datar. Dari berbagai indikator selanjutnya dilakukan analisis tujuan yang digunakan sebagai dasar penyusunan LKS.

Tahap *design* bertujuan untuk merancang Lembar Kegiatan Siswa (LKS) berdasarkan hasil tahap sebelumnya. Pemilihan media dilakukan untuk menentukan media pendukung yang diperlukan, pemilihan format meliputi kegiatan untuk merancang isi LKS yang disesuaikan dengan *Problem-based Learning* di mana dalam LKS selalu disajikan permasalahan di awal untuk merangsang siswa berpikir kemudian disusun kegiatan berdasarkan analisis materi dan permasalahan yang disajikan. Hasil desain awal ini disebut draf 1.

Tahap pengembangan diawali dengan validasi draf 1 Lembar yang digunakan untuk menilai kevalidasi terlebih dahulu divalidasi oleh ahli. Hasil validasi dijadikan dasar untuk melakukan revisi sehingga nantinya diperoleh draf 2. Draft 2 selanjutnya diuji keterbacaan untuk mendapatkan masukan secara deskriptif sebelum digunakan pada uji lapangan. Setelah uji keterbacaan kemudian dilakukan revisi. LKS sampai tahap ini dinamakan draf 3. Draft 3 selanjutnya dikenai uji lapangan yaitu pada kelas VIIID dan guru matematika kelas VIIID untuk memperoleh data kepraktisan dan keefektifan. Lembar yang digunakan untuk menilai kepraktisan baik yang dilakukan oleh guru maupun siswa terlebih dahulu divalidasi oleh ahli. Tahap diseminasi dilakukan pada kelas berbeda dan di sekolah berbeda yang dapat dilihat pada artikel sebelumnya (Sulistiyani [13]).

Teknik Pengumpulan dan Analisis Data

Untuk memperoleh data kevalidan Lembar Kegiatan Siswa (LKS) digunakan lembar validasi yang terdiri dari aspek 1) kesesuaian isi/materi, 2) kesesuaian dengan syarat didaktik, 3) kesesuaian dengan syarat konstruksi, dan 4) kesesuaian dengan syarat teknis. Lembar kevalidan terdiri dari 20 pernyataan di mana masing-masing pernyataan diberi 5 (lima) skala penilaian yaitu: sangat kurang (nilai 1), kurang (nilai 2), cukup (nilai 3), baik (nilai 4), dan sangat baik (nilai 5). Hasil validasi ahli berupa masukan digunakan sebagai dasar melakukan revisi dan hasil yang berupa skor dianalisis secara deskriptif menggunakan tabel kategori berikut.

Tabel 1. Kategori Kevalidan LKS

Rentang Skor	Kategori
$X > 160$	Sangat Baik
$133.33 < X \leq 160$	Baik
$106.67 < X \leq 133.33$	Cukup Baik
$80 < X \leq 106.67$	Kurang Baik
$X \leq 80$	Tidak Baik

Untuk mengukur kepraktisan LKS digunakan lembar penilain guru dan lembar penilaian siswa yang diberikan setelah mereka menggunakan LKS dalam uji coba lapangan. Penentuan skor baik dalam penilaian guru maupun penilaian siswa dibuat dalam 5 skala penilaian yaitu, tidak baik (nilai 1), kurang baik (nilai 2), cukup baik (nilai 3), baik (nilai 4), dan sangat baik (nilai 5). Hasil berupa masukan baik dari guru maupun siswa digunakan untuk merevisi LKS sebelum akhirnya diperoleh draf final, sedangkan hasil skoring dianalisis secara deskriptif menggunakan tabel kategori berikut.

Tabel 2. Kategori Kepraktisan LKS

Interval		Kategori
Penilaian Guru	Penilaian Siswa	
$X > 28$	$X > 57,5$	Sangat Baik
$23,33 < X \leq 48$	$47,5 < X \leq 57,5$	Baik
$18,67 < X \leq 23,33$	$37,5 < X \leq 47,5$	Cukup Baik
$14 < X \leq 18,67$	$27,5 < X \leq 37,5$	Kurang Baik
$X \leq 14$	$X \leq 27,5$	Tidak Baik

3. Hasil dan Pembahasan

Hasil Pengembangan LKS

Pada tahap *define*, dari hasil wawancara dan observasi diperoleh bahwa di SMP N 2 Pengasih sudah tersedia LKS namun hanya berisi latihan-latihan rutin yang dibuat oleh penerbit tertentu walaupun tidak semua siswa memiliki LKS. Pembelajaran matematika didominasi oleh ceramah dan kurang melibatkan aktivitas siswa sehingga siswa merasa bosan. Kemampuan awal peserta didik mengenai bangun ruang masih rendah yaitu di bawah 70. Dari hasil analisis materi, tujuan, dan tugas diperoleh 4 sub pokok bahasan mengenai kubus, balok, prisma, dan limas di mana pada masing-masing bangun membahas mengenai 1) bagian dan unsur-unsur, 2) jaring-jaring, 3) luas permukaan, dan 4) volume. Dari keempat sub pokok bahasan tersebut dan berdasarkan pertimbangan waktu diperoleh LKS untuk 8 kali pertemuan.

Pertemuan pertama membahas mengenai bagian dan unsur-unsur kubus dan balok dengan indikator menentukan sisi, rusuk, titik sudut, diagonal sisi, bidang diagonal, dan diagonal ruang dari kubus dan balok. Kemudian menentukan panjang diagonal sisi dan diagonal ruang kubus dan balok. Pertemuan kedua masih membahas sub topik pertama mengenai bagian dan unsur-unsur tetapi pada bangun prisma dan limas. Pertemuan ketiga dan keempat membahas mengenai jaring-jaring, di mana pada pertemuan ketiga dibahas jaring-jaring kubus dan balok dan pada pertemuan keempat membahas jaring-jaring prisma dan limas. Pertemuan kelima dan keenam membahas sub pokok yang ketiga yaitu luas permukaan pada bangun kubus dan balok pada pertemuan kelima dan bangun prisma dan limas pada pertemuan keenam. Dua

pertemuan terakhir membahas mengenai volume. Pertemuan ketujuh membahas volume kubus dan balok, dan LKS pada pertemuan kedelapan membahas mengenai volume prisma dan limas.

Pada tahap *design*, dirancang LKS untuk 8 kali pertemuan dengan memperhatikan teori-teori *PBL*. Karena *PBL* mempunyai karakteristik permasalahan menjadi *starting point* dalam pembelajaran, maka pada LKS diawali dengan pemberian masalah disertai langkah-langkah kegiatan untuk mengkonstruksi teori berdasarkan masalah yang diberikan. Format LKS juga menyesuaikan dengan karakteristik siswa dan memperhatikan syarat-syarat yang ada menurut Darmojo & Kaligis [4]. Sehingga LKS yang disusun selain memuat lembar masalah juga terdiri dari (1) judul LKS, (2) indikator pencapaian kompetensi, (3) alokasi waktu yang dibutuhkan dalam menyelesaikan LKS, (4) peralatan/bahan yang diperlukan untuk menyelesaikan LKS/tugas, (5) petunjuk mengerjakan, dan (6) langkah kerja yang dilakukan siswa. LKS yang disusun pada tahap ini dinamakan sebagai draf 1.

Tahap pengembangan diawali dengan validasi draf 1 yang dilakukan oleh 2 validator ahli. Data dari hasil validasi ahli digunakan untuk mendapatkan kevalidan LKS yang dibahas secara terpisah. Hasil validasi dijadikan dasar untuk melakukan revisi sehingga nantinya diperoleh draf 2. Draft 2 selanjutnya diuji keterbacaan oleh guru matematika selain kelas VIIID dan 12 siswa kelas selain uji lapangan yang berkemampuan tinggi, sedang, dan rendah. Dari uji keterbacaan diperoleh bahwa 1) terlalu banyak animasi pada LKS dan 2) pada LKS pertemuan ketiga terdapat langkah yang kurang bisa dipahami sehingga dilakukan revisi. Hasil revisi LKS disebut sebagai draf 3. Draft 3 selanjutnya dikenai uji lapangan yaitu pada kelas VIIID dan guru matematika kelas VIID untuk memperoleh data kepraktisan dan keefektifan. Uji lapangan dilakukan dari tanggal 2 Mei sampai dengan 30 Mei 2014. Hasil kepraktisan selama uji coba lapangan akan dijelaskan pada bagian berikutnya.

Hasil Uji Coba LKS

Dari hasil validasi dua orang validator, diperoleh data berupa masukan/saran dan skor. Secara umum masukan/saran validator terhadap LKS adalah sebagai berikut. 1) penggunaan istilah yang kurang tepat seperti istilah bidang sisi seharusnya cukup sisi saja, penyebutan istilah pada gambar yang kurang tepat seperti kerangka kubus padahal pada gambar seharusnya cukup kubus, 2) penggunaan bahasa yang tidak efisien dan terlalu panjang sehingga tidak mudah dipahami pada petunjuk pengerjaan, 3) penyediaan tempat untuk menjawab terlalu sempit, dan 4) konstruksi masalah yang kurang tepat pada LKS pertemuan ke-3. Dari masukan validator selanjutnya dilakukan revisi sehingga diperoleh LKS draf2 yang siap untuk diuji keterbacaannya.

Data berupa skor kevalidan LKS dari dua validator diperoleh skor total 178. Berdasarkan tabel 1, dapat dikatakan bahwa LKS yang dikembangkan dikatakan memenuhi kriteria valid dalam kategori sangat baik. Hasil yang diperoleh ini dikarenakan penyusunan LKS telah sesuai dengan syarat-syarat penyusunan LKS yang disampaikan oleh Darmojo & Kaligis [4]. Dari segi isi LKS sesuai teori *PBL* di mana dalam *PBL* permasalahan menjadi *starting point* dalam belajar (Rusman [12]) dan masalah tersebut berhubungan dengan masalah pada kehidupan sehari-hari (Delisle [5]). LKS yang disusun juga dapat memfasilitasi peserta didik untuk terlibat dalam proses pembelajaran melalui kegiatan investigasi dan diskusi untuk menentukan dan memutuskan penyelesaian yang dianggap paling baik (Fogarty [6]) dan memungkinkan siswa untuk terlibat aktif dalam pembelajaran melalui aktivitas pemecahan masalah (Rusman [12]).

Hasil uji coba keterbacaan draf 2 yang dilakukan oleh 12 siswa dan satu guru diperoleh masukan bahwa terlalu banyak animasi yang tidak perlu sehingga dilakukan revisi berupa penghapusan animasi yang tidak berguna. Setelah di revisi, LKS ini dinamakan draf 3 yang siap untuk diujicobakan ke lapangan.

Pada uji coba lapangan diperoleh hasil penilaian kepraktisan LKS baik yang dilakukan oleh guru maupun siswa. Dari penilaian guru diperoleh skor 35, sehingga dikatakan bahwa LKS dapat digunakan dalam kategori sangat baik. Hasil ini dikarenakan pada LKS terdapat keserasian pengaturan ruang/tata letak, kesesuaian tampilan, kejelasan dan kemudahan bahasa yang digunakan, ketepatan urutan penyajian, dan kejelasan langkah-langkah penyelesaian.

Sedangkan hasil penilaian kepraktisan oleh 32 siswa kelas VIIID diperoleh hasil seperti pada Tabel 3. berikut.

Tabel 3. Hasil Penilaian Kepraktisan Siswa

Kategori	Banyak Siswa	Persentase
Sangat Baik	14	43,75%
Baik	18	56,25%
Cukup Baik, dst	0	0
Total	32	100%

Dengan melihat tabel di atas, dapat dikatakan bahwa siswa di SMP N 2 Pengasih dapat menggunakan LKS yang dikembangkan dengan baik.

Lebih banyaknya siswa yang mengatakan kepraktisan dalam kategori baik karena berdasarkan jawaban siswa pada lembar penilaian kepraktisan terdapat penggunaan bahasa yang menurut siswa kurang jelas pada langkah kegiatan. Dari hasil pengamatan selama penggunaan LKS oleh siswa juga menunjukkan hasil yang sama yaitu terdapat bahasa yang tidak efektif dan membuat siswa agak bingung yaitu perintah pada langkah pengerjaan di LKS pertemuan pertama. Namun demikian, dari aspek lain LKS dapat digunakan dengan baik dan sangat baik karena membuat pembelajaran lebih

menyenangkan dari segi materi, suasana pembelajaran, cara guru mengajar, dan kegiatan pembelajaran dengan adanya diskusi kelompok. Selain itu, secara garis besar siswa dapat memahami masalah, petunjuk pengerjaan, kalimat-kalimat yang ada, dan ilustrasi gambar dengan jelas. Tampilan LKS menarik. Ilustrasi atau gambar dalam LKS yang efektif juga membantu siswa dalam memahami materi bangun ruang sisi datar. Setelah dilakukan revisi selanjutnya diperoleh draft final LKS yang siap untuk didiseminasikan di sekolah yang berbeda yaitu di SMP N 2 Sentolo untuk melihat keefektifan LKS walaupun tidak dijelaskan dalam artikel ini dan dapat dilihat pada artikel sebelumnya (Sulistiyani [13]).

Draft final ini sudah memenuhi kriteria kevalidan oleh 2 validator ahli di mana LKS mendapat kategori sangat baik dan memenuhi kriteria kepraktisan yang menunjukkan adanya kekonsistenan antara pendapat guru dan siswa dalam menggunakan LKS. Hasil ini sesuai dengan aspek kevalidan dan kepraktisan menurut Nieven [11].

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian pengembangan LKS bangun ruang sisi datar berbasis *PBL* dapat diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

1. Lembar Kegiatan Siswa (LKS) bangun ruang sisi datar berbasis *PBL* telah dikembangkan di kelas VIII SMP N 2 Pengasih sesuai prosedur pengembangan model 4D yaitu *define, design, develop, dan disseminate*, walaupun untuk tahap yang keempat tidak dibahas secara lebih lanjut. Pada tahap *develop* dilakukan proses validasi, uji ketebacaan, dan uji lapangan.
2. Lembar Kegiatan Siswa (LKS) bangun ruang sisi datar berbasis *PBL* layak digunakan karena telah memenuhi kriteria kevalidan dengan kategori sangat baik dan memenuhi kriteria kepraktisan secara konsisten. Hasil penilaian kepraktisan guru menunjukkan perangkat dapat digunakan dengan kategori sangat baik dan hasil penilaian kepraktisan siswa menunjukkan 56,25% siswa mengatakan LKS dapat digunakan dalam kategori baik dan sisanya 43,75% siswa mengatakan LKS dapat digunakan dalam kategori sangat baik.

Walaupun kesimpulan di atas sudah sesuai dengan harapan peneliti, namun masih ada kekurangan yang dapat dijadikan saran bagi penelitian-penelitian selanjutnya, yaitu untuk memperkuat data kepraktisan LKS sebaiknya tidak hanya menggunakan teknik pengumpulan data berupa angket namun sebaiknya ditambahkan wawancara pada beberapa siswa.

Daftar Pustaka

- [1] Arends, R.I. 2008. *Learning to Teach: Belajar untuk Mengajar (7th ed., buku dua)*. (Terjemahan Helly Prajitno Soetjipto dan Sri Mulyantini Soetjipto). New York: McGraw Hill Companies Inc. (Buku asli diterbitkan tahun 2007).
- [2] Arends, R.I, & Kilcher, A. 2010. *Teaching for Student Learning*. New York: Routledge.
- [3] BSNP. 2010. *Paradigma Pendidikan Nasional Abad XXI*. Badan Standar Nasional Pendidikan.
- [4] Darmodjo, H. & Kaligis, J. R.E. 1992. *Pendidikan IPA II*. Jakarta: Depdikbud.
- [5] Delisle, R.1997. *How to Use Problem Based Learning in the Classroom*. Alexandria, VA: ASCD EXceutive Countil.
- [6] Fogarty, R.1997. *Problem Based Learning & Other Curriculum Models for the Multiple Intelligences Classroom*. New York: Sky Light Professional Development.
- [7] Hadi, S. 2005. *Pendidikan Matematika Realistik dan Implementasinya*._____: Tulip.
- [8] Kemdikbud. 2012. *Pengembangan Kurikulum 2013*. Sosialisasi Kurikulum 2013.
- [9] Masek, A. & Yamin, S. 2011. “The Effect of Problem Based Learning on Critical Thinking Ability: A Theoretical and Empirical Review”. *International Review of Sciences and Humanities*, 2(1), 215-221.
- [10] Muijs, D., & Reynolds, D. 2011. *Effective Teaching: Evidence and Practice (2nd ed.)*. London: Sage Publications Ltd.
- [11] Nieveen, N. 1999. “Prototyping to Reach Product Quality” dalam Van Den Akker J., et al, (Eds). *Design Approaches and Tools in Education and Training*. London: Kluwer Academic Publisaher.
- [12] Rusman. 2011. *Model-model Pembelajaran Mengembangkan Profesionalisme*. Jakarta: Rajawali Pers.
- [13] Sulistiyani, N. 2015. “Pengembangan Perangkat Pembelajaran Bangun Ruang di SMP dengan Pendekatan *Problem-Based Learning*”. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika Program Studi Pendidikan Matematika PPs UNY*, 2(2), 197-210. Tersedia di Website: <http://journal.uny.ac.id/index.php/jrpm/index>. Akses tanggal 1 Juni 2016.
- [14] Tambelu, J.W.A., Wenas, R.J., & Utina, D.A. 2013. “Pengaruh Model Pembelajaran Berdasarkan Masalah Terhadap Hasil Belajar Siswa pada Materi Kubus dan Balok”. *JSME MIPA UNIMA*, 1(9).

- [15] Thiagarajan, S, Semmel, D.S, & Semmel, M.I. 1974. *Instructional Development for Training Teachers of Exceptional Children*. Minnesota: USOE Publication.
- [16] Widjajanti,E. 2008. *Kualitas Lembar Kerja Siswa*. Makalah disampaikan dalam Pelatihan Penyusunan LKS Mata Pelajaran Kimia Berdasarkan Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan Bagi Guru SMK/MAK di Ruang Sidang Kimia FMIPA UNY.
- [17] Wulandari, N.F. 2015. *Kemampuan Matematika Siswa SMP dan SMA di Daerah Istimewa Yogyakarta dalam Menyelesaikan Soal Model TIMSS dan PISA*. S2 thesis, UNY. <http://eprints.uny.ac.id/27894/.Akses> tanggal 6 Juni 2016.

Analisis Biplot untuk Pemetaan Posisi dan Karakteristik Usaha Pariwisata di Provinsi Bali

I Gusti Ayu Made Srinadi

Jurusan Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana
e-mail: srinadi@unud.ac.id

I Wayan Sumarjaya

Jurusan Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana
e-mail: sumarjaya@gmail.com

Abstrak: Tujuan penelitian ini adalah mengetahui pemetaan posisi dan usaha pariwisata penciri pada kabupaten/kota di Provinsi Bali, mengetahui kabupaten/kota yang tergabung dalam satu kelompok, dan usaha pariwisata penciri pada masing-masing kelompok. Variabel dalam penelitian ini adalah persentase masing-masing usaha pariwisata pada tiap kabupaten/kota di Provinsi Bali. Usaha pariwisata dalam penelitian ini adalah usaha pariwisata yang tertuang dalam Undang-undang RI Nomor 10 tahun 2009 dan telah tercatat di seluruh kabupaten/kota meliputi: a) daya tarik wisata; b) kawasan pariwisata; c) jasa transportasi wisata; d) jasa perjalanan wisata; e) jasa makanan dan minuman; f) penyediaan akomodasi; g) penyelenggaraan pertemuan, perjalanan insentif, konferensi, dan pameran; h) jasa pramuwisata; dan l) wisata tirta. Analisis statistika yang diterapkan untuk mencapai tujuan penelitian adalah analisis biplot. Kabupaten/Kota di Provinsi Bali, menurut jenis-jenis usaha pariwisata dapat dikelompokkan dalam 4 kelompok. Tiga kelompok hanya memiliki satu anggota yaitu kelompok satu: Kota Denpasar, kelompok dua: Kabupaten Badung, dan kelompok tiga: Kabupaten Gianyar. Kabupaten-kabupaten lainnya yaitu Jembrana, Tabanan, Klungkung, Bangli, Buleleng, dan Karangasem bergabung dalam kelompok empat. Usaha pariwisata yang menjadi karakteristik kota Denpasar adalah usaha jasa perjalanan wisata, jasa transportasi wisata, pramuwisata, MICE, dan wisata tirta. Kabupaten Badung, kondisi usaha pariwisatanya yang paling mendekati kota Denpasar, dicirikan oleh usaha jasa makanan dan minuman, usaha akomodasi, dan kawasan pariwisata. Kabupaten Gianyar, posisinya paling dekat dari kelompok 4 (enam kabupaten lain di provinsi Bali) dicirikan oleh usaha daya tarik wisata.

Kata kunci: pemetaan posisi, usaha pariwisata, analisis biplot

1. Pendahuluan

Usaha pariwisata yang ada pada tiap kabupaten/kota di Provinsi Bali terus dikembangkan sebagai salah satu sumber pendapatan daerah. Dalam upaya peningkatan dan pengembangan usaha pariwisata di daerah, diperlukan kebijakan-kebijakan yang mungkin berbeda antar kabupaten/kota, sesuai dengan kondisi usaha pariwisata yang

ada di kabupaten/kota masing-masing. Berdasarkan jenis-jenis usaha pariwisata yang membangun industri pariwisata, ingin diketahui pemetaan posisi kabupaten/kota di Provinsi Bali. Kabupaten-kabupaten mana yang posisinya berdekatan dan usaha pariwisata apa yang mencirikan kabupaten/kota tersebut. Analisis statistika yang dapat digunakan untuk memetakan objek dan variabel atau indikator-indikator pencirinya adalah analisis korespondensi dan analisis biplot.

Undang-undang RI Nomor 10 tahun 2009 tentang kepariwisataan mendefinisikan pariwisata adalah berbagai macam kegiatan wisata dan didukung berbagai fasilitas serta layanan yang disediakan oleh masyarakat, pengusaha, pemerintah, dan pemerintah daerah. Usaha Pariwisata adalah usaha yang menyediakan barang dan/atau jasa bagi pemenuhan kebutuhan wisatawan yang menyelenggarakan pariwisata. Usaha pariwisata meliputi, antara lain: a) daya tarik wisata; b) kawasan pariwisata; c) jasa transportasi wisata; d) jasa perjalanan wisata; e) jasa makanan dan minuman; f) penyediaan akomodasi; g) penyelenggaraan kegiatan hiburan dan rekreasi; h) penyelenggaraan pertemuan, perjalanan insentif, konferensi, dan pameran; i) jasa informasi pariwisata; j) jasa konsultan pariwisata; k) jasa pramuwisata; l) wisata tirta; dan m) spa. Ketentuan-ketentuan terbaru secara rinci mengenai standar-standar usaha pariwisata diatur dalam Peraturan Menteri Pariwisata dan Ekonomi Kreatif, diantaranya Nomor 1 tahun 2014 tentang penyelenggaraan sertifikasi usaha pariwisata, Nomor 4 tahun 2014 tentang standar usaha jasa perjalanan wisata, dan Nomor 9 tahun 2014 tentang standar usaha pondok wisata (www.bpkp.co.id).

Wiras, et al [12] menerapkan analisis korespondensi untuk melihat karakteristik usaha pariwisata di Provinsi Bali. Berdasarkan profil baris diperoleh bahwa nilai massa terbesar yaitu 0.444 pada usaha penyediaan akomodasi merupakan modus pada data ini, dapat dikatakan bahwa usaha penyedia akomodasi cenderung berkembang di semua wilayah di Provinsi Bali. Selain itu, dilihat dari masa terbesar dari setiap wilayah tampak bahwa Kabupaten Gianyar, Tabanan, Jembrana, Buleleng, Karangasem dan Klungkung memiliki massa terbesar pada usaha penyediaan akomodasi, menunjukkan secara umum usaha pariwisata yang cenderung berkembang di wilayah tersebut adalah usaha penyediaan akomodasi. Kota Denpasar dan Kabupaten Badung memiliki masa terbesar pada usaha jasa makanan dan minuman, yang berarti secara umum usaha pariwisata yang cenderung berkembang di kedua wilayah tersebut adalah usaha jasa makanan dan minuman. Kabupaten Bangli memiliki massa terbesar pada usaha daya tarik wisata, berarti usaha pariwisata yang cenderung berkembang di Kabupaten Bangli adalah usaha daya tarik wisata. Selanjutnya berdasarkan profil kolom dapat dilihat bahwa nilai massa terbesar yaitu 0,351 terdapat pada wilayah Badung, sehingga dapat dikatakan bahwa semua usaha pariwisata cenderung berkembang di Kabupaten Badung. Nilai-nilai dalam profil kolom memperlihatkan jenis usaha jasa transportasi wisata, usaha jasa perjalanan wisata, usaha penyelenggara pertemuan, perjalanan insentif,

konferensi, dan pameran, serta usaha wisata tirta memiliki massa terbesar pada wilayah Kota Denpasar, berarti secara umum jenis usaha pariwisata yang cenderung berkembang di wilayah Kota Denpasar adalah usaha jasa transportasi wisata, usaha jasa perjalanan wisata, usaha penyelenggara pertemuan, perjalanan insentif, konferensi, dan pameran, serta usaha wisata tirta. Jenis usaha kawasan pariwisata, usaha jasa makanan dan minuman, serta usaha penyedia akomodasi memiliki massa terbesar pada Kabupaten Badung. Jenis usaha daya tarik wisata memiliki massa terbesar pada wilayah Kabupaten Gianyar, menunjukkan secara umum jenis usaha pariwisata yang cenderung berada di wilayah Kabupaten Gianyar adalah usaha daya tarik wisata. Jenis usaha kawasan pariwisata memiliki massa terbesar pada wilayah Kabupaten Buleleng, hal ini menunjukkan secara umum jenis usaha pariwisata yang cenderung berkembang di Kabupaten Buleleng adalah Usaha Kawasan Pariwisata. Nilai proporsi inersia pada dimensi satu dan dua berturut-turut adalah 58,4% dan 27,9%. Oleh karena itu jika menggunakan dua dimensi maka proporsi inersia kumulatif adalah 86,3% yang berarti keragaman data yang mampu dijelaskan sebesar 86,3%.

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui pemetaan posisi dan usaha pariwisata penciri pada kabupaten/kota di Provinsi Bali dengan menggunakan analisis biplot. Usaha-usaha pariwisata sebagai variabel penelitian adalah usaha pariwisata yang diuraikan dalam Undang-undang RI Nomor 10 tahun 2009 yang rekapitulasi datanya terekam Dinas Pariwisata Provinsi Bali.

2. Kajian Teori Analisis Biplot

Analisis Biplot merupakan suatu metode analisis peubah ganda, penjelasan suatu informasi matriks data berukuran $n \times p$ yang disajikan dalam bentuk grafik (Johnson & Wichern, 2007, p. 726). Analisis Biplot memerlukan data dari sejumlah objek dan variabel dengan skala pengukuran interval atau rasio. Informasi dari tampilan Biplot adalah:

- a. Kedekatan antar objek, digunakan untuk melihat kemiripan karakteristik antar objek. Dua objek dengan karakteristik sama digambarkan sebagai dua titik dengan posisi berdekatan.
- b. Keragaman variabel, digunakan untuk melihat apakah ada variabel dengan keragaman yang hampir sama untuk setiap objek. Variabel yang mempunyai keragaman kecil digambarkan sebagai vektor yang pendek, sedangkan variabel dengan keragaman besar digambarkan sebagai vektor yang panjang.
- c. Korelasi antar variabel, untuk mengetahui pengaruh satu variabel terhadap variabel yang lain. Dua variabel yang memiliki nilai korelasi positif akan digambarkan sebagai dua garis dengan arah yang sama atau membentuk sudut yang lancip. Sebaliknya, dua variabel dengan korelasi negatif digambarkan sebagai dua garis

dengan arah berlawanan atau membentuk sudut tumpul. Dua variabel tidak berkorelasi digambarkan dalam dua garis berarah dengan sudut hampir mendekati 90^0 .

- d. Nilai variabel pada suatu objek, untuk melihat keunggulan dari setiap objek. Objek yang terletak searah dengan arah vektor variabel dikatakan bahwa objek tersebut mempunyai nilai di atas rata-rata. Sebaliknya, jika objek terletak berlawanan arah dengan arah vektor variabel dikatakan objek tersebut memiliki nilai di bawah rata-rata. Objek yang hampir berada di tengah-tengah berarti objek tersebut memiliki nilai dekat dengan rata-rata.

Perhitungan analisis Biplot didasarkan pada dekomposisi nilai singular (*Singular Value Decomposition/SVD*) matriks data. Istilah “bi” dalam Biplot menyatakan adanya peragaan bersama antar objek dengan variabel, bukan karena tampilan Biplot yang sering ditampilkan dalam dimensi dua

Dekomposisi Nilai Singular (SVD) merupakan suatu metode yang dipergunakan secara luas untuk menguraikan suatu matriks yang berkaitan dengan nilai singularnya. SVD bertujuan untuk memfaktorkan suatu matriks \mathbf{X} berukuran $n \times p$ yang merupakan matriks variabel ganda yang terkoreksi terhadap nilai rataannya, dengan n adalah banyaknya objek pengamatan dan p adalah banyak peubah menjadi tiga buah matriks. Salah satu matriks merupakan matriks yang unsure-unsurnya adalah nilai singular dari matriks \mathbf{X} .

Suatu matriks \mathbf{X} , Jolliffe [5] p. 90-91, dinyatakan sebagai SVD sebagai berikut :

$$\mathbf{X} = \mathbf{U} \mathbf{L} \mathbf{A}^T$$

dengan,

- a. Matriks \mathbf{U} berukuran $n \times r$, \mathbf{L} berukuran $r \times r$, dan \mathbf{A} berukuran $r \times p$. \mathbf{U} dan \mathbf{L} merupakan matriks dengan kolom ortonormal dengan $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1 \quad \mathbf{a}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{a}_r]$, yang berkaitan dengan vektor eigen dari matriks $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$ dan $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1 \quad \mathbf{u}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{u}_r]$ dengan $\mathbf{u}_i = \frac{\mathbf{X} \cdot \mathbf{a}_i}{\sqrt{\lambda_i}}$, yaitu matriks yang berkaitan dengan vektor eigen dari $\mathbf{X} \mathbf{X}^T$.

Syarat yang harus dipenuhi oleh kedua matriks tersebut adalah $\mathbf{A}^T \mathbf{A} = \mathbf{U}^T \mathbf{U} = \mathbf{I}$.

- b. Matriks \mathbf{L} merupakan matriks diagonal dengan unsure diagonal utama adalah akar dari nilai eigen matriks $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$.

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \sqrt{\lambda_1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sqrt{\lambda_2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sqrt{\lambda_r} \end{bmatrix}$$

dengan λ_i adalah nilai eigen matriks $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$ untuk $i=1,2, \dots, r$ dan $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_r$.

c. Nilai r adalah pangkat dari matriks \mathbf{X} .

Jolliffe [5], p.90-94, dimisalkan $\mathbf{G} = \mathbf{UL}^\alpha$ dan $\mathbf{H}^T = \mathbf{L}^{1-\alpha}\mathbf{A}^T$ dengan $0 \leq \alpha \leq 1$, maka :

$$\mathbf{X} = \mathbf{U} \mathbf{L} \mathbf{A}^T = \mathbf{U} \mathbf{L}^\alpha \mathbf{L}^{1-\alpha} \mathbf{A}^T = \mathbf{G} \mathbf{H}^T$$

dan unsur baris ke- i dan kolom ke- j dari matriks \mathbf{X} dapat dinyatakan sebagai:

$$x_{ij} = g_i^T h_j$$

Pemilihan nilai α pada $\mathbf{G} = \mathbf{UL}^\alpha$ dan $\mathbf{H}^T = \mathbf{L}^{1-\alpha}\mathbf{A}^T$ bersifat sembarang dengan syarat $0 \leq \alpha \leq 1$. Pengambilan dua nilai α berguna dalam interpretasi Biplot.

i. Jika nilai $\alpha = 0$ diperoleh $\mathbf{G} = \mathbf{UL}^\alpha = \mathbf{U}$ dan $\mathbf{H}^T = \mathbf{L}^{1-\alpha}\mathbf{A}^T = \mathbf{L} \mathbf{A}^T$ maka

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^T \mathbf{X} &= (\mathbf{G} \mathbf{H}^T)^T (\mathbf{G} \mathbf{H}^T) \\ &= \mathbf{H} \mathbf{U}^T \mathbf{U} \mathbf{H}^T \\ &= \mathbf{H} \mathbf{H}^T \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh:

- $\mathbf{h}_i^T \mathbf{h}_j = (n-1) \Sigma_{ij}$ dengan n banyak objek pengamatan dan Σ adalah matriks kovarians variabel ke- i dan variabel ke- j .
- $\|\mathbf{h}_i\| = \sqrt{n-1} \Sigma_i$ dengan $\Sigma_i = \sqrt{\Sigma_{ii}}$ menggambarkan keragaman variabel ke- i .
- Korelasi antar variabel ke- i dan variabel ke- j dijelaskan oleh cosines sudut antara \mathbf{h}_i dan \mathbf{h}_j , misal sudut yang terbentuk adalah θ , yaitu

$$\cos \theta = \frac{\mathbf{h}_i^T \mathbf{h}_j}{\|\mathbf{h}_i\| \|\mathbf{h}_j\|} = \frac{\Sigma_{ij}}{\sqrt{\Sigma_{ii}} \sqrt{\Sigma_{jj}}} = r_{ij}$$

d. Jika \mathbf{X} berpangkat p maka

$$[\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j]^T \Sigma^{-1} [\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j] = (n-1) (\mathbf{g}_i - \mathbf{g}_j)^T (\mathbf{g}_i - \mathbf{g}_j)$$

Terlihat bahwa jarak mahalnobis sebanding dengan jarak Euclid. Ini menunjukkan bahwa jarak Euclid mampu menggambarkan objek pengamatan seperti data pengamatan yang sesungguhnya.

ii. Jika nilai $\alpha = 1$ diperoleh $\mathbf{G} = \mathbf{UL}^\alpha = \mathbf{UL}$ dan $\mathbf{H}^T = \mathbf{L}^{1-\alpha}\mathbf{A}^T = \mathbf{A}^T$ maka

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^T \mathbf{X} &= (\mathbf{G} \mathbf{H}^T) (\mathbf{G} \mathbf{H}^T)^T \\ &= \mathbf{G} \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{G}^T \\ &= \mathbf{G} \mathbf{G}^T \end{aligned}$$

atau $[\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j]^T [\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j] = (\mathbf{g}_i - \mathbf{g}_j)^T (\mathbf{g}_i - \mathbf{g}_j)$, artinya kuadrat jarak Euclid antara \mathbf{x}_i dan \mathbf{x}_j sama dengan jarak Euclid antara \mathbf{g}_i dan \mathbf{g}_j .

3. Data Penelitian

Data penelitian diperoleh dari kantor Dinas Pariwisata Daerah Kabupaten/Kota dan Provinsi Bali direkapitulasi dalam data direktori Provinsi Bali. Data penelitian dinyatakan dalam persentase jenis-jenis usaha pariwisata pada tiap kabupaten/kota. Analisis statistika yang digunakan untuk memperoleh tujuan penelitian adalah Analisis Biplot. Hasil analisis data disajikan secara grafik untuk memberikan informasi secara visual mengenai karakteristik usaha-usaha pariwisata yang ada di daerah kabupaten/kota. Dari 8 kabupaten dan 1 kota yang ada di Provinsi Bali, secara visual berapa kelompok terbentuk, kabupaten/kota mana saja yang posisinya berdekatan sehingga dinyatakan sebagai satu kelompok, bagaimana kedudukan/posisi antar kelompok, dan jenis usaha apa yang menjadi penciri pada masing-masing kelompok.

4. Hasil dan Pembahasan

Tabulasi data usaha pariwisata di kabupaten/kota Provinsi Bali menunjukkan bahwa usaha penyedia akomodasi dan usaha jasa makanan dan minuman adalah jenis usaha pariwisata dengan persentase jauh lebih besar dibanding usaha lainnya. Kedua usaha tersebut tersedia dan berkembang pesat di seluruh kabupaten/kota di Provinsi Bali. Modus data penelitian adalah usaha jasa makanan dan minuman (*bar & restaurant*) di Kabupaten Badung. Jika dilihat berdasarkan jenis usaha pariwisata maka usaha penyedia akomodasi adalah usaha terbanyak di Provinsi Bali. Usaha penyelenggaraan pertemuan, perjalanan insentif, konferensi, dan pameran hanya terdapat di Kota Denpasar dan Kabupaten Badung dengan jumlah sangat kecil dan merupakan usaha dengan jumlah paling sedikit di Provinsi Bali. Demikian juga usaha jasa pramuwisata hanya tersedia di Kota Denpasar, Kabupaten Badung, dan Kabupaten Gianyar. Di Kabupaten Bangli, jenis usaha pariwisata yang paling besar jumlahnya adalah daya tarik wisata, walaupun bila dilihat dari jenis usaha daya tarik wisata, usaha daya tarik wisata yang terbesar di Bali terdapat di Kabupaten Gianyar.

Terdapat empat jenis usaha pariwisata (variabel) yang tidak disertakan dalam analisis karena variabel tersebut belum tercatat di seluruh Kabupaten/Kota. Jenis usaha pariwisata tersebut adalah usaha penyelenggaraan kegiatan hiburan dan rekreasi, usaha jasa informasi pariwisata, usaha jasa konsultan pariwisata, dan usaha spa, sementara hanya tercatat di Kabupaten Badung dan kota Denpasar.

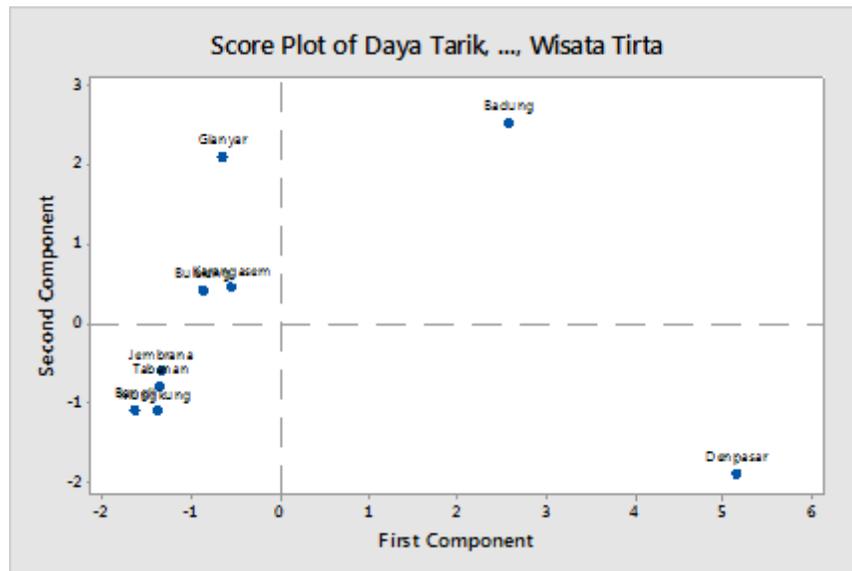
Klasifikasi Kabupaten/Kota di Provinsi Bali dengan Analisis Biplot

Analisis Biplot merupakan analisis deskriptif multivariate yang menyajikan informasi secara bersama-sama sejumlah obyek pengamatan (baris) dan beberapa variable (kolom) dari suatu matriks data dalam suatu plot pada bidang datar (dimensi

dua/ R^2). Analisis biplot ini akan representatif apabila keragaman data yang mampu diterangkan oleh kedua komponen utama pertama lebih dari 70%.

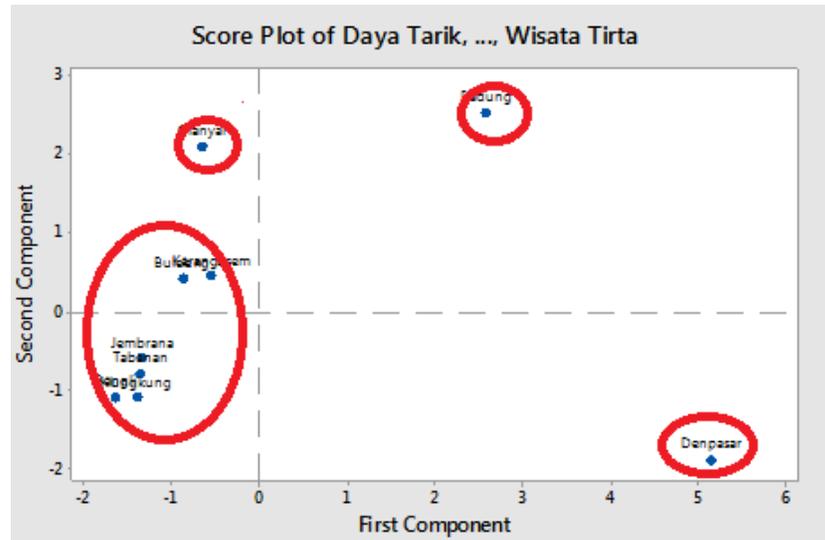
Data penelitian yang mencakup 9 objek kabupaten/kota dengan 9 usaha pariwisata sebagai variabel penelitian, keragaman data yang mampu dijelaskan oleh kedua komponen utama pertama sebesar 90,0% sehingga analisis biplot sangat representatif untuk melihat karakteristik usaha pariwisata pada tiap kabupaten/kota di Provinsi Bali.

Kedekatan antar kabupaten/kota dalam usaha pariwisata dilihat dari kedekatan posisi objek, dapat digambarkan dalam Gambar 1.



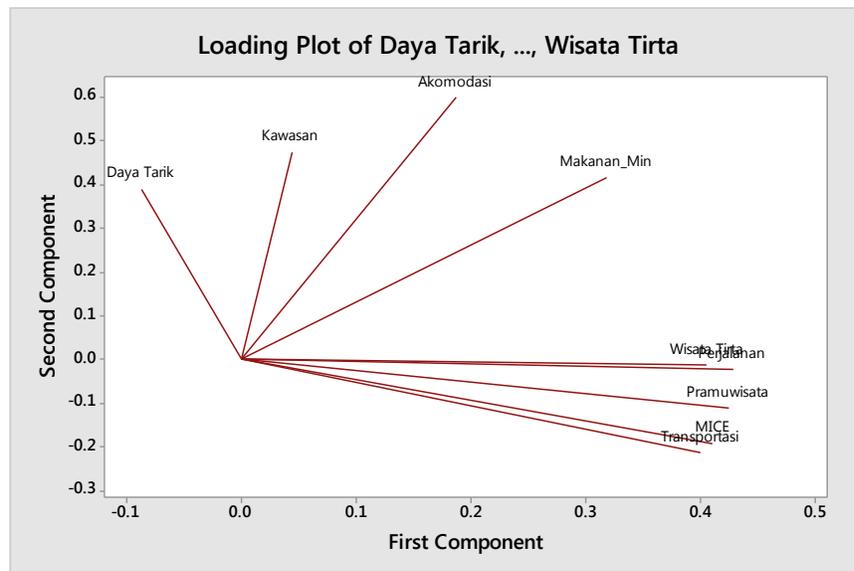
Gambar 1. Posisi Kabupaten/Kota menurut Usaha Pariwisata

Posisi Kabupaten Buleleng dan Karangasem sangat dekat, demikian juga posisi Kabupaten Tabanan, Klungkung, Jembrana, dan Bangli juga berdekatan. Hal ini menunjukkan bahwa kondisi atau karakteristik usaha pariwisata kabupaten Buleleng sangat dekat dengan Karangasem, demikian pula Tabanan, Klungkung, Jembrana, dan Bangli. Kabupaten Gianyar, Badung, dan Kota Denpasar posisinya jauh terpisah dari keenam kabupaten lainnya, menunjukkan karakteristik pariwisata ketiga kabupaten/kota tersebut jauh berbeda dibandingkan keenam kabupaten lainnya. Pengelompokan kabupaten/kota di Provinsi Bali berdasarkan karakteristik usaha pariwisata ditunjukkan Gambar 2.



Gambar 2. Pengelompokan Kabupaten/Kota menurut Usaha Pariwisata

Keragaman masing-masing usaha pariwisata dalam analisis biplot dapat dilihat dari panjang vektor variabel yang dibentuk, semakin panjang vektor menunjukkan tingkat keragaman yang semakin besar. Korelasi antar peubah ditunjukkan oleh besar sudut yang dibentuk oleh dua vektor variabel. Sudut lancip menunjukkan korelasi positif, sudut tumpul menyatakan korelasi negatif, sedang sudut siku-siku menunjukkan tidak ada korelasi antar kedua variabel. Besar keragaman dan korelasi usaha pariwisata dipresentasikan dalam Gambar 3, nilai keragamannya dilihat dari nilai standar deviasi pada Tabel 1 sedangkan nilai korelasi antar usaha pariwisata dalam Tabel 2.



Gambar 3. Hubungan Antar Variabel Usaha Pariwisata

Tabel 1. Korelasi antar Usaha Pariwisata

Usaha	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉
X ₁	1								
X ₂	-0.114	1							
X ₃	-0.284	-0.176	1						
X ₄	-0.153	-0.005	0.929	1					
X ₅	0.277	0.403	0.459	0.738	1				
X ₆	0.454	0.670	0.119	0.393	0.865	1			
X ₇	-0.298	-0.146	0.995	0.954	0.511	0.152	1		
X ₈	-0.241	-0.074	0.971	0.989	0.631	0.271	0.988	1	
X ₉	-0.365	0.221	0.835	0.894	0.627	0.385	0.871	0.896	1

Sumber: data diolah (2016)

Keterangan Variabel (Jenis Usaha Pariwisata):

X₁ : Daya Tarik Wisata

X₂ : Kawasan Pariwisata

X₃ : Jasa Transportasi Wisata

X₄ : Jasa Perjalanan Wisata

X₅ : Jasa Makanan dan Minuman

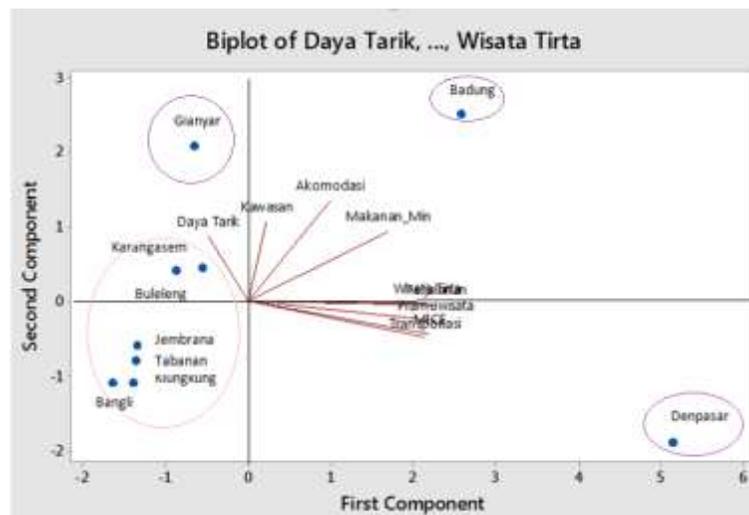
X₆ : Penyedia Akomodasi

X₇ : Penyelenggara Pertemuan, Perjalanan Insentif, Konferensi, dan Pameran (Mice)

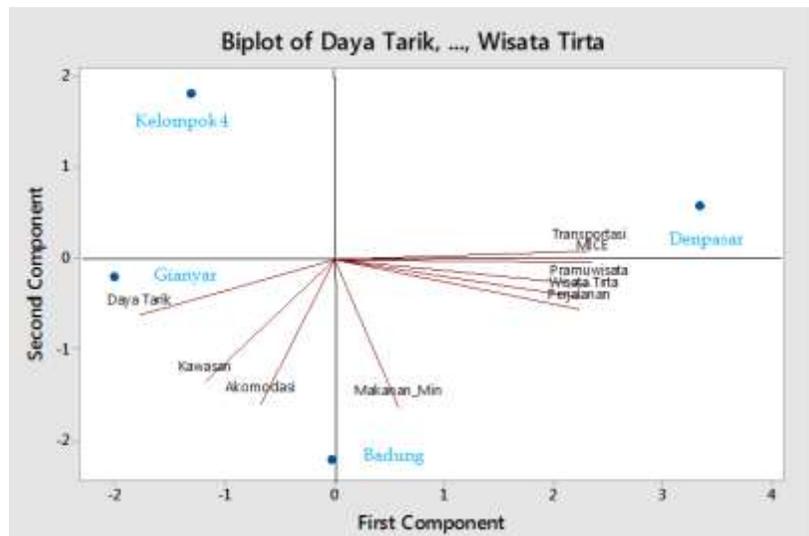
X₈ : Jasa Pramuwisata

X₉ : Wisata Tirta

Untuk mengetahui karakteristik usaha pariwisata yang mencirikan kelompok yang terbentuk dilihat Gambar 4 dan Gambar 5.



Gambar 4. Biplot Kabupaten/Kota dan Usaha Pariwisata



Gambar 5. Biplot Kelompok dan Usaha Pariwisata

Hampir semua usaha pariwisata telah berkembang di Kota Denpasar, namun usaha pariwisata yang mencirikan Kota Denpasar adalah usaha jasa perjalanan wisata, jasa transportasi wisata, pramuwisata, MICE, dan wisata tirta. Kabupaten Badung, kondisi usaha pariwisatanya yang paling mendekati Kota Denpasar, dicirikan oleh usaha jasa makanan dan minuman, usaha akomodasi dan kawasan pariwisata. Kabupaten Gianyar, posisinya paling dekat dari kelompok 4 (enam kabupaten lain di provinsi Bali) dicirikan oleh usaha daya tarik wisata. Pada kelompok 4 (enam kabupaten lain) tidak ada usaha pariwisata tertentu yang khas menjadi karakteristik dari kelompok 4, namun terlihat usaha daya tarik wisata yang paling dekat posisinya dengan kelompok 4. Artinya rata-rata jumlah daya tarik wisata di keenam kabupaten ini tidak jauh tertinggal dibanding usaha pariwisata lainnya di Kota Denpasar, Kabupaten Badung, dan Kabupaten Gianyar.

5. Kesimpulan dan Saran

Hasil analisis biplot memperlihatkan Kabupaten/Kota di Provinsi Bali, menurut jenis-jenis usaha pariwisata dapat dikelompokkan dalam 4 kelompok. Kota Denpasar, Kabupaten Badung, dan Kabupaten Gianyar masing-masing merupakan kelompok yang berdiri sendiri, sedangkan kabupaten-kabupaten lainnya yaitu Jembrana, Tabanan, Klungkung, Bangli, Buleleng, dan Karangasem bergabung dalam satu kelompok. Usaha pariwisata yang menjadi karakteristik Kota Denpasar adalah usaha jasa perjalanan wisata, jasa transportasi wisata, pramuwisata, MICE, dan wisata tirta. Kabupaten Badung, kondisi usaha pariwisatanya yang paling mendekati Kota Denpasar,

dicirikan oleh usaha jasa makanan dan minuman, usaha akomodasi dan kawasan pariwisata. Kabupaten Gianyar, posisinya paling dekat dari kelompok 4 (enam kabupaten lain di provinsi Bali) dicirikan oleh usaha daya tarik wisata. Pada kelompok 4 (enam kabupaten lain) tidak ada usaha pariwisata tertentu yang khas menjadi karakteristiknya, namun terlihat usaha daya tarik wisata yang paling dekat posisinya dengan kelompok 4. Artinya rata-rata jumlah daya tarik wisata di keenam kabupaten ini tidak jauh tertinggal dibanding usaha pariwisata lain di Kota Denpasar, Kabupaten Badung, dan Kabupaten Gianyar.

Korelasi antara jumlah kunjungan wisatawan dengan jumlah usaha-usaha pariwisata perlu diperhatikan untuk melihat usaha-usaha apa saja yang memiliki korelasi signifikan terhadap jumlah wisatawan yang berkunjung pada Kabupaten/Kota di Provinsi Bali. Usaha-usaha pariwisata yang berkorelasi signifikan terhadap jumlah kunjungan wisatawan perlu mendapat perhatian khusus pemerintah daerah dalam usaha meningkatkan kunjungan wisatawan dalam setiap tahunnya.

Daftar Pustaka

- [1] Brown, B.L., Hendrix, S.B., Hedges, D.W. and Smith, T.B. 2012. *Multivariate Analysis for the Biobehavioral and Social Sciences*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- [2] Hair, J.F., Anderson, R.E., Tatham, R.L. and Black, W.C. 1995. *Multivariate Data Analysis with Readings, 4th edition*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc.
- [3] Izenman, A.J. 2008. *Modern Multivariate Statistical Techniques: Regression, Classification, and Manifold Learning*. New York: Springer Science+Business Media, LLC.
- [4] Johnson, R.A & Wichern, D.W. 2007. *Applied Multivariate Statistical Analysis, 6th edition*. New Jersey: Pearson Prentice Hall.
- [5] Jolliffe, I.T., 2002. *Principle Component Analysis, 2nd Edition*. New York:Springer-Verlag.
- [6] Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 10 Tahun 2009 Tentang Kepariwisataan ecotourism.wordpress.com/2011/08/30/pengertian-kepariwisataan-ecotourism/ (on-line). diakses 21 Januari 2015.
- [7] Salinan Peraturan Menteri Pariwisata dan Ekonomi Kreatif Republik Indonesia Nomor 1 Tahun 2014 Tentang Penyelenggaraan Sertifikasi Usaha Pariwisata. www.bkpd.co.id (on-line) diakses 21 Januari 2015.
- [8] Salinan Peraturan Menteri Pariwisata dan Ekonomi Kreatif Republik Indonesia Nomor 4 Tahun 2014 Tentang Standar Usaha Jasa Perjalanan Wisata. www.bkpd.co.id (on-line) diakses 21 Januari 2015.

- [9] Salinan Peraturan Menteri Pariwisata dan Ekonomi Kreatif Republik Indonesia Nomor 9 Tahun 2014 Tentang Standar Usaha Pondok Wisata. www.bkpd.co.id (on-line) diakses 21 Januari 2015.
- [10] Peraturan Pemerintah Republik Indonesia No 50 Tahun 2011 Tentang Rencana Induk Pembangunan Kepariwisata Nasional (RIPPARNAS) Tahun 2010 – 2025. www.bkpd.co.id (on-line) diakses 23 Januari 2015.
- [11] Tabachnick, B.G. and Fidell, L.S. 2007. *Using Multivariate Statistics, 5th edition*. Boston: Pearson Education, Inc.
- [12] Wiras, A.K., I G.A.M. Srinadi, dan Kartika Sari. 2016. “Penerapan Analisis Korespondensi Untuk Melihat Karakteristik Usaha Pariwisata Di Provinsi Bali”. *E-Jurnal Matematika* Vol. 5 (2), Mei 2016, pp. 76-81. (on-line) diakses 1 Juni 2016.

Efektifitas Metode *Nadir Compromise Programming* dalam Menentukan Nilai Optimum Portofolio Saham

Wandi Noviyanto

Jurusan Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana
e-mail: wandinoviyanto31@gmail.com

Ni Ketut Tari Tastrawati

Jurusan Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana
e-mail: taritastrawati@yahoo.com

Kartika Sari

Jurusan Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana
e-mail: sari_kaartika@yahoo.co.id

Abstract: *Nadir Compromise Programming (NCP) is one of method that can be used to solve multiobjective problem using certain parameter. One of the problem that can be solved by these method is to get the optimum value of stock portfolio. The purpose of this study was to determine on what value of parameter among six values of parameter, NCP models effective in determining the optimum value of the stock portfolio. The data used in this research was secondary data in the form of daily data from the price of 6 types of stocks from October 2013 to October 2015. In this study, the optimum value of the stock portfolio was calculated by the the NCP model at 6 parameter values, i.e. 1, 10, 100, 1000, 10000, and 100000. As a result of this study showed that the NCP model effective in determining the optimum value of the stock portfolio on parameter 1.*

Keywords: *Nadir Compromise Programming (NCP), optimum value.*

1. Pendahuluan

Permasalahan multi-objektif merupakan permasalahan yang terdiri dari berbagai fungsi tujuan guna memecahkan sebuah permasalahan yang kompleks. Terdapat beberapa metode yang dapat digunakan dalam menyelesaikan permasalahan multi-objektif salah satu di antaranya adalah metode *NCP*. Metode *NCP* merupakan metode pengembangan dari metode *Compromise Programming (CP)*. Metode *CP* merupakan metode yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan multi-objektif untuk mencari solusi kompromi terbaik dalam mengoptimalkan dua atau lebih fungsi objektif. Solusi optimum diperoleh dari nilai ideal fungsi objektif. Berbeda dengan metode *CP*, solusi optimum *NCP* diperoleh dari nilai nadir fungsi objektif (Amiri, et.al., [1]). Salah

satu permasalahan multi-objektif yang dapat diselesaikan dengan metode NCP adalah dalam penentuan nilai optimum dari portofolio saham.

Portofolio merupakan cara yang dilakukan oleh investor dalam mengalokasikan sejumlah dana tertentu untuk memperoleh keuntungan yang optimum (Fahmi, [3]). Untuk mencapai tujuan tersebut, dapat dirumuskan fungsi tujuan yaitu meminimalkan risiko dan memaksimalkan *expected return*. Namun mengingat terdapat faktor lain yang perlu diperhatikan dalam membentuk portofolio optimal, yaitu meminimalkan modal investasi, maka dalam pemodelan untuk mencari nilai portofolio optima perlu ditambahkan 1 fungsi tujuan obyektif, yaitu meminimalkan modal investasi.

Sehubungan dengan penerapan metode NCP, Rahmawati [6] menentukan portofolio saham optimum menggunakan NCP dengan parameter 1. Sementara itu, Khoiri [5] juga menghitung nilai portofolio optimum melalui metode CP dan NCP dengan menggunakan parameter 1. Oleh sebab itu, penelitian ini diteliti pada parameter berapa di antara enam nilai parameter yaitu 1, 10, 100, 1000, 10000, dan 100000, metode NCP efektif dalam menentukan nilai optimum dari portofolio saham.

Sehubungan dengan penelitian ini, berikut diberikan konsep-konsep yang mendasari, yaitu *return dan expected return*, ragam dan simpangan baku, koefisien korelasi dan kovarian, koefisien risiko dan metode NCP.

Return merupakan keuntungan yang diperoleh investor dari hasil kebijakan investasinya. *Return* dirumuskan sebagai (Sunaryo, [8])

$$R_t = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) \quad (1)$$

dengan R_t menyatakan tingkat pengembalian (*return*) saham pada periode ke- t , dan S_t menyatakan harga saham pada periode ke- t .

Expected Return merupakan keuntungan yang diharapkan oleh investor di kemudian hari dari investasinya. Rumus dari *Expected Return* adalah (Husnan [4]):

$$E(R_i) = \frac{\sum_{j=1}^N R_{ij}}{N} \quad (2)$$

dengan $E(R_i)$ adalah *return* yang diharapkan pada saham i , R_{ij} adalah *return* saham i pada saat ke- j dan seterusnya, dan N adalah banyak periode pengamatan.

Ragam merupakan ukuran dalam perhitungan risiko saham. Berikut rumus untuk mencari ragam (Husnan [4]):

$$\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^N \frac{(R_{ij} - E(R_i))^2}{N} \quad (3)$$

dengan σ_i^2 adalah nilai varians saham i . Simpangan baku adalah ukuran dalam perhitungan risiko saham dan merupakan akar kuadrat dari ragam. Simpangan baku untuk saham i dinotasikan dengan σ_i . Nilai simpangan baku suatu saham menunjukkan

tingkat risiko suatu saham.

Korelasi merupakan nilai yang menunjukkan hubungan linear antara variabel yang satu dengan variabel lainnya. Koefisien Korelasi dapat dicari dengan rumus (Embrechts dan McNeil [2]):

$$\rho(a, b) = \frac{Cov(R_a, R_b)}{\sigma(a) \sigma(b)} \quad (4)$$

dengan $\rho(a, b)$ adalah korelasi antara a dan b dan $Cov(R_a, R_b)$ adalah kovarians *return* a dan *return* b .

Kovarians adalah pengukur untuk menunjukkan arah pergerakan dari dua variabel. Kovarians dirumuskan sebagai (Reilly dan Brown[7]):

$$\begin{aligned} Cov(R_a, R_b) &= E[R_a R_b] - E[R_a]E[R_b] \\ &= E[(R_a - E(R_a))(R_b - E(R_b))]. \end{aligned} \quad (5)$$

Risiko dalam investasi yang akan ditanggung oleh investor dapat dilihat dari koefisien risiko saham. Untuk mencari koefisien risiko dapat digunakan rumus (Reilly dan Brown, [7]):

$$\beta_a = \frac{Cov(R_a, R_b)}{\sigma_b^2} \quad (6)$$

dengan β_a adalah koefisien risiko pada saham a . Nilai $\beta > 1$ menunjukkan harga saham perusahaan memiliki tingkat perubahan di atas harga pasar. Nilai $\beta < 1$ berarti harga saham tidak mudah mengalami perubahan akibat kondisi pasar sedangkan nilai $\beta = 1$ berarti harga saham memiliki besar risiko yang sama dengan harga pasar.

Lebih lanjut lagi dibahas mengenai metode NCP. Model optimasi pada *Nadir Compromise Programming* diperoleh berdasarkan nilai nadir yang diperoleh dari kemungkinan solusi terburuk dari fungsi tujuan. Model *NCP* untuk mengoptimalkan fungsi tujuan A (f_a), meminimalkan fungsi tujuan B (f_b) dan memaksimalkan fungsi tujuan C (f_c) dirumuskan sebagai (Amiri et al., [1]):

$$\text{Min} \left\{ \sum_{a=1}^A w_a (\delta_a^+ + \delta_a^-)^p + \sum_{b=1}^B w_b (-\delta_b^-)^p + \sum_{c=1}^C w_c (-\delta_c^+)^p \right\}^{\frac{1}{p}} \quad (8)$$

yang memenuhi kendala

$$f_a - \delta_a^+ = f_{(a)}; f_a + \delta_a^- = f_{(a)}; f_b + \delta_b^- = f_{b*}; f_c - \delta_c^+ = f_{c*};$$

$$f_{(a)} \in \mathbb{R}; \delta_a^+, \delta_a^-, \delta_b^+, \delta_c^- \geq 0; \quad a = 1, 2, \dots, A; b = 1, 2, \dots, B; c = 1, 2, \dots, C,$$

dengan f_{b*} dan f_{c*} adalah nilai nadir dari fungsi tujuan b dan c .

2. Metode Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder berupa data harian harga penutupan (*closing price*) enam saham yaitu saham dari PT. Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk, PT. Bank Mandiri (Persero) Tbk, PT. AKR Corporindo Tbk, PT Lippo Karawaci Tbk, PT. Gudang Garam Tbk, dan PT. Bumi Serpong Damai Tbk. Data dianalisis mulai bulan Oktober 2013 sampai bulan Oktober 2015. Data saham tersebut diperoleh dari www.yahoo.finance.com [9]

Analisis data dilakukan langkah-langkah sebagai berikut: (1) menghitung *return* dan *expected return* saham; (2) menghitung varians dan deviasi standard saham; (3) mencari kovarian *return* saham-IHSG dan koefisien korelasi antar saham; (4) menghitung koefisien risiko; (5) membentuk model optimasi (6) mencari nilai nadir fungsi tujuan; (7) mencari proporsi dana saham menggunakan *NCP*; (8) menghitung nilai portofolio optimum fungsi tujuan pada 6 nilai parameter, yaitu 1, 10, 100, 1000, 10000 dan 100000 (9) melakukan interpretasi hasil yang diperoleh dari *NCP*. Analisis data dilakukan dengan bantuan software Lingo 15.0.

3. Hasil dan Pembahasan

Pada bagian ini dibahas penerapan metode *NCP* untuk menentukan portofolio optimum dari enam data saham yaitu saham dari PT. Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk (BBRI), PT. Bank Mandiri (Persero) Tbk (BMRI), PT. AKR Corporindo Tbk (AKRA), PT Lippo Karawaci Tbk (LPKR), PT. Gudang Garam Tbk (GGRM), dan PT. Bumi Serpong Damai Tbk (BSDE).

Sebagai langkah pertama, dari data harian harga penutupan 6 saham mulai bulan Oktober 2013 sampai bulan Oktober 2015, dihitung nilai *return* dengan menggunakan persamaan (1). Berdasarkan nilai *return*, dihitung nilai *expected return* dengan menggunakan persamaan (2) yang hasilnya disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Nilai *Expected Return* 6 Saham

i	Saham	$E(R_i)$
1	BBRI	0,00056
2	BMRI	0,00008
3	AKRA	0,00048
4	LPKR	0,00027
5	GGRM	0,00047
6	BSDE	0,00037

Pada Tabel 1 terlihat bahwa *expected return* keenam saham bernilai positif. Hal tersebut menunjukkan keenam saham memberikan keuntungan sehingga layak disusun ke dalam portofolio.

Selanjutnya, dihitung nilai ragam dan simpangan baku dari keenam saham dengan menggunakan persamaan (3). Nilai ragam dan simpangan baku dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Nilai Ragam dan Simpangan Baku 6 Saham

i	Saham	σ_i^2	σ_i
1	BBRI	0,00045	0,0210
2	BMRI	0,0003	0,0189
3	AKRA	0,00044	0,0210
4	LPKR	0,00052	0,0227
5	GGRM	0,00041	0,0201
6	BSDE	0,00064	0,0252

Pada Tabel 2 tampak bahwa nilai ragam dan simpangan baku pada saham BSDE lebih besar dari saham lainnya. Hal ini berarti saham BSDE memiliki tingkat risiko yang lebih tinggi dibandingkan dengan tingkat risiko saham yang lain.

Berikutnya, dihitung nilai *return* dan *expected return* dari pasar yang diwakili oleh Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG). Nilai kovarian *return* masing-masing saham dengan IHSG dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Kovarian *Return* Saham-IHSG

i	Saham	$Cov(R_a, R_b)$
1	BBRI	0,00016
2	BMRI	0,00014
3	AKRA	0,00007
4	LPKR	0,00012
5	GGRM	0,00009
6	BSDE	0,00017

Setelah nilai kovarian *return* saham-IHSG diperoleh, selanjutnya adalah mencari koefisien korelasi antar saham dengan menggunakan persamaan (4) yang hasilnya disajikan pada Tabel 4.

Tabel 4 Nilai Koefisien Korelasi Antar Saham

ρ	BBRI	BMRI	AKRA	LPKR	GGRM	BSDE
BBRI	1	0,7256	0,2043	0,3748	0,3005	0,5242
BMRI	0,7256	1	0,2461	0,4093	0,2743	0,5409
AKRA	0,2043	0,2461	1	0,2356	0,1715	0,2545
LPKR	0,3748	0,4093	0,2356	1	0,2163	0,4729
GGRM	0,3005	0,2744	0,1715	0,2164	1	0,3270
BSDE	0,5242	0,5409	0,2545	0,4729	0,3270	1

Pada Tabel 4 terlihat bahwa koefisien korelasi antar saham bernilai positif. Hal ini berarti bahwa tingkat keuntungan antar saham bergerak ke arah yang sama.

Lebih lanjut lagi, dihitung koefisien risiko saham. Untuk mencari koefisien risiko saham terlebih dahulu dicari nilai ragam pasar dan diperoleh nilai ragam pasar sebesar 0,00009. Berdasarkan nilai koefisien korelasi antar saham pada Tabel 4 dan nilai ragam pasar dihitung koefisien risiko masing-masing saham dengan menggunakan persamaan (6). Sebagai hasil perhitungan koefisien risiko masing-masing saham dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 5 Nilai Koefisien Risiko Masing-masing Saham

i	Saham	β
1	BBRI	1,778
2	BMRI	1,556
3	AKRA	0,778
4	LPKR	1,333
5	GGRM	1
6	BSDE	1,889

Dari Tabel 5 terlihat bahwa nilai koefisien risiko saham BSDE memiliki tingkat risiko yang tertinggi dibanding saham lainnya. Dari Tabel 5 juga tampak bahwa empat saham bernilai di atas 1, yang berarti harga saham tersebut memiliki tingkat perubahan di atas harga pasar. Saham GGRM memiliki nilai risiko sebesar 1 sehingga saham tersebut memiliki harga saham dengan besar risiko yang sama dengan harga pasar. Selanjutnya saham AKRA memiliki nilai risiko di bawah 1 menunjukkan harga saham tidak mudah mengalami perubahan terhadap harga pasar.

Berikutnya, dibentuk model optimasi portofolio. Beberapa hal yang harus ditentukan dalam pembentukan model optimasi portofolio adalah variabel keputusan, perumusan fungsi tujuan, dan perumusan fungsi kendala.

Variabel keputusan pada model optimasi portofolio ini adalah:

- x_1 : besarnya proporsi dana yang diinvestasikan pada saham PT. Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk.
- x_2 : besarnya proporsi dana yang diinvestasikan pada saham PT. Bank Mandiri (Persero) Tbk.
- x_3 : besarnya proporsi dana yang diinvestasikan pada saham PT.AKR Corporindo Tbk.
- x_4 : besarnya proporsi dana yang diinvestasikan pada saham PT Lippo Karawaci Tbk.
- x_5 : besarnya proporsi dana yang diinvestasikan pada saham PT. Gudang Garam Tbk.
- x_6 : besarnya proporsi dana yang diinvestasikan pada saham PT. Bumi Serpong Damai Tbk.

Setelah menentukan variabel keputusan, selanjutnya dibentuk fungsi tujuan. Mengingat dalam membentuk portofolio saham, terdapat tiga aspek yang harus

dipertimbangkan yaitu risiko, *expected return*, dan modal investasi, maka fungsi tujuan dari model optimasi portofolio ini adalah:

1. Fungsi tujuan mengoptimalkan risiko

$$\text{Opt } f_1 = \sum_{i=1}^6 \beta_i x_i \quad (9)$$

dengan β_i adalah koefisien risiko pada saham i .

2. Fungsi tujuan memaksimalkan *expected return*

$$\text{Max } f_2 = \sum_{i=1}^6 E(R_i) x_i \quad (10)$$

dengan $E(R_i)$ adalah *expected return* saham i .

3. Fungsi tujuan meminimalkan modal investasi

$$\text{Min } f_3 = \sum_{i=1}^6 M_i x_i \quad (11)$$

dengan M_i adalah modal investasi saham i . Modal investasi diperoleh dengan menggunakan data *closing price* terakhir pengamatan masing-masing saham. Pada Tabel 6 disajikan data closing price masing-masing saham.

Tabel 6. Data *Closing Price* Masing-masing Saham

i	Saham	<i>Closing Price</i> (dalam rupiah)
1	BBRI	10550
2	BMRI	9100
3	AKRA	5850
4	LPKR	1165
5	GGRM	43425
6	BSDE	1735

Lebih lanjut lagi, dilakukan perumusan fungsi kendala. Fungsi kendala dalam model optimasi adalah:

1. Fungsi kendala jumlah proporsi dana

$$\sum_{i=1}^6 x_i = 1 \quad (12)$$

2. Fungsi kendala batas proporsi dana

$$\begin{aligned} 0,05 \leq x_i \leq 0,7, \quad x_i \in \mathbb{R}, \\ i = 1,2,3,4,5,6 \end{aligned} \quad (13)$$

Berdasarkan variabel keputusan, fungsi tujuan, dan kendala, model awal dari optimasi portofolio adalah:

$$\text{Opt } f_1 = 1,778 x_1 + 1,556 x_2 + 0,778 x_3 + 1,333 x_4 + x_5 + 1,889 x_6 \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \text{Max } f_2 = 0,00056 x_1 + 0,00008 x_2 + 0,00048 x_3 + 0,00027 x_4 + \\ 0,00047 x_5 + 0,00037 x_6 \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \text{Min } f_3 = 10550 x_1 + 9100 x_2 + 5850 x_3 + 1165 x_4 + 43425 x_5 + \\ 1735 x_6 \end{aligned} \quad (16)$$

dengan kendala:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 1 \\ 0,05 \leq x_i \leq 0,7, \quad x_i \in \mathbb{R}, \\ i = 1,2,3,4,5,6 \end{aligned} \quad (17)$$

Berdasarkan nilai *expected return* masing-masing saham pada Tabel 1, dihitung nilai nadir dengan meminimalkan *expected return* pada persamaan (15) dan memenuhi kendala (17). Dari hasil perhitungan menggunakan Lingo 15.0, nilai nadir dengan meminimalkan *expected return* dari enam saham portofolio diperoleh nilai $f_{2*} = 0,000177$.

Langkah selanjutnya dicari nilai nadir dengan memaksimalkan persamaan (16) dan memenuhi kendala (17). Dengan menggunakan Lingo 15.0, nilai nadir dengan memaksimalkan modal investasi dari enam saham portofolio diperoleh nilai $f_{3*} = 32345$.

Langkah berikutnya adalah mencari proporsi dana saham menggunakan model *NCP* dengan menggunakan parameter P bernilai 1, 10, 100, 1000, 10000, dan 100000. Model *NCP* dari portofolio 6 saham adalah:

Fungsi tujuan:

$$\text{Min } \{0.3333(\delta_1^+ + \delta_1^-)^P + 0.3333(-\delta_2^+)^P + 0.3333(-\delta_3^-)^P\}^{\frac{1}{P}} \quad (18)$$

dengan kendala

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^6 \beta_i x_i - \delta_1^+ = 1; \quad \sum_{i=1}^6 \beta_i x_i + \delta_1^- = 1; \\ \sum_{i=1}^6 E(R_i) x_i - \delta_2^+ = 0,000177 \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^6 I_i x_i - \delta_3^+ = 32345;$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 1;$$

$$0,05 \leq x_i \leq 0,7; x_i \in \mathbb{R}; i = 1,2,3,4,5,6; \delta_1^+, \delta_1^-, \delta_2^-, \delta_3^+ \geq 0$$

Pada parameter 1 diperoleh hasil proporsi yang berbeda dengan parameter lainnya. Berikut hasil proporsi saham dan nilai deviasi pada parameter 1:

$$\begin{aligned} x_1 &= 0,05, x_2 = 0,05, x_3 = 0,6802703, \\ x_4 &= 0,1197297, x_5 = 0,05, x_6 = 0,05, \\ \delta_1^+ &= 0, \delta_1^- = 0, \delta_2^- = 0,000259, \delta_3^+ = 24985,43 \end{aligned}$$

Sedangkan untuk parameter lainnya, didapatkan nilai proporsi dana saham dan deviasinya sebagai berikut:

$$\begin{aligned} x_1 &= 0,05, x_2 = 0,05, x_3 = 0,5756757, \\ x_4 &= 0,05, x_5 = 0,2243243, x_6 = 0,05, \\ \delta_1^+ &= 0, \delta_1^- = 0, \delta_2^- = 0,00027, \delta_3^+ = 18108,51 \end{aligned}$$

Berikut hasil portofolio optimum berdasarkan proporsi dana dengan *NCP* pada parameter 1:

a. Portofolio Optimum dari Metode *NCP*

$$\begin{aligned} f_1^* &= 1,778x_1 + 1,556x_2 + 0,778x_3 + 1,333x_4 + x_5 + 1,889x_6 \\ &= 1,778 (0,05) + 1,556 (0,005) + 0,778 (0,6802703) + 1,333 (0,1197297) + \\ &\quad (0,05) + 1,889 (0,05) \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_2^* &= \\ &0,00056x_1 + 0,00008x_2 + 0,00048x_3 + 0,0003x_4 + 0,00047x_5 + \\ &\quad 0,00037x_6 \\ &= 0,00056 (0,05) + 0,00008 (0,05) + 0,00048 (0,6802703) + \\ &\quad 0,0003 (0,1197297) + 0,00047 (0,05) + 0,00037(0,05) \\ &= 0,000436 \approx 0,04\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_3^* &= 10550x_1 + 9100x_2 + 5850x_3 + 1165x_4 + 43425x_5 + 1735x_6 \\ &= 10550 (0,05) + 9100 (0,05) + 5850 (0,6802703) + 1165 (0,1197297) + \\ &\quad 43425 (0,05) + 1735 (0,05) = 7359,566 \end{aligned}$$

Dengan cara yang sama, berdasarkan proporsi dana yang diperoleh terdahulu, didapatkan hasil portofolio optimum yang sama pada parameter –parameter lainnya, yaitu:

$$\begin{aligned} f^*_1 &= 1; f^*_2 = 0,000447 \approx 0,04\% \\ f^*_3 &= 14236,49 \end{aligned}$$

Berdasarkan hasil perhitungan pada bagian terdahulu diperoleh koefisien risiko dan *expected return* yang sama pada keenam parameter yaitu secara berturut-turut sebesar 1 dan 0,04 %. Koefisien risiko sebesar 1 berarti saham memiliki risiko yang sama dengan risiko pasar. Akan tetapi modal investasi paling minimum diperoleh pada parameter 1 dibandingkan parameter-parameter lainnya. Oleh karena itu, berdasarkan hasil penelitian ini dalam menentukan portofolio optimal lebih efektif menggunakan model NCP dengan parameter 1.

4. Kesimpulan

Penerapan NCP dalam menentukan nilai optimum portofolio saham lebih efektif menggunakan parameter 1 dibandingkan parameter-parameter lainnya.

Daftar Pustaka

- [1] Amiri, M., Ekhtiari, M., and Yazdani, M. 2011. Nadir Compromise programming: A model for optimization of multi-objective portofolio problem. *Expert System with Applications*, Vol. 38, No. 6, pp 7222-7226.
- [2] Embrechts, P., Lindskog, F., and McNeil, A. 2001. *Modelling Dependence with Copulas and Applications to Risk Management*, in: Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance, edited by Rachev, S., pp 329–384
- [3] Fahmi, I. 2015. *Manajemen Investasi*. Edisi Kedua. Jakarta: Salemba Empat
- [4] Husnan, S. 2003. *Dasar-Dasar Teori Portofolio*. Edisi Ketiga. Yogyakarta: UPP AMP YKPN.
- [5] Khoiri, H. A. 2014. Perbandingan Compromise Programming dan Nadir Compromise Programming untuk Optimasi Multi-Objective Pada Pemilihan Portofolio Saham. <http://digilib.its.ac.id/ITS-paper-12021140005693/33578>. Diakses pada tanggal 03 Maret 2015
- [6] Rahmawati, E. 2013. Optimasi Multi-Objective Pada Pemilihan Portofolio dengan Metode Nadir Compromise Programming. *Jurnal Sains dan Seni POMITS*, Vol. 2, No. 1, pp 1-6
- [7] Reilly, F.K., and Brown, K.C. 2011. *Investment Analysis & Portfolio Management*. USA: South-Western Cengage Learning.
- [8] Sunaryo, T. 2007. *Manajemen Risiko Finansial*. Jakarta: Salemba Empat.
- [9] www.yahoo.finance.com. diakses tanggal 5 April 2016

Penggunaan *Mind Map* dalam Pembuktian Matematika

Luh Putu Ida Harini

Jurusan Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana
e-mail: ballidah@unud.ac.id

Tjokorda Bagus Oka

Jurusan Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana
e-mail: tjokordabagusoka@gmail.com

Abstrak. Matematika merupakan salah satu bidang ilmu yang keberadaannya disusun dari suatu sistem yang penuh dengan perjanjian dan terbangun atas logika dari sekelompok unsur, relasi, dan operasi yang diramu secara aksiomatik serta kebenarannya harus terjamin. Dengan demikian maka pembuktian dalam matematika menjadi salah satu modal terpenting dalam pengembangan matematika. Beberapa orang menganggap pembuktian dalam matematika merupakan suatu keindahan tersendiri walaupun seringkali dalam merangkai fakta-fakta kebenaran melalui penalaran yang logis tidaklah mudah. Diperlukan banyak latihan dan pembelajaran untuk menguasai keterampilan ini. Berlatih memahami bukti adalah salah satu cara termudah dalam memulai memahami konsep matematika yang lebih abstrak. Akan tetapi pada kenyataannya memahami bukti yang sudah ada saja bukan merupakan hal yang mudah, apalagi jika diminta untuk membuktikan. Oleh karena itu dalam tulisan ini akan diulas salah satu alternatif penggunaan mind map dalam membantu memperkenalkan konsep terkait pembuktian dan membiasakan diri menggunakan metode-metode pembuktian yang sudah ada.

Kata kunci: aksioma, bukti, teorema, *mind map*

1. Pendahuluan

Tujuan penting dalam pembelajaran matematika tingkat lanjut diantaranya adalah dapat memahami konsep matematika (yang berupa simbol, fakta, konsep, prinsip, skill), menggunakan penalaran matematika dan mengembangkan kemampuan komunikasi matematis. Dengan terpenuhinya tujuan tersebut diharapkan seseorang akan mempunyai kedewasaan dalam bermatematika, yang meliputi: kemampuan berpikir secara deduktif, kemampuan problem solving yang baik, dan kemampuan mengkomunikasikan penyelesaian suatu masalah secara akurat, logis dan sistematis sehingga dapat membangkitkan kemampuan imajinasi yang lebih abstrak. Mengingat matematika merupakan salah satu bidang ilmu yang keberadaannya disusun dari suatu sistem yang penuh dengan perjanjian dan terbangun atas logika dari sekelompok unsur, relasi, dan

operasi yang diramu secara aksiomatik serta kebenarannya harus terjamin, maka pembuktian dalam matematika menjadi salah satu modal terpenting dalam pengembangan matematika.

Pembuktian dalam matematika merupakan suatu keindahan tersendiri. Merangkai fakta-fakta kebenaran melalui penalaran yang logis tentunya tidak serta merta dapat dilakukan. Diperlukan banyak latihan dan pembelajaran untuk menumbuhkan skill berpikir secara logis. Selanjutnya akan muncul pertanyaan apa yang harus dilakukan untuk membangun dan mengembangkan penalaran dan kemampuan analitis dalam pembuktian matematika? Salah satu jawabannya tentu berlatih memahami bukti. Dengan melakukan hal tersebut diharapkan alur berpikir dari para inventor matematika dapat ditangkap sehingga dapat digunakan kembali untuk melakukan pembuktian lain pada masalah-masalah matematika yang ditemukan. Pada kenyataannya memahami bukti yang sudah ada saja bukan merupakan hal yang mudah, apalagi jika diminta untuk membuktikan. Oleh karena itu dalam tulisan ini akan diulas salah satu alternatif penggunaan mind map dalam membantu memperkenalkan konsep terkait pembuktian dan membiasakan diri menggunakan metode-metode pembuktian yang sudah ada.

Melakukan suatu pembuktian matematika merupakan salah satu cara mengasah kemampuan berpikir kritis dan kreatif. Lithner [10] menyatakan bahwa pembuktian sebenarnya merupakan inti dari penalaran logika. Lebih lanjut, dijelaskan bahwa jika kemampuan penalaran tidak dikembangkan pada diri siswa, maka matematika hanya akan menjadi suatu materi yang mengikuti serangkaian prosedur dan meniru contoh-contoh tanpa memikirkan maknanya. Pada kesempatan yang sama Ross (didalam Lithner [10]) menekankan bahwa salah satu tujuan terpenting dari pembelajaran matematika adalah mengajarkan kepada siswa penalaran logika (*logical reasoning*). Penalaran ini merupakan kemampuan dan keterampilan dasar yang bukan sekadar matematika. Dalam pembelajaran matematika, pembuktian memiliki peran yang penting dan merupakan salah satu faktor utama yang membedakan matematika dengan pengetahuan lainnya.

De Porter dan Hernacki [6] mengelompokkan cara berpikir manusia ke dalam beberapa pola pikir yaitu berpikir vertikal, lateral, kritis, analitis, strategis berpikir tentang hasil, dan berpikir kreatif. Ciri-ciri utama dalam proses berpikir adalah adanya abstraksi, yaitu anggapan lepasnya kualitas atau relasi dari benda-benda. Swartz dan Perkins (didalam Hassoubah [8]) menyatakan bahwa berpikir kritis bertujuan untuk menilai secara kritis terhadap apa yang akan kita hadapi secara logis dengan memakai standar penilaian sebagai hasil dari berpikir kritis dalam membuat keputusan; menerapkan berbagai strategi yang tersusun dan memberikan alasan untuk menentukan dan menerapkan standar tersebut; serta mencari dan mengumpulkan informasi yang dapat dipercaya untuk dipakai sebagai bukti yang dapat mendukung suatu penilaian. Untuk mengetahui bagaimana mengembangkan berpikir kritis pada diri seseorang,

Ennis (didalam Hassoubah [8]) mengungkapkan bahwa berpikir kritis adalah berpikir secara beralasan dan reflektif dengan menekankan pembuatan keputusan tentang apa yang harus dipercayai atau dilakukan.

Seseorang yang berpikir kritis memiliki kecenderungan-kecenderungan diantaranya mencari pernyataan yang jelas dari setiap pertanyaan, mencari alasan, berusaha mengetahui informasi dengan baik, memakai sumber yang memiliki kredibilitas dan menyebutkannya, memperhatikan situasi dan kondisi secara keseluruhan, berusaha tetap relevan dengan ide utama, mengingat kepentingan yang asli dan mendasar, mencari alternatif, bersikap dan berpikir terbuka, mengambil posisi ketika ada bukti yang cukup untuk melakukan sesuatu, mencari penjelasan sebanyak mungkin apabila memungkinkan, bersikap secara sistematis dan teratur dengan bagian-bagian dari keseluruhan masalah dan peka terhadap tingkat keilmuan dan keahlian orang lain. Salah satu cara untuk merangsang pola pikir kritis adalah dengan mengasah penalaran logika.

Mind mapping (peta pikiran) adalah sebuah sistem berpikir yang bekerja sesuai dengan cara kerja alami otak manusia dan mampu membuka dan memanfaatkan seluruh potensi dan kapasitasnya. Sistem ini mampu memberdayakan seluruh potensi, kapasitas, dan kemampuan otak manusia, sehingga menjamin tingkat kreativitas dan kemampuan berpikir yang lebih tinggi bagi penggunanya (Hernowo [9]).

Buzan [4] dalam buku pintar *mind map* menyatakan, *mind mapping* adalah cara termudah untuk menempatkan informasi ke dalam otak dan mengambil informasi itu ketika dibutuhkan. *Mind mapping* juga merupakan peta perjalanan yang hebat bagi ingatan, dengan memberikan kemudahan kepada kita dalam mengatur segala fakta dan hasil pemikiran dengan cara sedemikian rupa, sehingga cara kerja alami otak kita dilibatkan dari awal. Ini berarti bahwa upaya untuk mengingat (*remembering*) dan menarik kembali (*recalling*) informasi dikemudian hari akan lebih mudah, serta lebih dapat diandalkan daripada menggunakan pencatatan tradisional. Hal itu juga dibenarkan oleh Eric Jensen yang menyatakan, *mind mapping* merupakan teknik visualisasi verbal ke dalam gambar. *Mind mapping* sangat bermanfaat untuk memahami materi, terutama materi yang diberikan secara verbal. Peta pikiran (*mind mapping*) adalah satu teknik mencatat yang mengembangkan gaya belajar visual. Peta pikiran memadukan dan mengembangkan potensi kerja otak yang terdapat di dalam diri seseorang. Dengan adanya keterlibatan kedua belahan otak maka akan memudahkan seseorang untuk mengatur dan mengingat segala bentuk informasi, baik secara tertulis maupun secara verbal.

Seperti yang diungkapkan Buzan [4], pembelajaran matematika dengan menggunakan metode mind map (peta pikiran) akan meningkatkan daya hafal dan motivasi belajar siswa yang kuat, serta siswa menjadi lebih kreatif. Selain kegiatan belajar mengajar akan lebih menarik, siswa juga akan lebih termotivasi dengan

pembelajaran matematika. Sehingga dengan penerapan metode tersebut dalam pembelajaran matematika, diharapkan dapat meningkatkan kemampuan komunikasi matematis siswa

2. Metode Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan dengan metode studi literatur. Kajian terkait penelitian dilakukan terlebih dahulu dengan mempelajari berbagai sumber baik yang tersaji dalam bentuk buku, jurnal maupun laporan penelitian yang relevan dengan topik yang akan dibahas. Konsep dasar tentang pembuktian dan beberapa metode dasar pembuktian beserta penjelasannya dirangkum dalam peta pikiran (*mind map*). Selanjutnya akan disajikan beberapa contoh pembuktian yang dilakukan dengan berbantuan *mind map*.

3. Pembahasan

Sebelum melakukan proses pembuktian, harus dipahami terlebih dahulu jenis-jenis pernyataan apa saja yang harus dibuktikan dalam matematika. Berdasarkan Hernadi (2015) jenis-jenis pernyataan dalam matematika dapat dirangkum dan disajikan dalam Gambar 1 berikut.



Gambar 1. Mind Map Jenis Pernyataan dalam Matematika

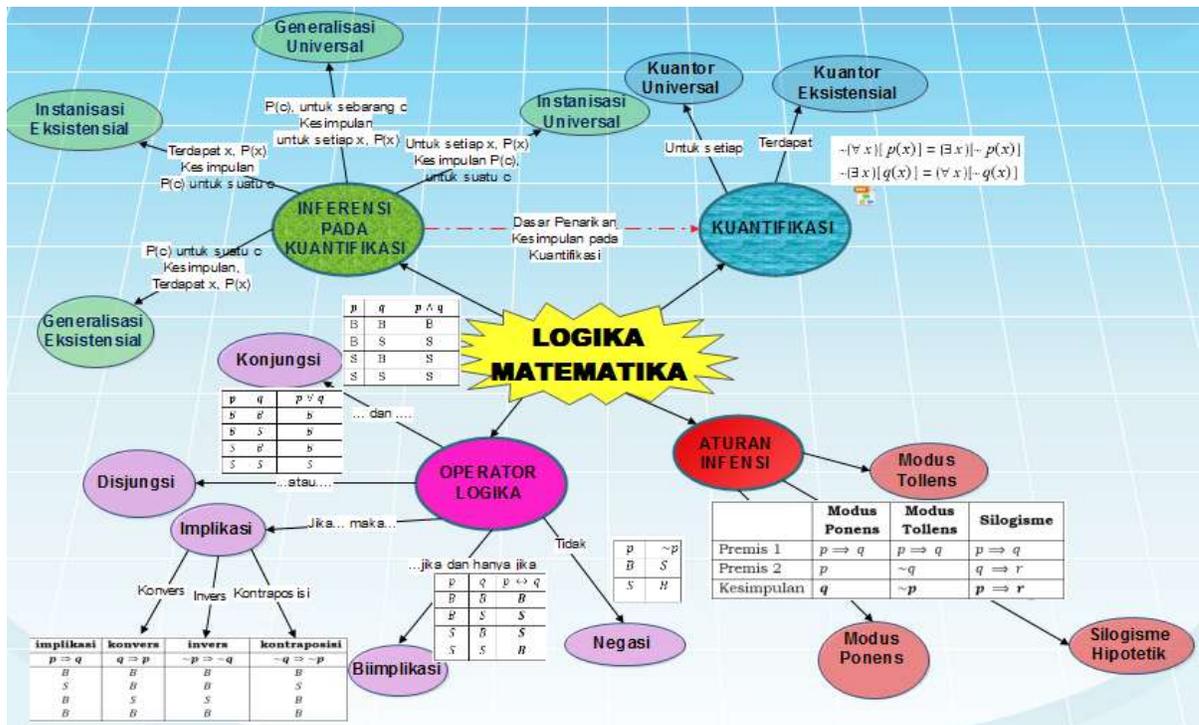
Jenis pernyataan dalam matematika (pada Gambar 1) telah dirangkum dalam suatu peta pikiran sehingga akan jauh memudahkan dalam melihat kembali konsep ini apabila diperlukan. Diluar pernyataan matematika yang sudah tercantum dalam *mind map* ada hal lain dalam sistem aksiomatik yang harus diketahui yaitu **istilah dasar (*primitif*)**. **Istilah dasar adalah** istilah yang tidak didefinisikan namun deskripsinya ada dan bahkan dapat digunakan untuk membangun istilah lain. Contohnya titik, angka, bidang dan sebagainya. Istilah-istilah dasar ini yang kemudian akan digunakan untuk

membangun pernyataan-pernyataan matematika. Selanjutnya selain penjelasan pernyataan matematika yang telah tersaji pada mind map akan diberikan beberapa tambahan sifat-sifat penting yang harus dipenuhi dalam jenis pernyataan matematika.

Definisi adalah istilah yang dirumuskan dari istilah dasar sehingga mempunyai arti tertentu dan selalu bernilai benar bersifat jelas, tepat, tidak ambigu, konsisten dan jangkauannya cukup luas. Aksioma adalah suatu pernyataan yang selalu diasumsikan benar dan diterima tanpa diuji lagi kebenarannya. Aksioma harus memiliki sifat-sifat konsisten, *independent* (tidak diturunkan dari aksioma yang lain) dan lengkap.

Teorema adalah suatu pernyataan matematika yang dirumuskan dengan logika dan harus dibuktikan dengan memanfaatkan istilah dasar, definisi, aksioma dan pernyataan benar lainnya. Lemma yang juga dikenal sebagai teorema kecil biasanya muncul sebagai jembatan untuk membuktikan teorema yang lebih umum. Istilah *corollary* (akibat dari suatu teorema) adalah pernyataan yang muncul mengikuti keberadaan sebuah teorema. Kemunculan suatu teorema biasanya diawali dengan munculnya suatu dugaan/klaimit/konjektur (*conjecture*). Sehingga dari sifat-sifat yang telah diuraikan perlu diingat bahwa:

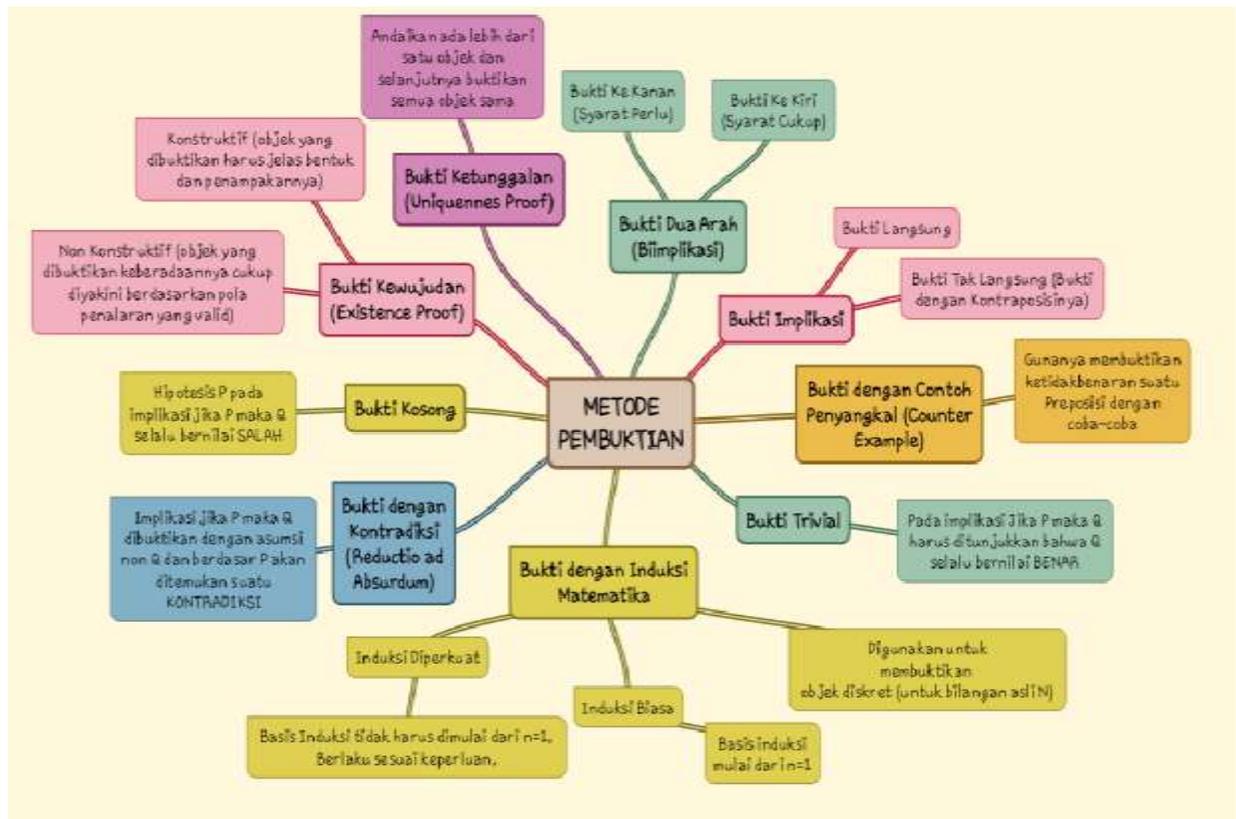
1. Pernyataan yang **tidak** perlu dibuktikan adalah definisi dan aksioma.
2. Pernyataan yang **harus/wajib** dapat dibuktikan adalah teorema, lemma dan akibat.
3. Pernyataan yang **perlu** dibuktikan adalah dugaan atau konjektur atau klaim.



Gambar 2. Mind Map Logika Matematika

Setelah mengetahui tentang pernyataan matematika beberapa hal dasar yang harus dikuasai sebelum melakukan pembuktian adalah konsep logika matematika. Logika Matematika merupakan salah satu modal dasar yang sangat penting dalam melakukan pembuktian. Hal-hal penting yang harus diperhatikan pada saat belajar logika matematika diantaranya adalah kenali operator logika yang dipakai, pahami nilai kebenaran setiap operator logika dan melatih diri dalam menggunakan operator logika yang ada. Dalam mempelajari logika matematika, diharapkan jangan menggunakan nilai rasa dalam menentukan suatu nilai kebenaran. Semua ada aturan dan ketentuan yang dianggap benar. Kadang dalam suatu pernyataan majemuk, pernyataan-pernyataan penyusunnya tidak ada hubungan satu dengan yang lain, akan tetapi ini tetap bisa dianalisa nilai kebenarannya.

Satu hal lagi yang sangat penting didalam melakukan pembuktian matematika adalah mengenali dan memahami metode-metode pembuktian. Dengan memahami metode pembuktian setidaknya dalam melakukan suatu pembuktian kita dapat memilih alternatif cara yang dapat digunakan untuk menyelesaikan pembuktian yang akan dilakukan. Adapun metode pembuktian dalam matematika dapat dirangkum dalam mind map pada Gambar 3.

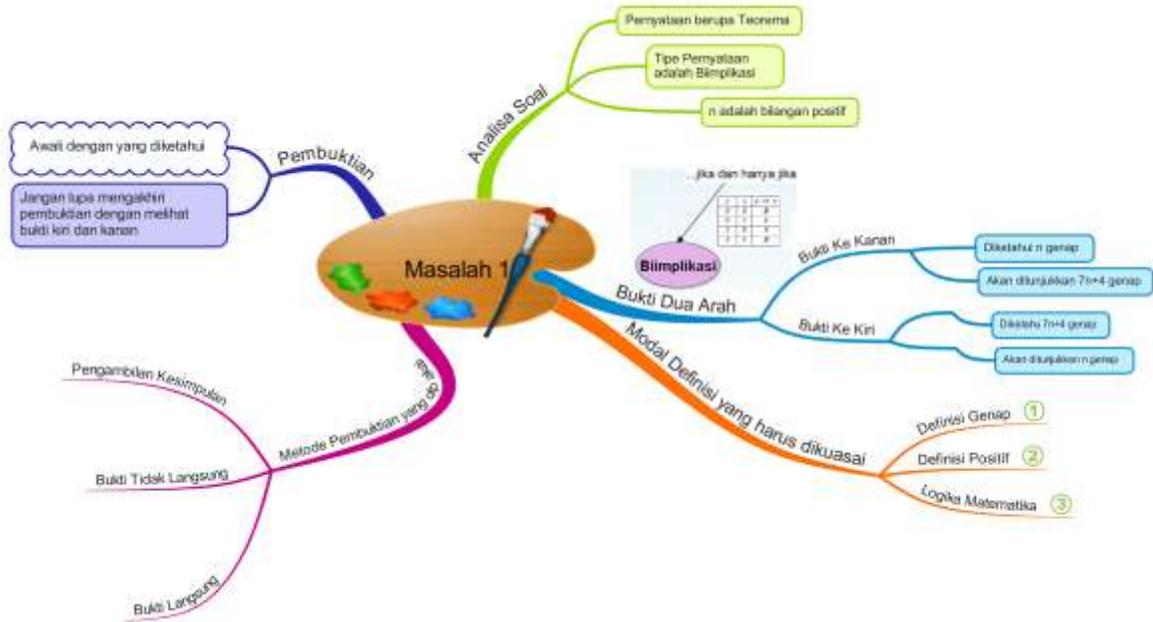


Gambar 3. Mind Map Metode Pembuktian

Selanjutnya akan diberikan beberapa contoh penggunaan mind map dalam pembuktian.

Masalah 1. Diberikan bilangan bulat positif n . Buktikan bahwa n genap jika dan hanya jika $7n + 4$ genap.

Untuk mengkaji permasalahan matematika tersebut dapat disusun mind map berikut yang nantinya dapat digunakan untuk membantu dalam mencari alternatif pembuktian dari masalah yang ada.



Dari mind map tersebut akan dicoba membuat penyelesaian pembuktian matematika pada masalah 1. Adapun rangkaian bukti yang diperoleh dapat disajikan sebagai berikut:

Bukti:

Diberikan sembarang bilangan bulat positif n .

(Bukti Ke Kanan) Akan dibuktikan bahwa jika n genap maka $7n + 4$ genap.

Diketahui bahwa n genap. Akan ditunjukkan $7n + 4$ genap. Pembuktian akan dilakukan dengan pembuktian langsung. Karena n genap maka n dapat dinyatakan sebagai $2k$ sehingga diperoleh $n = 2k$, untuk suatu bilangan bulat k . Dengan demikian diperoleh

$$\begin{aligned}
 7n + 4 &= 7(2k) + 4 \\
 &= 2(7k + 2)
 \end{aligned}$$

Dipilih $m = 7k + 2$, maka m adalah bilangan bulat. Artinya ada bilangan bulat m sehingga $7n + 4 = 2m$. Jadi dapat disimpulkan bahwa $7n + 4$ adalah bilangan genap.

(Bukti Ke Kiri) Akan dibuktikan bahwa jika $7n + 4$ genap maka n genap.

Pembuktian akan dilakukan dengan metode pembuktian tidak langsung (kontraposisinya) yaitu dengan membuktikan bahwa “Jika n bilangan ganjil maka $7n + 4$ adalah bilangan ganjil”. Diketahui bahwa n ganjil. Akan ditunjukkan $7n + 4$ ganjil. Karena n ganjil maka n dapat dinyatakan sebagai $2m + 1$ sehingga diperoleh $n = 2m + 1$, untuk suatu bilangan bulat k . Dengan demikian diperoleh

$$\begin{aligned}7n + 4 &= 7(2m + 1) + 4 \\ &= 14m + 11 \\ &= 14m + 10 + 1 \\ &= 2(7m + 5) + 1\end{aligned}$$

Dipilih $k = 7m + 5$, maka k adalah bilangan bulat. Artinya ada bilangan bulat k sehingga $7n + 4 = 2k + 1$. Jadi dapat disimpulkan bahwa $7n + 4$ adalah bilangan ganjil.

Karena bukti kekanan dan bukti ke kiri dari biimplikasi tersebut terbukti benar maka terbukti bahwa untuk n bilangan bulat positif, n genap jika dan hanya jika $7n + 4$ genap. Bukti selesai.

Selanjutnya akan diberikan beberapa contoh penggunaan mind map dalam menganalisa dan menyelesaikan permasalahan matematika (problem solving matematika). Perhatikan masalah matematika berikut.

Masalah 2. Ada lima orang anak yang bermain kasti di depan rumah Pak Geda. Kemudian bola kasti yang dipakai anak-anak tersebut memecahkan akuarium kesayangan Pak Geda dan mengakibatkan ikan arwananya mati. Setelah mengintrogasi kelima anak tersebut diperoleh hasil berikut:

Artur: Putra atau Cupak yang melakukannya pak!

Putra: Enak saja! Bukan saya pelakunya pak, saya yakin pelakunya juga bukanlah teman akrab saya Si Entong”.

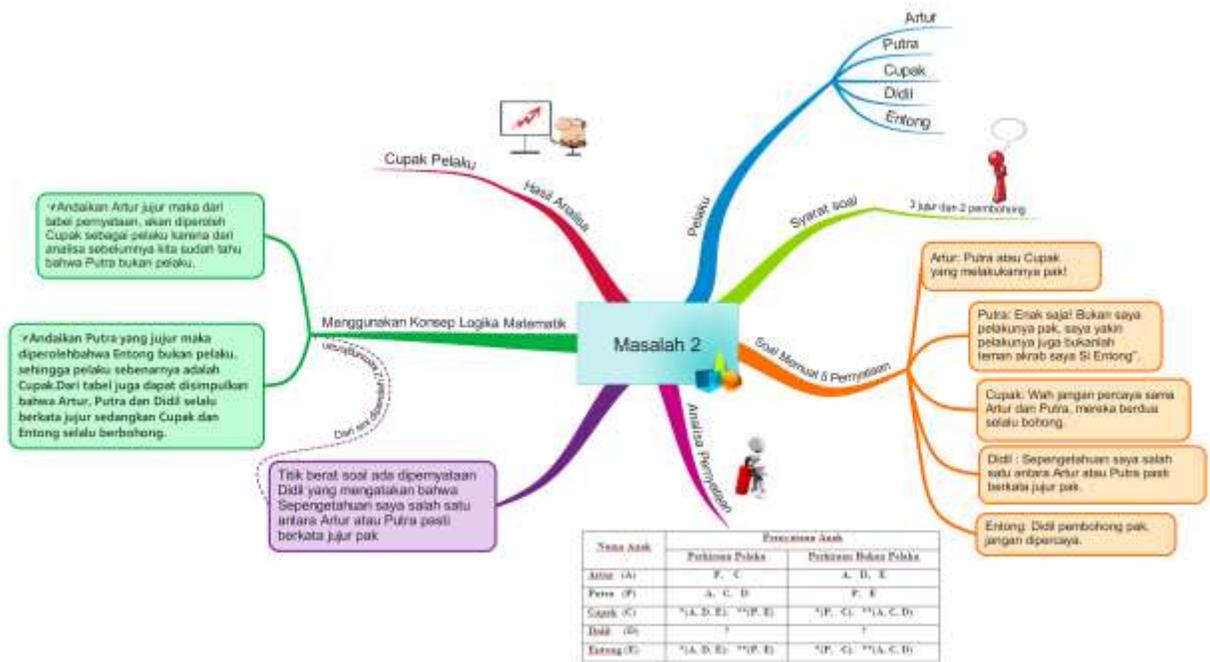
Cupak: Wah jangan percaya sama Artur dan Putra, mereka berdua selalu bohong.

Didil : Sepengetahuan saya salah satu antara Artur atau Putra pasti berkata jujur pak.

Entong: Didil pembohong pak, jangan dipercaya.

Setelah mengumpulkan informasi tersebut, Bu Dewi tetangga depan rumah Pak Geda berkata: “sepengetahuan saya dari mereka berlima tiga orang diantara mereka tidak pernah berbohong sedangkan dua yang lain adalah anak-anak yang tidak pernah jujur”. Siapa pelaku pemecahan akuarium tersebut?

Melihat permasalahan matematika tersebut dapat disusun mind map berikut yang nantinya dapat digunakan untuk membantu dalam menyusun jawaban dari masalah yang ada.



Dari bantuan mind map yang telah disusun kemudian dituangkan ke dalam jawaban dengan bahasa matematika yang lebih runut sebagai berikut:

Jawaban:

Untuk menyelesaikan permasalahan Pak Geda dalam kasus ini kita harus mengklasifikasikan dulu berbagai alibi yang diutarakan oleh anak-anak tersebut:

1. Dari pernyataan Artur kita peroleh keterangan bahwa Putra atau Cupak yang adalah pelaku. Dari sini kita peroleh keterangan bahwa yang jadi tersangka adalah **Putra** atau **Cupak**, sedangkan **Artur**, **Didil** dan **Entong** adalah bukan pelaku.
2. Dari pernyataan Putra diperoleh keterangan bahwa Dirinya sendiri (**Putra**) dan **Entong** adalah bukan pelaku, sedangkan **Artur**, **Cupak** dan **Didil** adalah pelaku.
3. Dari pernyataan Cupak kita peroleh bahwa Artur dan Putra selalu bohong. Ini berarti keterangan kedua anak itu tidaklah benar. Sehingga berdasar keterangan Cupak diperoleh:

- a. Artur bohong, dengan kata lain pernyataannya di ingkar diperoleh “Putra dan Cupak tidak melakukannya pak” sehingga diperoleh * **Artur, Didil** dan **Entong** adalah pelaku, sedangkan **Putra** dan **Cupak** bukan pelakunya.
 - b. Putra bohong, dengan kata lain pernyataannya di ingkar diperoleh “Enak saja! Saya pelakunya pak, saya yakin pelakunya juga teman akrab saya Si Entong”, sehingga diperoleh ****Putra dan Entong** adalah pelaku, sedangkan **Artur, Cupak** dan **Didil** bukan pelakunya.
4. Dari pernyataan Didil kita tidak bisa menyimpulkan apa-apa.
 5. Dari keterangan Entong diperoleh bahwa Didil bohong. Oleh karena itu pernyataan Didil diingkar sehingga pernyataan Didil menjadi “Sepengetahuan saya Artur dan Putra pasti berkata tidak jujur pak”, sehingga pernyataan Entong sama saja dengan pernyataan Cupak.

Selanjutnya setelah kita analisa alibi yang dikemukakan oleh anak-anak tersebut, maka bisa kita bawa ke tabel berikut:

Nama Anak	Pernyataan Anak	
	Perkiraan Pelaku	Perkiraan Bukan Pelaku
Artur (A)	P, C	A, D, E
Putra (P)	A, C, D	P, E
Cupak (C)	*(A, D, E); **(P, E)	*(P, C); **(A, C, D)
Didil (D)	?	?
Entong (E)	*(A, D, E); **(P, E)	*(P, C); **(A, C, D)

Perhatikan hasil analisa dari pernyataan Cupak dan Entong. Dari tabel di atas dapat dilihat bahwa A, D dan P sekaligus menjadi pelaku dan bukan pelaku. Berdasarkan logika ini tidak akan pernah terjadi sehingga dapat dipastikan A, D dan P bukan pelakunya. Tinggal dicari siapa pelaku sebenarnya diantara 2 orang tersangka yang lain. Dan ini bisa kita mulai dari pernyataan Didil.

Didil mengatakan bahwa **Sepengetahuan saya salah satu antara Artur atau Putra pasti berkata jujur pak**, sehingga dari sini diperoleh 2 kejadian:

- ✓ Andaikan Artur jujur maka dari tabel pernyataan, akan diperoleh Cupak sebagai pelaku karena dari analisa sebelumnya kita sudah tahu bahwa Putra bukan pelaku.
- ✓ Andaikan Putra yang jujur maka diperoleh bahwa Entong bukan pelaku, sehingga pelaku sebenarnya adalah Cupak.

Dari tabel juga dapat disimpulkan bahwa Artur, Putra dan Didil selalu berkata jujur sedangkan Cupak dan Entong selalu berbohong.

Jadi pelaku pemecah akuarium Pak Geda adalah Cupak.

Demikianlah ulasan penggunaan mind map dalam membantu memperkenalkan konsep terkait pembuktian, dan merangkai alur pemikiran dalam melakukan pembuktian dan penyelesaian masalah matematika.

4. Kesimpulan

Mind Map dapat digunakan sebagai alat bantu untuk melakukan pembuktian matematika dan menyelesaikan masalah matematika terutama dalam menyusun proses berpikir awal dalam menganalisa soal dan memberikan arah dalam mencari alternatif penyelesaian soal.

Ucapan Terima Kasih

Makalah ini adalah bagian kecil dari hasil Penelitian Hibah Bersaing tahap 2 (pendanaan tahun 2015). Atas dipublikasikannya hasil penelitian ini, maka pada kesempatan ini kami mengucapkan terima kasih kepada Direktorat Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan dan Universitas Udayana atas bantuan dana yang diberikan melalui hibah penelitian skim Hibah Bersaing, dengan Surat Perjanjian Penugasan Pelaksanaan Penelitian, Nomor: 76/UN14.2/PNL.01.03.00/2015, tertanggal 3 Maret 2015. Selain itu terima kasih juga kami sampaikan kepada Jurnal Matematika atas diterbitkannya artikel ini.

Daftar Pustaka

- [1] Arini, N.W. (2011) Implementasi Metode Peta Pikiran Berbantuan Objek Langsung untuk Meningkatkan Keterampilan Menulis Deskripsi Siswa Kelas IV Sekolah Dasar, Nomor 4 Kampung Baru. Laporan Penelitian (tidak diterbitkan). Universitas Pendidikan Ganesha.
- [2] Bartle, Robert G and D.R. Sherbet, 1994. *Introduction to real analysis*, second edition, John Willey & sons, New York.
- [3] Batty, C. dan Woodhouse, N, 1994, *How Do Undergraduates Do Mathematics?: A Guide to Studying Mathematics at Oxford University*. Alamat: <http://www.maths.ox.ac.uk/current-students/undergraduates/study-guide/guide.pdf>, diakses pada tanggal 15 November 2006.
- [4] Buzan, Tony. (2009). *Buku Pintar Mind Map* . Jakarta:Gramedia Pustaka Utama
- [5] Buzan, T. & Barry. 2004. *Memahami Peta Pikiran*. Edisi Milenium. Batam: Interaksara.
- [6] De Porter, B. dan M. Hernacki, 1999, *Quantum Learning*, Bandung : Kaifa.

- [7] Harini, LPI, Astawa, IGS dan Srinadi, IGAM. (2014) Eksplorasi Miskonsepsi Mahasiswa dalam Pengembangan Buku Teks Analisis Real Bermuatan Peta Pikiran, Proceeding Seminar Nasional Sains & Teknologi 2014, hal. 941-949.
- [8] Hassoubah, Z.I., 2004, Developing Creative & Critical Thinking Skills, Bandung.
- [9] Hernowo. 2005. Quantum Writing. Bandung: Mizan Learning Center
- [10] Lithner, K., 2000, *Mathematical Reasoning in Task Solving*. Educational Studies in Mathematics 41: 165—190. Netherlands: Kluwer Academic Publisher.
- [11] Sastradi, T. (2013) Pengertian Prakonsepsi dan Miskonsepsi. Tersedia pada <http://mediafunia.blogspot.com/2013/03/pengertian-prakonsepsi-danmiskonsepsi.html>, [Diunduh: 1 Agustus 2014].

Jurnal Matematika Universitas Udayana terindeks:

